

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta strojní



MKP simulace deformačního chování
pěnových a voštinových jader sendvičů

Diplomová práce

2018

Jan Fořt

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Fořt** Jméno: **Jan** Osobní číslo: **424807**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávací katedra/ústav: **Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky**
Studijní program: **Strojní inženýrství**
Studijní obor: **Aplikovaná mechanika**

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

MKP simulace deformačního chování pěnových a voštinových jader sendvičů

Název diplomové práce anglicky:

FEM simulation of the deformation behavior of foam and honeycomb sandwich cores

Pokyny pro vypracování:

- 1) Rešerše problematiky napětově-deformační analýzy sendvičových struktur. Rešerše mechanických charakteristik materiálů používaných pro pěnová a voštinová jádra.
- 2) Vytvoření MKP modelu pěnového jádra, naladění materiálových parametrů dle vlastních a převzatých experimentů.
- 3) Vytvoření podrobného a zjednodušeného MKP modelu voštinového jádra, naladění materiálových parametrů dle vlastních a převzatých experimentů.
- 4) Návrh metodiky pro vytváření MKP modelů sendvičových pěnových a voštinových jader.
- 5) Diskuze a závěry pro výše popsané modely.

Seznam doporučené literatury:

Laš, V. (2008) Mechanika kompozitních materiálů. ZČU, Plzeň.
Barbero, R.J. (2008) Finite Element Analysis of Composite Materials. CRC Press, Boca Raton.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

Ing. Ctirad Novotný, Ph.D., odbor pružnosti a pevnosti FS

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

Datum zadání diplomové práce: **19.04.2018**

Termín odevzdání diplomové práce: **17.08.2018**

Platnost zadání diplomové práce: _____

Ing. Ctirad Novotný, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce

prof. Ing. Milan Růžička, CSc.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

Anotační list

Jméno autora:	Bc. Jan Fořt
Název diplomové práce:	MKP simulace deformačního chování pěnových a voštinových jader sendvičů
Anglický název:	FEM simulation of the deformation behavior of foam and honeycomb sandwich cores
Rok:	2018
Obor studia:	Aplikovaná mechanika
Ústav:	Ú12105 Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky
Odbor:	Odbor pružnosti a pevnosti
Vedoucí:	Ing. Ctirad Novotný, Ph. D.
Bibliografické údaje:	počet stran: 57 počet obrázků: 40 počet tabulek: 2 počet příloh: 2
Klíčová slova:	nosník, sendvič, pěna, voština, jádro, MKP analýza, ohyb, identifikace
Keywords:	beam, sandwich, foam, honeycomb, core, FEM analysis, bending, identification

Anotace:

Práce je zaměřena na problematiku tvorby numerických modelů jader sendvičů. Je popsána stavba sendvičových struktur, mechanické charakteristiky materiálů tvořících voštinová a pěnová jádra a jsou poskytnuty analytické vztahy pro výpočty. Dále je pro dvojici vybraných vzorků materiálů, voštiny a pěny, zpracován metodický postup MKP simulace při snaze nalézt efektivní způsob tvorby a kalibrace numerických modelů. Jsou popsány teoretické úvahy a je vedena diskuze nad výsledky.

Abstract:

The thesis is focused on issues regarding creation of numerical models of sandwich cores. A composition of a sandwich is described as well as mechanical properties of the cores materials. Analytical solutions of sandwich structures are provided. A procedure of a finite element analysis of selected honeycomb and foam specimens is described, being focused on finding an efficient way of creating and calibrating numerical models. Theoretical assumptions and results are discussed.

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně a pouze s použitím zdrojů uvedených na konci této práce.

Souhlasím s publikací této diplomové práce nebo jejích částí včetně příloh, budu-li zároveň uveden jako spoluautor.

Dne:

Podpis:

Děkuji vedoucímu práce, Ing. Ctiradovi Novotnému, Ph. D., za věnovaný čas a poskytnutí cenných rad, připomínek a podkladů k tvorbě práce. Za přípravu a provedení experimentů děkuji Ing. Karlu Doubravovi, Ph. D.

Seznam symbolů a veličin

SYMBOL	VELIČINA	JEDNOTKA
A_{ij}	prvek matice tahové tuhosti A	$[N \cdot m^{-1}]$
b	šířka nosníku	$[m]$
B_{ij}	prvek matice vazební tuhosti B	$[N \cdot m^{-1}]$
C	matice tuhosti	$[Pa]$
D_{ij}	prvek matice ohybové tuhosti D	$[N]$
E	Youngův modul pružnosti izotropního tělesa	$[Pa]$
$E_L, E_T, E_{T'}$	Youngovy moduly pružnosti v podélném směru L , příčném směru T a příčném směru T'	$[Pa]$
F	síla	$[N]$
F_{ij}	prvek matice smykové tuhosti F	$[N \cdot m^{-1}]$
G	modul pružnosti ve smyku izotropního tělesa	$[Pa]$
G_{ij}	prvek matice vazební tuhosti (sendvičová teorie)	$[N \cdot m^{-1}]$
$G_{LT}, G_{TT'}, G_{LT'}$	moduly pružnosti ve smyku v rovinách LT , TT' a LT'	$[Pa]$
h	tloušťka nosníku	$[m]$
h_c	tloušťka jádra sendviče	$[m]$
h_k	souřadnice k-té vrstvy laminátu	$[m]$
H	tloušťka laminátu	$[m]$
J	kvadratický modul průřezu	$[m^4]$
k	vektor křivosti střední vrstvy laminátu	
K	globální matice tuhosti (ABD)	viz prvky
l	délka nosníku (vzdálenost podpor)	$[m]$
M	vektor momentů na jednotku délky	$[N]$
N	vektor výslednic sil na jednotku délky	$[N \cdot m^{-1}]$
S	matice poddajnosti	$[Pa^{-1}]$
t	čas	$[s]$
t_k	tloušťka k-té vrstvy laminátu	$[m]$
T_ε	transformační matice pro vektor deformace	
T_σ	transformační matice pro vektor napětí	
w	průhyb nosníku	$[m]$
δ	oddálení	$[m]$
$\varepsilon_{\mathbf{m}}$	vektor deformace střední roviny laminátu	
$\varepsilon_L, \varepsilon_T, \varepsilon_{T'}$	poměrné deformace v souř. systému $O(L, T, T')$	
$\varepsilon_{LT}, \varepsilon_{TT'}, \varepsilon_{LT'}$	zkosy v souřadnicovém systému $O(L, T, T')$	
Θ	úhel směru vláken	$[rad]$

$\nu_{LT}, \nu_{TT'}, \nu_{LT'},$ $\nu_{TL}, \nu_{T'T}, \nu_{T'L}$	Poissonovy poměry v souřadnicovém systému $O(L, T, T')$	
ν	Poissonův poměr izotropního tělesa	
$\sigma_L, \sigma_T, \sigma_{T'}$	normálové složky napětí v souř. systému $O(L, T, T')$	[Pa]
$\sigma_{LT}, \sigma_{TT'}, \sigma_{LT'}$	smykové složky napětí v souř. systému $O(L, T, T')$	[Pa]

Obsah

1 Úvod	1
2 Popis stavby sendvičových struktur	1
2.1 Potah	1
2.2 Jádro	2
2.3 Adhezivum	2
3 Napětově - deformační analýza sendvičových struktur	3
3.1 Rozdělení materiálů dle směrové závislosti jejich chování	3
3.2 Analytické přístupy k řešení sendvičových struktur	4
3.2.1 Ohyb nosníků	4
3.2.2 Poznámky k analytickému řešení	9
3.3 Přístupy k modelování kompozitních struktur pomocí MKP	10
4 Analýza voštinového jádra	12
4.1 Mechanické vlastnosti materiálů tvořících voštinu	12
4.2 Popis zkoumané voštiny	12
4.3 Způsob tvorby modelu, motivace	13
4.4 Návrh experimentů	13
4.5 Průběh a výsledky experimentů	14
4.6 Tvorba detailního modelu	17
4.6.1 Mechanické vlastnosti polypropylenu	17
4.6.2 Specifika modelu	19
4.7 Zjednodušený kontinuální model voštinového jádra	21
4.8 Identifikace materiálových parametrů	21
4.8.1 Detailní model	21
4.8.2 Zjednodušený model	25
4.9 Spojení zjednodušeného a detailního modelu	31
4.10 Diskuze a další možné postupy	32
4.10.1 Identifikace parametrů kohezních spojů	33
5 Analýza pěnového jádra	35
5.1 Mechanické vlastnosti pěny	35
5.2 Modely pěny	36
5.3 Zkoumaná pěna	36
5.4 Experiment	37
5.5 Tvorba modelu	38
5.6 Identifikace materiálových parametrů	39

5.7 Diskuze	42
6 Shrnutí a závěr	43
7 Seznam použitých zdrojů	44
8 Přílohy	46

Seznam obrázků

1	Struktura kompozitového sendviče	2
2	Souřadnicové systémy laminy [6]	5
3	Značení jednotlivých vrstev laminátu	6
4	Značení užívané pro sendvičové desky	8
5	Model kompozitu - microscopic modeling	10
6	Model kompozitu - layered modeling	11
7	Model kompozitu - smeared modelling	11
8	Příklad takové zkoušky hexagonální voštinové struktury v různých směrech [8]	12
9	Detail struktury voštiny s částečně odříznutým potahem	13
10	Schéma ohybových zkoušek	14
11	Průběh ohybové zkoušky voštinového nosníku.	15
12	Získané křivky pro voštinové vzorky o vzdálenosti podpor 600 mm, $\sigma = 1,391N$	16
13	Získané křivky pro voštinové vzorky o vzdálenosti podpor 300 mm, $\sigma = 4,387N$	16
14	Tahová zkouška tří vzorků polypropylenu (počátky grafů odsazeny) [9], upraveno	18
15	Nelineární viskoelastický a viskoelastický elastoplastický reologický model [10]	18
16	Model buňky - trubičky a znázorněné plochy pro umístění vazeb	20
17	Ilustrace vystavění detailního modelu nosníku s využitím symetrií	21
18	Podrobný popis procesu identifikace Youngova modulu	22
19	Průběh optimalizace Youngova modulu	23
20	Projev ztráty stability u modelu a během experimentu	23
21	Časový průběh energií pro finální iteraci modelu	24
22	Závislost síla - průhyb pro zkalibrovaný detailní model	25
23	Průběh závislosti Youngova modulu na posuvu při použití vztahu (33).	28
24	Závislost $w(t)$ během simulace.	29
25	Závislost $T(t)$ pro různé volby časového kroku.	29
26	Porovnání výsledků simulace zjednodušeného modelu s experimenty	30
27	Model po dosažení maximálního průhybu (barevně napětí σ_L)	30
28	Model vzniklý kombinací detailního a zjednodušeného modelu	31
29	Porovnání simulace kombinovaného modelu se zachyceným experimentem	32
30	Neporušená struktura buněk při velké deformaci	33
31	Možný způsob identifikace kohezních vazeb	34
32	Mikroskopický snímek polyuretanové pěny [18]	35
33	Výsledky experimentu pro pěnové nosníky, $l = 600$ mm. $\sigma = 1,69$ N	37
34	Výsledky experimentu pro pěnové nosníky, $l = 300$ mm. $\sigma = 9,32$ N	38
35	Model pěnového jádra	38
36	Diagram použitého materiálového modelu	39

37	Porovnání průběhů s ryze elastickým modelem	40
38	Srovnání průběhů pro vzorky pěny $l = 600$ mm	41
39	Srovnání průběhů pro vzorky pěny $l = 300$ mm	42
40	Poruchy pěnového jádra pro nosníky různých délek [20]	42

Seznam tabulek

1	Závislost výsledků na hustotě sítě (mesh dependence) pro detailní model	25
2	Identifikované parametry materiálového modelu pro pěnu	41

1 Úvod

Slovo sendvič, všem dobře známé, užívá se v rámci technických oborů pro označení struktur specifického uspořádání. Převzetí tohoto výrazu z oblasti gastronomie je zapříčiněno zjevnou analogií mezi oběma druhy sendvičů. V obou případech jsou na první pohled patrné dvě stěžejní části sendviče, v technice hovoříme o jádru a potazích. Vnější podobou analogie končí, jakožto byl každý ze sendvičů stvořen ke zcela odlišnému účelu. Kompozitový sendvič, který budiž od této chvíle výhradním předmětem této práce, sice nepotěší mnoho chuťových buněk, zato si svůj význam vydobude mechanickými vlastnostmi, kterými je v daných případech schopen konkurovat kovovým konstrukcím. Zejména se jedná o ohybovou tuhost, kterou se sendvič při podobných rozměrech vyrovná ocelovým protějškům a zároveň má mnohonásobně nižší hmotnost [1].

Popularita sendvičů není, vzhledem k výše řečenému, překvapením. Historii využití sendvičových struktur lze datovat do hluboké minulosti. V moderní podobě - tak, jak jsou zde představovány, jsou používány již po několik desítek let. Rozsah použití a oblasti průmyslu, ve kterých lze sendviče nalézt, je široký - letectví, astronautika nebo dopravní prostředky, kde snížením hmotnosti získáme ekonomický benefit ve formě úspory paliva nebo lepší dynamické vlastnosti, sendviče ale najdeme například i ve stavebnictví, kde navíc vyniknou i dobré tepelně izolační vlastnosti. Zcela přirozená je proto snaha mítí účinný nástroj pro predikci a evaluaci chování sendvičových kompozitů ve formě různých modelů reality.

Dominantní část práce je tak věnována snaze o nalezení takového modelu, který dokáže reálné chování, pozorované v rámci provedených experimentů, dobře vystihnout. Cílem je získání modelu použitelného pro podrobné zkoumání lokálních efektů i pro zakomponování do rozměrných struktur.

2 Popis stavby sendvičových struktur

Základní popis byl již zmíněn v úvodu. Existuje množství variant provedení jednotlivých částí sendviče v závislosti na technologii výroby, požadovaných vlastnostech, druhu použití atd. Následující přehled slouží k získání představy o možných provedeních sendviče, jak je uvádí literatura nebo samotní výrobci.

2.1 Potah

Potah (*skin*) je část sendviče namáhaná tahem a tlakem. Materiálem je nejčastěji plech nebo laminát, obvykle vyztužený vlákny (skleněná, uhlíková, aramidová, borová, hliníková, křemíková, ...). Matricí je obvykle polymer, zejména různé druhy pryskyřic (epoxidové, fenolické, polyesterové). Materiály matrice lze dělit na termoplasty a termosety (reaktoplasty) [2]. Existují i ekologické struktury využívající přírodní materiály jak pro výstužná vlákna, tak pro matrici. Například článek z časopisu *Composite Structures* [3] hovoří o tvorbě sendvičových střešních nosníků a panelů, kde matricí

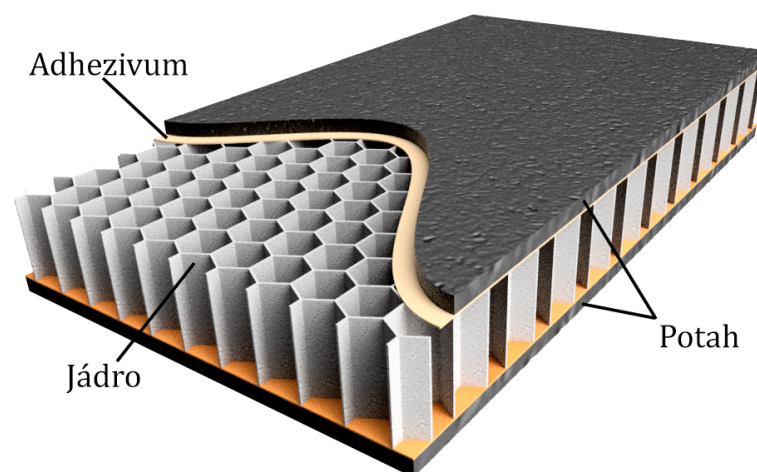
je pryskyřice na bázi sójového oleje, jako výztužná vlákna je pak použit len, celulóza, buničina, recyklovaný papír či slepící perí a jejich různé kombinace.

2.2 Jádno

Úlohou jádra (*core*) je přenos smykových sil, zároveň by jádro mělo být co nejlehčí. S ohledem na tyto podmínky jsou dnes k dispozici v zásadě dva typy struktur, voštinové a pěnové, ačkoli se lze setkat i s jinými způsoby kompozice, například s použitím dřevěných špalíků. Voštinové (*honeycomb*) struktury jsou podobné včelím pláštím, tvary buněk se mohou lišit v závislosti na požadovaných mechanických vlastnostech. Obrázek č. 1 zobrazuje častou hexagonální strukturu. Materiály používané pro výrobu voštin mohou být kovy (hliník) nebo nekovové materiály (sklolaminát nebo speciální typy papíru, jmenovitě např. Nomex[®]). Pěny jsou vyráběny z polymerů (PVC, PMI, polyuretan), jsou obvykle známé pod registrovanými označeními jejich výrobců (Rohacell[®], Klegecell[®], AIREX[®] a další). Voštinové struktury obecně dosahují při přibližně stejné hustotě lepších mechanických vlastností [4].

2.3 Adhezivum

Adhezivum slouží jako pojivo mezi jádrem a potahy. Používají se různé druhy pryskyřic. Mechanické vlastnosti adheziva je nutno při zkoumání chování sendvičů brát v potaz. Existují různé metody testování mechanických vlastností adheziva. Zkouškami adheziva se zabývá například zpráva univerzity v Kwangdžu (Jižní Korea) [5], předmětem zkoumání je především vliv povrchové úpravy potahových vrstev. Kvalita spojení je pak zkoumána zátěžovými testy - měřením síly nutné pro odloupení potahů od jádra a tahovými zkouškami.



Obr. 1: Struktura kompozitového sendviče

3 Napěťově - deformační analýza sendvičových struktur

3.1 Rozdělení materiálů dle směrové závislosti jejich chování

Sledovali-li bychom chování určitého materiálu, zjistili bychom, že řada materiálů vykazuje jistou míru závislosti svých vlastností na směru, ve kterém je sledujeme. Pro kompozitní struktury je to vlastnost typická. Uvedme proto stručný přehled užívaných pojmů pro materiály s různými charakterly směrové závislosti tak, jak je uvádí odborná literatura [6, s. 22 - 30].

- **Izotropní materiál**

Materiálové vlastnosti jsou zcela nezávislé na směru. Chování takového materiálu lze popsat dvěma materiálovými parametry.

- **Anizotropní materiál**

Anizotropním materiálem definujeme materiál, jehož elastické vlastnosti jsou směrově závislé, tj. opak izotropie. Vlastnosti zcela obecně anizotropního materiálu, u něž neexistuje jediná rovina symetrie elastických vlastností, jsou dány pomocí 21 materiálových parametrů.

- **Monoklinický materiál**

Monoklinický materiál je anizotropní materiál s jedinou rovinou symetrie elastických vlastností. Normálu k této rovině pak nazýváme hlavním směrem anizotropie. Počet vzájemně nezávislých prvků matice tuhosti se snižuje na 13.

- **Ortotropní materiál**

Lze-li v materiálu najít trojici vzájemně kolmých rovin symetrie materiálových vlastností, nazývá se takový materiál ortotropní. Má rovněž tři ortogonální hlavní směry anizotropie. Počet nezávislých materiálových konstant se redukuje na 9, jak si lze všimnout při vyjádření matice tuhosti v kartézském systému určeném těmito směry. Významnou skupinou takových materiálů jsou vláknové kompozity, pro něž je jeden z hlavních směrů dán orientací výtuzných vláken.

- **Pseudoizotropní materiál**

Zvláštní případ ortotropního materiálu, který má ve všech třech směrech stejné mechanické vlastnosti. K úplnému určení jeho elastických vlastností potřebujeme 3 parametry.

- **Příčně izotropní materiál**

Též transverzálně izotropní materiál je materiál, jehož jedna rovina symetrie je zároveň rovinou izotropie. Ve všech směrech ležících v této rovině má materiál stejné elastické vlastnosti. Matice tuhosti má v odpovídajícím systému souřadnic 5 nezávislých prvků.

Teorie mechaniky kompozitů zahrnuje analytické možnosti řešení laminátových a sendvičových desek, panelů a potažmo i nosníků. Následující stať vychází především ze skript prof. Laše [6],

odkud rovněž z větší části přejímá značení jednotlivých veličin. Kompletní výklad teorie pečlivě odvozující veškeré vztahy je velmi obsáhlý a lze se přesvědčit, že nalezení řešení je přinejmenším poměrně pracné i pro zdánlivě jednoduchá zadání úloh. Pro ilustraci ukažme postup výpočtu deformace sendvičového nosníku při třibodovém ohybu. Především, že uvedené výpočtové vztahy jsou odvozeny ve zmíněném skriptu, vzhledem k rozsahu zde nejsou zahrnuty.

3.2 Analytické přístupy k řešení sendvičových struktur

3.2.1 Ohyb nosníků

Řešme sendvičový nosník, jehož potahy jsou lamináty, kde jednotlivé vrstvy jsou tvořeny vláknovými kompozity různé tloušťky a různé orientace vláken. Každou z vrstev lze považovat za ortotropní materiál. Pro každou z vrstev lze poté stanovit matici poddajnosti vůči hlavním osám ortotropie, tj. v souřadnicovém systému $O(L, T, T')$. Hookův zákon pro ortotropní materiál s využitím matice poddajnosti má poté tvar

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \varepsilon_{T'} \\ \varepsilon_{TT'} \\ \varepsilon_{LT'} \\ \varepsilon_{LT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & -\frac{\nu_{T'L}}{E_{T'}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & \frac{1}{E_T} & -\frac{\nu_{T'T}}{E_{T'}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{LT'}}{E_L} & -\frac{\nu_{TT'}}{E_T} & \frac{1}{E_{T'}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{TT'}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT'}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{T'} \\ \sigma_{TT'} \\ \sigma_{LT'} \\ \sigma_{LT} \end{bmatrix} \quad (1)$$

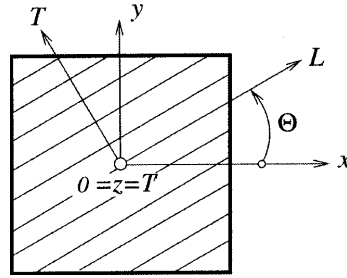
K analytickému řešení průhybu nosníku použijeme čtveřici různých přístupů. Základem jsou dvě teorie, klasická laminátová teorie a sendvičová teorie. Obě lze navíc doplnit zahrnutím vlivu příčných smykových napětí. Ve všech čtyřech případech je přítomen předpoklad nulových hodnot normálového napětí $\sigma_{T'}$ a příčné deformace $\varepsilon_{T'}$. Na desku tedy působí pouze normálová napětí σ_L , σ_T , smykové napětí σ_{LT} , v případě uvažování vlivu příčného smyku pak navíc napětí $\sigma_{TT'}$ a $\sigma_{LT'}$. Obecně pro všechny teorie tedy platí

$$\sigma_{T'} = 0, \quad \varepsilon_{T'} = 0. \quad (2)$$

Porovnáním vztahů (1) a (2) si lze všimnout, že prvky třetího sloupce matice poddajnosti jsou násobeny nulou a výsledné řešení na nich není závislé. Rovnice třetího řádku pro výpočet $\varepsilon_{T'}$ je redundantní - hodnotu deformace předepisujeme jako jeden z předpokladů. Příslušný řádek a sloupec lze proto ze soustavy odstranit. Pro další výpočet a využití transformačních rovnic bez

nutnosti jejich úprav je však vhodné je nahradit identitou a matici poddajnosti zapsat ve tvaru

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & \frac{1}{E_T} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{TT'}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT'}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} \end{bmatrix} \quad (3)$$



Obr. 2: Souřadnicové systémy laminy [6]

Analogickou úvahu lze aplikovat i na inverzní vztah (zápis Hookova zákona pomocí matice tuhosti). Dále se znalostí transformačních matic pro přechod ze souřadnicového systému laminy $O(L, T, T')$ do souřadnicového systému nosníku $O(x, y, z)$ vůči němu pootočeného kolem osy $z \equiv T'$ o úhel směru vláken Θ (dle obr. 2) pro napětí

$$\mathbf{T}_\sigma = \begin{bmatrix} \cos^2 \Theta & \sin^2 \Theta & 0 & 0 & 0 & 2 \sin \Theta \cos \Theta \\ \sin^2 \Theta & \cos^2 \Theta & 0 & 0 & 0 & -2 \sin \Theta \cos \Theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \Theta & -\sin \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ -\sin \Theta \cos \Theta & \sin \Theta \cos \Theta & 0 & 0 & 0 & \cos^2 \Theta - \sin^2 \Theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

a deformace

$$\mathbf{T}_\varepsilon = \begin{bmatrix} \cos^2 \Theta & \sin^2 \Theta & 0 & 0 & 0 & \sin \Theta \cos \Theta \\ \sin^2 \Theta & \cos^2 \Theta & 0 & 0 & 0 & -\sin \Theta \cos \Theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \Theta & -\sin \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ -2 \sin \Theta \cos \Theta & 2 \sin \Theta \cos \Theta & 0 & 0 & 0 & \cos^2 \Theta - \sin^2 \Theta \end{bmatrix} \quad (5)$$

nyň přistupme k sestavení matice mimoosé tuhosti. Inverzí matice poddajnosti je matice tuhosti,

$$\mathbf{C} = \mathbf{S}^{-1} \quad (6)$$

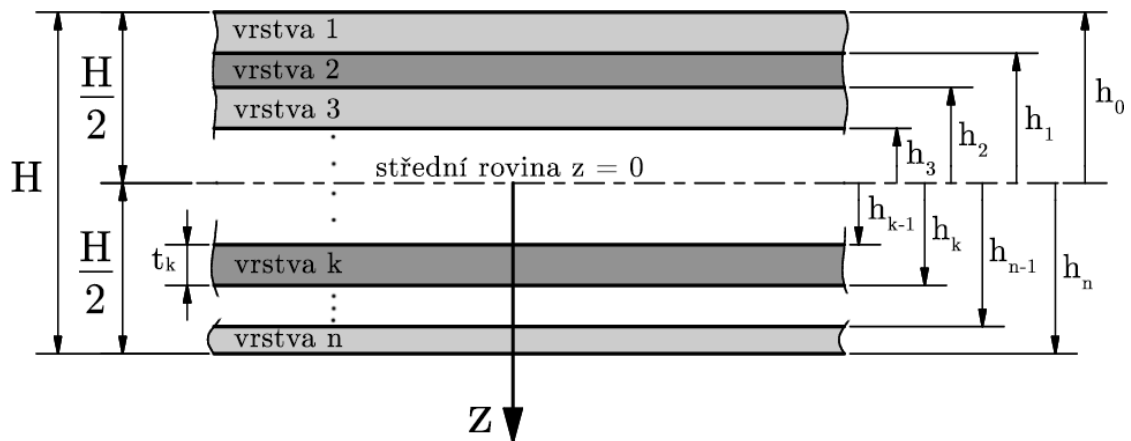
Následně provedme transformaci matice tuhosti do výpočtového souřadného systému, pro kterou je dán vztah

$$\mathbf{C}' = \mathbf{T}_\sigma^{-1} \mathbf{C} \mathbf{T}_\epsilon \quad (7)$$

kde \mathbf{C}' je matice mimoosé tuhosti ortotropní vrstvy laminátu. Nutno poznamenat, že výše uvedené transformační matice byly odvozeny pro obecnou napjatost. Při předchozích úvahách byly vhodně upraveny prvky matice poddajnosti (potažmo i tuhosti) ve třetím řádku a sloupci. Vystává otázka, jaký bude vliv těchto prvků na ostatní prvky během transformace. Lze ukázat, že prvky $C'_{3i} = C_{i3}$, $i = 1, 2, 3$ nevystupují ve vztazích pro transformaci prvků ostatních, zřejmě je to i ze struktury transformačních matic.

Tato část výpočtu jest společná pro všechny ze čtveřice uvedených přístupů. Dalším krokem je zavedení konstitutivních vztahů a získání závislosti mezi zatížením laminátu a jeho deformací. Při použití geometrických předpokladů jednotlivých teorií, definice tenzoru malých deformací a rovnic rovnováhy pak dospějeme k sestavení tzv. ABD matice tuhosti, nyní již celého laminátu (respektive sendviče). Způsob sestavení těchto matic se liší pro teorii laminátovou a sendvičovou. Při uvažování příčných smykových napětí dále sestavujeme matici F , rovněž odlišně pro každou z teorií. V závěru budou tyto prvky vystupovat ve vztazích pro výpočet průhybu nosníku.

ABD matice a průhyb nosníku dle klasické laminátové teorie



Obr. 3: Značení jednotlivých vrstev laminátu

Mějme vláknový laminát o n vrstvách, k -tá vrstva o tloušťce t_k má vlákna orientovaná pod úhlem Θ_k a lze pro ní sestavit matici mimoosé tuhosti $(C')_k$. Zavedme souřadný systém dle obrázku 3 a přidělme deskám souřadnice h . Zjevně platí

$$h_0 = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n t_k = -\frac{H}{2} \quad (8)$$

$$h_k = h_{k-1} + t_k \quad (9)$$

Konstitutivní rovnice laminátové desky má tvar

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \dots \\ \mathbf{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \vdots & \mathbf{B} \\ \dots & \vdots & \dots \\ \mathbf{B} & \vdots & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{\mathbf{m}} \\ \dots \\ \mathbf{k} \end{bmatrix} \quad (10)$$

a udává vazbu mezi dvojicí vektorů zobecněných sil \mathbf{N} a zobecněných momentů \mathbf{M} a dvojicí vektorů deformace ve střední rovině $\varepsilon_{\mathbf{m}}$ a křivosti ve střední rovině \mathbf{k} . Rozepsaná ABD matice tuhosti kompletního laminátu má pak následující tvar:

$$\mathbf{K}_{ABD}^{\text{lam.}} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} & B_{21} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ A_{61} & A_{62} & A_{66} & B_{61} & B_{62} & B_{66} & 0 & 0 \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} & D_{21} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ B_{61} & B_{62} & B_{66} & D_{61} & D_{62} & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{44} & F_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{54} & F_{55} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Jednotlivé prvky této matice se určí následovně,

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \sum_{k=1}^n (C'_{ij})_k (h_k - h_{k-1}) \\ B_{ij} &= \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} (C'_{ij})_k (h_k^2 - h_{k-1}^2) \\ D_{ij} &= \sum_{k=1}^n \frac{1}{3} (C'_{ij})_k (h_k^3 - h_{k-1}^3) \\ F_{ij} &= \sum_{k=1}^n (C'_{ij})_k (h_k - h_{k-1}) \end{aligned} \quad (12)$$

Pro průhyb nosníku o délce l a šířce b spočívajícího na dvou podporách, zatíženého v polovině délky silou F_z platí následující vztahy,

$$w^{\text{lam.}} = \frac{F_z l^3}{48b} D_{11}^* \quad (13)$$

pro průhyb bez uvažování příčného smyku a

$$w_s^{\text{lam.}} = \frac{F_z l^3}{48b} D_{11}^* + \frac{F_z l}{4b} F_{55}^* = w^{\text{lam.}} \left(1 + \frac{12F_{55}^*}{D_{11}^* l^2} \right) \quad (14)$$

pro případ, kdy vliv smyku uvažujeme. Prvky D_{11}^* a F_{55}^* jsou prvky inverzní matice $(\mathbf{K}_{ABD}^{\text{lam.}})^{-1}$ příslušné prvkům D_{11} resp. F_{55} v matici původní.

Výsledná matice tuhosti sendviče má tvar

$$\mathbf{K}_{\text{ABD}}^{\text{send.}} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} & B_{21} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ A_{61} & A_{62} & A_{66} & B_{61} & B_{62} & B_{66} & 0 & 0 \\ G_{11} & G_{12} & G_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ G_{21} & G_{22} & G_{26} & D_{21} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ G_{61} & G_{62} & G_{66} & D_{61} & D_{62} & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{44} & F_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{54} & F_{55} \end{bmatrix} \quad (19)$$

Jednotlivé prvky se určí následovně:

$$\begin{aligned} A_{ij} &= A_{ij}^h + A_{ij}^s \\ B_{ij} &= \frac{h_c}{2} (A_{ij}^s - A_{ij}^h) \\ G_{ij} &= G_{ij}^h + G_{ij}^s \\ D_{ij} &= \frac{h_c}{2} (G_{ij}^s - G_{ij}^h) \end{aligned} \quad (20)$$

a dále

$$\begin{aligned} A_{ij}^h &= \sum_{k=1}^{n_h} (C'_{ij})_k (h_k - h_{k-1}) \\ A_{ij}^s &= \sum_{m=1}^{n_s} (C'_{ij})_m (h_m - h_{m-1}) \\ G_{ij}^h &= \sum_{k=1}^{n_h} \frac{1}{2} (C'_{ij})_k (h_k^2 - h_{k-1}^2) \\ G_{ij}^s &= \sum_{m=1}^{n_s} \frac{1}{2} (C'_{ij})_m (h_m^2 - h_{m-1}^2) \\ F_{ij} &= h_c (C'_c)_{ij} \end{aligned} \quad (21)$$

Pro výpočet průhybu sendvičového nosníku shodného s předchozí kapitolou poté platí stejné vztahy jako pro laminátovou teorii, tedy

$$w^{\text{send.}} = \frac{F_z l^3}{48b} D_{11}^* \quad (22)$$

pro průhyb bez uvažování příčného smyku a

$$w_s^{\text{send.}} = \frac{F_z l^3}{48b} D_{11}^* + \frac{F_z l}{4b} F_{55}^* = w^{\text{send.}} \left(1 + \frac{12F_{55}^*}{D_{11}^* l^2} \right) \quad (23)$$

s uvážením smyku.

3.2.2 Poznámky k analytickému řešení

Ze tvaru matice poddajnosti (3) vyplývá počet nezávislých materiálových parametrů každé z vrstev potřebných k vyřešení úlohy. Vzhledem k symetrii jich matice obsahuje celkem 6. Nicméně pro řešení úloh bez uvažování příčného smyku není nutné znát smykové parametry vrstev a jádra v příčném

směru (moduly $G_{LT'}$ a $G_{TT'}$). Při řešení úlohy bez smyku lze místo nich dosazovat libovolnou nenulovou hodnotu. Během výpočtu dále sestavujeme matici F a výsledné matice tuhosti (11) a (19) obsahují pouze prvních 6 řádků a sloupců. Neuvažujeme-li smyk v rámci sendvičové teorie, není nutné znát jediný materiálový parametr jádra a to tak slouží pouze k vymezení vzdálenosti potahů.

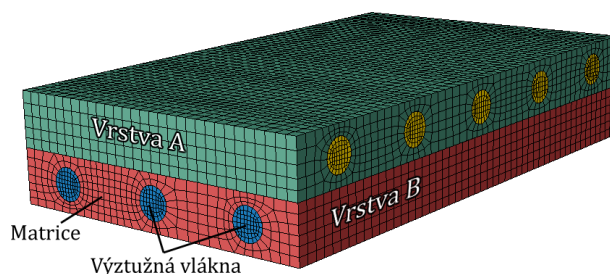
Uvažujeme-li jádro jako izotropní materiál (zejména v případě jádra pěnového), vystačíme pouze se znalostí dvou materiálových parametrů. Materiálové konstanty izotropního materiálu váže známý vztah $E = 2G(1 + \nu)$.

3.3 Přístupy k modelování kompozitních struktur pomocí MKP

Modely kompozitních struktur lze vytvářet ve vícero úrovních detailů. Volbu této úrovně je nutno provést s ohledem na formulaci úlohy tak, aby zvolený způsob umožnil dostatečně detailně zachytit zkoumaný jev. Přibližné rozdělení a stručný popis metod uvádí následující seznam [7].

- **Mikroskopické modelování (microscopic modeling)**

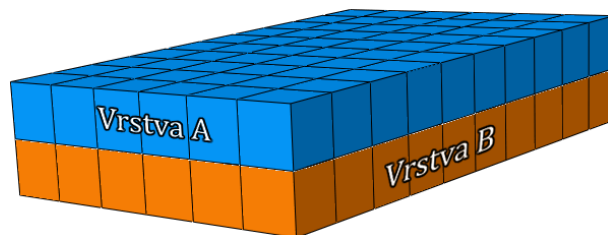
Jednotlivé části kompozitu, matrice a výztuhy, jsou modelovány zvlášť jako objemová tělesa pomocí objemových elementů. Výsledný vzhled sestavy kompozitu pak skutečně odpovídá mikroskopickému pohledu na strukturu kompozitu. Model pak velice blízce reprezentuje realitu, nicméně použití tohoto přístupu pro kompozity s velmi jemnými strukturami (např. vláknové) by i pro malé modely vzorku kompozitu vedly k nepřiměřeně náročným (nespočitatelným) úlohám.



Obr. 5: Model kompozitu - microscopic modeling

- **Modelování po vrstvách (layered modeling)**

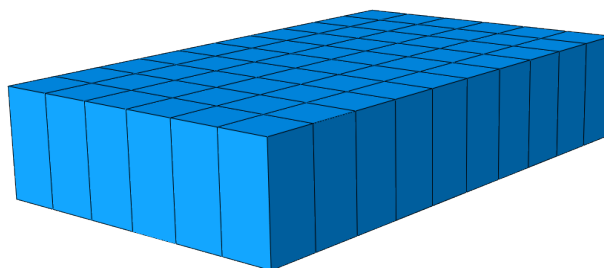
Kompozit je poskládán z jednotlivých vrstev, z nichž každé je přiřazen ekvivalentní homogenní materiál, jehož vlastnosti reprezentují skladbu matrice a výztuhy v dané vrstvě. Odpadá tak nutnost modelování, definice interakcí, síťování atd. matrice a výztuhy a významně se sníží početní náročnost úlohy. Další zjednodušení spočívá v možnosti využití skořepinových prvků pro modelování jednotlivých vrstev. Pro určení vlastností homogenizovaných vrstev lze využít experimentu, výpočtů výše uvedeného mikromodelu nebo analytických metod.



Obr. 6: Model kompozitu - layered modeling

- **Spojité modelování (smeared modeling)**

Doslovně přeloženo jako „rozmazané“ modelování - pomocí ekvivalentního homogenního materiálu je aproximována stavba celého kompozitu. Mimo na obrázku znázorněných objemových prvků lze vhodně použít i modelování pomocí prvků skořepinových.



Obr. 7: Model kompozitu - smeared modelling

- **Modelování s výztuhami (rebar modeling)**

Anglický výraz rebar je abreviací výrazu reinforcement bar - výztužná tyč (známá jako „roxor“). Jsou definovány vrstvy jednoosých výztuh pomocí rovinných, membránových nebo skořepinových elementů. Následně jsou výztužné vrstvy přidány do spojitěho modelu.

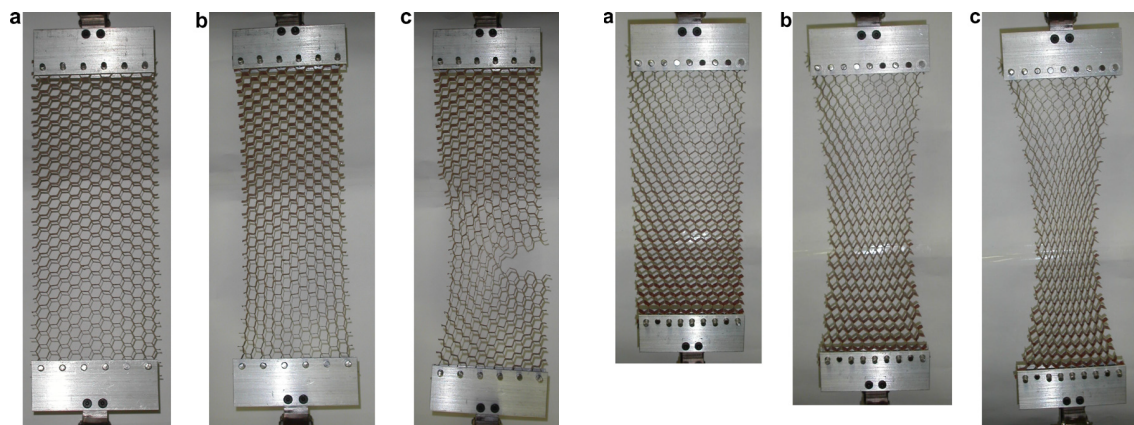
- **Submodeling**

Používá se pro stanovení namáhání v okolí výztužných vláken. Technika submodelingu obecně spočívá ve vytvoření části modelu (submodelu - „podmodelu“), jehož detailní chování nás zajímá, na který jsou poté aplikovány výsledky analýzy kompletního modelu, příslušná zatížení a okrajové podmínky. Takto zatížený submodel, jenž je obvykle řádově menších rozměrů, než celek, je poté vysíťován jemněji než celý model tak, aby bylo detailně zachyceno namáhání v požadovaném místě.

4 Analýza voštinového jádra

4.1 Mechanické vlastnosti materiálů tvořících voštinu

Výčet možných materiálů používaných pro tvorbu voštinových struktur již byl zmíněn. Z hlediska mechanických vlastností je mimo samotný druh použitého materiálu pro výsledné chování voštiny stěžejní její geometrie. Vlastnosti bazového materiálu mohou být dobře známé (kovy) nebo lze provádět ad-hoc experimenty k jejich identifikaci [8].



Obr. 8: Příklad takové zkoušky hexagonální voštinové struktury v různých směrech [8]

4.2 Popis zkoumané voštiny

Pro provedení experimentů byl použit Tubus Honeycomb PP německého výrobce TUBUS WABEN GmbH & Co. KG. Struktura tohoto typu jádra je tvořena vzájemně stmelenými buňkami ve tvaru trubiček. Voština je opatřena polypropylenovým potahem na svrchní i spodní straně. Na obou stranách je nanesena textilní vrstva (fleece) usnadňující případné lepení potahů. Výchozím materiálem buněk - trubiček je rovněž polypropylen. Technická dokumentace výrobce udává některé parametry voštiny, dána je její geometrie a některé materiálové vlastnosti polypropylenu, z nichž pro účely této práce využitelnou je hustota (dále jsou udávány především termomechanické vlastnosti polypropylenu). Některé další vybrané vlastnosti polypropylenu lze nalézt v literatuře. V rámci geometrie není udána hodnota tloušťky stěny buněk, byla proto stanovena experimentálně opakovaným měřením mikrometrem. Známý nejsou ani parametry a způsob provedení spojů mezi jednotlivými komponentami voštiny (spíše nežli lepidlo bylo použito některé z metod tepelného spojení, polypropylen se obecně obtížně lepí). Identifikace neznámých potřebných parametrů voštiny je předmětem následujících statí.



Obr. 9: Detail struktury voštiny s částečně odříznutým potahem

4.3 Způsob tvorby modelu, motivace

Problematika detailnosti numerického modelu byla stručně ukázána na příkladech modelů kompozitů. Fenomén zvyšující se výpočtové náročnosti s rostoucí hloubkou detailů je bazální vlastností numerických metod. Vhodné kombinace je v MKP obvykle dosaženo volbou velikosti sítě. Specifická geometrie voštiny práci v tomto ohledu znesnadňuje. Při uvážení použití voštiny v rámci panelů, nosníků apod. o rozměrech přesahujících byť jen jednotky metrů je voština defacto mikrostrukturou, jejíž i hrubší síť by byla pro výpočet značně neefektivní. Možným východiskem je pak právě použití „smeared“ přístupu, tedy definice ekvivalentního homogenního kontinua dostatečně vystihujícího původní vlastnosti struktury, ale připravíme se tím o možnost studia lokálních efektů odehrávajících se z hlediska celého modelu právě na mikroskopické úrovni. Směřování dalšího postupu je pak dáno snahou o eliminaci této nepříjemné volby. Cílem je získání takového numerického modelu, který bude v přijatelném výpočtovém čase zároveň schopný dobře postihnout zmíněné lokální jevy, konkrétně například borcení struktury vlivem ztráty stability jednotlivých buněk nebo poškození vlivem roztržení lepeného spoje. O dosažení řečeného se pokusme prostou kombinací detailního a spojitého modelu. Pro jejich kalibraci je zapotřebí provedení patřičných experimentů. K tvorbě modelů je použit Abaqus.

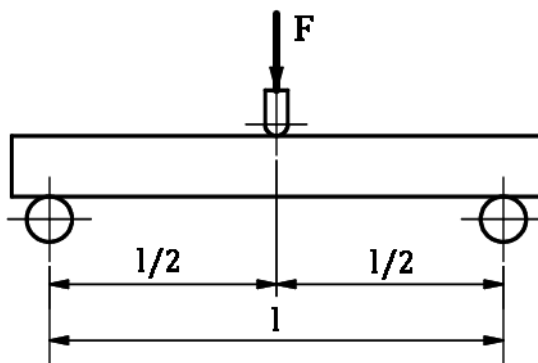
4.4 Návrh experimentů

Zkoušky použité ke kalibraci modelů vycházejí z úvodních úvah k jejich tvorbě.

1. Pro kalibraci podrobného modelu je provedena tříbodová ohybová zkouška vzorku ve formě nosníku šířky 90 mm se vzdáleností podpor 300 mm. Vzorek je v poměru k běžně zkoušeným nosníkům kratší. Tato volba byla provedena právě za účelem zmenšení numerického modelu

a tedy zkrácení času výpočtu při stejné jemnosti sítě. Výhodou je rovněž větší ohybová tuhost vzorku, díky které pak klesají nároky na rozlišitelnost síly testovacího stroje. Tato zkouška je výchozí pro stanovení materiálových parametrů podrobně vytvářeného modelu.

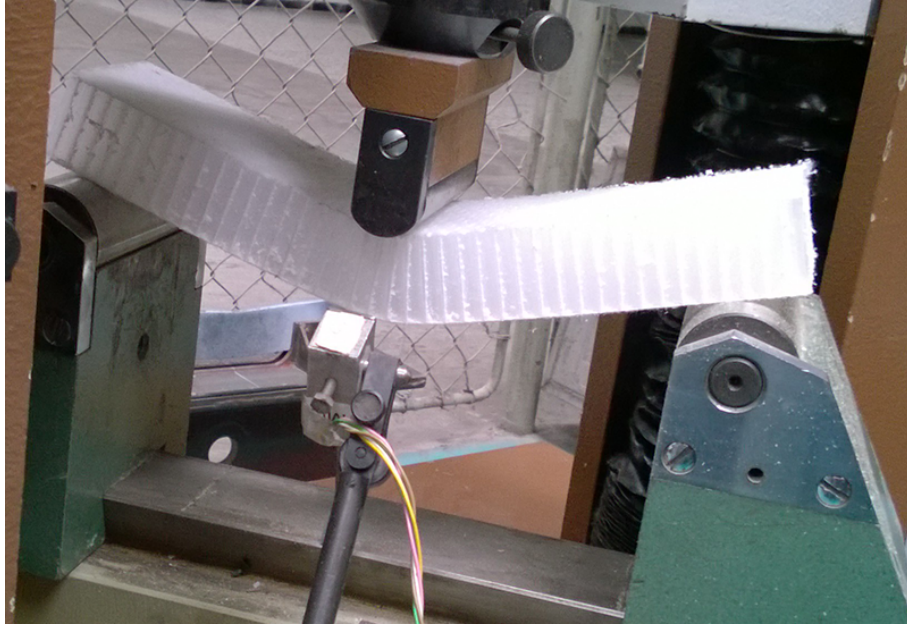
2. Pro kalibraci zjednodušeného kontinuálního modelu je provedena standardní tříbodová ohybová zkouška se vzdáleností podpěr 600 mm.



Obr. 10: Schéma ohybových zkoušek

4.5 Průběh a výsledky experimentů

Pro každou ze zkoušek byla připravena pětice vzorků dělením tabule voštiny na pile. Žádné další úpravy nebyly prováděny. Průhyb byl snímán kalibrovanou planžetou na spodní straně nosníku. Průhyb v rámci jejího měřicího rozsahu (10 mm) odpovídal pro oba vzorky elastické deformaci. Experiment byl prováděn dále do vyšších hodnot průhybů, kde byl k jeho stanovení použit přepočít ze snímaného posuvu příčnicku. Z analýzy dat vyplynulo, že závislost průhybu a posuvu je téměř lineární a přechod od jedné veličiny ke druhé je pouze násobením daným koeficientem. S ohledem na fakt, že během zkoušek nedocházelo ke změnám příčného rozměru nosníku je tento přepočít dobře použitelný. Zkouška kratšího vzorku je zachycena na fotografii níže.



Obr. 11: Průběh ohybové zkoušky voštinového nosníku.

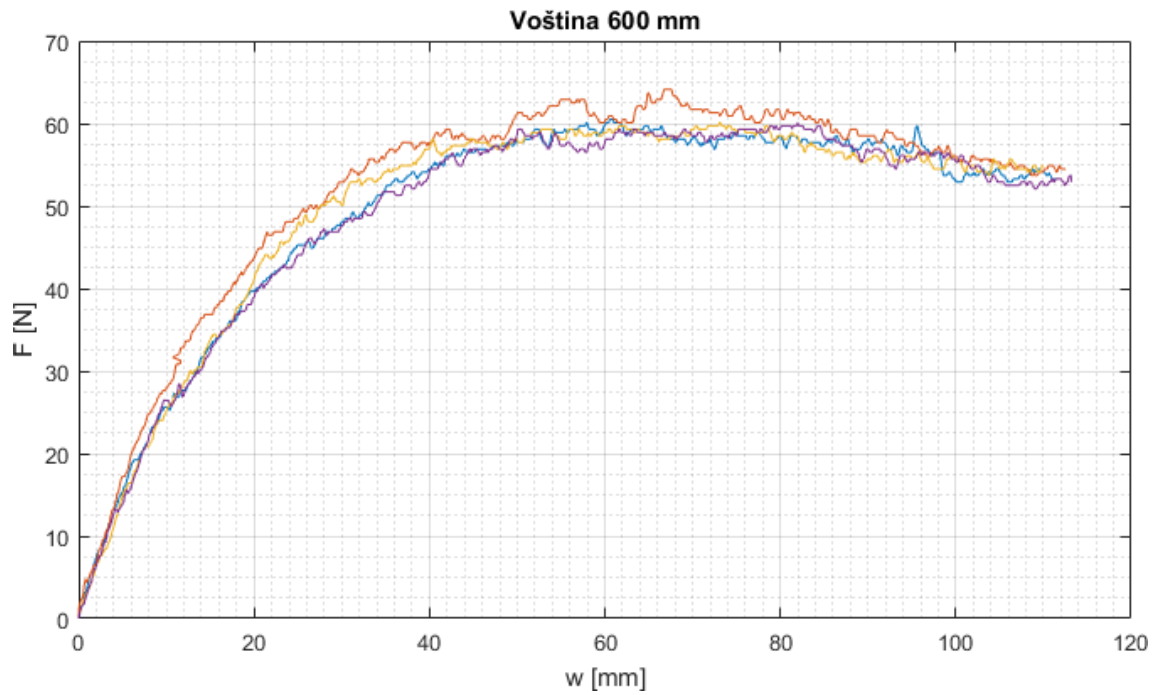
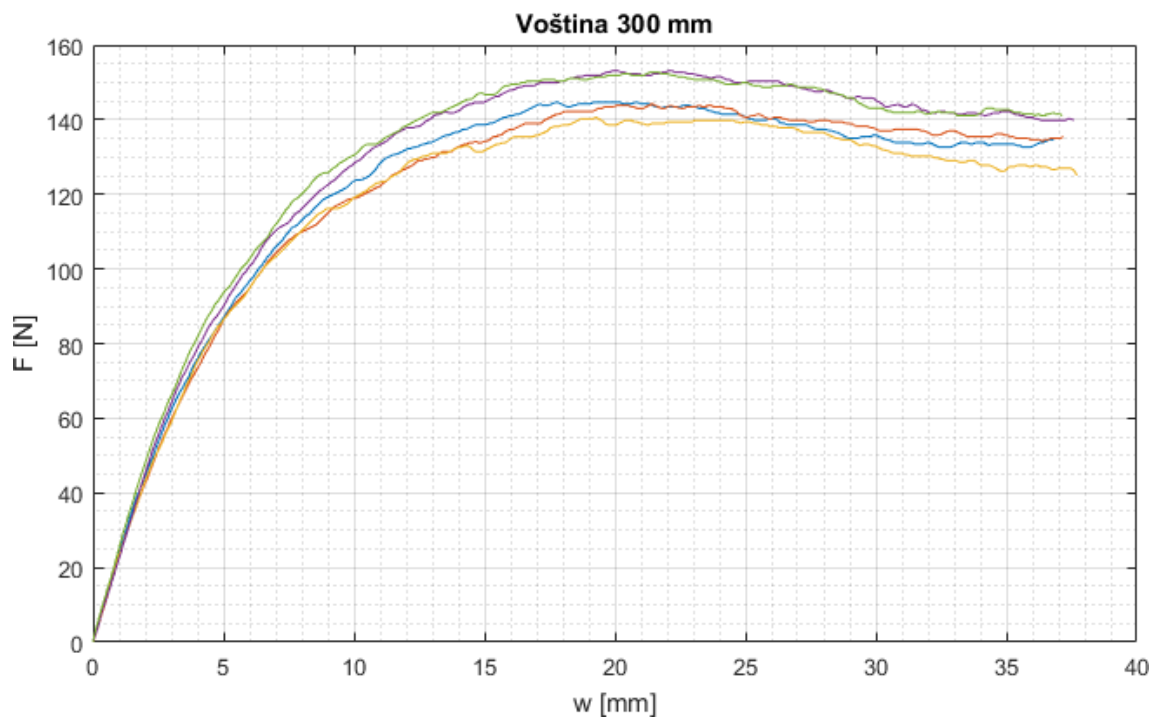
Výsledkem pro každý ze vzorků je křivka závislosti síly na průhybu $F(w)$. Výsledná křivka následně použitá pro kalibraci numerických modelů vznikne prostým zprůměrováním funkčních hodnot měřených křivek v příslušných bodech,

$$\bar{F}(w) = \frac{1}{N_V} \sum_{i=1}^{N_V} F_i(w), \quad (24)$$

kde N_V značí počet vzorků. Vypovídající statistickou veličinou je směrodatná odchylka zavedená jako průměr z dílčích odchylek od průměru každé z křivek. Při rozdělení intervalu posuvu na M hodnot o indexech k je odpovídající zápis ve tvaru

$$\sigma = \frac{1}{N_V} \sum_{i=1}^{N_V} \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{k=0}^M [F_i(w_k) - \bar{F}(w_k)]^2}. \quad (25)$$

Data byla snímána pomocí programu HBM Catman. Pro další úpravy a výše uvedené propočty byly použity MS Excel a MATLAB.

Obr. 12: Získané křivky pro voštinové vzorky o vzdálenosti podpor 600 mm, $\sigma = 1,391N$ Obr. 13: Získané křivky pro voštinové vzorky o vzdálenosti podpor 300 mm, $\sigma = 4,387N$

Graf obou nosníků zpočátku lineárně narůstá, při větších deformacích se rychlost růstu síly začíná snižovat, následně dosáhne maxima a zůstává na přibližně konstantní hodnotě. V této závěrečné fázi dochází se zmačkávání buněk v horní části potahu okolo indentoru. Z tohoto důvodu má nosník

tendenci se při větším průhybu zalomit. Voštinové nosníky nejsou křehké povahy a nedocházelo k jejich praskání.

Vzájemným srovnáním lineárních částí obou grafů lze provést kontrolu validity dat při znalosti vztahu síla - průhyb z lineární teorie pružnosti, při uvažování voštiny jako sendviče je to vztah (22). Síla je pro tento typ nosníku při daném průhybu nepřímou úměrnou třetí mocnině vzdálenosti podpor. Zkoušené kratší vzorky pak v souladu s tím skutečně v počáteční oblasti vykazují přibližně osminásobné síly. V grafu pro delší vzorky je patrná přítomnost šumu. Spíše než mechanickými vlivy je tento jev zapříčiněn tím, že hodnoty měřené síly jsou na hranici rozlišitelnosti měřicího stroje, i proto je důležité předchozí tvrzení, na jehož základě lze měření prohlásit za dostatečně věrohodné. Nežádoucího šumu se pak lze vhodnou metodou filtrace zbavit.

4.6 Tvorba detailního modelu

Podstatou modelu je co nejakuratnější přiblížení se reálnému chování voštiny. Model tedy stejně jako reálná voština sestává z jednotlivých buněk a potahů. Vrstvu krycí textilie (fleece) model nezahrnuje, poněvadž je přítomná ve formě tenkých polyetylenových vláken bez patrného geometrického uspořádání a korektní modelace je tak v podstatě nemožná.

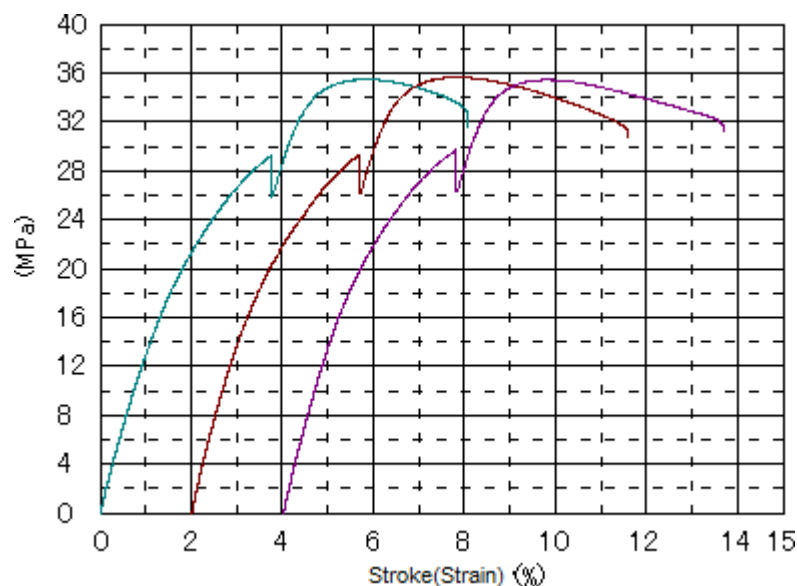
Podrobný model je dále vybaven vazbami simulující lepené spoje. Původní teze zahrnovala provedení experimentu pro stanovení charakteristických mechanických vlastností spoje, a to roztržením dvojice z voštiny vypreparovaných buněk. K eliminaci zkreslení takové zkoušky vlivem deformace samotných buněk měl jimi být vedený ocelový drát odpovídajícího průměru tak, aby k této deformaci nemohlo dojít.

Od této myšlenky bylo nakonec upuštěno ze dvou důvodů. Po separaci buněk se ukázalo, že síla nutná k jejich odtržení je velice nízká a na dostupné aparatuře neměřitelná. Zároveň se v průběhu ohybových experimentů ukázalo, že k jevu praskání či alespoň povolování těchto vazeb nedochází ani při velice výrazných deformacích. Samotné vazby definované v numerickém modelu lze zachovat při takovém nastavení parametrů, při kterém vykazují stejné chování jako při experimentech.

Veškerá hmotná struktura modelu je tvořena jediným materiálem, polypropylenem.

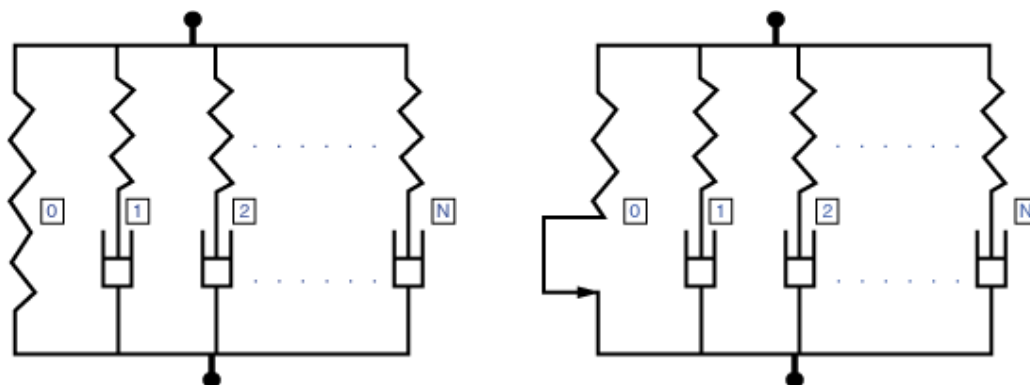
4.6.1 Mechanické vlastnosti polypropylenu

Polypropylen je izotropním materiálem. Dostupné zdroje uvádějí rozličné hodnoty jeho elastických konstant, především pak Youngova modulu, jehož hodnotu lze očekávat v rozpětí přibližně 1100–1600 MPa. Podstatnou příčinou rozptylu těchto hodnot může být mimo vlivů specifických pro dané měření především skutečnost, že napětově - deformační závislost polypropylenu není v elastické oblasti zcela lineární, jak je vidět z obrázku 14.



Obr. 14: Tahová zkouška tří vzorků polypropylenu (počátky grafů odsazeny) [9], upraveno

Pokud bychom se touto skutečností zabývali hlouběji, zjistili bychom, že pro přesný popis a identifikaci materiálových vlastností polypropylenu je vhodné užití modelů zahrnující nelinearitu v elastické oblasti. Například v rámci Abaqusu je pro práci s termoplasty, pryžemi, gumou apod. dostupný Parallel Rheological Framework, umožňující definici nelineárního chování paralelním spojením několika viskoelastických modelů. Znázornění je na obrázku č. 15 převzatém z technické dokumentace Abaqusu.



Obr. 15: Nelineární viskoelastický a viskoelastický elastoplastický reologický model [10]

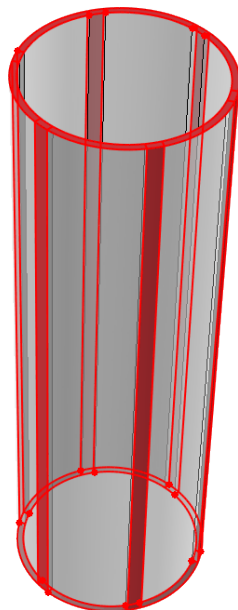
Pro správné sestavení modelu tohoto typu je nutné provedení množství zátěžných testů zkušebních vzorků materiálu [11]. Předmětem této práce je již zhotovená polypropylenová struktura a není k dispozici normovaný vzorek. Tato skutečnost by však neměla být pro další práci překážkou, pakliže je její předmětem chování dané struktury z globálního hlediska. Tím je myšleno, že pro kalibraci silově-deformační odezvy MKP modelu v rámci dané zkoušky (např. třibodový ohyb) lze pracovat pouze s Youngovým modulem, jehož hodnotu vhodným způsobem nalezneme. Přijďeme tak

o možnost zkoumání podrobných procesů odehrávajících se „uvnitř“ vzorku, jež jsou postihnutelné právě zmíněnými modely. Z hlediska praktického použití voštinového jádra a jeho struktury se lze domnívat, že mělo-li by dojít k takovým deformacím polypropylenových struktur, při kterých již nutně musíme uvažovat viskoelastické a elastoplastické jevy, znamenalo by to jejich značné poškození či destrukci. Úlohou jádra voštinové struktury je především přenos příčných smykových sil. Při tomto způsobu namáhání je pro výslednou únosnost mimo vlastnosti polypropyleny rozhodující především geometrické uspořádání voštiny, významné z hlediska ztráty stability. Dalším limitujícím faktorem voštiny je pak pevnost lepených spojů mezi jednotlivými buňkami, lze očekávat jejich porušení spíše než samotného polypropyleny. Tyto úvahy nakonec vyústily v přesvědčení, že k popisu elastického chování lze přistoupit použitím definice klasického izotropního materiálu pomocí konstant E a ν , avšak s uvědoměním si limitů, jež jsou předchozími úvahami stanovené. Pakliže zde hovoříme o Youngově modulu, je nutné zmínit, že se nebude jednat o skutečný modul tak, jak ho chápeme z fyzikálního hlediska. Jelikož jeho hodnotou bude vázán vztah síla - deformace, bude mít v tomto případě blíže definici tuhosti, protože jeho hodnota je dána i způsobem sestavení modelu (nezanedbatelným faktorem je například hustota sítě MKP modelu, jak bude ukázáno dále). Takto je proto nyní nutné v rámci této práce Youngův modul chápat, přestože pro přehlednost bude použito stejného značení i názvu této veličiny. Z dále získaných hodnot modulů tedy nelze přímo dedukovat mechanické vlastnosti polypropyleny tvořícího strukturu voštinového jádra.

V případě druhé z elastických konstant, Poissonova čísla, je rozptýl hodnot pro polypropylen, jež lze dohledat z dostupných zdrojů, výrazně příznivější. Jeho udávaná hodnota činí $0,42 - 0,43$ [12], [9], [13], [14]. V intencích rozboru namáhání samotného polypropyleny z předchozího odstavce, jež lze předpokládat nevýrazné, bude tato hodnota použita pro definici elastického chování materiálu.

4.6.2 Specifika modelu

Jednotlivé vazby jsou umístěny v místě styku jednotlivých částí modelu. Dobře to lze ilustrovat na vyjmuté buňce, červeně jsou na obrázku č. 16 vyznačeny plochy pro umístění potenciálních vazeb. Z obrázku si lze všimnout, že samotná buňka je modelována objemově navzdory faktu, že vzhledem k tloušťce její stěny je vhodná pro použití skořepinového modelu. Je to dáno nutností existence plochy vrchní a spodní podstavy pro definici kohezní vazby mezi buňkou a potahem. Při použití 2D skořepiny a následných zkouškách kohezní vazby se nepodařilo dosáhnout uspokojivých výsledků (vazba byla definována na čárovém styku buňky s potahem, tj. na kružnici).

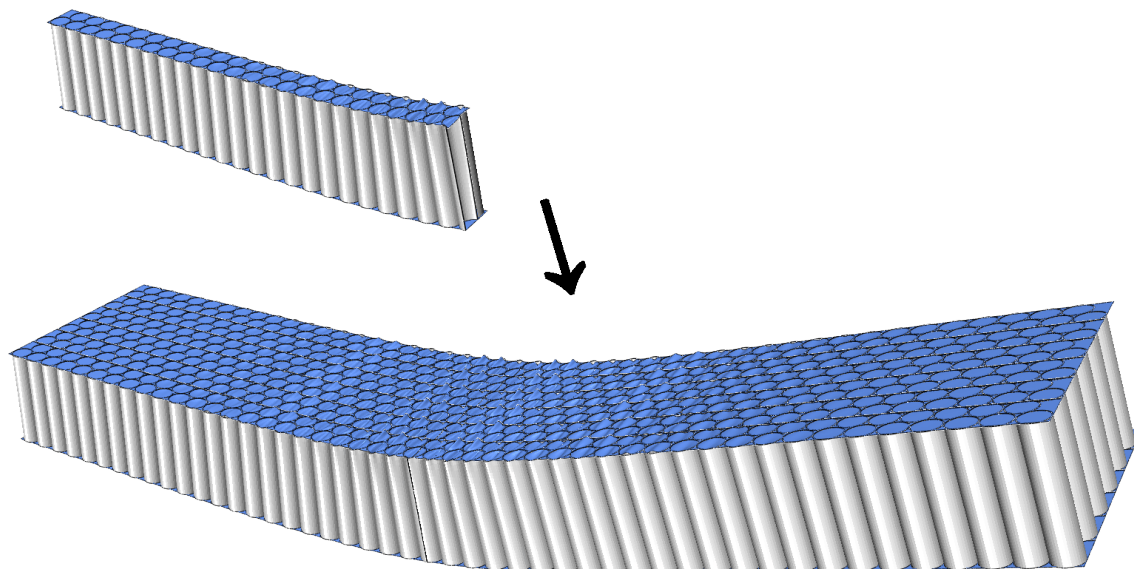


Obr. 16: Model buňky - trubičky a znázorněné plochy pro umístění vazeb

Model používá dvou typů prvků. Pro dvojici potahů je to skořepinový čtyř-uzlový lineární prvek s redukovanou integrací S4RS. Oproti standardnímu S4R značí písmeno S použití Mindlinovské teorie desek (Small strain). Prvek je vhodný pro modelování skořepin, u kterých dochází k velkým úhlovým natočením a je zároveň výpočtově efektivnější¹. Objemově modelované buňky pak byly vystavěny šestistěnnými lineárními objemovými prvky s redukovanou integrací C3D8R.

S ohledem na budoucí práci s tímto modelem, který bude v rámci identifikačního procesu podroben iterativním výpočtům, je vhodné minimalizovat jeho výpočtový čas. Během zkoušek i numerických simulací modelu je patrná jistá periodičita, daná geometrickým uspořádáním. Obdobně jako lze řešit klasické homogenní nosníky jako rovinnou úlohu, kdy následným „vysunutím“ řešení podél normály dostáváme trojrozměrný model, lze i u tohoto modelu nalézt prvek s jehož pomocí lze kompletní nosník vystavět. Vhodně provedeným řezem získáme dvě řady buněk, ze kterých jejich opakováním sestavíme nosník větších šířek. Lepší názornost nežli tento výklad zřejmě poskytne obrázek 17.

¹dle technické dokumentace Abaqusu



Obr. 17: Ilustrace vystavění detailního modelu nosníku s využitím symetrií

4.7 Zjednodušený kontinuální model voštinového jádra

Tento model je vytvářen s důrazem na maximální jednoduchost. Celá struktura voštiny včetně potahů je nahrazena homogenním kontinuem. Je zřejmé, že takto definovaný materiál musí nutně vykazovat směrovou závislost svých materiálových vlastností, jež je dána geometrií původní struktury. Zkoumaná voština má buňky ve tvaru trubiček, tato skutečnost přináší výhodu oproti voštinám s klasickou hexagonální strukturou, vlastnosti v rovině kolmé na osy buněk lze nyní pokládat za izotropní. Toto výhodné specifikum pochopitelně zdůrazňuje sám výrobce voštiny, jeho pravdivost však lze obhájit i použitím odborné literatury zabývající se homogenizací vláken vyztužených kompozitů. Kompozit vyztužený rovnoběžnými vlákny lze obecně považovat za ortotropní materiál. Ve speciálních případech, jakým je hexagonální uspořádání pole vláken, stává se náhradní materiál transversálně izotropním [15, s. 144-145]. Předchozí tvrzení lze podložit použitím analogie, kterou lze spatřit mezi trubičkami voštiny a vyztužnými vlákny kompozitu ve smyslu jejich orientace a uspořádání. Možnost pokládat náhradní materiál za transversálně izotropní přináší značnou výhodu menšího množství materiálových konstant potřebných k identifikaci (pět namísto devíti).

4.8 Identifikace materiálových parametrů

4.8.1 Detailní model

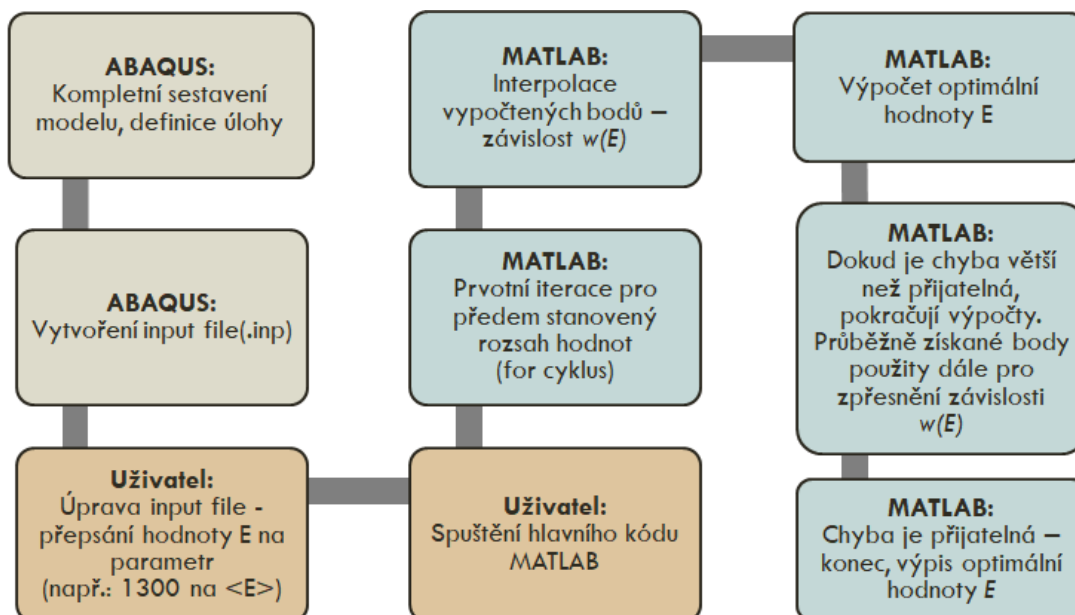
V rámci identifikace hledáme optimální hodnotu Youngova modulu. Proces identifikace spočívá v nalezení takové hodnoty E , pro níž se bude shodovat experimentální a vypočtená hodnota zátěžné síly při známém průhybu. Experimentem je tříbodový ohyb kratšího vzorku. Výpočtový algoritmus lze zevrubně popsat následovně: Nejprve jsou provedeny výpočty pro několik předem vhodně zvolených hodnot E . Pro každou z hodnot je odečtena hodnota zatěžující síly indentoru F . Tímto

získáme množství bodů $[E, F]$. Body jsou následně interpolovány vhodnou křivkou k obdržení závislosti $F(E)$. Následně je z této závislosti vypočtena optimální hodnota E_{opt} , pro kterou odpovídá síla F experimentálně změřené hodnotě F_{exp} . Těto hodnoty je dosaženo minimalizací,

$$E_{opt} = \arg \min_{E \in (E_{min}, E_{max})} [F(E) - F_{exp}]^2. \quad (26)$$

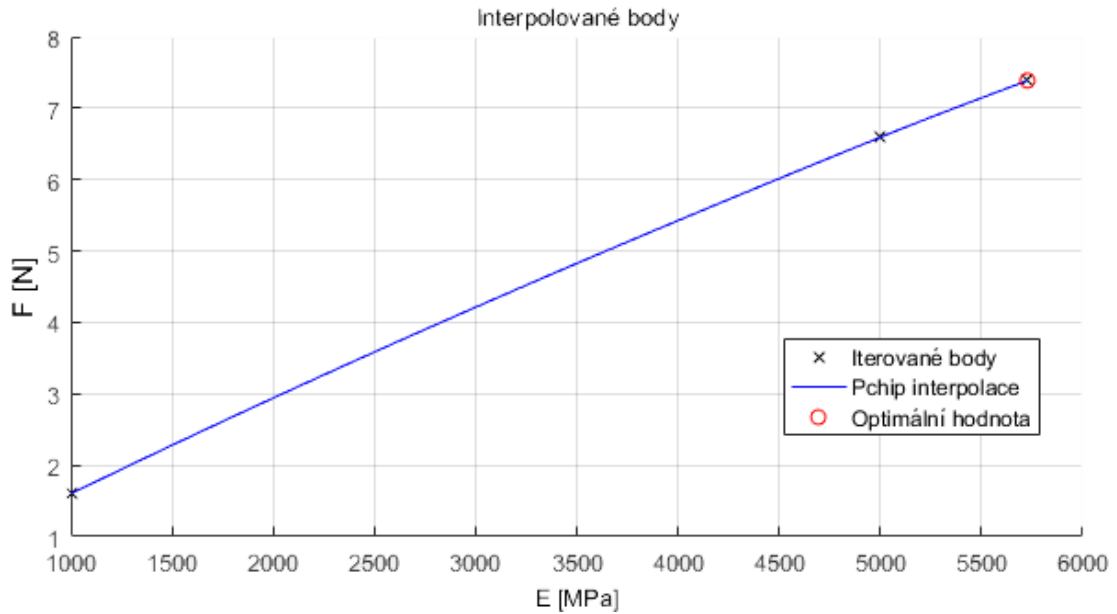
Pro tuto hodnotu je proveden nový výpočet a stanovena chyba jako rozdíl mezi získanou optimální hodnotou a výsledkem výpočtu. V závislosti na velikosti chyby je výpočet ukončen, nebo je nově získaný bod přidán do množiny bodů prvotních a aktualizuje se tím průběh $F(E)$. Následně je opět hledána optimální hodnota ze zpřesněné interpolované závislosti a proces se opakuje až do splnění kritéria ukončení výpočtového cyklu.

Prakticky je výpočet realizován pomocí MATLABu, který sám s využitím vhodných skriptů dosazuje parametry, spouští výpočty v Abaqusu a čte jejich výsledky. Celý proces je tak automatizován.



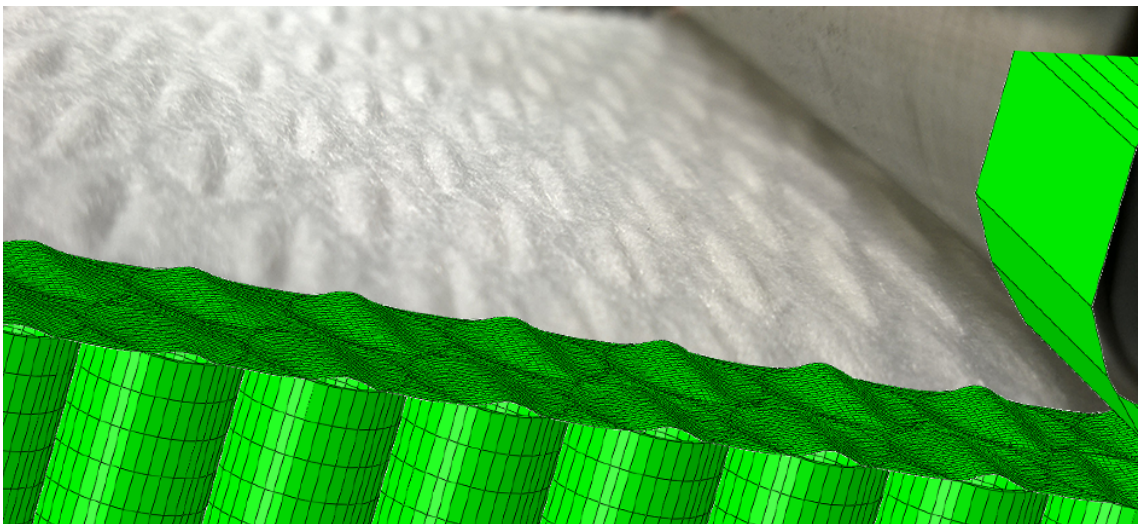
Obr. 18: Podrobný popis procesu identifikace Youngova modulu

Výsledky výpočtu ukázaly vzhledem k čistě elastickým vlastnostem nepřekvapivou lineární závislost síly na Youngově modulu. Díky tomu výše uvedený postup výpočtu velice rychle konvergoval do správné hodnoty (tolerance výsledné síly byla nastavena na 5% hodnoty síly z experimentu). Vynucovaný průhyb byl nastaven na 5 mm.



Obr. 19: Průběh optimalizace Youngova modulu

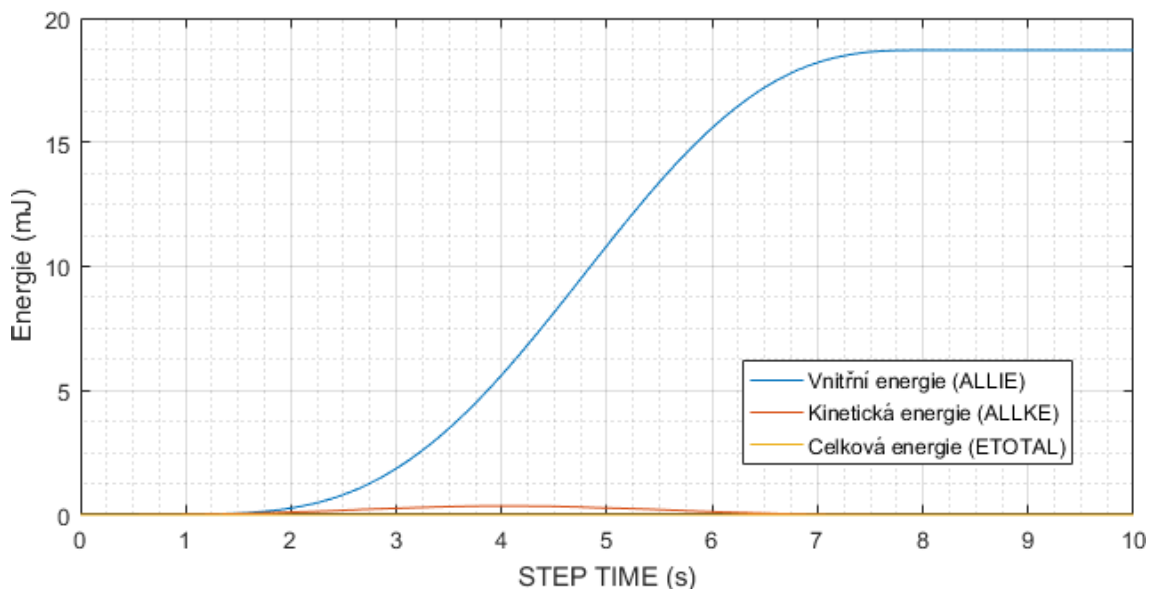
Během ohybu dochází ke zvlnění, „krabacení“ vrchního potahu, jde o ztrátu jeho stability. Větší deformace nosníku nejsou z tohoto důvodu dobře řešitelné standardním implicitním schématem, které v momentě ztráty stability potahu přestává konvergovat. O mnoho lepších výsledků nebylo dosaženo ani použitím Riksovy metody délky oblouku. Nakonec byla zvolena explicitní formulace kvazistatické úlohy.



Obr. 20: Projev ztráty stability u modelu a během experimentu

Pro urychlení výpočtu bylo využito mass scalingu pro zvětšení časového kroku na zadanou hodnotu umělým zvýšením hustoty materiálu prvků. Tímto způsobem dochází k nárůstu dynamických efektů, jež nepříznivě ovlivňují výpočet. Dynamickým efektům je úměrná velikost kinetické energie

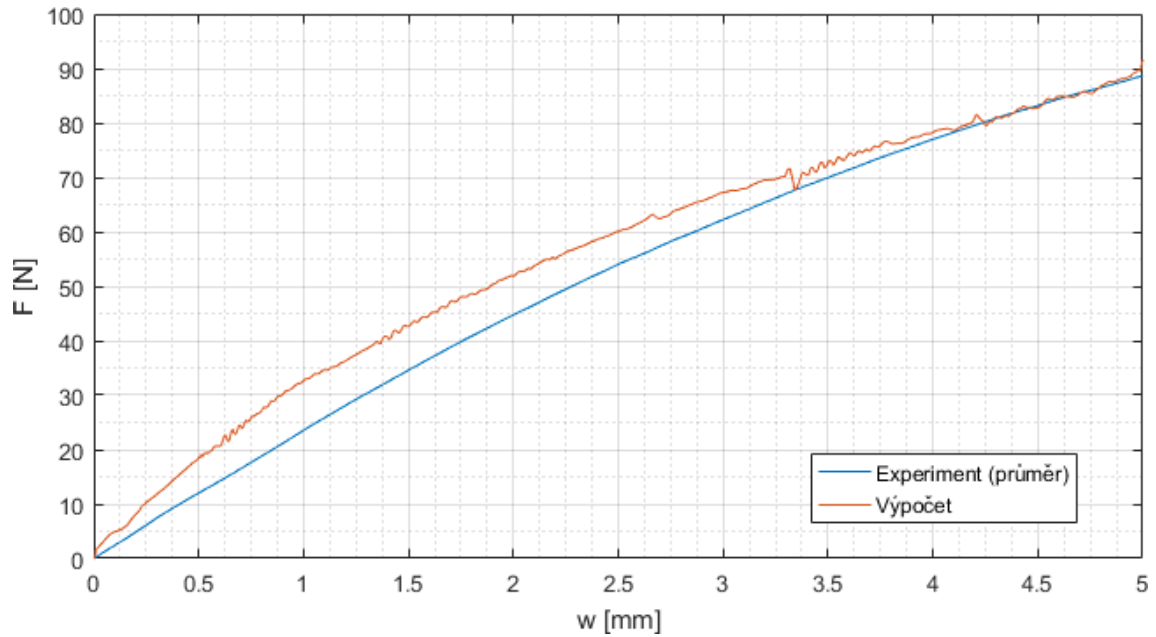
modelu, která by měla být v rámci kvazistatiky minimální. Nutná je tak kontrola energetických hladin v průběhu výpočtu. Veskrze obecně užívané pravidlo říká, že poměr kinetické a vnitřní energie by v průběhu výpočtu neměl přesahovat 10%. Průběh energií je zaznamenán na obrázku 21. Mimo vnitřní a kinetické je zanesen i průběh celkové energie, která je nulová. To je z hlediska její definice korektní průběh, v případě jejích změn by byl porušen zákon zachování energie, nulová (v obecném případě konstantní) hodnota je informací o dobrém fungování modelu.



Obr. 21: Časový průběh energií pro finální iteraci modelu

Výsledná hodnota vypočteného Youngova modulu činí pro jemně síťovaný model 5 727 MPa. Modul by se při použití jemné sítě měl blížit skutečným hodnotám, zde se jedná o hodnotu vyšší, než jaké je zmíněné obvyklé rozmezí pro polypropylen. Tato relativně značná odchylka může být způsobena několika vlivy. Zcela stěžejní částí voštiny podílející se svými vlastnostmi na výsledku zkoušky je potah. Numerický model jej uvažuje jako skořepinu o tloušťce, již udává výrobce (75 μm). Mimoto je mezi potahem a buňkami proveden spoj. Do polypropylenového potahu je poté přidán polyethylenový fleece ve formě vláken. Ve skutečnosti je tloušťka nosného prvku patrně větší a nehomogenní, sestávající z vícero materiálů, jejichž exaktní mechanické vlastnosti neznáme.

Na obrázku 22 je zobrazeno porovnání průběhu zatěžující síly s experimentem. Model byl kalibrován tak, aby se shodovala velikost síly při definovaném konečném průběhu. V konečné fázi se proto křivky shodují. Odchylka v počátku zatěžování je pravděpodobně způsobena vrchním potahem, jehož síť není dostatečně jemná pro dokonalé vystihnutí jeho zmačkávání (jak je patrné z obrázku 20) a ve výsledku je také tužší. Nezahrnuje navíc přirozené imperfekce, na počátku výpočtu je dokonale rovný. Z těchto důvodů pak pravděpodobně vykazuje numerický model větší síly.



Obr. 22: Závislost síla - průhyb pro zkalibrovaný detailní model

Bylo již zmíněno, že velikost nalezeného Youngova modulu je odvislá i od hrubosti použité sítě. Lze předpokládat, že Youngův modul bude s hrubnoucí sítí klesat, protože bude vzrůstat tuhost daná sítí, jež bude během optimalizace kompenzována právě volbou menší hodnoty E . Výsledky pro různá nastavení sítě uvádí tabulka 1.

	jemná síť	hrubá síť
velikost elementu - potahy [mm]	0,3	1
velikost elementu - trubička [mm]	2 (42 uzlů / obvod kruhu)	5 (16 uzlů / obvod kruhu)
počet uzlů modelu (tis.)	149	22
Optimální Youngův modul	5 727 MPa	5 108 MPa

Tabulka 1: Závislost výsledků na hustotě sítě (mesh dependence) pro detailní model

Fenomén nárůstu tuhosti modelu není příliš výrazný, zřejmě více by se projevil v úlohách zahrnující ztrátu stability buněk. Navíc při použití hrubé sítě nedojde k dobrému utvoření kohezních vazeb, čímž tuhost celého modelu naopak klesá vlivem oddělení potahů.

4.8.2 Zjednodušený model

Je znám počet nutných materiálových konstant k identifikaci. Pro další postup je vhodné znát jejich fyzikální význam. Využijme zavedené matice poddajnosti pro ortotropní materiál ze vztahu (1). Směry dané indexy L a T nechť leží v rovině izotropie, směr T' je směrem transverzálním. Indexy L a T můžeme vzhledem k izotropii ztotožnit, čímž dostaneme pro původní ortotropní materiál

první sadu vazbových rovnic.

$$\begin{aligned} E_L &= E_T \\ \nu_{LT'} &= \nu_{TT'} \\ G_{LT'} &= G_{TT'} \end{aligned} \quad (27)$$

Poslední rovnice váže trojici parametrů v rovině izometrie známým vztahem

$$E_L = 2G_{LT'}(1 + \nu_{LT'}) \quad (28)$$

Dosazením těchto rovnic a využitím symetrie lze získat matici poddajnosti transversálně izotropního materiálu. Pro lepší názornost zapišme celý Hookův zákon.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \varepsilon_{T'} \\ \varepsilon_{TT'} \\ \varepsilon_{LT'} \\ \varepsilon_{LT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & -\frac{\nu_{T'L}}{E_{T'}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{T'L}}{E_{T'}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{LT'}}{E_L} & -\frac{\nu_{LT'}}{E_L} & \frac{1}{E_{T'}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT'}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT'}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1 + \nu_{LT'})}{E_L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{T'} \\ \sigma_{TT'} \\ \sigma_{LT'} \\ \sigma_{LT} \end{bmatrix} \quad (29)$$

Význam pěti materiálových parametrů lze vyčíst ze zápisu (29):

E_L : Youngův modul pružnosti v rovině symetrie LT . Je rozhodující při namáhání jednoosou napjatostí ve směru náležícím této rovině, což je právě případ navržené ohybové zkoušky (kde délka vzorku umožňuje zanedbat vliv smykového namáhání). Hodnotu této veličiny je třeba nalézt.

$E_{T'}$: Modul v příčném směru. Charakterizuje elastické chování původní voštiny při namáhání ve směru osy buněk. Nabízí se možnost jeho výpočtu z podmínky shodné příčné deformace voštiny a modelu po zatížení daným zatížením na dané ploše. Poměr Youngových modulů by v takovém případě odpovídal opačnému poměru velikosti ploch, na nichž je zatížení rozloženo. Hodnota modulu zjednodušeného modelu by byla násobně nižší než ve skutečnosti (poměr ploch přibližně odpovídá poměru průměru buňky a tloušťky její stěny). Tento přístup bohužel přináší několik problémů. Především není známa skutečná hodnota Youngova modulu polypropylenu a pro jeho určení by bylo nutné dalších zkoušek (tahových/tlakových). Model by zřejmě dovedl uspokojivě vystihnout reálné chování při rovnoměrně rozložené zátěži, patrně by však nastaly potíže v okamžiku působení koncentrovaných sil v příčném směru, kde by byl model příliš poddajný. Proto bude hodnota modulu zvolena vhodně tak, aby k podobným jevům (zejména v místě kontaktu s podporami a indentorem) nedocházelo.

ν_{LT} : Poissonovo číslo pro zatížení v rovině symetrie. V realitě je velikost deformace struktury od kolmo působící zátěže způsobena změnou geometrie buněk, vzhledem k jejich tvaru navíc nedochází k jejímu lineárnímu nárůstu. Větším deformacím voštiny (jako např. na obr. 14) navíc brání potahy a nelze je ani během ohybové zkoušky očekávat. Proto tento efekt zanedbejme položením $\nu_{LT} = 0$.

$\nu_{LT'}$: Situace je obdobná jako u předchozího čísla a snad ještě lépe obhajitelná - ani při výrazných podélných deformacích se nebude znatelně měnit příčný rozměr voštiny a naopak. Deformace na sebe navzájem nemají vliv, tedy (s využitím symetrie matice poddajnosti) $\nu_{LT'} = \nu_{T'L} = 0$

$G_{LT'}$: Smykový modul pro podélný smyk. Pro zkoumanou voštinu byly v minulosti provedeny smykové zkoušky, které lze použít pro stanovení modulu. Zpráva [16] uvádí hodnotu $15 \pm 0,38$ MPa. Výrobce v technické dokumentaci pak 13 MPa. Vzhledem k charakteru ohybové zkoušky, během které nedochází k podélnému smyku, nelze očekávat výraznější vliv této hodnoty na výsledek. Nakonec byla zvolena hodnota vycházející z provedených měření v rámci zmíněné výzkumné zprávy ČVUT.

Cílem kalibrace modelu je získání závislosti síly na průhybu, která bude pokud možno co nejbližší skutečné křivce. Tou je v tomto případě závislost $\bar{F}(w)$ získaná z experimentu s dlouhými vzorky (obr. 12). Navržený transversálně izotropní materiálový model je evidentně elastický bez ohledu na deformaci. Z průběhu závislosti je však patrné, že od určité hodnoty průhybu již nedochází k nárůstu síly, což je v rozporu s elastickým chováním. Je nutné nějakým způsobem dosáhnout měknutí materiálu. V rámci zvoleného materiálového modelu je tohoto možné docílit uvažováním longitudinálního Youngova modulu jako závisle proměnné hodnoty. Vzhledem k tomu, že měřená data zahrnují mimo hledaného průběhu síly jen průhyb, nabízí se závislost modulu právě na průhybu. Následně se tedy budeme věnovat nalezení optimální závislosti $E_L(w)$.

K modelování tohoto jevu v rámci Abaqusu bylo využito možnosti definovat závislost materiálových konstant na teplotě. Vhodnou změnou teploty pak lze řídit i hodnotu Youngova modulu. Změna modulu bude probíhat globálně, pro celý model. Teplota bude sloužit jako abstraktní veličina. Rozsah jejích hodnot byl volen od 0 do 1 tak, že pro $T = 0$ je hodnota Youngova modulu $E_L = E_{L,max}$, pro $T = 1$ pak $E_L = E_{L,min}$. Změna modulu je se změnou teploty lineární a pro závislost modulu na teplotě pak lze psát vztah

$$E_L(T) = E_{L,max} - (E_{L,max} - E_{L,min}) \cdot T \quad (30)$$

Dále však budeme hledat průběh řídicí teploty T , uvedeme proto vztah inverzní,

$$T(E_L) = \frac{E_{L,max} - E_L}{E_{L,max} - E_{L,min}} \quad (31)$$

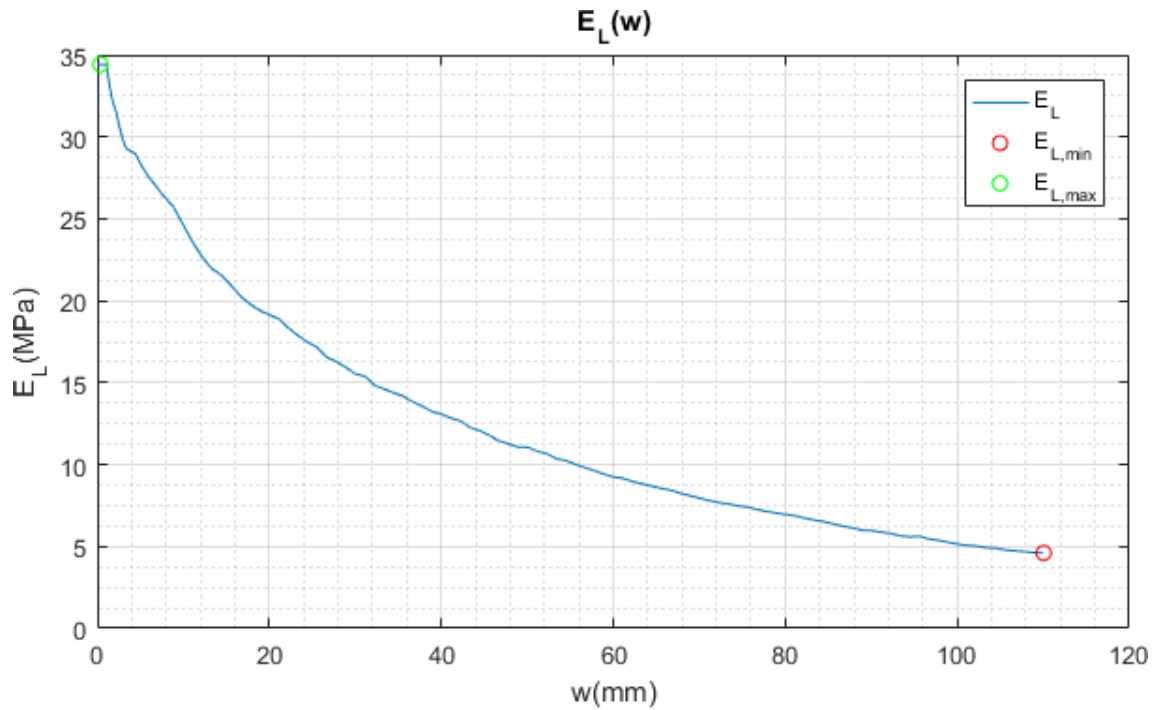
Otázkou nyní zůstává neznámý průběh E_L a tedy i hodnoty jeho minima a maxima. Využijme existence známého analytického vztahu pro průhyb silou F osově zatěžovaného nosníku na dvou

podporách ve vzdálenosti l ,

$$w = \frac{Fl^3}{48E_L J}, \quad (32)$$

J je kvadratický modul obdélníkového průřezu nosníku šířky b a výšky h , $J = \frac{bh^3}{12}$. Průběh E_L lze nyní vyjádřit v závislosti na průhybu,

$$E_L(w) = \frac{l^3}{48J} \frac{F(w)}{w}. \quad (33)$$

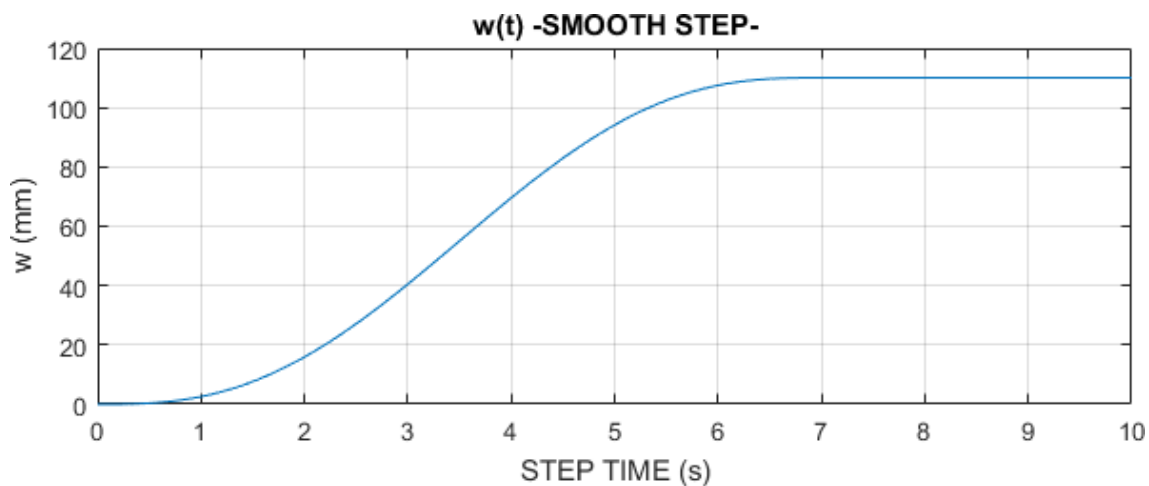
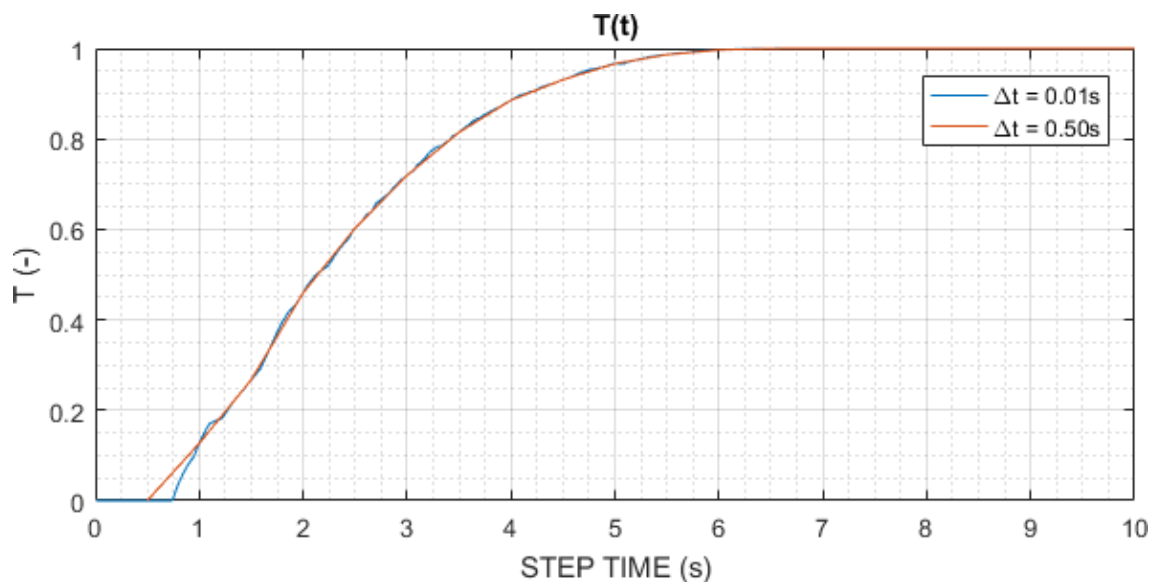


Obr. 23: Průběh závislosti Youngova modulu na posuvu při použití vztahu (33).

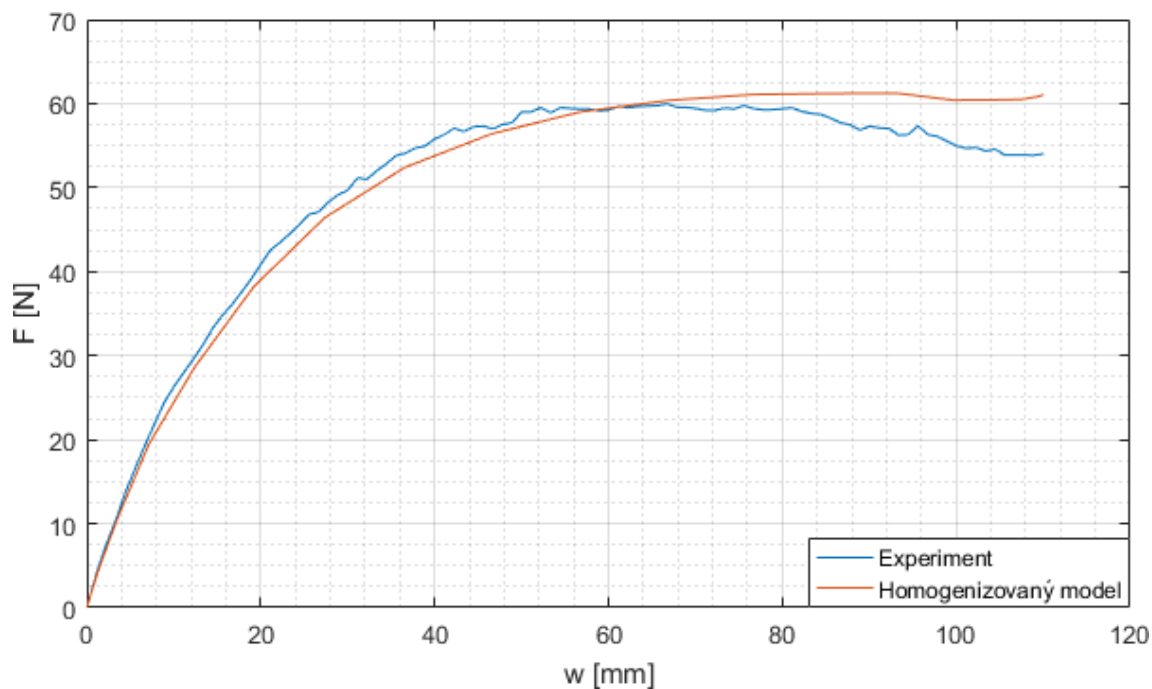
Nyní lze najít globální extrémny závislosti,

$$E_{L,min} = \min_{w \in (0, w_{max})} E_L(w), \quad E_{L,max} = \max_{w \in (0, w_{max})} E_L(w), \quad (34)$$

čímž dostáváme hodnoty nutné pro definici průběhu $T(E_L)$ z rovnice (31). Dosazením ze vztahu (33) do tohoto průběhu obdržíme závislost $T(w) = T(E_L(w))$. Abaqus umožňuje řídit hodnoty některých veličin pomocí modulu amplitudy. Lze tak definovat průběh požadované veličiny na čase. Pro finální krok tak zřejmě potřebujeme znát časovou závislost průhybu v rámci simulace. Ta je při zatěžování řízeným posuvem rovněž dána pomocí amplitudy $a(t)$, kterou se násobí hodnota konečného posuvu w_{max} . Časový průběh $a(t)$ definuje uživatel. Přesný tvar křivek těchto závislostí je uveden v technické dokumentaci programu. Konečně se tak dosazením $w(t) = a(t) \cdot w_{max}$ dostáváme k průběhu $T(t) = T(w(t))$. Ten je posléze diskretizován a ve formě tabelovaných hodnot zapsán do modulu amplitudy.

Obr. 24: Závislost $w(t)$ během simulace.Obr. 25: Závislost $T(t)$ pro různé volby časového kroku.

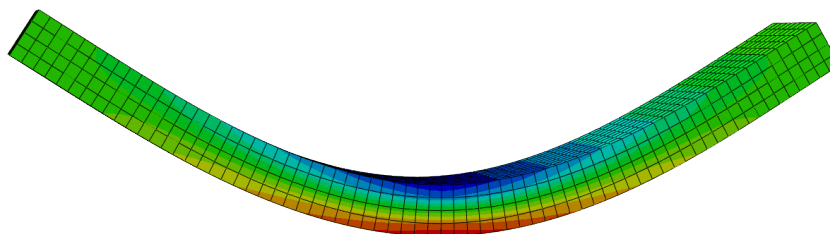
Na první pohled relativně krkolomný proces získání časové závislosti abstraktně zavedené teploty však dává uspokojivé výsledky. Na obrázku 26 níže je srovnání experimentální závislosti a simulace. Zejména v počáteční fázi spolu křivky velmi dobře korespondují. Po dosažení většího průhybu se závislosti mírně rozcházejí. Tento jev způsobuje především použití analytického vztahu (32) odvozeného za předpokladu malých deformací.



Obr. 26: Porovnání výsledků simulace zjednodušeného modelu s experimenty

Z hlediska uživatelské přívětivosti se tento proces může zdát nepřiměřeně pracný, nicméně zmíněný postup je při využití vhodných prostředků dobře algoritmizovatelný, přičemž vstupem programu je experimentální křivka závislosti $F(w)$ a výstupem tabelované hodnoty $[T_i, t_i]$. Případné úpravy tak nezaberou mnoho času.

Nepříjemnou povinností je zmínění některých úskalí a omezení vyplývajících z použité teorie. Prvním potenciálním problémem je čistě elastické chování. Model je velmi dobře použitelný v elastické oblasti, nicméně i po překročení meze elasticity se bude po odlehčení navracet do původního nedeformovaného tvaru. Není tak možné model použít např. pro odhad zbytkových deformací. Nabízející se teoreticky proveditelné zavedení plasticity do modelu komplikuje jednak jeho ne-izotropní charakter a v průběhu zatěžování s teplotou proměnlivé hodnoty napětí. Další imperfekce spočívá ve tvaru čáry průhybu. Přestože experiment nezahrnoval její vlastní měření, bylo vizuálně dobře patrné, že nosník byl v polovině délky ostřeji zalomen než model.

Obr. 27: Model po dosažení maximálního průhybu (barevně napětí σ_L)

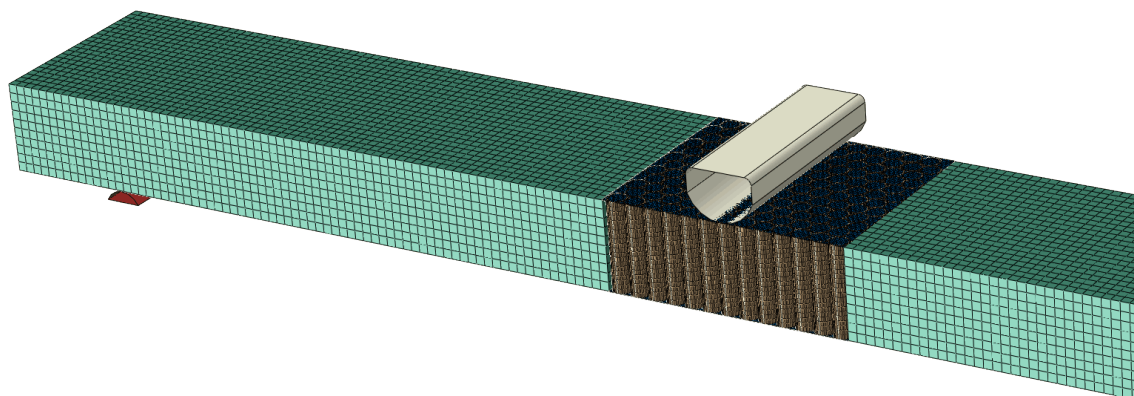
Zmíněné nedostatky pak jsou motivací pro další postup, kdy dojde ke spojení dvojice uvedených

modelů.

4.9 Spojení zjednodušeného a detailního modelu

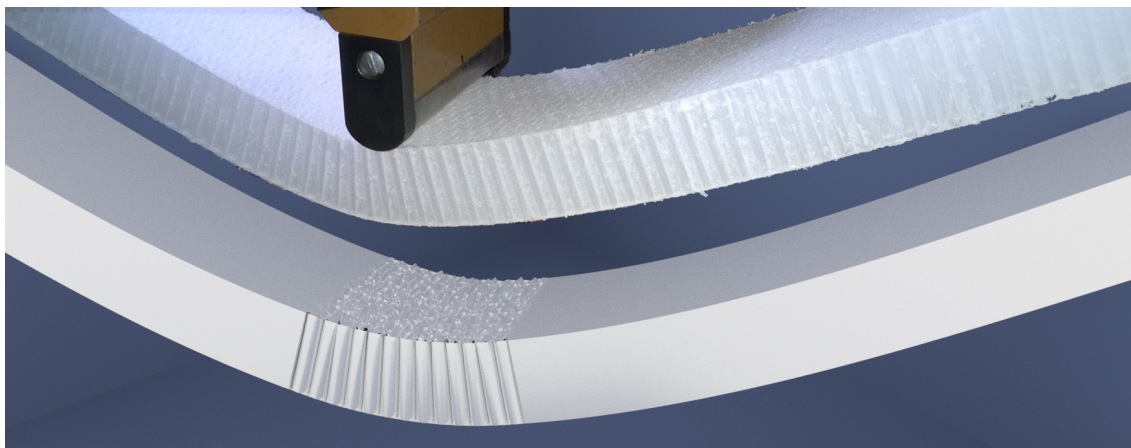
Předchozí statě se věnovaly sestavení a kalibraci dvojice modelů. Zatímco homogenizovaný kontinuální model je úsporný z hlediska výpočtového času, podrobný model dokáže dobře zachytit lokální jevy. Vhodným spojením modelů při použití každého z nich v souladu s jejich účelem pak lze získat model výhodně používající uvedené benefitů obou částí.

Příkladem budiž ohybová zkouška delšího voštinového nosníku. Kompletní vystavení mikrostrukturálním modelem je pro běžného uživatele nedisponujícího mimořádně výkonnou výpočtovou stanicí nepoužitelné. Kontinuální model nedokáže dobře postihnout lokální jev zmačkávání buněk voštiny a potahu pod indentorem. Sestavme tedy model kombinací obou. Na obr. 28 je kombinovaný model tohoto nosníku. Střední část je tvořena mikrostrukturou. Okraje nepodléhající výraznějším deformacím používají kontinuální model. Přiléhající plochy obou modelů jsou pevně spojeny pomocí tie vazeb.



Obr. 28: Model vzniklý kombinací detailního a zjednodušeného modelu

Výsledkem ohybové zkoušky tohoto modelu je věrohodný výsledek. Je poměrně dobře patrné větší zakřivení v okolí indentoru. Samotná průhybová čára nebyla měřena, k zobrazení vzájemné blízkosti kombinovaného modelu s experimenty je použita grafická kompilace na obrázku 29.



Obr. 29: Porovnání simulace kombinovaného modelu se zachyceným experimentem

4.10 Diskuze a další možné postupy

Sestavené modely dokáží dostatečně věrně reprezentovat reálné chování zkoušených vzorků během prováděných experimentů. Otázkou je, zdali jsou tyto modely, společně s postupy, které vedly k jejich sestavení, schopné dobrého odhadu i pro úlohy, které jsou geometrií, způsobem namáhání atd. odlišné od prováděných ohybových zkoušek. K odchylkám méně náchylný bude zřejmě detailní model. Z podstaty věci by měl být při dokonalém sestavení schopen zachycení libovolné deformace voštiny. Za účelem dalšího zpřesňování je možné tento model dále vybavit modely poškození (viz kapitola dále), plasticity, tečení aj. Nutné je pak provedení příslušných experimentů.

Složitější je situace v případě zjednodušeného modelu tvořeného náhradní homogenní strukturou. Je zřejmé, že model byl kalibrován velice specificky vůči příslušnému experimentu (změna Youngova modulu je de facto závislá na průhybu, resp. posuvu příčnicku). Nelze se proto domnívat, že by model byl schopen spolehlivě se stejným nastavením dobře aproximovat i jiné typy úloh, například zatížení desky, čtyřbodový ohyb a podobně. Patrně by bylo možné provést obdobným způsobem nastavení parametrů tak, aby danou úlohu dobře approximoval. Významným omezením je pak použití analytického vztahu (32), protože analytické řešení nemusí pro zcela obecnou úlohu existovat. V takových případech by bylo nutné přistoupit k hledání parametrů jiným způsobem, například pomocí optimalizačních algoritmů. Další možný vývoj zjednodušeného modelu by se mohl ubírat směrem k nalezení jiné veličiny nežli průhybu, na které by byla uvažována závislost Youngova modulu E_L . V ideálním případě by se mohlo jednat o vnitřní veličinu modelu vycházející například z hodnot napětí či deformací všech prvků modelu, čímž bychom vycházeli z informací z celého modelu, nikoli jen jediného daného bodu.

Při mírně pesimistickém náhledu na problematiku zjednodušeného modelu v intencích předchozího odstavce by se mohla zdát snaha o jeho sestavení zbytečná s minimální možností budoucího uplatnění. Názorným zdůvodněním, proč tomu tak není, je právě uvedená ukázka kombinace tohoto modelu s modelem detailním. Bylo možné numericky simulovat lokální efekt v poměrně jemně strukturo-

vaném vzorku při jeho současných nemalých rozměrech. Obdobným způsobem by pak bylo možné přistoupit i k řešení například již zmíněné desky, pro kterou by byla v oblasti zájmu nahrazena homogenní struktura mikrostrukturou.

Dalším možným uplatněním je využití zjednodušeného modelu v rámci metody submodelingu. Z výsledků výpočtu zkalibrovaného modelu je možné následně získat v dané oblasti okrajové podmínky pro další práci s detailním modelem.

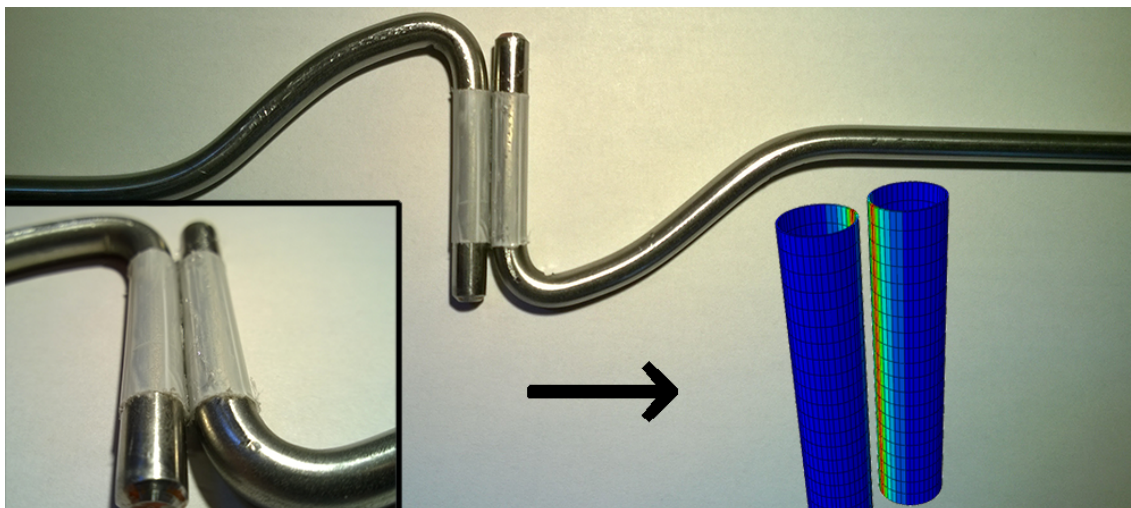
4.10.1 Identifikace parametrů kohezních spojů

Pro potenciální budoucí modelování poškození voštinové struktury je nutné korektně definovat podmínky, za kterých dojde k porušení lepených spojů. Původní předpoklad, dle kterého k rozlepení struktury mělo dojít během ohybových zkoušek při výraznějších průhybech se nepotvrdil. Jednotlivé buňky zůstaly v kontaktu a jejich rozlepení se nepodařilo docílit ani následným „hrubým ručním zacházením“ - viz obrázek níže, na kterém byl jeden ze vzorků ohnut o 180° do tvaru písmene U, struktura však zůstává nenarušena.



Obr. 30: Neporušená struktura buněk při velké deformaci

Předem navržený experiment pro zkoumání vazeb zahrnoval zkoušku roztržení dvojice vypreparovaných buněk. Cílem bylo získání závislosti síla - oddálení pro lepený spoj, která by určovala vlastnosti vazby v normálovém směru. Pro zabránění ovlivnění výsledků vlastní deformací buněk byl do nich vsunut ocelový drát odpovídajícího průměru.



Obr. 31: Možný způsob identifikace kohezních vazeb

Protože k jevu porušení vazeb nedošlo a pro kalibraci modelů je nebylo nutné uvažovat, bylo od experimentu upuštěno. V rámci práce dávám k dispozici předpřipravený program pro identifikaci parametrů vazby využívající obdobně jako předchozí procesy součinnost Abaqusu a MATLABU. V Abaqusu byla sestavena modelová úloha pro numerickou simulaci trhání ve formě vynuceného oddálení dvojice buněk při fixaci tvaru jejich vnitřního průměru simulující přítomnost drátu. Schéma navrženého experimentu a jeho numerické simulace znázorňuje obr. 31. Předpokládá se lineární ztráta tuhosti vazby, výsledná závislost síla - oddálení je v Abaqusu dána třemi parametry, jež chceme identifikovat, tuhostí vazby K_{nn} , maximálním napětím σ_n a oddálením, při kterém dojde k absolutní ztrátě tuhosti δ_{max} . Proces identifikace spočívá v nalezení takových hodnot parametrů, pro které se co nejlépe shodují průběhy experimentální a simulované závislosti $F(\delta)$. Cílem je dosáhnout co nejlepší shody funkčních hodnot v předem daných bodech δ_i . To vede na úlohu minimalizace funkce f ,

$$f = \sum_{i=1}^N [F(\delta_i) - F_{exp}(\delta_i)]^2. \quad (35)$$

Bylo zvoleno rovnoměrné rozložení porovnávaných bodů na ose δ a platí tedy

$$\delta_i = \frac{\delta_{max}}{N-1}(i-1) \quad (36)$$

K optimalizaci je využito neuronových sítí, které jsou součástí příslušného toolboxu v rámci programu MATLAB. Nejprve jim jsou dodány trénovací vzorky, tvořené výslednými křivkami $F(\delta)$ pro různé kombinace vstupních parametrů. Síť se při volbě vhodné trénovací metody a počtu neuronů skryté vrstvy snaží naučit vliv změny daného parametru na tvar křivky a následně hledají takový tvar, který minimalizuje cílovou funkci. Pro nalezenou kombinaci se spouští výpočet a jeho výsledek je přiřazen k předchozím vzorkům. Následné opětovné trénování a výpočty probíhají opakovaně dokud není míra snižování hodnoty cílové funkce dostatečně nízká.

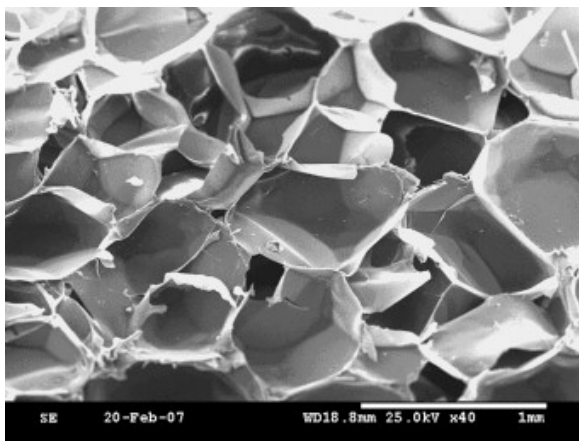
5 Analýza pěnového jádra

Obdobně jako u jádra voštinového lze i u pěny, jak již bylo zmíněno, brát v potaz její mikrostrukturu. Pakliže byl pojem mikrostruktury užit v rámci analýzy voštiny, kde jím byla myšlena struktura věrně zachycující geometrii jednotlivých buněk, v případě pěn se pod tímto pojmem nachází svět řádově menších rozměrů. S ohledem na předpony jednotek SI by tak byl pro voštinu příhodný spíše pojem „milistruktura“, který však český jazyk nezná a protože smyslem práce není lexikologický příspěvek ve formě vytvoření novotvaru, není proto použit. Cílem toho rozboru je uvědomění si skutečnosti, že zatímco v případě voštin je modelování detailní struktury a následné práci s ní věnován velký prostor, v případě pěn nedává podobný přístup smysl, neboť v rámci běžných aplikací není nutné zachytit lokální jevy v takto podrobném měřítku.

Pěnu tak lze pokládat za homogenní materiál již při mnohem menších rozměrech zkoumaného vzorku. Zcela bezpečně ji tak lze uvažovat při jejím použití jako jádra sendvičů, často tvořících metrové struktury. V rámci dalších úkonů bude tedy pěna pokládána za homogenní materiál a práce se tak značně zjednoduší.

5.1 Mechanické vlastnosti pěny

Makroskopické materiálové vlastnosti pěny jsou odvislé od její vlastní mikrostruktury. Nejen použitý materiál pěny (polyuretan, hliník), ale i způsob uspořádání tohoto materiálu hraje z hlediska mechanických vlastností významnou roli. Je například patrný rozdíl mezi pěnamí s uzavřenou strukturou buněk (pěna je tvořena drobnými kavitami nepropouštějícími vzduch) a otevřenou strukturou. Celá problematika je velmi obsáhlá, názorný a ucelený rozbor nabízí například Millsova příručka [17]. Pro účel této práce ale budeme na pěnu nahlížet makroskopicky, předmětem zkoumání pak bude homogenizovaná struktura, v níž bude vliv mikrostruktur možné zanedbat.



Obr. 32: Mikroskopický snímek polyuretanové pěny [18]

5.2 Modely pěny

Výpočtový software je pro práci s pěnou obvykle vybaven sadou materiálových modelů, pro jejichž použití se následně musíme rozhodnout v závislosti na vlastnostech použité pěny a na formulaci řešené úlohy. Jmenovitě uvedme stručný přehled modelů a možností jejich použití, jež pro práci s pěnou nabízí Abaqus. Pro práci s pěnou jsou určeny především tyto modely [10]:

- **Low density foam**

Model je určen pro lehké, vysoce stlačitelné pěny, jejichž chování významně závisí na rychlosti deformace, např. právě polyuretanové pěny. Vstupními daty modelu jsou zátěžové křivky pro jednoosou tahovou a tlakovou zkoušku při různých rychlostech deformace. Lze zahrnout i Poissonův efekt, ačkoli model v základu předpokládá nulovou hodnotu Poissonova čísla. Zahrnuto je poškození materiálu a možnost odstranění elementů, pro něž některé z jejich hlavních tahových napětí přesahuje stanovenou mez. Na obrázku 40 byl tento model použit k simulaci vzniku a propagace trhlin v sendvičovém nosníku s pěnovým jádrem během tříbodové ohybové zkoušky. Nutné je použít explicitního řešiče (Abaqus/Explicit) a elementů daného typu.

- **Crushable foam**

Neboli stlačitelná, rozmačkatelná pěna je model použitelný k popisu plastického chování materiálu, pro popis elasticity je nutné použít lineární izotropní elastický model. Mezi vstupní data modelu je dále nutné zanést hodnoty popisující plastické zpevnění materiálu (hardening), pro dynamické děje lze definovat i závislost na rychlosti deformace. Vstupní data obvykle vycházejí ze zátěžných zkoušek pěny jednoosým tlakem a hydrostatickým tlakem. Tento model je vhodný k analýzám pěn a dalších materiálů užívaných zejména pro jejich schopnost absorpce energie, např. balsy. Typovou úlohou pro použití tohoto modelu jsou například simulace impaktů či stlačování struktur tvořených takovýmto materiálem.

- **Hyperfoam**

Modeluje nelineární, izotropní, hyperelastické chování materiálu, tj. popisuje materiál, který je schopný značných elastických deformací (typicky elastomery). Kalibrace je prováděna sadou testovacích úloh.

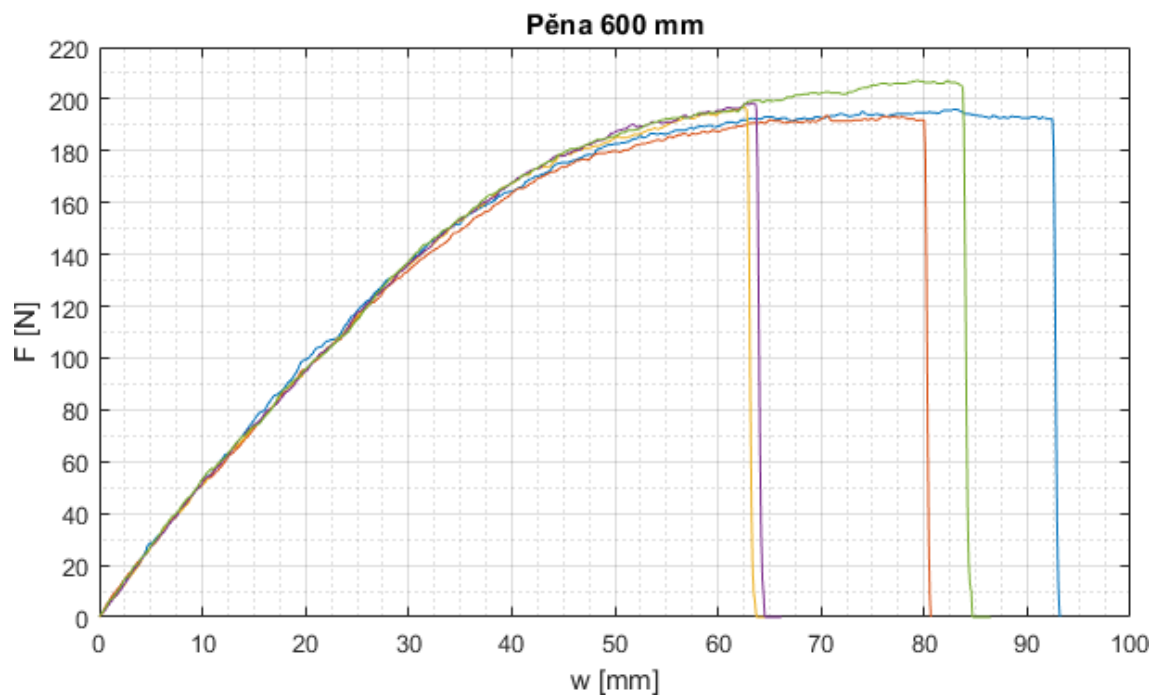
Obdobnou sadu lze nalézt u většiny známých komerčních řešičů (Ansys, LS-Dyna). Tyto programy navíc umožňují použití vlastních materiálových modelů, čímž se možnosti jejich výběru značně rozšiřují.

5.3 Zkoumaná pěna

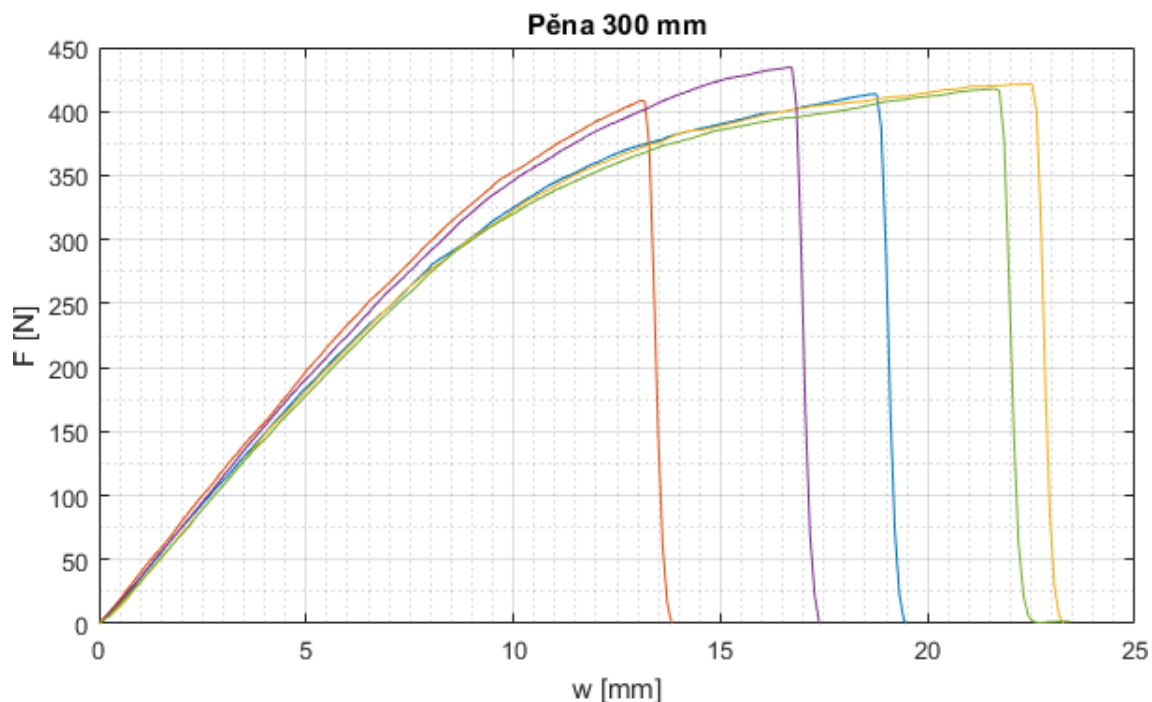
Pro experimenty byla použita polyuretanová pěna HEREX C70.90. Jedná se o pěnu s uzavřenou strukturou buněk určenou pro použití v sendvičových konstrukcích.

5.4 Experiment

Experiment probíhal v zásadě shodně s experimenty s voštinou, rovněž bylo zkoušeno 2x5 vzorků se shodnými vzdálenostmi podpor 300 a 600 mm zkouškou tříbodovým ohybem, tedy dle schématu na obr. 10. Průběh zkoušky se však lišil, polyuretanová pěna se chová křehce. Lom nastal u všech vzorků, vždy pod indentorem, plocha lomu byla kolmá k podélné ose nosníku. Poměrně značně se lišil okamžik lomu. Dobře patrné je to z grafů výsledků experimentu níže.



Obr. 33: Výsledky experimentu pro pěnové nosníky, $l = 600$ mm. $\sigma = 1,69$ N

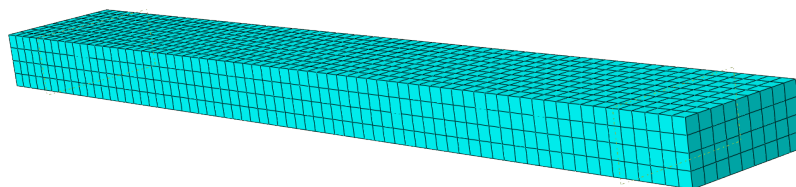


Obr. 34: Výsledky experimentu pro pěnové nosníky, $l = 300$ mm. $\sigma = 9,32$ N

Statistické vyhodnocení používá vztahy (24) a (25) pouze s tím rozdílem, že porovnává průběhy křivek pouze do okamžiku lomu prvního ze vzorků.

5.5 Tvorba modelu

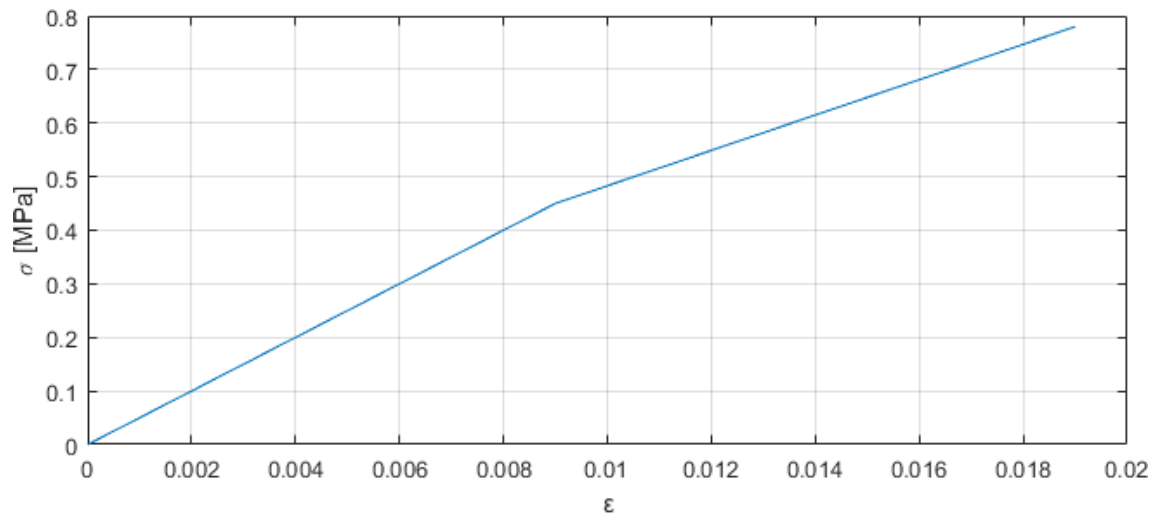
Pro homogenní izotropní pěnu je tvorba geometrického modelu triviální, jak je patrné i z obrázku 35. S ohledem na předchozí odstavce je patrně největší překážkou vhodná volba materiálového modelu. Pro korektní použití výše zmíněných pěnových materiálových modelů je třeba provedení množství experimentů, zahrnující tahové a tlakové zkoušky, často navíc při různých rychlostech zatěžování. Při použití pěny jako jádra sendvičového nosníku lze předpokládat její namáhání především na ohyb a smyk. S ohledem na tuto skutečnost byly voleny i provedené experimenty. Chceme - li dobře vystihnout chování pěny během tohoto způsobu zatěžování, lze ukázat, že vystačíme s mnohem jednodušším elasto-plastickým modelem.



Obr. 35: Model pěnového jádra

5.6 Identifikace materiálových parametrů

Vyšlo najevo, že dostatečně přesné výsledky lze získat použitím modelu s lineárním zpevněním. Napětově - deformační závislost tohoto modelu je na obr. 36. Průběh závislosti lze určit trojicí parametrů, směrnicemi obou přímk a bodem jejich průniku.



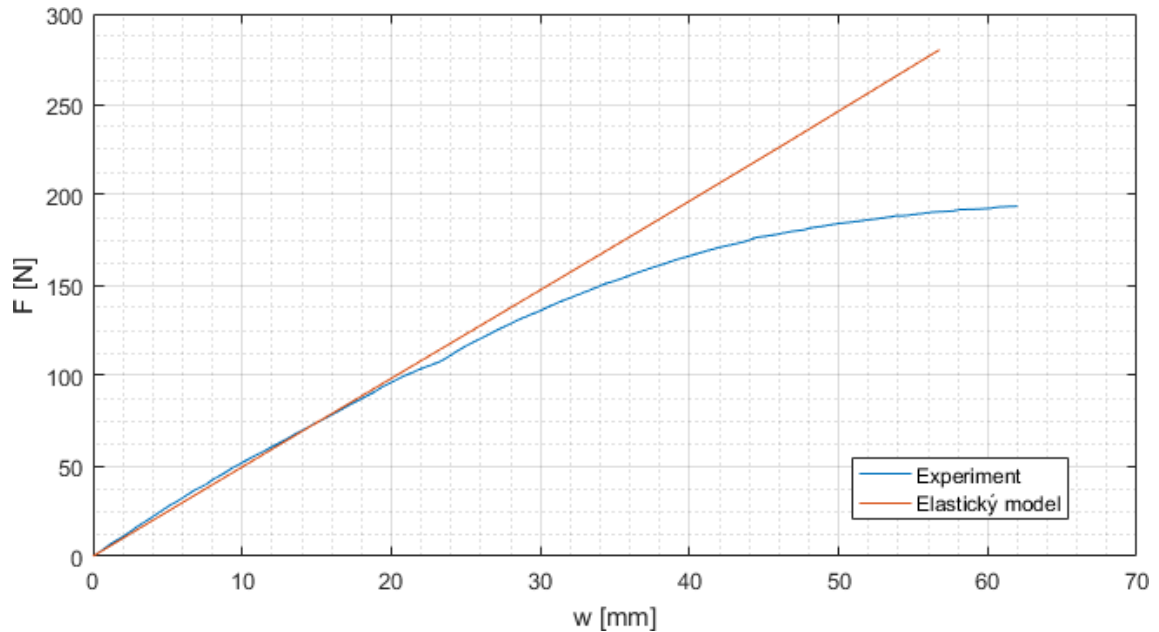
Obr. 36: Diagram použitého materiálového modelu

Směrnicí elastické části je Youngův modul. Jeho hodnotu lze stanovit z analytického vztahu (33). Pro počátek experimentální křivky, do hodnoty průhybu w_{max}^{el} , kde je chování elastické, byl modul určen jako střední hodnota pro body experimentální závislosti, tedy

$$E = \frac{1}{N} \sum_{w_i=0}^{w_{max}^{el}} E_i(w_i), \quad (37)$$

kde N je počet měřených bodů v intervalu $\langle 0, w_{max}^{el} \rangle$.

Pro další postup je dobré znázornit chování modelu ještě bez zavedené plasticity.



Obr. 37: Porovnání průběhů s rýze elastickým modelem

Po překročení jisté hodnoty průhybu se křivky rozcházejí. Posledním bodem, ve kterém se křivky ještě dobře shodují, je mez kluzu. Její hodnotu lze určit pomocí analytických vztahů anebo snáze přímo z výsledků simulace. Pro odpovídající průhyb je to hodnota maximálního Von Misesova napětí.

Úloha hledání směrnice přímky plasticity je ekvivalentní hledání bodu náležícího této přímce s jednou souřadnicí volenou jako parametr. Abaqus definuje průběh hodnotami Yield Stress - Plastic Strain. Prvním bodem je mez kluzu, pro kterou je hodnota plastické deformace nulová. Pro druhý bod byla pevně zvolena hodnota plastické deformace a hledána hodnota napětí. Pro nalezení této hodnoty poté lze použít stejný algoritmus, jako byl použit pro hledání E detailního modelu v případě voštiny. Hodnota tohoto napětí je postupně iterována, dokud není dosaženo požadované shody průběhů experimentální a modelové závislosti síla - průhyb.

Zatím nebyla zmíněna druhá z elastických konstant, Poissonův poměr. Pro nalezení jeho hodnoty lze vyjít z dříve provedených smykových experimentů. Výzkumná zpráva [19] uvádí hodnotu smykového modulu G . Poissonův poměr je poté

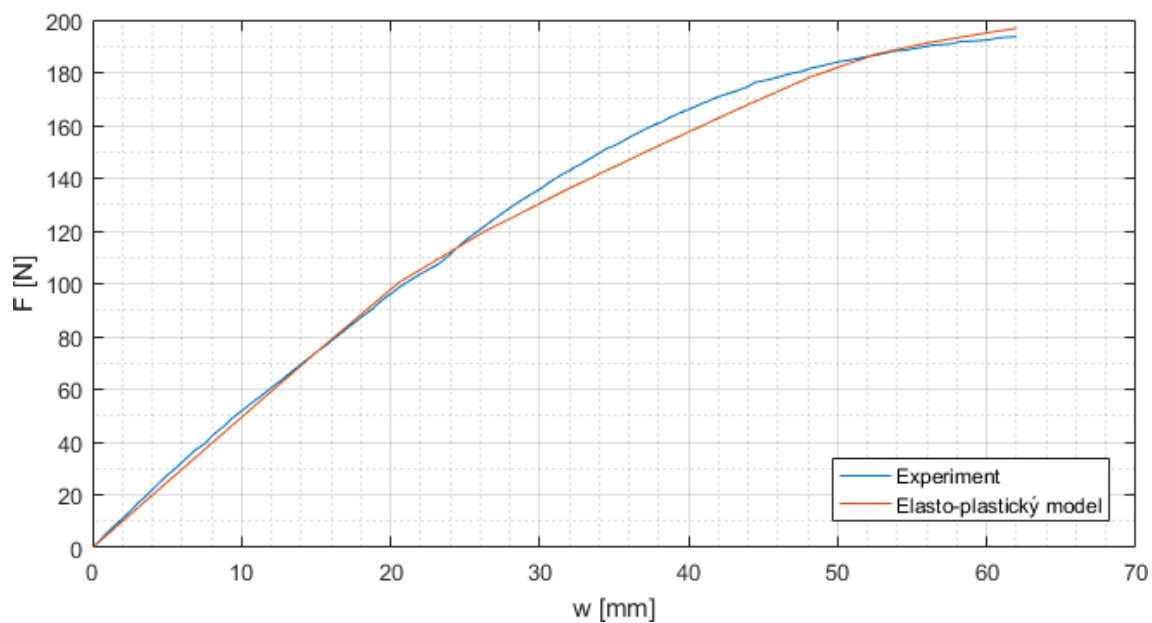
$$\nu = \frac{2G}{E} - 1. \quad (38)$$

Kalibrace byla, vzhledem v vyšším hodnotám dosažených průhybů, provedena na vzorcích o vzdálenosti podpor 600 mm. Výsledky uvádí tabulka (2) a obrázek (38).

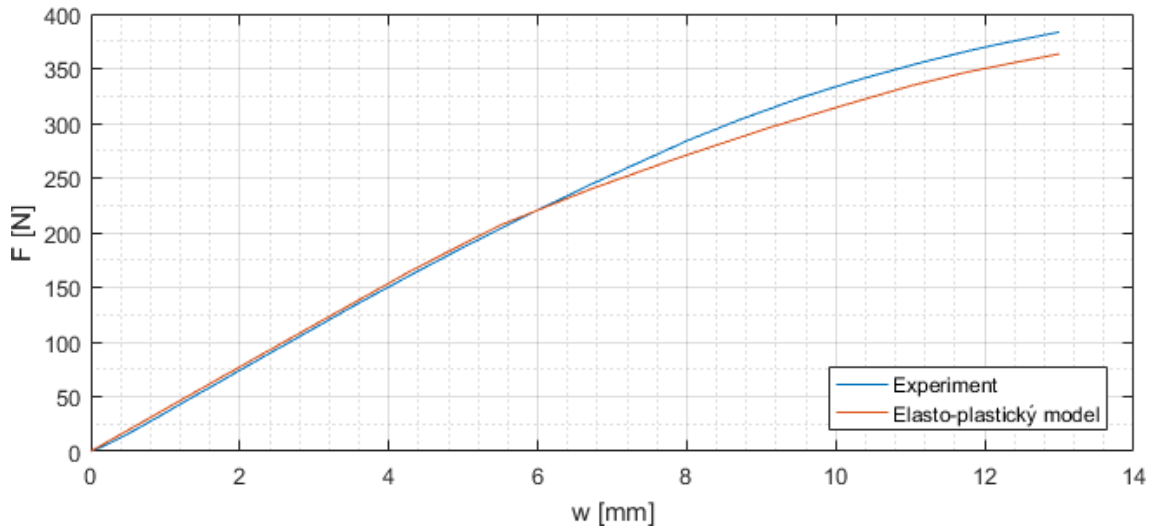
Mez kluzu (Yield Stress) [MPa]	Plastická deformace (Plastic Strain)
0,45	0
0,78	0,01

$$E = 50 \text{ MPa}, \nu = 0,66$$

Tabulka 2: Identifikované parametry materiálového modelu pro pěnu

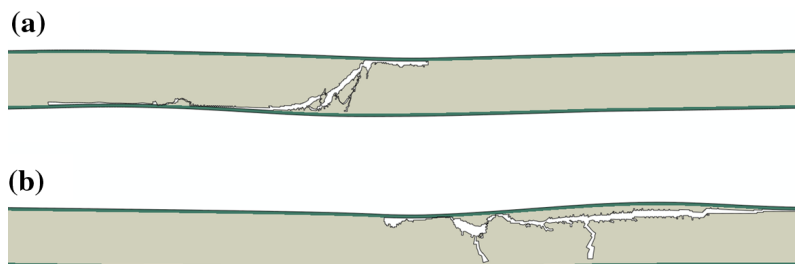
Obr. 38: Srovnání průběhů pro vzorky pěny $l = 600 \text{ mm}$

Pro ověření funkčnosti modelu byla provedena simulace s týmiž hodnotami materiálových parametrů pro kratší vzorky. Stejně jako v případě delších vzorků probíhá simulace do hodnoty průhybu odpovídající okamžiku lomu nejdříve prasknuvšího vzorku. Vzájemná dobrá shoda experimentální závislosti se simulačním modelem, kalibrovaným však na jiném typu úlohy, je příznivým výsledkem testu univerzálnosti použitého materiálového modelu v rámci ohybových zkoušek.

Obr. 39: Srovnání průběhů pro vzorky pěny $l = 300$ mm

5.7 Diskuze

Zkonstruovaný model dovede dobře popsat chování pěny do okamžiku jejího lomu. Model poškození nezahrnuje a je nutné brát na to ohled. Obohacení modelu o poškození je možné, vyžadovalo by pravděpodobně provedení dalších experimentů. Při použití experimentálních dat z ohybových zkoušek je problematické i určení bodu lomu, který nastal pro jednotlivé vzorky ve značně odlišných okamžicích. Dále je také z ohybových zkoušek sendvičů známo, že nedochází k lomu v polovině délky, ale pěna praská v blízkosti potahů nebo dojde k typickému lomu pod úhlem přibližně 45° v závislosti na vzdálenosti podpor nosníku. Dobrý přehled nabízí článek [20], který rovněž popisuje postup modelování tohoto typu poškození.



Obr. 40: Poruchy pěnového jádra pro nosníky různých délek [20]

Samotný lom nastává velice rychle a pro řešení by bylo nutné použití explicitní formulace s opatrnou volbou časového kroku. Není - li však předmětem zájmu přímo destrukce sendvičové struktury, nabízí uvedený model dobrou aproximaci reálného chování při minimální výpočtové náročnosti.

6 Shrnutí a závěr

Cílem práce bylo řešení problematiky mechanických vlastností sendvičových struktur, zejména pak samotných jader sendvičů. V úvodu jsou zmíněny metody analytického řešení sendvičových struktur a uvedeny některé základní vztahy, které jsou i dále použity při konstrukci numerického modelu. Dále se práce dělí do dvou stěžejních kapitol, které se zabývají tvorbou modelů voštinového a pěnového jádra. Hlavním cílem těchto kapitol je takový popis postupu práce, ve kterém lze dobře sledovat myšlenkové úkony vedoucí k sestavení modelů. Provedené kroky jsou předem avizovány, podloženy argumentací a je-li to možné, jsou nakonec znázorněny i jejich výsledky, nad nimiž je následně vedena diskuze. Uvedené výsledky výpočtů a jejich srovnání s experimenty se snaží prokázat naplnění hlavních cílů práce, jimiž je tvorba modelů.

V rámci identifikace využívají modely vytvořených optimalizačních procedur, dostupných v příloze. Nicméně samotná tvorba jednotlivých modelů je svým způsobem snahou o nalezení optimálního přístupu z hlediska investovaného času experimentátora, výpočtáře a také hardwaru. Z tohoto vyplývající omezení oblastí použitelnosti modelů jsou popsána v rámci diskuze. Pro některé z těchto restrikcí jsou uvedeny další možné postupy, které by ve výsledky měly vést k jejich odstranění. Proto byla snaha zpracovat tuto tematiku tak, aby byla umožněna relativně dobrá návaznost práce. V práci není podrobně popsána funkce sestavených programů, přiložené kódy jsou ale vybavené komentáři, které společně se samotným kódem přispějí k pochopení zřejmě lépe nežli dlouhý popis.

Vzniklo více variant modelu voštinového jádra a model jádra pěnového, jejichž silovou odezvu se podařilo optimalizovat tak, že výsledné silové průběhy jsou blízké experimentálním datům. S uvážením faktu, že po přilepení kompozitových nebo kovových potahů na jádro dojde k mnohonásobnému nárůstu tuhosti sendviče bude i případná silová odchylka samotného jádra svou velikostí zanedbatelná v poměru k zatěžujícím silám.

Výsledkem by tedy měl být ucelený, podložený, transparentní a dále dobře uchopitelný metodický postup tvorby modelů za použití poznatků vlastních, obecně známých i převzatých z vhodných odborných zdrojů.

7 Seznam použitých zdrojů

1. VINSON, Jack R. *The Behavior of Sandwich Structures of Isotropic and Composite Materials*. Technomic Publishing Company, Inc., 1999. ISBN 1-56676-699-0.
2. US DEPARTMENT OF DEFENSE (ed.). *Composite Materials Handbook: Volume 3. Polymer Matrix Composites Materials Usage, Design, and Analysis*. 2002. Č. MIL-HDBK-17-3F.
3. DWEIB, M.A. et al. All natural composite sandwich beams for structural applications. *Composite Structures* [online]. 2004, roč. 63, č. 2, s. 147–157 [cit. 2017-10-24]. ISSN 0263-8223. Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822303001430>.
4. BITZER, T.N. *Honeycomb Technology: Materials, Design, Manufacturing, Applications and Testing*. Springer Netherlands, 2012. ISBN 978-94-011-5856-5. Dostupné také z: <https://books.google.cz/books?id=b-vqCAAQBAJ>.
5. OH, K. et al. Adhesion Properties Investigation of Sandwich Composite Structure With Surface Treatment of AA 5052 Skin [online]. 2007 [cit. 2017-10-25]. Dostupné z: http://www.iccm-central.org/Proceedings/ICCM16proceedings/contents/pdf/WedK/WeKM1-01ge_parkh229713p.pdf.
6. LAŠ, V. *Mechanika kompozitních materiálů*. 2. vydání. Západočeská univerzita v Plzni, 2008. ISBN 978-80-7043-698-9.
7. DASSAULT SYSTEMES. *Modelling of Composite Structures with Abaqus* [online] [cit. 2018-04-27]. Dostupné z: http://www.simulia.com/download/Webinars/Central_Composite_Series/.
8. FOO, Keith; CHAI, Gin; SEAH, L. Mechanical Properties of Nomex Material and Nomex Honeycomb Structure. 2007, roč. 80, s. 588–594.
9. SHIMADZU CORPORATION. *Tensile Strength of Polypropylene* [online] [cit. 2018-04-30]. Dostupné z: <https://www.shimadzu.com/an/industry/petrochemicalchemical/i201.html>.
10. DASSAULT SYSTÈMES. *Abaqus Analysis User's Guide, Version 6.14*. Simulia, 2014.
11. DALRYMPLE, T. *Calibration of Polypropylene* [online]. 2014 [cit. 2018-06-15]. Dostupné z: <http://www.axelproducts.com/downloads/Calibration%20of%20Polypropylene%20PC3TF2%20using%20Abaqus%20PRF%20Model.pdf>.
12. STRAPASSON, R. et al. *Tensile and impact behavior of polypropylene/low density polyethylene blends* [online]. 2005 [cit. 2018-04-30]. Dostupné z: <http://www.ufrgs.br/lapol/strapasson.pdf>.

13. INEOS. *Typical Engineering Properties of Polypropylene* [online]. 2014 [cit. 2018-04-30]. Dostupné z: <https://www.ineos.com/globalassets/ineos-group/businesses/ineos-olefins-and-polymers-usa/products/technical-information--patents/ineos-engineering-properties-of-pp.pdf>.
14. POLYMERDATABASE.COM. *Typical Poisson's Ratios of Polymers at Room Temperature* [online]. 2015 [cit. 2018-04-30]. Dostupné z: <http://polymerdatabase.com/polymer%20physics/Poisson%20Table.html>.
15. BARBERO, Ever J. *Finite Element Analysis of Composite Materials*. CRC Press, 2007. ISBN 978-1-4200-5433-0.
16. DOUBRAVA, K.; JIRAN, L.; SMOLEN, M. *Zkoušky sendvičů*. 2012. Výzkumná zpráva 12105/2012/49. ČVUT v Praze.
17. MILLS, N. *Polymer Foams Handbook: Engineering and Biomechanics Applications and Design Guide*. Elsevier Science, 2007. ISBN 9780080475448. Dostupné také z: <https://books.google.cz/books?id=04uNJjUT3ngC>.
18. MARSAVINA, Liviu; SADOWSKI, Tomasz. Dynamic fracture toughness of polyurethane foam. *Polymer Testing*. 2008, roč. 27, č. 8, s. 941–944. ISSN 0142-9418. Dostupné z DOI: <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2008.08.006>.
19. DOUBRAVA, K. *Zkoušky sendvičů a konstrukčních uzlů*. 2013. Výzkumná zpráva 12105/2013/35. ČVUT v Praze.
20. WANG, Bo; SHI, Yunfeng; ZHOU, Caihua; LI, Tong. Failure mechanism of PMI foam core sandwich beam in bending. 2015, roč. 6, s. A8.

8 Přílohy

K dispozici na přiloženém CD jsou následující soubory:

1. Modelová databáze Abaqusu prováděných simulací v souboru *sandwich_cores.cae*.

Obsahuje následující modely:

Cohesive_int: Výchozí úloha pro identifikaci vlastností kohezního spoje odtržením dvojice buněk od sebe s využitím neuronových sítí a interpolační metody. Pro použití s programem *Kohezni_trh.m*.

Foam: Výchozí úloha pro sestavení materiálového modelu pěny.

Honeycomb_comb: Model vzniklý kombinací detailního a zjednodušeného modelu voštiny.

Honeycomb_det: Detailní model voštinového vzorku o kratší vzdálenosti podpor využívající symetrií (dvanáctina kompletního modelu). Pro identifikaci k použití s programem *tribody_ohyb_E.m*

Honeycomb_eq: Transverzálně izotropní zjednodušený model voštinového jádra.

2. Programy v jazyce MATLAB a Python:

Názvy hlavních spouštěcích souborů:

(a) *tribody_ohyb_E.m* pro identifikaci Youngova modulu detailního modelu.

(b) *Kohezni_trh.m* pro identifikaci kohezních vazeb.

(c) *Temp_amplitude.m* pro výpočet tabulkových hodnot abstraktně zavedené teploty do modulu amplitude z experimentální závislosti síla - průhyb.