



Silvana Regina Ferreira de Oliveira Costa

Licenciada em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

**Controlo do tipo Takagi-Sugeno Difuso Robusto
em sistemas não lineares não afins**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Orientador: Paulo José Carrilho de Sousa Gil, Professor Auxiliar,
Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade
Nova de Lisboa

Júri

Presidente: Rui Miguel Henriques Dias Morgado Dinis
Arguente: Luís Filipe Figueira Brito Palma
Vogal: Paulo José Carrilho de Sousa Gil



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Setembro, 2018

Controlo do tipo Takagi-Sugeno Difuso Robusto em sistemas não lineares não afins

Copyright © Silvana Regina Ferreira de Oliveira Costa, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade NOVA de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade NOVA de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

*Em memória do meu pai, João Ferreira, também ao
Cláudio, Lia e Natália.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao professor Paulo Gil, pela sua disponibilidade, orientação e oportunidade que me permitiu trabalhar com o tema desta dissertação. Proporcionou-me muita satisfação e desafios.

Gostaria de agradecer ao mestre Fábio Januário, pelo apoio e auxílio em dúvidas iniciais deste trabalho. Também ao departamento de Engenharia Electrotécnica, a todos os docentes, inclusivé os professores Paulo Pinto e Helena Fino, pelo conhecimento e todo apoio concedido. A cada funcionário(a) do departamento, a sra. Rosário (já reformada) por todo apoio concedido. Também agradeço aos meus colegas, alguns se tornaram amigos.

Também agradeço a Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, a todos os docentes de outros departamentos e também a divisão académica (em especial as sras. Carolina e Paula) sempre disponíveis e solícitas.

Agradeço ao meu marido, Cláudio, pela sua paciência e grande apoio ao longo desta jornada e também às minhas filhas, Lia e Natália que ajudaram para que cada dia deste sonho se transformasse em realidade.

Agradeço a Deus pela vida do meu pai, João Ferreira, o qual, quando eu tinha 7 anos, em seu pequeno laboratório de electrónica, ao ver-me interessada em seus componentes e montagens, olhou-me nos olhos e disse: "Um dia serás uma Engenheira em Electrónica", este facto veio à minha memória somente quando estava no meu primeiro dia de aulas na Faculdade de Engenharia, ele já havia falecido há alguns anos.

Agradeço a Deus pela vida do meus avós maternos, Darci e Almira, e pelo o meu tio Luiz Antonio, os dois últimos partiram recentemente durante o desenvolvimento desta dissertação, deixando um legado de amor e saudade.

Agradeço a Deus pela minha vida e tudo que faz parte dela, e por todas as pessoas que fizeram e fazem parte do meu desenvolvimento como pessoa e profissional.

"A sabedoria é melhor e mais poderosa do que qualquer arma de guerra" Ecl 9:18

RESUMO

A presente dissertação tem como objetivo principal a implementação de uma estrutura que visa o problema relacionado com controlo automático, apelando a uma abordagem difusa robusta baseada no modelo Takagi-Sugeno e em LMI's (Desigualdades Matriciais Lineares).

A dinâmica do sistema considerado é a aproximação por modelos não-lineares, sob o conceito de desempenho em anel fechado, do qual se define os parâmetros dos controladores difusos do tipo PDC - (Compensação Paralela Distribuída) e do tipo Robusto.

A abordagem desenvolvida é validada em um sistema MIMO de referência constituído por 3 tanques, onde se pretende um melhor desempenho de controlo em sistemas não lineares.

Palavras-chave: Lógica difusa; modelos do tipo Takagi-Sugeno; Desigualdade Matricial Linear; sistemas MIMO; Controlo robusto.

ABSTRACT

The main purpose of this work is the implementation of a structure that addresses the problem related to the control, appealing to a robust and fuzzy control of the Takagi-Sugeno model, based on LMI (Linear Matrix Inequalities).

The system dynamics is approximated by using a Takagi-Sugeno fuzzy model while the controller is implemented based on a Paralell Distributed Compensation approach under a robust framework.

The proposed approach is evaluated on a three-tank system benchmark.

Keywords: Fuzzy logic; Takagi-Sugeno model ; LMI; MIMO systems; Robust control.

ÍNDICE

Lista de Figuras	xv
Lista de Tabelas	xvii
Simbologia	xix
Acrónimos	xxi
1 Introdução	1
1.1 Enquadramento e Motivação	2
1.2 Objetivos e Contribuições	2
1.3 Organização desta dissertação	2
2 Conceitos de Lógica Difusa	5
2.1 Contexto histórico	5
2.2 Difusificação	6
2.3 Conjuntos Difusos	7
2.3.1 Funções de pertença	8
2.3.2 Operações sobre conjuntos difusos	10
2.4 Sistemas Difusos	12
3 Controladores Difusos	13
3.1 Estrutura de um controlador difuso	14
3.1.1 Bloco de difusificação	15
3.1.2 Bloco Mecanismo de Inferência (Mamdani, T-S)	15
3.1.3 Bloco Conjunto de Regras	16
3.1.4 Bloco de Desdifusificação	17
4 Modelo de sistemas com modelos de Takagi-Sugeno	21
4.1 Reconhecimento dos tipos de sistemas	21
4.1.1 Modelo de sistema no espaço de estados	22
4.2 Modelo difuso Takagi-Sugeno	23

4.2.1	Variáveis Premissas	24
4.2.2	Representação do modelo difuso Takagi-Sugeno	24
4.2.3	Funções de Pertença T-S	26
4.2.4	Modelação Analítica	27
4.3	Estabilização de modelos difusos Takagi-Sugeno	28
4.3.1	Desigualdades Matriciais Lineares - LMI	30
4.3.2	Controladores difusos baseados em LMIs	31
5	Projecto de controladores robustos com técnicas baseadas em LMIs	33
5.1	Controlo robusto	33
5.2	Critérios de Desempenho	34
5.2.1	Norma H_∞	34
5.2.2	Critério de desempenho robusto H_∞	35
5.2.3	Critério de desempenho robusto H_∞ em sistemas T-S	38
5.3	Desempenho robusto de sistemas sujeitos a incerteza	43
5.3.1	Sistemas incertos	43
5.4	Controlo robusto de sistemas em tempo discreto	44
5.4.1	Sistemas em tempo discreto	44
5.4.2	Estabilidade robusta de sistemas em tempo discreto	45
6	Caso de Estudo	49
6.1	Descrição do processo	49
6.1.1	Descrição analítica da dinâmica do sistema	51
6.2	Controlo difuso por RVE	53
6.2.1	Modelação do sistema não-linear	53
6.2.2	Controlo difuso T-S por RVE com efeito integral	55
6.2.3	Controlo difuso T-S Robusto por RVE com efeito integral	61
6.2.4	Análise de resultados	69
7	Conclusões e Perspectivas	71
7.1	Conclusões	71
7.2	Perspectivas	72
	Bibliografia	73

LISTA DE FIGURAS

2.1	Lógica Booleana vs Lógica Difusa.	6
2.2	Difusificação.	7
2.3	Diagramas de Veen.	10
2.4	Operações sobre conjuntos difusos.	11
3.1	Arquitetura básica de um controlador difuso.	14
4.1	Função de aproximação de modelo difuso T-S [8, 26].	27
4.2	Estrutura de implementação com controlador difuso no modelo T-S [26].	29
5.1	Processo geral de um sistema de controlo [25, 39].	35
6.1	Processo Amira DTS200 [46, 47].	50
6.2	Esquemático Processo Amira DTS200.	50
6.3	Sistema Linearizado Discreto.	54
6.4	Modelo T-S e não linear discreto.	54
6.5	Resposta do controlador difuso T-S PDC Tanque 1 - Simulação.	55
6.6	Resposta do controlador difuso T-S PDC Tanque 2 - Simulação.	56
6.7	Resposta do controlador difuso T-S PDC Tanque 1 - Processo Físico.	57
6.8	Resposta do controlador difuso T-S PDC Tanque 2 - Processo Físico.	57
6.9	Resposta do controlador difuso T-S PDC: Tanque 1 - Processo físico com perturbação na válvula 1.	58
6.10	Resposta do controlador difuso T-S PDC: Tanque 2 - Processo físico com perturbação na válvula 1.	59
6.11	Resposta do controlador difuso T-S PDC: Tanque 1 - Processo físico com perturbação na válvula 2.	59
6.12	Resposta do controlador difuso T-S PDC: Tanque 2 - Processo físico com perturbação na válvula 2.	60
6.13	Resposta do controlador difuso T-S PDC: Tanque 1 - Processo físico com perturbação na válvula 3.	60

6.14 Resposta do controlador difuso T-S PDC: Tanque 2 - Processo físico com perturbação na válvula 3.	61
6.15 Resposta do controlador difuso T-S Robusto H_∞ Tanque 1 - Simulação.	62
6.16 Resposta do controlador difuso T-S Robusto H_∞ Tanque 2 - Simulação.	62
6.17 Resposta do controlador difuso T-S Robusto H_∞ Tanque 1 - Processo Físico.	63
6.18 Resposta do controlador difuso T-S Robusto H_∞ Tanque 2 - Processo Físico.	64
6.19 Resposta do controlador difuso T-S Robusto H_∞ : Tanque 1 - Processo físico com perturbação na válvula 1.	65
6.20 Resposta do controlador difuso T-S Robusto H_∞ : Tanque 2 - Processo físico com perturbação na válvula 1.	66
6.21 Resposta do controlador difuso T-S Robusto H_∞ : Tanque 1 - Processo físico com perturbação na válvula 2.	66
6.22 Resposta do controlador difuso T-S Robusto H_∞ : Tanque 2 - Processo físico com perturbação na válvula 2.	67
6.23 Resposta do controlador difuso T-S Robusto H_∞ : Tanque 1 - Processo físico com perturbação na válvula 3.	67
6.24 Resposta do controlador difuso T-S Robusto H_∞ : Tanque 2 - Processo físico com perturbação na válvula 3.	68

LISTA DE TABELAS

2.1	Funções de Pertença.	9
6.1	Parâmetros do processo Amira DTS200.	51
6.2	Métrica de desempenho.	69
6.3	Métrica MSI sobre desempenho dos controladores.	69

SIMBOLOGIA

- \mathbb{C} Conjunto dos números complexos.
- \forall Para todo.
- \exists Existe.
- \in Pertence.
- \subset Está contido em.
- \cup União.
- \cap Intersecção.
- \geq Maior ou igual.
- \leq Menor ou igual.
- \Re Parte Real do argumento.
- \Im Parte Imaginaria do argumento.
- Σ Sigma.
- ∞ Infinito.
- $:=$ Igual por definição.

SIMBOLOGIA

$<$ Menor que.

$>$ Maior que.

$u \in \mathbb{R}^n$ Vector de entradas.

$x \in \mathbb{R}^n$ Vector de estado.

$y \in \mathbb{R}^n$ Vector de saída.

k Variável em tempo discreto.

\mathbb{N} Conjunto dos números naturais.

\mathbb{R} Conjunto dos números reais.

t Variável em tempo contínuo.

\mathbb{Z} Conjunto dos números inteiros.

ACRÓNIMOS

- LMI *Linear Matrix Inequalities* (Desigualdades Matriciais Lineares).
- MIMO *Multi Input-Multi Output* (Múltiplas Entradas-Múltiplas Saídas).
- MSI *Mean Square of control action Increment* (Erro médio de incremento da ação de controlo).
- PDC *Parallel Distributed Compensation* (Compensação Paralela Distribuída).
- RMSE *Root Mean Square of Error* (Erro médio quadrático).
- SLIT *Linear Time-Invariant System* (Sistema Linear Invariante no Tempo).
- TS Takagi-Sugeno.
- TSK Takagi-Sugeno-Kang.

INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, o controlo difuso tem vindo a ser utilizado em muitas implementações industriais. Das várias aplicações, é possível observar que o controlo difuso tem as seguintes vantagens, face a outras técnicas:

1. Realização de controlo multi-objetivos;
2. Realização de controlo baseado no conhecimento empírico do processo por parte de especialistas (*expert control*);
3. Realização de controlo robusto [1].

1.1 Enquadramento e Motivação

Desde os anos 80, a utilização de sistemas difusos tem sido fundamental na indústria, despertando o interesse na investigação de outras metodologias mais aprimoradas e adaptáveis.

A técnica de controlo robusto proporciona em situações quando não há linearidade do sistema e possíveis perturbações, as ferramentas importantes para o desenvolvimento de projectos de controlo. Também existe motivação na seleção das respectivas topologias, em particular os controladores difusos do tipo Takagi-Sugeno-Kang.

1.2 Objetivos e Contribuições

O objetivo deste trabalho consiste no desenvolvimento de metodologias para controladores difusos T-S, por retroação de variação de estados (RVE), por compensação paralela distribuída (PDC) e do tipo Robusto H_∞ .

Visando a estabilização e tolerância a perturbações, o processo a ser controlado é representado por um modelo difuso do tipo Takagi-Sugeno, cujo procedimento é fundamentado com criação de regras de controlo a serem disparadas conforme a decisão definida no modelo difuso correspondente. A análise de estabilidade são reduzidas a definições, restritas numa região de raio unitário no plano complexo, através das desigualdades lineares matriciais (LMIs), que são desenvolvidas através de ferramentas provenientes do software denominado por MATLAB.

1.3 Organização desta dissertação

A presente dissertação é composta por 7 capítulos, incluindo o atual, que são descritos a seguir:

- No capítulo 2 são abordados os conceitos introdutórios e básicos da lógica difusa e da teoria dos conjuntos difusos, expondo as diferenças que possuem em relação aos conjuntos clássicos. Também é abordado o conceito de raciocínio aproximado, através dos conceitos de variável linguística e proposições

difusas. Por fim, a descrição dos sistemas difusos também é tratada neste capítulo;

- No capítulo 3 é abordado o conceito dos controladores difusos, onde é explicada a estrutura de um controlador;
- No capítulo 4, os modelos de sistemas com modelos de Takagi-Sugeno são descritos, onde diferem dos outros conceitos de controlo difusos, também é mencionado o controlador que utiliza o conceito de compensação paralela distribuída (PDC) e o conceito de estabilidade de Lyapunov através das desigualdades matriciais lineares (LMIs);
- No capítulo 5 é descrito o conceito de controlo robusto, onde é apresentado o controlador robusto do tipo intercalar H_{∞} ;
- No capítulo 6 são apresentados os resultados sobre o projeto resultante do caso de estudo, onde são mostradas as respostas dos controladores PDC e Robusto;
- No capítulo 7 são descritas as principais conclusões resultantes das atividades relacionadas com a presente dissertação. Também se encontram sugestões, na continuidade deste trabalho, para trabalhos de investigação futura.

CONCEITOS DE LÓGICA DIFUSA

2.1 Contexto histórico

Segundo Aristóteles, a lógica é uma forma de explicar o funcionamento do raciocínio humano, prevendo a possibilidade de se chegar a certas conclusões partindo de noções preliminares sobre um determinado assunto [2].

No seguimento da implementação da lógica de Boole, no século XIX, o seu aproveitamento iniciou-se somente a partir do século XX no desenvolvimento dos sistemas digitais e computadores.

Em 1930, Jan Lukasiewicz [3] propôs a lógica multinível onde é possível obter-se um valor intermédio, entre o primeiro e segundo valor.

Em 1962, a lógica difusa foi designada por Lotfi A. Zadeh, que em 1965 fundamentou a teoria dos conjuntos difusos [4].

Na década de 1970, mais precisamente em 1974, Mamdani e sua equipa utilizaram estes princípios num projecto de uma máquina a vapor a fim de controlar os seus processos [5].

Tal aplicação tecnológica tornou-se evidente a partir do ano de 1985 quando a indústria japonesa iniciou a implementação em diversas áreas, desde o desenvolvimento de meios transportes aos pequenos produtos tecnológicos. Suscitando

o interesse pelas investigações em diversas áreas, aumentando a quantidade dos sistemas de controlo difusos e, conseqüentemente, aprimorando os sistemas de controlo convencionais, segundo Herminio Duarte Ramos ¹.

2.2 Difusificação

A lógica difusa é uma generalização da lógica booleana, que permite captar e representar o conhecimento humano, sem desprezar as incertezas e/ou imprecisões subjacentes ao próprio conhecimento, ao estabelecer uma conjugação entre esta e a teoria dos conjuntos.

Conforme apresentado na figura 2.1, do lado esquerdo é possível observar um exemplo de uma função de pertença discreta, isto é, ou uma temperatura pertence ao conjunto da Baixa ou pertence ao conjunto da Alta (lógica booleana), já no lado direito da imagem, observa-se uma função contínua de pertença e verifica-se que tem adicionalmente valores intermédios de pertença. Logo é a apresentação da lógica difusa.

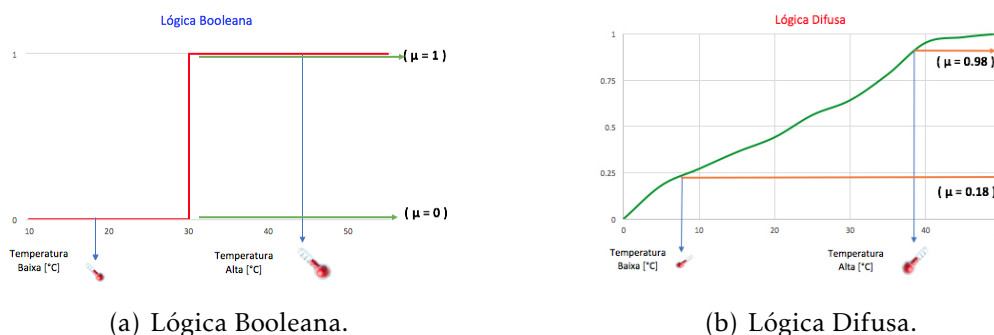


Figura 2.1: Lógica Booleana vs Lógica Difusa.

Neste novo conceito existe um valor real que pode ser decomposto em tantas quantidades de pertença a conjuntos difusos, quanto for necessário distinguir no universo de discurso apresentado. Na figura 2.2 pode-se observar um exemplo da decomposição da temperatura, na qual, o universo de discurso divide-se em 3 conjuntos: Baixa, Média e Alta:

Ao comparar as duas lógicas (Difusa e Booleana), é possível resumir as seguintes definições:

¹Professor Jubilado da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Nova de Lisboa - Portugal.

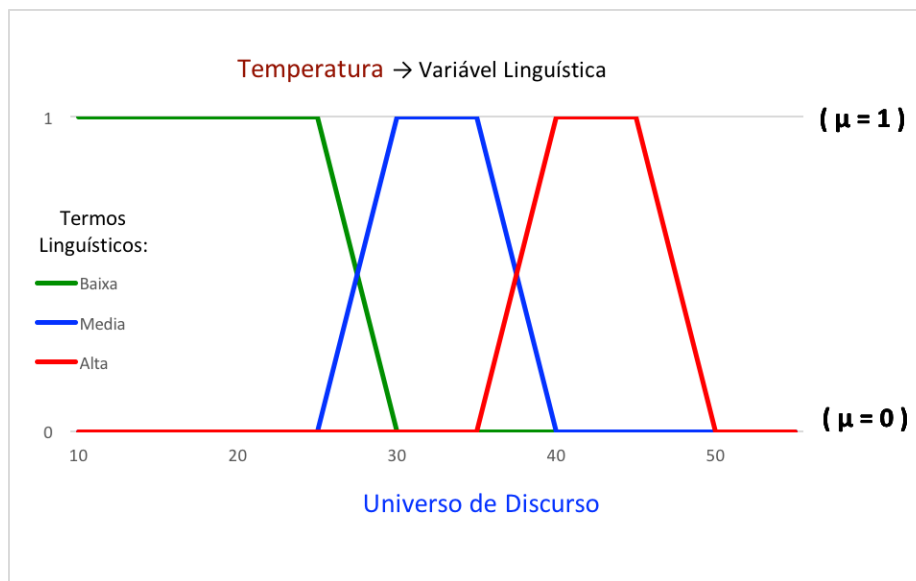


Figura 2.2: Difusificação.

- Na lógica booleana, um elemento pertence ou não a um determinado conjunto; quando pertence, pertence somente a um destes.
- Enquanto na lógica difusa, um elemento pode pertencer a mais de um conjunto.

2.3 Conjuntos Difusos

Com origem na teoria clássica dos conjuntos, a teoria dos conjuntos difusos tem como principal estrutura a Álgebra Booleana desenvolvida por George Boole, associando a lógica, dois estados de afirmação, ou de verdade, passando a ser conhecida atualmente como lógica de Boole.

Segundo Zadeh [4], a definição de um conjunto como uma coleção de elementos que possuem uma determinada característica em comum. Através da lógica de Boole, um determinado elemento possui apenas duas formas de se relacionar com um conjunto, designadamente, pertencendo ou não a este conjunto. No domínio da teoria dos conjuntos difusos, os booleanos, são denominados por conjuntos "crespos".

2.3.1 Funções de pertença

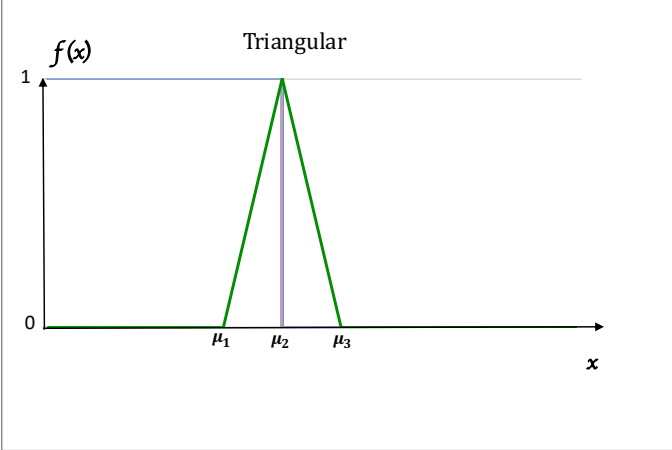
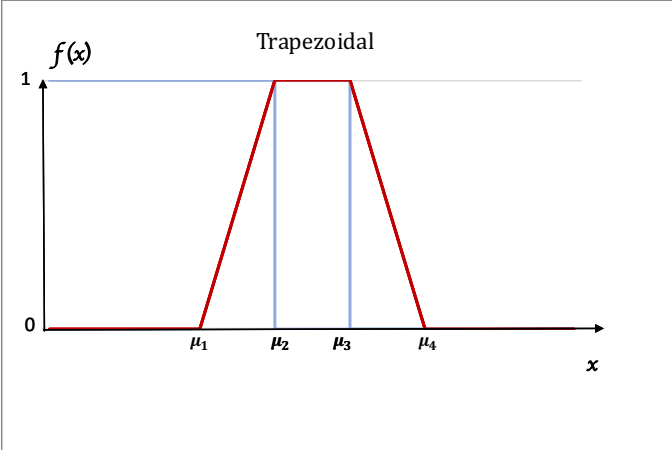
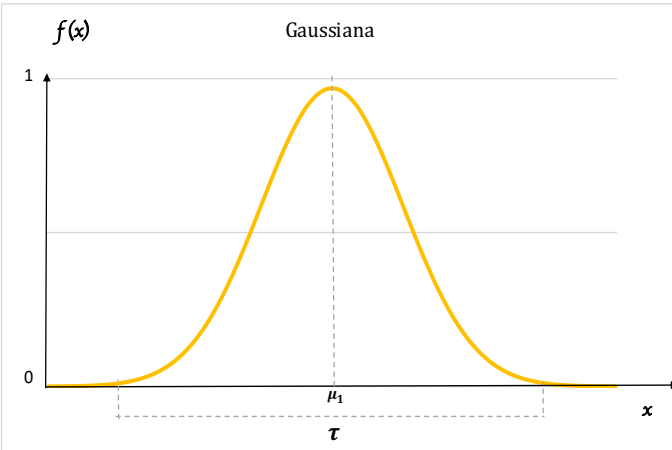
As curvas, que definem a forma como cada elemento no grupo de entradas é direcionado para um valor (ou grau) de pertença entre $[0;1]$, são denominadas por funções de pertença.

E conseqüentemente, o conjunto difuso é o conjunto definido com base nestas funções de pertença [6].

Cada elemento do conjunto difuso tem um valor (grau) de pertença no intervalo $[0, 1]$, que permite a transição, de forma gradual, do estado de "não-verdade" para o estado de "verdade".

Através da tabela 2.1, são apresentadas funções de pertença básicas:

Tabela 2.1: Funções de Pertença.

Função de Pertença	Definição matemática
	$\alpha: \mathcal{X} \rightarrow [0;1]$ $f(x) = \alpha(x, \mu_1, \mu_2, \mu_3)$ $f(x) = \begin{cases} \frac{x-\mu_1}{\mu_2-\mu_1}, & \mu_1 \leq x \leq \mu_2 \\ \frac{\mu_3-x}{\mu_3-\mu_2}, & \mu_2 \leq x \leq \mu_3 \\ 0, & \text{demais casos} \end{cases}$
	$\beta: \mathcal{X} \rightarrow [0;1]$ $f(x) = \beta(x, \mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4)$ $f(x) = \begin{cases} \frac{x-\mu_1}{\mu_2-\mu_1}, & \mu_1 \leq x \leq \mu_2 \\ 1, & \mu_2 \leq x \leq \mu_3 \\ \frac{\mu_4-x}{\mu_4-\mu_3}, & \mu_3 \leq x \leq \mu_4 \\ 0, & \text{demais casos} \end{cases}$
	$\gamma: \mathcal{X} \rightarrow [0;1]$ $f(x) = \gamma(x, \mu_1, \tau)$ $f(x) = \exp\left(\frac{-x(x-\mu_1)^2}{2\tau^2}\right)$

2.3.2 Operações sobre conjuntos difusos

A construção de conjuntos torna-se possível a partir de dois ou mais conjuntos disponíveis, aplicando sobre eles, operações básicas. Uma ferramenta utilizada para representação destas operações é o diagrama de Venn.

Na figura 2.3, pode-se verificar as operações sobre os conjuntos A e B num dado universo denominado por U:

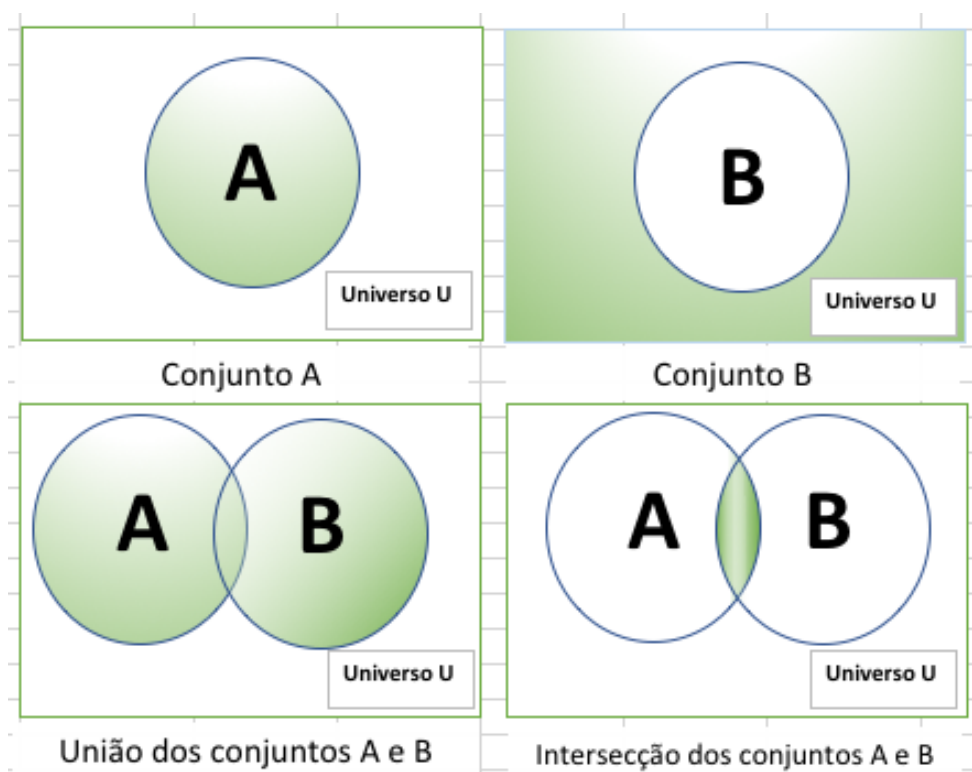


Figura 2.3: Diagramas de Venn.

As noções de igualdade e de subconjunto, com origem na teoria clássica dos conjuntos, podem ser aplicadas aos conjuntos difusos.

2.3.2.1 Operadores de Zadeh

Em [7], os operadores propostos por Zadeh para as operações de união, intersecção e complemento de conjuntos difusos, são representados matematicamente a seguir.

Para os conjuntos A e B, têm-se :

- Intersecção:

$$\forall x \in X : \mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (2.1)$$

- União:

$$\forall x \in X : \mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (2.2)$$

- Complemento:

$$\forall x \in X : \mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (2.3)$$

Sejam ainda os conjuntos contínuos A e B, as operações de intersecção, união e complemento destes conjuntos são representadas através da figura 2.4:

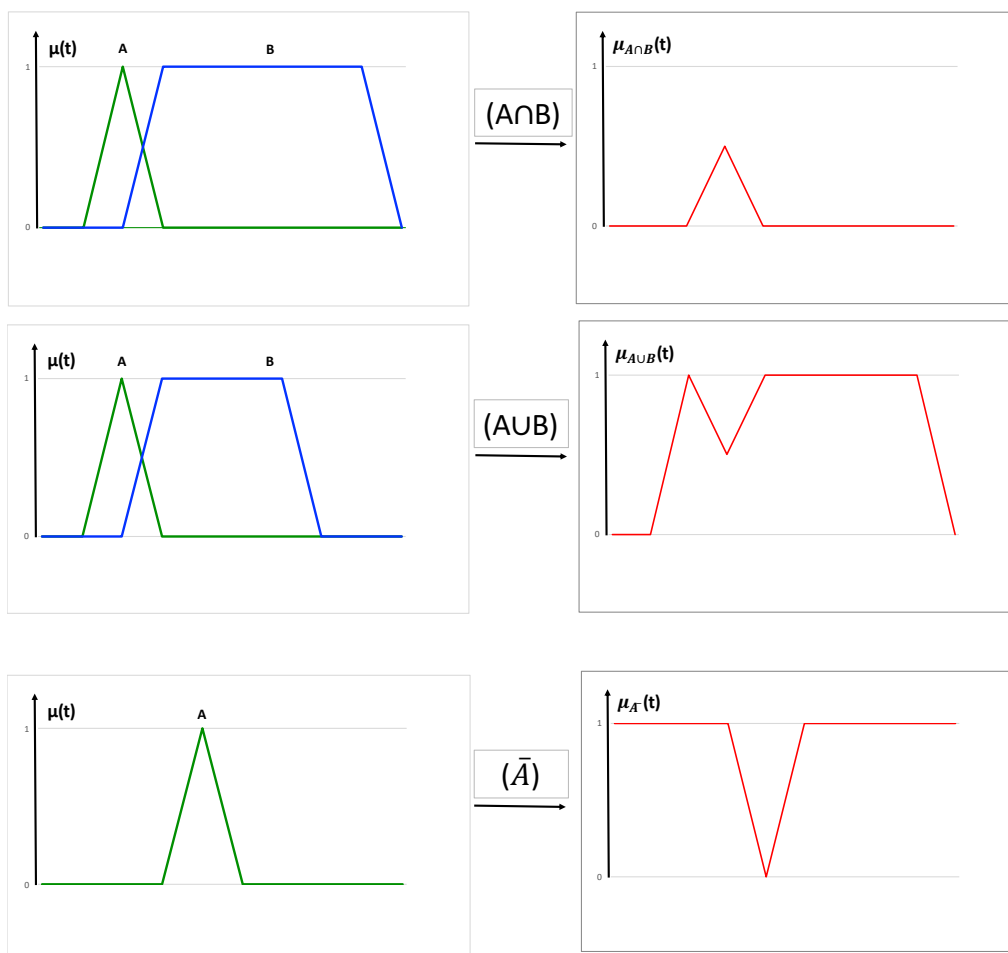


Figura 2.4: Operações sobre conjuntos difusos.

2.4 Sistemas Difusos

A principal característica de um sistema difuso é o conhecimento condicionado por regras de tomadas de decisão. Tal regra difusa, do tipo *Se-Então*, formada por palavras descritas por funções contínuas, denominadas funções de pertença [8].

Segundo Wang, a utilização da teoria dos sistemas difusos justifica-se através de dois argumentos existentes na literatura:

1. O mundo real, principalmente a lógica humana, é muito complexo para ser descrito com precisão. Logo, aproximações (ou difusificações) podem ser utilizadas como principais ferramentas, com o objectivo de se obter modelos com a maior aproximação possível;
2. Ao aumentar o acesso a informação, proporcionalmente aumenta a importância do conhecimento humano e conseqüentemente a necessidade de uma teoria que possibilite transformar esse conhecimento adaptável aos sistemas.

Com o objectivo de alcançar essa combinação, utilizando a transformação da base de conhecimento humano numa linguagem matemática, desenvolveram-se os sistemas difusos com a finalidade de desempenhar esta função [9, 10].

Segundo Hermínio Duarte Ramos[11], os sistemas difusos baseiam-se essencialmente em três estruturas:

- **Interface real-difusa - Difusificação:** Consiste em representar as variáveis linguísticas de entrada por meio de conjuntos difusos;
- **Interface difusa-difusa - Inferência Difusa:** Calcula os valores de saída consoante as entradas, por dedução com regras linguísticas;
- **Interface difusa-real - Desdifusificação:** Converte os valores de saída num sinal crenpo (numérico).

CONTROLADORES DIFUSOS

Desde a aplicação do controlo difuso realizada por Mamdani no controlo de uma máquina a vapor, conforme descrito em 2.1, a indústria sofreu um crescimento acentuado na utilização de controladores difusos, estendendo-se a aplicação das técnicas de controlo difuso em outros sectores, tais como: centrais e sistemas de energia, robótica, telecomunicações, entre outros [12].

As principais aplicações industriais do controlo difuso enfatizam dois aspectos importantes:

1. Em situações de controlo de processos com características não-lineares funcionais sujeitas a um desenvolvimento matemático mais difícil e no controlo de processos mal definidos ou com incertezas. Neste caso, o controlo difuso pode ser considerado como uma alternativa viável.
2. Comparado com o controlo convencional, o controlo difuso pode ser robusto, com base na experiência de um operador humano.

Um controlador difuso pode determinar uma estrutura com mais precisão comparado a uma estrutura com controlador convencional [12].

3.1 Estrutura de um controlador difuso

Segundo Passino [13], o controlador difuso é composto, basicamente, por quatro elementos [14]:

1. Um conjunto de regras do tipo *Se-Então*, que contém uma descrição codificada de lógica difusa determinada e desenvolvida com o auxílio do especialista, com o objectivo de obter o melhor controlo sobre o sistema;
2. Um mecanismo de inferência, ou conclusão difusa, que tenta aproximar o especialista na interpretação e aplicação do conhecimento deste, sobre a melhor forma de se controlar o sistema;
3. Uma interface de difusificação, conforme descrita em 2.4, que converte os valores de entrada do controlador em informações que o mecanismo de inferência utiliza para ativar e aplicar regras;
4. Uma interface de desdifusificação, também descrita em 2.4, que converte os valores de saída em entradas reais para o processo.

Na figura 3.1 a seguir, apresenta-se um modelo de arquitetura básica com controlador difuso:

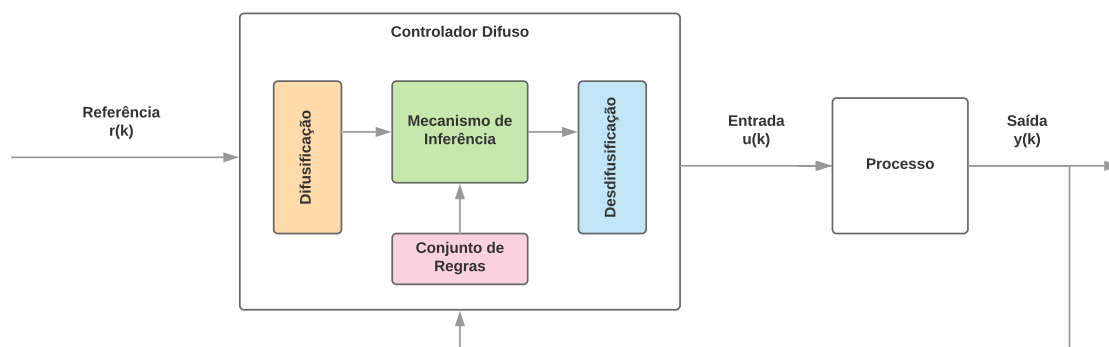


Figura 3.1: Arquitetura básica de um controlador difuso.

A seguir serão descritos mais detalhes dos módulos da estrutura de um controlador difuso.

3.1.1 Bloco de difusificação

O bloco, ou operador de difusificação, tem o objectivo de converter um valor real ou crespo num valor difuso, tornando-o compatível com as especificações internas do controlador.

Sendo representado por:

$$x = \text{difusificador}(x_0) \quad (3.1)$$

Onde:

- x é o conjunto difuso;
- x_0 é o valor de entrada do processo;
- *difusificador* é o operador de difusificação [15].

Existem dois tipos principais de operadores de difusificação, nomeadamente, o *singleton* e o *nonsingleton*.

O operador *singleton* cria a partir de uma entrada crespa, um conjunto difuso conforme apresentado a seguir [16]:

$$\mu_X(x_i) = \begin{cases} 1 & \text{se } x_i = x, \\ 0 & \text{se } x_i \neq x. \end{cases} \quad (3.2)$$

Quanto ao operador *nonsingleton* o valor de x é transformado num conjunto difuso X com suporte x_i onde μ_X atinge o valor máximo em $x_i = x$ e reduz conforme se afasta de x . Este difusificador torna-se útil em situações, por exemplo, onde existem informações corrompidas por ruído [17].

3.1.2 Bloco Mecanismo de Inferência (Mamdani, T-S)

O mecanismo de inferência trata-se de um modelo de processamento que realiza operações de deduções sobre as regras de controlo difuso [18].

Tem como principal função o cálculo do valor global da saída do controlador, admitindo as contribuições de cada regra provenientes da base de regras.

Conforme proposto por Driankov [19], resume-se em dois grandes grupos as diversas classificações referentes aos motores de dedução de um sistema difuso.

Um está relacionado com a dedução com base na composição e o outro com a dedução baseada em regras individuais.

Quanto à primeira abordagem, todas as regras pertencentes à base são relacionadas individualmente em uma única combinação difusa, a qual pode ser definida como uma única regra *se-então*. De seguida, o mecanismo de dedução realiza a operação de composição entre a entrada difusa e a relação difusa. Logo, obtém-se o conjunto difuso que apresenta o valor difuso da saída.

Quanto à segunda classificação, a dedução é aplicada a cada regra da base de regras individualmente e os resultados de todas estas deduções são agregados de seguida, criando o conjunto difuso, que determina o valor difuso de saída. Sendo esta classificação a mais utilizada, devido à eficiência em termos computacionais e em termos de recursos de memória [9, 19].

3.1.3 Bloco Conjunto de Regras

O conjunto de regras, ou base de conhecimento, detém toda as informações necessárias para o controlador, sendo composto por dois módulos, denominados por *base de regras* e *base de dados*. O primeiro, base de regras, é a parte que define a forma de controlo a ser implementada, enquanto que a base de dados interpreta a parte declarativa das informações do conhecimento [18].

Base de Regras

As regras de controlo utilizadas, estrategicamente definidas, a serem implementadas possuem a estrutura do tipo *se-então* e são apresentadas da seguinte forma:

Se <Processo satisfaz as condições>
Então < Resultado(ou resposta) do controlador>

São regras com facilidade de implementação, além de proporcionar uma forma prática de expor a regra de controlo e a base de informações [15].

3.1.4 Bloco de Desdifusão

Este processo tem muita importância na operação dos controladores difusos, sendo responsável pelo fornecimento da comunicação entre a representação difusa do controlador e a realidade dos sistemas dinâmicos.

Em resumo, converte um conjunto difuso de saída num valor crespo, conforme representado a seguir [15]:

$$z_0 = \text{desdifusificador}(z) \quad (3.3)$$

Onde:

- z_0 é o valor crespo;
- z é o conjunto difuso;
- *desdifusificador* é o operador de desdifusão.

Segundo Dasgupta¹ e Agnihotri², os métodos mais comuns de desfusão são [20]:

- **Área do Centro:**

Este método seleciona o valor cuspido da saída correspondente ao centro de "gravidade" da função de pertença de saída.

Pode ser representada pela seguinte expressão simplificada:

$$\Delta Z_0 = \frac{\int w\mu(w)dw}{\int \mu(w)dw} \quad (3.4)$$

Onde:

- ΔZ_0 é o resultado de desfusão;
- w = variável de saída;
- μ = função de pertença.

- **Média dos máximos:**

Este método proporciona uma ação de controlo representando o valor médio de todas as ações de controlo locais, cuja função de pertença poderá atingir o valor máximo, sendo representada simplificada por:

$$Z_0 = \sum_{j=1}^l \frac{w_j}{L} \quad (3.5)$$

Onde:

- Z_0 é o resultado de desfusão;
- w_j é a variável de saída;
- L é o limite máximo para desfusão.

¹Sonali Dasgupta - Departamento de Electronica/Telecomunicações - Faculdade de Engenharia de Nagpur - India

²Gayatri Agnihotri - Departamento de Engenharia Electrotécnica MNIT Bhopal - India

- **Primeiro dos máximos:**

Este método utiliza a união dos conjuntos difusos utilizando o menor valor do domínio, com o grau máximo de adesão, podendo ser representado da seguinte forma:

$$\Delta z_0 = \min \{z \in Z\} \mu(z) = \max(Z) \quad (3.6)$$

- **Soma dos centros:**

Este método é representado simplifcadamente por:

$$\Delta Z_0 = \frac{\int w \sum_{j=1}^L \mu(w) dw}{\int \sum_{j=1}^L \mu(w) dw} \quad (3.7)$$

Similar ao método da área do centro e com uma desfusão mais rápida, o método da soma dos centros evita o cálculo da união dos conjuntos difusos considerando a contribuição de forma individual da secção de cada conjunto difuso.

MODELO DE SISTEMAS COM MODELOS DE TAKAGI-SUGENO

Em 1985, Takagi¹ e Sugeno² propuseram uma ferramenta matemática para a construção de um modelo de sistema. Neste, sugerem o raciocínio difuso multidimensional, possibilitando a redução significativa do número de variáveis difusas que antes eram necessárias para o controlo multivariável [21].

4.1 Reconhecimento dos tipos de sistemas

Os sistemas são classificados através da distinção entre os modelos matemáticos, conforme descritos a seguir [22]:

- **Linearidade:** Tem as propriedades de sobreposição ou aditividade e escalamento.
- **Invariância de tempo:** Como diz o próprio termo, as equações do sistema não variam no tempo.
- **Causalidade:** O sistema causal depende das entradas atuais e passadas. Assim, como a saída deste sistema, não depende dos valores futuros da entrada. Na verdade, essa propriedade é válida para todos os sistemas físicos.

¹Tomohiro Takagi - Professor do Departamento de Ciências da Computação da Universidade de Meiji - Higashimita - Japão.

²Michio Sugeno - Professor Emérito do Instituto de Tecnologia de Tokio.

- Dinâmica: Um sistema dinâmico caracteriza-se pela saída do sistema em qualquer instante dependendo do seu histórico e não apenas da acção presente. Este tipo de sistema em tempo discreto possui uma memória e geralmente é descrito por equações as diferenças. Um sistema estático, por outro lado, não tem memória e geralmente é descrito por equações algébricas.

4.1.1 Modelo de sistema no espaço de estados

Na estrutura dos modelos lineares no espaço de estado existe a relação linear entre a entrada e a saída do sistema, representada através de uma função de transferência. Sob a forma de vectores e matrizes, as equações que representam o modelo de estado são definidas da seguinte forma para os sistemas contínuos:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (4.1)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (4.2)$$

Onde:

$x(t) \in R^n$ é o vector de estados;

A matriz $A \in R^{n \times n}$ é a matriz de estados;

$u(t) \in R^m$ é o vector de entrada;

A matriz $B \in R^{n \times m}$ é a matriz de entradas;

$y(t) \in R^q$ é o vector de saída;

A matriz $C \in R^{q \times n}$ é a matriz de saídas;

A matriz $D \in R^{q \times n}$ é a matriz de avanço;

A matriz de transferência é obtida a partir do modelo de estado, onde aplica-se a Transformada de Laplace às equações 4.1 e 4.2, e considerando que o erro é nulo, tem a seguinte forma:

$$sX(s) = AX(s) + BU(s) \quad (4.3)$$

$$Y(s) = CX(s) + DU(s) \quad (4.4)$$

A função de transferência associada a 4.3 e 4.4 é definida por:

$$F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (4.5)$$

onde $s \in \mathbb{C}$.

4.2 Modelo difuso Takagi-Sugeno

Conforme referido na secção 2.4, um sistema difuso caracteriza-se por regras Se-Então.

Tong³ propôs um modelo difuso cujo modelo linguístico possui estas características como regra.

Tal modelo é utilizado para identificar sistemas partindo dos conjuntos de entradas e saídas, sendo o mesmo composto por uma parte denominada premissa e outra denominada conseqüente, conforme se apresentada [23]:

Se x é A (*premissa*)

Então y é B (*consequente*) (4.6)

Sendo x a variável de entrada e y é a de saída, A e B são termos associados aos conjuntos difusos que descrevem linguisticamente essas variáveis. Para um determinado valor de entrada, a saída correspondente é calculada a partir do conjunto de regras através de um método de inferência [24].

No sistema difuso do tipo Takagi-Sugeno, ou *T-S Fuzzy*, as variáveis de entrada e saída são reais.

Entretanto, as regras difusas *Se-Então*, no formato do modelo linguístico, são substituídas por uma fórmula matemática simplificada, facilitando a combinação de regras.

Nas partes *Então* das regras é obtido um peso médio dos valores [21, 24].

Se x é A (*premissa*)

Então $y = Cx$ (*consequente*) (4.7)

³Richard M. Tong - Investigador Associado do Departamento de Engenharia - Grupo de sistemas de controlo da Universidade de Cambridge - Reino Unido.

4.2.1 Variáveis Premissas

Com o objectivo de se obter os parâmetros mínimos na determinação dos modelos de sistemas dinâmicos e reduzir a sua complexidade é comum, quando possível, a restrição das funções de pertença tornando-as dependentes de um subconjunto de variáveis (x,u) .

Sendo necessário considerar o menor número possível de variáveis premissas, a fim de refletir directamente sobre os efeitos do dimensionamento [8].

4.2.2 Representação do modelo difuso Takagi-Sugeno

Conforme proposto por Takagi e Sugeno [21], a utilização de modelos matemáticos introduzidos no sistema difuso onde contém a parte formada por valores vagos (linguísticos) conforme o modelo de sistema de Mamdani, possibilita a substituição por funções matemáticas, que serão representadas a seguir [25].

Segundo Tanaka⁴ e Wang⁵, as regras dos modelos *T-S Fuzzy* são da seguinte forma [26]:

Regra modelo i :

- Para sistemas difusos contínuos - CFS:

Se $Z_1(t)$ é M_{i1} e \dots e $Z_j(t)$ é M_{ij} ,

$$\text{Então} \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t), & i = 1, 2, \dots, r \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \quad (4.8)$$

- Para sistemas difusos discretos - DFS:

Se $Z_1(k)$ é M_{i1} e \dots e $Z_j(k)$ é M_{ij} ,

$$\text{Então} \begin{cases} x(k+1) = A_i x(k) + B_i u(k), & i = 1, 2, \dots, r \\ y(k) = C_i x(k) \end{cases} \quad (4.9)$$

⁴Kazuo Tanaka - Professor do Departamento de Engenharia de Sistemas Mecânicos e Inteligentes - Universidade de Eletro-Comunicações - Tóquio - Japão.

⁵Hua O. Wang - Professor na Boston University.

Logo,

M_{ij} é o conjunto difuso e r é o número de regras do modelo;

$x(t) \in R^n$ é o vector de estados;

$u(t) \in R^m$ é o vector de entrada;

$y(t) \in R^q$ é o vector de saída.

E as conhecidas variáveis de premissa que podem ser funções de variáveis de estado:

$$A_i \in R^{n \times n};$$

$$B_i \in R^{n \times m};$$

$$C_i \in R^{q \times n};$$

$$Z_1(t), \dots, Z_j(t).$$

Em geral, assume-se que as variáveis de premissa não são funções das variáveis de entrada $u(t)$. Esta suposição é necessária para evitar um complicado processo de desdifusão de controladores. Caso contrário, as condições de estabilidade devem ser aplicadas.

Cada equação linear resultante representada por $A_i x(t) + B_i u(t)$ é denominada por *subsistema* ou modelo local.

Considerando um par de sistemas contínuos $(x(t), u(t))$, as saídas finais dos sistemas difusos terão a seguinte forma:

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\}}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\} \quad (4.10)$$

$$y(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) C_i x(t)}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i x(t) \quad (4.11)$$

Onde:

$$z(t) = [z_1(t) z_2(t) \dots z_p(t)], \quad (4.12)$$

$$w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p M_{ij}(z_j(t)), \quad (4.13)$$

$$h_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{j=1}^r w_j(z(t))}. \quad (4.14)$$

para todo t .

O termo $M_{ij}(z_i(t))$ é o grau de associação de $z(t)$ em M_{ij}

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^r w_i(z(t)) > 0, \\ w_i(z(t)) \geq 0, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (4.15)$$

Têm-se:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1, \\ h_i(z(t)) \geq 0, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (4.16)$$

Para todo t .

Desta forma, o modelo difuso T - S ou T - S *Fuzzy* pode ser capaz de se aproximar um sistema não-linear através de uma combinação de vários sistemas, inclusive modelos locais afins que se encontram não linearizados.

O modelo difuso T - S é também referido, na literatura, como modelo Takagi-Sugeno-Kang T - S - K , devido à relevância dos trabalhos subsequentes de Sugeno e Kang [27], nos quais foram desenvolvidos novos métodos de identificação de modelos difusos.

Na maior parte desta dissertação será mantida a denominação de modelo T - S .

4.2.3 Funções de Pertença T-S

As funções de pertença segmentam o universo de discurso, são funções utilizadas na descrição de sistemas dinâmicos através do modelo difuso T - S .

Um conjunto difuso caracteriza-se por uma função de pertença (função de compatibilidade) cuja finalidade é associar, a cada elemento do universo de discurso de um determinado conjunto, um número no intervalo real entre 0 e 1 $[0,1]$, representado através de um conjunto de pares ordenados [28].

As funções de pertença têm influência directa na estabilidade do sistema e no nível de aproximação das funções obtidas com modelos difusos relacionados com as funções do modelo de simulação [24].

Possuem duas características importantes:

1. Os seus valores devem estar compreendidos entre 0 e 1 (0,1);
2. A soma dos valores das funções localizadas num determinado ponto deverá ser sempre igual a 1.

Logo, a determinação da função de pertença torna-se fundamental [29].

Na figura 4.1, apresenta-se um exemplo de função aproximada, de um modelo difuso T-S simplificado, contendo duas funções de pertença (β_1 e β_2) combinadas com dois modelos locais (a_1 e a_2) linearizados.

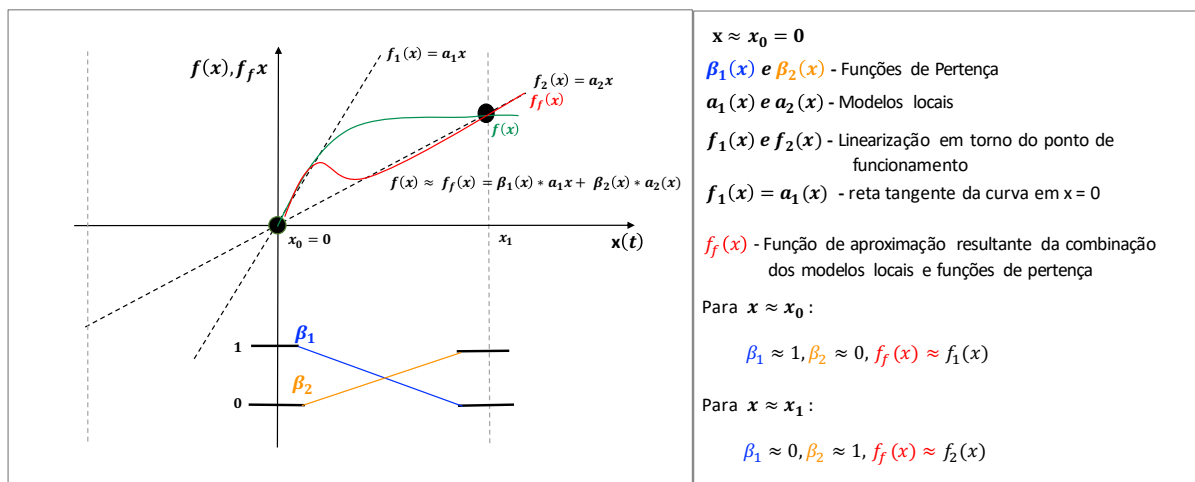


Figura 4.1: Função de aproximação de modelo difuso T-S [8, 26].

4.2.4 Modelação Analítica

Existem muitos trabalhos sobre os métodos de identificação de sistemas, principalmente os que foram desenvolvidos após a implementação do modelo T-S [27, 28], alguns serão descritos mais adiante ainda nesta sub-secção.

A Identificação de um modelo T - S tem por base os seguintes pontos:

- Obtenção das principais entradas;
- Definição do modelo (regras, funções de pertença, parâmetros estimados).

No trabalho de Saez e Zuniga [30] é referida a importância da seleção adequada da entrada, com variáveis relevantes incluídas no modelo, considerando o método de análise de sensibilidade. Este consiste no ajuste do modelo inicial com as variáveis de entrada máximas, limitando a complexidade ao mínimo possível e determinando a influência para cada variável em questão, a fim de serem aplicadas no modelo ideal.

Uma abordagem mais generalizada, que procura ajustar as três etapas, utilizadas na identificação, em simultâneo (entradas, regras e funções de pertença) é proposta por Du e Zhang em [31].

As técnicas de optimização aplicadas no ajuste de funções de pertença, a fim de minimizar o erro de modelação entre o processo e o modelo T - S , por meio de uma solução analítica e outra através de LMIs, são apresentadas através do trabalho de Machado [8].

4.3 Estabilização de modelos difusos Takagi-Sugeno

O modelo de controlador difuso T - S tem por base o procedimento de projecto de compensação distribuída paralela (CDP), ou na lingua inglesa : PDC - *parallel distributed compensation*, que contém a análise de estabilidade implementada posteriormente por Tanaka e Sugeno, em 1992 [1, 25].

Na figura 4.2, é apresentada a estrutura representativa da implementação de um controlador difuso T - S . Parte do princípio em obter um modelo, também difuso T - S de um sistema não -linear:

O controlador contém a mesma estrutura de regras que o modelo difuso, partilhando os mesmos conjuntos difusos na parte referente à premissa do modelo, com cada regra desenvolvida conforme a sua correspondente do modelo.

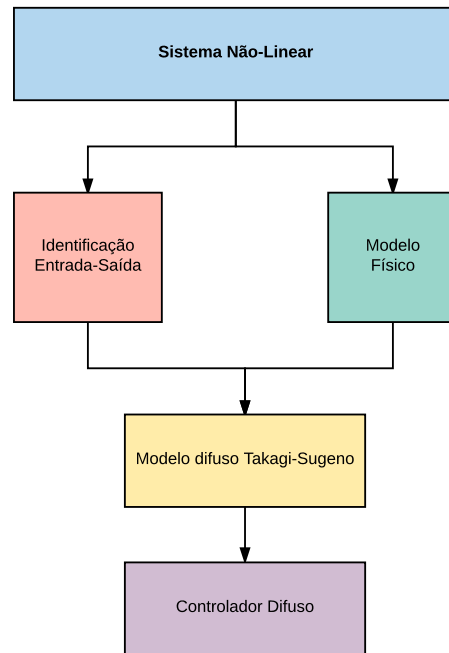


Figura 4.2: Estrutura de implementação com controlador difuso no modelo T-S [26].

O controlador difuso deverá conter a seguinte estrutura matemática:

Regra modelo i :

- Considerando sistemas difusos contínuos - CFS:

Se $Z_1(t)$ é M_{i1} e, \dots , e $Z_j(t)$ é M_{ij} ,

$$\text{Então } u(t) = -K_i x(t) \quad (4.17)$$

Contém um controlador não-linear K_i que pode representar um controlador com retroação de estados ou saída.

Resultando na seguinte estrutura do controlador difuso:

$$u(t) = -\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) * k_i x(t) \quad (4.18)$$

Com $h_i(z(t))$ conforme descrito na equação 4.14.

Substituindo a equação 4.18 em 4.10, o sistema difuso em anel fechado fica:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) \{A_i - B_i K_j\} x(t) \quad (4.19)$$

Este tipo de controlador difuso determina os ganhos de retroacção K_i obtidos, considerando as condições globais que são necessárias para se garantir a estabilidade e o desempenho do controlador difuso em questão [26].

Em geral, para se obter os ganhos de retroacção K_i , utiliza-se o conceito de estabilidade quadrática, que é determinada através da função de Lyapunov do tipo $V(x(t)) = x(t)^T P x(t)$ em que $P = P^T$ e $P > 0$.

Sendo P uma matriz comum que satisfaça as condições de Lyapunov.

A solução considerada eficiente para obtenção da matriz P é através da técnica de desigualdades matriciais lineares - *LMI*, na lingua inglesa (*LMI - Linear Matrix Inequalities*) que é obtida numericamente e contribui com mais eficiência em comparação do método analítico.

4.3.1 Desigualdades Matriciais Lineares - LMI

Através das aplicações clássicas conhecidas, a que mais se destaca é a técnica de análise de estabilidade baseada na teoria de Lyapunov. Solucionando o problema através do conjunto de variáveis que satisfaçam as desigualdades impostas [32].

No caso dos sistemas não-lineares, quando existem incertezas nos parâmetros e variação no tempo, a utilização destas situações, na forma em LMIs, tornam-se vantajosas, pois permite a sua transformação na solução computacional.

Conforme descrito em [33], a LMI é apresentada da seguinte forma:

$$F(x) \triangleq F_0 + \sum_{i=1}^n x_i F_i > 0, \quad (4.20)$$

Onde:

- $x \in \mathbb{R}^m$ - É o vector de variáveis de busca;
- $F_i = F_i^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $i = 0, 1, \dots, m$ - São matrizes a serem definidas conforme o problema a ser resolvido.

A LMI representada por 4.20 pode representar uma grande variedade de restrições convexas no conjunto $\{x | F(x) > 0\}$ convexo.

Possui características:

- Convexas, ou desigualdades lineares;
- Desigualdades quadráticas;
- Desigualdades da norma da matriz e restrições conforme surgem durante o projecto de controlo;
- Possibilidade de uma única LMI composta por várias LMIs.

4.3.2 Controladores difusos baseados em LMIs

Segundo Tanaka [26], a base de um controlador difuso T-S pode ser dimensionada da seguinte forma:

Determinando uma matriz $X = X^T, X > 0$

E matrizes Y_i , com $i = 1, 2, \dots, r$.

Com dimensões determinadas conforme as equações LMI a seguir:

$$-XA_i^T - A_iX + Y_i^T B_i^T + B_i Y_i > 0; \quad \text{Para } i = 1, 2, \dots, r \quad (4.21)$$

$$-XA_i^T - A_iX - XA_j^T - A_jX + Y_j^T B_i^T + B_i Y_j + Y_i^T B_j^T + B_j Y_i \geq 0; \quad (4.22)$$

Qualquer $i < j$, $i, j = 1, 2, \dots, r$

Em que $X = P^{-1}$, $Y_i = K_i X$, e r é o número de regras do sistema difuso, tal que 4.19 é assintoticamente estável.

Assim, $X > 0$, as expressões 4.21 e 4.22 formam a LMI e as matrizes X e Y_i , cujas soluções devem ser encontradas para que os ganhos de retroacção dos estados sejam determinados.

Logo, obtêm-se:

$$P = X^{-1}$$

$$K_i = Y_i X^{-1} \quad ; \quad \text{Com } i = 1, 2, \dots, r$$

Segundo Arrifano [34], este tipo de controlador difuso pode não apresentar resultados satisfatórios para sistemas T-S que possuem elevado número de regras.

Outras abordagens são destacadas, nomeadamente a teoria de controlo robusto, sendo esta a alternativa de aplicação mais recomendada, dada a garantia de sucesso na estabilização de sistemas não-lineares com incertezas e perturbações [25]. Este tema será aprofundado mais adiante no capítulo 5.

PROJECTO DE CONTROLADORES ROBUSTOS COM TÉCNICAS BASEADAS EM LMIs

5.1 Controlo robusto

Segundo Palhares¹ [35], na modelação de sistemas dinâmicos poderão ser encontrados muitos tipos de incertezas, algumas destacam-se:

1. Estruturadas ou parametrizadas:
 - Parâmetros físicos com limites variados;
 - Incertezas do tipo intercalar H_∞ ;
 - Incertezas do tipo elipsoidal H_2 ;
2. Não-estruturadas:
 - Não modeladas ou dinâmicas;
 - Não lineares;
 - Com variações no tempo.

Em resumo, o controlo robusto foi desenvolvido com o objetivo de ultrapassar as questões relacionadas com as incertezas, minimizando as possíveis perturbações externas [36].

¹R.M. Palhares - Professor do Departamento de Engenharia Eléctrica - Universidade de Campinas - São Paulo - Brazil.

Tem sua importância no processo, representando a capacidade de manter a estabilidade do sistema e satisfazendo algumas situações em que existam requisitos mínimos de desempenho, onde se verifiquem diferenças entre o modelo simulado e o processo real [37].

5.2 Critérios de Desempenho

Na análise do comportamento de sistemas em anel fechado, os critérios de desempenho possuem um papel importante, a de possibilitar a modelação de controladores nos regimes transitório ou permanente [32].

Entre os critérios existentes, destacam-se os de D-Estabilidade, o critério H_∞ e o critério H_2 .

Nesta dissertação será abordado o critério de desempenho robusto H_∞ .

5.2.1 Norma H_∞

A medida do desempenho de estabilidade de um SLIT², é obtida através da norma H_∞ da sua função de transferência. Pela função de transferência definida em 4.5, considerando sistema estável, $F(s)$ é limitado para todo $s \in \mathbb{C}$ com parte real positiva.

Portanto, significa que o maior valor singular $\sigma_{\max}[F(s)]$ é finito para todos os $s \in \mathbb{C}$ com $\Re(s) > 0$.

O espaço H_∞ , consiste de todas as funções valorizadas complexas que são analíticas em $\Re(s) > 0$.

$$\|F\|_\infty \triangleq \sup_{\Re(s) > 0} \sigma_{\max}[F(s)] \quad (5.1)$$

O lado esquerdo de 5.1 satisfaz os axiomas de uma norma, definindo como norma H_∞ de F . Onde cada função em H_∞ tem uma extensão única ao eixo imaginário [38].

²Sistema Linear Invariante no tempo

Para as funções racionais com coeficientes reais em H_∞ , a sua norma tem o seguinte formato:

$$\|F\|_\infty := \sup_{\omega \in \mathcal{R}\mathcal{E}} \sigma_{\max} [F(j\omega)] \quad (5.2)$$

A norma H_∞ de uma função de transferência é o supremo do valor singular máximo da resposta de frequência do sistema.

Sendo H_∞ denominado por espaço de Hardy.

O espaço de Hardy é o subespaço fechado de H_∞ das funções $F(s)$, $F : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}^{n \times m}$ limitadas e analíticas em $\mathcal{R}\mathcal{E}(s) > 0$ ($\|F(s)\| < \infty, \mathcal{R}\mathcal{E}(s) > 0$) [39].

L_∞ é o espaço normado pelas funções $F(j\omega)$, com $F : (-\infty, \omega, \infty) \rightarrow \mathbb{C}^{n \times m}$ limitadas ($\|F(j\omega)\| < \infty, \forall \omega$), cuja norma é dada por:

$$\|F\|_\infty \triangleq \sup_{\omega \in \mathcal{R}\mathcal{E}} \{\sigma_{\max} [F(s)]\} \quad (5.3)$$

5.2.2 Critério de desempenho robusto H_∞

Tratando-se de incertezas, quando se possui relativamente pouca ou nenhuma informação sobre perturbações no processo, esta técnica torna-se uma boa alternativa porque garante o mínimo de desempenho uma vez que é necessário determinar controladores com um valor ótimo (λ_{\min}) ou um valor prescrito (λ) na norma H_∞ [28].

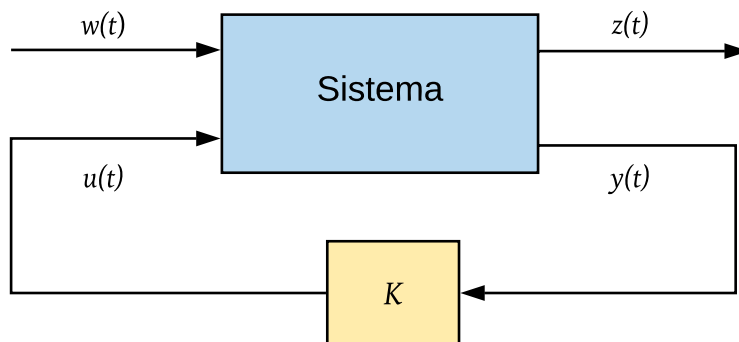


Figura 5.1: Processo geral de um sistema de controlo [25, 39].

Na figura 5.1, apresenta-se as seguintes características do sistema de controlo, onde:

- $w(t)$ - Sinal de entrada do sistema;
- $z(t)$ - Sinal de saída do sistema;
- $y(t)$ - Sinal que realimenta o sistema através do controlador;
- $u(t)$ - Sinal representado pela função de transferência do controlador realimentando o sistema.

5.2.2.1 Controlo robusto óptimo H_∞ por retroacção com técnicas baseadas em LMIs

Conforme descrito no trabalho de Newmann [39], no caso do processo LMI de optimização H_∞ por retroacção em sistemas lineares conhecidos, tem-se a seguinte representação:

Para um sistema linear geral em tempo contínuo:

$$S = \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_1 w_\infty(t) + B_2 u(t) \\ z_\infty(t) = C_1 x(t) + D_{11} w_\infty(t) + D_{12} u(t) \\ y(t) = C_y x(t) + D_{y1} w_\infty(t) \end{cases} \quad (5.4)$$

Onde:

- $x(t) \in \mathcal{R}^n$ - É o vector de estados;
- $u(t) \in \mathcal{R}^m$ - Sinal de entrada do sistema;
- $y(t) \in \mathcal{R}^p$ - Sinal de saída do sistema;
- $z_\infty(t) \in \mathcal{R}^{p_1}$ - Sinal de saída a ser controlado;
- $w_\infty(t) \in \mathcal{R}^{\ell_1}$ - Sinal de entrada exógena.

O sistema em anel fechado resultante, para a lei de controlo por retroacção de estado e é dado por $u(t) = K.x(t)$, o que é convencional ser $u(t) = -K.x(t)$, $K \in \mathcal{R}^{n \times m}$, têm as seguintes equações de estado descritas [40]:

$$S = \begin{cases} \dot{x}(t) = Af x(t) + B_1 w_\infty(t) \\ z_\infty(t) = C_1 f x(t) + D_{11} w_\infty(t) \\ y(t) = C_y x(t) + D_{y1} w_\infty(t) \end{cases} \quad (5.5)$$

Onde as matrizes do anel fechado Af e $C_1 f$ são determinados por:

$$\begin{cases} Af = A + B_2 K \\ C_1 f = C_1 + D_{12} K \end{cases} \quad (5.6)$$

Obtendo-se o seguinte sistema:

$$\begin{bmatrix} Af x_\infty + x_\infty Af^T & B_1 & x_\infty C_1^T f \\ B_1^T & -\lambda^2 I & D_{11}^T \\ C_1 f x_\infty & D_{11} & -I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (5.7)$$

Logo, o sinal de saída a ser controlado é proveniente da matriz de transferência (Z_∞) para a entrada exógena, denominada por W_∞ , vai ter a seguinte forma:

$$T_{z_\infty w_\infty}(s) = C_1 f [sI - Af]^{-1} B_1 + D_{11} \quad (5.8)$$

E têm-se a seguinte definição do processo de controlo optimo H_∞ por retroacção:

Determinar um controlador robusto do tipo K , que minimize a norma H_∞ , que satisfaça a desigualdade matricial 5.7 e a norma $\|T_{z_\infty w_\infty}\|_\infty$, definida por λ , seja mínima, conforme representado a seguir:

$$\|T_{z_\infty w_\infty}\|_\infty = \lambda \quad (5.9)$$

Com:

$$\min_{W_1 > 0, W_2} p \quad (5.10)$$

Tendo em consideração a estrutura LMI, estabilidade quadrática e os conceitos de optimização, resulta em:

$$\begin{bmatrix} A_i W_1 + W_1 A_i^T + B_{2j} W_2 + W_2^T B_{2j}^T & B_1 & W_1 C_1^T + W_2^T D_{12}^T \\ & B_1^T & -pI & D_{11}^T \\ & C_1 W_1 + D_{12} W_{12} & D_{11} & -I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (5.11)$$

Onde:

- $W_1 = W_1^T \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $W_1 = o$;
- $W_2 \in \mathcal{R}^{m \times n}$;
- $\lambda = \sqrt{p}$.

Com:

$i = 1, 2, \dots, N$. e $j = 1, 2, \dots, M$.

Por fim, a solução óptima é caracterizada por:

$$K = W_2 W_1^{-1} \quad (5.12)$$

5.2.3 Critério de desempenho robusto H_∞ em sistemas T-S

Segundo o trabalho de Milhor[25], mesmo com a inexistência do conceito de pólos e zeros nos sistemas não-lineares, existe a possibilidade de implementar restrições relacionadas com a resposta de um sistema T-S, de uma forma similar à desenvolvida para sistemas lineares.

Considere-se o seguinte modelo difuso T-S:

Regra Ri:

- Para sistemas difusos contínuos - CFS:

Se

$$x_1(t) \text{ é } M_{1i} \text{ e } \dots \text{ e } x_n(t) \text{ é } M_{in},$$

Então:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_{1i} w(t) + B_{2i} u(t), \\ z(t) = C_{1i} x(t) + D_{11i} w(t) + D_{12i} u(t) \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (5.13)$$

Onde:

- $x(t) = [x_1(t)x_2(t)\dots x_n(t)]^T \in \mathbb{R}^n$ - É o vector de estados;
- $u(t) \in \mathbb{R}^m$ - Vector de ação de controlo do sistema;
- $z(t) \in \mathbb{R}^q$ - Vector de saída controlada;
- $w(t) \in \mathbb{R}^\ell$ - Vector de perturbações externas;
- R_i - É a regra i -ésima do sistema difuso, com $i = 1, 2, \dots, r$, sendo r o número de regras;
- $A_i, B_{1i}, B_{2i}, C_{1i}, D_{11i}$ e D_{12i} - São as matrizes com dimensões apresentadas.

Conforme concluído por Milhor[25], o modelo 5.13 corresponde ao modelo difuso T-S 4.2.2, com a diferença de que em 5.13 as variáveis premissas correspondem aos estados do sistema dinâmico.

Dado o duplete em tempo contínuo $(x(t), u(t))$, a dinâmica do sistema pode ser aproximada por:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(x(t)) \{A_i x(t) + B_{1i} w(t) + B_{2i} u(t)\} \quad (5.14)$$

$$z(t) = \sum_{i=1}^r h_i(x(t)) \{C_{1i} x(t) + D_{11i} w(t) + D_{12i} u(t)\} \quad (5.15)$$

Onde,

$$\beta_i(x(t)) = \prod_{P=1}^n M_{ij}(x(t)) \quad (5.16)$$

$$h_i(x(t)) = \frac{\beta_i(x(t))}{\sum_{i=1}^r \beta_i(x(t))} \quad (5.17)$$

para todo $t \geq 0$.

A função de pertença $h_i(x(t))$ é normada com $M_{ij}(x(t)) \in [0, 1]$, que é o grau de pertença de $x(t)$ no conjunto difuso de M_{ij} . Logo, as condições de 4.15 e 4.16 são válidas para 5.14 e 5.15 fazendo com que sejam similares às condições do sistema difuso T-S:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^r \beta_i(x(t)) = 1, \\ \beta_i(x(t)) \geq 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (5.18)$$

O controlador difuso para 5.13, considerando a lei de controlo por retroação de estado, tem a seguinte característica:

Regra Ri:

Se

$$x_1(t) \text{ é } M_{1i} \text{ e } \dots \text{ e } x_n(t) \text{ é } M_{in},$$

Então:

$$u(t) = -K_i x(t) \quad (5.19)$$

Sendo K_i o controlador linear que compensa o subsistema da regra i -ésima.

Logo, este controlador vai ter a seguinte saída final:

$$u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(x(t)) K_i x(t) \quad (5.20)$$

e o sistema em anel fechado toma a seguinte forma:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(x(t)) h_j(x(t)) \{A_i + B_{2i} K_j\} x(t) + \sum_{i=1}^r h_i(x(t)) B_{1i} w(t) \quad (5.21)$$

$$z(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(x(t)) h_j(x(t)) \{C_{1i} + D_{12i} K_j\} x(t) + \sum_{i=1}^r h_i(x(t)) D_{11i} w(t) \quad (5.22)$$

Considerando que o sistema de controlo difuso em anel fechado, com retroacção de estados, é quadraticamente estável com norma $\|T_{zw}(s)\|_{\infty} \leq \lambda$, então, existe

uma função quadrática de Lyapunov $v(x, t) = x^T(t)Px(t)$, com $P > 0$ e $\lambda \geq 0$, tal que:

$$\frac{d}{dt}v(x, t) + z^T(t)z(t) - \lambda^2 w^T(t)w(t) \leq 0 \quad (5.23)$$

em que P satisfaz a desigualdade matricial conforme (*Bounded Real Lemma*):

$$\begin{bmatrix} \bar{A}^T f P + P \bar{A} f + \bar{C}_1^T f \bar{C}_1 f & P \bar{B}_1 f + \bar{C}_1^T f \bar{D}_{11} f \\ P \bar{B}_1^T f + \bar{D}_{11}^T f \bar{C}_1 f & \bar{D}_{11}^T f \bar{D}_{11} f - \lambda^2 I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (5.24)$$

Com:

- $\bar{A}f = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(x(t))h_j(x(t))\{A_i + B_{2i}K_i\}$
- $\bar{B}_1f = \sum_{i=1}^r h_i(x(t))B_{1i}$
- $\bar{C}_1f = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(x(t))h_j(x(t))\{C_{1i} + D_{12i}K_i\}$
- $\bar{D}_{11}f = \sum_{i=1}^r h_i(x(t))D_{11i}$

Aplicando o procedimento, conforme apresentado anteriormente para a transformação da desigualdade de 5.24, de forma a que possibilite a aplicação aos controladores, obtém-se a seguinte formulação para projectos de controladores difusos T - S com retroacção de estado e desempenho robusto H_∞ [25, 41, 42].

Considere o seguinte sistema difuso:

Regra (Ri):

Se

$$x_1(t) \text{ é } M_{1i} \text{ e } \dots \text{ e } x_n(t) \text{ é } M_{in},$$

Então:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_{1i} w(t) + B_{2i} u(t), \\ z(t) = C_{1i} x(t) + D_{11i} w(t) + D_{12i} u(t) \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (5.25)$$

O controlador difuso correspondente tem a seguinte forma:

Regra (Ri):

Se

$$x_1(t) \text{ é } M_{1i} \text{ e } \dots \text{ e } x_n(t) \text{ é } M_{in},$$

Então:

$$u(t) = -K_i x(t) \quad (5.26)$$

O sistema em anel fechado é quadraticamente estável com $\|T_{zw}(s)\|_\infty < \lambda$, se existe uma matriz comum $X > 0$ e matrizes Y_i , $i = 1, 2, \dots, r$ que satisfaçam as seguintes LMIs:

$$\begin{bmatrix} G_{ii} & B_{1i} & W_{ii}^T \\ B_{1i}^T & -\lambda^2 I & D_{11i}^T \\ W_{ii} & D_{11i} & -I \end{bmatrix} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (5.27)$$

Tem-se:

$$\begin{bmatrix} G_{ii} + G_{jj} & B_{1i} + B_{1j} & W_{ii}^T + W_{jj}^T \\ B_{1i}^T + B_{1j}^T & -2\lambda^2 I & D_{11i}^T + D_{11j}^T \\ W_{ii} + W_{jj} & D_{11i} + D_{11j} & -2I \end{bmatrix} < 0, \quad i < j \leq r \quad (5.28)$$

Para todo $i, j = 1, 2, \dots, r$ em que:

$$G_{ij} = A_i X + A_i^T X + B_{2i} Y_j + Y_j^T B_{2i}^T$$

e

$$W_{ij} = C_{1i} X + D_{12i} Y_j.$$

Os ganhos de retroacção de estado obtidos são:

$$K_i = Y_i X^{-1}, \quad i = 1, 2, \dots, r, \text{ sendo que } X^{-1} = P.$$

Assim, o procedimento de sintonização torna-se num problema de optimização, para o qual se pretende encontrar um conjunto de matrizes Y_i e $X = X^T$, $X > 0$ de dimensões apropriadas, minimizando λ^2 sujeito a $X > 0$, 5.27 e 5.28 [25, 41, 42].

5.3 Desempenho robusto de sistemas sujeitos a incerteza

Em geral, os sistemas objecto de condicionamento apresentam incertezas que necessitem de ser acomodadas em fase de projecto. Tais adaptações passam pela consideração de situações complexas, onde se faz a modelação das aproximações como incertezas [39].

5.3.1 Sistemas incertos

Abordando o desempenho robusto para uma classe especial de sistemas incertos, suponha-se que o sistema em espaço de estados admite as seguintes incertezas:

$$\dot{x} = A_{\Delta}x + B_{\Delta}w \quad (5.29)$$

$$z = C_{\Delta}x + D_{\Delta}w \quad (5.30)$$

onde,

$$\begin{bmatrix} A_{\Delta} & B_{\Delta} \\ C_{\Delta} & D_{\Delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 \\ C_1 & D_{11} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_0 \\ D_{10} \end{bmatrix} \Delta \begin{bmatrix} C_0 & D_{01} \end{bmatrix}$$

e $A, B_0, B_1, C_0, C_1, D_{01}, D_{10}$ e D_{11} são matrizes constantes com dimensões apropriadas.

Simplificando e assumindo que a matriz de incerteza Δ varia em tempo real:

$$\Delta = \{ \text{block diag} [\delta_1(t)I_{k_1}, \dots, \delta_m(t)I_{k_m}] : \delta_i(t) \in [\underline{\delta}_i, \bar{\delta}_i] \} \quad (5.31)$$

denotando os conjuntos de vertices Δ como:

$$\Delta_{\text{vex}} = \left\{ \text{block diag}[\delta_1(t)I_{k_1}, \dots, \delta_m(t)I_{k_m}] : \delta_i = \underline{\delta}_i \text{ ou } \delta_i = \bar{\delta}_i \right\} \quad (5.32)$$

A incerteza do operador Δ pode apresentar um padrão não-linear variando delimitadamente e não necessariamente uma matriz de ganho linear variante no tempo.

Por exemplo, considerando uma incerteza não-linear descrita na seguinte forma:

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_q \end{bmatrix} = \Delta_\eta := \begin{bmatrix} g_1(t, \eta_1) \\ g_2(t, \eta_2) \\ \vdots \\ g_q(t, \eta_q) \end{bmatrix},$$

onde as funções não-lineares variantes no tempo, $g_i(t, \eta_i)$, $i = 1, \dots, q$ satisfazem:

$$\underline{\delta}\eta_i^2 \leq \eta_i g_i(t, \eta_i) \leq \bar{\delta}_i \eta_i^2$$

então, neste caso, designa-se um controlador de forma a que o sistema em anel fechado com a matriz cujo ganho incerto é variável no tempo:

$$\Delta = \text{diag}(\delta_1, \dots, \delta_q) \text{ com } \delta_i \in [\underline{\delta}_i, \bar{\delta}_i]$$

Este satisfaz as condições do critério robusto H_∞ , sendo válido também para a incerteza não linear [43].

5.4 Controlo robusto de sistemas em tempo discreto

5.4.1 Sistemas em tempo discreto

Tratando-se de sistemas em tempo discreto, é possível usar a transformação bilinear na conversão de processos em tempo contínuo para tempo discreto. Entretanto, este tipo de transformação dificulta a descrição das matrizes com incertezas.

A demonstração apresentada a seguir aborda o problema de desempenho robusto para sistemas discretos, através da técnica de otimização convexa de dimensão finita em tempo discreto [43].

Considere o seguinte sistema em tempo discreto:

$$x_{k+1} = A_{\Delta}x_k + B_{\Delta}w_k + B_{2\Delta}u_k \quad (5.33)$$

$$z_k = C_{\Delta}x_k + D_{\Delta}w_k + D_{2\Delta}u_k \quad (5.34)$$

$$y_k = x_k \quad (5.35)$$

Onde A_{Δ} e B_{Δ} assumem-se matrizes de alinhamento e as funções Δ e Δ_{vex} compõem o conjunto, conforme descrito em 5.3.1.

Segundo Zhou [43], em seu teorema 17, a existência de um controlador por retroação de estado, tal que o sistema descrito em 5.33 e 5.34 satisfaz o critério robusto H_{∞} implica a existência de uma matriz w e matriz $Y = Y > 0$ tal que:

$$\begin{bmatrix} -Y & 0 & -(YA_{\Delta} + WB_{2\Delta}) & -B_{\Delta} \\ 0 & -I & -(YC_{\Delta} + WD_{2\Delta}) & -D_{\Delta} \\ -(YA'_{\Delta} + W'B'_{2\Delta}) & -(YC'_{\Delta} + W'D'_{2\Delta}) & -Y & 0 \\ B'_{\Delta} & -D'_{\Delta} & 0 & -1 \end{bmatrix} < 0 \quad (5.36)$$

para todo $\Delta \in \Delta_{vex}$.

O correspondente controlador de retroação de variáveis de estado apresenta como ganho:

$$F = WY^{-1}$$

5.4.2 Estabilidade robusta de sistemas em tempo discreto

A técnica apresentada por Stipanovic [44] que assegura a estabilidade robusta de sistemas em tempo discreto consiste nas etapas apresentadas a seguir.

Tem-se o seguinte sistema em tempo discreto:

$$x(k+1) = Ax(k) + h(k, x(k)) \quad (5.37)$$

Onde:

- $x(k) \in \mathcal{R}^n$ - é o vector de estados com $k \in \mathbb{I}m_+$;
- A - matriz constante de dimensão $n \times n$;
- $h : \mathbb{I}m_+ \times \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^n$ - função de perturbação não-linear com $\mathbb{I}m_+ = \{0, 1, 2, \dots\}$;

Assumindo que a matriz A é do tipo Schur e estável, que contém todos os seus valores próprios dentro do círculo unitário, pressupõe-se que a função (k, x) não-linear é incerta e satisfaz a desigualdade quadrática para todos $(k, x) \in \mathbb{I}m_+ \times \mathcal{R}^n$

$$h^T(k, x)h(k, x) \leq \beta^2 x^T H^T H x \quad (5.38)$$

5.38 pode ser reformulada em 5.39 a seguir [33]:

$$\begin{bmatrix} x \\ h \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -\beta^2 H^T H & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ h \end{bmatrix} \leq 0 \quad (5.39)$$

onde:

- $\beta > 0$ - é o valor-limite da incerteza;
- h - é a função de perturbação;
- H - é a matriz constante.

A classe H_β inclui a função $h(k, x) \equiv 0$ e $x = 0$, sendo o equilíbrio do sistema incerto 5.37 passando a ter a seguinte definição de estabilidade robusta.

Definição 1: O sistema 5.37 é estável com grau β se o estado de equilíbrio $x = 0$ é assintoticamente e globalmente estável para todo $h(k, x) \in H_\beta$.

Considere-se como função de Lyapunov,

$$V(x) = x^T P x \quad (5.40)$$

com $P > 0$.

Ao calcular $\Delta V(x(k)) = V(x(k+1)) - V(x(k))$ com referência ao sistema 5.37, obtém-se:

$$\begin{aligned} \Delta V(x(k)) &= x^T(k)(A^T P A - P)x(k) \\ &+ x^T(k)A^T P h(k, x(k)) + h^T(k, x(k))P A x(k) \\ &+ h^T(k, x(k))P h(k, x(k)) \end{aligned} \quad (5.41)$$

Tendo em conta que a condição necessária e suficiente para a estabilidade é $\Delta V(x(k)) < 0$, pode-se reescrever a equação 5.41 da seguinte forma em espaço de estados:

$$\begin{bmatrix} x \\ h \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A^T P A - P & A^T P \\ P A & P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ h \end{bmatrix} < 0 \quad (5.42)$$

Recorrendo ao método "S" [44], desenvolvido por Yakubovich [45] a desigualdade 5.42 usando a 5.39 toma a seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} A^T P A - P + \tau \beta^2 H^T H & A^T P \\ P A & P - \tau I \end{bmatrix} < 0, P > 0, \tau \geq 0 \quad (5.43)$$

Esta representa uma LMI não-restrita, devido ao facto de se ter $\tau \geq 0$ [33, 44].

De referir que as restrições de LMIs podem apresentar o mesmo resultado que a minimização rigorosa. LMIs restritas e rigorosas e LMIs não-restritas tornam-se viáveis, pois se houver uma solução para $\tau = 0$, alguns valores de $\tau > 0$ e um valor suficiente pequeno de β , possibilita a substituição de $\tau \geq 0$ por $\tau > 0$. Logo, 5.43 pode ser apresentada da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} A^T \varphi A - \varphi + \beta^2 H^T H & A^T \varphi \\ \varphi A & \varphi - I \end{bmatrix} < 0, \varphi > 0 \quad (5.44)$$

onde $\varphi = \frac{P}{\tau}$.

Aplicando o complemento de Schur a fim de se obter a forma equivalente de 5.44, vem:

$$\begin{bmatrix} -\varphi & A^T \varphi & A^T \varphi & H^T \\ \varphi A & \varphi - I & 0 & 0 \\ \varphi A & 0 & -\varphi & 0 \\ H & 0 & 0 & -\lambda I \end{bmatrix} < 0, \varphi > 0 \quad (5.45)$$

Que corresponde a uma LMI φ e λ .

A estabilidade robusta conforme 5.4.2 do sistema 5.37 sob a restrição 5.38 e com β máximo, corresponde ao seguinte problema de optimização:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimizando } \lambda \\ \text{Sujeito a } \varphi > 0 \\ \left[\begin{array}{cccc} -\varphi & A^T \varphi & A^T \varphi & H^T \\ \varphi A & \varphi - I & 0 & 0 \\ \varphi A & 0 & -\varphi & 0 \\ H & 0 & 0 & -\lambda I \end{array} \right] < 0 \end{array} \right. \quad (5.46)$$

De acordo com Stipanovic [44], é o seguinte teorema que define as condições de estabilidade:

Teorema 1: O sistema 5.37 será estável com grau β , se o problema 5.46 for viável [44].

CASO DE ESTUDO

Neste capítulo são apresentados os resultados da modelação e controlo em sistemas não-lineares difusos do tipo Takagi-Sugeno implementado num processo, do tipo MIMO¹, representado pelo sistema de três tanques, com a marca AMIRA e modelo DTS200.

A estrutura do modelo difuso T-S teve a sua linearização por expansão em série de Taylor e a implementação das estruturas dos controladores do tipo PDC² e Robusto H_∞ foram desenvolvidas com base nesta estrutura do modelo difuso T-S e com aplicação de algoritmos de LMIs.

6.1 Descrição do processo

O Processo MIMO representado por um sistema de três tanques, é apresentado conforme a figura 6.1. Este sistema contém reservatórios, de tamanhos idênticos, nos quais recebem água com um corante de cor azul. Os tanques 1 e 2, encontram-se posicionados nas laterais do sistema, ambos alimentados por bombas individuais. O tanque 3, encontra-se instalado na parte central do mesmo sistema, ligado aos tanques 1 e 2, através de tubos de secção cilíndrica. Todos os tanques contém válvulas que são ajustadas manualmente. A medição dos níveis de líquido de cada tanque é obtida através de transdutores na gama $[-10; +10]$ Volts. A válvula de escoamento principal encontra-se no tanque 2. Também existem mais três válvulas complementares, uma em cada tanque, destinadas como caudal de

¹MIMO: Multi-Input Multi-Output

²PDC: Parallel Distributed Compensation

fuga, através das quais introduzidas perturbações ou falhas. Detalhes que podem ser conferidos através do esquemático, conforme a figura 6.2, obtido através do manual disponibilizado pela faculdade [46].



Figura 6.1: Processo Amira DTS200 [46, 47].

O presente caso de estudo pretende analisar o desempenho da metodologia desenvolvida tendo em vista o controlo de seguimento do nível de líquido nos tanques T1 e T2, através da manipulação do caudal volúmico debitado pelas electrobombas B1 e B2, como resposta às respectivas acções de controlo u_1 e u_2 .

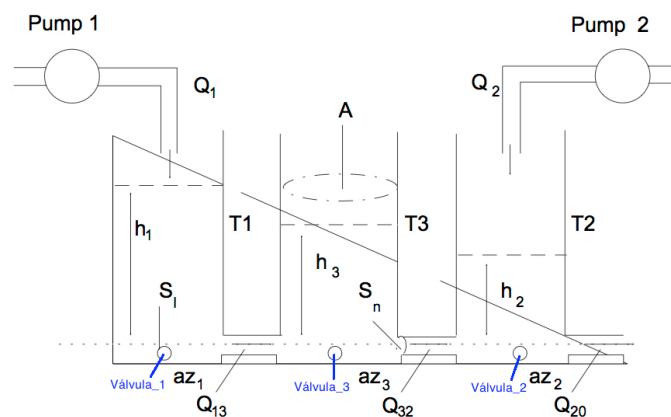


Figura 6.2: Esquemático Processo Amira DTS200.

De acordo com o esquemático 6.2, os parâmetros do processo são apresentados conforme a tabela 6.1.

Tabela 6.1: Parâmetros do processo Amira DTS200.

Parâmetro	Valor	Unidade	Descrição
A	0.0154	m^2	Secção cilindro
S_n	5×10^{-5}	m^2	Secção da conexão
Caudal Q1	1×10^{-4}	m^3/s	Bomba 1 - Caudal volúmico
Caudal Q2	1×10^{-4}	m^3/s	Bomba 2 - Caudal volúmico
Bomba Q1 = $V_1(t)$	1×10^{-4}	m^3/s	Bomba 1
Bomba Q2 = $V_2(t)$	1×10^{-4}	m^3/s	Bomba 2
g	9.81	m/s^2	Aceleração da gravidade
Hmax	0.62	m	Altura máxima de cada tanque
Ts	1	s	Intervalo de amostragem

Os caudais volúmicos entre os tanques (Q13, Q32 e Q20) e os respectivos caudais de descarga direta (Q10, Q30, Q3) são dados pela seguinte expressão:

$$Q_{ij} = \xi_i \times \text{sign}[\Delta h(t)] \times S_n \times \sqrt{2g\Delta h(t)} \quad (m^3/s)$$

Onde:

- ξ_i - coeficiente de caudal (varia entre 0 e 1);
- $\Delta h(t)$ - nível de líquido no tanque (m);

6.1.1 Descrição analítica da dinâmica do sistema

Assumindo como entradas $u_1(t)$ e $u_2(t)$ as tensões elétricas aplicadas às eletrobombas 1 e 2. Assume-se também $h(t)$ como saída dos níveis dos tanques.

Ao aplicar a Lei da Conservação da Massa, obtém-se:

$$\frac{dM_i}{dt} = \sum Q_{entrada}(t) - Q_{saida}(t), \quad \text{com } i = 1, 2, 3, \dots \quad (6.1)$$

Sendo que i representa cada um dos três tanques.

Considerando que $\frac{dM_i}{dt}$ é descrito por:

$$\frac{dM_i}{dt} = \rho_{H_2O} \times A \times h_i, \quad \text{com } i = 1, 2, 3, \dots \quad (6.2)$$

Aplicando substituições no respectivo sistema, obtêm-se o seguinte modelo não-linear:

$$\begin{cases} \frac{dh_1(t)}{dt} = \frac{Q_1(t)-Q_{13}(t)}{A} \\ \frac{dh_2(t)}{dt} = \frac{Q_2(t)+Q_{32}(t)-Q_{20}(t)}{A} \\ \frac{dh_3(t)}{dt} = \frac{Q_{13}(t)-Q_{32}(t)}{A} \end{cases} \quad (6.3)$$

Fazendo:

- β_1 - Relação entre a altura (m) e a tensão no sensor(V) do tanque 1;
- β_2 - Relação entre a altura (m) e a tensão no sensor(V) do tanque 2;
- $\xi_1 = az_1$;
- $\xi_2 = az_2$;
- $\xi_3 = az_3$;
- $Q_1(t) = \beta_1 \times u_1(t)$;
- $Q_2(t) = \beta_2 \times u_2(t)$;
- $Q_{13}(t) = az_1 \times S_n \times \sqrt{2g} \times \sqrt{h_1(t) - h_3(t)}$;
- $Q_{32}(t) = az_3 \times S_n \times \sqrt{2g} \times \sqrt{h_3(t) - h_2(t)}$;
- $Q_{20}(t) = az_2 \times S_n \times \sqrt{2g} \times \sqrt{h_2(t)}$;

Aplicando ao modelo não-linear, tem-se a seguinte apresentação:

$$\begin{cases} \frac{dh_1(t)}{dt} = \frac{[\beta_1 \times u_1(t)] - [az_1 \times S_n \times \sqrt{2g} \times \sqrt{h_1(t) - h_3(t)}]}{A} \\ \frac{dh_2(t)}{dt} = \frac{[\beta_2 \times u_2(t)] + [az_3 \times S_n \times \sqrt{2g} \times \sqrt{h_3(t) - h_2(t)}] - [az_2 \times S_n \times \sqrt{2g} \times \sqrt{h_2(t)}]}{A} \\ \frac{dh_3(t)}{dt} = \frac{[az_1 \times S_n \times \sqrt{2g} \times \sqrt{h_1(t) - h_3(t)}] - [az_3 \times S_n \times \sqrt{2g} \times \sqrt{h_3(t) - h_2(t)}]}{A} \end{cases} \quad (6.4)$$

6.2 Controlo difuso por RVE

Uma das características que pode ser implementada no controlador difuso RVE é o método de optimização por LMIs, em anel fechado e um integrador, com o objetivo de eliminar o erro em regime permanente.

Segundo Tiago Vítor [48], no sistema de controlo estável, com base em índices de desempenho quadráticos, existe o interesse na escolha de um vetor de controlo tal para que ocorra a minimização deste mesmo índice de desempenho.

Nos sistemas do tipo T-S, este conceito aplica-se para cada conseqüente linearizado, obtido através de cada regra do modelo.

6.2.1 Modelação do sistema não-linear

A modelação do sistema difuso pelo método Takagi-Sugeno segue as instruções conforme o capítulo 4 onde escolhem-se as variáveis linguísticas do sistema e respectivos conjuntos difusos, definem-se as funções de pertença para cada regra *Se-Então*, o mecanismo de ativação para cada regra, resultando assim os modelos locais linearizados do processo.

6.2.1.1 Linearização e Modelo T-S

Inicialmente optou-se pela linearização clássica (alturas em regime estacionário), a fim de se obter os pontos de equilíbrio do sistema para utilização, como referência, para as funções de pertença.

Na figura 6.3, é possível verificar o resultado desta linearização por simulação e através do teste real no processo.

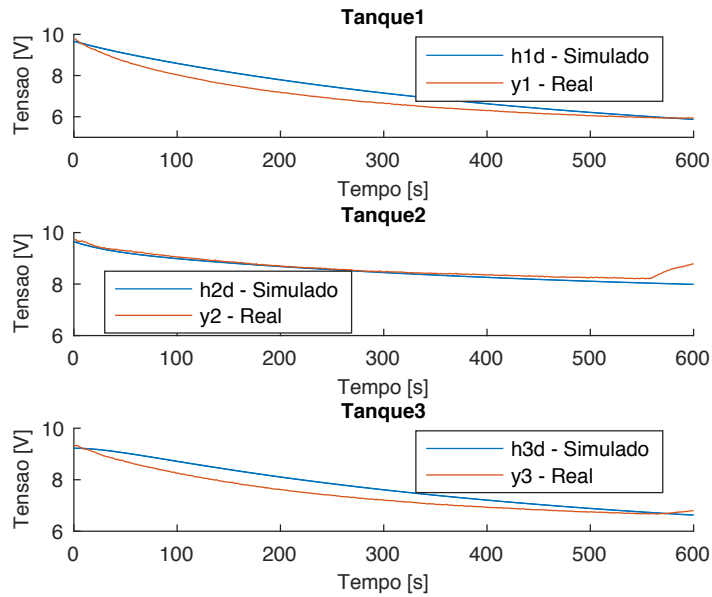


Figura 6.3: Sistema Linearizado Discreto.

A estrutura do modelo T-S é construída através do processo de linearização do sistema, em torno dos pontos de operação, utilizando-se a expansão em série de Taylor, com as funções de pertinência definidas, e para cada modelo local resultante, as 243 regras Se-Então definem a fórmula de ativação obtendo-se o resultado final do modelo apresentado na figura 6.4, conforme as instruções detalhadas no capítulo 4.

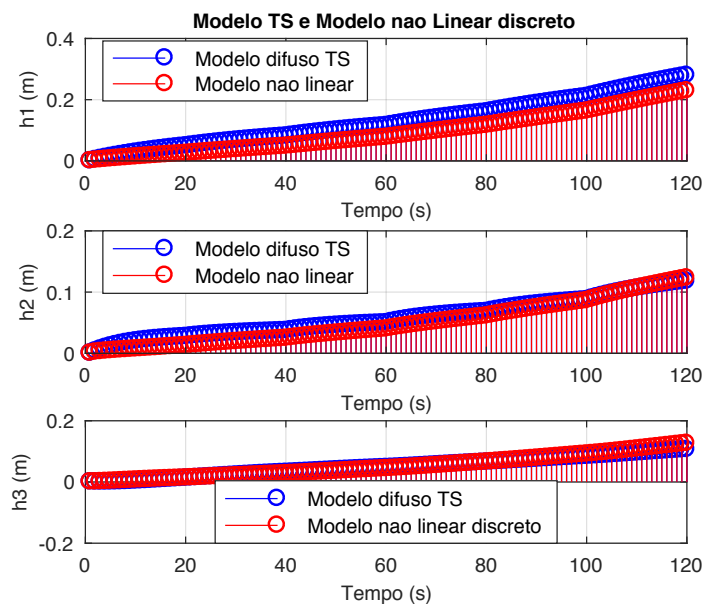


Figura 6.4: Modelo T-S e não linear discreto.

6.2.2 Controlo difuso T-S por RVE com efeito integral

Através da ferramenta disponível no *Matlab LMI Toolbox*, e tendo em conta o problema de estabilização quadrática por LMIs, com detalhes descritos em 4.3.1, limitadas a uma região de círculo unitário, implementou-se as matrizes de estabilidade, de onde se obteve os ganhos de retroacção K_i .

Com o conceito de compensação paralela distribuída (PDC), conforme descrito em 4.3, com base nestas instruções e com o auxílio da ferramenta *Fuzzy Logic Toolbox*, do software Matlab, a estrutura do controlador difuso em questão foi construída [49, 50], os resultados podem ser conferidos através das figuras 6.5 e 6.6.

6.2.2.1 Controlador PDC - Simulação

Os resultados dos ensaios em simulação, onde é exposto o comportamento do controlador PDC, podem ser conferidos nas figuras 6.5 e 6.6.

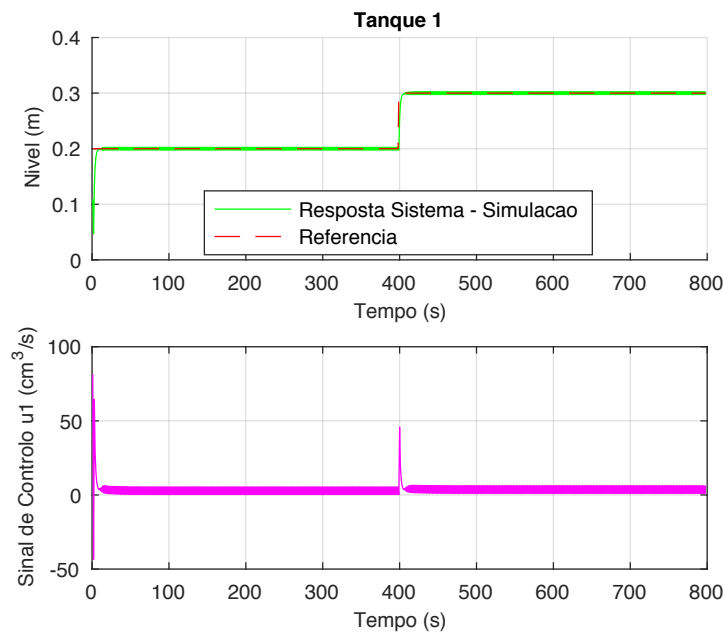


Figura 6.5: Resposta do controlador difuso T-S PDC Tanque 1 - Simulação.

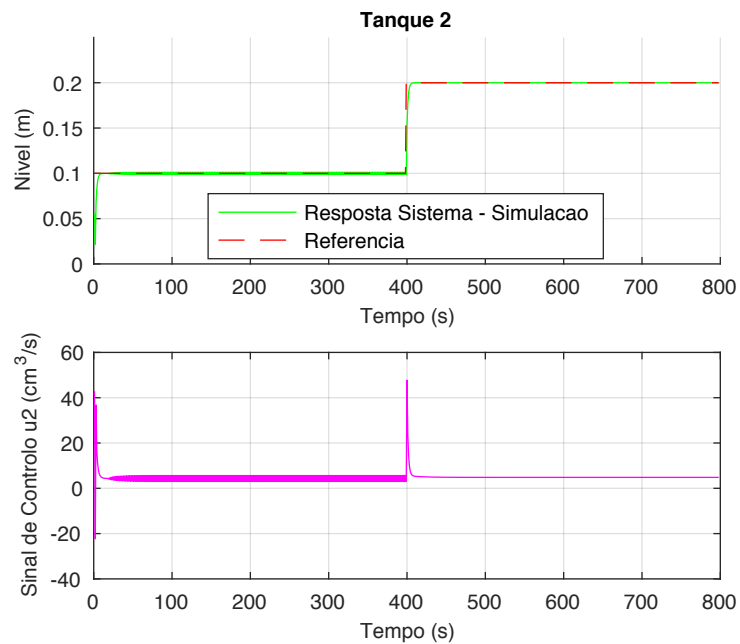


Figura 6.6: Resposta do controlador difuso T-S PDC Tanque 2 - Simulação.

O comportamento do controlador do tipo PDC em simulação apresenta resultados satisfatórios, pois a resposta do sistema tende para a referência num certo intervalo de tempo. Além disso, não são observadas sobrelevações. De notar que pelo facto da entrada não estar restringida nas acções de controlo ocorrem valores extremamente elevados nos instantes iniciais à alteração de referência.

6.2.2.2 Controlador PDC - Processo Físico

Da mesma forma, os resultados do processo real, que também expõe os comportamentos do controlador, podem ser conferidos nas figuras 6.7 e 6.8.

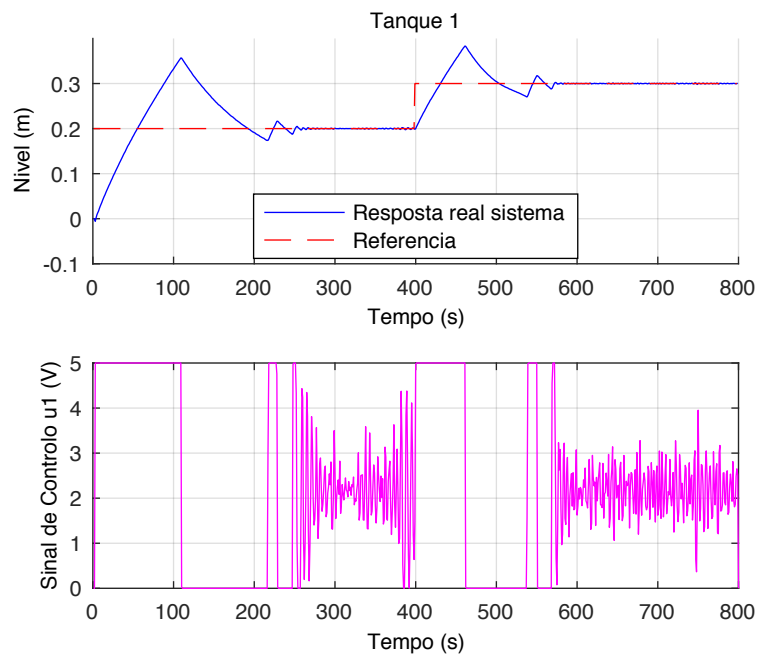


Figura 6.7: Resposta do controlador difuso T-S PDC Tanque 1 - Processo Físico.

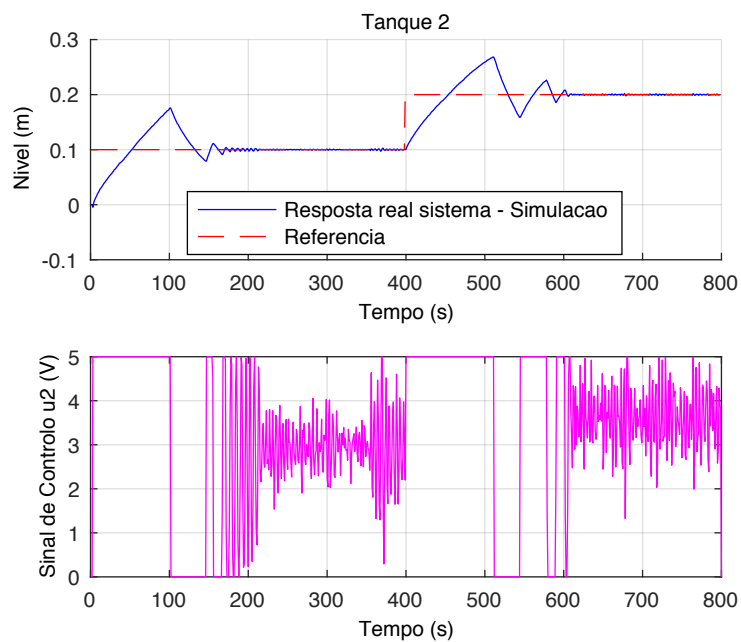


Figura 6.8: Resposta do controlador difuso T-S PDC Tanque 2 - Processo Físico.

No processo real, o controlador PDC com saturador implementado na entrada, mesmo acompanhando a referência, a acção de controlo apresenta um efeito mais agressivo que o simulado.

6.2.2.3 Processo físico com perturbações

Ainda no processo físico, onde ocorreu uma perturbação, ao abrir as válvulas frontais dos tanques 1, 2 e 3, uma de cada vez, no instante de 300 segundos e regressando ao estado original (fechada) no instante de 600 segundos, os comportamentos resultantes do controlador, podem ser conferidos nas figuras 6.9, 6.10, 6.11, 6.12, 6.13 e 6.14.

- Processo físico com perturbação na válvula 1:

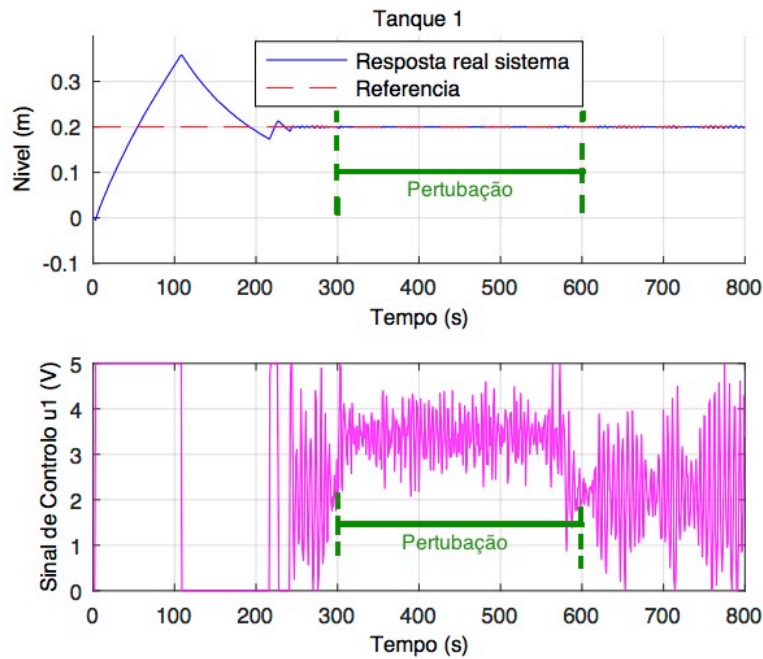


Figura 6.9: Resposta do controlador difuso T-S PDC: Tanque 1 - Processo físico com perturbação na válvula 1.

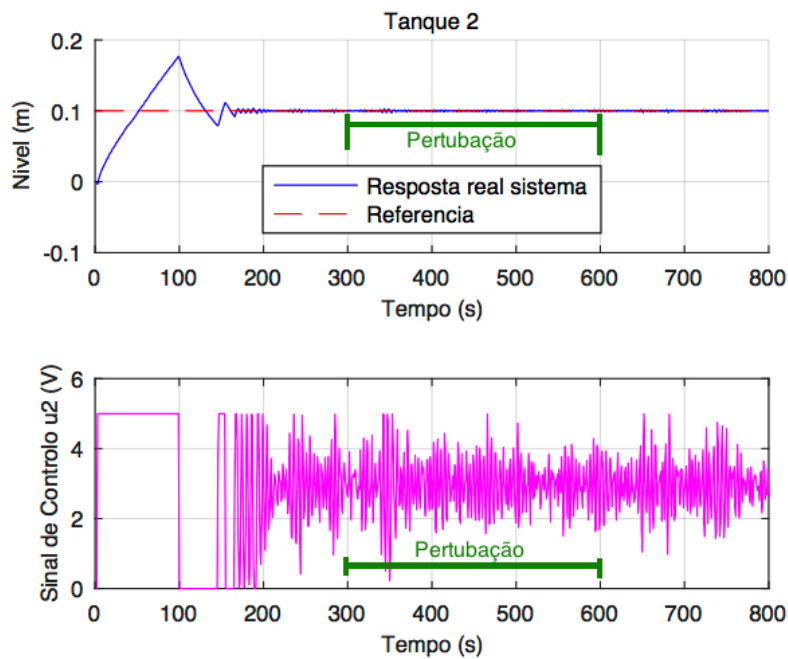


Figura 6.10: Resposta do controlador difuso T-S PDC: Tanque 2 - Processo físico com perturbação na válvula 1.

- Processo físico com perturbação na válvula 2:

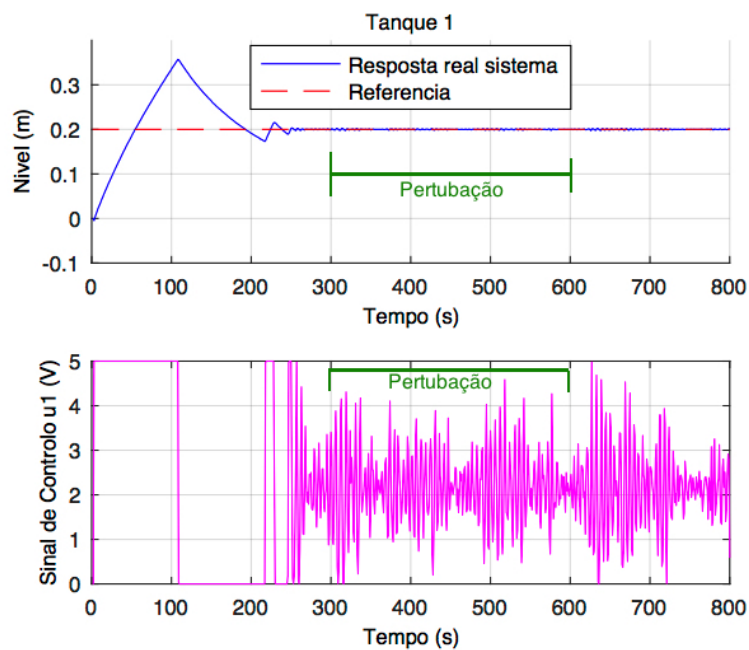


Figura 6.11: Resposta do controlador difuso T-S PDC: Tanque 1 - Processo físico com perturbação na válvula 2.

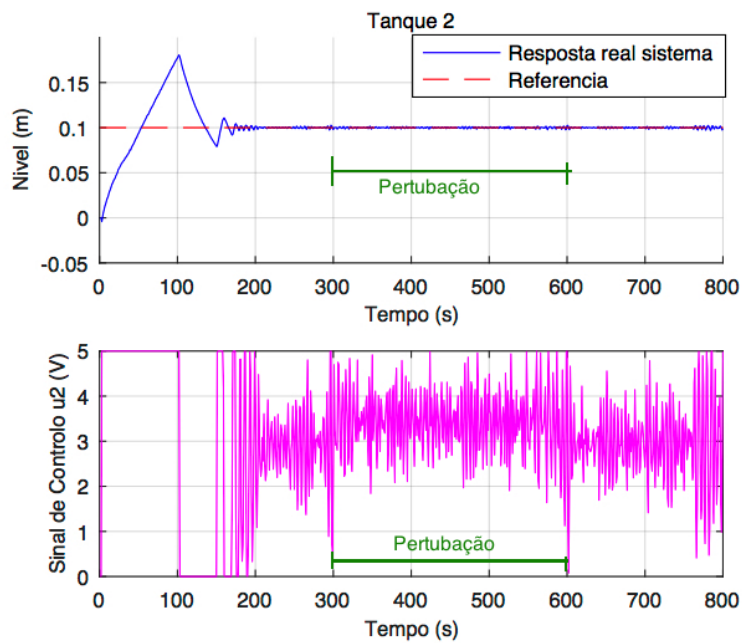


Figura 6.12: Resposta do controlador difuso T-S PDC: Tanque 2 - Processo físico com perturbação na válvula 2.

- Processo físico com perturbação na válvula 3:

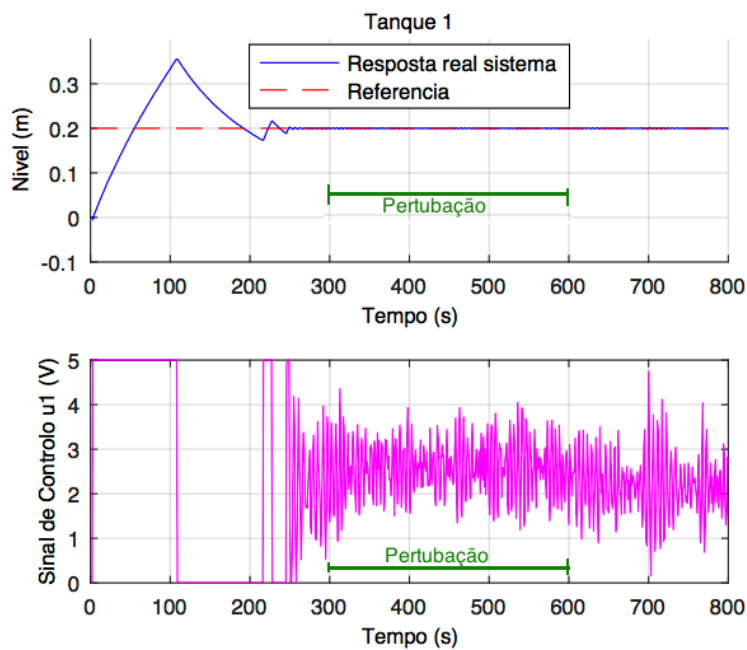


Figura 6.13: Resposta do controlador difuso T-S PDC: Tanque 1 - Processo físico com perturbação na válvula 3.

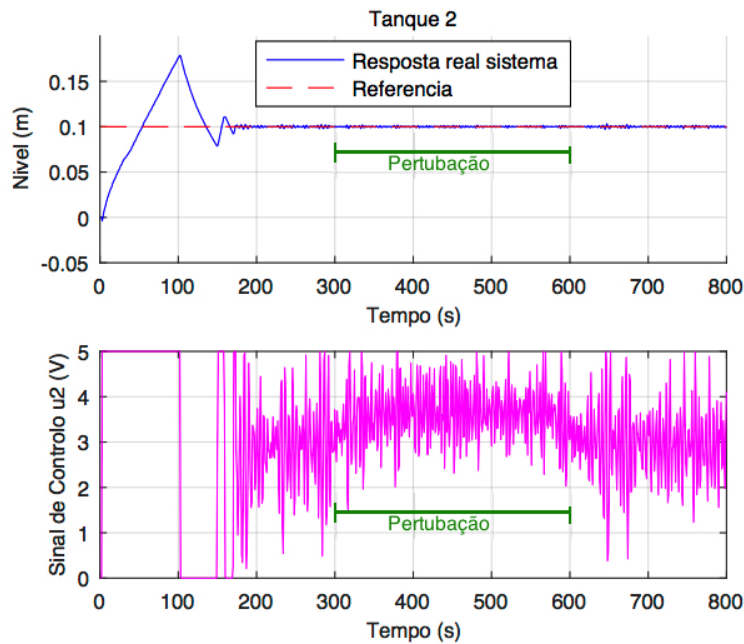


Figura 6.14: Resposta do controlador difuso T-S PDC: Tanque 2 - Processo físico com perturbação na válvula 3.

Com a perturbação na válvula 1, o sinal de controlo do tanque 1 apresentou alterações enquanto o sinal de controlo do tanque 2 permaneceu inalterado, o mesmo não ocorre com as perturbações nas válvula 2 e 3, onde o sinal de controlo do tanque 2 apresenta alterações em ambas perturbações enquanto o sinal de controlo do tanque 1 permanece inalterado, o que é esperado, pois o tanque 2 também recebe líquido do tanque 3.

6.2.3 Controlo difuso T-S Robusto por RVE com efeito integral

Semelhante ao processo de construção do controlador com o conceito de compensação paralela distribuída (PDC), utilizando a ferramenta e estruturas como estabilidade por LMIs (referidos anteriormente em 6.2.2) e a ferramenta disponível no *Matlab LMI Toolbox*, o controlador robusto do tipo H_∞ tem como particularidade a construção fundamentada nos conceitos de minimização, conforme descrito teoricamente no capítulo 5.

6.2.3.1 Controlador H_∞ - Simulação

Os resultados dos ensaios em simulação, onde é exposto o comportamento do controlador robusto, encontram-se apresentados nas figuras 6.15 e 6.16.

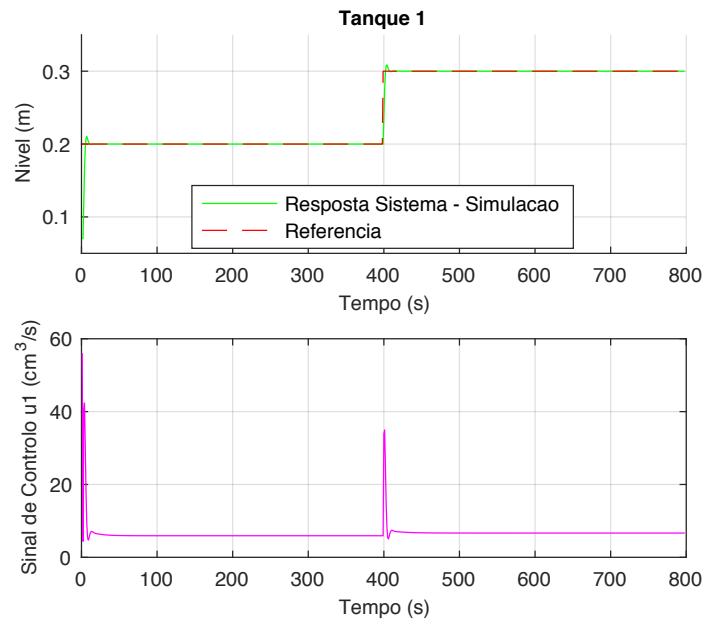


Figura 6.15: Resposta do controlador difuso T-S Robusto H_∞ Tanque 1 - Simulação.

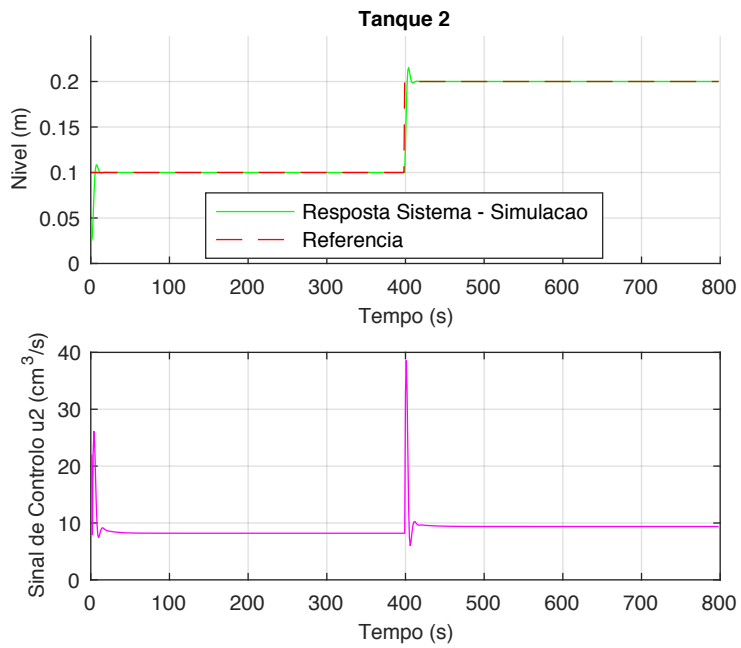


Figura 6.16: Resposta do controlador difuso T-S Robusto H_∞ Tanque 2 - Simulação.

Os resultados apresentados do comportamento do controlador robusto em simulação são satisfatórios, superiores aos resultados do controlador PDC, além do níveis dos tanques seguirem o sinal de referência aplicado, como também no PDC, as acções de controlo tem um efeito mais "suave" comparados aos sinais de controlo do controlador PDC.

6.2.3.2 Controlador H_∞ - Processo Físico

Da mesma forma, os resultados do processo real, que também expõe os comportamentos do controlador, podem ser conferidos nas figuras 6.17 e 6.18.

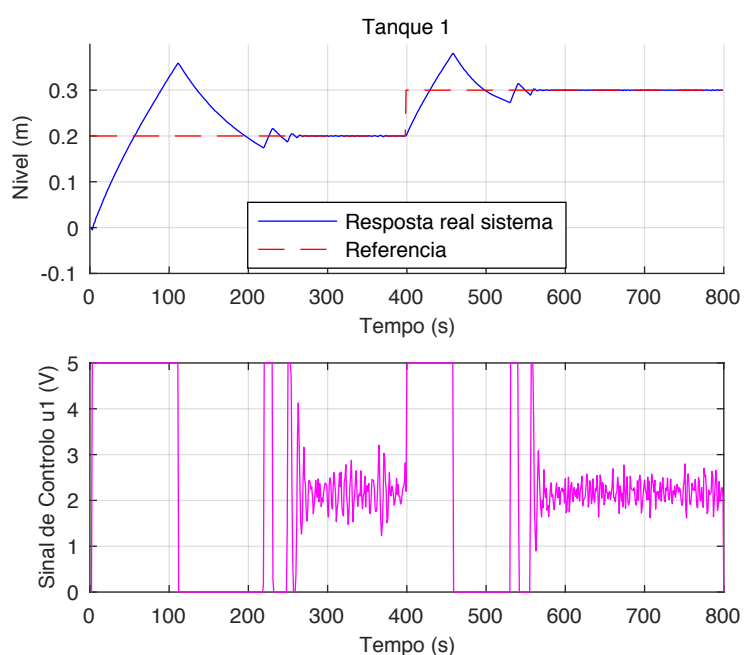


Figura 6.17: Resposta do controlador difuso T-S Robusto H_∞ Tanque 1 - Processo Físico.

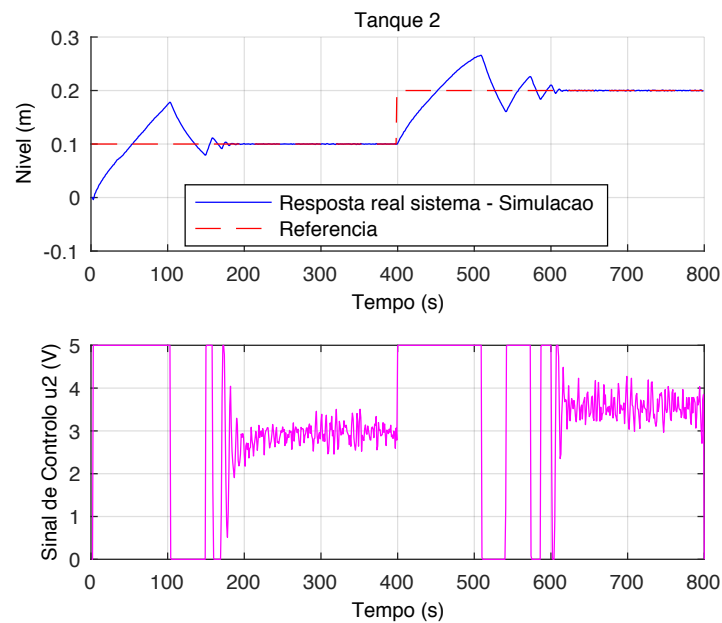


Figura 6.18: Resposta do controlador difuso T-S Robusto H_∞ Tanque 2 - Processo Físico.

Os resultados da ação de controlo referente ao controlador robusto no processo real é mais suave que os resultados reais apresentados do controlador PDC. No entanto, é visível que este ainda apresenta um efeito um pouco mais agressivo comparado com os resultados da simulação.

6.2.3.3 Processo físico robusto H_∞ com perturbações

Da mesma forma que, efectuado para o controlador PDC, no processo físico, houve uma perturbação, ou seja, ao abrir as válvulas frontais dos tanques 1, 2 e 3, uma de cada vez, no instante de 300 segundos e regressando ao estado original (fechada) no instante de 600 segundos, os comportamentos resultantes do controlador robusto, podem ser conferidos nas figuras 6.19, 6.20, 6.21, 6.22, 6.23 e 6.24.

- Processo físico robusto com perturbação na válvula 1:

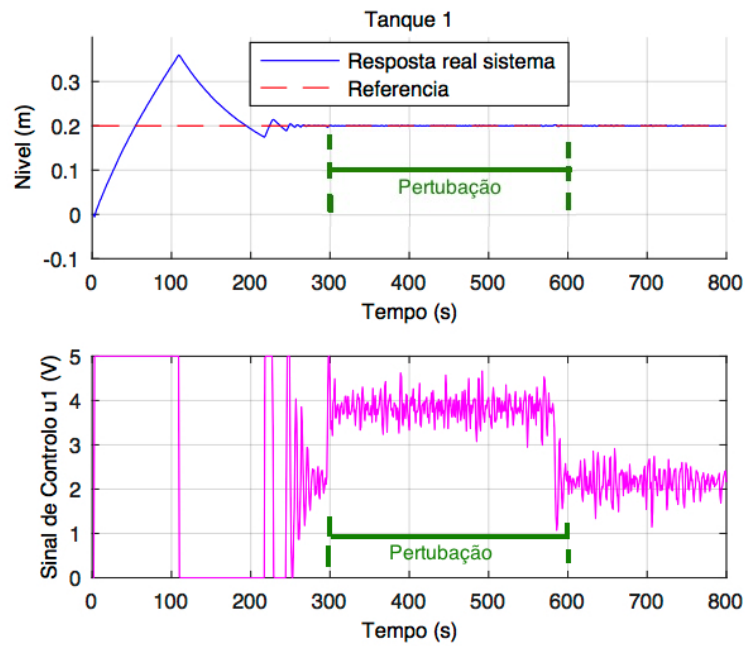


Figura 6.19: Resposta do controlador difuso T-S Robusto H_{∞} : Tanque 1 - Processo físico com perturbação na válvula 1.

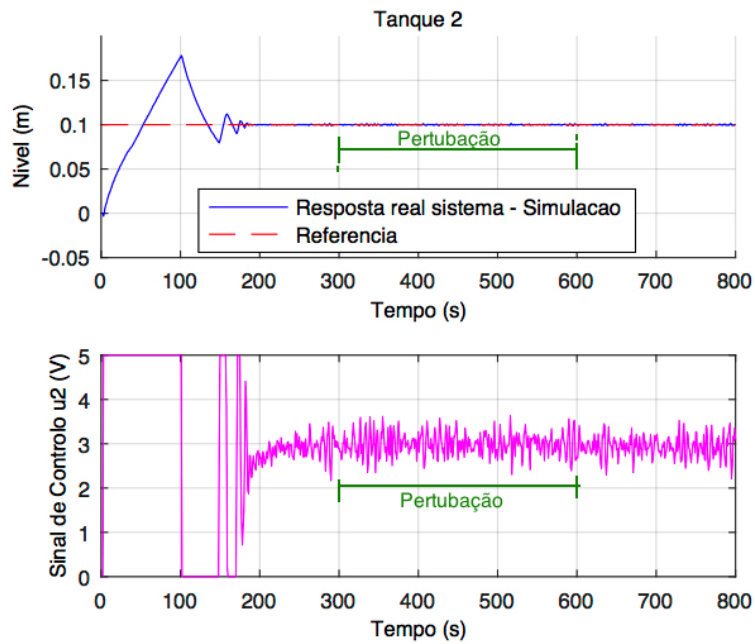


Figura 6.20: Resposta do controlador difuso T-S Robusto H_∞ : Tanque 2 - Processo físico com perturbação na válvula 1.

- Processo fisico robusto com perturbação na válvula 2:

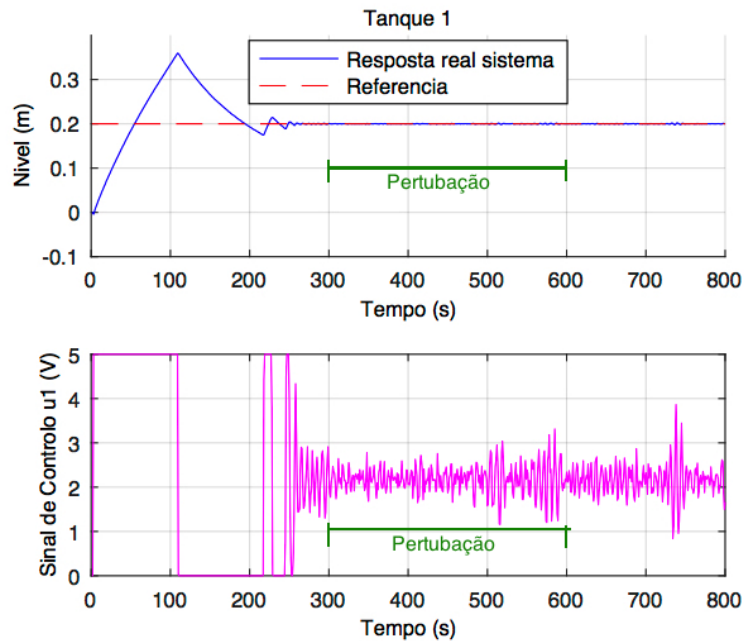


Figura 6.21: Resposta do controlador difuso T-S Robusto H_∞ : Tanque 1 - Processo físico com perturbação na válvula 2.

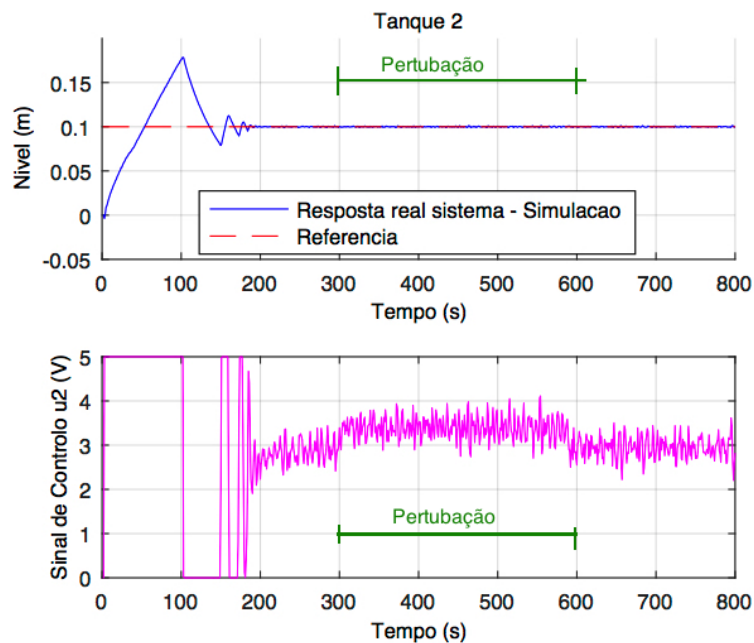


Figura 6.22: Resposta do controlador difuso T-S Robusto H_{∞} : Tanque 2 - Processo físico com perturbação na válvula 2.

- Processo físico robusto com perturbação na válvula 3:

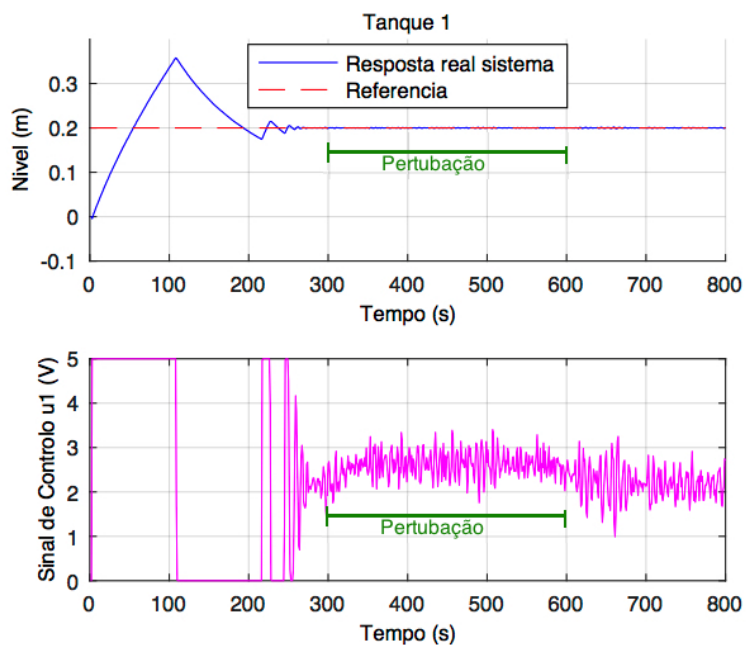


Figura 6.23: Resposta do controlador difuso T-S Robusto H_{∞} : Tanque 1 - Processo físico com perturbação na válvula 3.

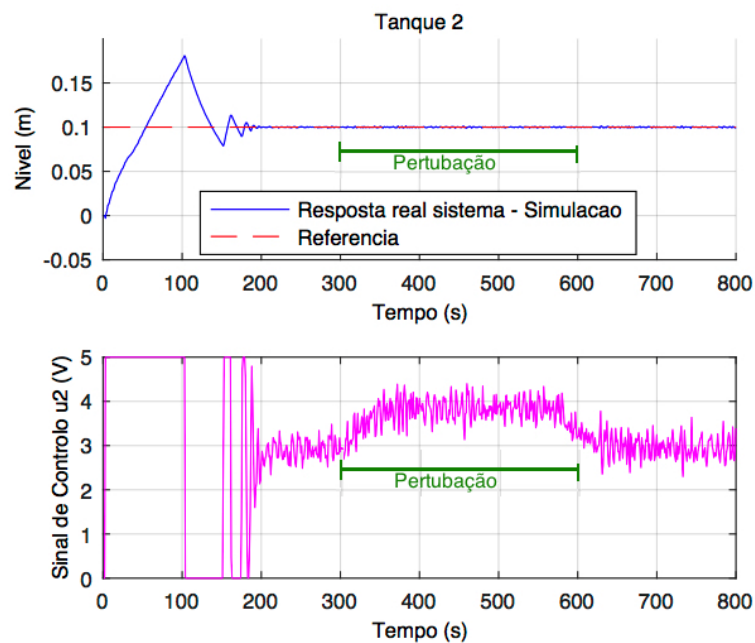


Figura 6.24: Resposta do controlador difuso T-S Robusto H_{∞} : Tanque 2 - Processo físico com perturbação na válvula 3.

Com a perturbação na válvula 1, o sinal de controlo do tanque 2 manteve-se estável, enquanto o sinal de controlo do tanque 1 apresentou alterações, contudo, em relação as perturbações nas válvula 2 e 3, o sinal de controlo do tanque 1 apresenta estabilidade enquanto o sinal de controlo do tanque 2 apresenta ligeiras alterações, tal comportamento demonstrado é satisfatório, reagiu conforme o esperado para um controlador do tipo robusto.

6.2.4 Análise de resultados

Recorreu-se a duas métricas que demonstram o desempenho do sistema em anel fechado, com o objetivo de analisar os resultados, referindo-se ao erro e ao incremento de ação de controlo.

Tais métricas são definidas pelos termos RMSE³ e MSI⁴ conforme as equações 6.5 e 6.6 a seguir:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N [y(k) - r(k)]^T [y(k) - r(k)]}{\sum_{k=1}^N r(k)^T r(k)}} \quad (6.5)$$

$$MSI = \frac{\sum_{k=2}^N |u(k) - u(k-1)|}{N} \quad (6.6)$$

Logo, as métricas obtidas são apresentadas nas tabelas 6.2 e 6.3:

Tabela 6.2: Métrica de desempenho.

Controlador	RMSE [%] - Tanque 1	RMSE [%] - Tanque 2
PDC	0.0507	0.0280
PDC com perturbação - válvula 1	0.0473	0.0197
PDC com perturbação - válvula 2	0.0471	0.0204
PDC com perturbação - válvula 3	0.0469	0.0202
Robusto	0.0509	0.0282
Robusto com perturbação - válvula 1	0.0477	0.0199
Robusto com perturbação - válvula 2	0.0476	0.0202
Robusto com perturbação - válvula 3	0.0473	0.0205

Tabela 6.3: Métrica MSI sobre desempenho dos controladores.

Controlador	MSI - Tanque 1	MSI - Tanque 2
PDC	0.0031	0.0048
PDC com perturbação - válvula 1	0.0054	0.0043
PDC com perturbação - válvula 2	0.0035	0.0033
PDC com perturbação - válvula 3	0.0035	0.0040
Robusto	0.0026	0.0048
Robusto com perturbação - válvula 1	0.0030	0.0042
Robusto com perturbação - válvula 2	0.0019	0.0032
Robusto com perturbação - válvula 3	0.0034	0.0036

³RMSE=Root Mean Square of Error

⁴MSI=Mean Square of control action Increment

Tendo em conta estes resultados pode-se concluir que, referente ao MSI, os resultados de ambos controladores são satisfatórios. Ainda sim, o controlador robusto sobressai com um melhor desempenho comparado com o PDC, conforme observado anteriormente nos gráficos, onde as acções de controlo do robusto apresentam mais suavidade.

No entanto, em relação ao RMSE, os resultados parecem o contrário, pois o PDC apresenta menores valores de erro do que o robusto, o que é esperado, pois o robusto tem uma acção de controlo mais suave e, desta forma, acaba por apresentar um maior erro, enquanto que o PDC apresenta um maior esforço na atuação, o que acaba por reduzir o seu erro. Em resumo, trata-se da eterna questão de compromisso entre o erro e variação da acção de controlo.

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Neste capítulo são abordadas as conclusões sobre esta dissertação e sugestões para trabalhos futuros.

7.1 Conclusões

Nesta dissertação, os modelos difusos Takagi-Sugeno foram adoptados para representação de sistemas não-lineares, onde as dinâmicas locais, foram aproximadas por meio de modelos lineares.

O controlador do tipo RVE difuso T-S, sob o conceito de compensação paralela distribuída (PDC), mostrou-se satisfatório nas aplicações reais, permitindo a utilização de técnicas, em anel fechado, para processos de controlo dentro da síntese de regras difusas T-S.

A estabilidade e técnicas de compensação realizados pelo método das LMIs, fundamentadas no critério de estabilidade de Lyapunov, restritas à região definida pelo círculo unitário. O recurso de LMIs demonstrou ser uma ferramenta poderosa no projecto dos controladores difusos. Algoritmos computacionais de otimização convexa e minimização foram usados para encontrar as soluções de LMIs para os controladores PDC e Robusto.

O controlador robusto apresentou resultados superiores ao de conceito de

PDC, onde os sinais de actuação apresentaram mais suavidade e tolerância satisfatória perante perturbações no nível dos tanques.

7.2 Perspectivas

Para trabalhos futuros ainda há uma vasta margem de pesquisa e desenvolvimento para controladores difusos robustos, entre eles , os mistos, com números elevados de variáveis linguísticas e, conseqüentemente, regras, com a utilização das ferramentas de LMI e Fuzzy do software Matlab.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Kazuo Tanaka e Michio Sugeno. “Stability Analysis and Design of Fuzzy Control Systems”. Em: *Fuzzy Sets and Systems* 45.2 (jan. de 1992), pp. 135–156.
- [2] William Calvert Kneale e Martha Kneale. *O desenvolvimento da lógica*. pt. Fundação Calouste Gulbenkian, 1991.
- [3] Jan Łukasiewicz. “A System of Modal Logic”. Em: *Proceedings of the XIth International Congress of Philosophy* 14 (jan. de 1953), pp. 82–87.
- [4] Lotfi A Zadeh. “Fuzzy Sets”. Em: *Information and control* 8.3 (1965), pp. 338–353.
- [5] E. H. Mamdani. “Application of Fuzzy Algorithms for Control of Simple Dynamic Plant”. Em: *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers* 121.12 (dez. de 1974), pp. 1585–1588.
- [6] Sankar K. Pal e James F. Peters. *Rough Fuzzy Image Analysis: Foundations and Methodologies*. 1st. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, Inc., 2010.
- [7] L. A. Zadeh. “Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes”. Em: *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* SMC-3.1 (jan. de 1973), pp. 28–44.
- [8] Erica Regina Marani Daruichi [UNESP Machado. “Modelagem e controle de sistemas fuzzy Takagi-Sugeno”. por. Tese de doutoramento. Nov. de 2003.
- [9] Li-Xin Wang. *A Course in Fuzzy Systems and Control*. en. Prentice Hall PTR, 1997.
- [10] Carlos C. T. Ferreira. “Análise Matemática de Modelos Fuzzy Takagi-Sugeno no Domínio da Frequência via Transformada Discreta de Fourier”. pt. Em: *Revista INNOVER* — ISSN: 2448-4105 1.1 (mar. de 2011), pp. 77–84.
- [11] Duarte Ramos.

- [12] Radu-Emil Precup e Hans Hellendoorn. "A Survey on Industrial Applications of Fuzzy Control". Em: *Computers in Industry* 62.3 (abr. de 2011), pp. 213–226.
- [13] Kevin M. Passino e Stephen Yurkovich. *Fuzzy Control*. Menlo Park, Calif: Addison-Wesley, 1998.
- [14] Herbert Martins Gomes. "Fuzzy Logic for Structural System Control". Em: *Latin American Journal of Solids and Structures* 9.1 (0), pp. 111–129.
- [15] C. C. Lee. "Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller. I". Em: *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* 20.2 (mar. de 1990), pp. 404–418.
- [16] PMS Rizol, Leonardo Mesquita e Osamu Saotome. "Lógica Fuzzy Tipo-2". Em: *Revista Sodebras* 6 (2011), pp. 27–46.
- [17] G. C. Mouzouris e J. M. Mendel. "Dynamic Non-Singleton Fuzzy Logic Systems for Nonlinear Modeling". Em: *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 5.2 (mai. de 1997), pp. 199–208.
- [18] G. Feng. "A Survey on Analysis and Design of Model-Based Fuzzy Control Systems". Em: *IEEE Trans. Fuzzy Systems* 14 (2006), pp. 676–697.
- [19] D. Driankov, H. Hellendoorn e M. Reinfrank. *An Introduction to Fuzzy Control*. New York, NY, USA: Springer-Verlag New York, Inc., 1993.
- [20] Gayatri Agnihotri. "Sonali Dasgupta". Em: *J. Electrical Systems* 7.3 (2011), pp. 332–342.
- [21] T. Takagi e M. Sugeno. "Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control". Em: *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* SMC-15.1 (jan. de 1985), pp. 116–132.
- [22] Karel J. Keesman. *System Identification: An Introduction*. Springer Science & Business Media, 2011.
- [23] RICHARD M. TONG. "Synthesis of Fuzzy Models for Industrial Processes-Some Recent Results". Em: *International Journal of General Systems* 4.3 (jan. de 1978), pp. 143–162.
- [24] Rafael Bellini Marques de Souza. "Projeto de Reguladores Fuzzy Takagi-Sugeno Utilizando as Condições Iniciais Da Planta". Masterthesis. 2006.
- [25] Carlos Eduardo Milhor. "Proposta de Um Controlador Difuso Takagi-Sugeno Com Desempenho H Para Regulagem Da Marcha Lenta Em Motores de Ciclo Otto". Tese de doutoramento. Universidade de São Paulo, 2008.

- [26] Kazuo Tanaka e Hua O Wang. *Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach*. English. OCLC: 835419745. Wiley-Interscience, 2002.
- [27] M Sugeno e G. T Kang. “Structure Identification of Fuzzy Model”. Em: *Fuzzy Sets and Systems* 28.1 (out. de 1988), pp. 15–33.
- [28] Leonardo Amaral Mozelli. *Controle Fuzzy para sistemas takagi-sugeno: condições aprimoradas e aplicações*. Português. Dissertação de Mestrado. Set. de 2008.
- [29] D. J. Leith e W. E. Leithead. “Analytic Framework for Blended Multiple Model Systems Using Linear Local Models”. Em: *International Journal of Control* 72.7-8 (jan. de 1999), pp. 605–619.
- [30] D. Saez e R. Zuniga. “Takagi-Sugeno Fuzzy Model Structure Selection Based on New Sensitivity Analysis”. Em: *The 14th IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 2005. FUZZ '05*. Mai. de 2005, pp. 501–506.
- [31] Haiping Du e Nong Zhang. “Application of Evolving Takagi–Sugeno Fuzzy Model to Nonlinear System Identification”. Em: *Applied Soft Computing* 8.1 (jan. de 2008), pp. 676–686.
- [32] Paulo Antônio Brudna Sogari. “Controle robusto de nível de dois tanques acoplados”. por. Em: (2015).
- [33] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron e V. Balakrishnan. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Studies in Applied and Numerical Mathematics. Society for Industrial and Applied Mathematics, jan. de 1994.
- [34] Natache do Socorro Dias Arrifano. “Uma abordagem fuzzy para a estabilização de uma classe de sistemas não-lineares com saltos Markovianos”. pt-br. text. Universidade de São Paulo, abr. de 2004.
- [35] E. N. G. Goncalves, R. M. Palhares, R. H. C. Takahashi e R. C. Mesquita. “ H_2 and H_∞ e-Guaranteed Cost Computation of Uncertain Linear Systems”. Em: *IET Control Theory Applications* 1.1 (jan. de 2007), pp. 201–209.
- [36] Geir E. Dullerud e Fernando Paganini. *A Course in Robust Control Theory: A Convex Approach*. en. Springer New York, nov. de 2005.
- [37] Manfred Morari e Evangelos Zafiriou. *Robust Process Control*. en. Prentice Hall, 1989.
- [38] Carsten Scherer e Siep Weiland. “Lecture Notes DISC Course on Linear Matrix Inequalities in Control”. en. Em: (), p. 208.

- [39] Donald Neumann. *Síntese de controladores robustos $H_2/H[\text{infinito}]D$ - estáveis via algoritmos evolutivos : uma abordagem LMI / Donald Neumann ; orientador, Humberto Xavier de Araújo.* por. 2006.
- [40] Gjerrit Meinsma. *Frequency domain methods in H_∞ control.* nl. OCLC: 835099147.
- [41] Kap Rai Lee, Eun Tae Jeung e Hong Bae Park. “Robust Fuzzy $H[\text{Infinito}]$ Control for Uncertain Nonlinear Systems via State Feedback: An LMI Approach”. Em: *Fuzzy Sets and Systems* 120.1 (mai. de 2001), pp. 123–134.
- [42] Sung-Kyung Hong. “Synthesis of an LMI-Based Fuzzy Control System with Guaranteed Optimal H Infin; Performance”. Em: *1998 IEEE International Conference on Fuzzy Systems Proceedings. IEEE World Congress on Computational Intelligence (Cat. No.98CH36228)*. Vol. 1. Mai. de 1998, 422–427 vol.1.
- [43] Kemin Zhou, Pramod P. Khargonekar, Jakob Stoustrup e Hans Henrik Niemann. “Robust Performance of Systems with Structured Uncertainties in State Space”. Em: *Automatica* 31.2 (fev. de 1995), pp. 249–255.
- [44] D. M. Stipanovic e D. D. Siljak. “Robust Stability and Stabilization of Discrete-Time Non-Linear Systems: The LMI Approach”. Em: *International Journal of Control* 74.9 (jan. de 2001), pp. 873–879.
- [45] Vladimir A Yakubovich. “S-Procedure in Nolinear Control Theory”. Em: *Vestnik Leningradskogo Universiteta, Ser. Matematika* (1971), pp. 62–77.
- [46] P. Gil, C. Lucena, A. Cardoso e L. B. Palma. “Gain Tuning of Fuzzy PID Controllers for MIMO Systems: A Performance-Driven Approach”. Em: *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 23.4 (ago. de 2015), pp. 757–768.
- [47] Severus Olteanu, Abdel Aitouche e Lotfi Belkoura. “Advanced Embedded Nonlinear Observer Design and HIL Validation Using a Takagi-Sugeno Approach with Unmeasurable Premise Variables”. Em: *Journal of Physics Conference Series* 570 (dez. de 2014).
- [48] TIAGO SOARES VÍTOR. “Projeto de sistemas de controle com modelagem Takagi-Sugeno e Implementação de controladores fuzzy com retroação de estados.” pt. Em: (), p. 101.
- [49] H. O. Wang, K. Tanaka e M. Griffin. “Parallel Distributed Compensation of Nonlinear Systems by Takagi-Sugeno Fuzzy Model”. Em: *Proceedings of 1995 IEEE International Conference on Fuzzy Systems*. Vol. 2. Mar. de 1995, 531–538 vol.2.

- [50] H. O. Wang, K. Tanaka e M. F. Griffin. “An Approach to Fuzzy Control of Nonlinear Systems: Stability and Design Issues”. Em: *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 4.1 (fev. de 1996), pp. 14–23.

