

Recebido em 4 de Outubro de 1971

# Estudo experimental da dinâmica do escoamento de cereais em silos (\*)

por

**J. TIAGO MENIA**

Assistente do Instituto Superior de Agronomia

**M. J. SOUSA LOBO**

Licenciada em Ciências Físico-Químicas do Laboratório da Defesa Fitossanitária dos Produtos Armazenados

**M. E. SILVA E SOUSA**

Engenheiro Agrônomo do Laboratório da Defesa Fitossanitária dos Produtos Armazenados

**A. SOARES DE GOUVEIA**

Professor Auxiliar do Instituto Superior de Agronomia

## I — INTRODUÇÃO

Dentro do campo da Defesa Fitossanitária dos cereais armazenados em silos é de fundamental interesse o conhecimento do estado de sanidade do produto e a localização perfeita no interior da célula do material porventura infestado. Neste caso torna-se indispensável separar o cereal atacado do que se encontra em boas condições sanitárias o que na prática habitualmente se consegue pelo escoamento do produto para nova célula, sujeitando-o durante tal operação a uma limpeza acompanhada ou não por tratamento adequado.

A execução de tal tarefa além de se tornar muito morosa, e tanto mais quanto maior for a célula e mais cereal contiver, envolve ainda despesas de mão-de-obra, de tratamento e outras que poderiam ser reduzidas em grande parte se em vez de se esvaziar totalmente a célula se retirasse desta apenas o cereal infestado, ou, na pior das hipóteses, este último, juntamente, com a mínima quantidade possível do cereal são.

---

(\*) Trabalho subsidiado pela Federação Nacional dos Produtores de Trigo e realizado no Laboratório da Defesa Fitossanitária dos Produtos Armazenados sob a orientação do Prof. C. M. L. Baeta Neves.

Para conseguir este objectivo exige-se, como é evidente, conhecimento pormenorizado da ordem pela qual as diversas camadas de cereal são escoadas quando do esvaziamento da célula bem como o grau em que se misturam.

Tentando resolver o problema, e porque os únicos estudos feitos sobre a matéria, embora com intenção diferente, se desenvolveram dentro do campo da engenharia civil, fez-se uma breve revisão dos resultados obtidos no sentido de saber até que ponto podiam esclarecer as questões postas.

Desta forma, acompanhando o desenvolvimento da investigação mais recente dentro do referido campo, observou-se que a teoria sobre a resistência e estabilidade de células de silos, até determinada altura baseada na do cálculo dos reservatórios para líquidos, havia sido modificada. O problema foi levantado por virtude de não se encontrar explicação para o aparecimento de fendas nos grandes silos agrícolas de França e doutras regiões depois de refeitos os cálculos fundamentados no princípio da contenção de líquidos. Houve assim a percepção da existência de fenómenos que não se situavam dentro da teoria de que se dispunha.

No prosseguimento da investigação do assunto Reimbert & Reimbert (1956) verificaram então que a pressão exercida sobre o fundo de uma célula pela coluna do produto nela armazenado cresce com a altura até um ponto a partir do qual se mantém constante. Quer isto dizer que a partir de determinado limite o carregamento da célula com mais produto não faz aumentar a pressão sobre o fundo ao contrário do que ocorre em armazenamento de líquidos em que a pressão sobre o fundo é proporcional à altura da coluna líquida.

A explicação deste fenómeno reside no facto da pressão da coluna ser, a partir de uma certa altura, equilibrada pelo seu atrito com as paredes laterais da célula.

Trata-se portanto de um fenómeno em que as forças superficiais de atrito desempenham papel fundamental no comportamento das paredes laterais, onde precisamente apareciam as fendas. Com efeito, verificou-se experimentalmente que ao iniciar-se o escoamento de dado produto as pressões deste sobre as paredes laterais atingiam valores 4 a 5 vezes superiores à pressão exercida pelo material em repouso; explica-se assim o aparecimento das fendas na parte superior das paredes das células ao contrário do que seria de prever pela teoria clássica que definia como zonas de maior pressão a parte inferior das paredes e, evidentemente, o próprio fundo.

Reimbert & Reimbert resolveram o problema escoando primeiramente as camadas superiores do produto. Para tal introduziram junto à parede interior da célula, e a toda a sua altura, uma coluna cilíndrica perfurada em todo o comprimento, que passou a designar-se por «coluna de descompressão», depois de ter sido provado experimentalmente que tal coluna levava a um escoamento ordenado do produto saindo sempre primeiro o da camada superficial.

Este sistema passou a aplicar-se fundamentalmente a células isoladas ou às células exteriores de silos, visto que as interiores são como que escoradas pelas células exteriores que lhes fornecem, por assim dizer, o acréscimo de resistência indispensável.

Para o caso de células com coluna de descompressão o assunto ficou perfeitamente esclarecido, isto é, a célula é esvaziada partindo da camada superficial para as sucessivas inferiores. Resta esclarecer o problema correspondente para as células sem coluna de descompressão.

Sobre o último assunto existe uma monografia devida a Stepanoff (1969) onde se inclui um capítulo dedicado ao estudo de materiais de natureza granular contidos em células desprovidas de coluna de descompressão. No entanto os resultados apresentados incidem sobretudo sobre os caudais de saída havendo apenas uma descrição gráfica do processo físico de escoamento não ficando definidos os aspectos de base de interesse fitossanitário ou sejam a ordem de saída do material e o grau e modo como se misturam as diferentes camadas durante o escoamento.

Foi no sentido de esclarecer os assuntos postos que se fizeram estudos experimentais primeiro em laboratório e depois numa das próprias células de um silo da F. N. P. T.

Estas podem classificar-se em duas grandes categorias: células principais ou cilíndricas e inter-células ou células quadrangulares. Note-se que esta designação é imprópria pois as faces não são rigorosamente quadrangulares mas formam quadrângulos de faces curvas.

Utilizando modelos reduzidos de ambos os tipos de células sem «coluna de descompressão», que foram fornecidos pelos Serviços Técnicos da F.N.P.T., fizeram-se no laboratório duas séries de experiências em ambos os modelos, a primeira utilizando como material escoante areia com granulometria uniforme e a segunda utilizando areia com granulometria diferente.

Realizaram-se estes dois conjuntos de experiências na intenção de cobrir dois tipos de situações diferentes:

- 1 — Escoamento de um produto com granulometria sensivelmente uniforme.
- 2 — Escoamento de um produto com granulometria uniforme, em cujo seio se encontra uma camada com granulometria superior.

Como se verá adiante, estas experiências conduziram a resultados que permitiram formular um esquema matemático que se admite descrever, de uma maneira aceitável, o escoamento.

Posteriormente o esquema foi aplicado a uma célula cilíndrica de dimensão real no silo de Caldas da Rainha, experiência que provou ser extremamente interessante na medida em que forneceu informações complementares às que tinham sido obtidas com modelos reduzidos.

O esquema do capítulo que vai seguir-se será portanto, o seguinte: primeiramente efectuem-se experiências em modelos reduzidos, começando evidentemente pelo caso mais simples em que se trabalha com material de granulometria uniforme, antes de se passar ao material com granulometria diferente, para por último se considerar o escoamento em célula de um silo.

## 2 — EXPERIÊNCIAS COM MODELOS REDUZIDOS

Embora Reimbert tenha estudado a dinâmica do escoamento dos produtos contidos em células de silos as conclusões a que chegou não permitem a sua adopção de forma integral às descargas de cereal que têm lugar em silos agrícolas.

Com efeito, como se disse, aquele autor fornece apenas informações do processo de escoamento de células com coluna de descompressão explicando que, nestes casos, o produto que vai saindo é o que ocupa sucessivamente a camada superior. Deixa por averiguar qual a mecânica dos escoamentos em células desprovidas daquela coluna.

Justifica-se assim o interesse de realizar estudo complementar ao de Reimbert até porque um perfeito conhecimento da dinâmica do escoamento em todos os tipos de célula pode levar a uma economia de tempo e de trabalho nas habituais e necessárias operações de transferência do produto realizadas de célula para célula. Tal economia

poderá resultar, como é óbvio, se se conseguir evitar o esvaziamento total de células.

Tendo portanto em vista o estudo da dinâmica do escoamento de cereais em células sem «coluna de descompressão» utilizaram-se no laboratório duas células de conformação diferente e de dimensões muito reduzidas em relação ao tamanho real, construídas em material muito diverso do que habitualmente se usa nas células destinadas ao armazenamento de cereais e outros produtos.

Os modelos utilizados possuem como características fundamentais as que se passam a descrever. A primeira, de forma cilíndrica (foto 1) com um diâmetro de 11 cm e uma altura de 57 cm prolonga-se inferiormente por um cone na extremidade do qual se encontra o orifício de saída. O corpo cilíndrico tem gravados equidistantemente, no sentido do comprimento, uma série de anéis circulares que, por assim dizer, o dividem em 32 cilindros iguais. A inclinação dos lados do cone faz com a horizontal um ângulo aproximado de  $43^\circ$  e o orifício de saída, cujo diâmetro é de 0,7 cm, permite um esvaziamento central.

O segundo modelo tem forma tendente para a quadrangular, isto é, as suas faces não são perfeitamente planas apresentando-se abauladas em arco de círculo com a concavidade voltada para o exterior (foto 2). A distância entre dois vértices opostos é de 9,5 cm, a sua altura de 57 cm e a distância entre o ponto médio de uma face ao ponto médio da face oposta é de 5 cm. O corpo principal da célula prolonga-se inferiormente por uma pirâmide cuja inclinação dos lados é sensivelmente de  $64^\circ$  e na extremidade desta última encontra-se o orifício de saída que tem um diâmetro de 0,7 cm e permite, como no outro modelo reduzido, um escoamento central. O corpo principal da célula encontra-se dividido em 15 secções iguais.

### 2.1 — *Material de granulometria uniforme*

O estudo das leis de escoamento a realizar nos dois modelos reduzidos exigia a utilização de um material de granulometria e densidade satisfatórias para que a velocidade de escoamento e a uniformidade de atrito durante o processo permitissem medições quantitativamente válidas e significativas.

Os factos apontados conduziram à escolha, para material de enchimento da célula, de uma areia siliciosa recolhida na Praia do Guincho e que para o efeito foi convenientemente preparada no laboratório.

A areia submetida a tratamento que adiante se descreve em pormenor, encontra-se granulométricamente caracterizada no histograma apresentado na fig. 1 onde se observa que 80 % das partículas têm

HISTOGRAMA DA GRANULOMETRIA DA AREIA UTILIZADA

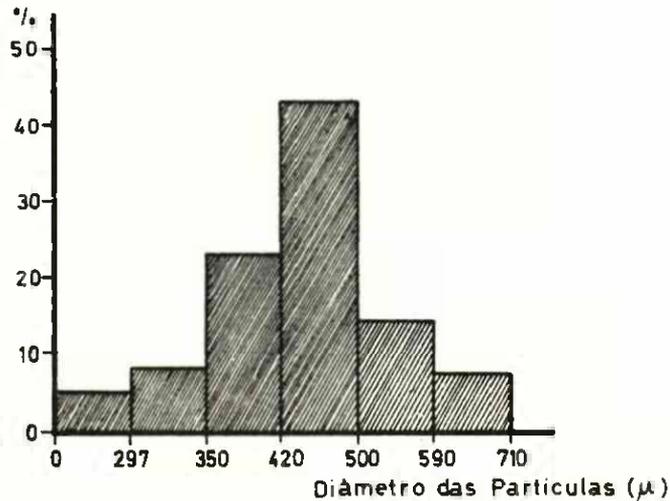


Fig. 1

diâmetros compreendidos entre 350 e 590  $\mu$ , não havendo partículas com diâmetro superior a 710  $\mu$  pois só foi utilizada a areia seleccionada pelo crivo de malha correspondente (crivo 25, A S T. M.).

2.1.1 — Ensaio prévios

Antes de se proceder aos ensaios definitivos do escoamento efectuaram-se ensaios de carácter prévio por forma a esclarecer determinados aspectos de interesse fundamental e confirmar nos modelos reduzidos fenómenos conhecidos que interferem directamente na mecânica do escoamento.

É factó sabido que durante o enchimento de uma célula (cilíndrica ou com a forma que caracteriza as intercelulares) o ângulo formado pela superfície livre do cereal com as paredes daquela se mantém permanentemente constante. Confirmado este aspecto em laboratório

para ambos os modelos reduzidos poder-se-á concluir que durante o enchimento de qualquer das células consideradas tudo se passa como se as novas camadas se fossem sobrepondo às anteriores através do mecanismo evidenciado na fig. 2 e que em resumo se pode definir da

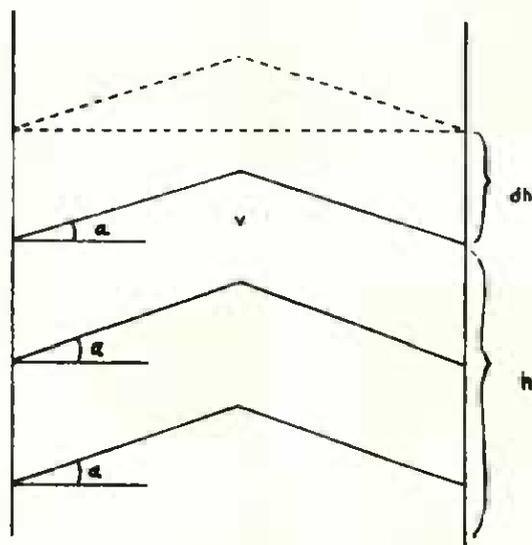


Fig. 2 — Esquema da camada capuz

maneira seguinte: a nova camada tem a forma de um capuz que vai, por assim dizer, encaixar-se no capuz formado pelas camadas anteriores.

Como consequência da constância do ângulo  $\alpha$  formado pela superfície livre do material com as paredes da célula e também da constância da área  $A$  da secção transversal desta última será também necessariamente constante o volume  $v$  do cone superior do produto.

Assim se for  $h$  a altura do produto junto das paredes da célula e  $h + dh$  a altura depois de adicionada nova camada, o volume do produto que inicialmente era dado por

$$V = A \cdot h + v$$

passará a ser dado por

$$V + dV = A (h + dh) + v$$

ou seja

$$dV = A \cdot dh$$

Conclui-se portanto que são iguais os volumes das camadas que correspondem a iguais elevações da altura do produto junto das paredes da célula.

Ainda com carácter prévio realizaram-se outros ensaios unicamente no modelo reduzido de célula cilíndrica e que a seguir se descrevem.

Assim, o facto de Reimbert (1956) ter verificado constância de pressão exercida sobre o fundo de uma célula pela coluna do produto armazenado a partir de uma certa altura, leva a prever, como é óbvio, constância do próprio débito.

Com efeito, este resultado é bem conhecido na prática e com a intenção de o confirmar fizeram-se no modelo cilíndrico quatro escoamentos experimentais cujos resultados vêm expressos no quadro 1.

Dada a grande semelhança de valores obtidos não é difícil concluir pela observação do quadro 1 que o caudal é constante.

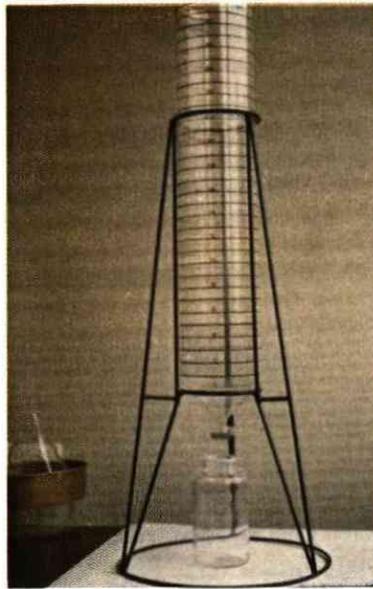
Contrastando com a uniformidade que apresenta quanto a caudais, a geometria da coluna varia sistematicamente durante o escoamento.

QUADRO 1

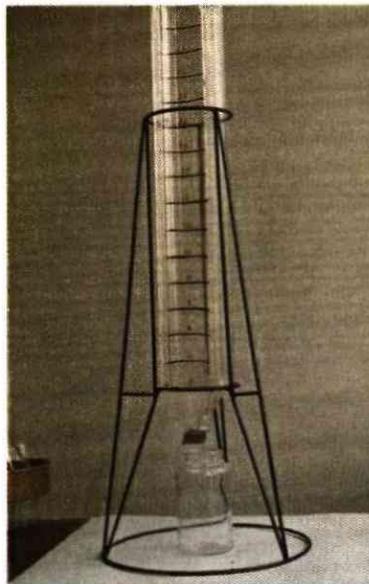
Altura no modelo cilíndrico	Débitos do escoamento nos diversos ensaios			
	1.º ensaio	2.º ensaio	3.º ensaio	4.º ensaio
30	547 g	527 g	536 g	535 g
24	540 g	536 g	544 g	539 g
18	538 g	543 g	540 g	541 g
12	545 g	545 g	544 g	541 g
6	540 g	537 g	532 g	545 g

mento. Assim, numa primeira fase, o cone superior mantém-se, depois achata-se e finalmente inverte-se. As alturas a que se passam estas modificações apresentam, por sua vez, uma constância notável. Assim, pela observação do quadro 2, onde se apresentam os resultados de dois escoamentos experimentais realizados no modelo cilíndrico, julga-se ficar amplamente provada a afirmação feita.

Modelos reduzidos de célula  
cilíndrica e de intercélula



Fot. 1



Fot. 2

QUADRO 2

Modificações na superfície livre do material	Tempos desde o início do escoamento		Alturas desde a base do modelo reduzido (cm)	
	1.º escoamento	2.º escoamento	1.º escoamento	2.º escoamento
Início da deformação .....	7 m 56 s	8 m 10 s	24,3	23,9
Achatamento .....	9 m 24 s	9 m 20 s	19,0	19,0
Cone invertido completamente .....	13 m 35 s	13 m 20 s	4,8	4,5

Por poder admitir-se que a ordem de saída das diversas camadas se não efectua pela ordem natural da sua sobreposição, realizaram-se ainda no modelo cilíndrico dois escoamentos experimentais ficando no primeiro a camada de referência a  $\frac{1}{3}$  do cimo e no segundo a  $\frac{1}{3}$  da base do cilindro.

Para individualizar perfeitamente a referida camada de referência dentro do restante material aquela foi corada, por processo que adiante também se descreve, obtendo-se um material que diferia do restante apenas na cor.

Em ambos os escoamentos verificou-se:

- 1 — Antes da inversão do cone existem duas fases na primeira das quais só sai areia branca passando depois a areia corada a vir misturada com a areia branca.

No primeiro dos escoamentos, em que a areia corada se encontrava a  $\frac{1}{3}$  do cimo, a primeira fase teve um maior desenvolvimento que no segundo escoamento.

- 2 — Depois da inversão do cone verificaram-se 3 fases na primeira das quais não se detecta visualmente a saída de areia corada.

Numa segunda fase, depois de evacuada toda a areia branca situada acima da areia corada, dá-se o escoamento concentrado desta última, havendo, por fim, uma terceira fase em que sai a areia branca remanescente e não se detecta também visualmente qualquer coloração.

Pode portanto interpretar-se a inversão do cone como a formação no seio do produto de uma coluna de descompressão.

Confirma-se assim a hipótese inicialmente admitida de não haver correspondência perfeita entre a ordem de entrada e de saída das diversas camadas até à formação do cone.

Para um estudo mais detalhado tornou-se necessário proceder aos escoamentos experimentais que se descrevem a seguir para um maior número de posições ocupadas pela camada corada de acordo com delineamento estabelecido.

Por outro lado, nos ensaios prévios referidos, verificou-se uma certa diluição, perceptível à vista desarmada, da areia corada na outra admitindo-se, no entanto, que outras diluições possam existir de mais difícil percepção. Compreende-se assim a necessidade de seleccionar um método que quantifique com bastante rigor as porções de areia corada saída nas várias fases do escoamento. O método escolhido foi o espectrofotométrico que se descreve na alínea seguinte.

### 2.1.2 — Ensaios definitivos

#### 2.1.2.1 — Técnicas laboratoriais

O processo de preparação da areia foi o seguinte: após a crivagem pelo peneiro de malha 25 A. S. T. M. toda a areia foi lavada com água simples para eliminação do pó que, de outro modo, viria a ser causa de turvações que poderiam interferir no método espectrofotométrico

QUADRO 3

Percentagem de areia corada na amostra analisada	Leitura efectuada no próprio dia (*)	Idem no dia seguinte (*)
0	98,1	98,5
10	86,0	86,7
20	75,6	76,0
30	65,2	66,7
40	57,1	57,2
50	50,2	49,6
60	45,2	43,8
70	39,5	38,8
80	33,0	32,9
90	28,5	29,8
100	26,7	26,7

(\*) Os números exprimem a transmitância, em percentagem, e as soluções foram preparadas extraíndo a cor de 2,5 g de areia com 50 ml de água destilada.

utilizado nos ensaios para quantificar nas diversas amostras escoadas o material colorido. Para isso lançava-se a areia em tabuleiros previamente cheios de água, agitava-se com uma vareta, decantando depois o líquido sobrenadante e introduzindo em seguida os tabuleiros na estufa (80 °C e circulação de ar) até completa secagem, que era facilitada pelo traçado de sulcos na superfície da areia.

Na coloração da areia usou-se uma anilina vermelha «Ponceau 2R Lion», hidrossolúvel de cor suficientemente estável à luz para permitir leituras bastantes horas depois da efectivação de ensaios sem alteração dos resultados (quadro 3, fig. 3) e, conseqüentemente, o aproveitamento de uma só curva padrão para uma série de ensaios.

#### TESTE DE ESTABILIDADE DE COR

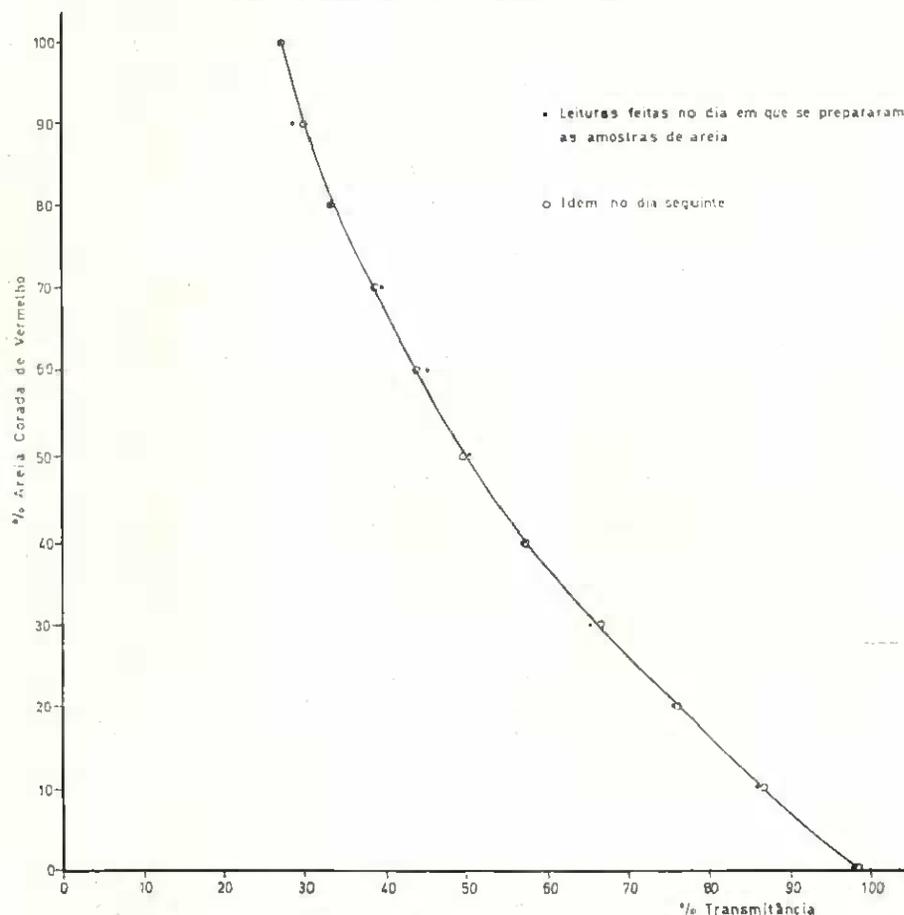


Fig. 3

Para colorir a areia diluíam-se 50 g de anilina em cada litro de água e a solução lançava-se em tabuleiros onde seguidamente se introduzia a areia a tingir, agitando com uma vareta para facilitar a adsorção da cor por todas as partículas de areia. Decantava-se o líquido sobrenadante e os tabuleiros seguiam para a estufa, nas condições já indicadas. A operação de coloração não exigia lavagem prévia da areia pois constituía em si, simultaneamente, uma lavagem.

Para escolha do comprimento de onda e da concentração referentes ao método espectrofotométrico pesaram-se três amostras de areia corada com 2,5, 5 e 10 g respectivamente; adicionou-se cada uma a 50 ml de água destilada contida em balões de Erlenmeyer, agitou-se 1 minuto («Agitador-Turbula sistema Schatz»), centrifugando-se o líquido sobrenadante 5 minutos a 3000 rot/min. (centrífuga Hettich Universal II). Transferiu-se para células de 10 mm e levou-se ao espectrofotómetro («Hitachi Perkin — Elmer»). Obtiveram-se os resultados expressos nos quadro 4 e 5.

Dos números apresentados compreende-se a escolha do valor 510  $m\mu$  para  $\lambda$  e de 2,5 g/50 ml para concentração a usar.

As amostras de areia, preparadas para o traçado da curva padrão correspondente a cada lote de areia corada, continham percentagens desta última que iam de 0 a 100 % equidistantes de 10 %, resultantes da mistura de 0,1,2, etc. gramas de areia vermelha com areia não corada

QUADRO 4

Comprimento de onda ( $m\mu$ )	Transmitância (%)		
	2,5 g/50 ml	5 g/50 ml	10 g/50 ml
100	69,8	56,1	44,3
200	67,1	52,2	39,0
300	66,7	50,4	35,6
400	74,0	55,2	31,2
500	30,0	9,5	0,8
600	98,0	95,3	91,0
700	99,3	98,2	96,2
800	99,7	99,0	97,2

QUADRO 5

Comprimento de onda (m $\mu$ )	Transmitância (%)		
	2,5 g/50 ml	5 g/50 ml	10 g/50 ml
470	44,0	20,5	4,2
480	38,0	15,2	2,5
490	33,0	12,0	1,8
500	30,2	10,1	1,2
510	30,0	10,0	1,2
520	31,8	11,1	1,3
530	36,5	14,2	2,1

até perfazer 10 g. De cada lote homogeneizado por agitação manual durante 1 minuto em balões de Erlenmeyer de 50 ml tiravam-se 3 amostras de 2,5 g para outros balões de 100 ml, juntavam-se 50 ml de água destilada, agitava-se manualmente 15 seg. centrifugava-se parte do líquido sobrenadante 2 min. a 3000 rot/min. indo seguidamente a cor a analisar ao espectrofotômetro em 510 m $\mu$  e em células de quartzo de 10 mm de espessura obtendo-se as curvas indicadas nas figuras 4, 5 e 6. A areia não corada dava sempre a mesma leitura, mas o valor apresentado pela colorida (100 %) dava um valor variável com o lote, isto é, com o banho em que havia sido tingida.

Toda a areia contida no modelo reduzido da célula era, como adiante se verá, recolhida durante o escoamento por uma série de 15 frascos cujo conteúdo era homogeneizado posteriormente no agitador mecânico «Turbula» durante 1 minuto. Tiravam-se de cada frasco 3 amostras de 2,5 g do modo indicado no traçado da curva padrão. Quando os resultados obtidos diferiam mais de 3 % (transmitância) tomavam-se mais 2 amostras sendo então tomada a média dos 3 valores centrais, isto é, desprezavam-se os valores extremos máximo e mínimo.

Os resultados encontram-se compilados nos quadros 6, 7 e 8 referentes a cada uma das posições ocupadas pela camada de areia corada (fig. 7).

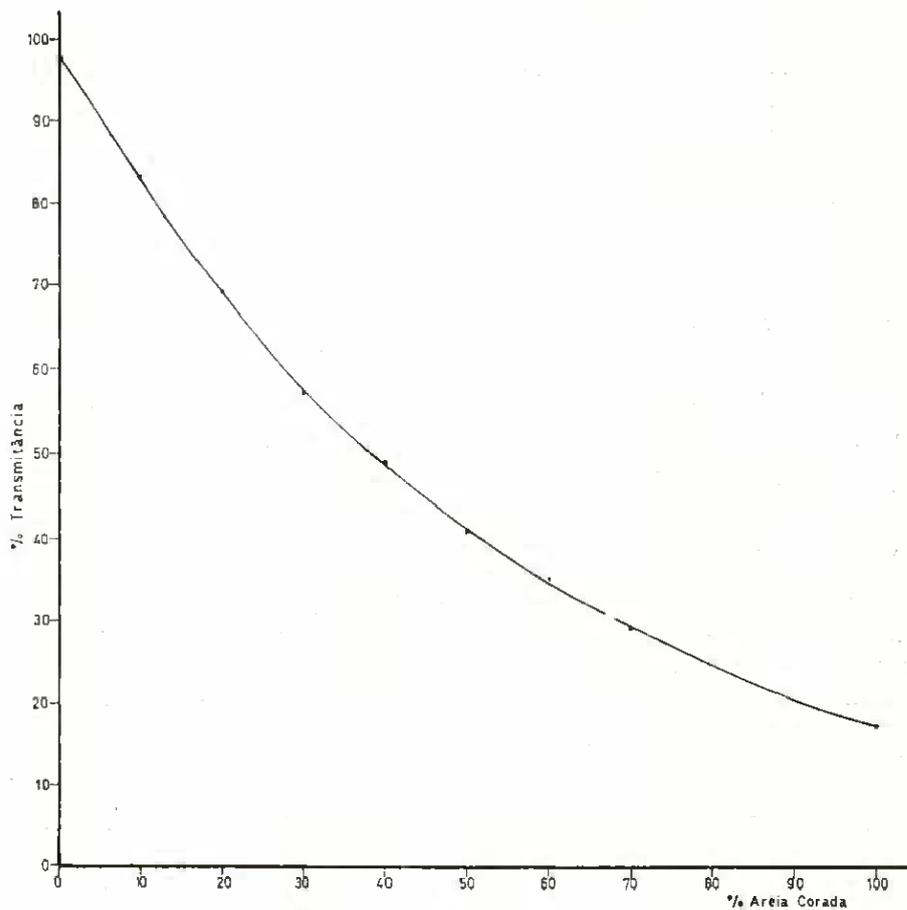
*CURVA PADRÃO DO 1.º LOTE DE AREIA CORADA*

Fig. 4

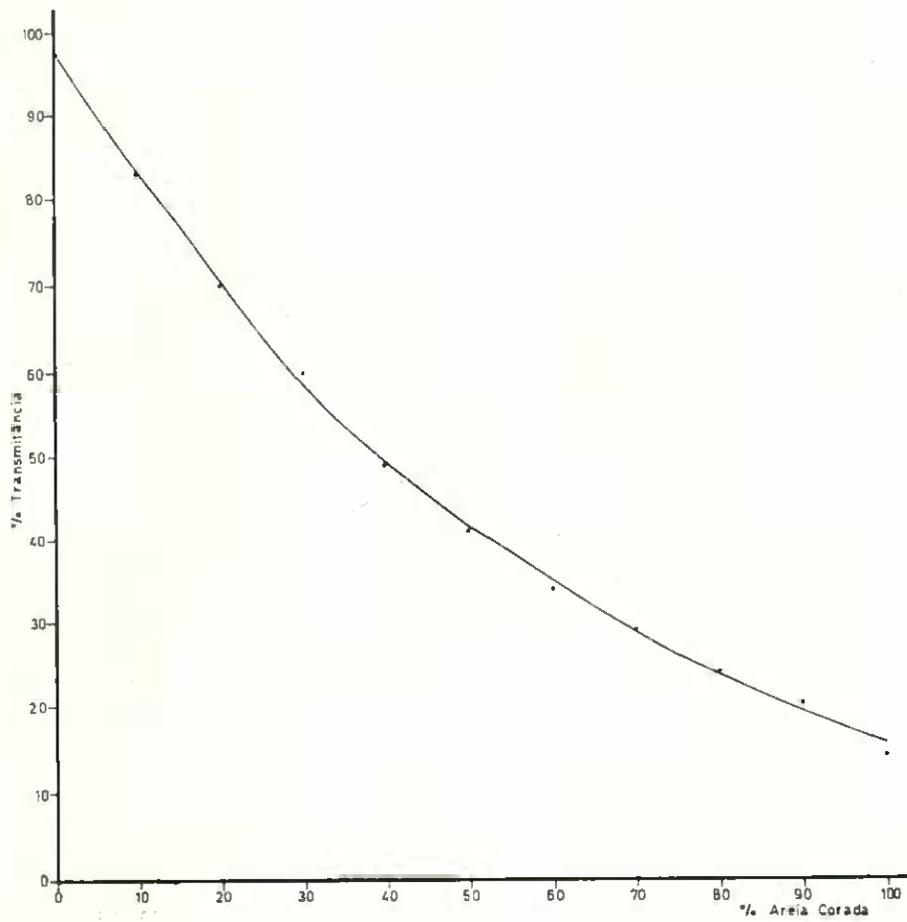
*CURVA PADRAO DO 2.º LOTE DE AREIA CORADA*

Fig. 5

## CURVA PADRÃO DO 3.º LOTE DE AREIA CORADA

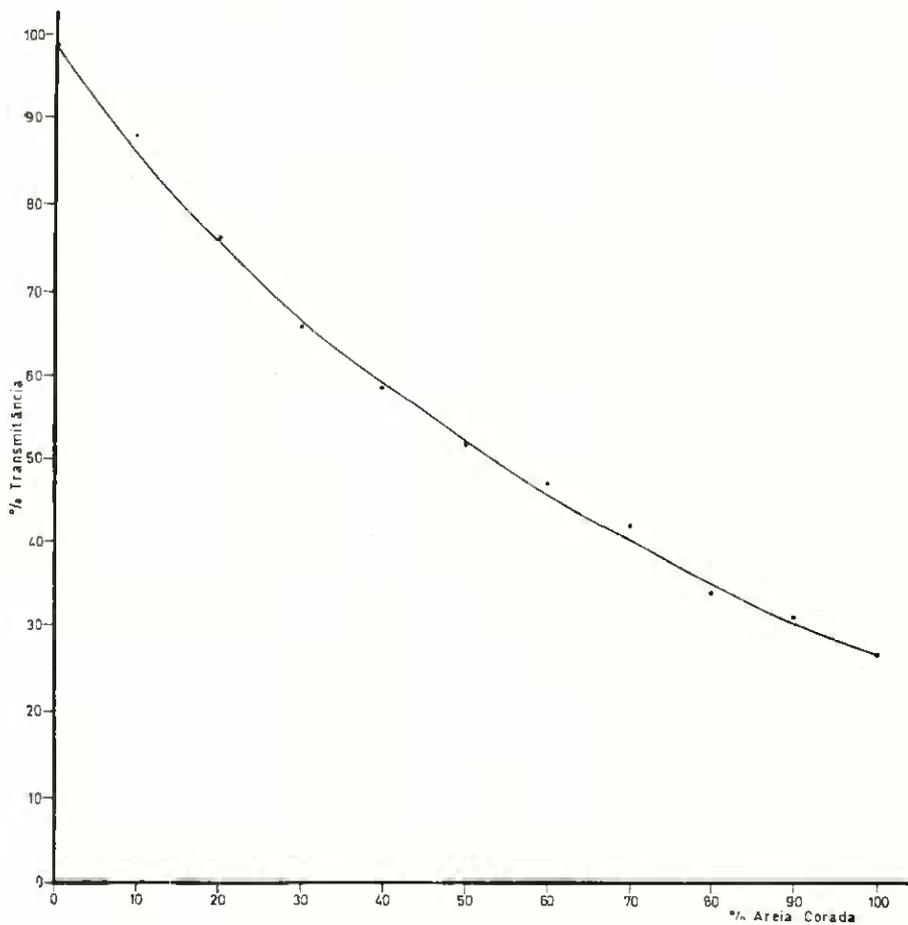


Fig. 6

QUADRO 6

*Curva padrão do 1.º lote de areia corada*

Areia Corada (%)	Leituras no espectrofotômetro (% de transmitância)			Médias
	1.ª	2.ª	3.ª	
0	98,0	98,0	98,0	98
10	84,0	83,0	82,0	83
20	69,0	69,0	68,0	69
30	57,0	58,0	56,5	57
40	48,5	49,0	49,0	49
50	41,0	40,5	41,0	41
60	56,0	35,0	35,5	35
70	32,0	27,0	28,0	29
80	—	—	—	—
90	—	—	—	—
100	18,0	16,0	15,5	17

QUADRO 7

*Curva padrão do 2.º lote de areia corada*

Areia Corada (%)	Leituras no espectrofotômetro (% de transferência)			Médias
	1.ª	2.ª	3.ª	
0	98,0	98,0	98,5	98
10	82,0	83,5	82,0	83
20	70,0	70,5	70,5	70
30	60,0	58,0	60,5	60
40	48,5	48,0	50,0	49
50	42,0	41,0	41,0	41
60	32,0	35,5	35,0	34
70	30,0	28,0	29,0	29
80	24,0	23,0	24,5	24
90	20,0	19,5	20,0	20
100	13,0	15,0	15,0	14

ESQUEMA DAS SUCESSIVAS POSIÇÕES OCUPADAS  
PELA CAMADA MARCADA

*Granulometria uniforme — Granulometria diferente*

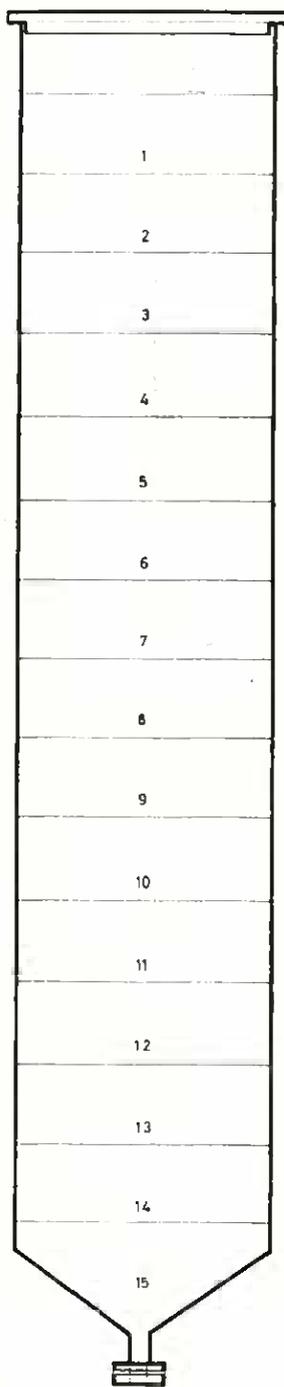


Fig. 7

## QUADRO 8

*Curva padrão do 3.º lote de areia corada*

Areia Corada (%)	Leituras no espectrofotómetro (% transmitância)			Médias
	1.ª	2.ª	3.ª	
0	98,5	99,0	99,5	99
10	87,5	87,5	89,0	88
20	75,5	75,0	77,5	76
30	67,5	65,0	66,0	66
40	59,0	59,0	60,0	59
50	52,0	52,0	52,0	52
60	47,0	47,0	48,0	47
70	43,0	41,5	41,0	42
80	34,5	34,5	33,5	34
90	32,0	31,5	31,5	31
100	27,0	26,0	26,5	26

Nos ensaios do escoamento, tanto no modelo cilíndrico como no intercelular, considerou-se a coluna do produto dividida em 15 camadas iguais.

Realizaram-se num modelo e noutro 15 ensaios de escoamento ocupando a areia corada em cada um destes a posição correspondente às 15 camadas possíveis.

Por ser desprezível a diferença de densidade entre a areia branca e a corada pode considerar-se que o peso da areia corada tomada em cada um dos ensaios corresponde a 1/15 do peso total da areia contida na célula.

Tomando em consideração a referência anterior na efectivação dos ensaios começou por pesar-se a areia corada bem como a areia branca a dispor por baixo e/ou por cima daquela. Feito isto o respectivo modelo reduzido era cheio de acordo com o esquema elaborado, isto é, localizando a areia corada na posição pretendida, processo que era alvo de todo o cuidado por forma a que durante o enchimento se mantivesse constante a geometria das «camadas capuz».

Em virtude da constância do caudal de saída, confirmada anteriormente, para a obtenção de 15 recolhas iguais atribuiu-se a cada uma destas 1/15 do tempo de escoamento total ou seja aproximadamente

de 58 s. Assim durante 15 períodos cronometrados e de duração igual fizeram-se 15 recolhas de areia a última das quais teve um carácter residual devido, como se compreende, ao formato da parte inferior dos modelos implicar capacidade menor da respectiva camada de areia.

As recolhas de areia tiveram lugar em frascos previamente tarados por forma a fornecerem por diferença o peso da areia recolhida em cada um deles.

A percentagem da areia corada, e portanto o seu peso, foi, por sua vez, determinado pelo método espectrofotométrico já descrito.

Na impossibilidade de ilustrar todos os escoamentos efectuados colheram-se alguns aspectos fotográficos, durante a realização daqueles, e em relação a qualquer dos modelos reduzidos, considerando a camada de areia corada apenas em duas posições limite (a primeira e a última) e uma intermédia (a oitava).

Esses vários aspectos serão apresentados mais adiante quando da interpretação dos resultados obtidos pelo método espectrofotométrico.

#### 2.1.2.2 — Modelo cilíndrico

Os resultados dos escoamentos realizados no modelo reduzido da célula circular apresentam-se nos quadros 9 a 23.

Nos escoamentos relativos à posição 1 e até à posição 9, inclusivé, utilizou-se areia corada do primeiro lote; da posição 10 à 15 a areia corada já pertencia, porém, ao segundo lote.

Note-se ainda que o peso da areia corada colocada na célula em cada uma das posições foi de 500,0 g.

Condensando no quadro 24 os pesos de areia corada detectados em cada frasco para cada uma das 15 posições, os quais podem obter-se pela expressão

$$\text{Peso de areia corada detectada num frasco} = \frac{\text{Teor de areia corada nesse frasco}}{\text{Peso de areia recolhida nesse frasco}} \times \text{Peso de areia recolhida nesse frasco}$$

verifica-se, ao somarem-se os valores correspondentes a cada coluna, que estes diferem, embora pouco, do total (500 g) de areia corada utilizada em cada experiência.

QUADRO 9

*Posição 1*

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	98,2	0,0	514,9	0,0
2	98,3	0,0	511,7	0,0
3	98,2	0,0	511,0	0,0
4	98,2	0,0	512,8	0,0
5	98,2	0,0	505,3	0,0
6	98,4	0,0	514,0	0,0
7	98,3	0,0	518,9	0,0
8	98,6	0,0	519,5	0,0
9	98,2	0,0	512,6	0,0
10	98,1	0,0	515,9	0,0
11	72,2	17,5	516,0	90,3
12	32,7	63,5	391,5	248,6
13	57,7	30,0	495,8	148,7
14	93,1	3,5	513,1	18,0
15	98,1	0,0	449,8	0,0
Total				505,6

+ 1,12 %

QUADRO 10

*Posição 2*

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	98,5	0,0	522,5	0,0
2	98,6	0,0	526,2	0,0
3	98,5	0,0	523,4	0,0
4	98,2	0,0	518,6	0,0
5	98,6	0,0	515,8	0,0
6	98,4	0,0	516,2	0,0
7	98,2	0,0	517,0	0,0
8	98,2	0,0	518,0	0,0
9	98,2	0,0	519,2	0,0
10	74,7	15,8	520,6	82,3
11	61,0	26,8	513,2	137,5
12	73,5	16,6	514,0	85,3
13	52,5	35,5	500,8	177,8
14	94,3	2,7	510,8	13,8
15	98,3	0,0	258,2	0,0
Total				496,7

- 0,66 %

QUADRO 11

*Posição 3*

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	98,9	0,0	519,8	0,0
2	98,5	0,0	517,1	0,0
3	99,5	0,0	520,4	0,0
4	98,0	0,0	517,7	0,0
5	98,0	0,0	526,1	0,0
6	98,0	0,0	530,0	0,0
7	98,2	0,0	517,9	0,0
8	98,2	0,0	519,9	0,0
9	86,8	7,7	514,0	39,6
10	57,7	30,0	510,9	153,3
11	72,1	17,7	514,1	91,0
12	84,4	9,5	512,1	48,7
13	61,2	16,5	500,7	82,6
14	86,0	18,3	503,8	92,2
15	98,2	0,0	283,8	0,0
Total				507,4

+ 1,46 %

QUADRO 12

*Posição 4*

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	98,1	0,0	519,4	0,0
2	98,3	0,0	520,1	0,0
3	98,2	0,0	516,6	0,0
4	98,3	0,0	514,9	0,0
5	98,2	0,0	514,5	0,0
6	98,1	0,0	521,4	0,0
7	98,8	0,0	523,1	0,0
8	94,2	2,7	515,1	13,9
9	61,6	26,2	505,3	132,4
10	66,6	21,9	505,7	110,8
11	82,6	10,5	512,7	53,8
12	88,9	6,3	516,0	32,5
13	82,0	11,0	520,0	57,2
14	61,9	25,5	503,4	128,4
15	98,1	0,0	290,6	0,0
Total				529,0

+ 5,80 %

QUADRO 13

Posição 5

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	99,0	0,0	521,3	0,0
2	98,8	0,0	518,0	0,0
3	98,8	0,0	515,6	0,0
4	98,2	0,0	513,0	0,0
5	98,0	0,0	513,4	0,0
6	98,2	0,0	511,6	0,0
7	93,7	3,0	510,9	15,3
8	64,4	23,7	503,0	119,2
9	71,0	18,5	513,1	94,9
10	81,7	11,2	512,3	57,4
11	86,8	7,8	517,0	40,3
12	93,8	3,0	511,4	15,3
13	96,7	1,0	506,7	6,1
14	57,7	30,0	486,6	146,0
15	98,2	0,0	344,3	0,0
Total				493,5

— 1,29 %

QUADRO 14

Posição 6

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	98,6	0,0	516,4	0,0
2	99,0	0,0	524,4	0,0
3	98,9	0,0	512,2	0,0
4	99,0	0,0	522,2	0,0
5	98,8	0,0	525,0	0,0
6	98,9	0,0	515,2	0,0
7	73,2	16,7	508,7	85,0
8	63,6	24,5	506,0	124,0
9	74,4	16,0	510,5	81,7
10	81,7	11,3	506,0	57,2
11	88,3	7,2	516,9	37,2
12	94,0	3,0	518,0	15,5
13	95,9	1,5	516,6	7,8
14	74,8	15,7	504,0	79,1
15	96,8	1,0	312,9	3,1
Total				490,6

— 1,89 %

QUADRO 15

Posição 7

Número dos frascos	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	98,2	0,0	520,8	0,0
2	98,0	0,0	519,0	0,0
3	98,3	0,0	516,9	0,0
4	98,1	0,0	514,3	0,0
5	98,1	0,0	513,8	0,0
6	72,5	17,4	501,0	87,2
7	60,0	27,7	498,0	138,0
8	68,3	20,5	503,9	103,3
9	77,5	14,0	493,0	69,0
10	87,3	7,5	514,3	38,6
11	92,6	3,8	516,2	19,6
12	94,4	2,6	512,9	13,3
13	94,8	2,3	505,2	11,6
14	84,9	9,0	486,6	43,8
15	95,4	2,0	378,0	7,6
Total				532,0

+ 6,39 %

QUADRO 16

Posição 8

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	98,3	0,0	523,0	0,0
2	98,0	0,0	518,4	0,0
3	98,2	0,0	519,1	0,0
4	98,7	0,0	514,2	0,0
5	76,5	14,6	505,1	74,7
6	60,3	27,5	502,3	138,1
7	66,7	21,7	503,7	109,3
8	80,7	12,0	510,6	61,3
9	87,0	7,6	510,1	38,8
10	92,2	4,8	517,0	24,8
11	95,5	1,9	516,9	9,8
12	96,6	1,0	513,7	5,1
13	96,9	0,8	510,8	4,1
14	86,1	8,3	503,0	41,8
15	96,6	1,0	326,2	3,3
Total				511,1

+ 2,22 %

QUADRO 17

Posição 9

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)		
			Total	Corada	
1	98,5	0,0	520,3	0,0	
2	98,7	0,0	523,0	0,0	
3	98,8	0,0	515,9	0,0	
4	78,3	13,5	511,7	69,1	
5	59,6	28,2	500,3	141,1	
6	67,1	21,5	501,4	107,8	
7	79,7	12,5	503,4	62,9	
8	87,9	7,0	507,6	35,5	
9	91,1	5,0	508,7	25,4	
10	94,7	2,4	511,7	12,3	
11	96,9	1,0	515,5	5,2	
12	97,5	0,5	508,6	2,5	
13	97,9	0,0	508,6	0,0	
14	87,6	7,2	501,6	36,1	
15	92,7	3,7	354,5	13,1	
Total				511,0	

+ 2,22 %

QUADRO 18

Posição 10

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)		
			Total	Corada	
1	97,8	0,0	512,9	0,0	
2	97,8	0,0	500,6	0,0	
3	70,9	19,3	543,5	104,9	
4	60,0	18,7	502,0	93,9	
5	69,5	20,3	500,1	101,5	
6	78,8	12,7	504,6	64,1	
7	87,1	6,7	507,4	34,0	
8	90,6	4,0	507,6	20,3	
9	94,6	2,0	512,5	10,3	
10	95,9	1,4	516,2	7,2	
11	96,4	1,0	521,0	5,2	
12	96,7	0,8	516,5	4,1	
13	97,2	0,5	514,8	2,6	
14	86,2	7,3	506,8	37,0	
15	95,9	0,7	326,9	2,3	
Total				487,4	

- 2,51 %

QUADRO 19

Posição 11

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	98,0	0,0	527,6	0,0
2	88,8	5,6	517,5	29,0
3	52,3	36,5	516,4	188,5
4	59,7	29,0	503,4	146,0
5	71,8	18,5	495,5	91,7
6	85,2	8,0	497,7	39,8
7	89,7	5,0	495,6	24,8
8	93,3	3,0	521,5	15,7
9	94,4	2,2	511,9	11,3
10	96,4	1,0	517,4	5,2
11	97,1	0,5	530,5	2,7
12	97,4	0,4	516,8	2,1
13	97,7	0,0	511,3	0,0
14	96,4	1,0	509,8	5,1
15	95,0	1,8	318,3	5,7
Total				567,6

+ 13,4 %

QUADRO 20

Posição 12

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	86,3	7,3	514,4	37,6
2	53,9	34,8	492,5	171,4
3	58,3	30,2	505,0	152,5
4	76,8	14,3	507,1	72,5
5	88,8	5,6	507,5	28,4
6	92,3	3,5	501,5	17,6
7	94,8	2,0	505,7	10,1
8	95,5	1,5	511,9	7,7
9	95,8	1,4	512,9	7,2
10	97,1	0,6	519,7	3,1
11	97,4	0,4	523,0	2,1
12	97,9	0,0	518,8	0,0
13	97,9	0,0	512,2	0,0
14	97,5	0,3	512,1	1,5
15	94,0	2,5	350,3	8,8
Total				520,5

+ 4,80 %

QUADRO 21

Posição 13

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	57,3	3,2	507,0	158,2
2	58,6	30,0	503,0	150,9
3	75,8	15,0	504,4	75,7
4	84,9	8,2	506,7	41,6
5	89,9	5,0	706,0	25,3
6	93,8	2,5	510,9	12,8
7	92,8	3,2	507,2	16,2
8	96,1	1,2	508,2	6,1
9	96,5	1,0	512,8	5,1
10	96,6	0,9	519,2	4,7
11	96,9	0,7	514,0	3,6
12	98,1	0,0	513,0	0,0
13	97,7	0,1	521,5	0,5
14	94,6	2,0	509,8	10,2
15	89,8	5,0	348,4	17,4
Total				528,3

+ 5,65 %

QUADRO 22

Posição 14

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	55,4	33,3	502,2	167,2
2	71,3	19,0	502,9	95,6
3	78,4	13,0	504,3	65,6
4	85,5	7,8	506,0	39,5
5	92,1	3,5	505,5	17,7
6	93,6	2,6	515,8	13,4
7	95,3	1,7	510,7	8,7
8	94,7	2,0	516,2	10,3
9	96,6	0,9	517,3	4,7
10	97,4	0,5	525,4	2,6
11	97,6	0,2	517,8	1,0
12	97,5	0,3	516,5	1,6
13	96,8	0,8	511,8	4,1
14	96,5	0,9	505,1	4,6
15	59,8	29,0	332,1	96,3
Total				532,9

+ 6,55 %

QUADRO 23

Posição 15

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	57,4	31,2	493,2	153,9
2	86,5	7,2	509,5	36,7
3	92,6	3,3	503,8	16,6
4	93,1	3,0	509,6	15,3
5	94,2	2,4	509,3	12,2
6	95,1	1,8	511,7	9,2
7	95,9	1,3	512,4	6,7
8	96,3	1,0	514,4	5,1
9	97,2	0,5	517,6	2,6
10	97,9	0,0	516,5	0,0
11	97,7	0,1	520,0	0,5
12	98,2	0,0	521,6	0,0
13	98,2	0,0	514,8	0,0
14	98,3	0,0	504,8	0,0
15	26,0	75,5	332,8	251,3
Total				510,1

+ 2,01 %

Como estas variações podem ser atribuídas a erro experimental e/ou a variação na intensidade de coloração da areia harmonizaram-se os dados através da expressão

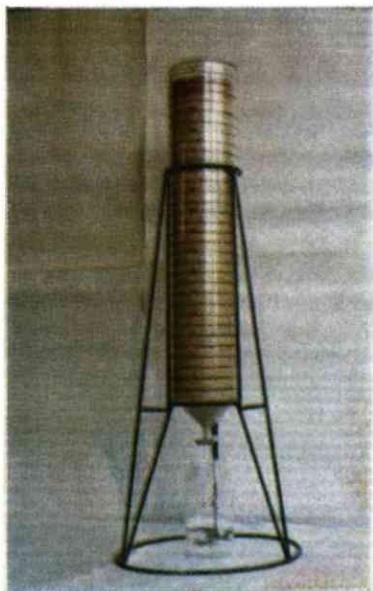
$$\text{Percentagem corrigida de areia corada num frasco} = 100 \times \frac{\text{Areia corada detectada nesse frasco}}{\text{Peso total da areia corada detectada}}$$

otendo-se assim os dados que figuram no quadro 25.

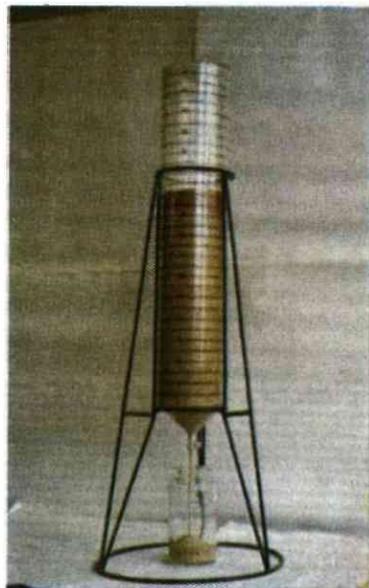
Antes de proceder-se a uma interpretação rigorosa dos dados, tal como se disse atrás, apresentam-se alguns aspectos fotográficos do escoamento no modelo cilíndrico.

Assim, a foto 3 corresponde à camada de areia corada na posição 1 antes de ser iniciado o escoamento. Por sua vez, as fotos 4, 5 e 6 representam fases do escoamento que podem interpretar-se, de acordo com os dados expressos no quadro 25, cujos valores, para a referida posição, estão inscritos ao lado das fotos, da forma que a seguir se descreve.

Aspectos fotográficos do escoamento  
Granulometria uniforme-modelo cilíndrico  
Posição 1

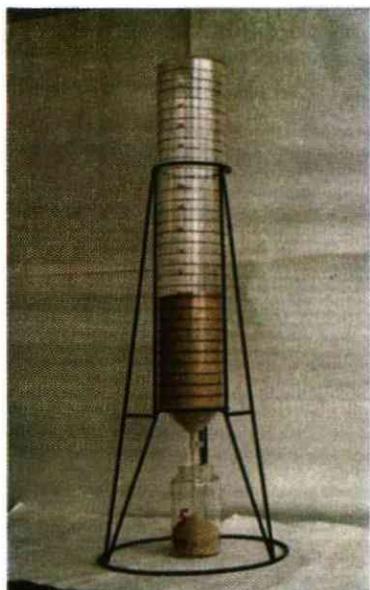


Fot. 3



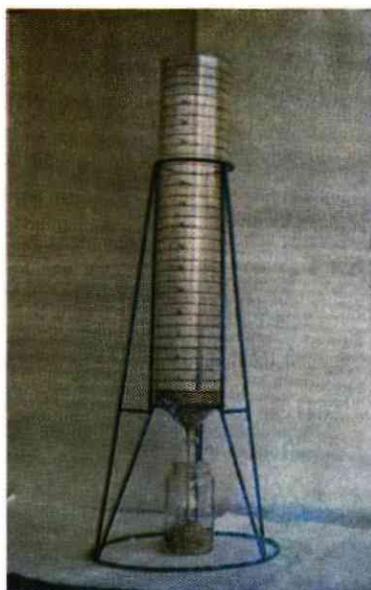
Fot. 4

N.º de ordem dos frascos	% corrigida de areia corada
1	0.00
2	0.00
3	0.00
4	0.00
5	0.00



Fot. 5

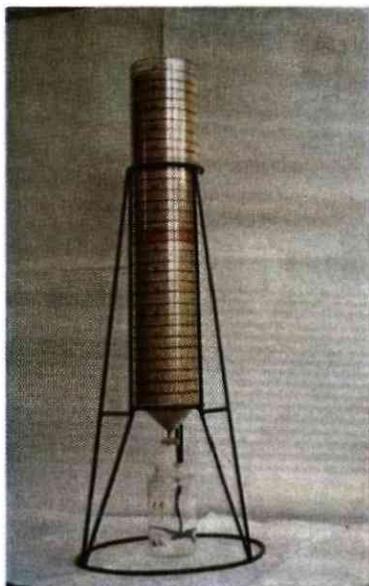
N.º de ordem dos frascos	% corrigida de areia corada
6	0.00
7	0.00
8	0.00
9	0.00
10	0.00



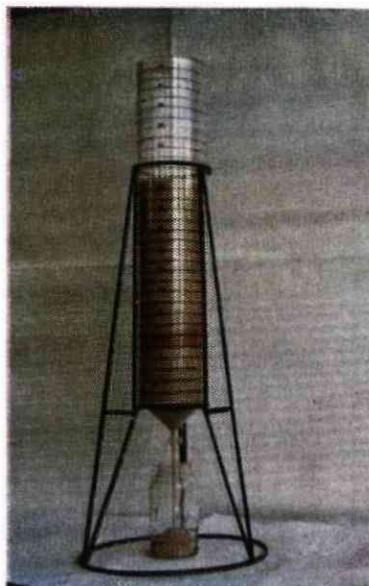
Fot. 6

N.º de ordem dos frascos	% corrigida de areia corada
11	17.86
12	49.17
13	29.41
14	3.56
15	0.00

Aspectos fotográficos do escoamento  
Granulometria uniforme-modelo cilíndrico  
Posição 8



Fot. 7



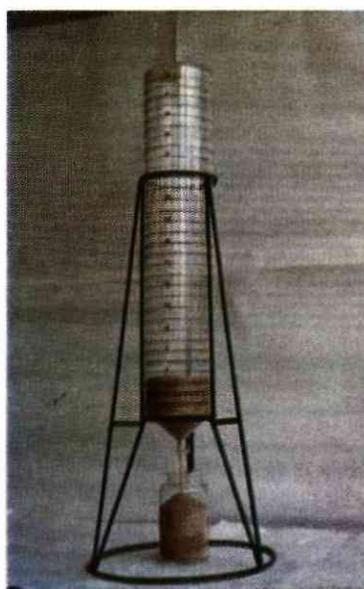
Fot. 8

N.º de ordem dos frascos	% corrigida de areia corada
1	0.00
2	0.00
3	0.00
4	0.00
5	14.62



Fot. 9

N.º de ordem dos frascos	% corrigida de areia corada
6	27.02
7	21.38
8	11.99
9	7.59
10	4.85



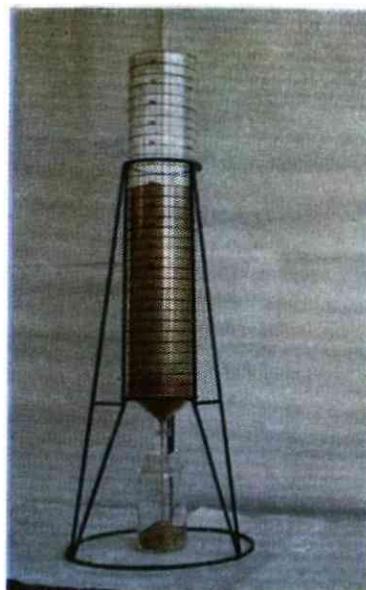
Fot. 10

N.º de ordem dos frascos	% corrigida de areia corada
11	1.92
12	1.00
13	0.80
14	8.18
15	0.64

Aspectos fotográficos do escoamento  
Granulometria uniforme-modelo cilíndrico  
Posição 15

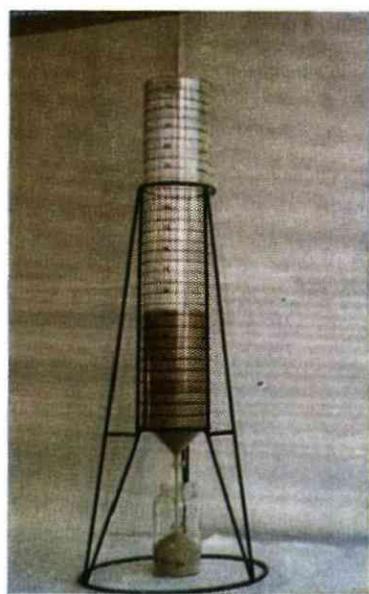


Fot. 11



Fot. 12

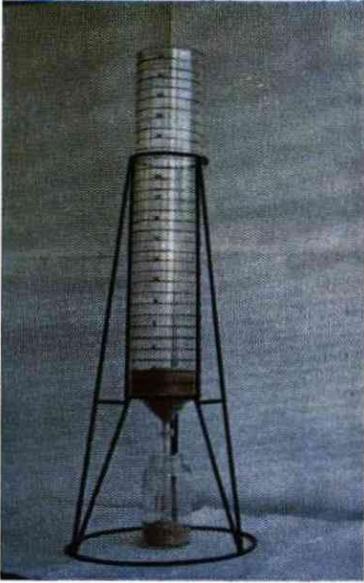
N.º de ordem dos frascos	% corrigida de areia corada
1	30.17
2	7.19
3	3.25
4	3.00
5	2.39



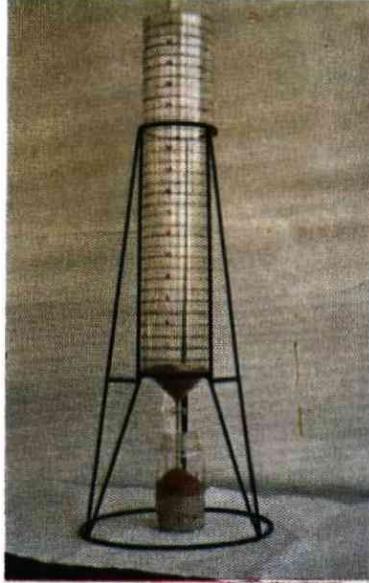
Fot. 13

N.º de ordem dos frascos	% corrigida de areia corada
6	1.80
7	1.31
8	1.00
9	0.51
10	0.00

Posição 15 (continuação)



Fot. 14



Fot. 15

N.º de ordem dos frascos	% corrigida de areia corada
11	0.01
12	0.00
13	0.00
14	0.00
15	49.26

QUADRO 24

Número de ordem do frasco	PESO DE AREIA CORADA RECOLHIDA (E) CORRESPONDENTE AS DIVERSAS POSIÇÕES														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	37,6	158,2	167,2	153,9
2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	29,0	171,4	150,9	95,6	36,7
3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	104,9	188,5	152,5	75,7	65,6	16,6
4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	69,1	93,9	6,0	72,5	41,6	39,5	15,3
5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	74,7	141,1	101,5	91,7	28,4	25,3	17,7	12,2
6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	87,2	138,1	107,8	64,1	39,8	17,6	12,8	13,4	9,2
7	0,0	0,0	0,0	0,0	15,3	85,0	138,0	109,3	62,9	34,0	24,8	10,1	16,2	8,7	6,7
8	0,0	0,0	0,0	13,9	119,2	124,0	103,3	61,3	35,5	20,3	15,7	7,7	6,1	10,3	5,1
9	0,0	0,0	39,6	132,4	94,9	81,7	69,0	38,8	25,4	10,3	11,3	7,2	5,1	4,7	2,6
10	0,0	82,3	153,3	110,8	57,4	57,2	38,6	24,8	12,3	7,2	5,2	3,1	4,7	2,6	0,0
11	90,3	137,5	91,0	53,8	40,3	37,2	19,6	9,8	5,2	5,2	2,7	2,1	3,6	1,0	0,5
12	248,6	85,3	48,7	32,5	15,3	15,5	13,3	5,1	2,5	4,1	2,1	0,0	0,0	1,6	0,0
13	148,7	177,8	82,6	57,2	5,1	7,8	11,6	4,1	0,0	2,6	0,0	0,0	0,5	4,1	0,0
14	18,0	13,8	92,2	128,4	146,0	79,1	43,8	41,8	36,1	37,0	5,1	1,5	10,2	4,6	0,0
15	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	3,1	7,6	3,3	13,1	2,3	5,7	8,8	17,4	96,3	251,3
Totais	505,6	486,7	507,4	529,0	493,5	490,6	532,0	511,1	511,0	487,4	567,6	520,5	528,3	532,9	510,1

QUADRO 25

Número de ordem do frasco	PERCENTAGENS CORRIGIDAS DE AREA CORADA CORRESPONDENTES AS DIVERSAS POSIÇÕES														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	7,22	29,95	31,38	30,17
2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	5,11	32,93	28,56	17,94	7,19
3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	21,52	33,21	29,30	14,33	12,31	3,25
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	13,52	19,26	25,72	13,93	7,87	7,41	3,00
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	14,62	27,61	20,82	16,6	5,46	4,79	3,32	2,39
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	16,39	27,02	21,10	13,15	7,01	3,38	2,42	2,51	1,80
7	0,00	0,00	0,00	0,00	31,00	17,32	25,94	21,38	12,31	6,98	4,37	1,94	3,07	1,63	1,31
8	0,00	0,00	0,00	2,63	24,15	25,28	19,42	11,99	6,95	4,16	2,77	1,38	1,15	1,93	1,00
9	0,00	0,00	7,80	25,03	19,23	16,65	12,97	7,59	4,97	2,11	1,99	1,37	0,97	0,88	0,51
10	0,00	16,56	30,21	20,94	11,63	11,66	7,25	4,85	2,41	1,48	0,92	0,60	0,89	0,49	0,00
11	17,86	27,69	17,93	10,17	8,17	7,58	3,68	1,92	1,02	1,07	0,48	0,40	0,68	0,19	0,01
12	49,17	17,17	9,60	6,14	3,10	3,16	2,50	1,00	0,49	0,84	0,37	0,00	0,00	0,30	0,00
13	29,41	35,80	16,28	10,81	1,03	1,59	2,18	0,80	0,00	0,53	0,00	0,00	0,01	0,77	0,00
14	3,56	2,78	18,17	24,27	29,58	16,12	8,23	8,18	7,06	7,59	0,90	0,29	1,93	0,85	0,00
15	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,63	1,43	0,64	2,56	0,47	1,00	1,69	3,30	18,07	49,26

Durante o primeiro terço do escoamento não se observou saída de areia corada tendo-se notado apenas um abaixamento da posição relativa da mesma (foto 4). O facto de não haver saída de areia corada neste terço é confirmado pelos dados que lhe correspondem e que se indicam no quadro que acompanha as fotos.

No escoamento do segundo terço não foi detectada ainda visualmente saída de areia corada muito embora se note uma diminuição de espessura daquela camada (foto 5) a qual é devida a ter-se dado a inversão do cone e, portanto, parte da areia corada ter-se deslocado para o interior do mesmo (foto 28). O facto de não ter saído areia corada é confirmado também pelos respectivos dados expressos no mesmo quadro.

No escoamento do último terço verificou-se finalmente a saída de toda a areia corada, aspecto em parte observado visualmente, notando-se apenas a ausência desta na última recolha (foto 6). Os valores do quadro confirmam ainda esta observação.

Tal como para a camada de areia corada na posição 1 apresenta-se a foto 7 em que aquela se encontra agora na posição intermédia, antes de ser iniciado o escoamento, e as fotos 8, 9 e 10 que representam fases sucessivas daquele para a citada posição.

Durante o escoamento apenas se detectou visualmente a saída de areia corada no segundo terço (foto 9) tendo-se notado apenas ao longo do processo uma descida gradual da camada de areia corada acompanhada de diminuição da sua espessura.

Finalmente representa-se na foto 11 a camada de areia corada na posição 15 antes de ser iniciado o escoamento. As fotos 12 a 15 ilustram aspectos deste, durante o qual apenas se detectou visualmente a saída de areia corada no início e no fim do mesmo apresentando a areia intensidade de cor muito semelhante (fotos 12 e 15). A saída da areia corada nas fases intermédias, detectada por ensaio mais rigoroso como referem os dados expressos no quadro, dificilmente se torna visível dada a sua diluição na areia branca.

A partir dos dados do quadro 25 foram construídos os histogramas representados na fig. 8 permitindo a sua observação verificar que:

- a) Em todas as posições, salvo na 1, os caudais de saída da areia corada apresentam dois máximos locais. Este facto pode ser interpretado como uma consequência da camada de areia

**HISTOGRAMAS DO ESCOAMENTO**  
*Granulometria uniforme — Modelo cilíndrico*

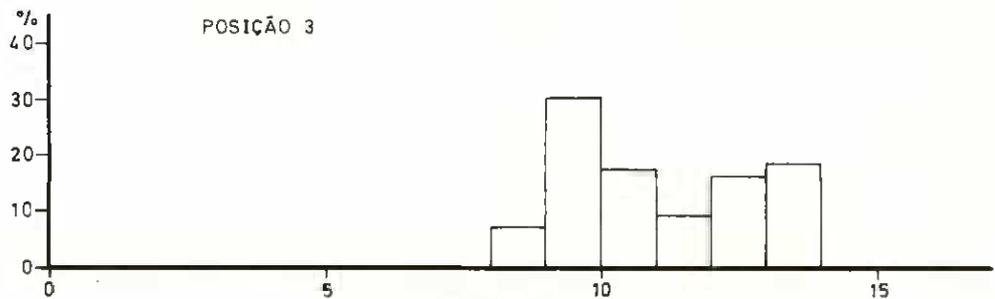
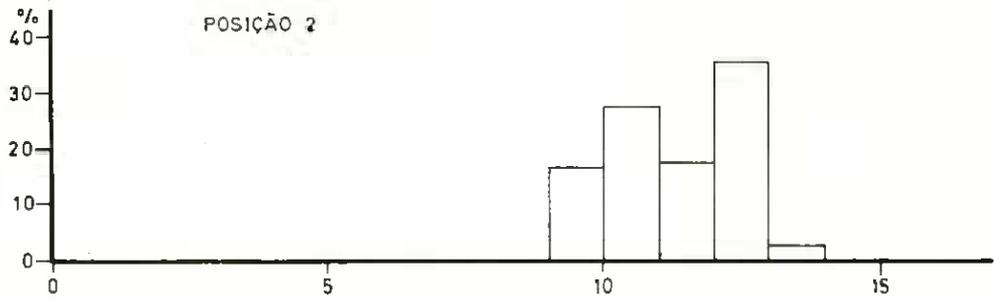
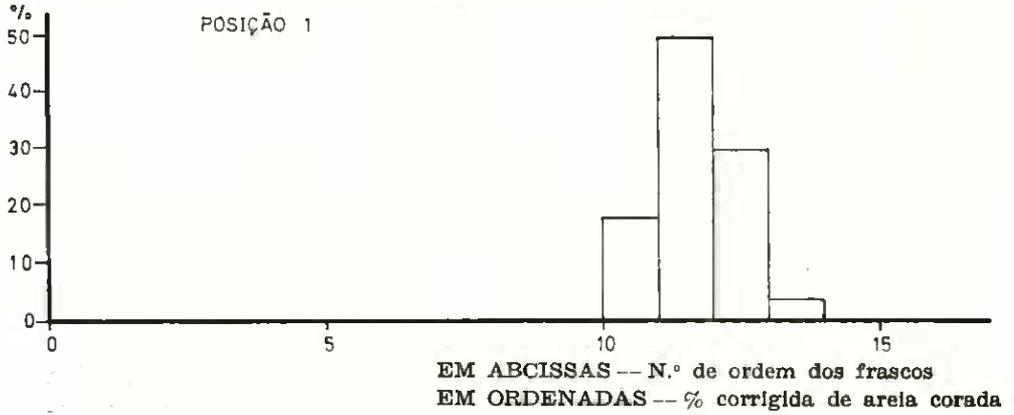


Fig. 8 (1)

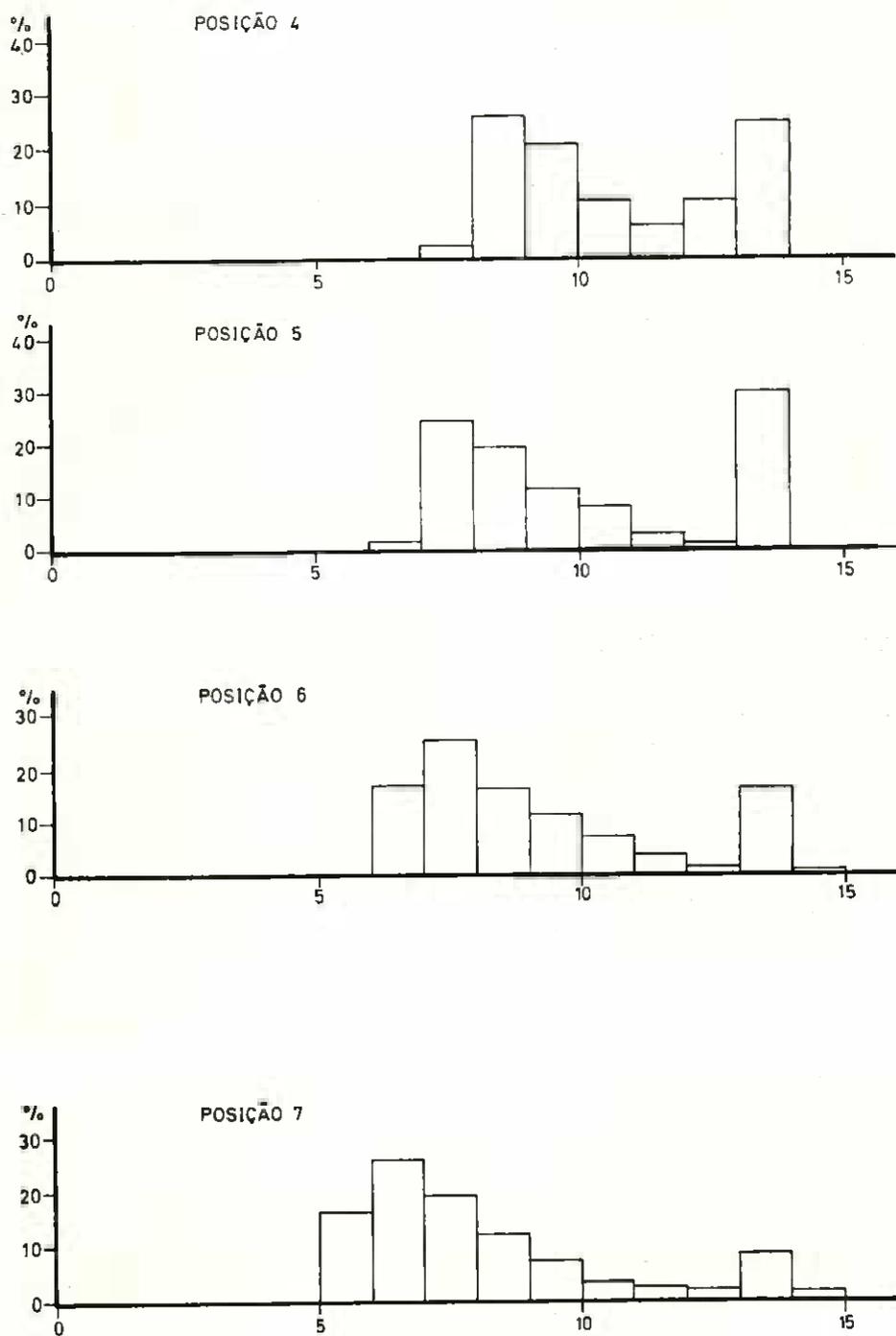


Fig. 8 (continuação) (2)

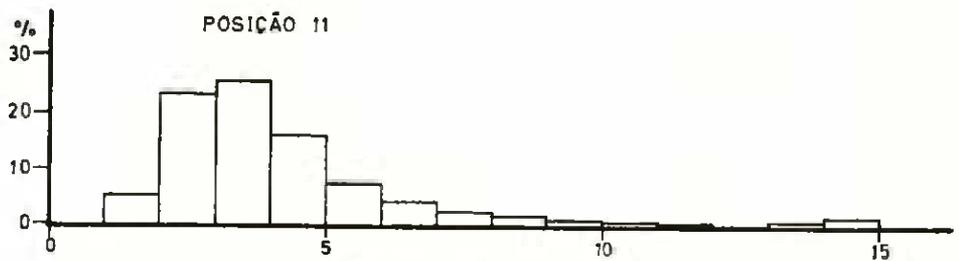
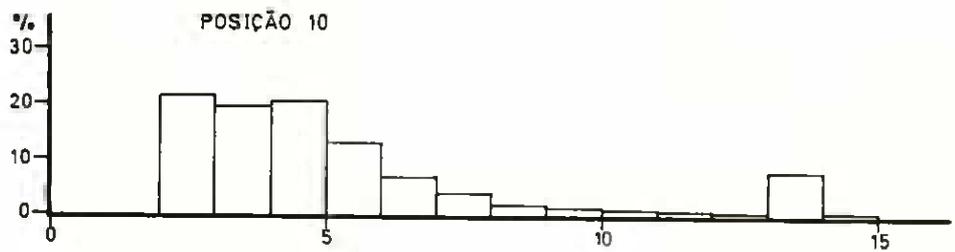
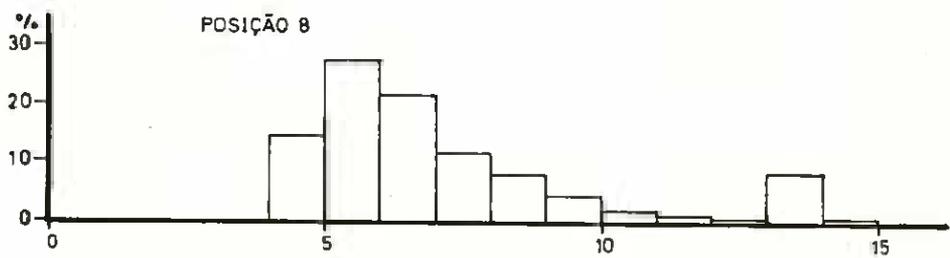


Fig. 8 (continuação) (3)

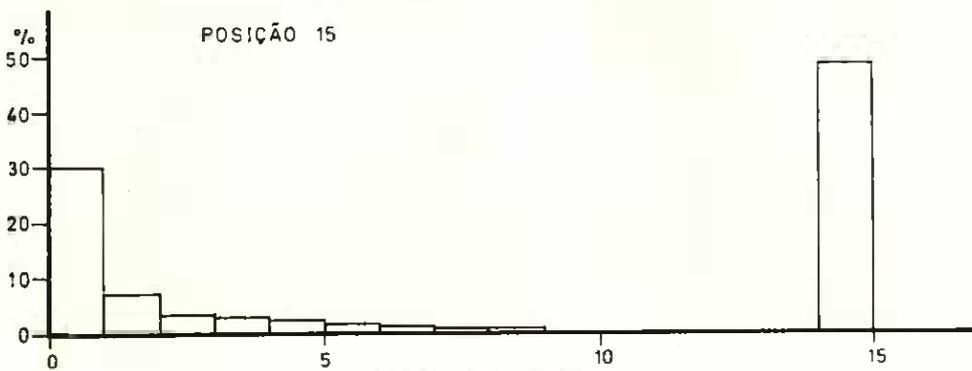
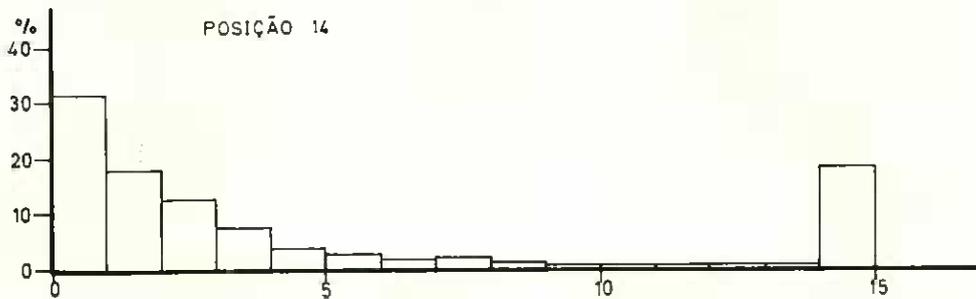
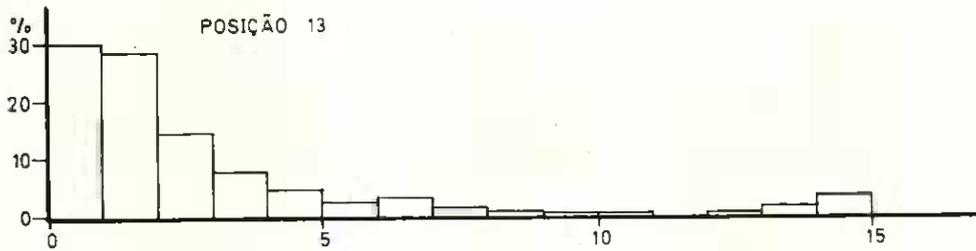
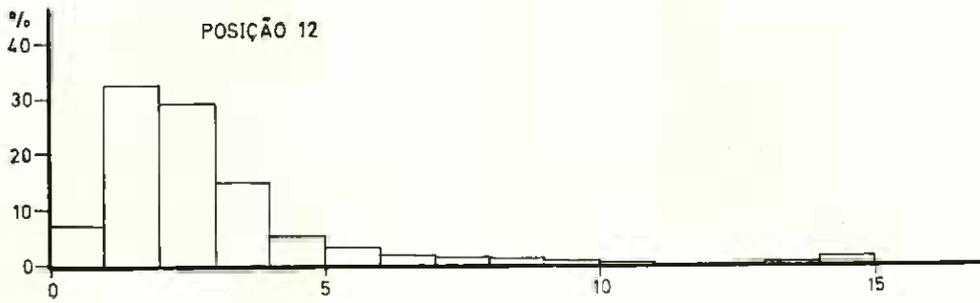


Fig. 8 (continuação) (4)

corada em todas as posições, com excepção da primeira, ser, durante o escoamento, atravessada por areia vinda de níveis mais elevados.

De acordo com os escoamentos prévios em que se constatou que a inversão do cone se inicia a cerca de 24 cm da base e está concluída a cerca de 5 cm (quadro 2), a que correspondem sensivelmente as posições 8 e 14, pode concluir-se ainda que o primeiro máximo se verifica sempre antes do início da inversão e o segundo no final desta ou depois.

- b) O histograma correspondente à posição 1 pode facilmente ser interpretado como proveniente de uma distribuição normal.
- c) Para as restantes posições o escoamento parece ser a mistura de duas componentes das quais a da direita é fortemente concentrada. Exceptuam-se os casos das posições 2, 3 e 4 em que há sobreposição efectiva das duas componentes referidas.

As observações feitas levaram a ordenar o estudo do problema partindo da situação correspondente à posição 1, seguindo depois à posição 5 e seguintes para finalmente verificar em que medida as conclusões obtidas se ajustam às posições 2, 3 e 4.

Admitindo, como se disse, que na posição 1 o escoamento segue uma lei normal pode fazer-se para este caso uma representação do tipo apresentado na fig. 9 em que a densidade normal se identifica por um tracejado.

Considera-se portanto bastante para este caso estimar a respectiva média e a variância pois, como se sabe, tais parâmetros são suficientes para caracterizar uma densidade de tal tipo.

Para o efeito utilizou-se a técnica habitual para dados agrupados obtendo-se os estimadores

$$\mu_1 = 12,187$$

$$\sigma_1 = 0,622$$

Passando agora às posições 5 e seguintes há que determinar o tipo das distribuições componentes, estimação dos seus parâmetros bem como estimação da probabilidade de combinação.

Com efeito, como se viu atrás, a distribuição do escoamento, deve corresponder a uma mistura de duas distribuições unimodais cada uma

**AJUSTAMENTO GRÁFICO DE UMA DENSIDADE NORMAL  
AO HISTOGRAMA CORRESPONDENTE A POSIÇÃO 1**

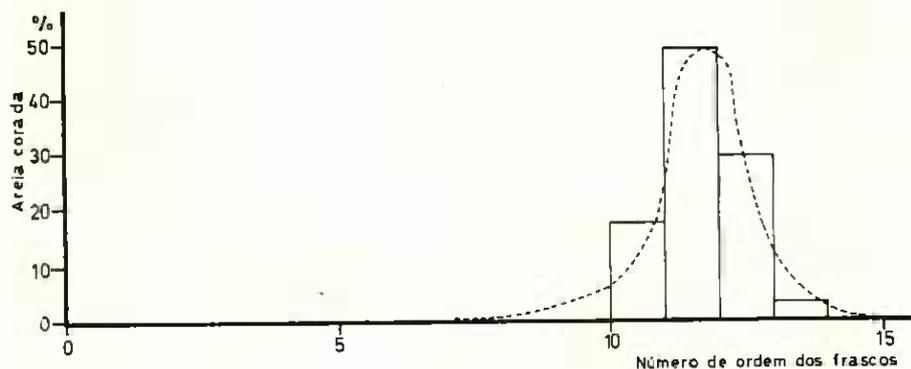


Fig. 9

delas responsável por um dos máximos locais obtendo-se então uma expressão do tipo

$$f = pf_1 + (1-p)f_2$$

onde  $f_1$  e  $f_2$  são as densidades componentes unimodais respectivamente esquerda e direita e  $p$  a probabilidade de combinação.

Para o estudo de  $f$  começar-se-á por analisar  $f_2$  ou seja a componente da direita que atrás se disse ser fortemente concentrada. Ora distribuições concentradas com localizações próximas, embora distintas, podem considerar-se como conduzindo a leis de escoamento semelhantes, visto que qualquer que seja a distribuição do escoamento este ficará praticamente completo num prazo de tempo relativamente curto. Pode portanto admitir-se, por uma questão de comodidade, que se trata de uma densidade normal. Esta hipótese é ainda reforçada pelo facto de  $f_2$  corresponder ao escoamento que se faz depois da inversão do cone, portanto quando a camada em estudo se encontra por cima. Esta está então numa situação semelhante à da camada situada na posição 1 cujo escoamento, como se viu, segue uma lei normal.

A análise dos histogramas correspondentes às posições 5 e seguintes mostram ainda que se pode admitir que  $f_2$  é sempre a mesma distribuição deslocando-se paralelamente a si mesma.

A fim de precisar a discussão sobre esta distribuição pode dizer-se ainda que a mesma deve conduzir a escoamento praticamente

total (da ordem de 99 %) da massa relativa a essa distribuição em 58 s.

Este facto permite, utilizando para isso a tabela 1 de Fisher & Yates (1957), dar como limite superior para o desvio padrão desta distribuição 11, 25 s.

Por outro lado a análise dos vários histogramas permite indicar que os valores médios  $\mu_{2,r}$  destas distribuições correspondem aos seguintes lotes de recolha (quadro 26).

QUADRO 26

Posição	Lotes de recolha
2	13
3	14
4	14
5	14
6	14
7	14
8	14
9	14
10	14
11	15
12	15
13	15
14	15
15	15

Passando agora ao estudo das componentes da esquerda ( $f_1$ ) verifica-se que estas se apresentam assimétricas com a cauda direita mais longa que a esquerda afastando-se portanto nitidamente da normal. Aliás a configuração destas distribuições sugere a hipótese das mesmas pertencerem ao tipo de Gumbel.

$$F(x, \lambda, \delta) = e^{-e^{-\frac{x - \lambda}{\delta}}}$$

onde  $\lambda$  e  $\delta$  são parâmetros, respectivamente de localização e dispersão. Estes parâmetros estão relacionados com a média  $\mu$  e o desvio padrão  $\sigma$  pelas expressões (Tiago de Oliveira — 1967).

$$\mu = \lambda + 0,57722 \delta .$$

$$\sigma^2 = \frac{\Pi^2}{6} \delta^2$$

Para verificar aquela hipótese utilizou-se a expressão

$$\log \left[ -\log F (x, \lambda, \delta) \right] = \frac{x - \lambda}{\delta} ,$$

pelo que estimando os valores de  $\log (-\log F)$ , da probabilidade acumulada correspondente a  $f_1$ , estes valores devem-se dispor em linha recta como se indica no esquema seguinte (fig. 10).

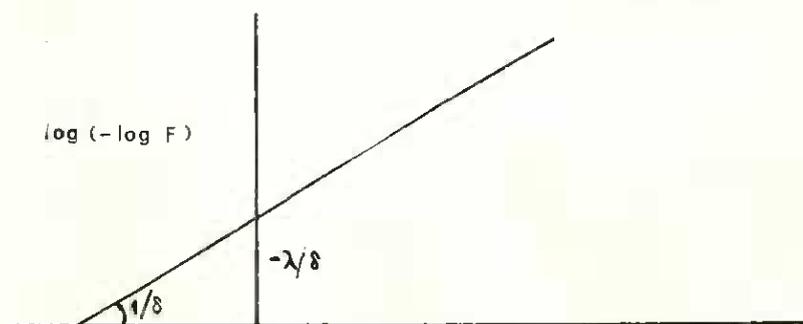


Fig. 10 — Esquema dos valores do  $\log (-\log F)$  de probabilidade acumulada de  $f_1$ .

Procedeu-se, então, aos cálculos indispensáveis começando por estimar os valores  $P$  da probabilidade de combinação correspondente a  $f_1$ .

A partir destas probabilidades  $P$ , que vêm indicadas na última linha do quadro 27, podem obter-se as percentagens de areia corada relativas à primeira componente retidas em cada frasco. Para isso utilizou-se a expressão seguinte vindo os resultados obtidos no quadro 27.

$$\text{Percentagem areia retida relativa à 1.ª componente} = \frac{\text{Percentagem areia retida relativa à distribuição total}}{P}$$

Calculando então  $\log$  de  $-\log$  das probabilidades acumuladas, ou sejam os valores acumulados até cada lote inclusivé, obtêm-se os resultados que se exprimem no quadro 28.

Os dados inscritos no quadro anterior permitem o traçado das rectas apresentadas na fig. 11 cuja interpretação se deve fundamentar nos histogramas que estão sendo considerados, isto é, os correspondentes às posições 5 e seguintes. Aqueles mostram que a densidade  $f_1$ , pertence sempre ao mesmo tipo, pelo que a alternativa à hipótese feita consistiria numa família de curvas todas do mesmo tipo. Atendendo ao que se disse vê-se que a hipótese feita se ajusta bastante bem aos dados.

Pode portanto admitir-se que as densidades  $f_1$  são do tipo de Gumbel.

Para estimar os parâmetros respectivos começou por utilizar-se a técnica usual para dados agrupados; para estimar a média  $\mu$  e o desvio padrão  $\sigma$  respectivos, utilizaram-se em seguida as expressões

$$\mu = \lambda + 0,57722 \delta \text{ e } \sigma^2 = \frac{\Pi^2}{6} \delta^2 \text{ para obter estimadores para } \lambda \text{ e } \delta.$$

Os resultados obtidos apresentam-se no quadro 29 e mostram que, a partir da posição 5, há duas componentes, uma de Gumbel e outra aproximadamente normal deslocando-se a primeira para a esquerda.

Na fig. 12 apresenta-se gráficamente a evolução dos parâmetros  $\lambda$  e  $\delta$  correspondentes a  $f_1$ , que pode ser interpretada como indicando que a densidade  $f_1$  se desloca paralelamente a si mesma a uma taxa aproximadamente constante. As rectas figuradas foram ajustadas apenas gráficamente por ser dispensável maior rigor em face dos resultados obtidos.

Por último, na fig. 13, apresentam-se os valores da probabilidade  $P$  de combinação. Este parâmetro  $P$  apresenta uma variação muito mais irregular que os anteriores pelo que a mesma é mais difícil de interpretar. No entanto vê-se que  $P$  tende a subir bastante no início



**TESTE DE AJUSTAMENTO LINEAR**  
*Granulometria uniforme — Modelo cilíndrico*

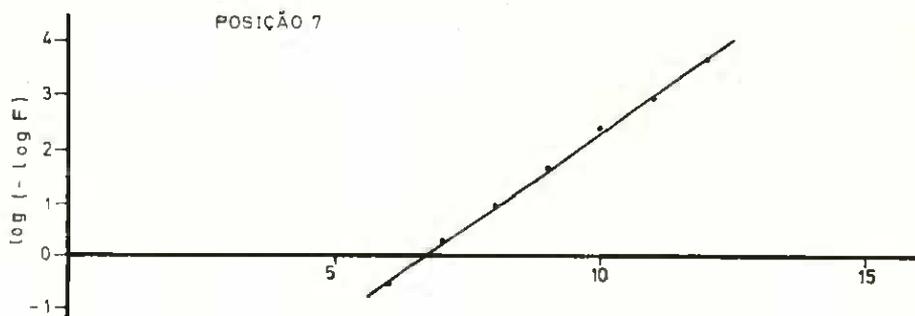
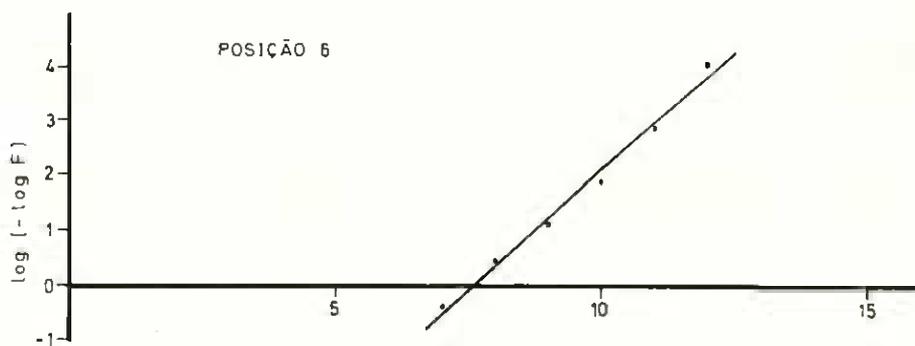
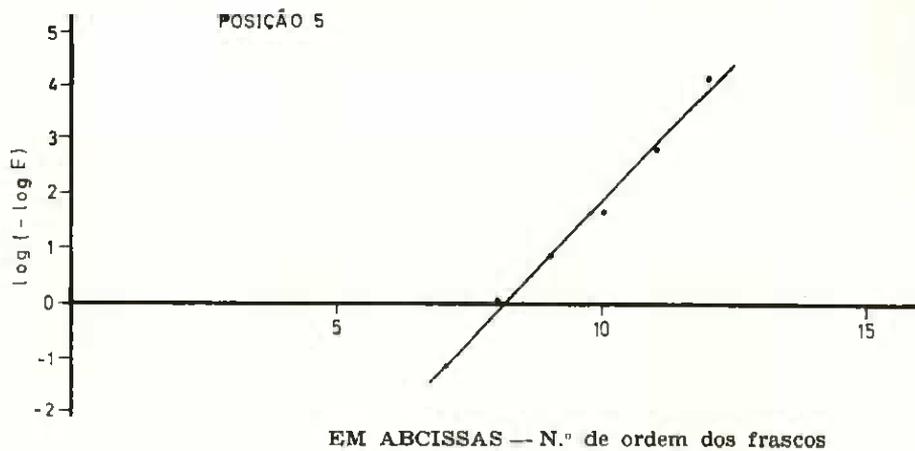


Fig. 11 (1)

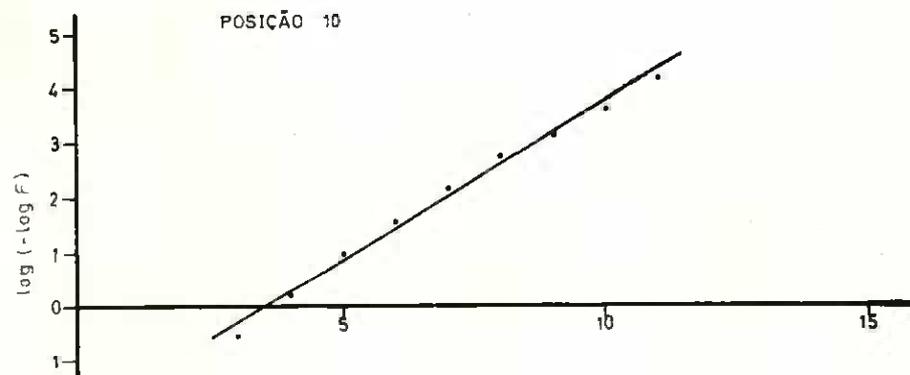
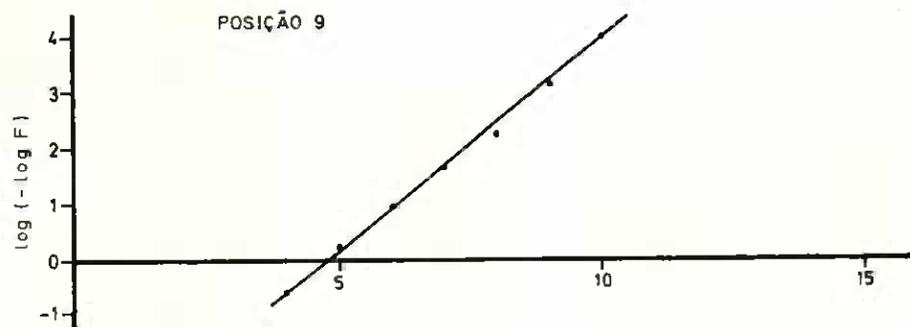
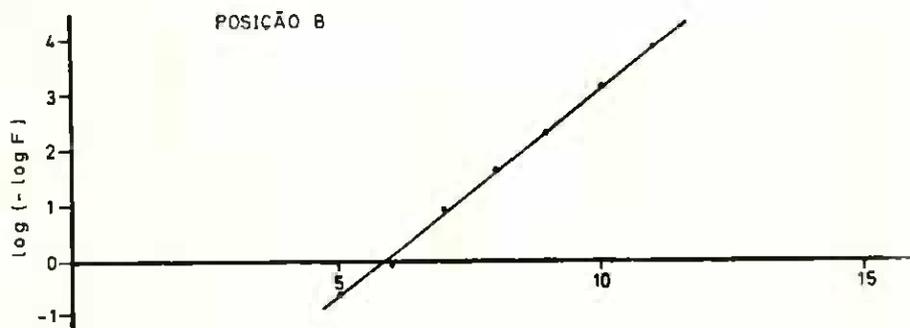


Fig. 11 (continuação) (2)

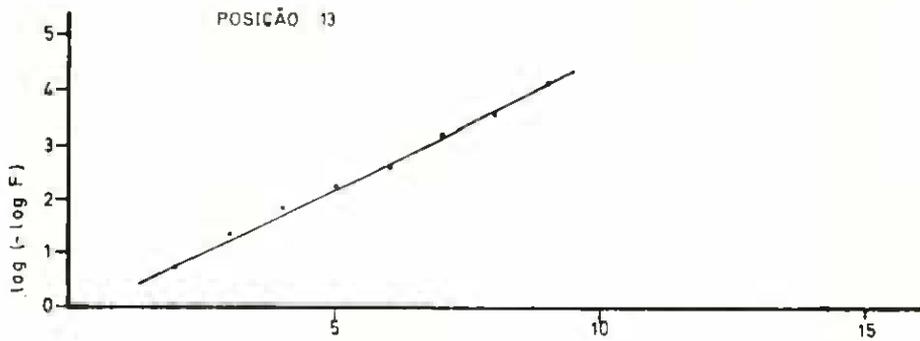
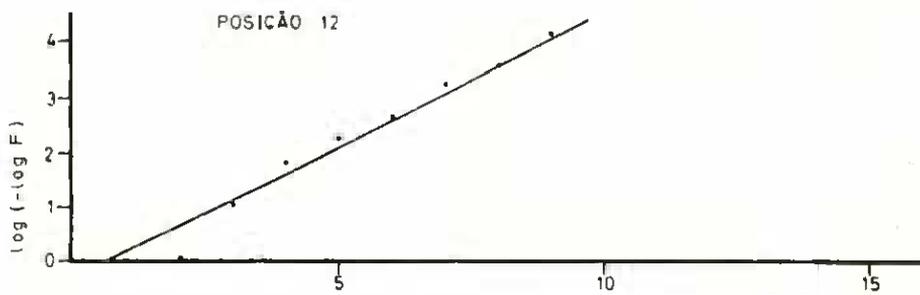
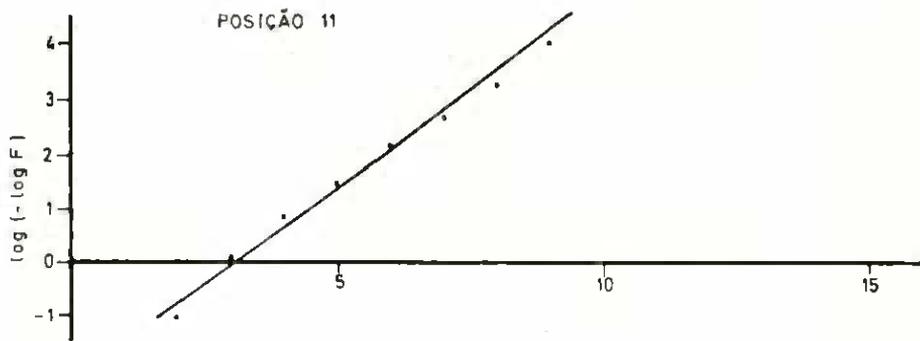


Fig. 11 (continuação) (3)

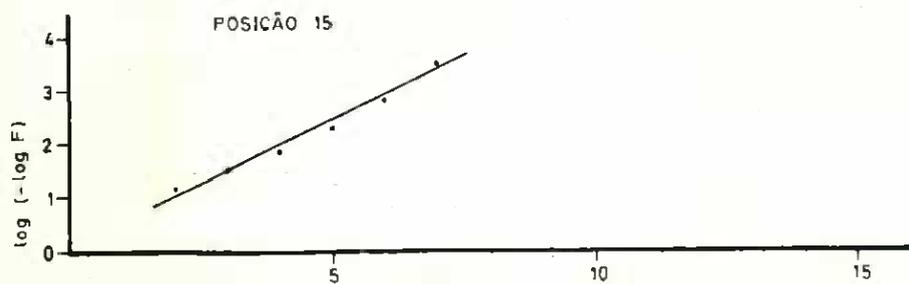
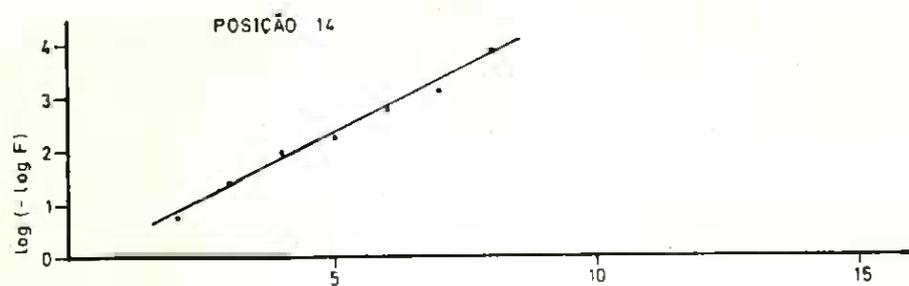


Fig. 11 (continuação) (4)

QUADRO 29

Parâmetros estimados	VALORES DOS PARÂMETROS DA PRIMEIRA COMPONENTE DA DISTRIBUIÇÃO DA AREIA CORADA RELATIVOS AS POSIÇÕES INDICADAS										
	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$\lambda$	8,089	7,650	6,759	6,240	5,320	4,221	3,670	2,431	1,797	1,703	1,349
$\delta$	0,989	1,127	1,302	1,302	1,259	1,532	1,321	1,324	1,569	1,538	1,472

atingindo praticamente o valor 1 para a posição 12, descendo em seguida rapidamente por forma a tomar na posição 15 apenas o valor 0,507.

Vejam agora em que medida os resultados obtidos são aplicáveis às posições 2, 3 e 4. Para esse efeito apresenta-se um gráfico (fig. 14) onde se faz a decomposição das distribuições correspondentes a essas posições. Da sua análise conclui-se realmente que os resultados obtidos são extensíveis às posições referidas. Em resumo pode portanto concluir-se da série de experiências realizadas que:

- a) a distribuição correspondente à posição 1 é normal;
- b) as distribuições correspondentes às restantes posições são formadas por duas componentes. Destas componentes a da esquerda é uma distribuição de Gumbel enquanto que a direita é aproximadamente normal;
- c) à medida que se vão considerando camadas com posições iniciais cada vez mais abaixo, as duas componentes vão-se afastando, deslocando-se a da esquerda numa forma muito mais pronunciada que a da direita. Verificou-se ainda que as duas componentes se deslocam a uma taxa constante, isto é, o deslocamento de ambas é linear. Quanto à probabilidade de combinação correspondente à componente esquerda aumenta até atingir praticamente o valor 1 para depois baixar rapidamente.

#### 2.1.2.3 — Modelo intercelular

Nas experiências de escoamento em modelo intercelular procurou averiguar-se em que medida é que as conclusões obtidas para as células cilíndricas se generalizam às intercélulas.

Os resultados a que se chegou nesta série de ensaios em que se utilizaram as mesmas técnicas seguidas durante as experiências com modelo cilíndrico encontram-se expressos nos quadros 30 a 44.

VARIAÇÃO DOS PARAMETROS DA 1.ª COMPONENTE  
*Granulometria uniforme — Modelo cilíndrico*

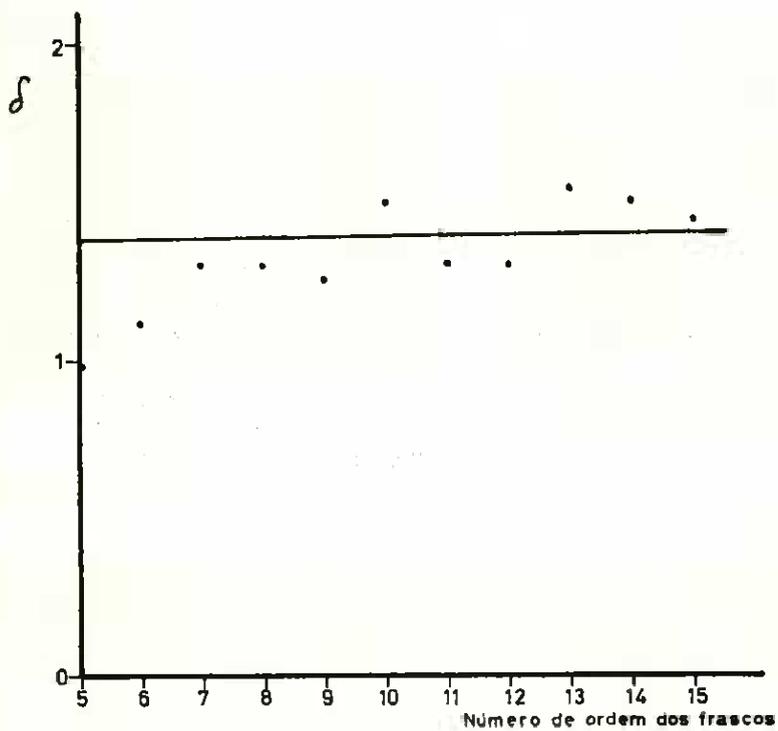
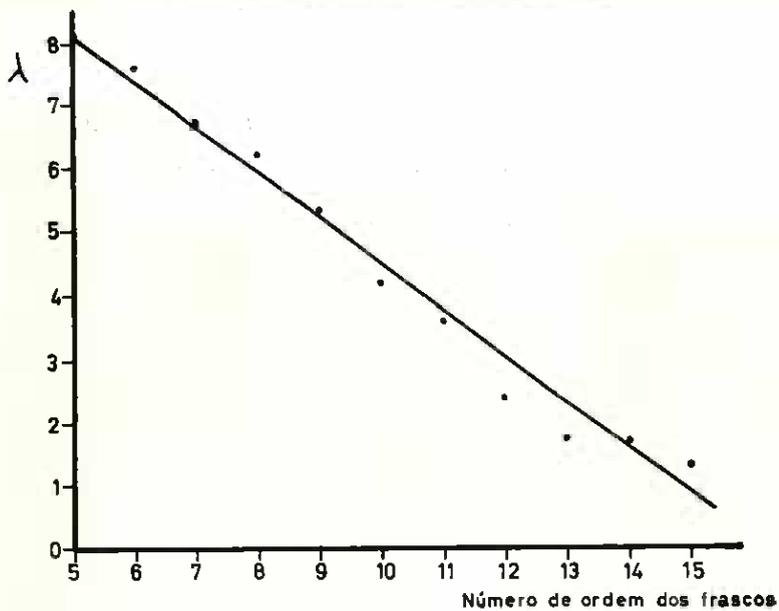


Fig. 12

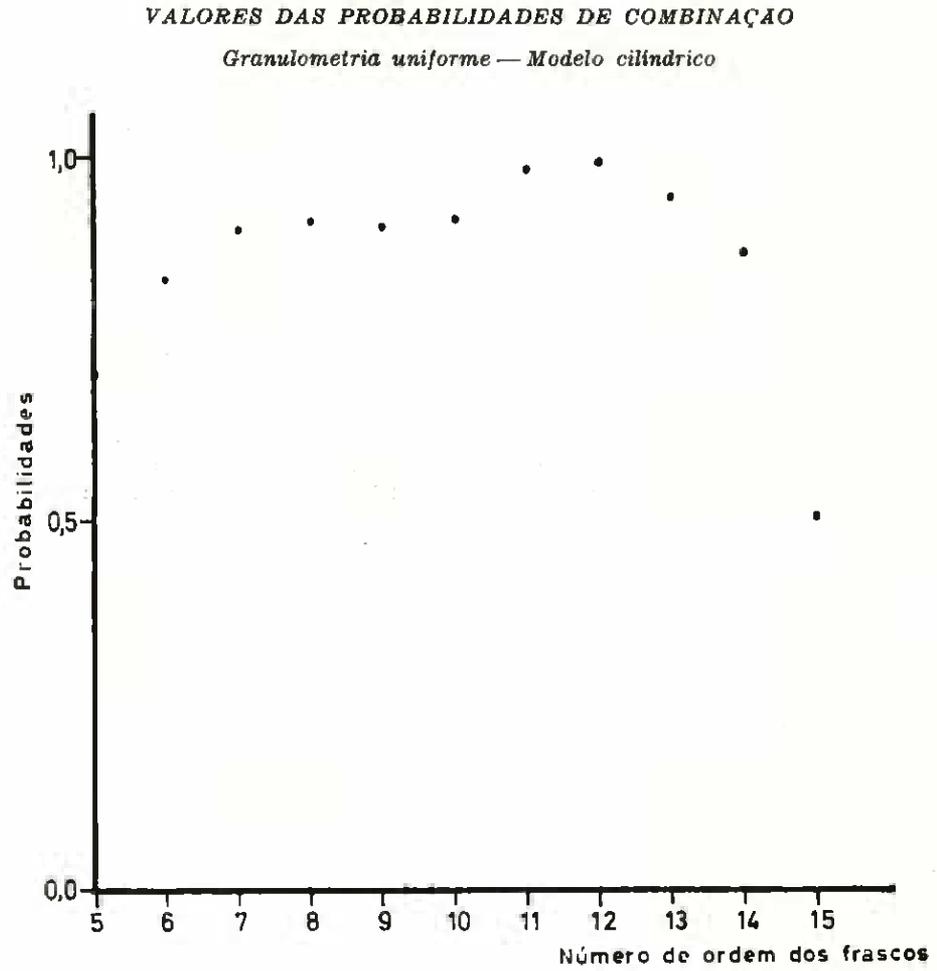
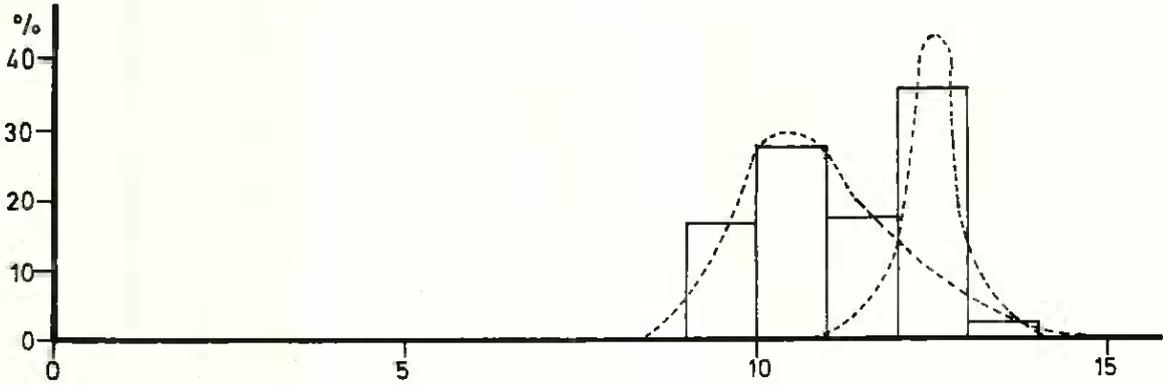


Fig. 13

**AJUSTAMENTO GRÁFICO DAS DUAS COMPONENTES AOS HISTOGRAMAS  
CORRESPONDENTES AS POSIÇÕES 2, 3 E 4**

*Granulometria uniforme — Modelo cilíndrico*



Em abscissas - Número de ordem dos frascos

Em ordenadas - % corrigida de areia corada

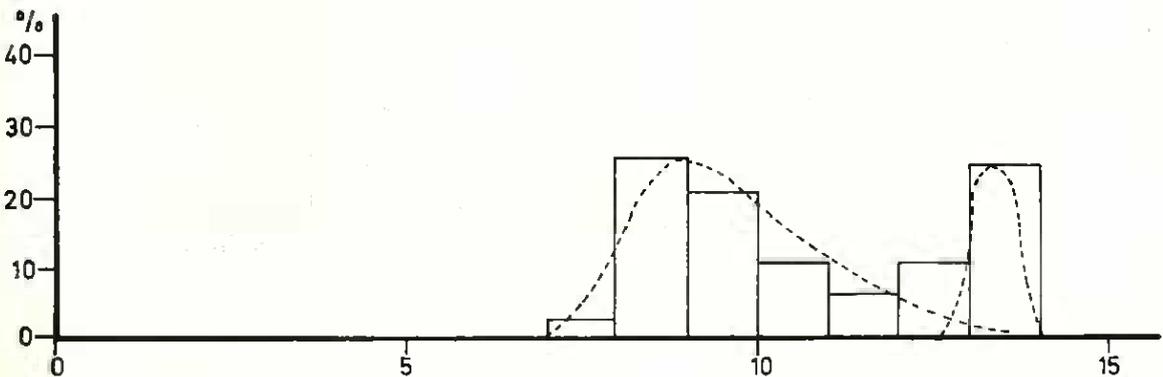
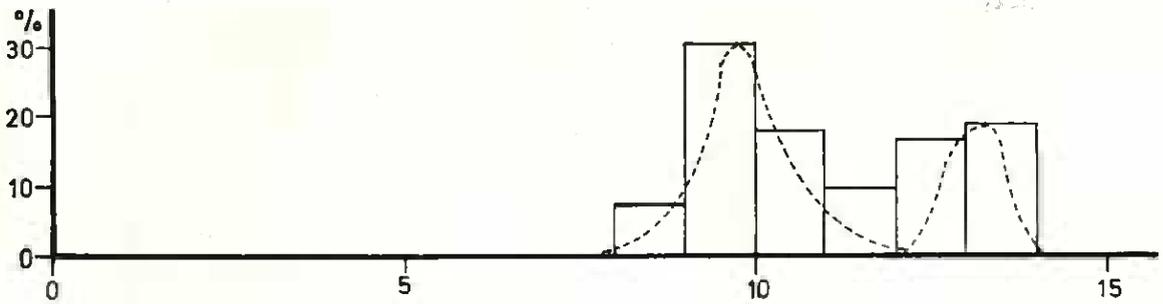


Fig. 14

QUADRO 30

*Posição 1*

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	99,5	0,0	175	0,0
2	99,5	0,0	179	0,0
3	99,5	0,0	174	0,0
4	99,5	0,0	181	0,0
5	99,5	0,0	176	0,0
6	99,5	0,0	176	0,0
7	99,5	0,0	179	0,0
8	99,5	0,0	178	0,0
9	99,5	0,0	174	0,0
10	99,5	0,0	177	0,0
11	99,5	0,0	180	0,0
12	99,5	0,0	178	0,0
13	66,0	31,0	178	53,0
14	55,0	46,0	188	86,5
15	73,5	22,2	224	49,7
Total				189,2

+ 5,0 %

QUADRO 31

*Posição 2*

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	98,5	0,3	173	0,5
2	100,0	0,0	182	0,0
3	100,0	0,0	180	0,0
4	100,0	0,0	182	0,0
5	100,0	0,0	178	0,0
6	99,5	0,0	174	0,0
7	99,5	0,0	195	0,0
8	100,0	0,0	185	0,0
9	100,0	0,0	182	0,0
10	100,0	0,0	184	0,0
11	100,0	0,0	178	0,0
12	66,0	31,0	180	55,8
13	67,5	29,0	176	51,0
14	79,0	16,7	172	28,7
15	71,0	25,0	189	47,3
Total				183,3

+ 1,9 %

QUADRO 32

Posição 3

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	100,0	0,0	181	0,0
2	99,5	0,0	179	0,0
3	100,0	0,0	172	0,0
4	100,0	0,0	176	0,0
5	100,0	0,0	177	0,0
6	100,0	0,0	178	0,0
7	100,0	0,0	183	0,0
8	99,5	0,0	178	0,0
9	100,0	0,0	178	0,0
10	100,0	0,0	176	0,0
11	74,0	21,7	183	39,7
12	65,0	32,0	175	56,0
13	77,0	18,7	177	33,1
14	86,0	10,2	171	17,4
15	79,5	16,2	220	35,6
Total				181,8

+ 1,0 %

QUADRO 33

Posição 4

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	100,0	0,0	178	0,0
2	100,0	0,0	176	0,0
3	99,5	0,0	177	0,0
4	100,0	0,0	176	0,0
5	100,0	0,0	186	0,0
6	100,0	0,0	185	0,0
7	100,0	0,0	185	0,0
8	100,0	0,0	175	0,0
9	99,5	0,0	175	0,0
10	74,0	21,7	177	38,4
11	66,0	31,0	175	54,3
12	77,0	21,7	173	37,5
13	89,0	7,5	175	13,1
14	92,0	5,2	177	9,2
15	89,0	7,5	221	18,6
Total				169,1

- 6,0 %

QUADRO 34

Posição 5

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	99,0	0,0	186	0,0
2	100,0	0,0	178	0,0
3	99,5	0,0	182	0,0
4	100,0	0,0	174	0,0
5	99,0	0,0	174	0,0
6	100,0	0,0	174	0,0
7	99,5	0,0	179	0,0
8	100,0	0,0	178	0,0
9	74,0	21,7	172	37,3
10	64,0	33,3	182	60,6
11	71,0	25,0	173	43,3
12	87,0	9,3	178	16,6
13	95,0	2,8	182	5,1
14	94,0	3,5	194	6,8
15	90,0	6,7	199	13,3
Total				183,0

+ 1,7 %

QUADRO 35

Posição 6

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	100,0	0,0	181	0,0
2	100,0	0,0	176	0,0
3	100,0	0,0	177	0,0
4	100,0	0,0	179	0,0
5	100,0	0,0	174	0,0
6	100,0	0,0	192	0,0
7	100,0	0,0	179	0,0
8	72,0	23,8	180	42,8
9	67,0	29,5	173	51,0
10	73,0	22,8	185	42,2
11	89,0	7,5	174	13,1
12	95,0	2,8	174	4,9
13	97,0	1,5	182	2,7
14	96,0	2,0	176	3,5
15	96,5	1,7	210	3,6
Total				163,8

- 9,0 %

QUADRO 36

Posição 7

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	99,0	0,0	190	0,0
2	100,0	0,0	177	0,0
3	100,0	0,0	176	0,0
4	100,0	0,0	181	0,0
5	100,0	0,0	182	0,0
6	99,0	0,0	177	0,0
7	82,0	14,0	171	23,9
8	64,0	33,3	175	58,3
9	70,0	26,0	174	45,2
10	82,0	14,0	180	25,2
11	93,0	4,3	179	7,7
12	97,5	1,0	183	1,8
13	99,0	0,0	177	0,0
14	96,0	2,0	180	3,6
15	97,5	1,0	196	2,0
Total				167,7

- 6,8 %

QUADRO 37

Posição 8

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	98,0	0,5	176	0,9
2	99,5	0,0	184	0,0
3	98,5	0,3	186	0,6
4	99,0	0,0	178	0,0
5	100,0	0,0	177	0,0
6	83,0	13,0	174	22,6
7	58,0	41,7	175	73,0
8	68,0	28,5	176	50,1
9	83,0	13,0	176	22,8
10	91,0	6,0	179	10,7
11	96,5	1,7	180	3,1
12	97,0	1,5	176	2,6
13	98,5	0,3	179	0,5
14	96,0	2,0	174	3,5
15	96,5	1,7	208	3,5
Total				193,9

+ 8,0 %

QUADRO 38

Posição 9

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	98,5	0,3	176	0,5
2	99,0	0,0	180	0,0
3	99,5	0,0	179	0,0
4	99,5	0,0	177	0,0
5	78,5	17,3	180	31,1
6	62,0	36,0	180	64,8
7	72,0	23,8	180	42,8
8	85,0	11,2	184	20,6
9	90,0	6,7	183	12,3
10	94,5	3,2	182	5,8
11	97,0	1,5	184	2,8
12	98,0	0,5	183	0,9
13	99,0	0,0	181	0,0
14	96,0	2,0	175	3,5
15	96,5	1,7	174	3,0
Total				188,1

+ 4,2 %

QUADRO 39

Posição 10

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	99,0	0,0	178	0,0
2	99,5	0,0	183	0,0
3	100,0	0,0	182	0,0
4	84,0	12,0	180	21,6
5	60,0	38,8	178	69,1
6	69,0	27,3	176	48,0
7	84,0	12,0	180	21,6
8	94,0	3,5	182	6,4
9	98,5	0,3	185	0,6
10	98,5	0,3	186	0,6
11	99,0	0,0	286	0,0
12	99,0	0,0	185	0,0
13	100,0	0,0	183	0,0
14	97,0	1,5	183	2,7
15	98,0	0,5	151	0,8
Total				171,4

- 4,8 %

QUADRO 40

Posição 11

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	100,0	0,0	185	0,0
2	99,0	0,0	181	0,0
3	87,0	9,5	177	16,8
4	64,0	33,3	175	58,3
5	68,0	28,5	176	50,2
6	83,0	13,0	178	23,1
7	93,0	4,3	178	7,7
8	97,0	1,5	177	2,7
9	98,0	0,5	185	0,9
10	98,0	0,5	184	0,9
11	98,0	0,5	181	0,9
12	98,0	0,5	184	0,9
13	97,0	1,5	144	2,2
14	96,0	2,0	180	3,6
15	100,0	0,0	208	0,0
Total				168,2

- 6,6 %

QUADRO 41

Posição 12

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	99,0	0,0	182	0,0
2	88,0	8,5	181	15,4
3	60,5	38,2	175	66,9
4	69,0	27,2	176	47,9
5	82,5	13,5	176	23,0
6	92,0	5,2	187	9,7
7	96,0	2,0	165	3,3
8	98,0	0,5	174	0,9
9	98,5	0,3	178	0,5
10	99,5	0,0	175	0,0
11	99,0	0,0	179	0,0
12	99,5	0,0	182	0,0
13	100,0	0,0	184	0,0
14	99,5	0,0	178	0,0
15	97,0	1,5	198	3,0
Total				170,6

- 4,8 %

QUADRO 42

Posição 13

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	96,0	2,0	178	3,6
2	58,0	41,7	178	74,2
3	67,5	29,0	178	51,6
4	81,0	14,8	176	26,0
5	90,0	6,7	179	12,0
6	96,0	2,0	180	3,6
7	98,0	0,5	182	0,9
8	100,0	0,0	181	0,0
9	100,0	0,0	181	0,0
10	100,0	0,0	182	0,0
11	99,0	0,0	183	0,0
12	100,0	0,0	184	0,0
13	100,0	0,0	186	0,0
14	100,0	0,0	177	0,0
15	97,0	1,5	176	2,6
Total				174,5

- 3,1 %

QUADRO 43

Posição 14

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	52,0	50,0	177	88,5
2	68,0	28,5	182	51,9
3	83,5	12,5	185	23,1
4	91,0	6,0	179	10,7
5	96,0	2,0	188	3,8
6	99,5	0,0	186	0,0
7	100,0	0,0	187	0,0
8	100,0	0,0	187	0,0
9	100,0	0,0	184	0,0
10	100,0	0,0	180	0,0
11	100,0	0,0	186	0,0
12	100,0	0,0	183	0,0
13	100,0	0,0	176	0,0
14	100,0	0,0	182	0,0
15	95,0	2,8	141	3,9
Total				181,9

+ 1,0 %

QUADRO 44

Posição 15

Número do frasco	Transmitância (%)	% Areia Corada	Areia no frasco (g)	
			Total	Corada
1	41,0	68,2	175	119,4
2	73,0	22,8	178	40,6
3	87,5	8,8	184	16,2
4	94,0	3,5	185	6,5
5	97,5	1,0	185	1,9
6	99,0	0,0	185	0,0
7	98,5	0,3	183	0,5
8	99,0	0,0	179	0,0
9	100,0	0,0	183	0,0
10	100,0	0,0	180	0,0
11	100,0	0,0	180	0,0
12	100,0	0,0	178	0,0
13	99,5	0,0	183	0,0
14	100,0	0,0	178	0,0
15	96,0	2,0	165	3,3
Total				188,4

+ 4,7 %

A areia corada utilizada foi em todos os escoamentos a do terceiro lote e o peso daquela, colocada na célula em cada uma das posições, foi de 180,0 g.

Tal como no estudo relativo ao modelo cilíndrico condensaram-se no quadro 45 os pesos de areia corada detectados em cada frasco para cada uma das 15 posições e calcularam-se também, da mesma forma que no estudo anterior, as percentagens corrigidas de areia corada correspondentes (quadro 46).

Em relação a estes ensaios apresentam-se, como se fez para o modelo cilíndrico, alguns aspectos fotográficos considerando, do mesmo modo, a camada de areia corada em idênticas posições.

A foto 16 representa a camada de areia corada na posição 1 antes de ser iniciado o escoamento. Durante este, tal como no modelo cilíndrico, apenas se detectou a saída de areia corada no terço final (foto 19). Notou-se entretanto uma deformação desta última tomando o aspecto de um cubo no seio da areia branca aspecto este que se manteve durante o escoamento conforme se observa nas fotos 17 e 18. A inversão do cone, neste caso, ao contrário do sucedido no modelo

QUADRO 45

Número de ordem do frasco	PESO DE AREIA CORADA (g) CORRESPONDENTE AS DIVERSAS POSIÇÕES														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0,0	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,9	0,5	0,0	0,0	0,0	3,6	88,5	119,4
2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	15,4	74,2	51,9	40,6
3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,6	0,0	0,0	16,8	66,9	51,6	23,1	16,2
4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	21,6	58,3	47,9	26,0	10,7	6,5
5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	31,1	69,1	50,2	23,0	12,0	3,8	1,9
6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	22,6	64,8	48,0	23,1	9,7	3,6	0,0	0,0
7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	23,9	73,0	42,8	21,6	7,7	3,3	0,9	0,0	0,5
8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	42,8	58,3	50,1	20,6	6,4	2,7	0,9	0,0	0,0	0,0
9	0,0	0,0	0,0	0,0	37,3	51,0	45,2	22,8	12,3	0,6	0,9	0,5	0,0	0,0	0,0
10	0,0	0,0	0,0	38,4	60,6	42,2	25,2	10,7	5,8	0,6	0,9	0,0	0,0	0,0	0,0
11	0,0	0,0	39,7	54,3	43,3	13,1	7,7	3,1	2,8	0,0	0,9	0,0	0,0	0,0	0,0
12	0,0	55,8	56,0	37,5	16,6	4,9	1,8	2,6	0,9	0,0	0,9	0,0	0,0	0,0	0,0
13	53,0	51,0	33,1	13,1	5,1	2,7	0,0	0,5	0,0	0,0	2,2	0,0	0,0	0,0	0,0
14	86,5	28,7	17,4	9,2	6,8	3,5	3,6	3,5	3,5	2,7	3,6	0,0	0,0	0,0	0,0
15	49,7	47,3	35,6	16,6	13,3	3,6	2,0	3,5	3,0	0,8	0,0	3,0	2,6	3,9	3,3
Totais	189,2	183,3	181,8	169,1	183,0	163,8	167,7	193,9	188,1	171,4	168,2	170,6	174,5	181,9	188,4

QUADRO 46

Número de ordem do frasco	PERCENTAGENS CORRIGIDAS DE AREIA CORADA CORRESPONDENTES AS DIVERSAS POSIÇÕES														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,27	0,00	0,00	0,00	2,06	48,65	63,38
2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	8,98	42,52	28,53	21,55
3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,31	0,00	0,00	9,99	39,03	29,57	14,70	8,60
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	12,60	34,66	27,95	14,90	5,88	3,45
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	16,58	40,32	29,85	13,42	6,88	2,09	1,01
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	11,59	34,54	28,00	13,73	5,66	2,06	0,00	0,00
7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	14,25	38,44	22,81	12,60	4,58	1,93	0,52	0,00	0,27
8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	26,13	34,76	25,65	10,98	3,73	1,61	0,53	0,00	0,00	0,00
9	0,00	0,00	0,00	0,00	20,38	31,14	26,95	11,44	6,56	0,35	0,54	0,29	0,00	0,00	0,00
10	0,00	0,00	0,00	22,71	33,11	25,76	15,03	5,49	3,09	0,35	0,54	0,00	0,00	0,00	0,00
11	0,00	0,00	21,84	32,11	23,66	8,00	4,59	1,59	1,49	0,00	0,54	0,00	0,00	0,00	0,00
12	0,00	30,53	30,80	29,18	9,07	2,99	1,07	1,33	0,48	0,00	0,54	0,00	0,00	0,00	0,00
13	28,01	27,90	18,21	7,75	2,79	1,65	0,00	0,26	0,00	0,00	1,31	0,00	0,00	0,00	0,00
14	45,72	15,70	9,57	5,44	3,72	2,15	2,14	1,79	1,87	1,58	2,14	0,00	0,00	0,00	0,00
15	26,27	25,88	19,58	9,82	7,27	2,20	1,19	1,79	1,60	0,47	0,00	1,75	1,49	2,14	1,75

cilíndrico, observa-se quase desde o início (foto 29) sem que contudo tal facto tenha alterado o processo de escoamento visto que, como os dados do quadro confirmam, a camada de areia corada acabou por sair no fim.

Por sua vez, a foto 20 representa a camada de areia corada na posição intermédia antes de iniciado o escoamento. Neste caso o aparecimento de areia corada foi detectado visualmente mais cedo que no caso anterior, tal como se verificou, para idênticas circunstâncias, no modelo cilíndrico. Notou-se neste caso também uma deformação da camada inicial ao longo do processo de escoamento, muito semelhante à anterior, apenas com a diferença de que a referida camada foi descendo gradualmente através da massa de areia branca (fotos 21 e 22), aproximando-se da saída do modelo.

Finalmente, para a última posição da camada de areia corada (foto 24), nas diversas fases do escoamento (fotos 25, 26 e 27) deu-se, tal como para o modelo cilíndrico, a saída de areia corada logo no início e depois no final do escoamento sendo neste último caso de difícil percepção visual.

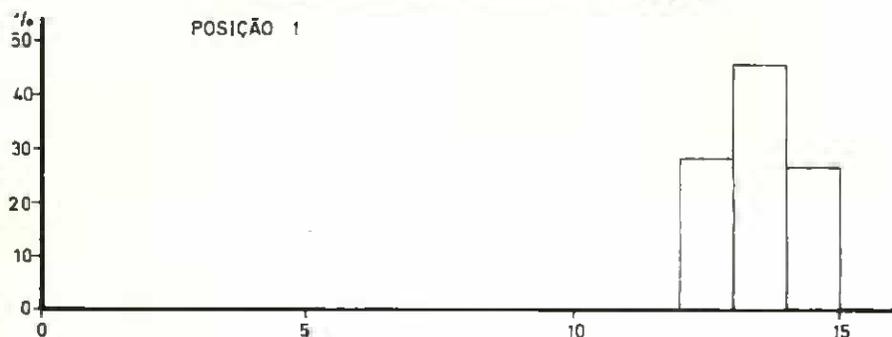
A partir dos dados do quadro 46 construíram-se os histogramas representados na fig. 15 permitindo a sua observação verificar que:

- a) Em todas as posições, salvo na primeira, o escoamento apresenta dois máximos o segundo dos quais, pouco desenvolvido, corresponde à areia recolhida nos dois últimos frascos.

A medida que se vão considerando camadas em posições inferiores nota-se um deslocamento do primeiro máximo para a esquerda significando isto que vai corresponder a fases cada vez mais anteriores do escoamento.

- b) O histograma corresponde à posição 1 pode, tal como no modelo cilíndrico, ser facilmente interpretado como proveniente de uma distribuição normal.

Devido ao carácter concentrado do segundo máximo torna-se possível, pelas mesmas razões apontadas para a primeira série de experiências, admitir que o mesmo corresponde a um distribuição normal. O estudo reduzir-se-á assim à determinação do tipo a que pertence a distribuição a que corresponde o primeiro máximo, à estimação dos parâmetros respectivos e ao estudo da maneira como varia, em função da posição da camada, a percentagem de combinação das duas componentes do escoamento.

**HISTOGRAMAS DO ESCOAMENTO***Granulometria uniforme — Modelo intercelular*

EM ABCISSAS — N.º de ordem dos frascos  
EM ORDENADAS — % corrigida de areia corada

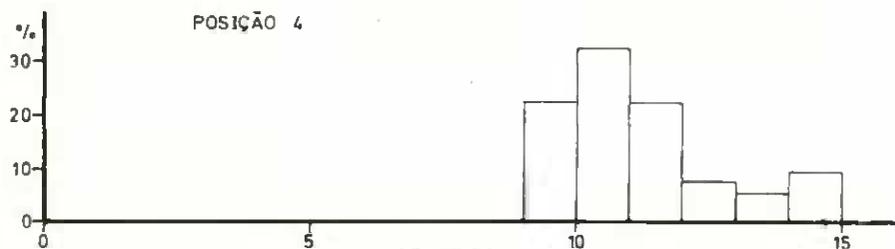
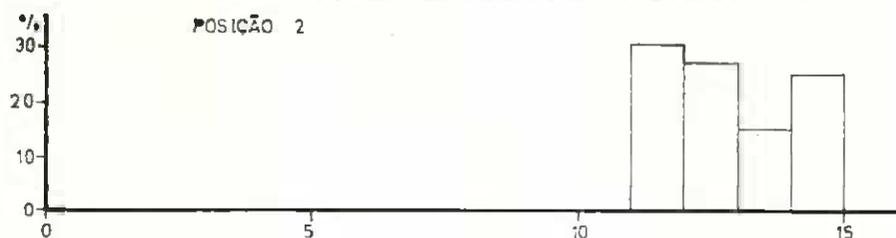


Fig. 15 (1)

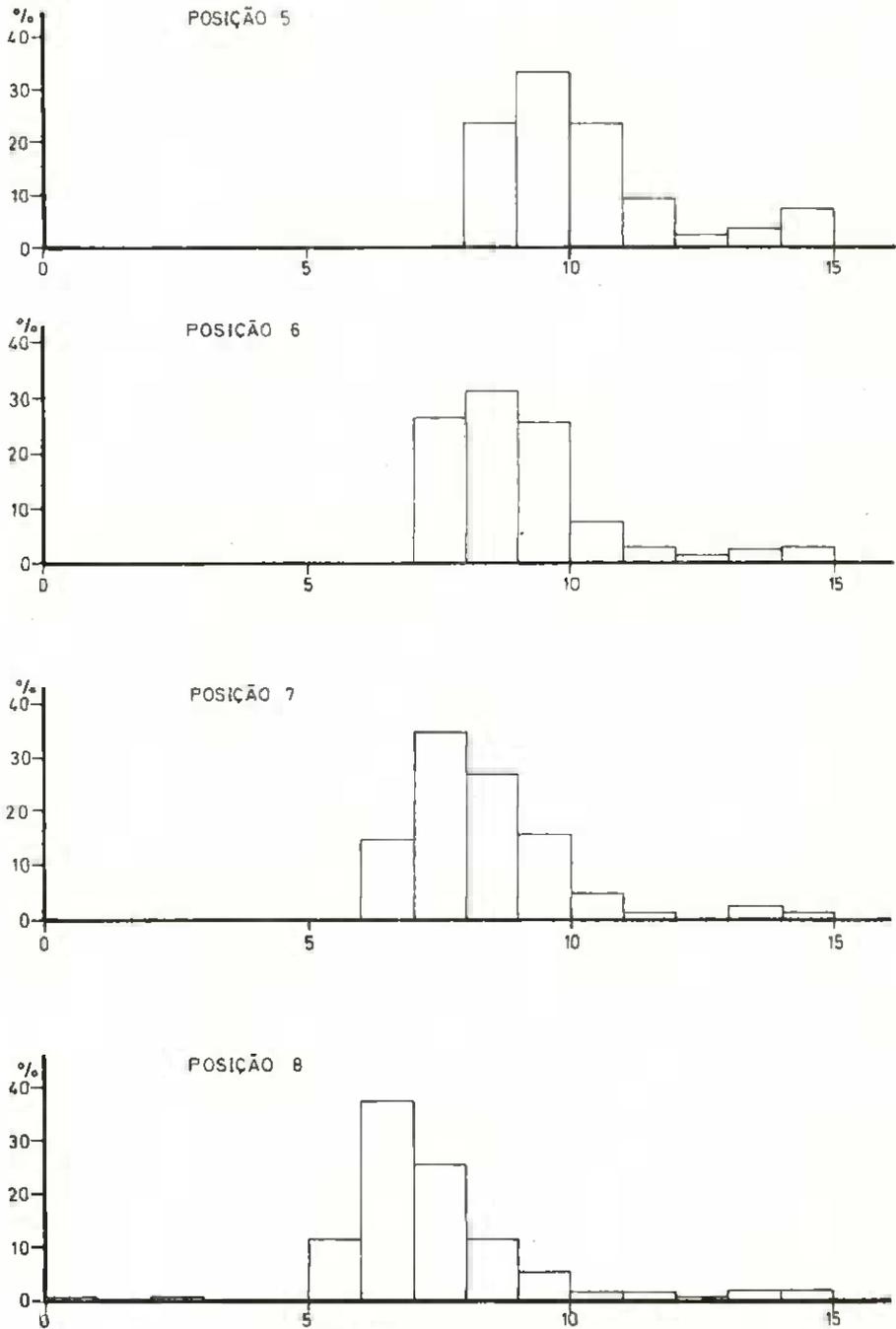


Fig. 15 (continuação) (2)

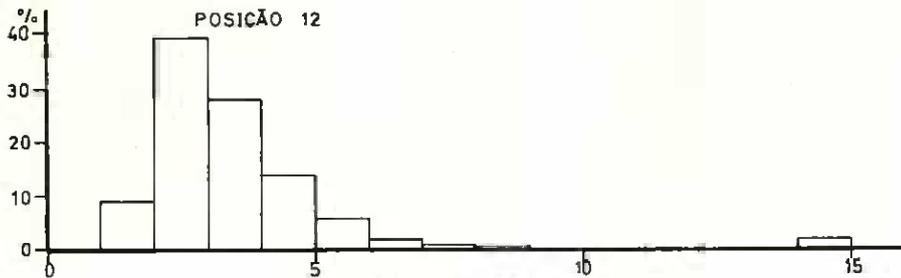
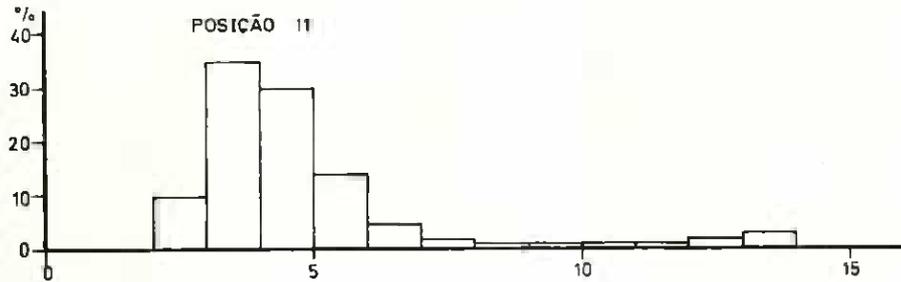
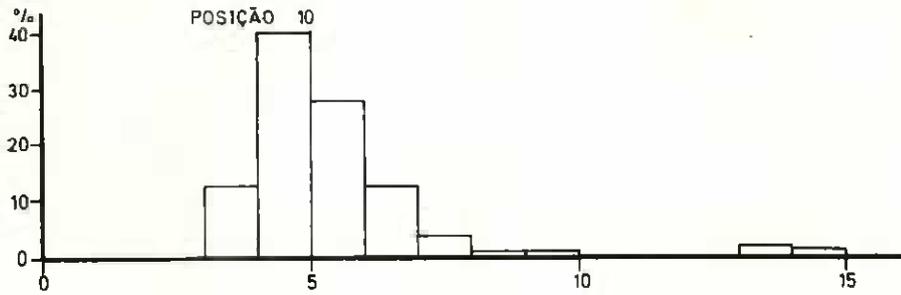
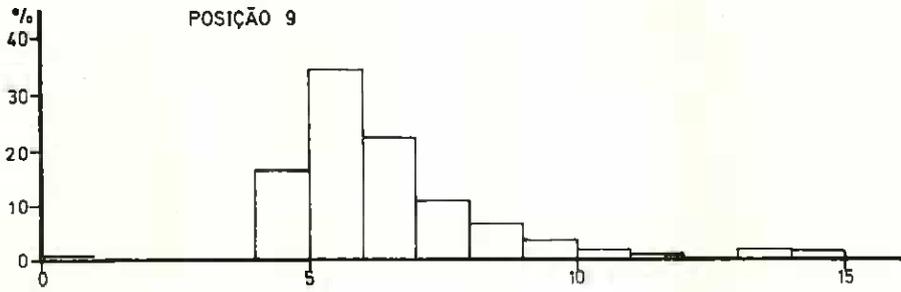


Fig. 15 (continuação) (3)

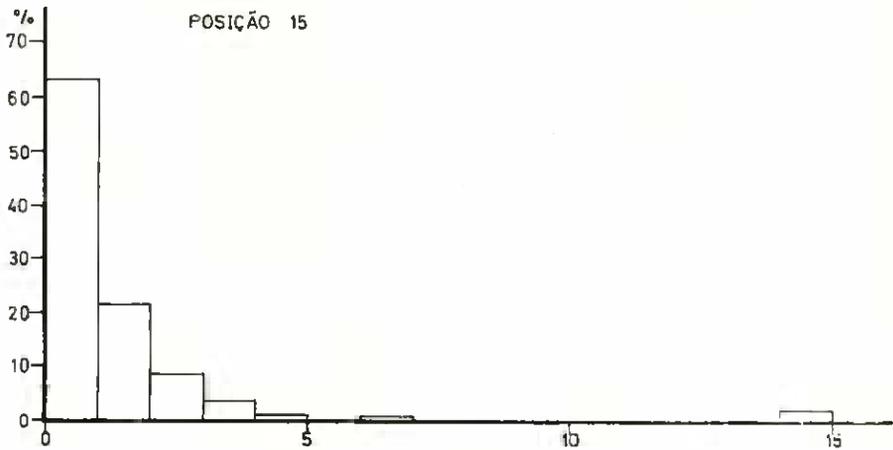
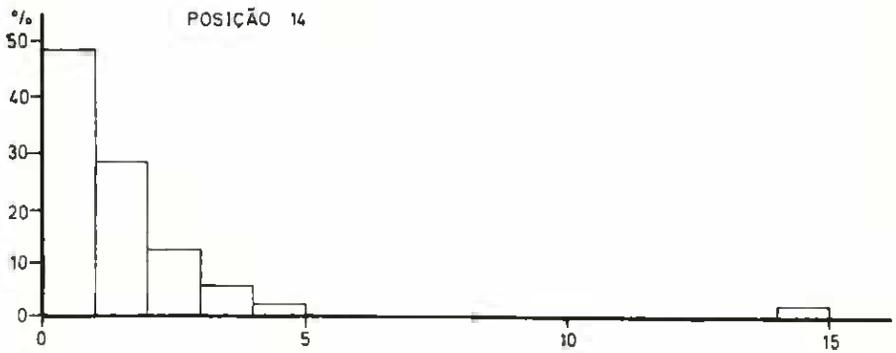
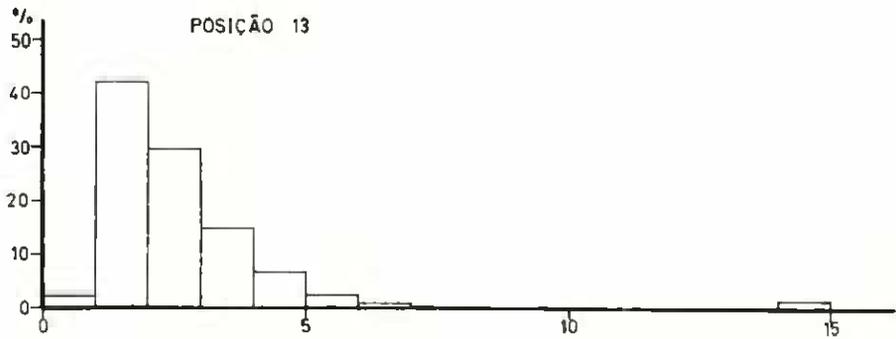


Fig. 15 (continuação) (4)

A componente a que corresponde o máximo da esquerda aparece individualizada na posição 5 e seguintes; no entanto, nas duas últimas posições, nota-se uma truncatura à esquerda. Pelos factos observados centralizou-se a análise nas posições 5 a 13 inclusivé.

Utilizando exactamente a mesma técnica que serviu na primeira série de experiências, isto é, com o modelo cilíndrico, começaram por estimar-se as probabilidades de combinação relativas à primeira componente. Os resultados obtidos indicam-se na última linha do quadro 47 referindo-se também no mesmo quadro as percentagens de areia corada retidas em cada frasco e relativas à primeira componente. Na fig. 16 apresentam-se, por sua vez, os respectivos valores da probabilidade P de combinação.

Tal como no estudo com o modelo cilíndrico calculou-se em seguida  $\log de - \log$  das probabilidades acumuladas respeitantes à primeira componente cujos resultados expressos no quadro 48 permitiram o traçado das rectas representadas na fig. 17.

O bom ajustamento das rectas mostra que, tal como para o modelo cilíndrico, pode continuar a admitir-se que a primeira componente corresponde a uma distribuição de Gumbel e assim estimar os respectivos parâmetros  $\lambda$  e  $\delta$  utilizando a mesma técnica que anteriormente.

Os valores obtidos para tais parâmetros, dispostos no quadro 49, permitiram a sua representação na fig. 18 onde se evidencia que a primeira componente é uma distribuição de Gumbel que se desloca paralelamente a si mesma. Em relação à segunda componente observa-se assumir menor importância que a relativa às experiências com o modelo cilíndrico.

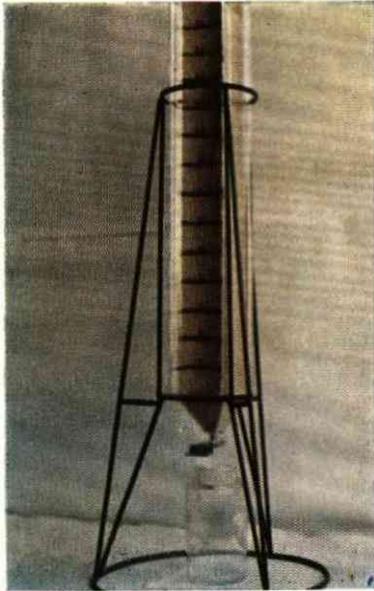
Em resumo pode afirmar-se que as conclusões são idênticas às anteriormente descritas para o modelo cilíndrico, havendo apenas na intercélula a acrescentar que:

- a) A probabilidade de combinação correspondente à componente esquerda aumenta até atingir praticamente o valor 1, mantendo-se depois sensivelmente no mesmo nível.
- b) A truncatura à esquerda da primeira componente se verifica para as posições 14 e 15.
- c) Se verifica um menor desenvolvimento da segunda componente, redução que talvez seja devida à acção dos cantos deste modelo que possivelmente funcionarão como funis secundários.

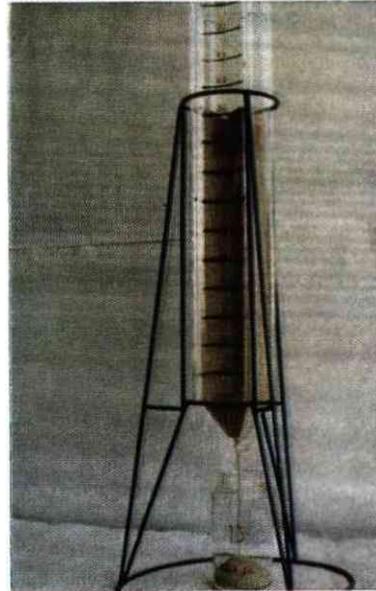
QUADRO 47

Número de ordem do frasco	PERCENTAGENS DE AREIA CORADA RELATIVAS A PRIMEIRA COMPONENTE CORRESPONDENTES AS POSIÇÕES INDICADAS								
	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,021
2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,091	0,424
3	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,104	0,489	0,753
4	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,129	0,466	0,773	0,904
5	0,000	0,000	0,000	0,000	0,172	0,540	0,778	0,914	0,974
6	0,000	0,000	0,000	0,121	0,530	0,826	0,921	0,972	0,995
7	0,000	0,000	0,147	0,517	0,766	0,955	0,968	0,992	1,000
8	0,000	0,269	0,507	0,788	0,880	0,993	0,986	0,997	1,000
9	0,229	0,588	0,786	0,911	0,948	0,996	0,991	1,000	1,000
10	0,601	0,853	0,941	0,696	0,980	1,000	1,000	1,000	1,000
11	0,867	0,930	0,981	0,986	0,995	1,000	1,000	1,000	1,000
12	0,969	0,983	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
13	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
14	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
15	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Probabilidades de combinação da 1. <sup>a</sup> componente	0,799	0,929	0,944	0,930	0,935	0,965	0,964	0,970	0,974

Aspectos fotográficos do escoamento  
 Granulometria uniforme-modelo intercelular  
 Posição 1

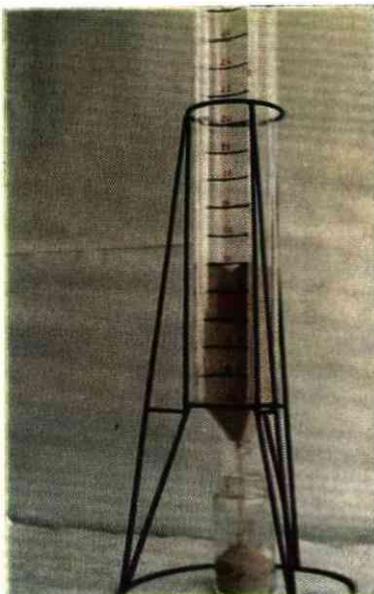


Fot. 16



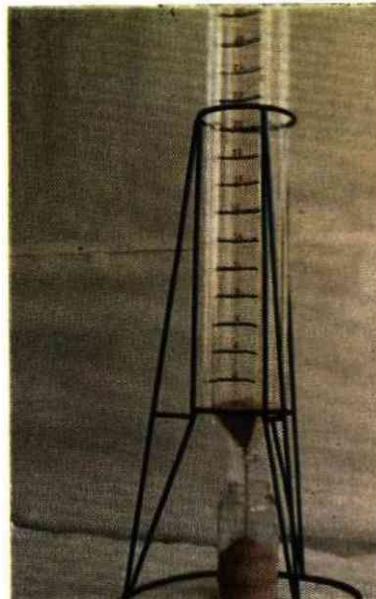
Fot. 17

N.º de ordem dos frascos	% corrigida de areia corada
1	0.00
2	0.00
3	0.00
4	0.00
5	0.00



Fot. 18

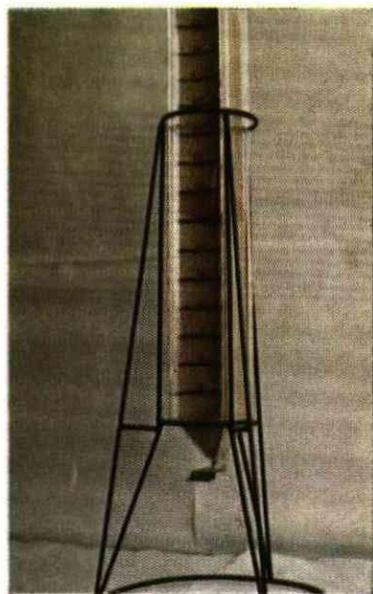
N.º de ordem dos frascos	% corrigida de areia corada
6	0.00
7	0.00
8	0.00
9	0.00
10	0.00



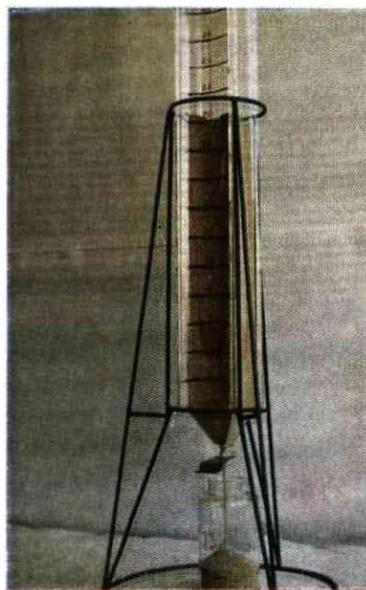
Fot. 19

N.º de ordem dos frascos	% corrigida de areia corada
11	0.00
12	0.00
13	28.01
14	45.72
15	26.27

Aspectos fotográficos do escoamento  
 Granulometria uniforme-modelo intercelular  
 Posição 8

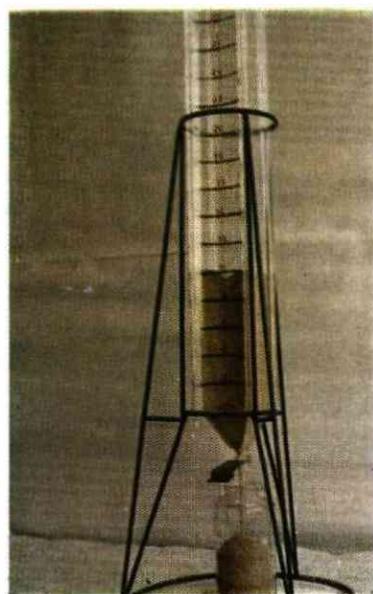


Fot. 20



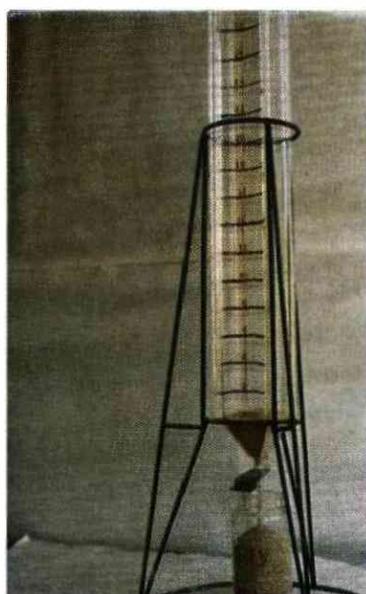
Fot. 21

N.º de ordem dos frascos	% corrigida de areia corada
1	0.46
2	—
3	0.31
4	—
5	—



Fot. 22

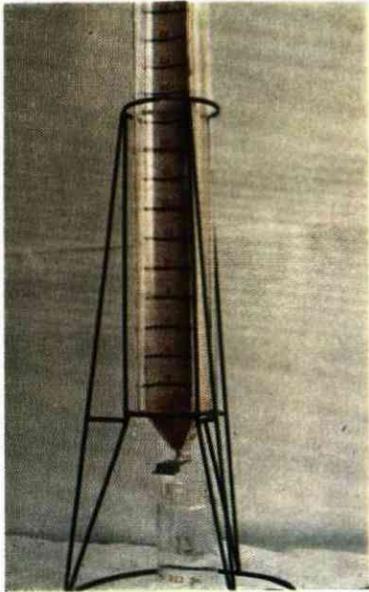
N.º de ordem dos frascos	% corrigida de areia corada
6	11.59
7	38.44
8	25.65
9	11.44
10	5.49



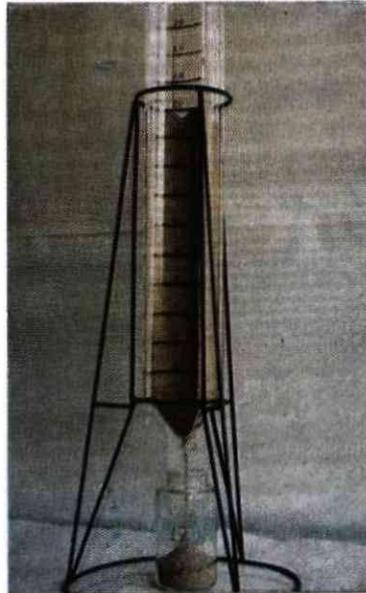
Fot. 23

N.º de ordem dos frascos	% corrigida de areia corada
11	1.59
12	1.33
13	0.26
14	1.79
15	1.79

Aspectos fotográficos do escoamento  
Granulometria uniforme-modelo intercelular  
Posição 15

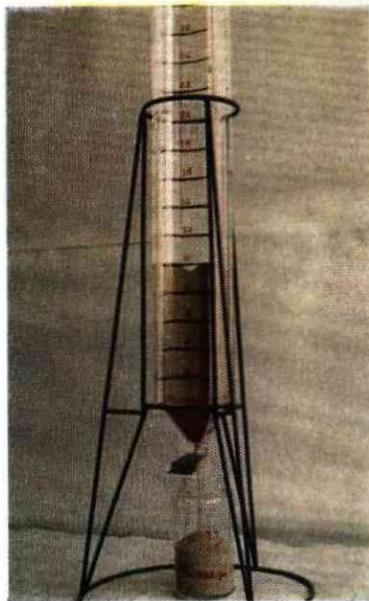


Fot. 24



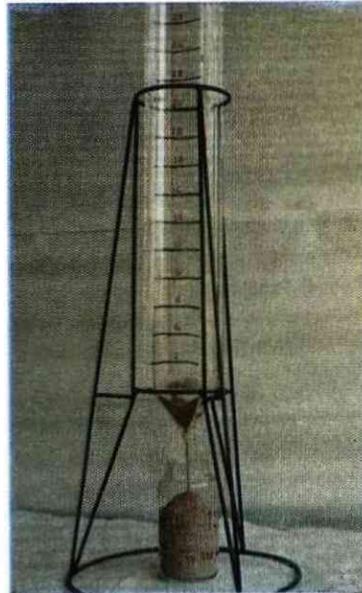
Fot. 25

N.º de ordem dos frascos	% corrigida de areia corada
1	63.38
2	21.55
3	8.60
4	3.45
5	1.01



Fot. 26

N.º de ordem dos frascos	% corrigida de areia corada
6	0.00
7	0.27
8	0.00
9	0.00
10	0.00



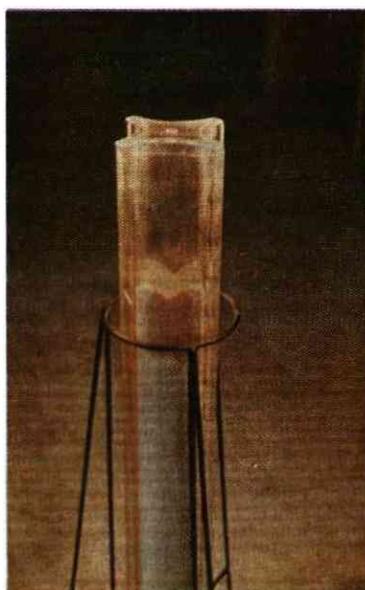
Fot. 27

N.º de ordem dos frascos	% corrigida de areia corada
11	0.00
12	0.00
13	0.00
14	0.00
15	1.75

Pormenores da «camada capuz» depois da inversão do cone  
no modelo reduzido cilíndrico e no intercelular



Fot. 28



Fot. 29

VALORES DAS PROBABILIDADES DE COMBINAÇÃO  
*Granulometria uniforme -- Modelo intercelular*

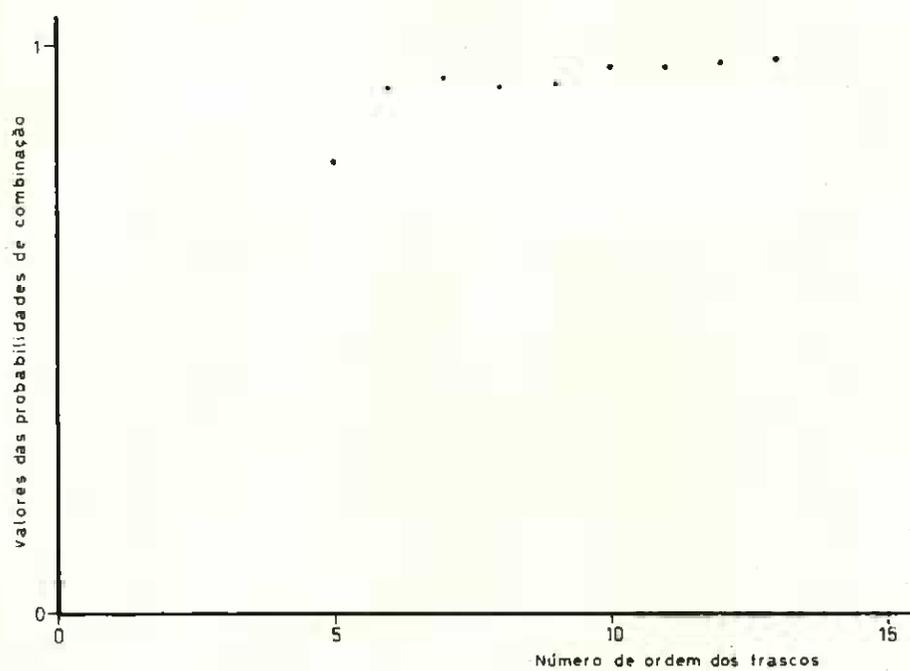


Fig. 16



## TESTE DE AJUSTAMENTO LINEAR

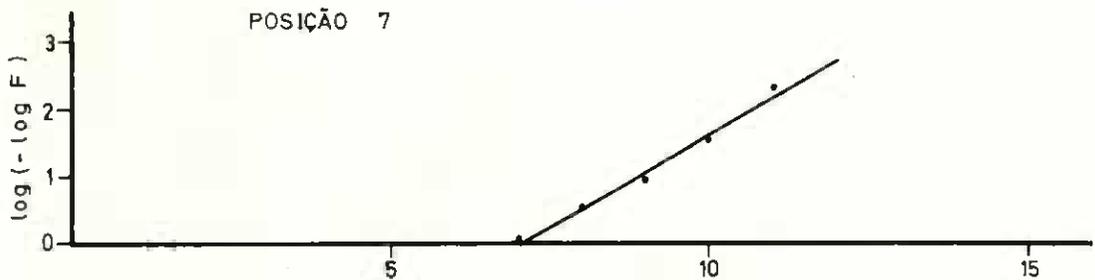
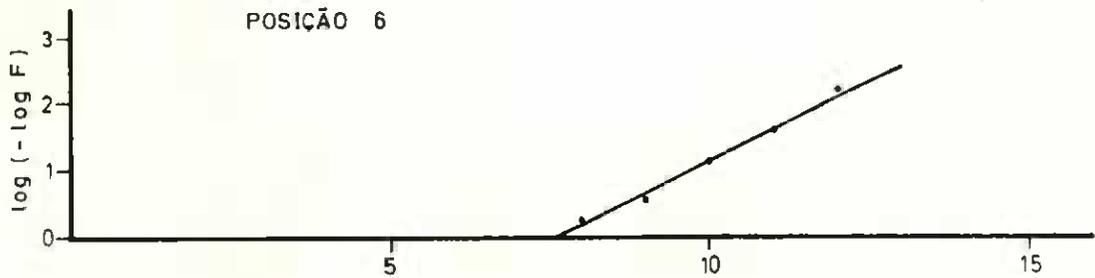
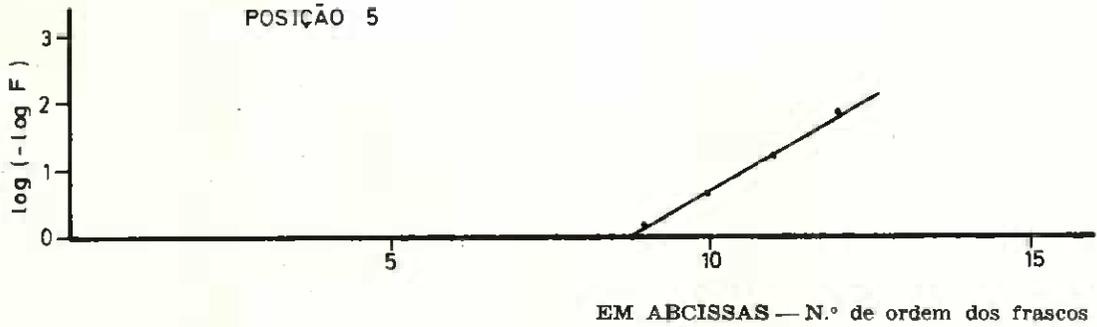
*Granulometria uniforme — Modelo intercelular*

Fig. 17 (1)

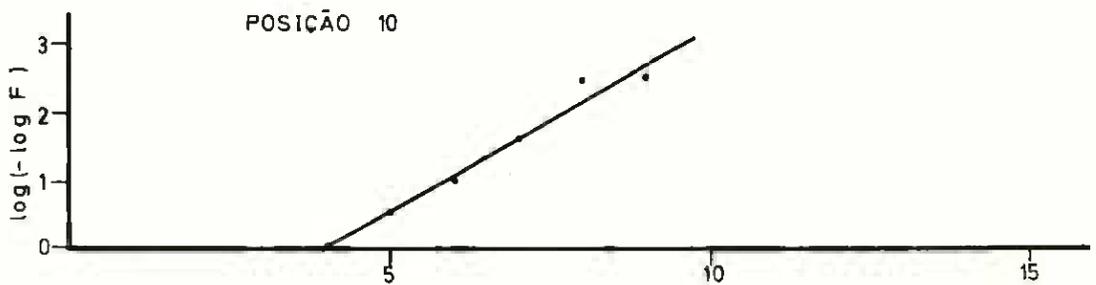
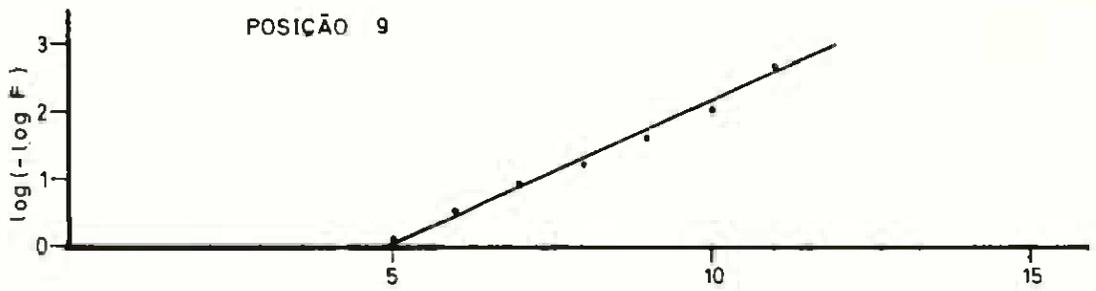
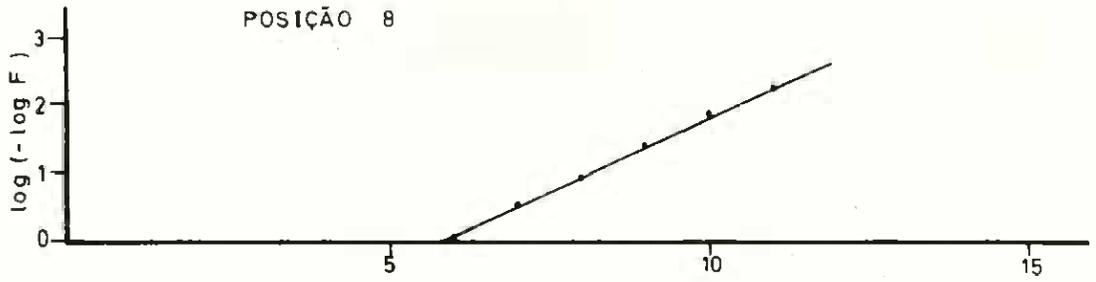


Fig. 17 (continuação) (2)

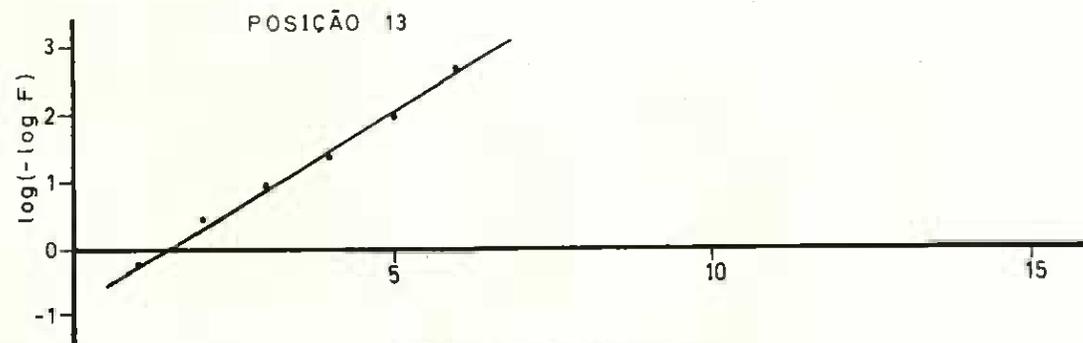
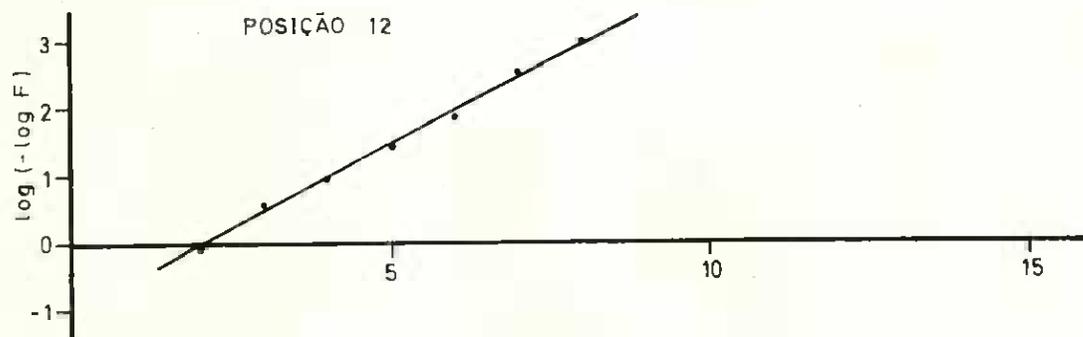
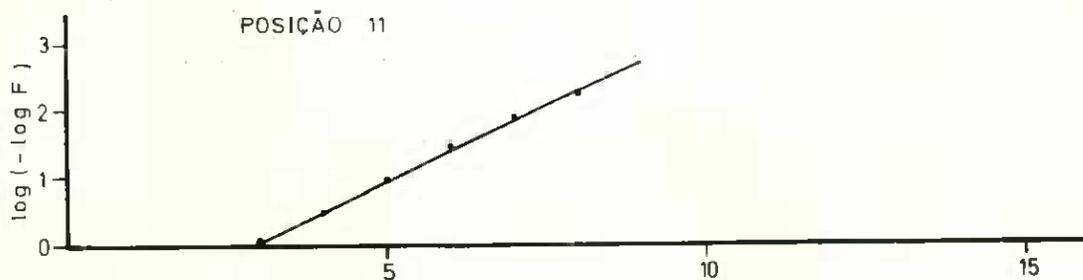


Fig. 17 (continuação) (3)

QUADRO 49

Parâmetros estimados	VALORES DOS PARAMETROS DA PRIMEIRA COMPONENTE DA DISTRIBUIÇÃO DE AREIA CORADA RELATIVOS AS POSIÇÕES INDICADAS								
	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\lambda$	9,889	8,823	8,137	7,165	6,105	5,107	4,298	3,308	2,424
$\delta$	0,772	0,871	0,852	0,939	1,085	0,788	0,875	0,903	0,827

## 2.2 — *Material de granulometria diferente*

### 2.2.1 — Técnicas laboratoriais

Neste tipo de experiências utilizaram-se dois lotes de areia com diferentes dimensões de partículas mas de proveniência idêntica à que serviu para a realização dos ensaios com material de granulometria uniforme tendo sido o processo de preparação da areia também idêntico ao utilizado neste último caso.

O primeiro lote é identificado pelas partículas que não passam o crivo de malha 20 A. S. T. M. e o segundo pelas que passam o crivo de malha 25 A. S. T. M., quer dizer, o primeiro lote é constituído pelas partículas com diâmetro superior a  $840 \mu$  e o segundo pelas que possuem diâmetros inferiores a  $710 \mu$ .

A orientação destes ensaios foi em tudo semelhante à seguida nos ensaios com granulometria uniforme havendo apenas a diferença de em lugar de se terem considerado camadas coradas, se adoptarem em sua substituição, camadas com areia mais grosseira (diâmetro de partículas  $> 840 \mu$ ).

Em ambos os modelos reduzidos considerou-se a coluna dividida em 15 camadas cada uma das quais era ocupada sucessivamente pela areia de maior granulometria. Durante o escoamento a areia era recolhida em 15 frascos, previamente tarados, sendo iguais os tempos do escoamento correspondentes à recolha em cada um dos frascos; estes eram em seguida pesados e por dedução do peso do frasco obtinha-se o peso da areia recolhida por frasco. Uma simples crivagem (crivo de malha 20 A. S. T. M.) permitia determinar então o peso de areia de maior granulometria contida em cada frasco.

## VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS DA 1.ª COMPONENTE

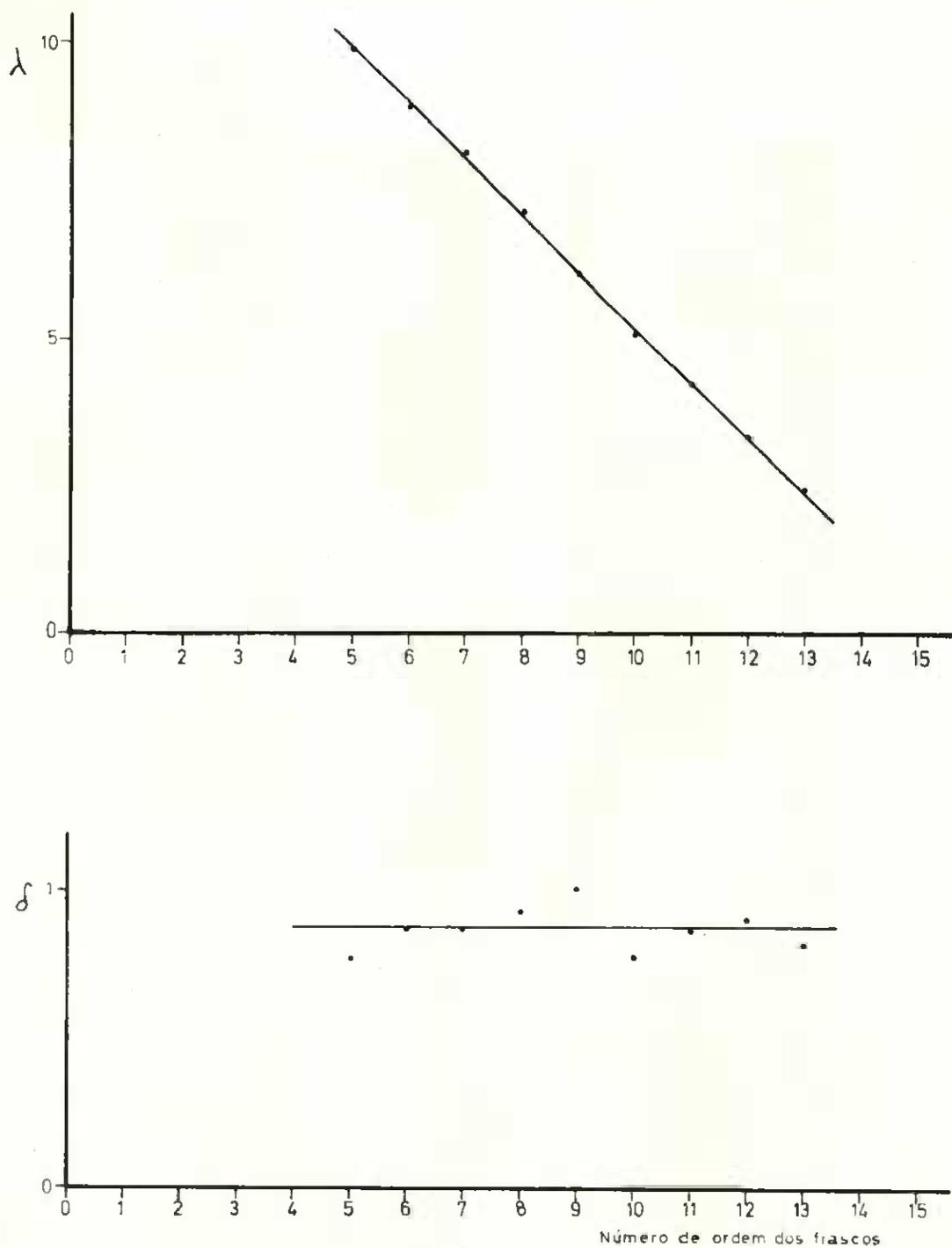
*Granulometria uniforme — Modelo intercelular*

Fig. 18

## 2.2.2 — Modelos cilíndrico e intercelular

Dada a semelhança entre as duas séries de experiências, uma no modelo cilíndrico, outra no intercelular, passar-se-á a fazer a sua discussão conjuntamente, na medida em que estas duas séries de experiências representam uma tentativa para alargar o campo de validade das conclusões a que se chegou nas duas séries de experiências anteriores.

Os resultados obtidos encontram-se condensados nos quadros 50 e 51 em que cada coluna corresponde a uma posição e cada linha a um lote de recolha (frasco). Os dados representam o número de gramas de areia de maior granulometria recolhida por frasco.

Determinou-se em seguida a percentagem correspondente a cada uma das posições recolhida em cada lote. Os resultados vêm apresentados nos quadros 52 e 53.

Os dados contidos nestes dois últimos quadros permitiram construir os histogramas representados nas figs. 19 e 20, da observação dos quais se verifica que:

- a) O escoamento da camada mais grosseira na posição 1 segue, nos dois modelos, uma lei aproximadamente normal.
- b) Nas restantes posições (salvo a segunda no modelo cilíndrico) o escoamento apresenta nos dois modelos dois máximos locais, um muito à direita, correspondendo a uma componente fortemente concentrada, e outro deslocando-se regularmente para a esquerda correspondendo, portanto, a uma componente unimodal com a cauda direita mais desenvolvida.

Para melhor esclarecimento da questão há que determinar, em primeiro lugar, a natureza estatística das duas componentes e em segundo lugar a sua probabilidade de combinação para cada posição.

O primeiro problema reduz-se no fundo à determinação da natureza estatística da componente da esquerda pois pode admitir-se que a componente da direita é normal. Por outro lado a mesma componente corresponde a uma fase do escoamento em que a areia mais grosseira se encontra por cima, ou seja, em situação análoga à da posição 1 cuja lei de escoamento é aproximadamente normal.

QUADRO 50

Número de ordem do frasec	PESOS DA AREIA DE MAIOR GRANULOMETRIA RECOLHIDA (g) CORRESPONDENTES AS DIVERSAS POSIÇÕES NO MODELO CILÍNDRICO														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	41	132	141	122
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	85	148	119	71	39
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	65	122	95	58	45	17
4	0	0	0	0	0	0	0	5	85	139	85	54	24	34	13
5	0	0	0	0	0	0	8	126	122	90	49	22	15	19	6
6	0	0	0	0	0	27	130	103	82	53	22	15	12	18	6
7	0	0	0	0	36	134	90	82	57	20	14	10	10	11	5
8	0	0	0	62	155	91	74	54	24	11	10	7	9	7	5
9	0	0	66	140	80	48	41	23	15	8	8	7	6	7	5
10	2	112	160	67	42	43	20	13	10	6	6	7	8	7	4
11	170	132	56	32	24	21	10	9	7	5	7	5	8	5	4
12	282	110	26	16	15	16	6	5	5	4	6	6	7	4	5
13	40	100	171	165	127	62	43	6	11	15	8	7	6	9	5
14	2	4	10	10	26	56	65	70	78	89	81	83	76	82	85
15	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	42	175
Totais	496	459	490	492	505	498	487	496	496	505	503	507	491	502	496

QUADRO 51

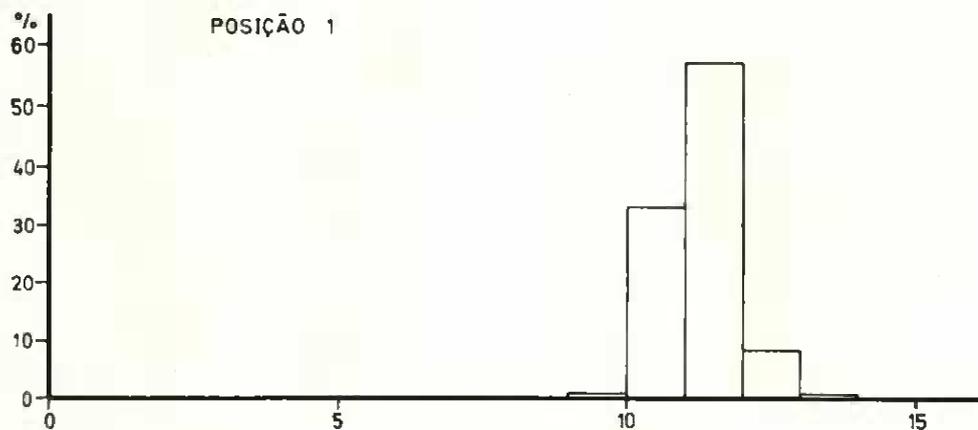
Número de ordem do frasco	PESOS DA AREIA DE MAIOR GRANULOMETRIA RECOLHIDA (g) CORRESPONDENTES AS DIVERSAS POSIÇÕES NO MODELO INTERCELULAR														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8	60	65
2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	15	69	50	22
3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	25	67	48	23	10
4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	28	71	43	23	11	6
5	—	—	—	—	—	—	—	—	34	70	40	25	7	6	4
6	—	—	—	—	—	—	4	38	66	38	19	6	3	3	3
7	—	—	—	—	—	2	58	63	36	17	6	3	2	2	2
8	—	—	—	—	1	40	58	38	17	5	4	2	1	2	2
9	—	—	—	2	46	64	29	18	8	2	2	2	1	1	2
10	—	—	2	43	64	35	9	6	3	1	2	1	1	1	2
11	—	2	42	62	34	17	6	3	2	2	1	1	1	1	2
12	8	51	61	36	13	7	2	1	2	1	1	1	1	1	1
13	70	55	31	13	5	4	2	2	1	1	1	1	1	1	1
14	52	28	21	11	8	6	6	8	6	9	4	2	1	1	1
15	48	44	22	13	8	7	6	4	5	6	6	11	13	15	53
Totais	178	180	179	180	179	182	180	181	180	180	182	180	180	178	176

QUADRO 52

Número de ordem do frasco	PERCENTAGENS CORRIGIDAS DE AREA DE MAIOR GRANULOMETRIA CORRESPONDENTES AS DIVERSAS POSIÇÕES NO MODELO CILINDRICO														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	8,07	26,90	28,10	24,61
2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	16,90	29,16	24,25	14,15	7,87
3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	12,88	24,26	18,71	11,82	8,97	3,42
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	17,14	27,53	16,90	10,64	4,88	6,78	2,62
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,64	25,41	24,60	17,83	9,74	4,32	3,05	3,78	1,20
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	5,42	26,70	20,77	16,54	10,49	4,37	2,94	2,44	3,58	1,20
7	0,00	0,00	0,00	0,00	7,12	26,91	18,49	16,54	11,50	3,96	2,78	1,97	2,03	2,19	1,00
8	0,00	0,00	0,00	12,60	30,69	18,28	15,20	10,89	4,83	2,17	1,98	1,38	1,83	1,39	1,00
9	0,00	0,00	13,47	28,45	15,85	9,64	8,41	4,63	3,02	1,58	1,59	1,38	1,22	1,39	1,00
10	0,40	24,40	32,66	13,61	8,32	8,64	4,10	2,62	2,01	1,18	1,19	1,38	1,62	1,39	0,80
11	34,27	28,75	11,43	6,50	4,76	4,21	2,05	1,81	1,41	0,99	1,39	0,98	1,62	0,99	0,80
12	56,85	23,98	5,30	3,25	2,97	3,21	1,23	1,00	1,00	0,79	1,19	1,18	1,42	0,79	1,00
13	8,06	20,78	34,90	33,53	25,14	12,45	8,82	1,20	2,21	2,97	1,59	1,38	1,22	1,79	1,00
14	0,40	0,87	2,04	2,03	5,14	11,24	13,35	14,12	15,73	17,63	16,11	16,35	15,49	16,34	17,13
15	0,00	0,21	0,20	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,19	0,20	8,36	35,31

QUADRO 53

Número de ordem do frasco	PERCENTAGENS CORRIGIDAS DE AREA DE MAIOR GRANULOMETRIA CORRESPONDENTES AS DIVERSAS POSIÇÕES NO MODELO INTERCELULAR														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	4,44	33,72	36,95
2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	8,34	38,35	28,10	12,51
3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	13,74	37,24	26,68	12,93	5,68
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	15,56	39,04	23,90	12,78	6,17	3,40
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	18,89	38,90	21,97	13,89	3,88	3,37	2,27
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	2,22	21,00	36,68	21,12	10,44	3,33	1,66	1,68	1,70
7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,09	32,22	34,82	20,01	9,45	3,29	1,66	1,11	1,12	1,13
8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,55	21,98	32,22	21,00	9,45	2,77	2,19	1,11	0,55	1,12	1,13
9	0,00	0,00	0,00	1,11	25,71	35,17	16,11	9,95	4,44	1,11	1,09	1,11	0,55	0,56	1,13
10	0,00	0,00	1,11	23,85	35,77	19,24	5,00	3,31	1,66	0,55	1,09	0,55	0,55	0,56	1,13
11	0,00	1,11	23,47	34,45	19,00	9,35	3,33	1,65	1,11	1,11	0,54	0,55	0,55	0,56	1,13
12	4,49	28,34	34,08	20,00	7,26	3,84	1,11	0,55	1,11	0,55	0,54	0,55	0,55	0,56	0,56
13	39,32	30,56	17,34	7,22	2,79	2,19	1,11	1,10	0,55	0,55	0,54	0,55	0,55	0,56	0,56
14	29,21	15,55	11,73	6,11	4,46	3,29	3,33	4,41	3,33	5,00	2,19	1,11	0,55	0,56	0,56
15	29,86	24,44	12,29	7,22	4,46	3,84	3,33	2,20	2,77	3,33	3,19	6,12	7,72	8,43	30,13

**HISTOGRAMAS DO ESCOAMENTO***Granulometria diferente — Modelo cilíndrico*

EM ABCISSAS — N.º de ordem dos frascos  
EM ORDENADAS — % corrigida de areia de maior granulometria

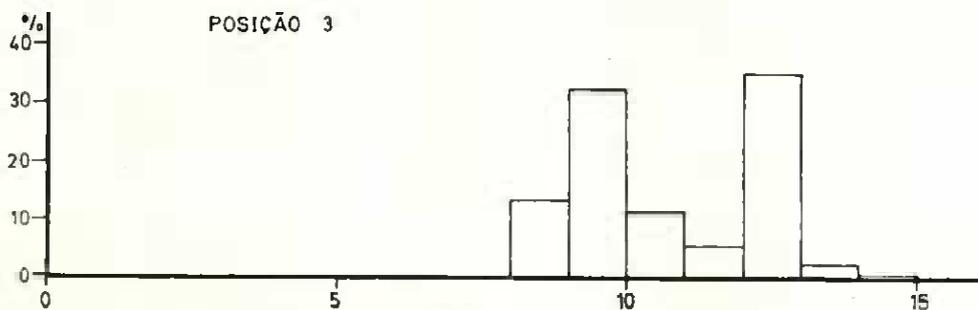


Fig. 10 (1)

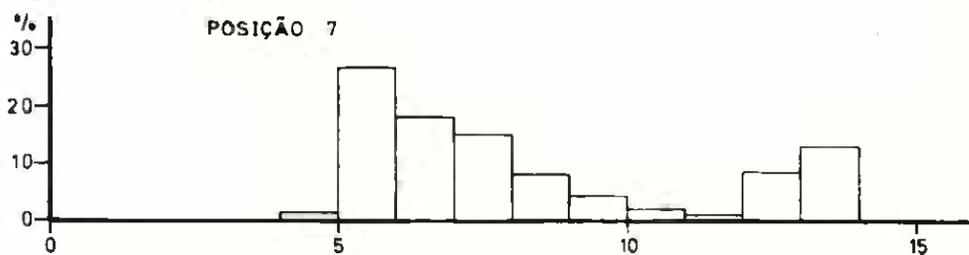
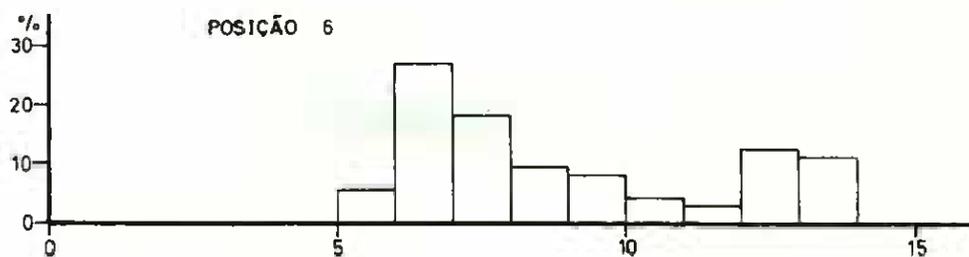
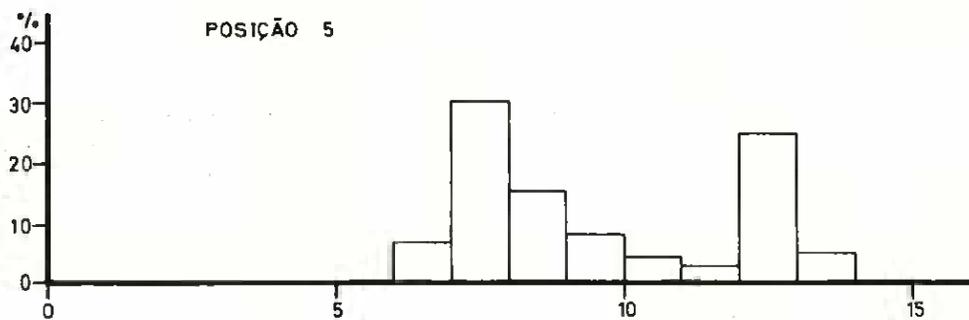
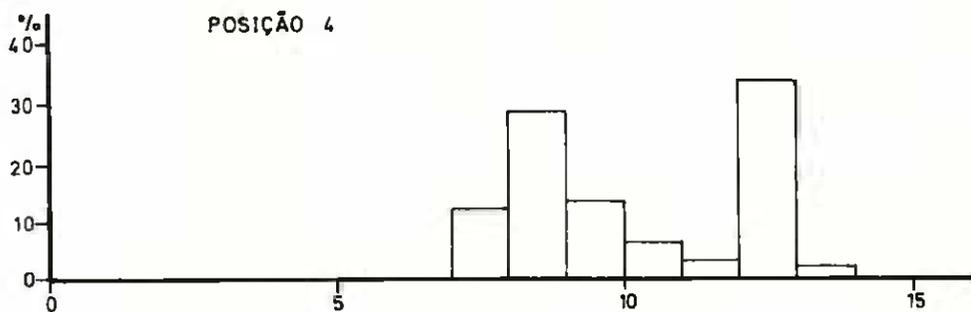


Fig. 19 (continuação) (2)

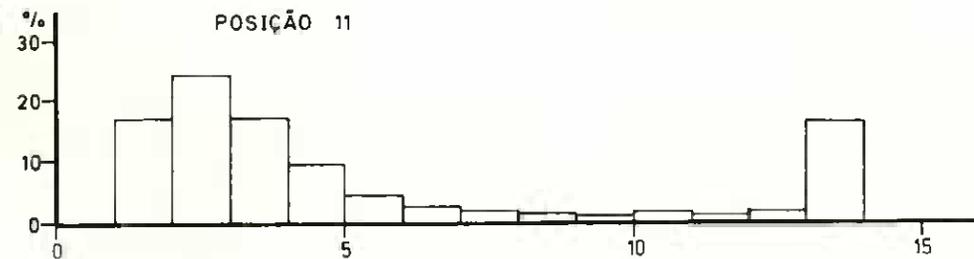
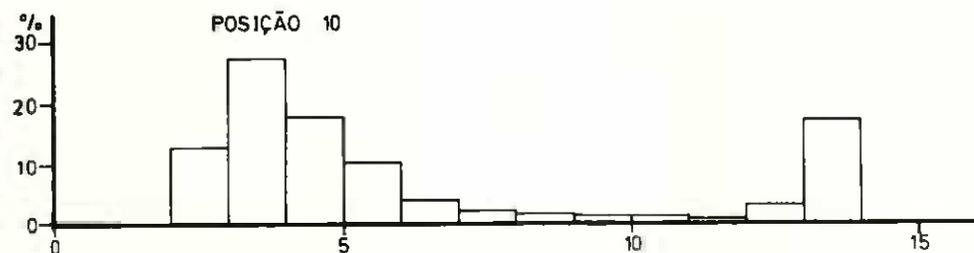
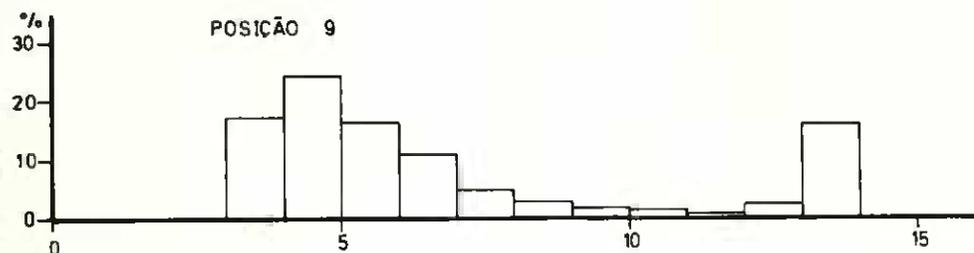
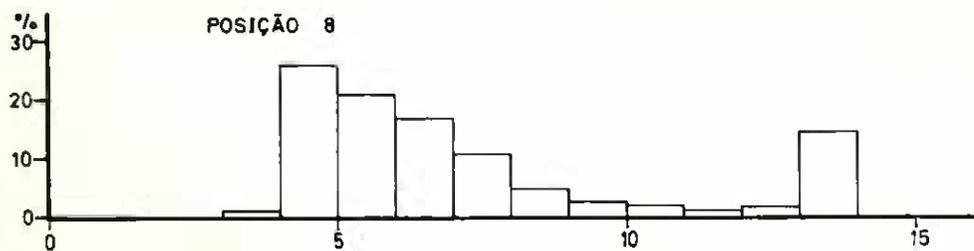


Fig. 19 (continuação) (3)

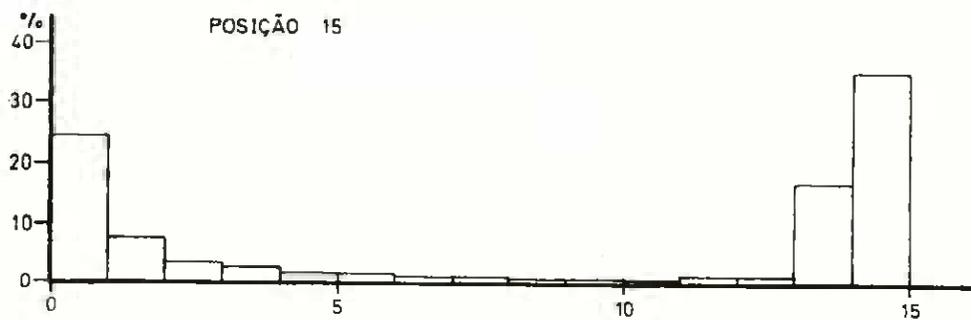
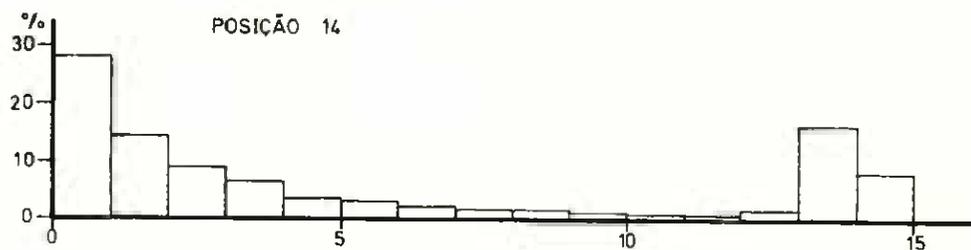
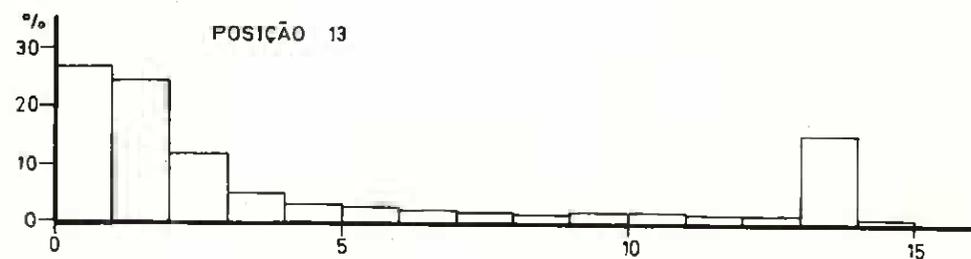
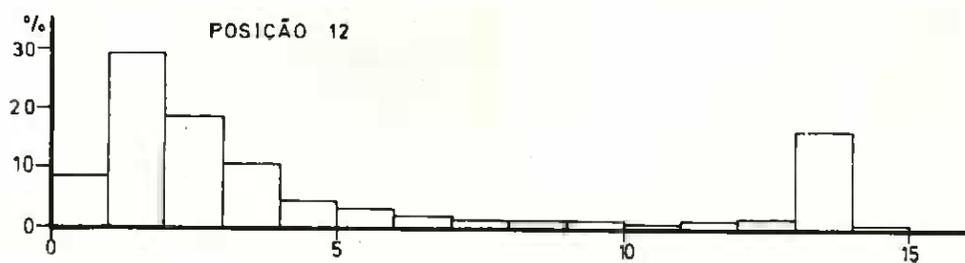
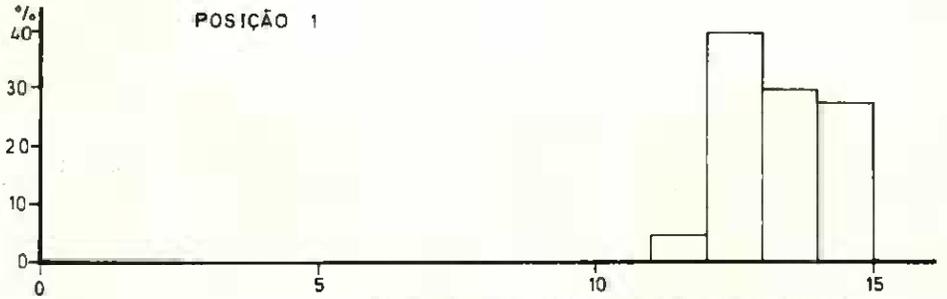


Fig. 19 (continuação) (4)

## HISTOGRAMAS DO ESCOAMENTO

Granulometria diferente — Modelo intercelular



EM ABCISSAS — N.º de ordem dos frascos  
EM ORDENADAS — % corrigida de areia de maior granulometria

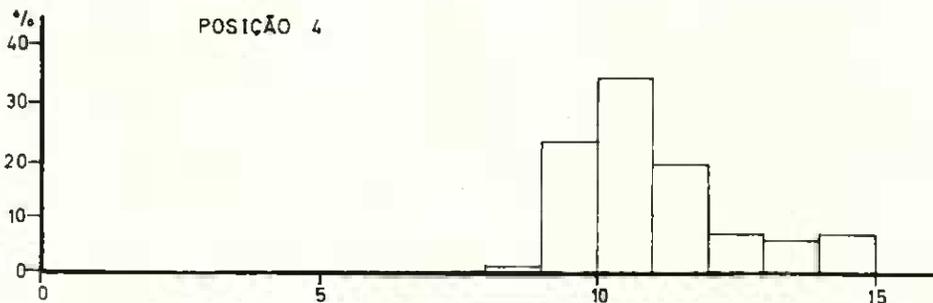
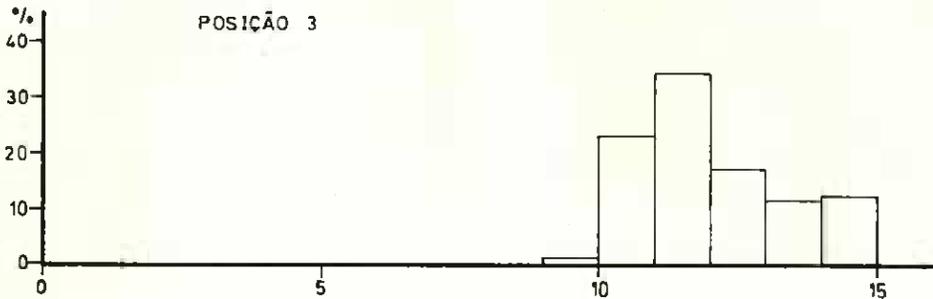
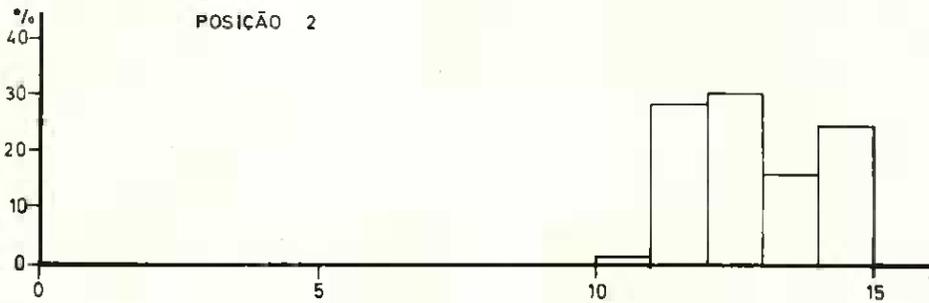


Fig. 20 (1)

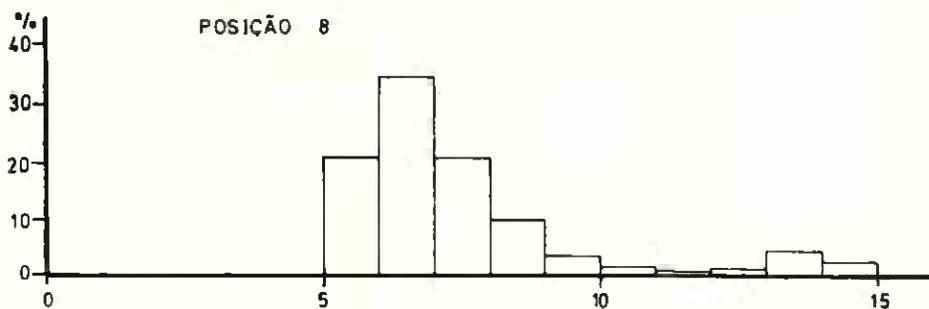
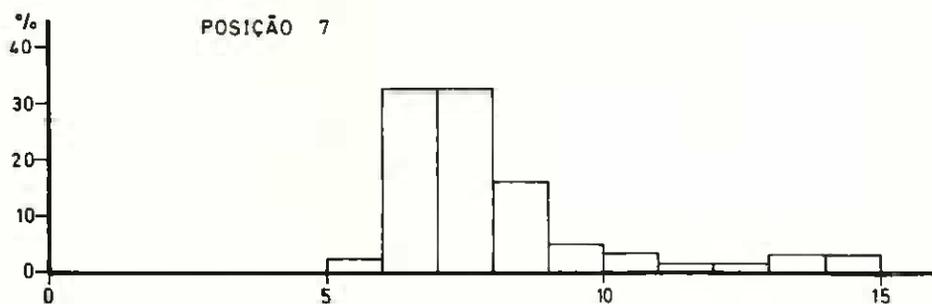
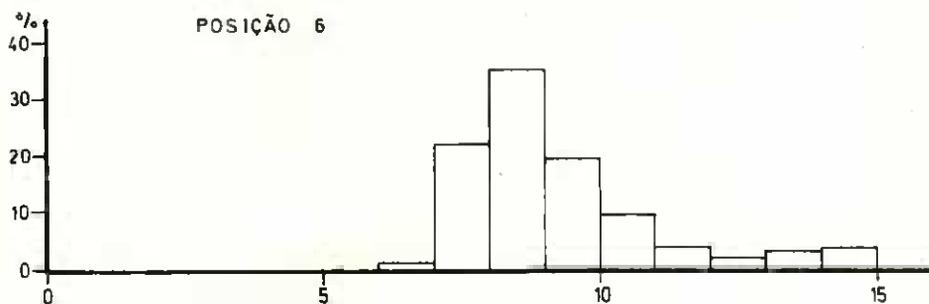
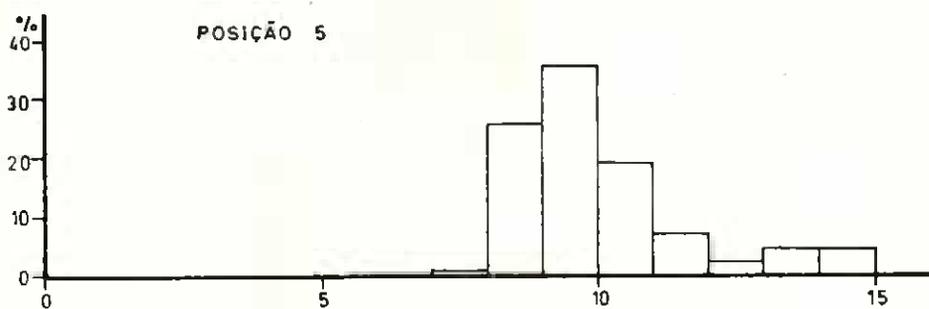


Fig. 20 (continuação) (2)

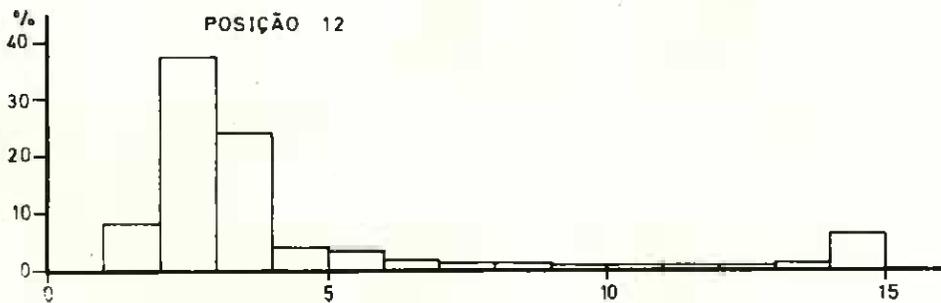
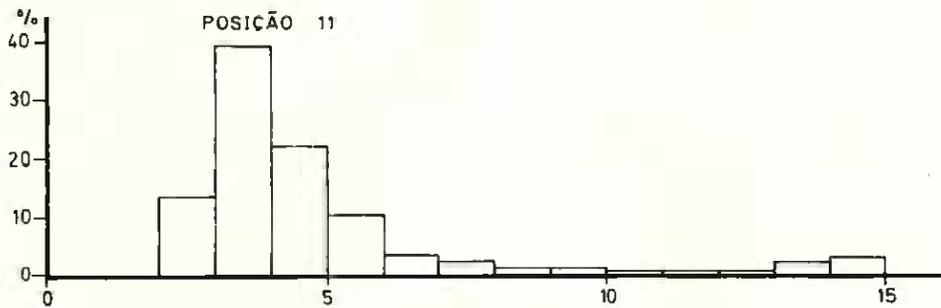
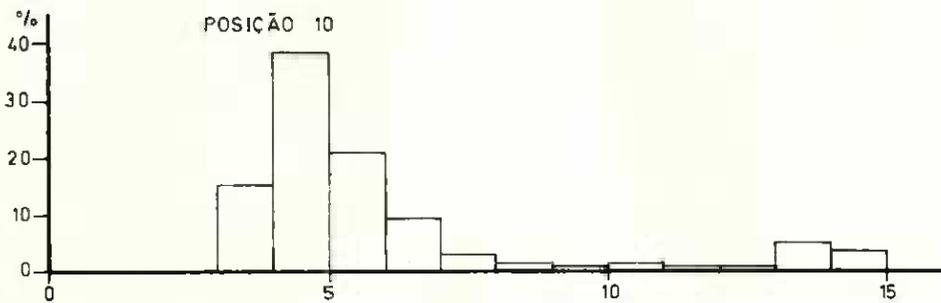
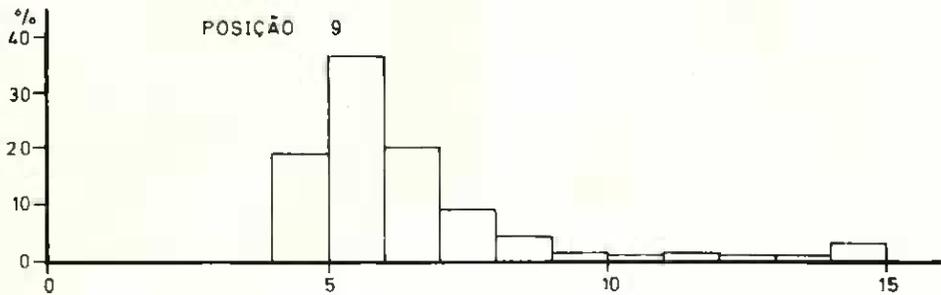


Fig. 20 (continuação) (3)

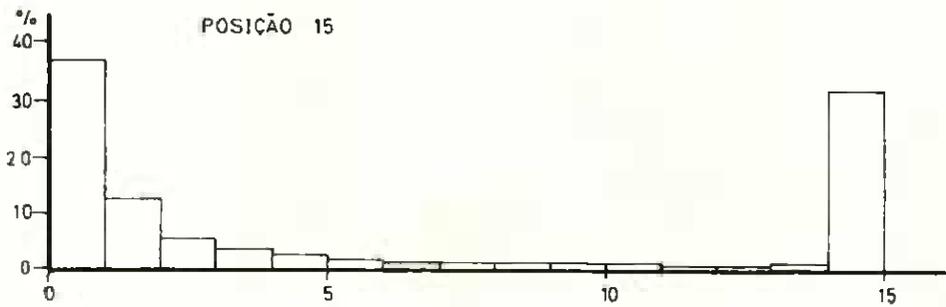
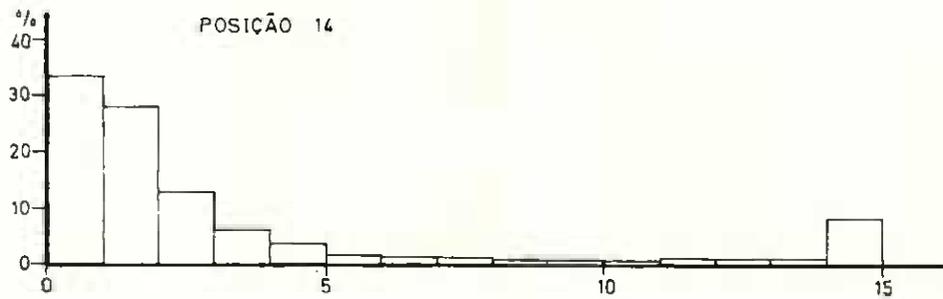
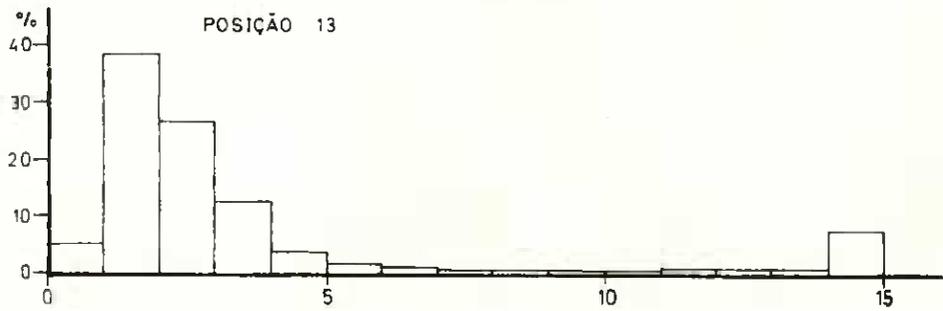


Fig. 20 (continuação) (4)



QUADRO 55

Número de ordem do frasco	VALORES DE $\log de - \log$ DAS PROBABILIDADES ACUMULADAS DA PRIMEIRA COMPONENTE DA DISTRIBUIÇÃO DA AREIA DE MAIOR GRANULOMETRIA NAS POSIÇÕES INDICADAS (MODELO INTERCELULAR)							
	6	7	8	9	10	11	12	13
1	—	—	—	—	—	—	—	- 1,112
2	—	—	—	—	—	—	- 0,875	0,258
3	—	—	—	—	—	- 0,654	0,341	1,239
4	—	—	—	—	- 0,573	0,537	1,239	2,105
5	—	—	—	- 0,472	0,654	1,448	2,227	2,609
6	—	- 1,319	- 0,398	0,645	1,644	2,263	2,673	—
7	- 1,485	0,605	0,668	1,534	2,579	2,708	—	—
8	- 0,329	1,085	1,630	2,312	3,085	3,184	—	—
9	0,762	2,105	2,609	3,033	3,509	—	—	—
10	1,704	2,779	3,302	—	—	—	—	—
11	2,708	3,677	—	—	—	—	—	—
12	—	—	—	—	—	—	—	—
13	—	—	—	—	—	—	—	—
14	—	—	—	—	—	—	—	—
15	—	—	—	—	—	—	—	—

QUADRO 56

Parâmetros estimados	VALORES DOS PARAMETROS DA PRIMEIRA COMPONENTE DA DISTRIBUIÇÃO DE AREIA DE MAIOR GRANULOMETRIA RELATIVOS AS POSIÇÕES INDICADAS (MODELO CILÍNDRICO)								
	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\lambda$	8,384	7,688	6,032	6,300	5,146	4,476	3,741	2,135	1,386
$\delta$	0,882	1,048	1,262	1,139	1,368	1,508	1,669	2,146	2,286

QUADRO 57

Parâmetros estimados	VALORES DOS PARAMETROS DA PRIMEIRA COMPONENTE DA DISTRIBUIÇÃO DE AREIA DE MAIOR GRANULOMETRIA RELATIVOS AS POSIÇÕES INDICADAS (MODELO INTERCELULAR)								
	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\lambda$	9,224	8,319	6,931	6,403	5,390	4,460	3,516	2,687	1,789
$\delta$	0,781	0,917	0,928	0,837	0,903	0,759	0,936	0,749	0,731

**TESTE DE AJUSTAMENTO LINEAR**  
*Granulometria diferente — Modelo cilíndrico*

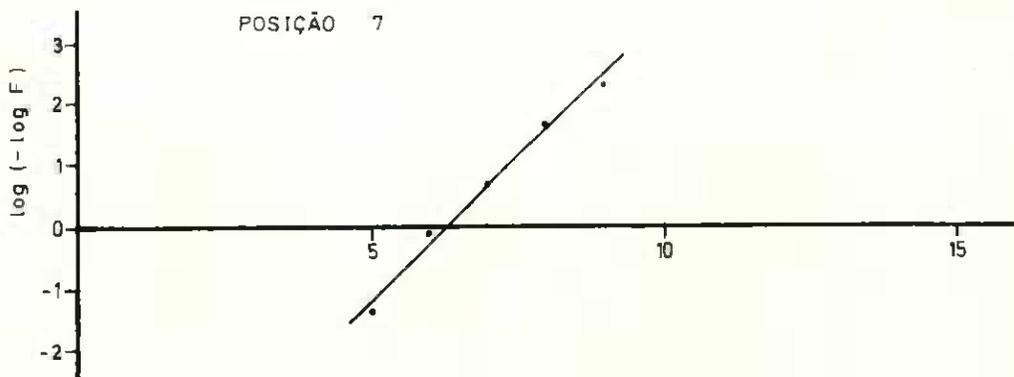
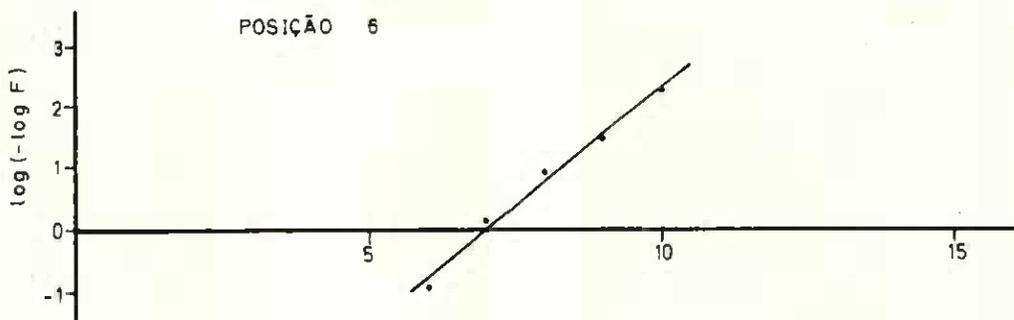
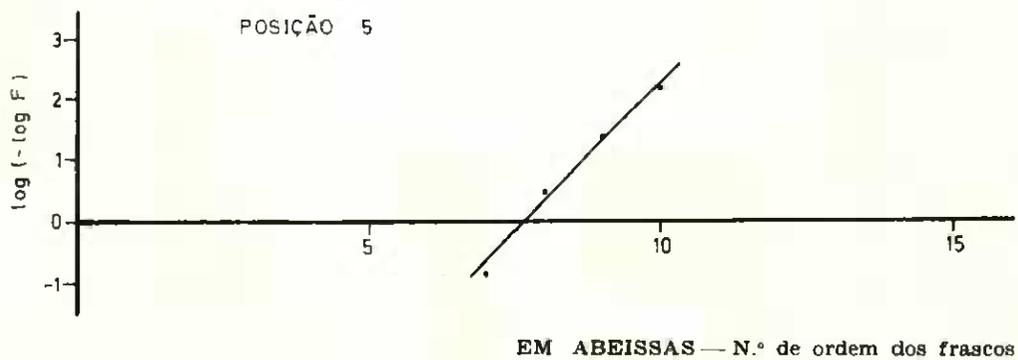


Fig. 21 (1)

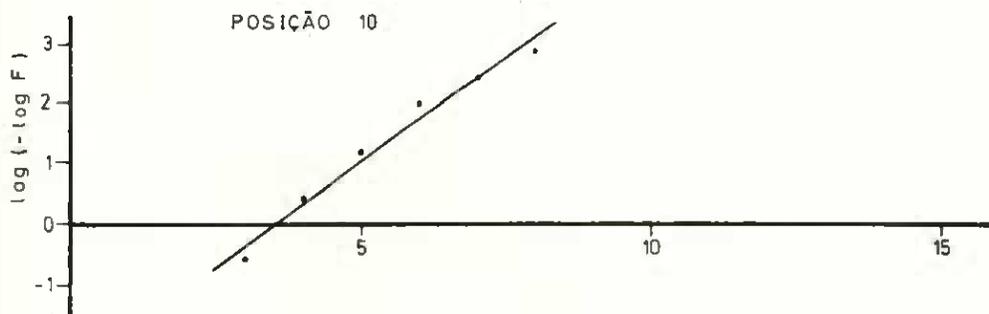
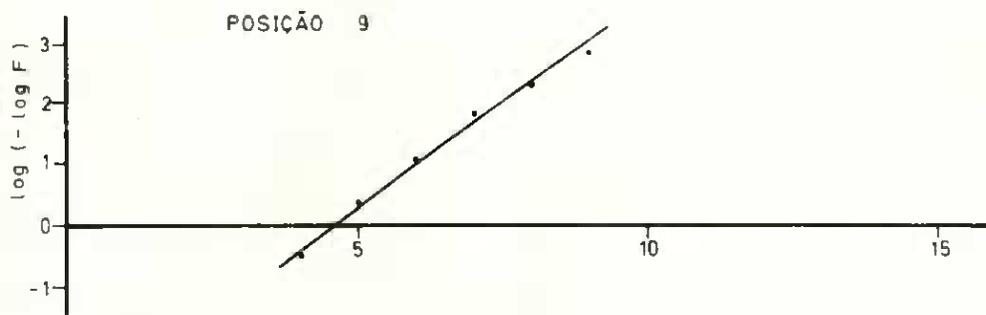
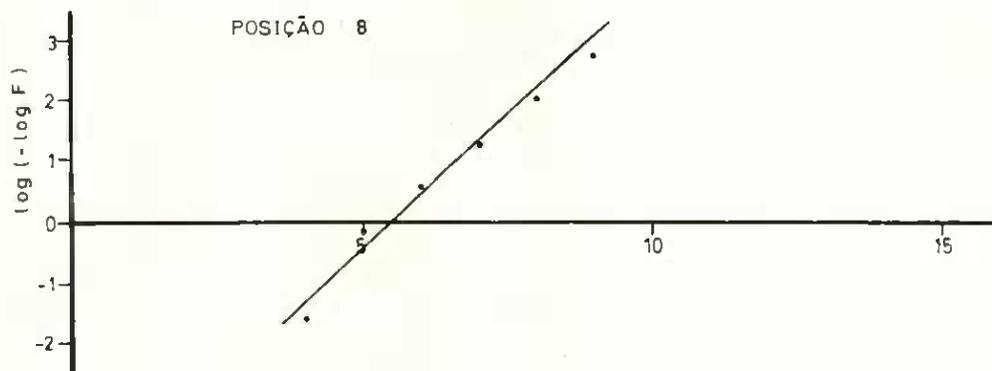


Fig. 21 (continuação) (2)

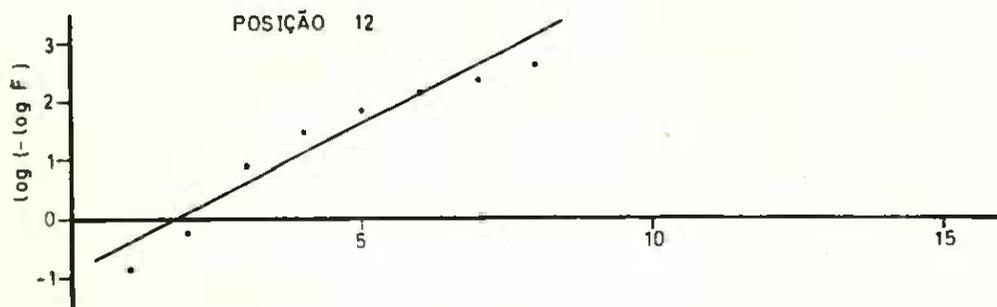
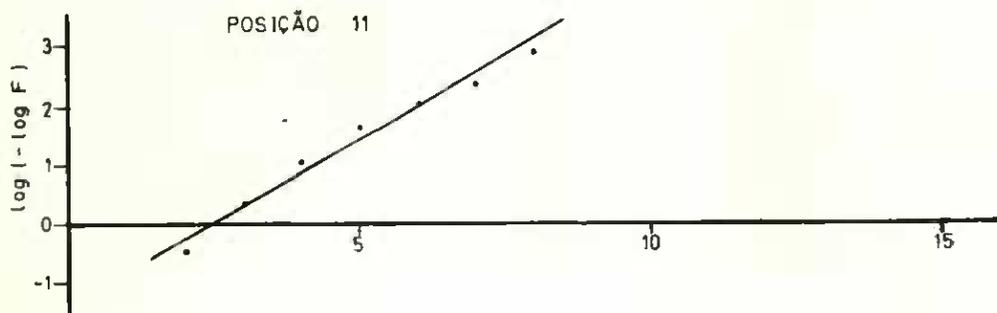


Fig. 21 (continuação) (3)

## TESTE DE AJUSTAMENTO LINEAR

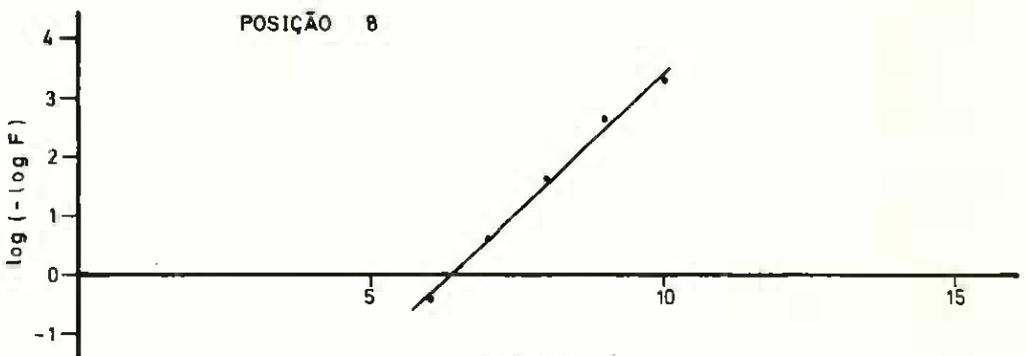
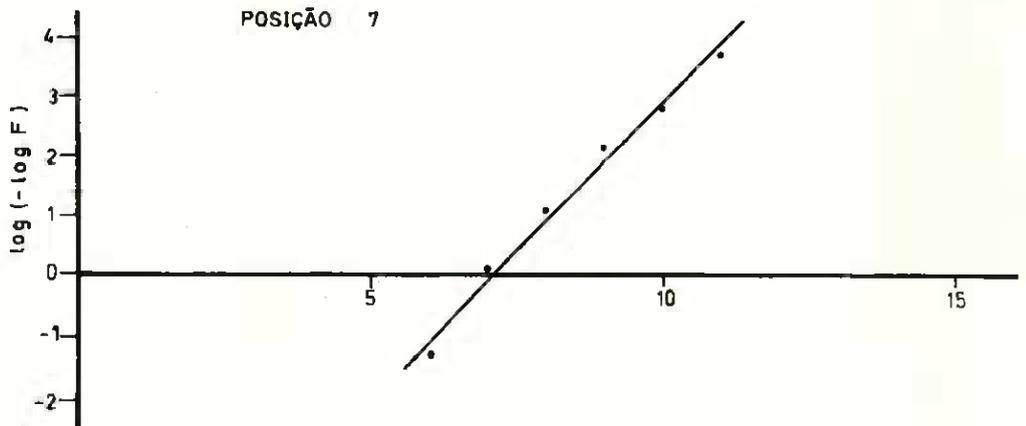
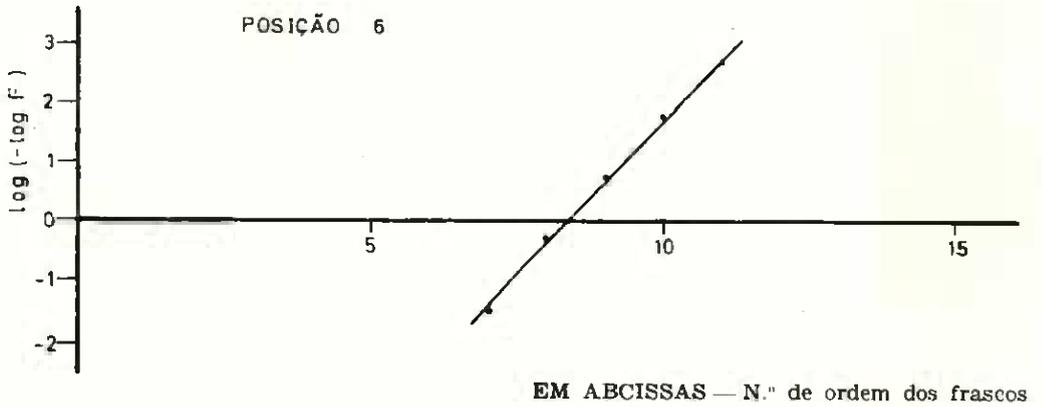
*Granulometria diferente — Modelo intercelular*

Fig. 22 (1)

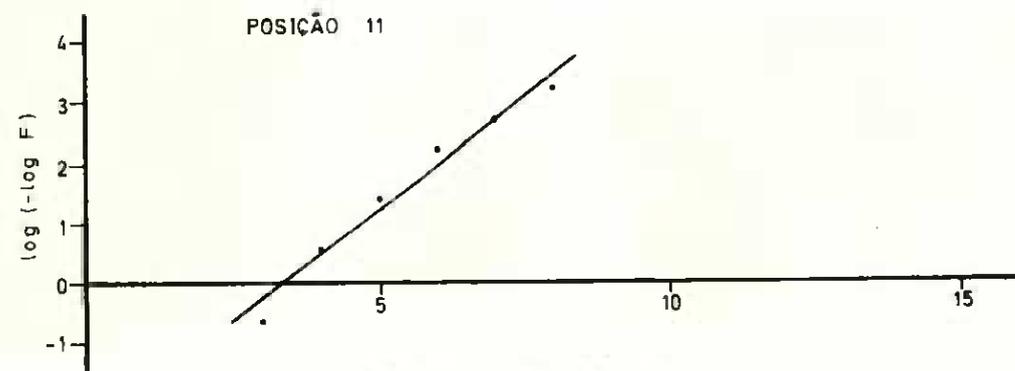
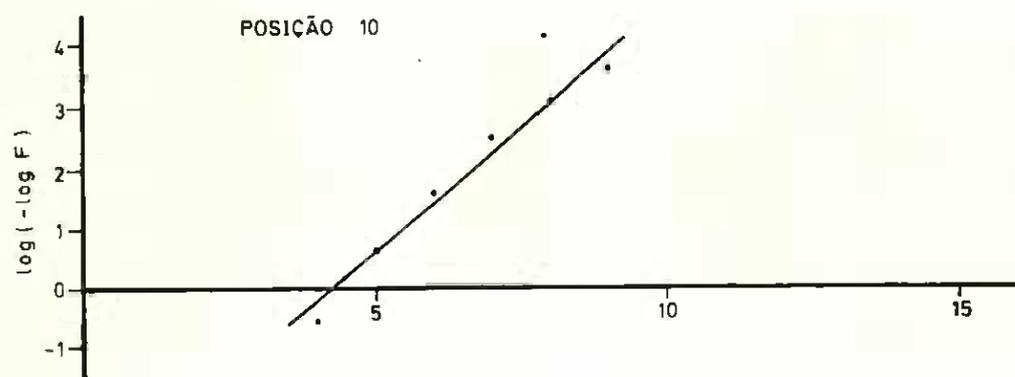
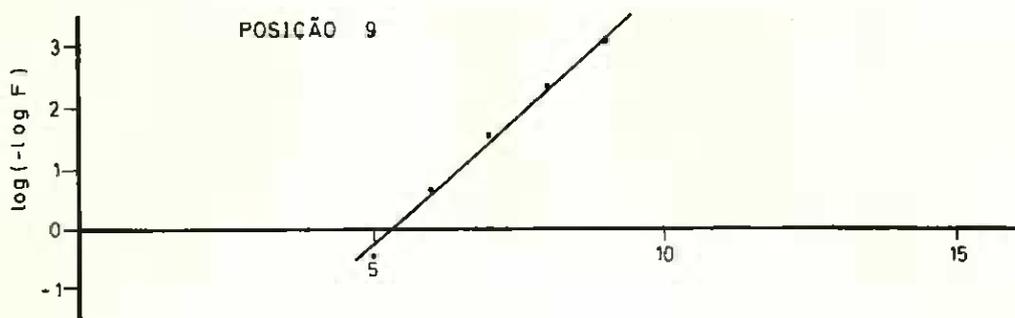


Fig. 22 (continuação) (2)

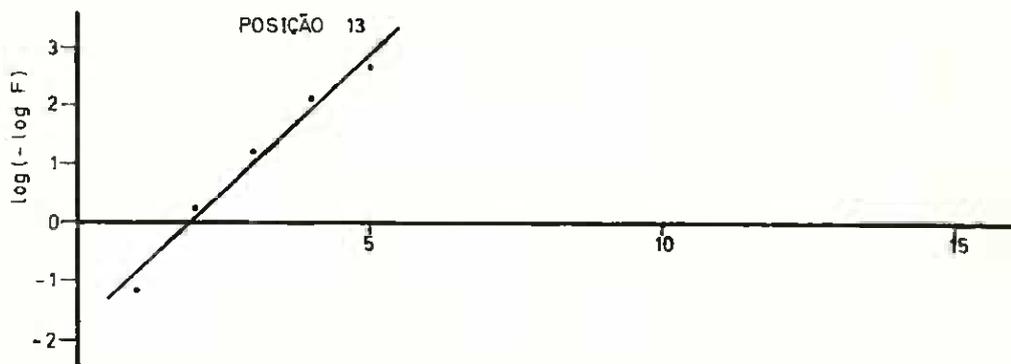
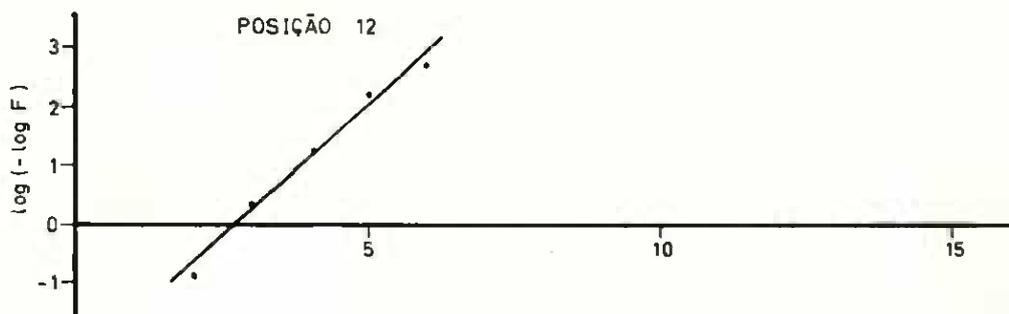


Fig. 22 (continuação) (3)

Só através da técnica referida se podia pôr em evidência a diferença existente no comportamento do parâmetro  $\delta$  em relação aos dois modelos.

Com efeito, as regressões lineares dos valores dos parâmetros em função da posição são para o modelo cilíndrico

$$\lambda = 12,2043 - 0,8826 x$$

$$\delta = 0,1366 + 0,1679 x$$

e para o modelo intercelular

$$\lambda = 13,720 - 0,923 x$$

$$\delta = 0,955 - 0,013 x$$

Por outro lado, como se viu nas últimas posições (13, 14 e 15 para o modelo cilíndrico, 14 e 15 para o modelo intercelular), verifica-se truncatura à esquerda da primeira componente.

Passando agora ao segundo ponto da análise, ou seja, estimar a probabilidade de combinação das duas componentes para cada posição, pode começar-se pela seguinte apreciação: A primeira componente (a da esquerda) parece perfeitamente individualizada no caso do modelo cilíndrico em todas as posições a partir da 5.<sup>a</sup> inclusivé e no outro modelo a partir da 6.<sup>a</sup>. Nota-se, no entanto, truncatura à esquerda desta componente no modelo cilíndrico a partir da 13.<sup>a</sup> posição inclusivé e no outro modelo a partir da 14.<sup>a</sup> inclusivé também. Ficam assim 8 posições que podem ser analisadas em cada caso. Nos quadros 58 e 59 encontram-se os valores estimados para a probabilidade acumulada para esta componente e para os vários lotes.

Revela esta análise prévia dos dados que a componente da direita corresponde, no caso do modelo cilíndrico, à areia mais grosseira recolhida nos três frascos e, no caso do modelo intercelular, apenas nos dois últimos.

Indicando no quadro 60 as probabilidades de combinação verifica-se, salvo no que diz respeito à posição 2 do modelo cilíndrico, que a curva de variação da probabilidade de combinação corresponde ao tipo atrás encontrado em que as percentagens são maiores numa zona média compreendida no modelo cilíndrico entre as posições 5 e 14 e no outro modelo entre as posições 4 a 14. Repare-se ainda no facto dos valores desta probabilidade serem menores para o modelo cilíndrico o que pode ser interpretado como indicativo de que a segunda componente neste modelo tem maior desenvolvimento que no intercelular.



QUADRO 60

Posição	PROBABILIDADES DE COMBINAÇÃO	
	Modelo cilíndrico	Modelo intercelular
2	0,783	0,600
3	0,667	0,760
4	0,645	0,867
5	0,698	0,911
6	0,764	0,928
7	0,779	0,939
8	0,847	0,934
9	0,815	0,939
10	0,794	0,917
11	0,813	0,945
12	0,822	0,938
13	0,831	0,933
14	0,737	0,910
15	0,476	0,693

Do estudo feito poderá em resumo concluir-se:

- a) O escoamento da camada mais grosseira na posição 1 segue, nos dois modelos, uma lei aproximadamente normal.
- b) Nas restantes posições, salvo a segunda no modelo cilíndrico, o escoamento apresenta nos dois modelos dois máximos locais, um muito à direita e o outro deslocando-se regularmente para a esquerda.
- c) À medida que se vão considerando camadas com posições iniciais cada vez mais abaixo a componente da direita mantém-se

estacionária. No caso do modelo cilíndrico a componente da esquerda desloca-se para a esquerda a uma taxa constante enquanto a sua dispersão aumenta igualmente a uma taxa constante. Para o modelo intercelular a componente da esquerda desloca-se também para a esquerda a uma taxa constante e paralelamente a si mesma.

- d) Na componente da esquerda nota-se truncatura à esquerda para o modelo cilíndrico nas posições 13, 14 e 15 e para o intercelular nas posições 14 e 15.
- e) No modelo intercelular nota-se o menor desenvolvimento da segunda componente, redução talvez devida à acção dos cantos deste modelo que possivelmente funcionarão como funis secundários.

### 2.3 — *Appreciação global das experiências*

Das quatro séries de experiências realizadas pode concluir-se que o escoamento das várias camadas, com excepção das superiores, apresenta dois máximos, cada um dos quais corresponde a uma componente da distribuição do escoamento.

A componente referente ao produto que se escoo em primeiro lugar pode ser considerada como uma distribuição de Gumbel enquanto a outra corresponde a uma distribuição fortemente concentrada.

Tendo em vista uma melhoria das condições fitossanitárias do produto nos casos em que surgem na sua massa focos de aquecimento, melhoria que na prática se consegue pela mistura das diversas camadas através de trasfegas, com a conseqüente diluição do foco, é de grande interesse o conhecimento da importância relativa das duas componentes. Com efeito, como a segunda componente é muito mais concentrada que a primeira, quanto maior for a importância relativa daquela mais difícil será a diluição de focos de aquecimento.

No que se refere ao assunto as quatro séries de experiências conduziram a resultados análogos. A percentagem correspondente à componente concentrada segue uma curva em U assumindo valores

muito mais elevados nas primeiras e nas últimas camadas. De referir ainda que os valores da citada percentagem são maiores no modelo da célula cilíndrica que no da intercélula facto que poderá talvez explicar-se pela influência dos «cantos» desta última.

### 3 — EXPERIÊNCIAS EM CÉLULA DUM SILO

Como se viu na introdução geral ao capítulo, e para completar os estudos efectuados no laboratório no sentido de verificar se as leis definidas são as que se observam na prática, realizou-se um escoamento experimental numa célula cilíndrica do silo de Caldas da Rainha.

#### 3.1 — *Delineamento*

Dada a dificuldade de corar trigo utilizaram-se para marcar as diferentes camadas sacos de rede de tule de «nylon» contendo trigo. Procuraram assim obter-se «marcadores» cuja densidade e coeficiente de atrito não diferissem dos da massa do cereal. Os sacos tinham a dimensão de  $7 \times 9,5$  cm e numeraram-se de 1 a 690.

Estes foram dispostos com todo o cuidado durante o enchimento da célula ficando precisamente nas posições pretendidas, isto é: em 15 camadas equidistantes e, dentro de cada uma destas, com a disposição indicada na fig. 23 ou seja 1 saco no centro, 8 sacos no 1.º círculo, 15 sacos no 2.º, 22 no 3.º, de modo a haver concordância entre o número de sacos e o perímetro dos círculos onde se situaram. Dado que nesta experiência, houve, para um escoamento único, que referenciar simultaneamente as 15 camadas de acordo com a ordem de entrada do trigo na célula, adoptou-se, para aquelas, uma numeração crescente de baixo para cima, ao contrário da que foi seguida nas experiências com modelos reduzidos.

Em cada camada ficaram assim 46 sacos com os números que se especificaram no quadro 61; em todas elas o saco do centro é o de número mais baixo seguindo-se os do primeiro círculo, depois os do segundo e por último os do círculo exterior.

Dorante o escoamento, realizado sem passagem pelas tararas e a débito constante, os sacos foram colhidos em 15 lotes correspondendo sensivelmente cada um destes a um tempo de escoamento igual.

## ESQUEMA DE DISPOSIÇÃO DOS SACOS

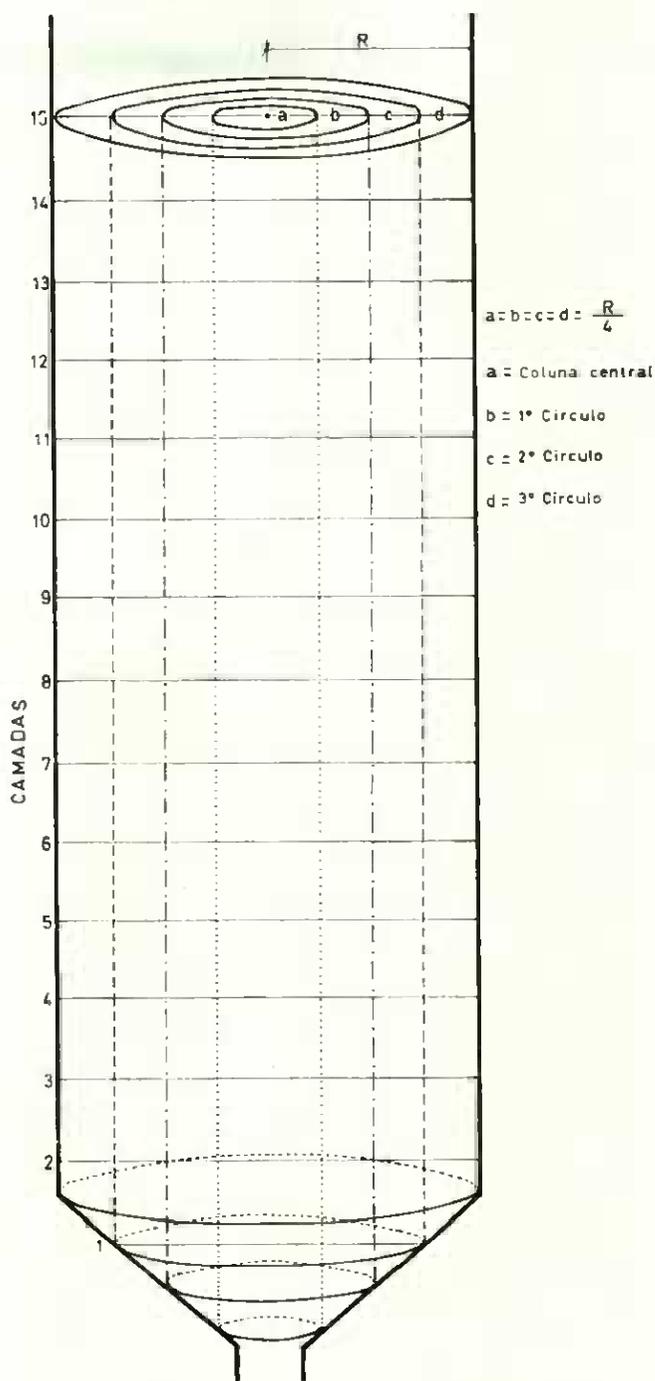
*Célula cilíndrica dum silo*

Fig. 23

QUADRO 61

DISTRIBUIÇÃO INICIAL DOS SACOS				
Por camadas	Radial			
	CENTRO	1.º círculo	2.º círculo	3.º círculo
1.º	1	2 a 9	10 a 24	25 a 46
2.º	47	48 a 55	56 a 70	71 a 92
3.º	93	94 a 101	102 a 116	117 a 138
4.º	139	140 a 147	148 a 162	163 a 184
5.º	185	186 a 193	194 a 208	209 a 230
6.º	231	232 a 239	240 a 254	255 a 276
7.º	277	278 a 285	286 a 300	301 a 322
8.º	323	324 a 331	332 a 346	347 a 368
9.º	369	370 a 377	378 a 392	393 a 414
10.º	415	416 a 423	424 a 438	439 a 460
11.º	461	462 a 469	470 a 484	485 a 506
12.º	507	508 a 515	516 a 530	531 a 552
13.º	553	554 a 561	562 a 576	577 a 598
14.º	599	600 a 607	608 a 622	623 a 644
15.º	645	646 a 653	654 a 668	669 a 690

### 3.2 — Resultados e discussão

No quadro 62 indicam-se os sacos recolhidos em cada um dos 15 lotes.

Uma análise preliminar dos resultados mostrou, pelo menos à primeira vista, que o fenómeno não seguia integralmente o que foi concluído nos escoamentos nos modelos reduzidos e daí a necessidade de interpretação diferente.

Por tal motivo começou por considerar-se separadamente o que se passava com os sacos colocados em cada um dos círculos para em seguida se tentar uma interpretação de conjunto. Cada círculo de sacos representa uma coluna de produto como se pode verificar na fig. 23. Com excepção da coluna central as bases dessas colunas são coroas circulares.

QUADRO 62

Por lotes	RECOLHA DE SACOS							
	Radial e por camadas							
	Camada	Centro	Camada	1.º Círculo	Camada	2.º Círculo	Camada	3.º Círculo
1.º	1.ª	1	1.ª	2-3-4-5-6-7-8-9 2.ª 48-49-50-51-55	1.ª	10-11-12-13-14- -15-16-18-19-20- -21-22-23-24 2.ª 56-57-65-66-69- -70		
2.º	3.ª	93	3.ª	94-95-96-97-98- -99-100-101	2.ª	58-59-60-61-62- -63-64-67-68	1.ª	25-27-28-29-30- -31-32-33-34-44
	4.ª	139	4.ª	144-145-146	3.ª	107-108-109- -110-111-112- -113-114		
3.º	5.ª	185	4.ª	140-141-142- -143-147	3.ª	102-103-104- -105-106-115- -116	1.ª	26-35-43-45- 46 2.ª 90
	6.ª	231	5.ª	186-187-188- -189-190-191- -192-193	4.ª	152-153-154- -155-156-157- -158-159-160- -161-162		
			6.ª	233-234-235- -236-237-238	5.ª	204-205		
4.º	7.ª	277	6.ª	232-239 278-279-280- -281-282-283- 7.ª -284-285	4.ª	148-149-150- -151	1.ª	39-40-41-42 2.ª 71-72-73-76-80 -89-92 3.ª 128-129-130-131
			5.ª	194-195-196- -197-198-199- -200-201-202- -203-206-207- -208				
			6.ª	240-241-242- -243-244-245- -246-247-248- -249-250-251- -252-253-254				
			7.ª	297				
5.º	8.ª	323		324-325-326- -327-328-329-	7.ª	292-293-294 -295-296-298	1.ª	37 74-75-77-78-86- -91 2.ª -91 122-123-126- -136-138 3.ª -136-138 4.ª 163-178
	9.ª	369		-330-331				
	10.ª	415	8.ª	371-373-374-				
	11.ª	461		-375-376-377				
	12.ª	507	9.ª	468-469				
	13.ª	553	11.ª	468-469				
			12.ª	512				
13.ª	556	13.ª	556					

(continuação)

Por lotes	Camada	Centro	Camada	1.º Círculo	Camada	2.º Círculo	Camada	3.º Círculo
6.º	14.ª	599	9.ª	370-372	7.ª	291-299	2.ª	87
	15.ª	645	10.ª	421-422-423	8.ª	340	3.ª	125-127
			11.ª	462-463-464-465	15.ª	654-655-659-	4.ª	174-175-179-
			12.ª	510-511-513-514		-660-661-662-		-180-184
			13.ª	554-555-557-		-663-664		
				-558-559-560-				
			14.ª	600-601-602-				
				603-604-605-				
				606-607				
			15.ª	646-647-648-				
				649-650-651-				
				652-653				
7.º			10.ª	416-419-420	7.ª	286-300	3.ª	124
			12.ª	508-509	8.ª	341-342-343	15.ª	669-689-690
					9.ª	387		
					15.ª	656-657-658-		
						-665-666-667-		
						-668		
8.º			10.ª	417	14.ª	608-609-610-	4.ª	164-173-183
			11.ª	466		-611-612-613-	14.ª	623-624-625-
			12.ª	515		-614-615-616-		627-628-631-
						-617-618-619-		632-633-634-
						-620-621-622-		635-636-637-
								638-639-640-
								641-642-643-
								644
							15.ª	670-671-672-
								673-674-675-
								676-677-678-
								679-680-681-
								682-683-684-
								685-686-687-
								688
9.º			10.ª	418	7.ª	289-290	13.ª	577-578-579-
			11.ª	467	13.ª	562-563-564-		580-581-582-
						-565-566-567-		583-584-585-
						-568-569-570-		586-587-588-
						-571-572-573-		589-590-591-
						-574-575-576		592-593-594-
								595-596-597-
								598
							14.ª	626-629-630

(continuação)

Por lotes	Camada	Centro	Camada	1.º Círculo	Camada	2.º Círculo	Camada	3.º Círculo
10.º					9.ª 386-388 11.ª 471-472-473- -474-475-476- -477-478-479- -480-482 12.ª 516-517-518- -519-520-521- -522-523-524- -525-526-527- -528-529-530	12.ª 531-532-533- -534-535-536- -537-538-539- -540-541-542- -546-547-548- -549-550-551- -552		
11.º					8.ª 344 424-425-426- 10.ª -427-428-429- -430-431-432- -433-434-435- -436-437-438 11.ª 470-481-483- -484-	4.ª 171 10.ª 450-451-452 485-486-487- -488-489-490- -491-492-493- 11.ª -494-495-496- -497-498-499- 500-501-502- -503-504-505- -506		
12.º					8.ª 339-345 9.ª 380-381-382- -383-384-389	4.ª 181 439-440-441- -442-443-444- -445-446-447- 10.ª -448-449-453- -454-455-456- -457-458-459- -460		
13.º					8.ª 332-333-334- -335-336-337- -338-346 9.ª 378-379-385- -390-391-392	5.ª 228 7.ª 313-314-315 8.ª 347-348-349- -350-351-352- -353-354-355- -356-357-358- -359-360-361- -362-363-364- -365-366-367- -368 9.ª 393-394-395- -396-397-398- -399-400-401- -402-403-404- -405-406-407- -408-409-410- -411-412-413- -414		

(continuação)

Por lotes	Camada	Centro	Camada	1.º Círculo	Camada	2.º Círculo	Camada	3.º Círculo
14.º					7.ª	288		3.ª 118-135-137 4.ª 165-166-167- -168-169-170- -172-176-177- -182 5.ª 209-210-211- -212-214-215- -216-217-218- -219-220-221- -222-223-224- -225-226-227- -228-229-230 6.ª 255-256-257- -258-259-260- -261-262-263- -264-265-266- -267-268-269- -270-271-272- -273-274-275- -276 7.ª 301-302-303- -304-305-306- -307-308-309- -310-311-312- -316-317-318- -319-320-321- -322
15.º					7.ª	287		1.ª 36-38 2.ª 82-83-84-85 117-119-120- 3.ª -121-132-133 5.ª 213

## 3.2.1 — escoamento da coluna central

Começando a interpretação pelos sacos que inicialmente se dispuseram no centro de cada uma das 15 camadas indicou-se no quadro 63 (extraído do quadro 62) o número do respectivo saco central e o lote em que foi recolhido.

QUADRO 63

Número de ordem da camada	Número do saco central	Número de ordem do lote de recolha
1	1	1
2	47	(*)
3	93	2
4	139	2
5	185	3
6	231	3
7	277	4
8	323	5
9	369	5
10	415	5
11	461	5
12	507	5
13	553	5
14	599	6
15	645	6

(\*) Saco não recuperado.

Representando gráficamente na fig. 24 os valores referidos no quadro anterior verifica-se que no escoamento da coluna central do produto existem duas fases:

- a) Na primeira fase escoam-se a metade inferior da coluna a um ritmo relativamente uniforme que ocupa cerca de 4/15 do tempo total do escoamento, a que correspondeu a recolha dos sacos das camadas de 1 a 7 repartidas pelos primeiro 4 lotes.

Ajustou-se aos dados desta fase (fig. 24) a regressão

$$y = 0,47 + 0,47 x$$

sendo  $y$  — n.º do lote e  $x$  — n.º da camada.

Do sinal positivo da regressão pode deduzir-se, como se sabe, que a ordem de saída dos sacos centrais é a mesma da colocação.

- b) Na segunda o escoamento da coluna central acelera-se sendo recolhidos 6 sacos no lote 5 e estando completado o escoamento quando se chega ao fim do lote 6. Quer dizer o escoamento da coluna central realiza-se em 6/15 do tempo que leva ao escoamento total da célula.

### 3.2.2 — Escoamento da coluna correspondente ao primeiro círculo

Passando agora à interpretação dos sacos do primeiro círculo dispuseram-se no quadro 64, e para cada camada, o número de sacos recuperados em cada lote.

Neste último quadro distinguem-se nitidamente três fases:

- a) Na primeira fase, correspondente ao escoamento das nove primeiras camadas o escoamento de cada uma é concentrado e o da coluna respectiva é feita a um ritmo aproximadamente constante, quer dizer, a um ritmo bastante regular em relação ao tempo.
- b) Numa segunda fase, relativa às camadas 10, 11 e 12, o escoamento do produto é muito menos concentrado sendo recolhidos sacos de cada uma dessas camadas em 4 lotes.
- c) Por último temos uma fase de escoamento concentrado das restantes em que o escoamento se faz praticamente no espaço de tempo correspondente ao lote 6.

## ESCOAMENTO DA COLUNA CENTRAL

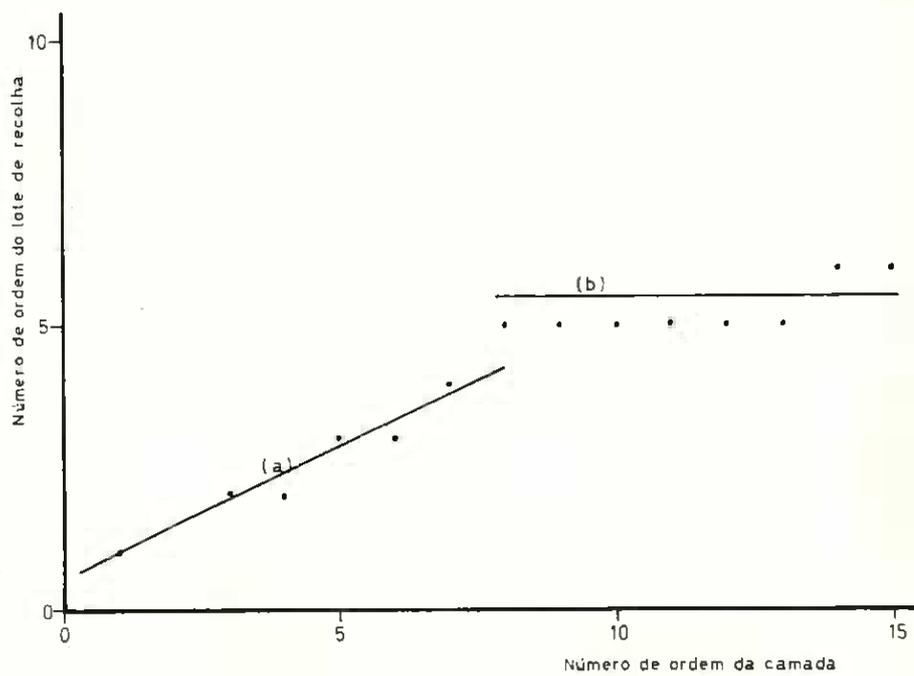
*Célula cilíndrica dum silo*

Fig. 24

QUADRO 64

Número do lote	NÚMERO DA CAMADA														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	8	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2	—	—	8	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3	—	—	—	5	8	6	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4	—	—	—	—	—	2	8	—	—	—	—	—	—	—	—
5	—	—	—	—	—	—	—	8	6	—	2	1	1	—	—
6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	3	4	4	7	8
7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	—	2	—	—
8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	1	—	—
9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—	—
10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
11	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
13	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
14	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Totais	8	5	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8

Entre barras as fases do escoamento concentrado da coluna correspondente ao 1.º círculo.

A fim de exprimir duma maneira mais precisa o escoamento na primeira fase ajustou-se aos dados respectivos a regressão

$$x = 0,25 + 0,55 z$$

onde  $z$  representa o lote médio calculado pela expressão

$$z = \frac{x \cdot (\text{N.º de sacos recolhidos no lote de ordem } x)}{\text{N.º total de sacos recolhidos}}$$

e  $x$  é o número de ordem do lote de recolha.

Por outro lado as distribuições da segunda fase parecem identificar-se com as de uma densidade unimodal; os lotes médios correspondentes a estas componentes são respectivamente 6,77, 6,22 e 6,22 o que pode ser interpretado como indicando um início da aceleração ao escoamento do produto correspondente a esta coluna. No entanto a insuficiência de dados impediu-nos de levar mais além a nossa análise. Para evitar tal insuficiência seria necessário definir maior número de camadas e dispor em cada uma delas maior número de sacos o que era difícil de prever no delineamento e, de qualquer modo, incompatível com a técnica de escoamento seguida.

A aceleração referida atrás atinge o seu máximo nas camadas seguintes cujos sacos correspondem quase todos ao lote 6 definindo-se assim a terceira fase na qual os valores do lote médio são 5,87, 6,00 e 6,00.

### 3.2.3 — Escoamento da coluna correspondente ao segundo círculo

Os dados relativos aos sacos do segundo círculo dispostos no quadro 65 levam a uma interpretação muito semelhante à do quadro anterior. Encontram-se, com efeito, duas fases de escoamento concentrado separadas por uma de escoamento mais disperso.

A primeira fase de escoamento concentrado corresponde às camadas 1 a 6. Conservando o significado atribuído anteriormente aos símbolos e também com o fim de exprimir de maneira mais precisa este escoamento pode ajustar-se aos dados desta fase a regressão

$$z = 0,46 + 0,64 x$$

A segunda fase de escoamento concentrado encontra-se por sua vez perfeitamente individualizada nas camadas 10 a 15. Para os dados destas camadas ajustou-se também a regressão

$$z = 19,99 - 0,87 x$$

O facto do coeficiente de  $x$  ser negativo indica que, nesta fase e para esta coluna, se deu a inversão na ordem do escoamento.

Resta considerar o que se passa nas posições intermédias, isto é, camadas 7, 8 e 9. Nestas posições, correspondentes à fase de escoamento

QUADRO 65

Número do lote	NÚMERO DA CAMADA														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	14	6													
2		9	8												
3			7	11	2										
4				4	13	15	1								
5							6								
6							2	1							8
7							2	3	1						7
8														15	
9							2					15			
10									2		11	15			
11								1		15	4				
12								2	6						
13								8	6						
14							1								
15							1								
Totais	14	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15

Entre barras as fases do escoamento concentrado na coluna correspondente ao 2.º círculo.

mento disperso, há duas componentes uma concentrada e outra dispersa como se verá adiante.

Observando ainda o quadro 65 vê-se que a componente concentrada do escoamento disperso parece representar o início da segunda fase do escoamento concentrado já analisado. Assim no quadro 66 comparam-se os valores reais do lote médio da componente concentrada com os que se obtêm a partir da regressão que se ajustou para os dados da segunda fase de escoamento concentrado.

A observação do Quadro 66 permite considerar que o ajustamento é aceitável para as posições 8 e 9.

No Quadro 67 onde se indicam, para cada camada, as percentagens dos sacos colocados no segundo círculo que foram escoados em regime concentrado, definido este como o escoamento concentrado propriamente dito, e componentes concentradas do escoamento disperso, verifica-se que o escoamento disperso predomina apenas na posição 7.

QUADRO 66

Número de ordem da camada	LOTE MÉDIO DA COMPONENTE CONCENTRADA	
	Valores reais	Valores calculados
7	14,50	13,90
8	12,63	13,03
9	12,14	12,16

QUADRO 67

N.º DE ORDEM DA CAMADA	% DO REGIME CONCENTRADO
1	100,000
2	100,000
3	100,000
4	100,000
5	100,000
6	100,000
7	13,333
8	78,571
9	93,333
10	100,000
11	100,000
12	100,000
13	100,000
14	100,000
15	100,000

A componente dispersa da camada correspondente a esta posição provém duma densidade unimodal em que a cauda direita é mais desenvolvida que a esquerda, portanto com o mesmo tipo de assimetria que a densidade de Gumbel. No entanto a insuficiência de dados, cujos motivos foram já anteriormente justificados, impediu de levar mais adiante a análise. O respectivo lote médio tem o valor 6.

### 3.2.4 — escoamento da coluna correspondente ao terceiro círculo

Temos por último os dados relativos ao círculo exterior (terceiro círculo) os quais se encontram condensados no Quadro 68 cuja observação permite verificar a existência de duas fases:

- a) Na primeira fase, correspondente às quatro primeiras camadas, a par duma componente dispersa o escoamento tem uma

QUADRO 68

Número do lote	NÚMERO DA CAMADA														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2	10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3	5	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4	4	7	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5	1	6	5	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
6	—	1	2	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3
8	—	—	—	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	19	19
9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	22	3	—	—
10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	22	—	—	—	—
11	—	—	—	1	—	—	—	—	—	3	22	—	—	—	—
12	—	—	—	1	—	—	—	—	19	—	—	—	—	—	—
13	—	—	—	—	1	—	3	22	23	—	—	—	—	—	—
14	—	—	3	10	20	22	19	—	—	—	—	—	—	—	—
15	2	4	6	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Totais	22	19	21	22	22	22	22	22	23	22	22	22	22	22	22

Entre barras as fases do escoamento concentrado da coluna correspondente ao 3.º círculo.

componente concentrada. No Quadro 69 indica-se para cada camada a percentagem dos sacos recolhidos nos lotes relativos ao regime concentrado do escoamento atrás referido.

Aqui mais uma vez a insuficiência dos dados não permitiu estudar a densidade da componente dispersa. Esta corresponde a uma densidade unimodal em que a cauda direita se apresenta mais desenvolvida que a cauda esquerda. Esta densidade tem, portanto, o mesmo tipo de assimetria que a densidade de Gumbel.

Os respectivos lotes médios são 2,80, 4,47, 5,00 e 7,25. Deslocam-se pois na mesma ordem do que as camadas respectivas.

b) Na segunda fase, a que correspondem as restantes camadas, há uma única componente concentrada.

QUADRO 69

CAMADA	1	2	3	4	5	6	7	
% do regime concentrado	9,00	21,05	42,86	45,45	100,00	100,00	100,00	
CAMADA	8	9	10	11	12	13	14	15
% do regime concentrado	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

Passando agora a discutir o comportamento do regime concentrado do escoamento dos sacos do terceiro círculo apresentam-se no Quadro 70 os valores do lote médio correspondentes à componente concentrada nas diversas posições.

QUADRO 70

POSIÇÃO	1	2	3	4	5	6	7	
Lote médio	15,00	15,00	14,67	14,00	14,00	14,00	13,86	
POSIÇÃO	8	9	10	11	12	13	14	15
Lote médio	13,00	13,00	11,86	11,00	10,00	9,00	8,14	7,86

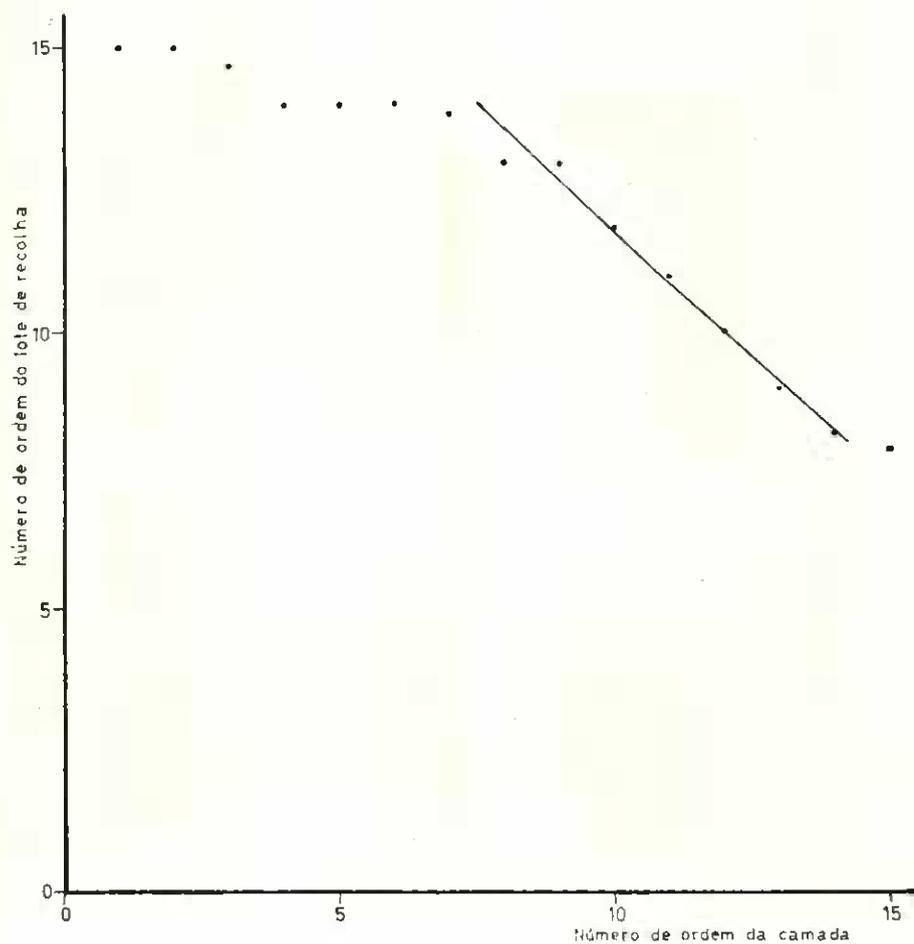
VALORES DOS LOTES MÉDIOS DO 3.º CÍRCULO DA COMPONENTE  
CONCENTRADO*Célula cilíndrica dum silo*

Fig. 25

Julga-se útil para a discussão que se segue representar gráficamente (Fig. 25) os resultados expressos no Quadro anterior. Tal figura mostra a existência de duas fases.

- a) Na primeira fase, relativa às 6 primeiras posições, verifica-se que o lote médio se situa nos últimos lotes recolhidos. Este facto já é conhecido pois sabe-se que parte das camadas inferiores só é escoada no fim. No entanto, os resultados que se obtiveram na discussão dos círculos interiores, em que os sacos das primeiras camadas são recolhidos em lotes anteriores, permitem afirmar que a fracção das primeiras camadas, que só se escoam no final, corresponde à periferia do silo.
- b) Na segunda fase, que engloba as restantes posições, o lote médio desloca-se a uma taxa uniforme. Observe-se que nestas camadas a única componente presente é a concentrada. Ajustou-se aos dados correspondentes a regressão

$$z = 19,66 - 0,80 x$$

O facto do coeficiente de  $x$  ser negativo indica que se deu a inversão da ordem pela qual as camadas são escoadas sendo primeiro escoadas as superiores.

### 3.2.5 — Discussão global do escoamento das colunas correspondentes a todos os círculos

Para uma apreciação global dos dados analisados anteriormente, e a fim de torná-los comparáveis, calcularam-se os valores dos lotes médios respectivos referentes à coluna central e aos vários círculos. Os designados lotes médios dispuseram-se na Fig. 26, que representa um corte longitudinal da célula do silo, e localizaram-se de acordo com as camadas a que dizem respeito. No caso de haver duas componentes bem definidas indicam-se os lotes médios correspondentes às duas componentes. Esta situação tem lugar no segundo e terceiro círculos; no segundo círculo para os níveis 7, 8 e 9 e no terceiro para os níveis 1, 2, 3 e 4.

Passando à discussão dos dados indicados na figura vê-se que existe uma primeira fase (A) correspondente aos 4 primeiros lotes de recolha ( $A_1, A_2, A_3, A_4$ ). Nesta primeira fase dá-se o escoamento do produto situado numa zona inferior da célula de secção transversal aproximadamente trapezoidal, centrada com o eixo do cilindro.

VALORES DOS LOTES MEDIOS DOS VARIOS CIRCULOS RELATIVOS  
AO ESCOAMENTO EXPERIMENTAL

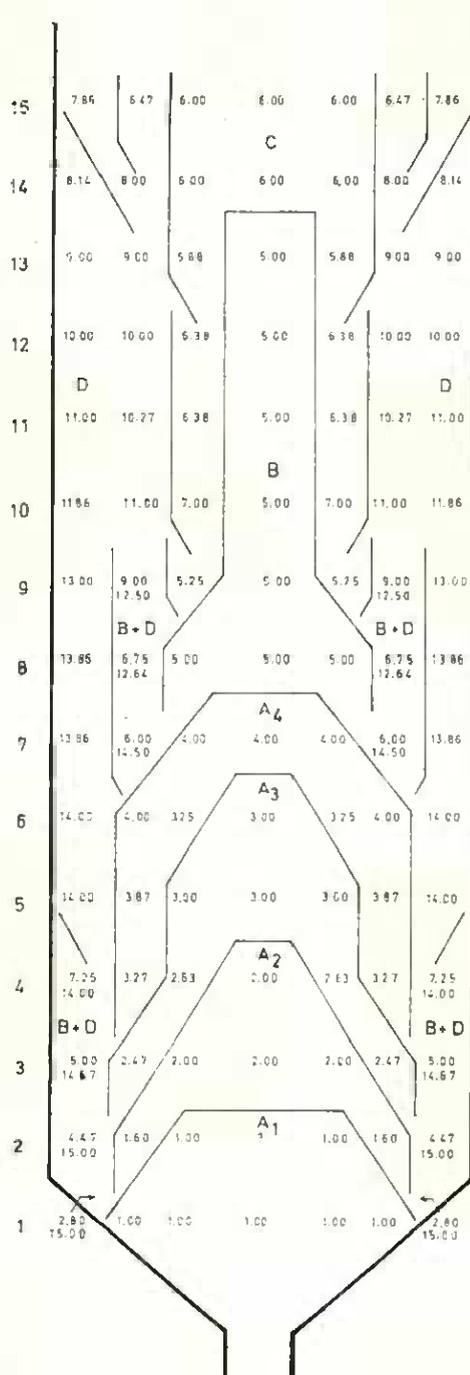


Fig. 26

A coluna de produto mantém a sua configuração muito possivelmente devido ao fenómeno de descarregamento de esforços sobre as paredes da célula.

Chegando ao lote 5 dá-se como que o desabamento da coluna central (B) certamente por falta de apoio, desabamento que nos lotes 6 e um pouco no lote 7 se alastra radialmente, sobretudo na parte superior, atingindo zonas cada vez mais afastados do centro. Este desabamento tem como consequência a inversão do cone formando-se, portanto, no seio da massa do produto, uma coluna de descompressão a qual vai permitir, a partir dessa altura, que seja evacuado primeiro o produto que está situado na zona superior.

Na mesma figura encontram-se também assinaladas, para a célula cheia, as zonas de produto que são evacuadas nas várias fases do processo, depois da inversão do cone.

A zona A corresponde ao produto que é evacuado antes da inversão e a zona B no início da inversão, período que corresponde ao aparecimento nos vários círculos de produto das componentes dispersas do escoamento.

Finalmente temos as zonas C e D de produto evacuado depois da inversão; a zona C encontra-se perfeitamente definida das restantes e corresponde ao produto que, depois da inversão, é evacuado em primeiro lugar.

A zona D sobrepõe-se à zona B e corresponde ao produto que é evacuado por último.

#### 4 — ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE OS DOIS TIPOS DE EXPERIÊNCIAS

Comparando os resultados obtidos no modelo cilíndrico e na célula do silo conclui-se que:

- a) O escoamento na célula do silo confirmou a interpretação dada para o modelo reduzido sobre a inversão do cone como resultado da formação duma coluna de descompressão no seio da massa do produto. Com efeito, observou-se, para o segundo e terceiro círculos, a inversão da ordem do escoamento.
- b) O que se passa com o produto situado numa determinada «camada capuz» é o resultado da «integração» do que se passa nas sucessivas coroas concêntricas que formam essa camada (Fig. 27-a).

## ESQUEMA DA RELAÇÃO «CAMADA CAPUZ» — COROAS CONCENTRICAS

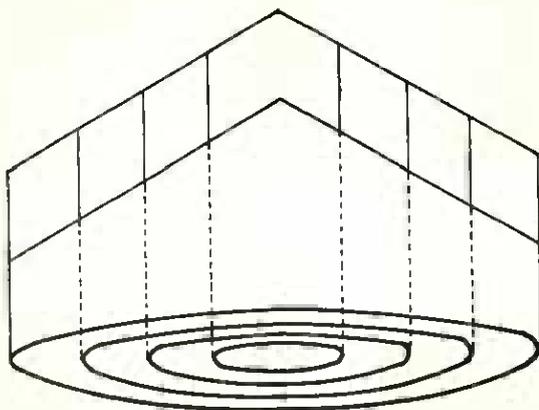


Fig. 27-a

## ESQUEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE GUMBEL RELATIVO AS ZONAS A E B

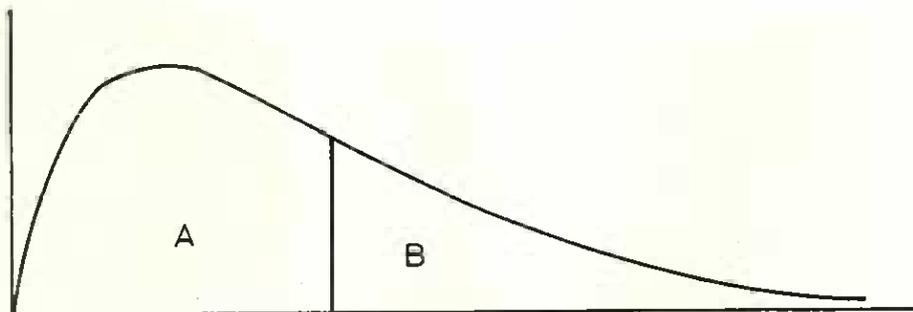


Fig. 27-b

Por outro lado, o processo da inversão da ordem do escoamento, vai-se desenvolvendo radialmente, atingindo zonas cada vez mais periféricas situadas em «camadas capuz» com níveis iniciais cada vez mais baixos, começando, por verificar-se, uma fase de escoamento disperso o que permitiu, como vimos, poderem considerar-se quatro zonas na coluna inicial de produto.

A componente  $f_1$  (Gumbel), atrás descrita nos ensaios em modelo reduzido, parece corresponder ao escoamento da parte da «camada capuz» situada nas zonas A e B. Com efeito, esta hipótese explica o tipo de assimetria próprio dessas densidades (Fig. 27-b).

Quanto à componente  $f_2$  (normal concentrada) corresponderia ao produto situado em C e D (Fig. 26), cujo escoamento é, como se viu, concentrado.

Esta conclusão mostra por outro lado o interesse em procurar delimitar com certa precisão a zona A pelo que, seria de admitir, a existência de um termómetro ao nível de 6/15 do fundo da célula. Como se verifica o menor interesse do termómetro situado ao nível médio daquela seria de admitir a sua deslocação para o nível anteriormente definido.

- c) Do confronto entre o escoamento da célula do silo e do modelo reduzido sobressai ainda um efeito de dimensão. Assim, na célula a inversão começa a processar-se decorrido 1/3 do período total do escoamento ao passo que no modelo cilíndrico só intervém no terço final.

## RESUMO

O estudo do escoamento de cereais em silos com intenção de resolver problemas de natureza fitossanitária não pode ser encarado, como tem sido para outros materiais de natureza granular, apenas do ponto de vista da Engenharia Civil visto que além da noção da resistência de materiais e estabilidade das construções se exige um conhecimento pormenorizado em relação a outros aspectos nomeadamente à ordem pela qual saem sucessivamente as diversas camadas bem como o grau em que se misturam, aspectos que, como se compreende, têm um interesse fundamental na detecção e posterior eliminação ou diluição de focos de infestação.

Para o caso de células com coluna de descompressão o assunto encontra-se perfeitamente esclarecido, isto é, a célula é esvaziada partindo da camada superficial para as sucessivamente inferiores. Resta esclarecer o problema correspondente para as células sem coluna de descompressão.

Sobre o último assunto existe uma monografia devida a Stepanoff (1969) onde se inclui um capítulo dedicado ao estudo de materiais de natureza granular contidos em células desprovidas de coluna de descompressão. No entanto os resultados apresentados incidem sobretudo sobre os caudais de saída havendo apenas uma descrição gráfica do processo físico de escoamento não ficando definidos os aspectos de base de interesse fitossanitário ou sejam a ordem de saída do material e o grau e modo como se misturam as diferentes camadas durante o escoamento.

Foi no sentido de esclarecer os assuntos postos que os autores fizeram estudos experimentais primeiro em laboratório e depois numa das próprias células de um silo da F. N. P. T.

Estas podem classificar-se em duas grandes categorias: células principais ou cilíndricas e inter-células ou células quadrangulares.

Utilizando modelos reduzidos de ambos os tipos de células sem «coluna de descompressão», fizeram-se no Laboratório duas séries de experiências em ambos os modelos, a primeira utilizando como material escoante areia com granulometria sensivelmente uniforme e a segunda utilizando areia com granulometria diferente.

Realizaram-se estes dois conjuntos de experiências na intenção de cobrir dois tipos de situações diferentes:

- 1 — Escoamento de um produto com granulometria sensivelmente uniforme.
- 2 — Escoamento de um produto com granulometria sensivelmente uniforme, em cujo seio se encontra uma camada com granulometria superior.

O estudo das leis de escoamento a realizar nos dois modelos reduzidos exigia a utilização de um material de granulometria e densidade satisfatórias para que a velocidade de escoamento e a uniformidade de atrito durante o processo permitissem medições quantitativamente válidas e significativas.

Os factos apontados levaram os autores a escolher para material de enchimento de célula, uma areia siliciosa e que para o efeito foi convenientemente preparada no laboratório e caracterizada granulométricamente para cada um dos tipos de ensaio:

Material de granulometria sensivelmente uniforme: 80 % das partículas com diâmetros compreendidos entre 350  $\mu$  e 590  $\mu$ , não havendo partículas com diâmetro superior a 710  $\mu$ . Parte da areia foi corada para estabelecer diferenciação de camadas.

Material de granulometria diferente: um primeiro lote identificado pelas partículas que não passaram o crivo de malha 20 A. S. T. M. (diâmetro > 840  $\mu$ ) e um segundo pelas que passaram o crivo de malha 25 A. S. T. M. (diâmetro < 710  $\mu$ ).

Antes de proceder aos ensaios definitivos do escoamento os autores efectuaram ensaios de carácter prévio, apenas no modelo cilíndrico, e para material de granulometria sensivelmente uniforme, por forma a esclarecer determinados aspectos de interesse fundamental e confirmar neste último fenómenos conhecidos que interferem direc-

tamente na mecânica do escoamento, nomeadamente: quanto à constância da pressão exercida sobre o fundo da célula pela coluna de produto armazenado a partir de certa altura.

A geometria da coluna e a possibilidade de diluição de diversas camadas de referência durante o escoamento foram também analisadas, ainda que apenas à vista desarmada, nestes ensaios admitindo-se, no entanto, que outras diluições possam existir de mais difícil percepção.

Compreende-se assim a necessidade que os autores tiveram de seleccionar um método que quantificasse com bastante rigor as porções de areia usadas como camadas de referência nos ensaios com material de granulometria sensivelmente uniforme, saídas nas várias fases do escoamento. O método escolhido foi o espectrofotométrico descrito, com bastante pormenor, no presente trabalho.

Em virtude da constância do caudal de saída, confirmada nos ensaios prévios, os autores realizaram num modelo e noutro 15 escoamentos, ocupando a areia corada em cada um destes a posição correspondente às 15 camadas possíveis, para obtenção de outras tantas recolhas iguais atribuindo a cada uma destas 1/15 do tempo total do escoamento.

As recolhas de areia tiveram lugar em frascos previamente tarados por forma a fornecerem por diferença o peso de areia recolhida em cada um deles. A percentagem da areia corada, e portanto o seu peso, foi determinado pelo método espectrofotométrico referido.

Através de técnica estatística apropriada os dados são interpretados rigorosamente e apresentadas as respectivas conclusões.

Para o modelo intercelular as experiências de escoamento foram conduzidas com o mesmo pormenor que para o modelo cilíndrico e os dados respectivos interpretados procurando os autores averiguar em que medida as conclusões obtidas para este último se generalizam às intercélulas.

No outro tipo de experiências, com lotes de areia de granulometria diferente, a orientação seguida foi em tudo semelhante à seguida naqueles outros referidos, apenas com a diferença, como é óbvio, de em lugar de se considerarem camadas coradas, se adoptarem em sua substituição, camadas com areia mais grosseira (diâmetro de partículas  $> 840 \mu$ ). Através de simples pesagem e crivagem foi determinado o peso de areia de maior granulometria contido em cada recolha.

Os dados obtidos, submetidos a idêntico tratamento estatístico para posterior interpretação, permitiram aos autores não só tirar as

conclusões respectivas mas também fazer uma apreciação global das experiências.

Das quatro séries de experiências realizadas puderam assim concluir que o escoamento das várias camadas, com excepção das superiores, apresenta dois máximos, cada um dos quais corresponde a uma componente da distribuição do escoamento.

A componente referente ao produto que se escoou em primeiro lugar pode ser considerada como uma distribuição de Gumbel enquanto a outra corresponde a uma distribuição fortemente concentrada.

Tendo em vista uma melhoria das condições fitossanitárias do produto nos casos em que surgem na sua massa focos de aquecimento, melhoria que na prática se consegue pela mistura das diversas camadas através de trasfegas, com a conseqüente diluição do foco, é de grande interesse o conhecimento da importância relativa das duas componentes. Com efeito, como a segunda componente é muito mais concentrada que a primeira, quanto maior for a importância relativa daquela mais difícil será a diluição de focos de aquecimento.

No que se refere ao assunto as quatro séries de experiências conduziram a resultados análogos. A percentagem correspondente à componente concentrada segue uma curva em U assumindo valores muito mais elevados nas primeiras e nas últimas camadas. De referir ainda que os valores da citada percentagem são maiores no modelo da célula cilíndrica que no da intercélula facto que poderá talvez explicar-se pela influência dos «cantos» desta última.

Com o fim de completar os estudos efectuados no laboratório com modelos reduzidos no sentido de verificar se as leis definidas são as que se observam na prática, os autores realizaram um escoamento experimental numa célula cilíndrica do silo de Caldas da Rainha.

Dada, porém, a dificuldade de corar trigo utilizaram-se para marcar as diferentes camadas sacos de rede de tule de «nylon» contendo trigo. Procuramos assim obter «marcadores» cuja densidade e coeficiente de atrito não diferissem dos da massa do cereal. Os sacos tinham a dimensão de  $7 \times 9,5$  cm e numeraram-se de 1 a 690.

Estes foram dispostos com todo o cuidado durante o enchimento da célula ficando precisamente nas posições pretendidas, isto é, em 15 camadas equidistantes e, dentro de cada uma destas, com a seguinte disposição: 1 saco no centro, 8 sacos num 1.º círculo, 15 sacos num 2.º, 22 num 3.º, de modo a haver concordância entre o número de sacos e o perímetro dos círculos onde se situaram.

Em cada camada ficaram assim 46 sacos e em todas elas o saco do centro o de número mais baixo, seguindo-se os do primeiro círculo, depois os do segundo e por último os do círculo exterior.

Durante o escoamento, realizado sem passagem pelas tararas e a débito constante, os sacos foram colhidos em 15 lotes correspondendo sensivelmente cada um destes a um tempo de escoamento igual.

Uma análise preliminar dos resultados mostrou, pelo menos à primeira vista, que o fenómeno não seguia integralmente o que foi concluído nos escoamentos nos modelos reduzidos e daí a necessidade de interpretação diferente.

Por tal motivo começou por considerar-se separadamente o que se passava com os sacos colocados em cada um dos círculos para em seguida se tentar uma interpretação de conjunto.

Através de um método estatístico adequado ao delineamento estabelecido os autores interpretam os resultados obtidos para cada um dos círculos considerados, procedendo depois a uma discussão global do escoamento das colunas correspondentes a todos os círculos para o que calcularam os valores dos «lotes médios» respectivos (definidos no capítulo próprio), referentes à coluna central e aos vários círculos, a fim de poderem tornar os dados comparáveis. Os designados lotes médios dispuseram-se na fig. 26, que representa um corte longitudinal da célula do silo, e localizaram-se de acordo com as camadas a que dizem respeito. No caso de haver duas componentes bem definidas indicam-se os lotes médios correspondentes às duas componentes. Esta situação tem lugar no segundo e terceiro círculo; no segundo círculo para os níveis 7, 8 e 9 e no terceiro para os níveis 1, 2, 3 e 4.

Passando à discussão dos dados indicados na figura vê-se que existe uma primeira fase (A) correspondente aos 4 primeiros lotes de recolha ( $A_1, A_2, A_3, A_4$ ). Nesta primeira fase dá-se o escoamento do produto situado numa zona inferior da célula de secção transversal aproximadamente trapezoidal, centrada com o eixo do cilindro.

A coluna de produto mantém a sua configuração muito possivelmente devido ao fenómeno de descarregamento de esforços sobre as paredes da célula.

Chegando ao lote 5 dá-se como que o desabamento da coluna central (B), certamente por falta de apoio, desabamento que nos lotes 6 e um pouco no lote 7 se alastra radialmente, sobretudo na parte superior atingindo zonas cada vez mais afastadas do centro. Este desabamento tem como consequência a inversão do cone formando-se, por-

tanto, no seio da massa do produto, uma coluna de decompressão a qual vai permitir, a partir dessa altura, que seja escoado primeiro o produto que está situado na zona superior.

Na mesma figura encontram-se também assinaladas, para a célula cheia, as zonas de produto que saem nas várias fases do processo, depois da inversão do cone.

A zona A corresponde ao produto que é escoado antes da inversão e a zona B no início da inversão, período que corresponde ao aparecimento nos vários círculos de produto das componentes dispersas do escoamento.

Finalmente temos as zonas C e D de produto depois da inversão; a zona C encontra-se perfeitamente definida das restantes e corresponde ao produto que, depois da inversão, sai em primeiro lugar.

A zona D sobrepõe-se à zona B e corresponde ao produto saído por último.

Finalmente é feita uma comparação entre os resultados obtidos no modelo cilíndrico e na célula do silo, tendo os autores chegado às seguintes conclusões:

- a) O escoamento na célula do silo confirmou a interpretação dada para o modelo reduzido sobre a inversão do cone como resultado da formação duma coluna de decompressão no seio da massa do produto. Com efeito, observou-se, para o segundo e terceiro círculos, a inversão da ordem do escoamento.
- b) O que se passa com o produto situado numa determinada «camada capuz» é o resultado da «integração» do que se passa nas sucessivas coroas concêntricas que formam essa camada (fig. 27-a).

Por outro lado, o processo da inversão da ordem do escoamento, vai-se desenvolvendo radialmente, atingindo zonas cada vez mais periféricas situadas em «camadas capuz» com níveis iniciais cada vez mais baixos, começando, por verificar-se, uma fase de escoamento disperso o que permitiu, como vimos, poderem considerar-se quatro zonas na coluna inicial de produto.

A componente  $f_1$  (Gumbel), atrás descrita nos ensaios em modelo reduzido, parece corresponder ao escoamento da parte da «camada capuz» situada nas zonas A e B. Com efeito, esta hipótese explica o tipo de assimetria próprio dessa densidade (fig. 27-b).

Quanto à componente  $f_2$  (normal concentrada) corresponderia ao produto situado em C e D (fig. 26), cujo escoamento é, como se viu, concentrado.

Esta conclusão mostra por outro lado o interesse em procurar delimitar com certa precisão a zona A pelo que, seria de admitir, a existência de um termómetro ao nível de  $6/15$  do fundo da célula. Como se verifica o menor interesse do termómetro situado ao nível médio daquela seria de admitir a sua deslocação para o nível anteriormente definido.

- c) Do confronto entre o escoamento da célula do silo e do modelo reduzido sobressai ainda um efeito de dimensão. Assim, na célula a inversão começa a processar-se decorrido  $1/3$  do período total do escoamento ao passo que no modelo cilíndrico só intervém no terço final.

## R É S U M É

L'étude de l'écoulement de céréales en silo, dans le but de résoudre des problèmes de caractère phytosanitaire, ne saurait être envisagée, comme elle l'a été pour d'autres matières de nature granulaire, du seul point de vue du génie civil, étant donné que, outre la notion de résistance des matières et de stabilité des constructions, il est exigé une connaissance approfondie en ce qui concerne d'autres aspects, notamment l'ordre selon lequel les diverses couches sont successivement évacuées, ainsi que leur degré de mélange, aspects qui, comme il est facile de le comprendre, présentent un intérêt fondamental pour la détection et l'élimination ultérieures des foyers d'infestation.

Dans le cas de cellules avec colonne de décompression, la question est parfaitement claire, c'est-à-dire que la cellule est vidée en partant de la couche superficielle, vers les couches successivement inférieures. Reste à éclaircir le problème correspondant pour les cellules sans colonne de décompression.

Sur ce dernier point, il existe une monographie due à Stépanoff (1969) où un chapitre est consacré à l'étude de matières de nature granulaire, contenues dans des cellules dépourvues de colonnes de décompression. Cependant, les résultats présentés concernent principalement les débits d'évacuation, et l'on ne trouve qu'une seule description graphique du processus physique d'écoulement, les aspects de base d'intérêt phytosanitaire, à savoir l'ordre de sortie de la matière et le degré et la façon dont se mélangent les différentes couches pendant l'écoulement, n'étant pas définis.

C'est dans le but d'éclaircir les questions posées que les auteurs ont entrepris des études expérimentales, d'abord en laboratoire, ensuite dans l'une des cellules-mêmes d'un silo de la F. N. P. T.

Ces cellules peuvent être classées en deux grandes catégories: les cellules principales ou cylindriques et les inter-cellules ou cellules quadrangulaires.

En employant des modèles réduits des deux types de cellules «sans colonne de décompression», on a réalisé en laboratoire deux séries d'expériences sur les deux modèles, la première utilisant comme matière d'écoulement du sable à granulométrie sensiblement uniforme, et la seconde des sables à granulométries différentes.

Ces deux ensembles d'expériences ont été effectuées dans le but de couvrir deux types de situations différentes:

- 1 — Écoulement d'un produit à granulométrie sensiblement uniforme.
- 2 — Écoulement d'un produit à granulométrie sensiblement uniforme au sein duquel se trouve une couche ayant une granulométrie supérieure.

L'étude des lois d'écoulement à réaliser avec les deux modèles réduits exigeait l'emploi d'une matière à granulométrie et densité satisfaisantes, pour que la vitesse d'écoulement et l'uniformité de frottement pendant le processus permettent des prises de mesures quantitativement variables et significatives.

Les faits signalés ont amené les auteurs à choisir comme matière pour le remplissage de la cellule, un sable siliceux, convenablement préparé dans le laboratoire, en vue de l'effet recherché, et caractérisé granulométriquement pour chacun des types d'essai:

Matière à granulométrie sensiblement uniforme: 80 % des particules ayant des diamètres compris entre 350  $\mu$  et 590  $\mu$ , aucune des particules n'ayant un diamètre supérieur à 710  $\mu$ , la coloration d'une partie du sable a permis la différentiation des couches.

Matière à granulométrie différente: un premier lot identifié par les particules n'ayant pas traversé le crible à maille 20 A. S. T. M. (diamètre > 840  $\mu$ ) et un second lot par celles qui ont traversé le crible à maille 25 A. S. T. M. (diamètre < 710  $\mu$ ).

Avant de procéder aux essais définitifs d'écoulement les auteurs ont effectué des essais de caractère préalable, uniquement sur le modèle cylindrique, et avec une matière à granulométrie sensiblement uniforme, de manière à préciser certains aspects d'intérêt fondamental et à confirmer des phénomènes connus qui interfèrent directement dans la mécanique de l'écoulement, notamment: en ce qui concerne la constance de l'angle formé par la surface libre de la céréale avec les parois de la cellule, et celle du débit du sorti, également dû à la constance de la pression exercée sur le fond de la cellule par la colonne de produit entreposé à partir d'une certaine hauteur.

La géométrie de la colonne et la possibilité de dilution de diverses couches de référence pendant l'écoulement ont été également analysées,

bien que simplement à l'oeil nu, au cours des essais; la possibilité d'existence d'autres dilutions, de perception plus malaisée, reste toutefois admise.

L'on comprend ainsi la nécessité ressentie par les auteurs de choisir une méthode susceptible de quantifier avec suffisamment de rigueur les portions de sable coloré, utilisées comme couches de référence dans les essais avec matière à granulométrie sensiblement uniforme, évacuées lors des diverses phases de l'écoulement. La méthode choisie a été la méthode spectrophotométrique décrite, assez en détail, dans le présent travail.

En vertu de la constance du débit de sortie, confirmée lors des essais préalables, les auteurs ont réalisé, sur l'un et l'autre modèle, 15 écoulements, et dans chacun le sable coloré occupait la position correspondante à 15 couches possibles, en vue de l'obtention d'un même nombre de lots recueillis équivalents, 1/15ème du temps total d'écoulement étant attribué à chacun de ces lots.

Les lots de sable ont été recueillis dans des flacons préalablement tarés de façon à fournir par différence le poids de sable reçu par chacun d'eux. Le pourcentage de sable coloré et, donc, son poids, a été déterminé par la méthode spectrophotométrique déjà mentionnée.

Les données sont interprétées avec rigueur à l'aide d'une technique statistique appropriée et les conclusions correspondantes sont présentées.

Les expériences d'écoulement sur le modèle inter-cellulaire ont été menées avec le même détail que sur le modèle cylindrique, et les données correspondantes interprétées par les auteurs en vue de chercher à connaître dans quelle mesure les conclusions obtenues par ce dernier modèle se généralisaient aux inter-cellules.

Dans l'autre type d'expériences — avec des lots de sable à granulométrie différente — l'orientation suivie a été en tous points semblable à celle qui avait servi pour les essais déjà cités, avec la seule différence, comme il est évident, qu'au lieu de se servir de couches colorées, on a pris en considération des couches formées de sable plus gros (diamètre des particules  $> 840 \mu$ ). Par simple pesée et criblage, on a déterminé le poids de sable à plus forte granulométrie contenu dans chaque lot recueilli.

Les données obtenues, soumises au même traitement statistique, en vue de leur interprétation ultérieure, ont permis aux auteurs non seulement de tirer les conclusions correspondant à ces essais, mais aussi de faire une appréciation globale des expériences.

D'après les quatre séries d'expériences réalisées, on a pu ainsi conclure que l'écoulement des diverses couches, à l'exception des couches supérieures, présentait deux maxima, dont chacun correspond à l'une des composantes de la distribution de l'écoulement.

La composante concernant le produit qui s'écoule en premier lieu peut être considérée comme une distribution de Gumbel tandis que l'autre correspond à une distribution fortement concentrée.

En vue d'une amélioration des conditions phytosanitaires du produit, dans le cas où surgissement dans sa masse des foyers d'échauffement, amélioration obtenue, dans la pratique, par le mélange des diverses couches ou moyen de soutirages, avec comme conséquence la dilution du foyer, la connaissance de l'importance relative des deux composantes présente le plus haut intérêt. En effet, comme la seconde composante est beaucoup plus concentrée que la première, plus l'importance de celle-là sera grande et plus il sera difficile de diluer les foyers d'échauffement.

Sur cette question, les quatre séries d'expériences ont mené à des résultats analogues. Le pourcentage correspondant à la composante concentrée suit une courbe en U et assume des valeurs beaucoup plus élevées dans les premières et les dernières couches. Il convient encore de signaler que les valeurs de ce pourcentage sont plus élevées pour le modèle de la cellule cylindrique que pour le modèle intercellulaire, fait qui pourra peut-être s'expliquer par l'influence des «coins» dans ce dernier.

Dans le but de compléter les études effectuées en laboratoire, sur des modèles réduits, et afin de vérifier si les lois définies sont celles qui sont observées dans la pratique, les auteurs ont réalisé un écoulement expérimental dans une cellule cylindrique du silo de Caldas da Rainha.

Etant donnée toutefois la difficulté de colorer du blé, on a recours, pour délimiter les différentes couches, à des sachets en tulle de nylon contenant du blé. On a cherché ainsi à obtenir des «repères» dont la densité et le coefficient de frottement ne diffèrent pas de ceux de la masse de céréale. Les sachets mesuraient  $7 \times 9,5$  cm et étaient numérotés de 1 à 690.

Ils sont été mis en place avec le plus grand soin, au cours du remplissage de la cellule, exactement aux positions voulues, c'est-à-dire, en 15 couches équidistantes et, à l'intérieur de chaque couche, selon la disposition suivante: 1 sachet au centre, 8 sachets formant un pre-

mier cercle, 15 sachets en formant un second, 22 un troisième, de façon à ce qu'il y ait concordance entre le nombre de sachets et le périmètre des cercles où ils se situaient.

Chaque couche était ainsi constituée de 46 sachets et, dans toutes, le sachet du centre était celui qui portait le numéro le plus bas, suivi des sachets du premier cercle, puis de ceux du second et enfin de ceux du cercle extérieur.

Pendant l'écoulement, réalisé sans passage par des tarares, et à débit constant, les sachets ont été recueillis en 15 lots, dont chacun correspondait sensiblement à un temps d'écoulement égal.

Une analyse préliminaire des résultats a montré, du moins à première vue, que le phénomène ne suivait pas intégralement ce qui avait été conclu pour les écoulements en modèles réduits, d'où la nécessité d'une interprétation différente.

C'est pourquoi on a commencé à considérer séparément ce qui se passait avec les sachets placés dans chacun des cercles pour tenter, ensuite, une interprétation d'ensemble.

Grâce à une méthode statistique appropriée aux normes établies, les auteurs ont interprété les résultats obtenus pour chacun des cercles considérés, et ont procédé ensuite à une discussion globale de l'écoulement des colonnes correspondant à tous les cercles, ce pour quoi ils ont calculé les valeurs des «lots moyens» correspondants (définis dans un chapitre de l'étude), en ce qui concerne la colonne centrale et les différents cercles, afin de pouvoir rendre les données comparables.

Les lots moyens ont été disposés sur la fig. 26, qui représente une coupe longitudinale de la cellule du silo, et ont été localisés d'accord avec les couches auxquelles ils correspondent. Dans le cas où il y a deux composantes bien définies, on indique les lots moyen correspondant aux deux composantes. Cette situation se produit pour le 2ème et le 3ème cercles; dans le 2ème, pour les niveaux 7, 8 et 9, et dans le 3ème, pour les niveaux 1, 2, 3 et 4.

Passant à la discussion des données indiquées sur la figure, on voit qu'il existe une première phase (A) qui correspond aux quatre premiers lots recueillis ( $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$ ). Au cours de cette première phase se produit l'écoulement du produit situé dans une zone inférieure de la cellule, à section transversale, approximativement trapézoïdale, centrée sur l'axe du cylindre.

La colonne de produit conserve sa configuration très probablement en raison du phénomène de décharge d'efforts sur les parois de la cellule.

En arriant ou lot 5, il se produit comme une sorte d'effondrement de la colonne centrale (B), certainement par manque d'appui, effondrement qui, dans le lot 6, et un peu dans le lot 7, s'établit radialement, surtout dans la partie supérieure, où il atteint des zones de plus en plus éloignées du centre. Cet effondrement a pour conséquence l'inversion du cône et il se forme donc au sein de la masse du produit une colonne de décompression, qui va permettre, à partir de ce moment-là, l'évacuation en premier lieu du produit situé à la zone supérieure.

Sur cette même figure, sont également signalées, pour la cellule pleine, les zones de produit qui sont évacuées lors des diverses phases du processus, après l'inversion du cône.

La zone A correspond au produit qui s'écoule avant l'inversion et la zone B au début de l'inversion, période qui correspond à l'apparition dans les différents cercles de produit des composantes éparses de l'écoulement.

Finalement, nous avons les zones C et D de produit, évacuées après l'inversion; la zone C se trouve parfaitement définie par rapport aux autres, et correspond au produit qui est sorti en premier lieu, après l'inversion.

La zone D se superpose à la zone B et correspond au produit qui s'est écoulé en dernier.

Enfin, il est fait une comparaison entre les résultats obtenus sur le modèle cylindrique et dans la cellule du silo, et les auteurs sont arrivés aux conclusions suivantes:

- a) L'écoulement dans la cellule du silo a confirmé l'interprétation fournie pour le modèle réduit sur l'inversion du cône, comme résultat de la formation d'une colonne de décompression au sein de la masse du produit. En effet, on a observé, pour le second et le troisième cercles, l'inversion de l'ordre d'écoulement.
- b) Ce qui se passe pour le produit situé dans une «couche capuchon» déterminée est le résultat de l'«intégration» de ce qui se passe dans les couronnes concentriques successives qui forment cette couche (fig. 27-a).

D'autre part, le processus d'inversion de l'ordre d'écoulement, se déroule radialement, et il atteint des zones de plus en plus périphériques situées dans des «couches-capuchons», à des niveaux initiaux de plus en plus bas, et l'on commence à

observer une phase d'écoulement dispersé, ce qui a permis, comme nous l'avons vu, de considérer quatre zones dans la colonne initiale du produit.

La composant  $f_1$  (Gumbel), décrite ci-dessus à propos des essais sur modèles réduits, paraît correspondre à l'écoulement d'une partie de la «couche-capuchon», située dans les zones A et B. En effet, cette hypothèse explique le type d'asymétrie caractéristique de cette densité (fig. 27-b).

Quant à la composant  $f_2$  (normale concentrée), elle correspondrait au produit situé en C et en D (fig. 26), dont l'écoulement est concentré, comme on l'a vu.

Cette conclusion montre, d'autre part, l'intérêt qu'il y a à chercher à délimiter avec une certaine précision la zone A, ce pour quoi il y aurait lieu d'admettre la présence d'un thermomètre au niveau des 6/15èmes du fond de la cellule. Comme on le voit, le moindre intérêt d'un thermomètre situé au niveau moyen de la cellule serait qu'il faudrait admettre son déplacement vers le niveau défini cidessus.

- c) De la confrontation entre l'écoulement de la cellule du silo et celui du modèle réduit, il ressort encore un effet de dimension. C'est ainsi que, dans la cellule, l'inversion commence à se produire au bout d'1/3 du temps total d'écoulement, tandis que, dans le modèle cylindrique, elle n'intervient qu'au cours du tiers final.

## SYNOPSIS

Testing the grain flowing in silos in order to solve phytosanitary problems can not be taken, as it has been done, as far as other granular materials are concerned, only under a civil engineering point of view, since besides the knowledge of strength of materials and stability of constructions it is required a deep knowledge concerning other features, namely the order according to which the different layers come out as well as to which extent they get mixed, and these features as one can understand, are rather fundamental for the detection and further elimination or dilution of the focuses of infection.

Concerning the cells with a decompression column, everything is quite clear, i. e., the cell is emptied from the outer layer downwards.

We still have to solve the problem corresponding to the cells with no decompression column.

Concerning the latter subject there is a monograph by Stepanoff (1969), where we can find a chapter devoted to the research of granular materials contained in the cells without decompression column. However the reported issues are mainly referred to the volume of flow and there is only a graphic representation of the physical phenomena flowing and the features concerning the phytosanitary field that is, the order of the material outlet and the rate and way through which the different layers get mixed during the following, can not be found.

In order to clear up the mentioned subjects, the authors made the tests first at the laboratory and then in one the cells of a F. N. P. T. silo.

These can be divided into two large groups: Main or cylindrical cells and intercells or quadrangular cells.

By using smaller patterns of both groups of cells without decompression column, two series of tests were made in both patterns at the laboratory first using sand with identical size as flowing product and secondarily using sand with different particle sizes.

Both sets of tests were made in order to research two different situations:

- 1 — Flowing of a product with quite uniform particle size.
- 2 — Flowing of a product with quite uniform particle size, inside which there is a layer with larger particle size.

The tests of the flowing rules to be made in the two smaller patterns required a product of such a size and density that the speed of flowing and constancy of friction during the procedure would provide quantitatively effective and meaningful measurements.

The reported details made the authors choose siliceous sand to fill up the cell and it was suitably prepared for the purpose at the laboratory and featured according to the size for each group of tests.

Product of quite uniform particle size: 80 % of the particles with diameters standing between 350  $\mu$  and 590  $\mu$ , and there are no particles with a diameter larger than 710  $\mu$ . The differentiation of the layers was made by dyed sand.

Product of different particle size: a first group featured by the particles which did not get through the 20 A. S. T. M. mesh screen

(diameter  $> 840 \mu$ ) and a second one corresponding to the ones that got through the 25 A. S. T. M. mesh screen (diameter  $< 710 \mu$ ).

Before making the final tests of flowing the authors made several trials, only in the cylindrical pattern and with product of quite uniform particle size, in order to clear up certain fundamental features and to ascertain in the latter known phenomena that directly influence the mechanics of flowing namely: as to the constancy of the angle formed by the grain open surface with the nets of the cell and the output of it, also due to the constancy of pressure put onto the bottom of the cell by the column of product stored after a certain height.

The geometry of the column and the possibility of dilution of several reference layers during the flowing were also tested, although only at eyesight in these tests and however we can imply that there can be other dilutions more difficult to be found.

Therefore we can understand why the authors had to choose a method that would accurately quantify the portions of dyed sand used as reference layers in the tests with product of quite uniforme particle size, coming out in the different stages of the flowing. The chosen method was the spectrophotometric explained in detail in the present essay.

Due to the constancy of output, checked in the previous trials, standing according to the 15 feasible layers in order to obtain as many identical gatherings ascribing  $1/15$  of the total time of flowing to each of these.

The gatherings of sand took place in previously tared flasks, in order to provide, through difference, the weight of the sand contained in each of them. The percentage of dyed sand and therefore its weight were found by the referred spectro photometric method.

Through precise statistic technique the data are explained accurately and the respective conclusions are presented.

For the intercellular pattern the tests of flowing were made in the same detail as for the cylindrical pattern and the respective data were explained by the authors in such a way that they can check to which extent the conclusions taken through the latter can be applied to the intercells in general.

In the other group of tests, with sand of different particle size, the guidance followed was quite the same as before, the only noticeable difference was that, as it is obvious, instead of using dyed layers, we used thicker sand layers (diameter of the particles  $> 840 \mu$ ). Through

plain weighing and screening the weight of the sand with the largest particle size contained in each gathering was found.

The attained data went through a similar statistic procedure for further explanation and therefore the authors could not only come to the respective conclusions but also to a general understanding of the tests. From the four series of tests made they could therefore come to the conclusion that the flowing of the various layers, except for the upper shows two maxima each one corresponding to a component of the distribution of the flowing.

The component concerning the output flowing at first can be considered as a Gumbel distribution, while the other corresponds to a highly compact distribution.

Having in mind an improvement of the phytosanitary conditions of the output in the cases in which there are focuses of heating in its mass, which we can practically get by mixing up the different layers through decantations, with the further dilution of the focus, it is of great interest the knowledge of the relative importance of both components. In fact, as the second component is more compact than the first, the bigger is the relative importance of the first one the more difficult the dilution of focuses of heating will be.

As far as the matter is concerned the four series of tests led us to similar issues. The percentage correspondence to the compact component follows a U curve reaching values much higher in the first and the last layers. It is remarkable as well that the values of the mentioned percentage are higher in the patterns of the cylindrical cell than in the intercell which may be explained by the «corners» of the latter. In order to complete the tests made in the laboratory with smaller patterns and trying to find out whether the set rules are the same as in practice, the authors made a flowing test in a cylindrical cell at the Caldas da Rainha silo.

However as it is rather difficult to dye wheat, we used nylon tulle net bags containing wheat to indicate the different layers we tried therefore to obtain «indicators», which density and ratio of friction were not different from those of the mass of the grain.

The bags were 7x9,5 cm and numbered from 1 to 690.

These were placed carefully during the filling up of the cell, standing precisely on the required positions that is, in 15 equidistant layers, and within each of these, according to the following order: 1 bag in the centre, 8 bags in a first circle, 15 bags in a second, 22 in

a third, in such a way as to be a certain proportion between the number of bags and the perimeter of the circles were they are placed.

In each layer therefore stood 46 bags and in all of them the centre bag, is the smallest number, followed by those of the first circle, then those of the second and at last those of the outer circle.

During the flowing, achieved without passing through the winnowing machines and at a constant ratio, the bags are gathered in 15 groups, corresponding more or less each of these to a certain time of flowing.

A previous survey of the issues showed that at least at first the phenomena did not quite follow the conclusions we had come to in the following of the patterns and therefore we had to explain it differently.

For that reason we started considering separately what happened to the bags placed in each of the circles in order to try to give an explanation of the group later.

Through a statistic method corresponding to the foreseen outlining the authors explain the issues obtained for each of the given circles and later discussing the flowing of the column corresponding to all the circles as a whole, and therefore they calculated the values of the respective «average groups» (referred to in its own chapter), corresponding to the centre column and the different circles, in order to make the data comparable.

The mentioned average groups were laid in fig. 26, which shows a longitudinal section of the cell of the silo and are placed according to the layers concerned.

Whenever there are two definite components, the average groups corresponding to the two components are shown. This situation takes place in the second and third circles; in the second circle for the levels 7, 8, 9 and in the third for the levels 1, 2, 3 and 4.

As we come to the discussion of the data shown in the figure we see that there is a stage one (A) corresponding to the four first groups of gathering ( $A_1, A_2, A_3, A_4$ ). In this first stage, the flowing of the product placed in a lower area of the nearly trapezoidal transversal section cell, centred on the axis of the cylinder.

The column of the product keeps its shape most likely due to the phenomena of discharging efforts on the walls of the cell.

Coming to group 5, there is a sort of falling down of the central column (B), no doubt due to lack of support and this falling down spreads radially in group 6 and a little in group 7, mainly in the upper

part, reaching farther and farther areas from the centre. This falling down gives rise to the inversion of the cone forming therefore inside the mass of the product a decompression column, which, from that time on, makes it possible for the material placed on the upper area to be flowed first.

In the same figure we can also find for the filled up cell, the areas of product, which are flowed at the various stages of the procedure, after the inversion of the cone. Area A corresponds to the product which is flowed before the inversion and area B in the beginning of the inversion stage corresponding to the appearance of product from the spread components of the flowing in the various circles.

Finally we have areas C and D of product flowed after the inversion, area C is sharp cut and corresponds to the product which, after the inversion, is flowed at first. Area D overlays area B and corresponds to the product flowed by the latter.

Finally a comparison is made between the issues obtained with cylindrical pattern and with the cell of the silo, and the authors have come to the following conclusions:

- a) The flowing in the cell of the silo corroborates the explanation given for the pattern concerning the inversion of the cone as being issued by a decompression column inside the mass of the material. In fact the inversion of the order of flowing was noticed as to the second and third circles.
- b) What occurs on the material standing in a certain «cap layer» is the issue of the «integration» of what occurs in the consecutive concentric annuluses which form this layer (fig. 27-A). On the other hand, the procedure of the inversion of the order of flowing is radially spread, reaching more and more peripheral areas placed in «cap layers» with lower and lower initial levels, starting with a stage of spread flowing, which, as we noticed made it possible for us to consider four areas in the initial column of the product.

The component  $f_1$  (Gumbel) above mentioned at the tests with patterns seems to correspond to the flowing of part of «the cap layer», standing in areas A and B. In fact this hypothesis explains the sort of asymmetry pertaining to this density (fig. 27-b).

As to component  $f_2$  (standard concentrated), it would correspond to the material placed in C and D (fig. 26), which flowing is, as we noticed, concentrated.

On the other hand this conclusion shows how important it is to circumscribe area A accurately and therefore we should have a thermometer at a level  $(6/15)$  from the bottom of the cell.

As a thermometer standing at the standard level of the latter would not be so essential, we should place it at the formerly set level.

- c) Comparing both the flowing of the cell of the silo and of the pattern, we can still notice an effect of size. So in the cell the inversion starts to take place  $1/3$  after the whole period of the flowing, while in the cylindrical pattern it only occurs in the last third.

## BIBILOGRAFIA

FISHER, R. and YATES

1957 — *Statistical tables*. Oliver & Boyd. London.

GELAIN, J.

1960 — *Manuel élémentaire d'utilisation pratique des méthodes statistiques*.  
Éd. techniques des Industries de la Fonderie. Paris 16°.

OLIVEIRA, J. T. de

1967 — *General introduction to the statistical theory of extreme values*.  
Summer Institute on Engineering Applications of the Statistical  
Theory of Extremes. (NATO). Faro.

REIMBERT, M. et ANDRÉ

1956 — *Silos. Traité théorique et pratique*. Editions Eyrolles. Paris.

STEPANNOFF, A. J.

1969 — *Gravity flow of bulk solids and transportation of solids in suspen-  
sion*. John Wiley & Sons Inc. New York.

