

Recebido em 18 de Julho de 1980

# Índices de concorrência na elaboração de modelos de produção florestal

Por

A. M. M. DE CARVALHO OLIVEIRA

Professor Auxiliar do Instituto Superior de Agronomia,  
Bolsista do I. N. I. C. de 1977 a 1980.

## RESUMO

O autor apresenta os índices de concorrência (competição) mais recentes. Trabalhando com povoamentos jovens (6-39 anos de idade) de pinheiro silvestre, localizados na Baviera, foi-lhe possível estabelecer uma estreita correlação entre o crescimento em altura e a pressão de concorrência sofrida por cada árvore.

O autor calcula, para os seus povoamentos, diferentes índices espaço de crescimento (2.2.2.), apresenta um índice baseado na concorrência entre copas (2.2.3.2.), propõe diferentes adaptações (2.3.3.) do índice de concorrência do modelo de HEGYI (1974) e ensaia o índice de concorrência (2.4) de ASSMANN (1975).

Foram seleccionados, pela sua alta correlação com o crescimento em altura da árvore individual, os índices espaço de crescimento e as diferentes adaptações do índice de concorrência do modelo de HEGYI (1974).

## RESUMÉ

L'auteur presente les plus recents indices de concurrence. En travaillant avec des peuplements jeunes de pin sylvestre, situés en Bavière, il a établi l'étrouite correlation entre la croissance en hauteur et la competition subie par l'arbre individuel.

---

Baseado e adaptado em parte da tese de doutoramento: «UNTERSUCHUNGEN ZUR WUCHSDYNAMIK JUNGER KIEFERNBESTAENDE» apresentada na Forstwissenschaftlichen Fakultät der Ludwig-Maximilians-Universität München (R. F. Alemã).

Les indices d'espace de croissance (2.2.2.), son indice de compétition des cimes (2.2.3.2.), ses adaptations (2.3.3.) de l'indice concurrence du modèle de HEGYI (1974) et l'indice de concurrence (2.4.) de ASSMANN (1975) ont été expérimentés dans leurs rapports avec la croissance en hauteur de l'arbre individuel

On a sélectionné, par leur haute corrélation, les indices d'espace de croissance et les différents indices de concurrence de HEGYI (1974).

#### SYNOPSIS

The author presents the most important competition indices. Working with young stands of scots pine (*Pinus silvestris* L.), in Bavaria, the author found a close correlation between height growth and competition status of the individual tree.

Diferent forms for calculating the growing space (2.2.2.), a new crown competition index (2.2.3.2.), some new forms of HEGYI's competition index (2.3.3.) and the competition index of ASSMANN (1975) were tested. Only the growing space indices and the adaptations of HEGYI's competition index were closely correlated with height growth.

### 1. INTRODUÇÃO

Com o desenvolvimento do cálculo automático para além da sua crescente utilização nos estudos de produção florestal, ganhou novas perspectivas e possibilidades a concepção e elaboração de *modelos de produção*. Procura-se prever crescimentos e produções a partir das características contemporâneas das árvores e dos povoamentos através do emprego de técnicas estatísticas mais ou menos sofisticadas.

De acordo com MUNRO (1974) os modelos de produção florestal agrupam-se em três tipos (Figura 1) que se distinguem entre si em função de:

- a) Parâmetros de entrada
- b) Quantificação da competição entre árvores

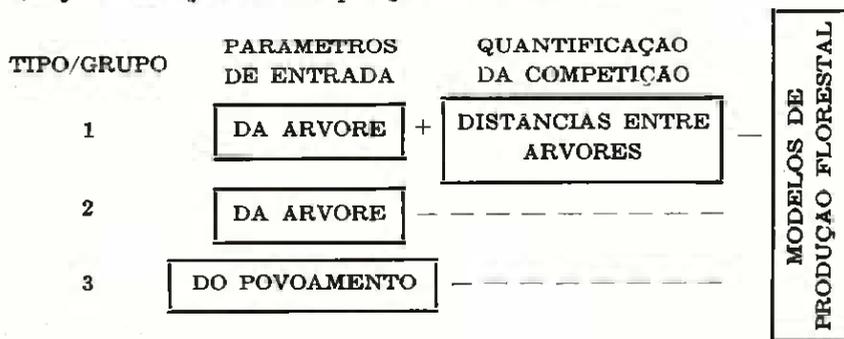


Fig. 1 — Os três tipos de modelos de produção florestal de acordo com MUNRO (CARVALHO OLIVEIRA, 1980)

No primeiro tipo de modelos de produção além de se caracterizar a competição entre árvores, por processos vários que atendem à distância entre elas, parte-se das características de cada árvore. No segundo grupo dispensam-se as medidas de competição, enquanto que no terceiro se trabalha apenas com valores médios dos povoamentos.

1.1. Os modelos do primeiro grupo são abundantes na literatura americana da especialidade. Cite-se, por exemplo, NEWNHAM (1964), LEE (1967), LIN (1970), BELLA (1971) e ARNEY (1972). A partir das *cartas de povoamento*, onde a posição de cada árvore é anotada durante o trabalho de campo por um par de coordenadas, passa-se ao traçado do *círculo de competição* de cada indivíduo dizendo-se depois que a competição (concorrência) que uma árvore sofre é tanto maior quanto mais elevada for a área deste em comum com os círculos de competição das árvores vizinhas. O círculo de competição (concorrência) é geralmente uma função do diâmetro à altura do peito (d). <sup>(1)</sup>

1.2. Na literatura europeia a situação de competição de cada árvore tem sido caracterizada segundo três diferentes processos:

a) A distância entre uma árvore e o seu vizinho ou a distância média entre uma árvore e os seus vizinhos (CLARK e EVANS, 1954; PRODAN, 1968 a; VAN LAAR, 1973 b e KENNEL, 1966).

b) A área basal dum biogrupo de  $n$  árvores (VAN LAAR, 1973 b).

c) O espaço de crescimento da árvore isolada.

Segundo ASSMANN (1961) o *espaço de crescimento*, em projecção horizontal, dum árvore define-se através da projecção horizontal da sua copa mais uma dada fracção da área do povoamento não coberta.

Segundo PRODAN (1968 a) várias são as soluções para o cálculo do espaço de crescimento da árvore isolada.

1. A construção do polígono espaço de crescimento (BROWN, 1965; JACK 1967), por intermédio das perpendiculares a meio das rectas que unem cada árvore central aos seus vizinhos.
2. A construção do polígono espaço de crescimento pelo processo atrás descrito mas levando em conta as dimensões

---

(1) Vidé tabela de símbolos.

relativas das árvores (diâmetros ou áreas basais) de acordo com STOEHR (1963); SCHULZ (1968); ADLARD (1974) e JENSEN (1976).

3. Cálculo do espaço de crescimento a partir das medidas de densidade comuns (por exemplo a área basal por hectare, G).

Estes modelos dão particularmente boas descrições da estrutura dos povoamentos. Por seu intermédio obtém-se respostas com elevado grau de segurança quanto à influência de diversas práticas de intervenção cultural no crescimento e produção dos povoamentos. Infelizmente a sua utilização nem sempre é possível. Exigem muito trabalho de campo, cartas de povoamento e a utilização de modernos meios de cálculo automático.

1.3. Os modelos do segundo grupo distinguem-se dos anteriores por não empregarem as distâncias entre árvores para quantificar a competição entre elas. Com a ajuda de parâmetros da árvore isolada e de diferentes medidas de densidade dos povoamentos procuramos estimar, através de mais ou menos complicados modelos estatísticos, o crescimento da árvore individual. São conhecidos os trabalhos de LEMMON e SCHUMACHER (1962), em que se apresenta um modelo de regressão para a estimativa do acréscimo em diâmetro ( $i_d$ ), e de TURNBULL e PIENAAR (1973) onde se descreve um modelo estocástico para a previsão de produções e crescimentos.

STAGE e COLE (1972) empregaram a seguinte função para o seu modelo de crescimento da *Pinus contorta*

$$\text{LOG } i_{g(10)} = - 2,0978 + 0,5297 \text{ LOG } d - 0,9256 \text{ LOG } \text{CCF} + 1,5728 \frac{d}{d_g} + 1,1814 \text{ LOG } S + 0,0094 \text{ EL}$$

$i_{g(10)}$  — Acréscimo em área basal, num período de 10 anos, da árvore isolada e medido à altura do peito (polegadas quadradas).

$d$  — diâmetro à altura do peito, com casca, em polegadas.

CCF — factor de competição de copas.

EL — Altitude da estação (em pés).

S — Índice de qualidade da estação (altura dominante aos 100 anos).

$d_g$  — diâmetro da árvore de área basal média.

A principal vantagem destes modelos é de não serem necessárias cartas de povoamentos. No entanto, como não se entra em conta com o estatuto da árvore isolada, as suas conclusões são válidas para a «árvore média». É possível a sua aplicação para estudar os efeitos de fertilizações, desbastes e desramações no crescimento e produção dos povoamentos.

1.4. Nos modelos de terceiro grupo, cronologicamente os mais antigos, incluem-se as tabelas de produção normais, empíricas ou de densidade variável (HUSCH, MILLER e BEERS 1972) e todos os outros modelos baseados em valores médios dos povoamentos. Como é evidente a sua aplicação pressupõe a perda de informação sobre o crescimento da árvore individual.

## 2. A CONCORRÊNCIA NOS POVOAMENTOS JOVENS

A aplicação dos modelos de produção do 1.º grupo exige uma cuidada caracterização da situação de concorrência de cada árvore. Quase todos os autores que os vêm desenvolvendo procuram depois a relação entre a situação de concorrência de cada árvore e o respectivo acréscimo. No trabalho que realizámos investigámos os melhores modelos para os povoamentos jovens de pinheiro silvestre da Baviera. A estes povoamentos correspondiam densidades (N) de plantação entre as 36 000 e as 2 500 plantas por hectare e idades (t) entre os 6 e 39 anos. O autor procurou o estabelecimento duma metodologia, cuja validade para o pinheiro bravo deverá em breve ser testada, que permitisse a previsão do crescimento em altura (povoamentos jovens) da árvore individual através da situação de concorrência de cada árvore.

2.1. O emprego dos *métodos das distâncias* para exprimir a situação de concorrência da árvore isolada.

Segundo PRODAN (1965) a relação da distância média entre árvores (a) com o número de árvores por hectare (N) vem sendo investigada desde KOENIG (fins do século passado).

A distância média entre árvores (a) pode deduzir-se da expressão

$$(F/a^2) = N \text{ visto que } a = \sqrt{F/N}$$

onde F representa a superfície do povoamento. Na prática conhecido F estabelece-se a por medição directa no povoamento para calcular

o N correspondente. Ainda de acordo com PRODAN (1965) está determinado que a distância média entre árvores no povoamento se situa entre  $a_3$  e  $a_1$  ou seja, entre a distância da árvore central em causa e os terceiro e quarto vizinhos mais próximos respectivamente.

Considerando as árvores do povoamento distribuídas à sorte, a relação entre as distâncias da árvore central aos diferentes vizinhos ( $a_i$ ) exprime-se por:

$$a_i = a_0 \cdot \sqrt{i + 1}$$

onde  $a_0$  é a distância a um ponto  $P_0$  qualquer do povoamento. Segundo PRODAN (1968 b), quando da distribuição casual das árvores do povoamento, existe a seguinte relação teórica entre a distância  $a_i$  e N

$$N = \frac{(i + 0,5) \cdot 10000}{\pi \cdot a_i^2}$$

KENNEL (1966) e VAN LAAR (1973 a) tomaram  $a_1$  como expressão da situação de concorrência da árvore isolada tendo o primeiro deles chegado à conclusão que, em povoamentos de *Picea abies*, o segundo vizinho ( $a_2$ ) tem mais influência sobre o acréscimo da árvore central do que o primeiro enquanto, em povoamentos de faia, era o primeiro vizinho ( $a_1$ ) aquele que exercia maior influência. O segundo autor citado chegou à conclusão, em parcelas de *Pinus radiata* nunca desbastadas (Grau A), que era o segundo vizinho ( $a_2$ ) que maior influência tinha sobre o crescimento da árvore central apesar de se tratar dum povoamento instalado por plantação.

O método das distâncias que temos vindo a expôr não é geralmente utilizado em povoamentos muito jovens. De facto nestes a mortalidade praticamente ainda não começou, o que quer dizer ser a distância entre as árvores ainda a distância de instalação, não o resultado de qualquer tipo de competição entre elas.

## 2.2. O espaço de crescimento de cada árvore.

Definido em 1.2. passamos a apresentar detalhadamente os métodos usados para a sua determinação.

### 2.2.1. Os polígonos espaço de crescimento.

BROWN (1965) definiu o espaço de crescimento duma árvore (Area Potentially Available = APA) através do polígono espaço de crescimento.

Segundo BROWN (1965) e JACK (1967) o polígono espaço de crescimento constrói-se por intermédio das perpendiculares a meio das linhas que unem a árvore central e as árvores vizinhas (ver Figura 2).

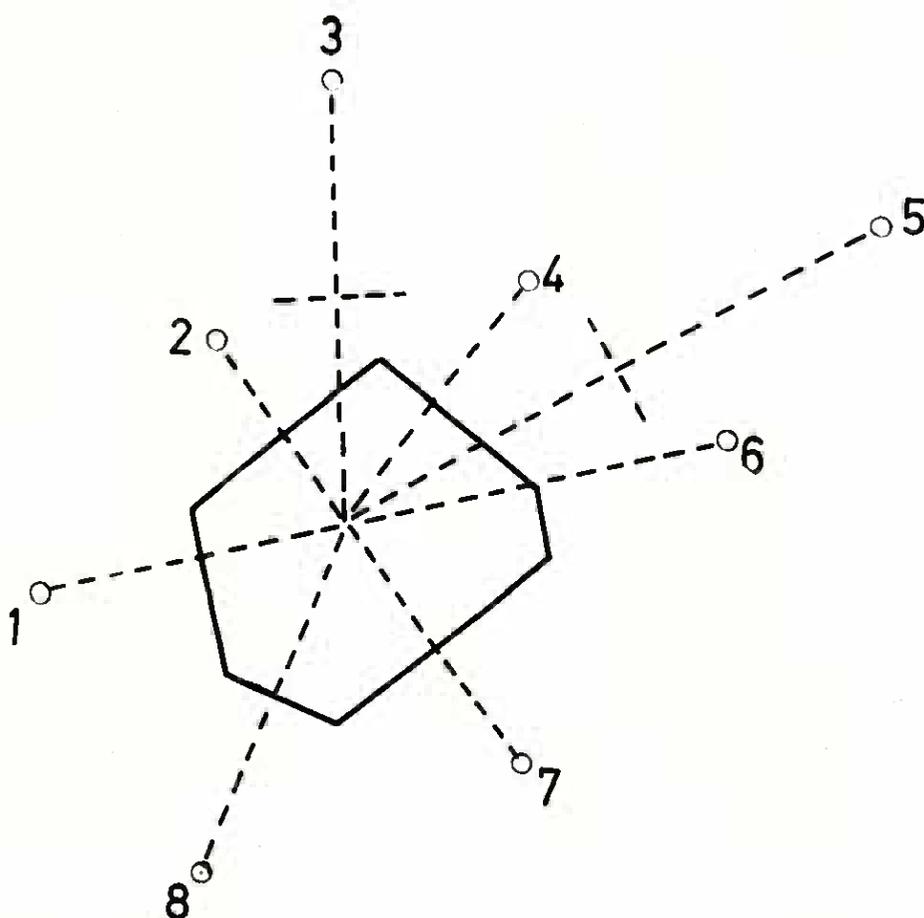


Fig. 2 — A construção do polígono espaço de crescimento segundo BROWN (1965) e JACK (1967). Exemplo com uma árvore central e oito árvores vizinhas.

ADLARD (1974) modificou a construção do polígono espaço de crescimento tomando em conta as dimensões relativas das árvores vizinhas (diâmetro ou área basal) no seu traçado.

As perpendiculares deixam de passar o meio das linhas que unem a árvore central e cada vizinho para passarem num ponto que divide a distância entre árvores de acordo com o seu tamanho relativo (Figura 3).

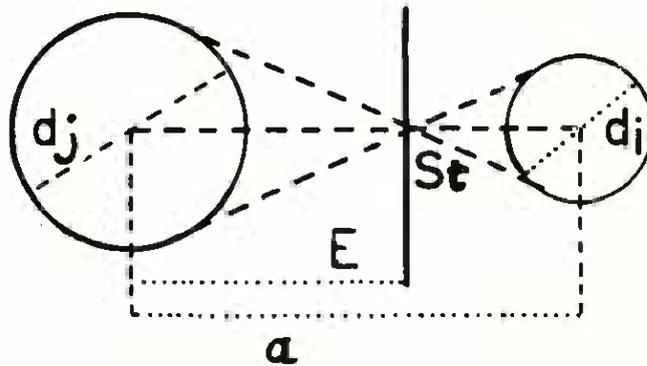


Fig. 3—O diâmetro da árvore central  $j$  ( $d_j$ ) e o diâmetro da árvore vizinha  $i$  ( $d_i$ ) determinam a divisão de acordo com os seus tamanhos relativos. O lado do polígono ( $E$ ) passa pelo ponto  $S_t$  da linha que as une.

Para o cálculo do espaço de crescimento das árvores dum povoamento, SCHULZ (1968) escreveu um programa em linguagem FORTRAN IV onde se entra apenas com o diâmetro e as coordenadas cartesianas das respectivas árvores. ADLARD (1974) empregou a área basal de cada árvore ( $g$ ) e calculou a área do polígono espaço de crescimento correspondente (G. S. = Growing Space) também através dum programa de computador em FORTRAN IV. Seguidamente, procurou explicar o acréscimo em volume com casca ( $i_v$ ) de árvores isoladas de acordo com a seguinte equação:

$$i_v = b_0 + b_1 \cdot g + b_2 \cdot g^2 + b_3 \cdot (G. S.) + b_4 \cdot (G. S.)^2$$

Segundo ADLARD (1974) o índice G. S. sózinho não era capaz de explicar o acréscimo em volume. O emprego simultâneo das variáveis G. S. e  $g$ , de acordo com a equação anterior, veio depois mostrar que G. S. deixava de ser estatisticamente significativa em presença da área basal.

JENSEN (1976) procurou a relação entre o acréscimo em volume ( $i_v$ ) e o espaço de crescimento num povoamento de *Picea abies* (Desbaste pelo baixo grau B) com 76 anos de idade. Para estimar o espaço de crescimento empregou a sugestão de STOEHR (1963) fazendo uma pequena transformação: o quociente entre os diâmetros da árvore central ( $d_j$ ) e vizinhos ( $d_i$ ) está elevado a uma potência de acordo com a igualdade:

$$E_i = a_i \cdot \left( \frac{d_j^c}{d_j^c + d_i^c} \right)$$

onde  $a_i$  é a distância ao vizinho  $i$ ;  $E_i$  é a distância do ponto onde passa a perpendicular à recta que une cada duas árvores e  $c$  o expoente baptizado de factor de competição e tomando valores vários ( $c = 0.0, 0.5, 1.0 \dots$ ).

Para a relação entre acréscimo em volume ( $i_v$ ) e o espaço de crescimento segundo JENSEN (1976) (G. S.') o autor propôs a seguinte equação:

$$i_v = b_0 + b_1 \cdot g + b_2 \cdot (G. S.')^c$$

em que a área basal ( $g$ ) também está presente.

JENSEN (1976) encontrou que só para  $c = 5.0$  o espaço de crescimento era estatisticamente significativo.

Porque empregou o autor a área basal da árvore no seu modelo para o acréscimo em volume? A justificação parece-nos importante. Segundo ele a área basal ou diâmetro devem entrar na regressão para que a variabilidade genética, as variações microestacionais bem como a história da árvore venham a ser tomadas em conta.

O emprego do factor de competição  $c$  representou um grande progresso na determinação prática do espaço de crescimento. De facto, segundo NEWNHAM (1972), enquanto nas estações férteis com climas húmidos só a concorrência de copas tem significado, limitando-se esta aos vizinhos mais próximos, nos climas secos e estações de baixa fertilidade está em causa a concorrência radicular podendo cada árvore ter mais de 30 concorrentes.

O modelo de JENSEN (1976) aplica-se a qualquer estação. A obtenção de altos factores de competição vem apenas demonstrar que estamos em presença duma estação de baixa fertilidade.

O alto significado do factor de competição  $c$  compreende-se ao tomar em conta que já PRODAN (1968a) escrevia: «Na realidade as copas bem desenvolvidas podem estender-se para fora do polígono espaço de crescimento ( $c = 1.0$ )».

Na prática o traçado dos polígonos espaço de crescimento exige cartas de povoamento de considerável extensão a fim de ser possível a adequada escolha dos vizinhos concorrentes. O autor não utilizou estes métodos, pois as suas parcelas de amostra continham apenas 3 a 5 linhas de plantação.

2.2.2 Determinação do *espaço de crescimento* sem a construção do respectivo polígono.

De acordo com a definição de ASSMANN (1961) o *espaço de crescimento* ( $F^*$ ), na sua projecção horizontal, resulta da divisão da superfície do povoamento ( $F$ ) por todas as árvores ( $N$ ) de acordo com a expressão

$$F^* = F/N$$

o que para povoamentos jovens e nas estações férteis não deverá andar muito longe da realidade.

Tomando em conta as apertadas relações entre o diâmetro da copa ( $Krd$ ) e  $d$ , e sabendo que podemos considerar o espaço de crescimento da árvore isolada directamente relacionado com as dimensões da copa (boas classes de qualidade), não nos espanta que WEIHE (1975) tenha proposto as seguintes fórmulas para o seu cálculo:

$$F_d^* = \frac{F}{N} \cdot \frac{d_j}{\bar{d}}$$

onde  $F_d^*$  representa o espaço de crescimento de acordo com WEIHE (1975),  $F$  a área do povoamento,  $\bar{d}$  o seu diâmetro médio e  $d_j$  o diâmetro da árvore central  $j$ . A fórmula anterior substitui-se com vantagem por

$$F_d^* = F \cdot \frac{d_j}{\sum d}$$

De facto

$$F_d^* = \frac{F}{N} \cdot \frac{d_j}{d}$$

$$F_d^* = \frac{F}{N} \cdot \frac{d_j}{\frac{\sum d}{N}}$$

$$F_d^* = \frac{F}{N} \cdot \frac{d_j \cdot N}{\sum d} \quad \text{logo} \quad F_d^* = F \cdot \frac{d_j}{\sum d}$$

WEIHE (1975) não excluiu o uso da altura ( $h_j$ ) para entrar em conta com a dimensões relativas das árvores no cálculo do espaço de crescimento ( $F_h^*$ )

$$F_h^* = F \cdot \frac{h_j}{\sum h}$$

Em 1978 WEIHE substituiu o diâmetro pela área basal correspondente tendo passado a determinar o espaço de crescimento conjuntamente para grupos de 6 árvores (6 — Baum-Stichprobe).

Adaptámos estes índices espaço de crescimento aos nossos povoamentos de pinheiro silvestre como passamos a expôr.

2.2.2.1. Determinação de  $F^*$  em povoamentos jovens de pinheiro silvestre segundo três métodos distintos.

Como se referiu atrás só o crescimento em altura é significativo nos povoamentos jovens. É do conhecimento geral que as árvores começam por se desenvolver em altura antes do engrossamento atingir expressão assinalável. Na Tabela 1 refere-se o esquema de amostragem usado para as variáveis diâmetro ( $d$ ) e altura ( $h$ ).

TABELA 1

Esquema de medição da altura (h) e do diâmetro (d) das parcelas de amostra de CARVALHO OLIVEIRA (1980)

Plantação t = 0		Medição realizada em 1978			
0	1	2	3.....	t	
0	$h_1$	$h_2$	$h_3$ .....	$h_t$	(árvores vivas)
					$d_i = d$ (árvores vivas e mortas)
0	$h'_1$	$h'_2$	$h'_3$ .....	$h'_t$	(árvores mortas)

Assim enquanto a altura das árvores mortas ( $h'$ ) e vivas ( $h_i$ ) pode ser seguida desde o momento da plantação, medindo as distâncias entre verticilos, o diâmetro ( $d_i = d$ ) refere-se apenas ao ano de 1978.

O espaço de crescimento de cada árvore foi então calculado por três métodos diferentes, seguindo as sugestões de WEIHE (1975), por intermédio das três fórmulas:

$$1) F_d^* = F \cdot \frac{d_i}{d}$$

$$2) F_{h78}^* = F \cdot \frac{h_{j(78)}}{\sum h_{78}}$$

$$3) F_{h75}^* = F \cdot \frac{h_{j(75)}}{\sum h_{75}}$$

onde  $h_{j(78)}$  e  $h_{j(75)}$  são as alturas da árvore central j em 1978 e 1975 respectivamente e  $h_{78}$  e  $h_{75}$  as alturas de cada vizinho nos mesmos anos.

Seguidamente procurou estabelecer-se a relação entre o espaço de crescimento, calculado para cada árvore individual, e o acréscimo em altura dos últimos três anos ( $i_{h3} = h_{78} - h_{75}$ ). Na Tabela 2 exemplifica-se o cálculo do espaço de crescimento  $F_d^*$  para algumas árvores da parcela de amostra 1 do povoamento 31.

TABELA 2

Cálculo de  $F_d^*$  para algumas árvores da parcela de amostra 1 do povoamento 31

Árvore NR.	$d_j$ (cm)	$\Sigma d$ (cm)	F (m <sup>2</sup> )	$F_d^*$ (m <sup>2</sup> )
32 128	5.90	64.50	13.50	1.235
32 129	2.80			0.586
321 210	4.60			0.963
321 211	2.20			0.460
321 212	2.60			0.544

2.2.2.1.1. A diferença entre os três espaços de crescimento calculados.

Com o emprego do teste da diferença de VAN DER WAERDEN e NIEVERGELT (1956) pode-se determinar se duas medições da mesma grandeza e referidas ao mesmo conjunto de indivíduos, se distinguem ou não. Caso afirmativo o teste diz-nos qual é, em média, superior. O seu emprego às diferenças entre  $F_{h78}^*$  e  $F_{h75}^*$  e entre  $F_d^*$  e  $F_{h75}^*$  levou às seguintes conclusões:

- 1) Entre  $F_{h78}^*$  e  $F_{h75}^*$  não há diferença estatisticamente assegurada
- 2) Entre  $F_d^*$  e  $F_{h75}^*$  só para um dos povoamentos amostrados se podia dizer que o índice espaço de crescimento referido à altura 1975 era em média superior ao índice espaço de crescimento referido ao diâmetro à altura do peito de 1978.

2.2.2.2. A relação entre os três espaços de crescimento e o acréscimo em altura ( $i_{ha}$ ) de cada árvore.

Referindo-se a relação entre o acréscimo em altura ( $i_{ha}$ ) e o espaço de crescimento a árvores individuais, há toda a conveniência no seu agrupamento segundo as classes de qualidade das estações respectivas. Não admira portanto que tenhamos considerado 3 grupos de árvores, de acordo com a localização das respectivas parcelas, investigando depois o mais adequado modelo matemático para descrever a relação em causa com o auxílio da biblioteca de programas

BMDP (1). Com o auxílio dos valores de  $R^2$  (coeficiente de determinação), do teste F e do índice de FURNIVAL (I) escolheu-se o modelo mais adequado do ponto de vista da sua significância estatística.

Na Tabela 3 apresentamos os modelos matemáticos eleitos para a relação

$$i_{hs} = f(F_d^*)$$

para cada um dos três grupos de árvores.

TABELA 3

Relação entre o espaço de crescimento  $F_d^*$  para as árvores dos grupos A, B e C e o acréscimo em altura  $i_{hs}$ .

GRUPO	EQUAÇÃO DE REGRESSÃO	n	$R^2$	$\hat{F}$
A	$\text{LOG } i_{hs} = 0.055 + 0.395 \text{ LOG } F_d^*$	57	0.5269	61.25 ***
B	$i_{hs} = 2.250 / (1 + 2.432 e^{-1.532 F_d^*})$	72	0.6450	127.169***
	$i_{hs} = 0.689 + 0.676 F_d^*$	72	0.6418	125.410***
C	$i_{hs} = 1.218 + 0.630 \text{ LOG } F_d^*$	90	0.3203	41.464***

Para o Grupo B dois modelos matemáticos dão praticamente a mesma precisão: a função logística e a regressão linear. Do ponto de vista biométrico a relação linear não deve ser aceita pois é do conhecimento geral que o acréscimo em altura não aumenta indefinidamente com o espaço de crescimento.

A função logística é portanto eleita (Figura 4). Repare-se que os coeficientes de determinação obtidos são maiores para o conjunto de árvores equiênias (B) e dentro dos grupos inequiênias para a melhor classe de qualidade (A).

(1) Biblioteca de Programas BMDP da Universidade da Califórnia, Los Angeles (UCLA), versões de 1975 e 1977, em linguagem FORTRAN IV.

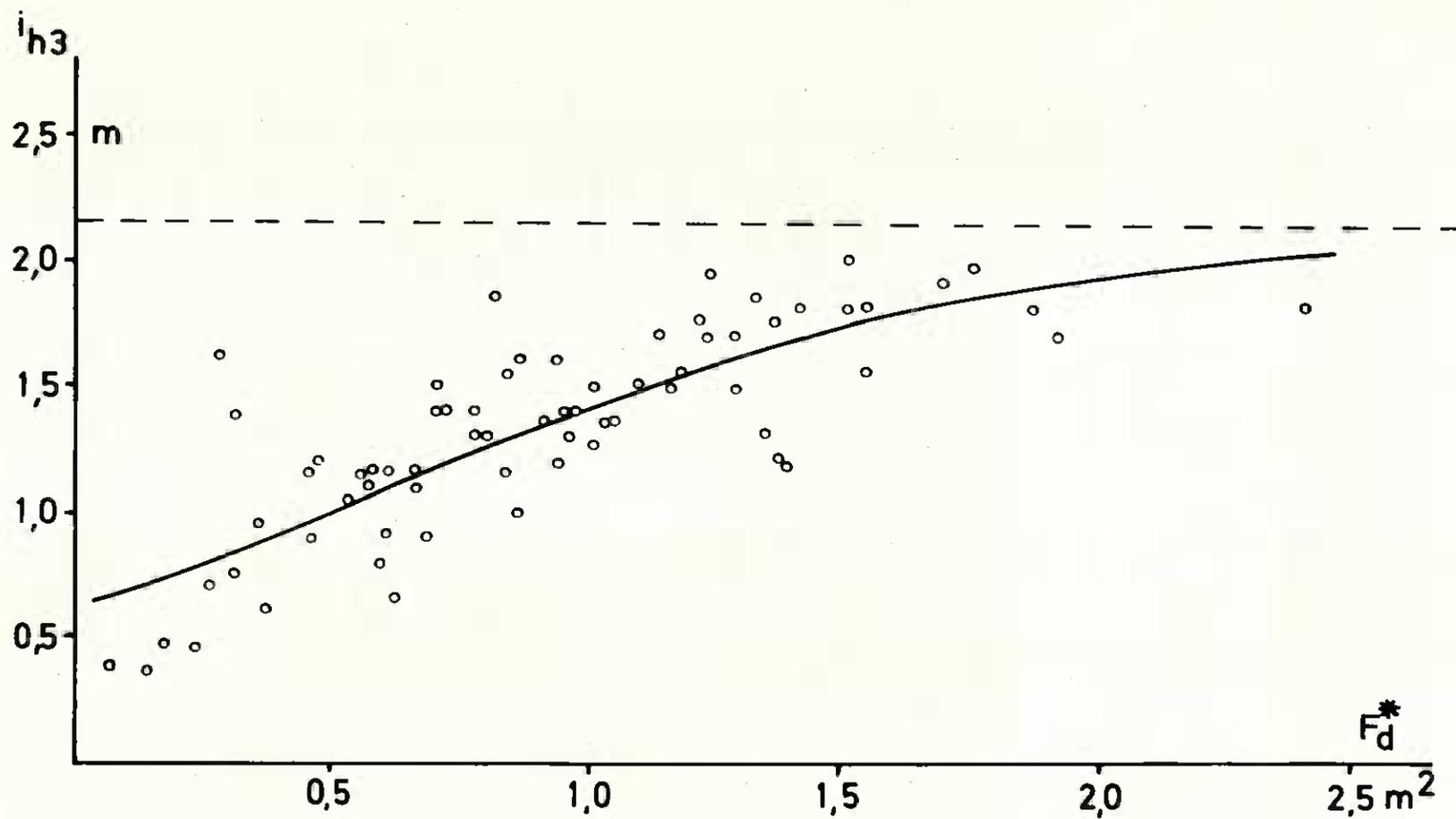


Fig. 4 — Relação entre  $F_d^*$  e  $i_{h3}$  para o grupo B

Na Tabela 4 apresentamos os modelos matemáticos escolhidos para as relações

$$i_{hs} = f(F_{h78}^*) \quad \text{e} \quad i_{hs} = f(F_{h75}^*)$$

A relação  $i_{hs} = f(F_{h78}^*)$  foi então investigada pelo autor apenas para o grupo B para efeitos de comparação com o modelo  $i_{hs} = f(F_d^*)$ . Estes dois modelos referem-se a um acréscimo em altura de 1975 a 1978 e a alturas e diâmetros medidos em 1978 ( $h_{78}$  e  $d$ ).

Ao comparar a Tabela 3 com a Tabela 4 é evidente o menor grau de precisão dos modelos desta última. Os coeficientes de determinação ( $R^2$ ), das estimativas de  $i_{hs}$  a partir dos valores de  $F_{h75}^*$  e  $F_{h78}^*$  são consideravelmente menores do que o das estimativas de  $i_{hs}$  a partir de  $F_d^*$  apesar de todos eles serem significantes. Este resultado confirma, para os povoamentos jovens, a ideia de que a variável altura é muito menos sensível à concorrência do que a variável diâmetro ( $d$ ).

TABELA 4

Modelos matemáticos escolhidos para as relações  $i_{hs} = f(F_{h78}^*)$  e  $i_{hs} = f(F_{h75}^*)$

GRUPO	EQUAÇÃO DE REGRESSÃO	n	R <sup>2</sup>	$\hat{F}$
B	LOG $i_{hs} = 0.095 + 0.919 \text{ LOG } F_{h78}^*$	72	0.5965	99.288***
A	LOG $i_{hs} = 0.038 + 0.403 \text{ LOG } F_{h75}^*$	57	0.3269	26.916***
B	$i_{hs} = 2.650 / (1 + 3.619 e^{-1.240 F_{h75}^*})$	72	0.3269	33.960***
	$i_{hs} = 0.562 + 0.742 F_{h75}^*$	72	0.3301	34.499***
C	$i_{hs} = 1.701 / (1 + 2.898 e^{-2.830 F_{h75}^*})$	91	0.2042	22.834***

Mais se concluiu que, para o grupo B, a precisão do modelo  $i_{hs} = f(F_{h78}^*)$  (Figura 5) era bastante superior à da equação  $i_{hs} = f(F_{h75}^*)$ . De facto a altura medida em 1978 ( $h_{78}$ ) inclui já o acréscimo em altura dos últimos três anos ( $i_{hs}$ ) enquanto a altura em 1975 ( $h_{75}$ ) irá funcionar como indicador de  $i_{hs}$ .

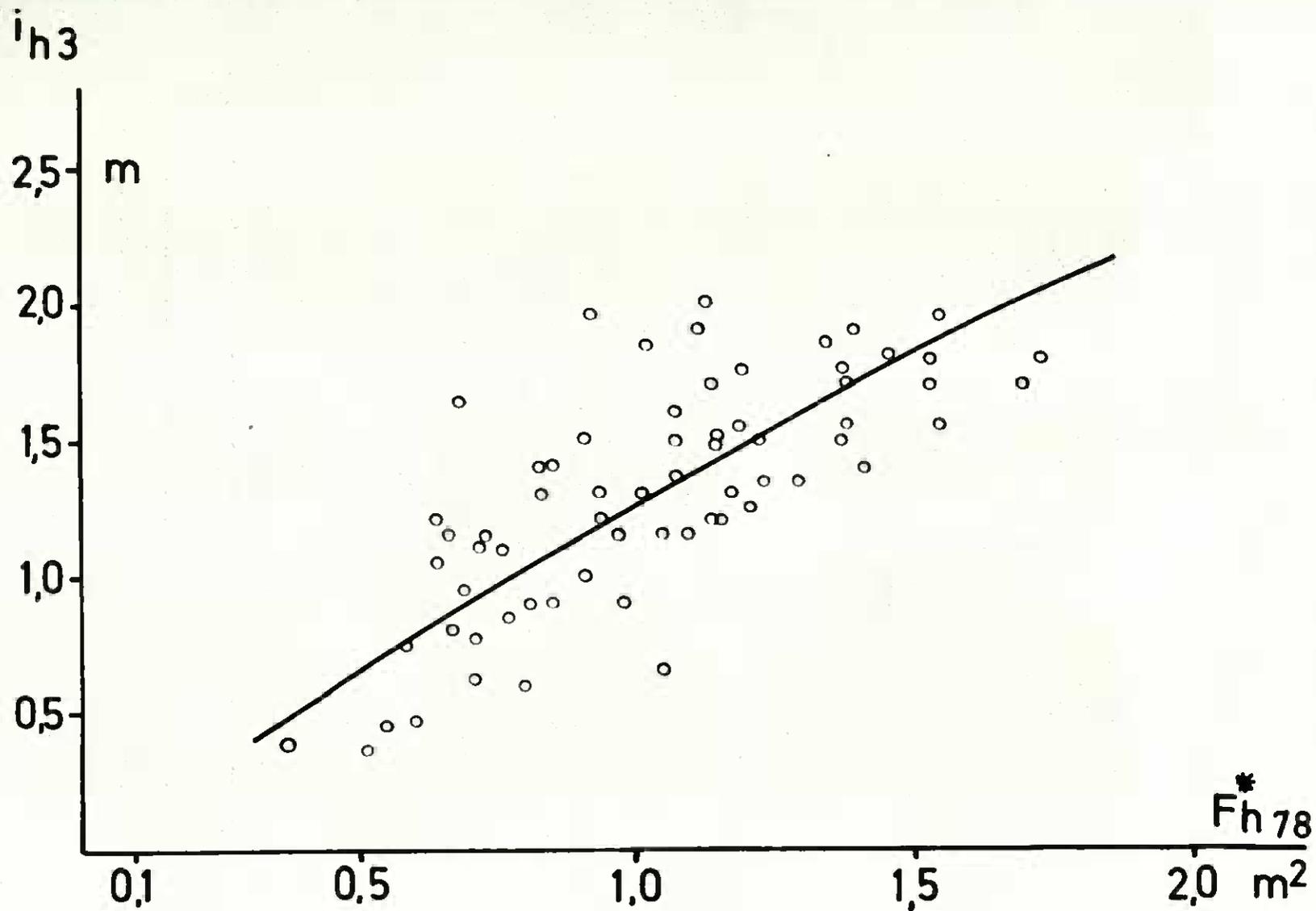


Fig. 5 — Relação entre  $F_{h78}^*$  e  $i_{h3}$  para as árvores do grupo B

2.2.2.3. A relação entre os três espaços de crescimento, o diâmetro (d) e a altura (h) com o acréscimo em altura ( $i_{hs}$ ).

Será o espaço de crescimento, que devemos entender como uma medida da concorrência a que uma árvore está sujeita, estatisticamente significante na explicação do acréscimo em altura, quando o diâmetro (d) e a altura (h) estão presentes? Entende-se neste caso que d e h serão os parâmetros que reflectem as condições de crescimento passadas. Procura-se assim verificar em que medida estas duas variáveis, em conjunto com o espaço de crescimento, serão capazes de prever o crescimento futuro.

Os modelos ensaiados referiam-se às três seguintes funções:

$$1) \quad i_{hs} = f(F_d^*, d)$$

$$2) \quad i_{hs} = f(F_{h_{75}}^*, h_{75})$$

$$3) \quad i_{hs} = f(F_{h_{78}}^*, h_{78}) \quad (h_{78} = h)$$

Com a ajuda do processo «STEPWISE REGRESSION» de DRAPER e SMITH (1966) e do programa BMDP — 2R, verificou-se que:

1. Em relação aos modelos 1) e 2), para os grupos A e C, não eram as variáveis d e h significantes quando  $F_d^*$  e  $F_{h_{75}}^*$  se encontravam já na regressão. Ficaram assim os modelos matemáticos das Tabelas 3 e 4 como os adequados. No que diz respeito ao grupo B no modelo 1)  $F_d^*$  deixou de ser significativo obtendo-se então a função de regressão que apresentamos na Tabela 5.

TABELA 5

*Modelo matemático para a relação entre  $i_{hs}$  e d*

GRUPO	EQUAÇÃO DE REGRESSÃO	n	R <sup>2</sup>	$\hat{F}$
B	$i_{hs} = 0.635 + 0.197 d$	72	0.6845	151.866***

enquanto no modelo 2) quer  $F_{h_{75}}^*$  quer  $h_{75}$  se mostraram significativos (Tabela 6).

TABELA 6

Modelo matemático adequado para a relação  $i_{h_2} = f(F_{h_{75}}, h_{75})$

GRUPO	EQUAÇÃO DE REGRESSÃO	n	R <sup>2</sup>	$\frac{A}{F}$
B	$i_{h_2} = \left[ 2.650 / (1 - 8.559 e^{-0.630 F_{h_{75}}^*}) \right] - 0.696 h_{75}$	72	0.4896	33.096***

Com o programa BMDP-2R «STEPWISE REGRESSION», de acordo com o procedimento de DRAPER e SMITH (1966), testa-se o significado estatístico de cada variável também com o teste F.

2. Em relação ao modelo 3) a variável  $F_{h_{75}}$  não era mais significativa quando  $h_{75}$  se lhe juntava na equação. Como resultado obteve-se a seguinte função (Tabela 7).

TABELA 7

Modelo matemático adequado à relação entre  $i_{h_2}$  e  $h_{75}$

GRUPO	EQUAÇÃO DE REGRESSÃO	n	R <sup>2</sup>	$\frac{A}{F}$
B	$\text{LOG } i_{h_2} = 0.592 + 1.326 \text{ LOG } h_{75}$	72	0.8153	389.977***

2.2.3. A projecção horizontal da copa tomada como espaço de crescimento.

De acordo com VAN LAAR (1973 a) pode tomar-se a área da projecção horizontal da copa duma árvore como igual à do seu polígono espaço de crescimento. Segundo ele, o método de BROWN (1965) é subjectivo ao empregar a perpendicular a meio da distância que une a árvore central às árvores vizinhas, o que certamente não será válido para todos os povoamentos, enquanto que para o método de PRODAN (1968a) e STOEHR (1963) continua a ser problemática e definição dos vizinhos concorrentes.

O método de VAN LAAR (1973 a) só pode aceitar-se para povoamentos a que correspondam graus de cobertura próximos do máximo teórico para os povoamentos de compassos irregulares pois, para graus

de cobertura mais baixos, certamente que a área da projecção horizontal da copa é inferior ao espaço de crescimento.

O autor desenhou para cada uma das suas parcelas uma carta do povoamento tendo depois proposto um índice de concorrência baseado na área da projecção horizontal da copa e avaliado em que medida este podia explicar o acréscimo em altura da árvore individual, no caso dos povoamentos jovens de pinheiro silvestre com que trabalhava.

### 2.2.3.1. Cartas de povoamento

Para o seu traçado é indispensável a medição dos raios da copa e das coordenadas cartesianas de cada árvore do povoamento. Desenha-se depois a projecção horizontal da copa de cada árvore como uma circunferência ou como quatro quartos de elipse. Para isso temos de verificar se, em média, o diâmetro da copa na linha de plantação é ou não diferente do diâmetro da copa perpendicular à mesma linha através do teste do sinal de VAN DER WAERDEN e NIEVERGELT (1956). O autor desenvolveu um pequeno programa em linguagem FORTRAN IV onde como INPUT figuram os quatro raios da copa de cada árvore  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  e  $r_4$ . Supondo que os raios da linha de plantação são  $r_1$  e  $r_3$ , o programa vai calcular para cada árvore, a seguinte diferença:

$$(r_1 + r_3) - (r_2 + r_4) = r_{1..3} - r_{2..4}$$

Esta diferença pode ser positiva, negativa ou nula. Se  $r_{1..3}$  e  $r_{2..4}$  seguirem a mesma função de distribuição será a probabilidade da diferença  $r_{1..3} - r_{2..4}$  ser positiva igual à probabilidade de ser negativa (VAN DER WAERDEN e NIEVERGELT, 1956).

Por outras palavras das diferenças calculadas metade serão negativas e outra metade positivas. Com a ajuda da distribuição binomial para  $p = q = \frac{1}{2}$  calcularam depois, os referidos autores, os intervalos de confiança  $K$  e  $(n-K)$  entre os quais deve estar o número de diferenças positivas para que os dois diâmetros se possam considerar iguais.

Caso o número de diferenças positivas esteja fora do intervalo de confiança podemos dizer que os dois diâmetros se distinguem de modo significativo devendo a projecção horizontal da sua copa ser desenhada como quatro quartos de elipse.

Na Tabela 8 apresentamos, para alguns povoamentos jovens de pinheiro silvestre, os resultados obtidos com o teste da diferença.

TABELA 8

Aplicação do teste da diferença à distinção entre os dois diâmetros da copa ( $r_1 + r_2$ ) e ( $r_3 + r_4$ ) para alguns povoamentos de CARVALHO OLIVEIRA (1980)

Povoamento	$(r_1 + r_2) - (r_3 + r_4)$			Resultado do teste
	0	+	-	
11	8	17	35	— (circunf.)
13	1	11	19	— (circunf.)
31	6	10	32	* (elipse)
32	11	12	31	* (elipse)

Aplicado o referido teste desenha-se a carta do povoamento respectiva. Na Figura 6 apresenta-se a carta de copas do povoamento 13 e na Figura 7 a carta de copas do povoamento 32, parcela 3, ambas de CARVALHO OLIVEIRA (1980). Para a construção das cartas com elipses este autor desenvolveu programa apropriado também em linguagem FORTRAN IV.

#### 2.2.3.2. Um novo índice de concorrência de copas

Em face das cartas dos povoamentos pode-se medir, por exemplo com a ajuda de papel milimétrico, a área da copa livre (KrF) e em sobreposição (KrO) de cada árvore.

Definimos então um novo *índice de concorrência* KrI através da seguinte expressão:

$$\text{KrI} = \frac{\text{KrO}}{\text{KrF} + \text{KrO}} \cdot 100$$

procurando por seu intermédio obter uma informação sobre a situação de concorrência de cada árvore. Assim grandes valores de KrI significarão grande pressão de concorrência na medida em que grande parte da copa da árvore será compartilhada com a dos vizinhos.

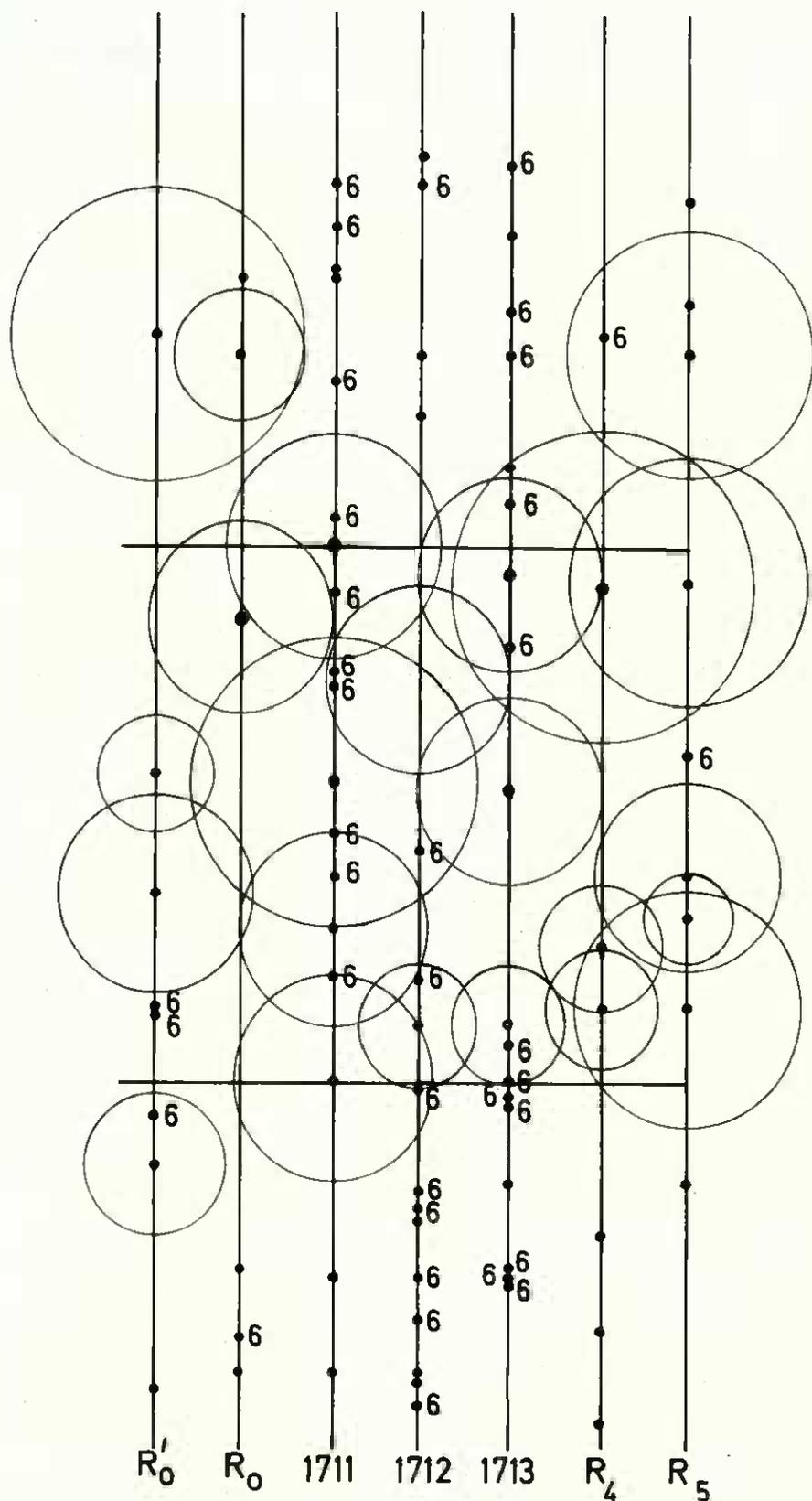
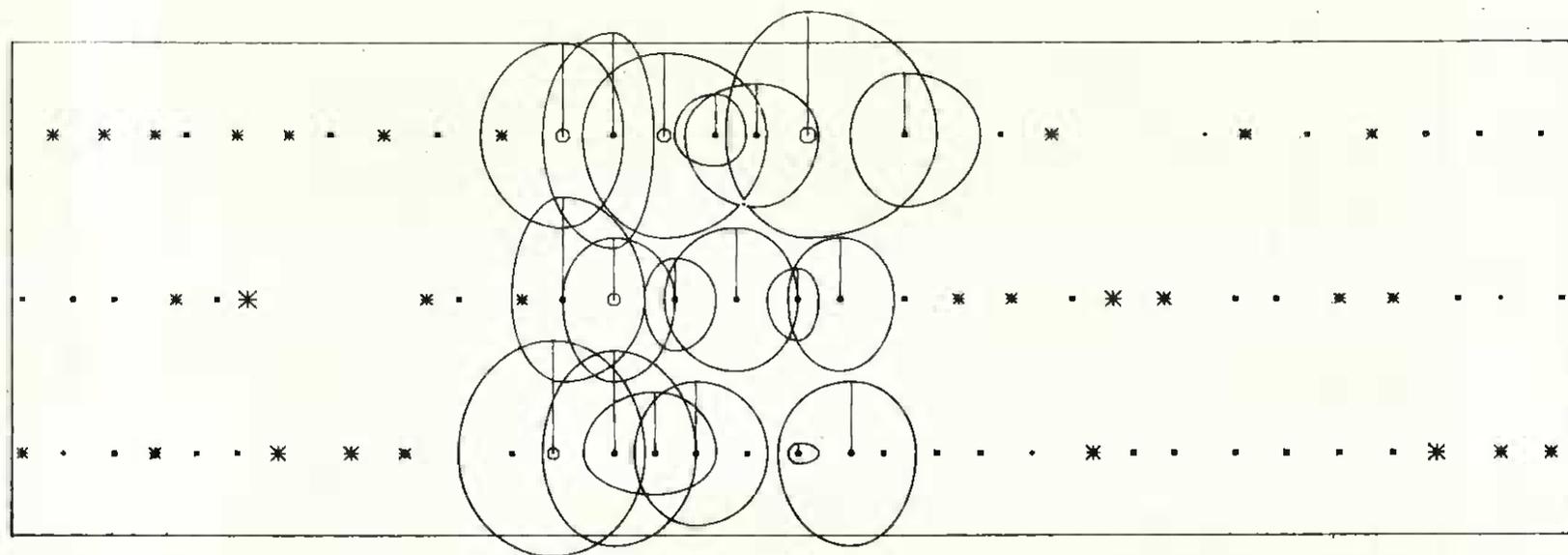


Fig. 6 — Carta de copas do povoamento 13 segundo CARVALHO OLIVEIRA (1980). O número 6 indica árvores mortas enquanto R', R<sub>0</sub>, 1711, 1712, 1713, R<sub>4</sub> e R<sub>5</sub> identificam linhas de plantação



BESTAND 32 PARZELLE 3

Fig. 7 — Carta de copas do povoamento 32 segundo CARVALHO OLIVEIRA (1980). A posição das árvores está identificada com diferentes símbolos de acordo com o respectivo diâmetro

### 2.2.3.2.1. A relação entre $KrF$ e o espaço de crescimento $F_d^*$

Tal comparação só tem significado nos povoamentos jovens pois então teremos a totalidade do povoamento «coberto» pela projecção horizontal das copas das árvores. De facto tal comparação em povoamentos mais idosos, em que as copas das árvores não se tocam deixando grandes espaços entre elas levaria, sempre à conclusão que a área da copa livre ( $KrF$ ) é menor que  $F_d^*$ .

Para os povoamentos com que trabalhámos ficou demonstrado, também por intermédio do teste do sinal de VAN DER WAERDEN e NIEVERGELT (1956), que  $F_d^*$  era significativamente maior que  $KrF$ .

### 2.2.3.2.2. Relação entre o índice de concorrência $KrI$ e a classe KRAFT de cada árvore.

A Figura 8 apresenta a relação obtida pelo autor, entre a classe Kraft e o índice  $KrI$  de cada árvore, dum dos povoamentos da floresta de FREIHOELSER.

Dela pode concluir-se:

- 1) Em todas as classes Kraft há árvores com um índice de concorrência  $KrI = 100\%$ .
- 2) Particularmente importante é a linha a ponteados nesta figura. Por ela se concluiu:
  - as árvores sem sobreposição de copas ( $KrI$  entre 10 e 20%) só existem nas classes Kraft 1 e 2 (dominantes).
  - as árvores das classes Kraft 4 e 5 têm pelo menos 50% da área da projecção horizontal das suas copas compartilhada com as árvores vizinhas.

### 2.2.3.2.3. Relação entre o índice de concorrência $KrI$ e $i_{h_3}$ .

Pelo que atrás se expôs será de esperar uma fraca correlação entre estas duas variáveis. De facto segundo a Figura 9, para três povoamentos diferentes, é clara a não correlação entre estas duas variáveis. Para  $KrI = 100\%$  varia  $i_{h_3}$  entre 0.38 e 1.9 metros.

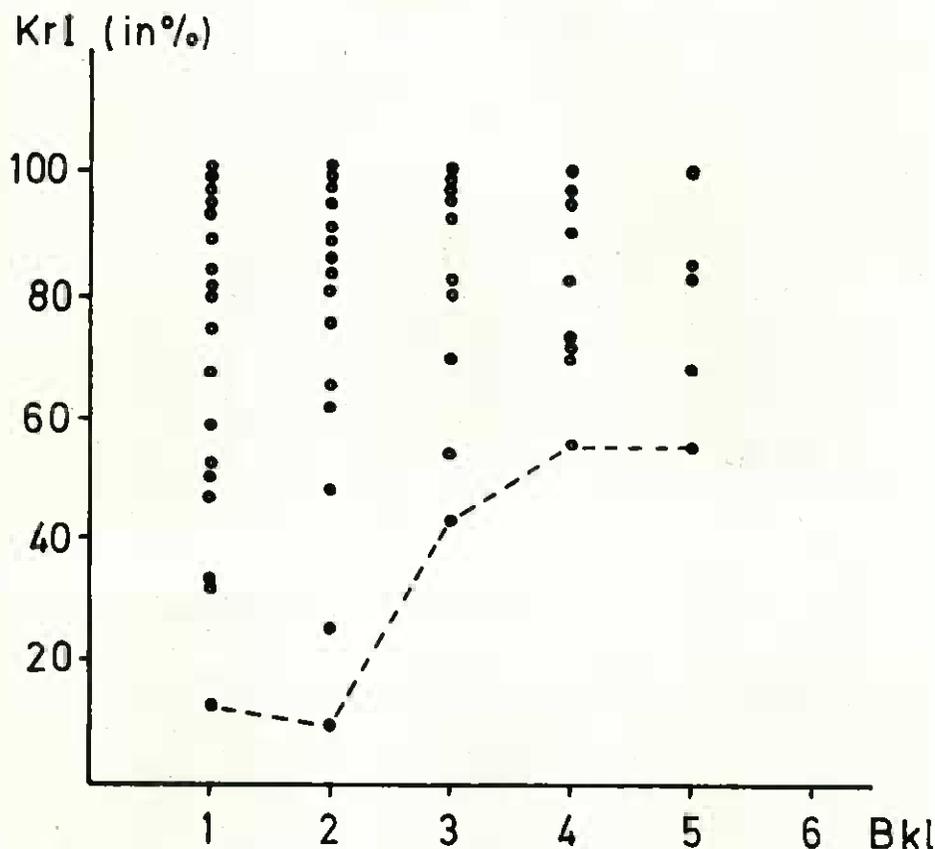


Fig. 8 — Relação entre o índice *Kri* e a classe *Kraft* (*Bkl*) para as árvores da floresta de *FREIHOELSER* (segundo *CARVALHO OLIVEIRA* 1980)

### 2.3. Os índices de concorrência de origem anglo-saxónica

Passaremos agora em revista os mais importantes destes, índices de concorrência.

#### 2.3.1. Os índices de concorrência «clássicos»

Como se referiu na introdução, os autores americanos basearam a caracterização da situação de concorrência de cada árvore no *círculo de competição*, a definir por critérios apropriados para cada caso. Assim apareceram os primeiros índices de concorrência que designamos por «clássicos».

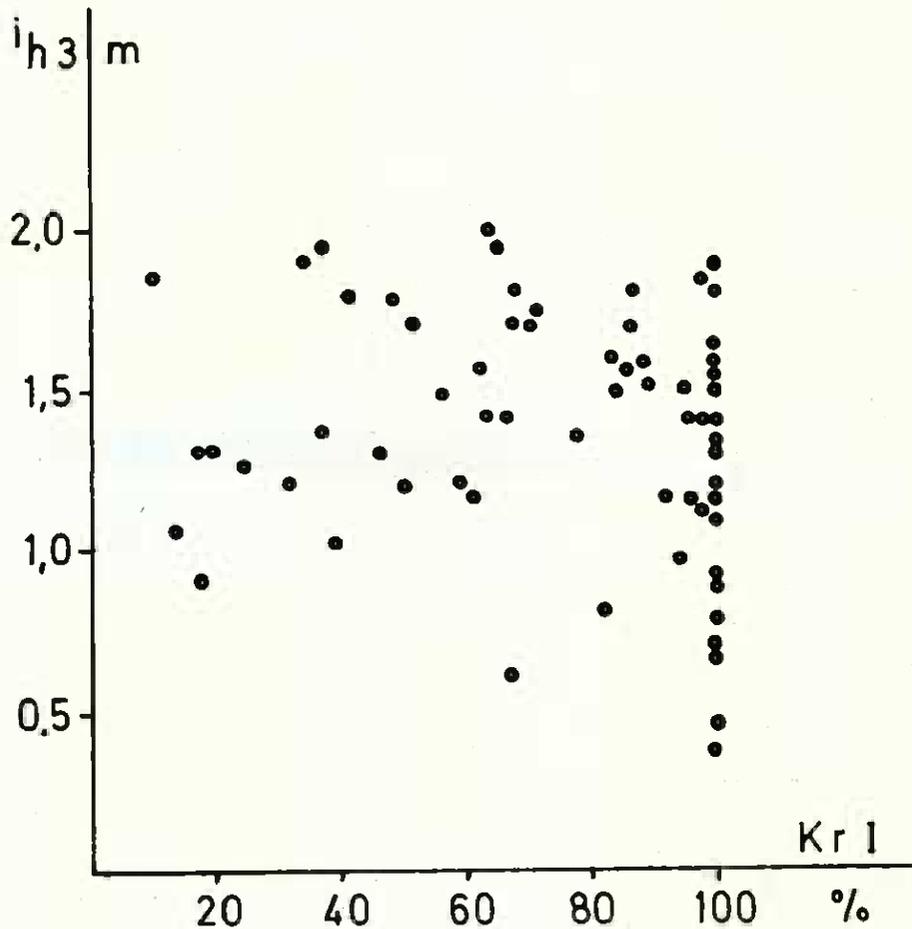


Fig. 9 — Relação entre o índice de concorrência  $Kr I$  e o acréscimo  $i_h$ , segundo CARVALHO OLIVEIRA (1980)

OTTORINI (1978) refere que foi STAEBLER, quem, pela primeira vez em 1951, definiu um índice de concorrência (ver Figura 10). Apareceram depois, entre outros, os trabalhos de NEWNHAM (1964), OPIE (1968), GERRARD (1967), BELLA (1971) e KEISTER (1971, 1972 e 1975). Os modelos por eles desenvolvidos começam por definir, para cada árvore, um círculo de concorrência o que vai permitir a medição das áreas em sobreposição respectivas. Neste caso consideram-se como vizinhos duma árvore todas aquelas cujos círculos de competição vêm a interceptar o círculo da árvore central. Na refe-

rida Figura 10 de OTTORINI (1978) exemplifica-se o cálculo de diferentes índices de concorrência CI de acordo com a metodologia dos vários autores.

Designando a árvore central pelo índice  $j$  e as vizinhas pelos índices  $i$  teremos segundo OTTORINI (1978):

1. Medidas lineares ( $a_{ij}$ ) de acordo com STAEBLER (OTTORINI 1978):

$$CI_{j(s)} = \sum_{i=1}^n a_{ij}$$

2. Medidas angulares ( $\alpha_{ij}$ ) de acordo com NEWNHAM (1964):

$$CI_{j(N)} = \sum_{i=1}^n \alpha_{ij} \cdot \frac{Krr_i}{Krr_j}$$

( $Krr_i = r_i$ ;  $Krr_j = r_j$ )

3. Medidas de área de acordo com GERRARD (1967) e OPIE (1968):

$$CI_{j(O)} = \frac{1}{ZA_j} \sum_{i=1}^n ZO_{ij}$$

E de acordo com BELLA (1971):

$$CI_{j(B)} = \frac{1}{ZA_j} \sum_{i=1}^n ZO_{ij} \left( \frac{d_i}{d_j} \right)^{K_i}$$

Onde  $n$  é o número de vizinhos;  $ZA_j$  a superfície do círculo de concorrência da árvore central  $j$ ;  $ZO_{ij}$  a superfície do círculo de concorrência da árvore central  $j$  em sobreposição com os  $i$  vizinhos;  $K_i$  um expoente;  $Krr_i$  o raio da copa do vizinho  $i$  e  $Krr_j$  o raio da copa da árvore central  $j$ .

Para a definição do *círculo de competição*, ou melhor do seu raio (CR), usaram os diferentes autores uma função linear ou parabólica de  $d$  do seguinte tipo:

$$CR_i = b_0 + b_1 \cdot d \text{ ou}$$

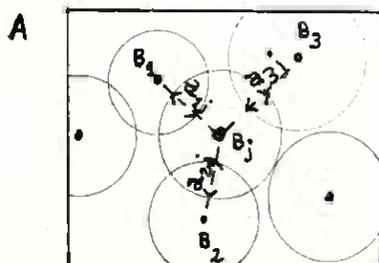
$$CR_i = b_0 + b_1 \cdot d + b_2 \cdot d^2$$

ajustada com uma constante ( $K_2$ )

$$CR = CR_i \cdot K_2$$

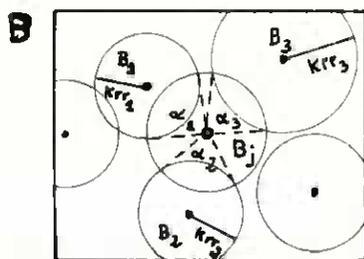
Assim, por exemplo GERRARD (1967), calculou o seu índice de concorrência  $CI_{j(n)}$  para diferentes valores de CR ( $K_2 = 1, 2, 3...$ ), logo pudemos dizer que experimentou círculos de concorrência de raio variável, tendo depois procurado explicar o acréscimo em área basal da árvore individual de acordo com o seguinte modelo

$$i_g = f (CI_{j(n)}, d)$$



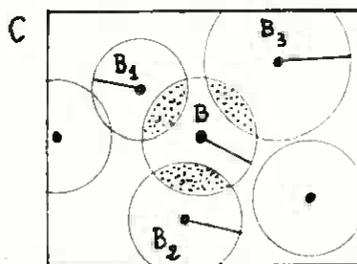
$$CI_{j(n)} = \sum_{i=1}^n a_{ij}$$

(STAEBLER 1951)



$$CI_{j(n)} = \sum_{i=1}^n \alpha_{ij} \cdot \frac{Kr r_j}{Kr r_j}$$

(NEWMAN 1964)



$$CI_{j(n)} = \frac{1}{ZA_j} \sum_{i=1}^n zo_{ij}$$

(GERRARD 1967)  
(OPIE 1968)

$$CI_{j(n)} = \frac{1}{ZA_j} \sum_{i=1}^n zo_{ij} \cdot (a_i/a_j)^{K_1}$$

(BELLA 1971)

Fig. 10 — Diferentes métodos de cálculo dos índices de concorrência  $CI_j$  de acordo com OTTORINI (1978)

STAEBLER (OTTORINI 1978), GERRARD (1967) e OPIE (1968) não encontraram qualquer relação significativa entre os índices de concorrência e os acréscimos em diâmetro à altura do peito (períodos de 3 a 5 anos).

BELLA (1971), quem pela primeira vez conseguiu resultados positivos, explicava os insucessos anteriores pela não consideração das dimensões relativas da árvore central e seus vizinhos concorrentes no cálculo do índice de concorrência. Assim para estes índices não se considerava a diferença entre a pressão de concorrência quando exercida por duas árvores de igual dimensão ou por árvores de dimensões diferentes.

O índice de concorrência de BELLA (1971), foi ensaiado para as seguintes espécies: *Populus tremula*, *Eucalyptus* spp, *Pinus banksiana*, *Pinus resinosa* e *Pseudotsuga menziesii*. O círculo de competição de cada árvore era definido a partir do tamanho da copa duma árvore solitária de igual diâmetro ajustado por uma constante  $K_s$  a determinar posteriormente. BELLA (1971) explicou depois o acréscimo em diâmetro ( $i_d$ ) através da seguinte regressão:

$$i_d = b_0 + b_1 \cdot CI_{j(B)} + b_2 \cdot CI_{j(B)}^2 + b_3 \cdot CI_{j(B)}^3$$

Repare-se que o diâmetro não figura nesta última expressão. De facto mostrou-se não significativa quando da aplicação do processo «STEPWISE REGRESSION». De acordo com OTTORINI (1978) o índice de concorrência de BELLA (1971) já voltou a ser aplicado por cientistas canadianos (MOORE et al. 1973) sempre com bons resultados ( $0.7 < R < 0.8$ ).

EK e MONSERND (1974) empregaram, no seu simulador de crescimento, o seguinte índice de concorrência ( $CI_{j(E)}$ ) que se pode considerar derivado do de BELLA (1971):

$$C_j = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{ZO_{ij}}{ZA_j} \cdot \frac{h_i \cdot Krr_i}{h_j \cdot Krr_j} \right]$$

$$CI_{j(E)} = C_j \cdot TOL$$

Na primeira expressão  $ZA_j$  representa a zona de influência da árvore central, a definir como um círculo de raio igual ao duma árvore solitária de igual altura. Com os produtos

$$h_i \cdot Krr_i \quad \text{e} \quad h_j \cdot Krr_j$$

os autores pretendem tomar em consideração o tamanho das árvores no cálculo do respectivo índice. A constante TOL da segunda expressão foi definida como podendo tomar valores entre 0 e 1,

tanto mais baixos quanto mais tolerantes as espécies em causa. Por seu intermédio pudemos passar do índice de concorrência provisório ( $C_j$ ) ao definitivo ( $CI_j$  (B)).

### 2.3.2. Os novos índices de concorrência

Segundo OTTORINI (1978), nota-se um emprego crescente de medidas da copa, no cálculo dos mais recentes índices de concorrência. Além dos trabalhos de ARNEY (1972) e HONER (1971, 1972) aparece em 1975, com particular significado, o trabalho de MITCHELL. Este autor, que trabalhava com povoamentos de *Pseudotsuga menziesii*, apresentou o seguinte índice de concorrência

$$CI_M = \frac{FV}{FV_{max}}$$

onde FV representa o volume de folhas ou agulhas duma árvore e  $FV_{max}$  o volume máximo teórico duma árvore com a mesma altura. De acordo com a Figura 11, nas árvores solitárias, o acréscimo em volume da árvore isolada é função de  $FV_{max}$ . Pelo contrário para as árvores em povoamento tal relação não se verifica, tendo MITCHELL (1975) mostrado que se pode estimar o acréscimo em volume duma árvore em função do quociente  $FV/FV_{max}$  tomado como índice de concorrência.

MITCHELL (1975) obteve a função

$$i_v = 0.0001012 FV^{1.20} \cdot \left(1 - \text{LN} \frac{FV}{FV_{max}}\right)^{1.287}$$

com um  $R = 0.94$  para a relação entre o acréscimo em volume ( $i_v$ ) e o índice de concorrência  $FV/FV_{max}$  de 43 árvores isoladas.

De acordo com OTTORINI (1978) este índice é apropriado para árvores de todas as classes, idades e dimensões. Nunca tinha sido encontrada tão alta correlação ( $R = 0.94$ ) entre um índice de concorrência e o acréscimo da árvore tomada individualmente.

Também o índice de KEISTER (1971) se deve referir entre os novos índices de concorrência, não pela expressão usada para o seu cálculo, mas sim por o autor ter procurado o seu uso para o prognóstico da mortalidade da árvore individual.

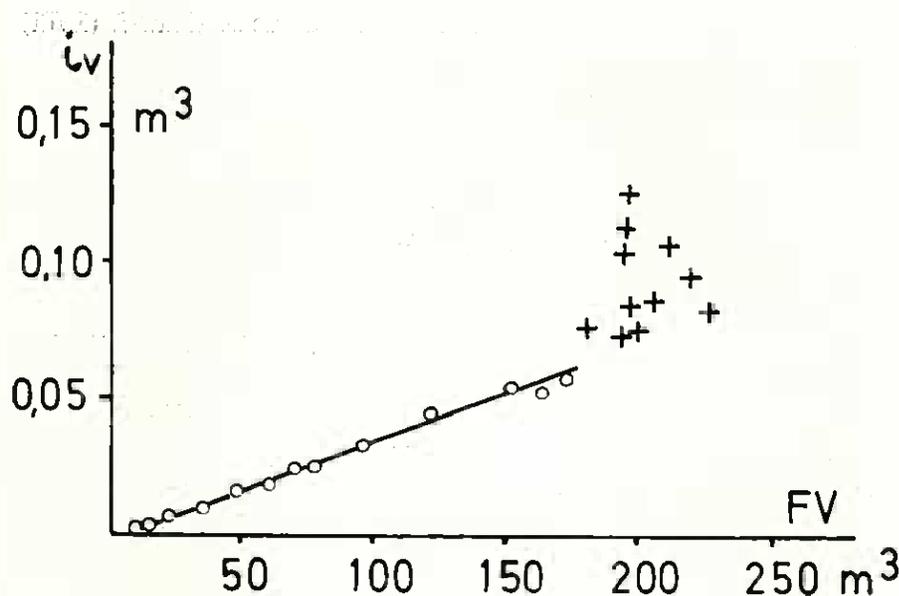


Fig. 11 — Relação entre o volume das folhas da copa (FV) e o acréscimo em volume ( $\Delta v$ ) da árvore tomada individualmente segundo MITCHELL (OTTORINI 1978)

- o árvores solitárias  
+ árvores do povoamento

KEISTER (1971) considera a zona de influência duma árvore circular com um raio (CR) proporcional à sua altura (h). Assim

$$CR = \frac{h \cdot \overline{Krr}}{\overline{h}}$$

onde  $\overline{h}$  é a altura média do povoamento e  $\overline{Krr}$  o raio médio da copa.

Os valores de h e  $\overline{Krr}$  são calculados como funções do d de acordo com os seguintes modelos

$$h = b_0 + b_1 \cdot \text{LOG } d$$

$$\overline{Krr} = b_0 + b_1 \cdot d$$

Determinado o valor CR de cada árvore passa-se ao desenho da carta de copas do povoamento, medindo-se depois a área do círculo de influência de cada árvore ( $ZA_i$ ) bem como as respectivas áreas

em sobreposição ( $ZO_{ij}$ ). O índice de concorrência de KEISTER (1971) tem então a expressão:

$$CI_j (K) = \frac{\sum_{i=1}^n ZO_{ij}}{ZA_j}$$

### 2.3.3. O modelo de HEGYI (1974).

O índice de concorrência usado no modelo de crescimento de HEGYI (1974) para a *Pinus banksiana* veio a mostrar-se particularmente importante no nosso trabalho. Tendo começado por testar os índices de concorrência de ARNEY (1972) e de BELLA (1971), HEGYI (1974) concluiu não serem eles apropriados para a espécie com que trabalhava. De facto a irregularidade das copas de *Pinus banksiana* não permitia a representação da sua projecção horizontal como circunferência tendo este autor apresentado o seguinte índice de concorrência:

$$DCI_j = \sum_{i=1}^n \left( \frac{d_i}{d_j} \cdot \frac{1}{a_{ij}} \right)$$

Onde  $d_i$  é o diâmetro do vizinho  $i$ ;  $d_j$  o diâmetro da árvore central  $j$ ;  $a_{ij}$  a distância entre a árvore central  $j$  e o vizinho  $i$  e  $n$  o número de concorrentes dentro duma circunferência com uma raio de três metros. As correlações entre  $DCI_j$  e  $d$  com o acréscimo em diâmetro ( $d_i$ ) montavam, nas 77 árvores que este autor ensaiou, a  $R = -0.537$  e  $R = -0.385$  respectivamente. O modelo de HEGYI (1974) tem a grande vantagem de não serem necessárias quaisquer medições de copa e de se dispensarem as árvores solitárias no cálculo do respectivo índice de concorrência. Pelo contrário o número de árvores concorrentes é de determinação subjectiva na medida em que se podem considerar como tal um número variável de árvores, de acordo com os diferentes raios considerados para as zonas de influência.

Em 1979 o índice de HEGYI (1974) foi empregue por BRAATHE. Este substituindo  $d$  por  $h$  veio a usar a seguinte expressão:

$$HCI_j = \sum_{i=1}^n \left( \frac{h_i}{h_j} \cdot \frac{1}{a_{ij}} \right)$$

onde  $HCI_j$  é o índice de concorrência para a árvore central  $j$ ;  $n$  o número de vizinhos num círculo com quatro metros de raio;  $h_i$  a

altura do vizinho  $i$ ,  $h_i$  a altura da árvore central  $j$  e  $a_{ij}$  a distância entre a árvore central  $j$  e o vizinho  $i$ .

Também o autor ao trabalhar com povoamentos jovens de pinheiro silvestre substituiu  $d$  por  $h$ . Esta substituição, apesar de lógica, tem os seus inconvenientes pois como já se referiu a altura é muito menos influenciada pela densidade que o diâmetro à altura do peito. Assim a fórmula de HEGYI (1974) pode tomar o seguinte aspecto:

$$HCI_j = \frac{1}{h_j} \sum_{i=1}^n \frac{h_i}{a_{ij}}$$

dado o valor constante da razão  $1/h_j$ . BRAATHE (1979) ensaiou, além de  $\sum_{i=1}^n h_i/a_{ij}$ , os seguintes parâmetros de concorrência:

$$\sum_{i=1}^n \frac{h_i}{\sqrt{a_{ij}}}; \quad \sum_{i=1}^n \frac{h_i^{3/2}}{a_{ij}}; \quad \sum_{i=1}^n \frac{h_i^{3/2}}{\sqrt{a_{ij}}}; \quad \sum_{i=1}^n \frac{h_i^2}{a_{ij}^2}$$

Tendo no entanto concluído que nenhum deles apresentava vantagens sobre  $\sum_{i=1}^n h_i/a_{ij}$ . BRAATHE (1979) ensaiava com povoamentos de *Picea abies* e procurava a correlação entre o acréscimo em altura (3 a 5 anos) e a situação de concorrência de cada árvore. Empregando a expressão

$$i_h = b_0 + b_1 \cdot HCI_j + b_2 \cdot HCI_j^2$$

chegou a coeficientes de determinação entre 0.3 e 0.6.

### 2.3.3.1. Aplicação do índice de concorrência do modelo de HEGYI (1974) aos povoamentos jovens de pinheiro silvestre

Usando o esquema de amostragem referido na Tabela 1, calculamos as três seguintes variantes do índice de concorrência do modelo de HEGYI (1974):

$$1) \quad DCI_j = \sum_{i=1}^6 \left( \frac{d_i}{d_j} \cdot \frac{1}{a_{ij}} \right)$$

onde  $d_i$  e  $d_j$  das árvores concorrentes e da árvore central respectivamente se referem a 1978

$$2) \text{ HCl}_{j(78)} = \sum_{i=1}^6 \left( \frac{h_{i(78)}}{h_{j(78)}} \cdot \frac{1}{a_{ij}} \right)$$

onde  $h_{i(78)}$  e  $h_{j(78)}$  das árvores concorrentes e central respectivamente se referem a 1978

$$3) \text{ HCl}_{j(75)} = \sum_{i=1}^6 \left( \frac{h_{i(75)}}{h_{j(75)}} \cdot \frac{1}{a_{ij}} \right)$$

onde  $h_{i(75)}$  e  $h_{j(75)}$  das árvores concorrentes e central respectivamente se referem a 1975.

Considerámos serem seis os vizinhos concorrentes de cada árvore central. De facto verificou-se, examinando as cartas dos povoamentos, que predominavam os compassos de plantação triangulares, logo cada árvore central tem seis árvores mais próximas a igual distância.

Também JACK (1967) considerou serem seis o número de árvores concorrentes a tomar em conta enquanto PRODAN (1968c) acentua que o ângulo entre a árvore central e duas árvores vizinhas não poder ser superior a 90°. Isto significa na prática pelo menos quatro concorrentes.

Na Tabela 9 exemplifica-se o cálculo das três variantes do índice de concorrência do modelo de HEGYI (1974) para a árvore 321210.

TABELA 9

O cálculo das três variantes do índice de concorrência do modelo de HEGYI (1974) para a árvore 321210 segundo CARVALHO OLIVEIRA (1980)

Árvore	d	$h_{75}$	$h_{78}$	$a_{ij}$	$1/a_{ij}$
321210	4.60	3.90	2.50		
32129	2.80	3.30	2.20	0.50	2.00
321211	2.20	3.00	1.85	0.50	2.00
321212	2.60	2.90	1.85	1.00	1.00
32128	5.90	4.20	2.25	1.40	0.71
321213	1.20	2.50	1.60	1.50	0.67
321111	2.10	2.80	1.80	1.80	0.63
Média	2.80	3.12	—	1.08	—
$\text{DCI}_j = 1.22 + 0.96 + 0.57 + 0.92 + 0.17 + 0.29 = 4.13$ $\text{HCl}_{j(75)} = 1.76 + 1.48 + 0.74 + 0.64 + 0.43 + 0.45 = 5.50$ $\text{HCl}_{j(78)} = 1.69 + 1.54 + 0.74 + 0.76 + 0.43 + 0.45 = 5.61$					

## 2.3.3.1.1. A diferença entre os três tipos de índices.

Com o emprego do teste da diferença referido em 2.2.2.1.1. chegou-se à conclusão que, apesar de  $HCI_{j(73)}$  ser geralmente maior que  $HCI_{j(78)}$  e de  $DCI_j$  na maior parte dos casos superior a  $HCI_{j(73)}$ , tais diferenças não eram significativas ao nível de 1% de probabilidade.

## 2.3.3.2. A relação entre o acréscimo em altura e as diferentes variantes de índices de concorrência do modelo de HEGYI (1974)

Mantiveram-se aqui os três grupos de árvores considerados em 2.2.2.2. De acordo com o procedimento então referido começamos por apresentar (Tabela 10) os modelos matemáticos eleitos para a relação

$$i_{hs} = f(DCI_j)$$

para cada um dos três grupos de árvores.

TABELA 10

Relação entre o índice de concorrência  $DCI_j$  e o acréscimo em altura ( $i_{hs}$ ) para as árvores dos grupos A, B e C (CARVALHO OLIVEIRA 1980)

GRUPO	EQUAÇÕES DE REGRESSÃO	n	R <sup>2</sup>	$\frac{A}{F}$
A	LOG $i_{hs} = 0.151 - 0.014 DCI_j -$ $- 0.042 LOG DCI_j$	53	0,5221	59,295***
B	LOG $i_{hs} = 0.313 - 0.007 DCI_j -$ $- 0.136 LOG DCI_j$	72	0,6558	65,704***
C	$i_{hs} = 1.510 - 0.555 LOG DCI_j$	89	0,2908	35,680***

Na Tabela 11 apresentamos os modelos matemáticos escolhidos para as relações

$$i_{hs} = f(HCI_{j(78)}) \quad e \quad i_{hs} = f(HCI_{j(73)})$$

A relação  $i_{hs} = f(HCI_{j(78)})$  foi investigada apenas para o grupo B pelos motivos expostos em 2.2.2.2.

TABELA 11

Modelos matemáticos escolhidos para as relações  $i_{hs} = f(HCI_{j(75)})$  e  $i_{hs} = f(HCI_{j(78)})$  (CARVALHO OLIVEIRA 1980)

GRUPO	EQUAÇÕES DE REGRESSÃO	n	R <sup>2</sup>	$\frac{A}{F}$
B	LOG $i_{hs} = 0.863 - 0.855 \text{ LOG } HCI_{j(78)}$	72	0,5126	73,615***
A	LOG $i_{hs} = 0.442 - 0.564 \text{ LOG } HCI_{j(75)}$	46	0,3223	20,929***
B	LOG $i_{hs} = 0.823 - 0.811 \text{ LOG } HCI_{j(75)}$	50	0,3389	24,605***
C	LOG $i_{hs} = 1.818 - 0.924 \text{ LOG } HCI_{j(75)}$	69	0,2496	22,290***

O exame atento das Tabelas 10 e 11 leva a concluir da superioridade do índice  $DCI_j$  em relação à  $HCI_{j(75)}$  e  $HCI_{j(78)}$ .

A comparação dos índices  $HCI_{j(75)}$  e  $HCI_{j(78)}$  (Grupo B) leva a concluir da superioridade deste último. Tal fica a dever-se, como atrás se referiu, ao facto de a altura usada para o cálculo de  $HCI_{j(76)}$  já incluir o respectivo acréscimo trienal.

2.3.3.3. A relação entre os diferentes índices do modelo de HEGYI (1974), o diâmetro (d) e a altura (h) com o acréscimo em altura ( $i_{hs}$ )

Também com a ajuda do «STEPWISE REGRESSION METHOD» (DRAPER e SMITH 1966, Programa BMDP-2R) se analisou, depois de escolhidos os adequados modelos matemáticos, a significância das variáveis independentes das seguintes regressões múltiplas:

1.  $i_{hs} = f(DCI_j, d)$
2.  $i_{hs} = f(HCI_{j(75)}, h_{75})$
3.  $i_{hs} = f(HCI_{j(78)}, h_{78})$

Em relação ao 1.º modelo as variáveis  $DCI_j$  e  $d$  mostraram-se significantes nos grupos A e B obtendo-se  $R^2$  respectivamente de 0.6507 e 0.7843. Em relação ao grupo C a variável  $d$  não se mostrou significativa sendo o modelo da Tabela 10 o eleito.

No que respeita ao 2.º modelo, para os grupos A e C, a variável  $h_{75}$  não se mostrou significativa. Ficam assim os respectivos modelos da Tabela 11 como mais apropriados. Para o grupo B, conjunto de árvores equiênias, elegeu-se o seguinte modelo matemático (Tabela 12):

TABELA 12

Modelo matemático para a relação  $\hat{h}_a = f(HCI_{(75)}, h_{75})$  do grupo B (CARVALHO OLIVEIRA, 1980)

GRUPO	EQUAÇÕES DE REGRESSÃO	n	R <sup>2</sup>	$\frac{A}{F}$
B	$\text{LOG } \hat{h}_a = -0.333 + 1.393 \text{ LOG } h_{75}$	50	0,6257	80,873***

Para o 3.º modelo a variável independente  $HCI_{(78)}$  não se mostrou significativa. (Tabela 13).

TABELA 13

Modelo matemático para a relação  $\hat{h}_a = f(HCI_{(78)}, h_{78})$  do grupo B (CARVALHO OLIVEIRA 1980)

GRUPO	EQUAÇÕES DE REGRESSÃO	n	R <sup>2</sup>	$\frac{A}{F}$
B	$\text{LOG } \hat{h}_a = -0.592 + 1.326 \text{ LOG } h_{78}$	72	0,8148	389,977***

2.3.3.4. A diferença entre  $F_d^*$ ,  $F_{h75}^*$  e  $F_{h78}^*$  e os índices de concorrência  $DCI_j$ ,  $HCI_{(75)}$  e  $HCI_{(78)}$ .

Ao comparar o índice  $DCI_j$  (2.3.3.1.) com o índice  $F_d^*$  (2.2.2.1.) concluiu-se que:

- De acordo com os coeficientes de determinação ( $R^2$ ) ambos atingem graus de precisão semelhantes.
- A precisão é, para os dois índices, maior no grupo de árvores coetaneas (Grupo B).
- A precisão é maior na melhor classe de qualidade (Grupo A).

Os índices  $HCI_{(75)}$  (2.3.3.1.) e  $F_{h75}^*$  (2.2.2.1.) quando confrontados evidenciam:

- Um grau de precisão ( $R^2$ ) semelhante (Tabelas 4 e 11).

b) Um menor grau de precisão para as piores classes de qualidade (Grupo C).

Como se referiu em 2.2.2.2. os índices  $HCI_{j(78)}$  e  $F_{h78}^*$  foram calculados apenas para o grupo B. A sua comparação leva a concluir que o índice  $F_{h78}^*$  dá maior precisão que o índice  $HCI_{j(78)}$  (Tabelas 4 e 11).

#### 2.4. O índice de concorrência de ASSMANN (1975).

ASSMANN (1975) calculou o seu índice de concorrência ( $KD_j$ ) para biogrupos de uma árvore central e seis a oito árvores vizinhas de acordo com a fórmula:

$$KD_j = \frac{n}{\sum_{i=1}^n} \left( \frac{1}{a_{ij}} \cdot \frac{Krd_j}{a_{ij}} \cdot \frac{Krd_i \cdot Krh_i}{Krd_j \cdot Krh_j} \right) : n$$

Onde  $a_{ij}$  é novamente a distância entre a árvore central  $j$  e o vizinho  $i$ ;  $Krd_j$  a largura (diâmetro) da copa da árvore central  $j$ ;  $Krd_i \cdot Krh_i$  o produto da largura da copa pelo seu comprimento em relação à árvore vizinha  $i$  e  $Krd_j \cdot Krh_j$  o mesmo produto em relação à árvore central  $j$ .

Para o caso de se não dispor de medições das copas das árvores vizinhas ASSMANN (1975), propõe a seguinte fórmula:

$$KD_j = \frac{Krd_j}{\bar{a}^2} \cdot \frac{\bar{g} \cdot \bar{h}}{g_j \cdot h_j}$$

Onde  $\bar{a}$  é a distância média entre a árvore central e as seis tomadas como vizinhas;  $\bar{g} \cdot \bar{h}$  é o produto da área basal média ( $\bar{g}$ ) e da altura média ( $\bar{h}$ ) das 6 árvores vizinhas e  $g_j \cdot h_j$  o produto da área basal ( $g_j$ ) pela altura ( $h_j$ ) da árvore central.

Este índice foi empregue pelo seu autor para povoamentos de *Picea abies* com idades compreendidas entre os 48 e 62 anos e mais tarde correlacionado com o seu acréscimo em volume.

##### 2.4.1. Aplicação do índice de concorrência de ASSMANN (1975) aos povoamentos jovens de pinheiro silvestre.

Empregando as mesmas seis árvores vizinhas que usámos para o cálculo dos índices de concorrência segundo o modelo de HEGYI

(1974), calculámos o índice de concorrência de ASSMANN (1975) para as árvores centrais dos nossos povoamentos jovens de pinheiro silvestre. Como se vê pelas Figuras 12 e 13 não foi encontrada qualquer correlação entre este e os acréscimos em altura ( $i_{h3}$ ) quer para os conjuntos de árvores inequiênias (Figura 12) quer para os conjuntos equiênias (Figura 13).

Na Figura 12 a 87% dos pontos corresponde um índice de concorrência  $KD_j < 3$  variando então o acréscimo em altura ( $i_{h3}$ ) entre 0,5 e 1,9 metros.

Na Figura 13 a 89% dos pontos corresponde em  $KD_j < 7$  variando então  $i_{h3}$  entre 0,6 e 2,0 metros.

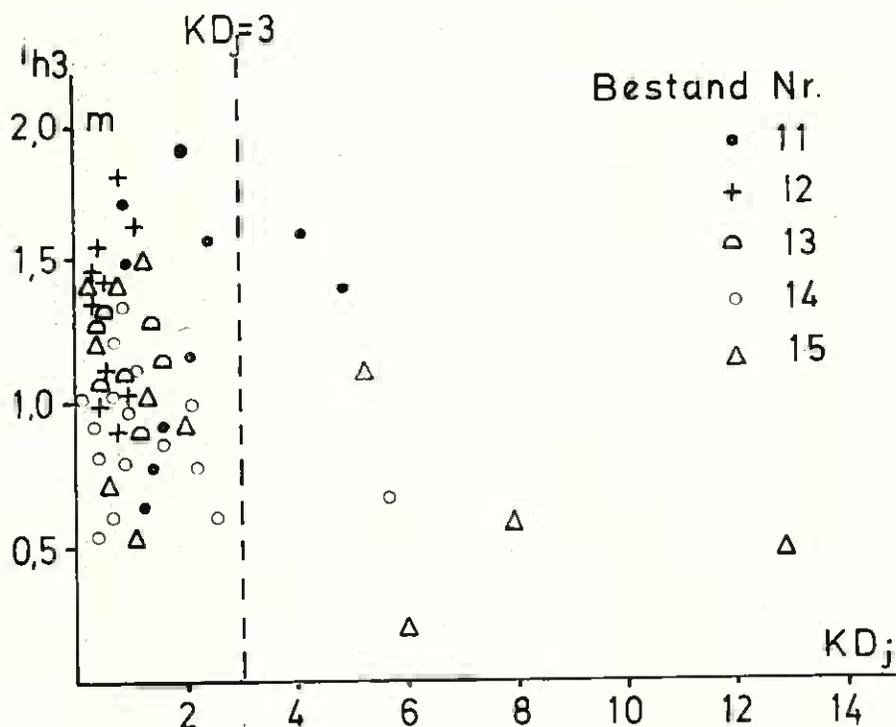


Fig. 12 — Acréscimos em altura ( $i_{h3}$ ) das árvores centrais do Grupo A em relação com os correspondentes índices de concorrência  $KD_j$ , (CARVALHO OLIVEIRA 1980)

Assim podemos concluir que o índice de ASSMANN (1975) não era adequado para os povoamentos jovens, dada a evidente falta de relação entre o acréscimo em altura e a situação de concorrência de cada árvore.

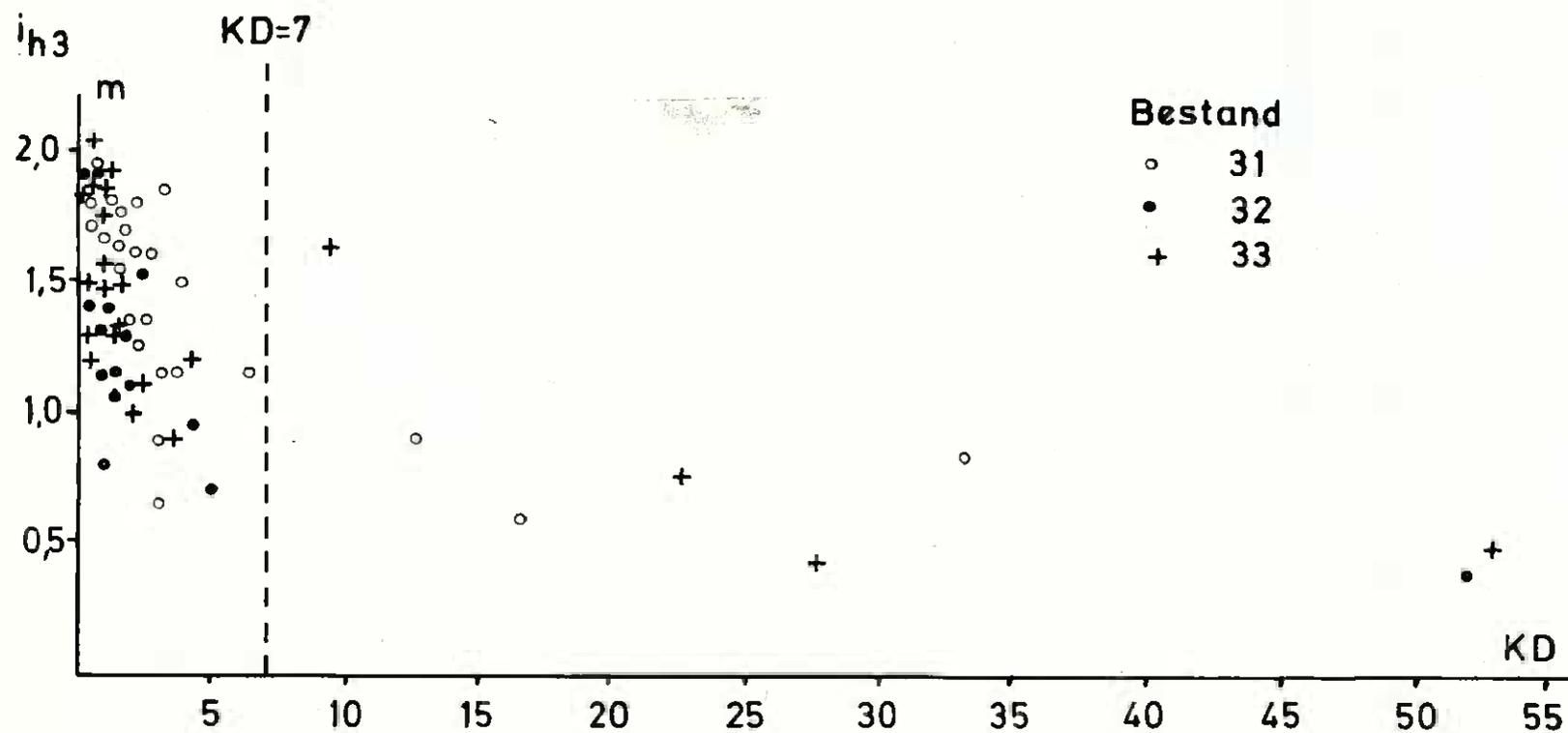


Fig. 13 — Acréscimos em altura ( $i_{h3}$ ) das árvores centrais do Grupo B em relação com os correspondentes índices de concorrência KD, (CARVALHO OLIVEIRA 1980)

### 3. CONCLUSÕES

Ficou demonstrado que o crescimento em altura, nos povoamentos jovens de pinheiro silvestre, está dependente da concorrência que cada árvore sofre. Assim na elaboração de modelos de produção onde a competição entre árvores seja considerada, dever-se-á sempre levar em conta a estreita relação entre a situação de concorrência de cada árvore e os respectivos crescimentos em altura e diâmetro.

### BIBLIOGRAFIA

- ADLARD, P. G. (1974) — Development of an empirical competition model for individual trees within a stand. In: J. Fries (Ed.). «Growth models for tree and stand simulation». Dep. Forest Yield Res., Royal Coll. For., Stockholm, Res. Notes 30, p. 22-37.
- ARNEY, J. (1972) — Computer simulation of Douglas - fir tree and stand growth. Ph. D. Thesis, Oregon State University, 79 p.
- ASSMANN, E. (1961) — Waldertragskunde. BLV, München, 490 p.
- ASSMANN, E. (1975) — Zur Methodik forstlicher Versuche, «FwCbl.», 94, p. 255-264.
- BELLA, I. E. (1971) — A new competition model for individual trees. «For. Sci.», 17, p. 364-372.
- BRAATHE, P. (1979) — Height increment of young single trees in relation to height and distance of neighbouring trees. Paper, IUFRO - Tagung, S4.01, S4.02-03, Wien, 5 p.
- BROWN, G. S. (1965) — Point density in stems per acre. «New Zealand For. Research Notes», 38, 11 p.
- CARVALHO OLIVEIRA, A. M. M. (1980) — Untersuchungen Zur Wuchsdynamik Junger Kiefern-gestaende. Dissertation, Muenchen, 300 p.
- CLARK, S. A., EVANS, F. C. (1954) — Distance to nearest neighbour as a measure of spatial relationship in populations. «Ecology», 35, p. 440-453.
- DRAPER, N. R., SMITH, H. (1966) — Applied regression analysis. J. Wiley and Sons, Inc., New York, 407 p.
- EK, A. R., MONSERUD, R. A. (1974) — Trials with Program Forest: growth and reproduction simulation for mixed species even — or uneven aged

- forest stands. In: J. Fries (Ed.). «Growth models for tree and stand simulation». Dep. Forest Yield Res., Royal Coll. For., Stockholm, Res. Notes 30, p. 56-73.
- GERRARD, D. J. (1967) — Competition quotient: an index of the competitive stress affecting individual forest trees. Ph. D. Thesis, Michigan State University, 65 p.
- HEGYI, F. (1974) — A simulation model for managing jack-pine stands. In: J. Fries (Ed.), «Growth models for tree and stand simulation». Dep. Forest Yield Res., Royal Coll. For., Stockholm, Res. Notes 30, p. 102-118.
- HONER, T. G. (1971) — Crown shape in open and forest grown balsam fir and black spruce. «Canad. J. Forest. Res.», 1, p. 203-207.
- HONER, T. G. (1972) — A height-density concept and measure. «Canad. J. Forest. Res.», 2, p. 441-447.
- HUSCH, B., MILLER, C. I., BEERS, T. W. (1972) — Forest mensuration. 2nd Edition, The Ronald Press Company, New York, 410 p.
- KENNEL, R. (1966) — Soziale Stellung, Nachbarschaft und Zuwachs. «FWCbl.», 85, p. 193-256.
- KEISTER, T. D. (1971) — A measure of the intraspecific competition experienced by an individual tree in an planted stand. Louisiana St. Univ. Agric. Exp. Sta. Bull., N.º 652.
- KEISTER, T. D. (1972) — Predicting individual tree mortality in simulated southern pine plantations. «For. Sci.», 18, p. 213-217.
- KEISTER, T. D., TIDWELL, G. R. (1975) — Competition ratio dynamics for improved mortality estimates in simulated growth of forest stands. «For. Sci.», 21, p. 46-57.
- JACK, W. H. (1967) — Single tree sampling in even-aged plantations for survey and experimentation. 14th IUFRO — Congress, München, p. 379-403.
- JENSEN, A. M. (1976) — Growing space measurements a complement in thinning experiments. In: «Aspects of thinning». Forestry Commission Bulletin, N.º 55, Edited by G. J. Hamilton, London, p. 72-80.
- LEE, Y. (1967) — Stand models for lodgepole pine and limits to their application. Ph. D. Thesis, Fac. Forest. Univ. British Columbia, 333 p.
- LEMMON, P. E., SCHUMACHER, F. X. (1962) — Volume and diameter growth of Ponderosa pine as influenced by site index, density, age and size. «For. Sci.», 8, p. 236-249.

- LIN, J. Y. (1970) — Growing space index and stand simulation of young western Hemlock in Oregon. Ph. D. Thesis, Duke University, 182 p.
- MITCHELL, K. J. (1975) — Dynamics and simulated yield of Douglas-fir. «For. Sci.», Monog., 17, 39 p.
- MOORE, J. A., BUDELSKY, C. A., SCHLESINGER, R. C. (1973) — A new index representing individual tree competitive status. «Canad. J. Forest. Res.», 3, p. 495-500.
- MUNRO, D. (1974) — Forest growth models — a prognosis in: J. Fries (Ed.). «Growth models for tree and stand simulation». Dep. Forest Yield Res., Royal Coll. For. Stockholm, Res. Notes 30, p. 7-21.
- NEWNHAM, R. (1964) — The development of a stand model for Douglas-fir. Ph. D. Thesis. University of British Columbia, 201 p.
- NEWNHAM, R. (1972) — Stand models — where do we go from here? «Proceedings: tree growth simulation workshop». Forest Management Institute International Report FMR - 25. Ottawa, Ontário, p. 7-17.
- OPIE, J. E. (1968) — Predictability of individual tree growth using various definitions of competing basal area. «For. Sci.», 14, p. 314-323.
- OTTORINI, J. M. (1978) — Aspects de la notion de densité et croissance des arbres en peuplement. «Ann. Sci. For.», 35, p. 299-320.
- PRODAN, M. (1965) — Holzmeßlehre. I. D. Sauerländer's Verlag. Frankfurt am Main, 644 p.
- PRODAN, M. (1968 a) — Einzelbaum, Stichprobe und Versuchsfläche. «Allg. Forst. u. J. - Ztg.», 139, p. 239-248.
- PRODAN, M. (1968 b) — Zur Gesetzmäßigkeit der Flächenverteilung von Bäumen. «Allg. Forst — u. J. — Ztg.», 139, p. 214-217.
- SCHULZ, B. (1968) — Programm zur Berechnung des Standraumes in einschichtigen Beständen. (APAC). «Allg. Forst — u. J. — Ztg.», 139, p. 282-234.
- STAGE, A. R., COLE, D. M. (1972) — Estimating future diameters of lodgepole pine trees. USDA Forest Service Research Paper, Int-131, Ogden, Utah 84401, 20 p.
- STÖHR, F. E. (1963) — Erweiterungsmöglichkeit der Winkelzählprobe. Dissertation, Freiburg.
- TURNBULL, K. J., PIENAAR, L. V. (1973) — The Chapman-Richards generalization of von Bertalanffy's growth model in basal area growth and yield in even-aged stands. «For. Sci.», 19, p. 2-22.

- VAN DER WAERDEN, B. L., NIEVERGELT, E. (1956) — Tafeln zum vergleich zweier Stichproben mittels x-Test und Zeichentest. Springer-Verlag, Berlin Göttingen Heidelberg. 34 p.
- VAN LAAR, A. (1973 a) — Needle-biomass, growth and growth distribution of *Pinus Radiata* in South-Africa in relation pruning and thinning. «Forschber. der FFA München», Nr. 9, 282 p.
- VAN LAAR, A. (1973 b) — Konkurrenzdruck und Zuwachs von *Pinus Radiata*. «FwCbl.», 92, p. 261-268.
- WEIHE, J. (1975) — Zur Standflächenschätzung in Reinbeständen. «Allg. Forst — u. J. — Ztg.», 147, p. 75-78.
- WEIHE, J. (1978) — Die Schätzung von Größen und Grenzen der Standflächen im einschichtigen Reinbestand. «Allg. Forst — u. J. — Ztg.», 149, p. 40-44.

### TABELA DE SÍMBOLOS

- d — diâmetro à altura do peito (1.30 m) (1)
- i — acréscimo corrente de uma árvore ( $i_t$ ,  $i_b$ ,  $i_h$  e  $i_d$ ) (1)
- $d_m$  — diâmetro da árvore de área basal média (1)
- S — índice de qualidade da estação
- CCF — factor de competição de copas
- EL — altitude da estação
- g — área basal à altura do peito, da árvore individual (1)
- G — área basal por hectare
- t — idade (1)
- N — número de árvores por hectare
- a — distância entre árvores ( $\bar{a}$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_n$ )
- F — superfície do povoamento
- c — factor de competição
- F\* — espaço de crescimento ( $F_{a'}^*$ ,  $F_{h'1}^*$ ,  $F_{h'13}^*$ )
- Krd — diâmetro ou espessura da copa
- $\bar{d}$  — média aritmética dos diâmetros (1)
- h — altura total duma árvore (1)
- $h_t$  — altura no ano t (1)
- $i_{13}$  — acréscimo trienal em altura
- v — volume total da árvore (1)
- n — n.º de observações (1)
- R<sup>2</sup> — coeficiente de determinação
- R — coeficiente de correlação

(1) De acordo com a simbologia da IUFRO (Congresso de Oxford, 1956).

- A  
F — teste de F (valor calculado)  
r — raio da copa ( $r_1$ )  
Krl — índice de concorrência de copas  
KrO — área da projecção horizontal da copa em sobreposição  
KrF — área da projecção horizontal da copa livre  
R<sub>0</sub>; R<sub>1</sub>; R<sub>2</sub>; R<sub>3</sub> — linhas de plantação  
CI — índices de concorrência «clássicos». (CI<sub>j</sub> (S); CI<sub>j</sub> (N); CI<sub>j</sub> (O); CI<sub>j</sub> (B); CI<sub>j</sub> (M); CI<sub>j</sub> (E))  
 $\alpha_{1j}$  — ângulo entre duas direcções  
ZO<sub>1j</sub> — superfície do círculo de concorrência da árvore central j em sobreposição com os i vizinhos  
ZA<sub>j</sub> — superfície do círculo de concorrência da árvore central j  
K<sub>1</sub> — expoente  
CR — raio do círculo de competição  
K<sub>2</sub> — constante  
TOL — tolerância da espécie  
FV — volume de folhas ou agulhas duma árvore  
 $\bar{h}$  — média aritmética das alturas (1)  
h<sub>dom</sub> — altura dominante (1)  
h<sub>g</sub> — altura da árvore da área basal média  
DCI<sub>j</sub>; HCI<sub>j</sub> (18); HCI<sub>j</sub> (15) — variantes do índice de concorrência do modelo HEGYI (1974)  
KD<sub>j</sub> — índice de concorrência de ASSMANN (1975)  
Krh — altura do começo da copa

---

(1) De acordo com a simbologia da IUFRO (Congresso de Oxford, 1956).

