

考虑出发时间的组合出行动态路径选择模型

孟梦^{1,2}, 邵春福¹, 曾靖静¹, 林徐勋³

(1. 北京交通大学 城市交通复杂系统理论与技术教育部重点实验室, 北京, 100044;

2. 南洋理工大学 土木与环境工程学院 基建系统中心, 新加坡, 639798;

3. 上海交通大学 安泰经济与管理学院, 上海, 200052)

摘要: 建立多方式交通网络中的组合出行路径选择模型, 研究同时考虑出发时间的动态路径选择问题。运用超级网络和扩展技术, 构造适于描述组合出行的交通超级网络; 从路径建模的角度, 引用 Logit 模型描述出行者对出行时间和出行路径的选择偏好, 分析考虑出发时间的多方式交通网络动态平衡条件; 利用变分不等式理论, 提出与平衡条件等价的变分不等式模型; 基于随机动态网络加载的方法给出模型的求解算法, 实现组合出行模式下的考虑出行时间的动态路径选择。通过算例验证了模型和算法的有效性, 并分析参数变化对出行行为的影响。研究结果表明: 该模型不仅能够实现多方式交通网络中的动态路径选择, 还能得到出行者的出发时间, 更真实地反映出行者的出行行为, 具有一定的普适性。

关键词: 交通运输系统工程; 随机动态用户均衡; 组合出行模式; 出发时间

中图分类号: U491.1

文献标志码: A

文章编号: 1672-7207(2014)10-3676-09

Dynamic route choice model with departure time in combined trip

MENG Meng^{1,2}, SHAO Chunfu¹, ZENG Jingjing¹, LIN Xuxun³

(1. Key Laboratory for Urban Transportation Complex Systems Theory and Technology, Ministry of Education, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;

2. Centre for Infrastructure Systems, School of Civil and Environmental Engineering, Nanyang Technological University, Singapore 639798, Singapore;

3. Antai College of Economics & Management, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200052, China)

Abstract: The dynamic route choice model with departure time was carried out in a multi-modal transportation network, in which the combined travel mode was considered. The multi-modal transportation network was built based on the super network theory and the expansion technique. The simultaneous departure time and the route choice preference were described in a Logit model from the view of path formulation, as well as analyzing the equilibrium conditions. A variational inequality model was proposed to be equivalent to the equilibrium condition and was solved by a direct algorithm based on a dynamic stochastic network loading method. The efficiency of the model and the algorithm were validated by a numerical example. The results show that the proposed model can not only describe the route choice behavior in the multimodal transportation network, but also get the departure time, which comes closer to the reality and has good suitability.

Key words: engineering of communications and transportation; dynamic stochastic user equilibrium; combined modes; departure time

自 Merchant 等^[1]提出动态交通分配(dynamic traffic assignment, DTA)的概念以后, DTA 建模越来越

成为交通分配领域的研究热点。根据出行者路径选择的假定不同, DTA 模型可以分为 2 类: 确定动态分配

收稿日期: 2013-10-15; 修回日期: 2013-12-08

基金项目(Foundation item): 国家自然科学基金面上资助项目(51178032); 国家重点基础研究发展规划(“973”计划)项目(2012CB725403); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(2013YJS047)(Project (51178032) supported by National Natural Science Foundation of China; Project (2012CB725403) supported by Major State Basic Research Development Program of China; Project (2013YJS047) supported by Fundamental Research Funds for Central Universities)

通信作者: 邵春福(1957-), 男, 河北沧州人, 教授, 博士生导师, 从事交通规划、智能交通系统和交通安全研究; 电话: 010-51682236; E-mail: cfshao@bjtu.edu.cn

(deterministic dynamic traffic assignment)模型^[2]和随机动态分配(stochastic dynamic traffic assignment)^[3-4]模型。确定动态交通分配模型假定所有出行者完全掌握路网交通状况,能够准确地选择路网中最有利的路径,且每个出行者的计算能力和水平相同的。随机动态交通分配模型假定出行者对路网了解程度不同,出行者感知的路段阻抗与实际值之间存在一个随机变量,出行者会在多条路径中选择自己感知的最有利路径出行,因而更能反映现实中出行者的出行选择行为。近年来专家学者们逐渐认识到在早晚高峰期间,出行者不但对出行路径进行选择,更重要的是要对选择出发时刻进行选择。若出行者的路径选择满足用户平衡原则,这类问题就是考虑出发时间选择的动态用户平衡(departure time and dynamic user equilibrium, DDUE)问题。根据研究方法的不同,现有 DDUE 模型可以分为 3 类:解析模型^[5-7]、仿真模型^[8]和元胞模型^[9]。由于解析模型能够很好地分析解的特性,且求解精度高,易于编程,因而一直是学者们热烈探讨的方向。Hendrickson 等^[10]指出:在同时考虑出行时间选择与出行路径选择问题时,出行费用不仅包括路径出行费用,还应该包括计划延误成本。任华玲等^[11]建立了 DDUE 变分不等式模型,模型既考虑路段变量,又考虑 OD 需求变量,求解过程较为复杂。Huang 等^[6]在确定性路径选择的假设下,从路径建模的角度研究了排队现象的 DDUE 模型。Lim 等^[7, 12]进一步考虑了随机路径选择行为,利用 Logit 模型建立了基于路径的 DDUE 模型,将 DDUE 问题延伸为考虑出行时间的动态随机用户平衡(departure time and dynamic stochastic user equilibrium, DDSUE),更能反映实际交通行为。上述模型均假定路网中只有一种交通方式,李曙光等^[13]考虑了多方式交通网络下的 DDSUE 问题,但仍假定出行者在一次出行中只选择一种交通方式。随着交通网络的日益完善,人们经常需要换乘一种或多种交通方式来完成出行,组合出行模式逐渐成为出行者的日常出行模式。组合出行模式下,出行者不仅要选择出行路径,还要同时选择交通方式。因此,研究组合出行模式下的 DDSUE 建模具有重要的理论及现实意义。本文作者基于超级网络的理论和扩展技术,建立适于描述组合出行模式的交通超级网络,将传统的出行路径扩展为可以考虑多方式间换乘行为的超级路径;假定每个 OD 对(origin-destination pair)之间存在小汽车、公交车、地铁和自行车 4 种交通方式,出行者可以通过交通管理部门获得多方式网络中的交通运行情况。出行者可以选择单一交通模式出行,也可以选择组合

交通模式出行。从路径建模的角度分析了 DDSUE 平衡条件,运用变分不等式理论,建立了组合出行模式下的 DDSUE 模型,并基于随机动态网络加载的方法给出模型的求解算法,实现组合出行模式下考虑出行时间的随机动态用户平衡分配。

1 符号定义及超级网络

在前期研究中,本文作者探讨了基于超级网络理论和扩展技术的多方式交通网络结构模型构建方法,为描述组合出行行为奠定了基础^[14]。基于超级网络和扩展理论,将图 1 所示的普通路网转化为图 2 所示的超级交通网络。图 2 中实线表示行驶路段,虚线表示换乘路段,点线表示上下网路段。路段上的权值可以代表行驶时间、出行费用、舒适度等多种属性。出行者可以通过一条超级路径实现普通网络上不同方式和线路间的换乘行为,如图 2 中所示的路径 1→6→17→10→23 为小汽车换乘地铁的一条超级路径。

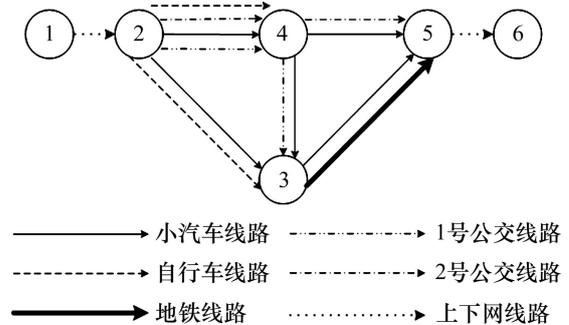


图 1 多方式交通网络

Fig. 1 Multi-modal transportation network

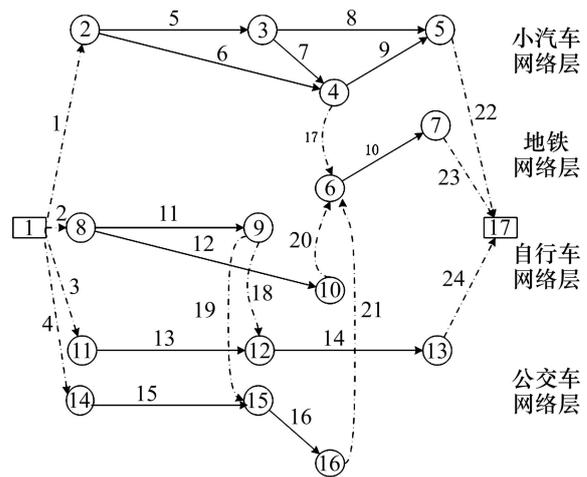


图 2 超级网络

Fig. 2 Super network

考虑交通网络 $G=(N, L)$, N 为节点集, L 为路段集; O 为起始节点集, $O \subset N$, D 为终止节点集, $D \subset N$; o 为起始节点, $o \in O$, d 为终止节点, $d \in D$; P^{od} 为 OD 对 od 间的路径集合, 每一条路径 p 为一条有效的“交通方式-出行路径”的超级路径, $p \in P^{od}$; $[s_0, s_1]$ 为研究时段, $s, t \in [s_0, s_1]$; T^{od} OD 对 od 间的出行需求; θ_t 和 θ_r 为模型的校正参数, 分别反映出行者对出行时间和出行路径的费用感知误差程度。

2 DDSUE 平衡条件

为设计求解算法, 采用离散化的方法进行分析与建模。考虑研究时段 $[s_0, s_1]$ 足够长, 能使得所有该时段出发的车辆在该时段内驶出路网。将时段 $[s_0, s_1]$ 划分为 S 个时段, 每个小时段记为 $s(1 \leq s \leq S)$, 长度为 Δ , 则 $\Delta = (s_1 - s_0) / S$ 。划分标准为: 在同一个小时段进入路段的车辆不能在同一个小时段内离开该路段。引用 Logit 模型来描述出行者出行时间的选择偏好

$$e^{od}(s) = T^{od} \mu^{od}(s) = T^{od} \frac{\exp[-\theta_t c^{od}(s)]}{\sum_{s=1}^S \exp[-\theta_t c^{od}(s)]}, \quad \forall s \quad (1)$$

式中: $e^{od}(s)$ 和 $\mu^{od}(s)$ 分别为 s 时刻 OD 对 od 间的出发量和出发密度; $c^{od}(s)$ 为 OD 对 od 间的期望的最小出行费用。根据期望效用理论, $c^{od}(s)$ 可以表示为

$$c^{od}(s) = -\frac{1}{\theta_r} \ln \sum_{p \in P^{od}} \exp[-\theta_r c_p(s)] \quad \forall s \quad (2)$$

式中: $c_p(s)$ 为 s 时刻 OD 对 od 间路径 p 的出行费用。不考虑出行的货币费用影响, 路径 p 的出行费用由路径出行时间和计划延误成本组成, 有

$$c_p(s) = \tau_p(s) + f^d(s + \tau_p(s)) \quad (3)$$

式中: $\tau_p(s)$ 为 s 时刻出发的路径 p 的出行时间; $f^d(s)$ 为计划延误成本。

令初始时刻 OD 对 od 间的出行量为 $e_1^{od}(s) = e^{od}(1)$, 则

$$e^{od}(1) = T^{od} \mu^{od}(1) = T^{od} \frac{\exp[-\theta_t c^{od}(1)]}{\sum_{s=1}^S \exp[-\theta_t c^{od}(s)]} \quad (4)$$

将式(4)代入式(1)中, 整理得

$$e^{od}(s) = \exp\{-\theta_t [c^{od}(s) - c^{od}(1)]\} e^{od}(1), \quad \forall s \quad (5)$$

引用 Logit 模型来描述出行者的出行路径的选择, 有

$$e_p(s) = e^{od}(s) \mu_p(s) = e^{od}(s) \frac{\exp[-\theta_r c_p(s)]}{\sum_{p \in P^{od}} \exp[-\theta_r c_p(s)]}, \quad \forall s \quad (6)$$

式中: $e_p(s)$ 和 $\mu_p(s)$ 分别为 s 时刻 OD 对 od 间路径 p 的驶入率和被选择的概率。根据树形选择理论^[15], $\theta_r \geq \theta_t \geq 0$ 。

定义 (组合出行模式下考虑出发时间的随机动态用户平衡条件) 在平衡态的多方式交通网络中, 没有出行者能够单方面改变出行时间和出行超路径来减少其期望的最小出行费用, 并且出行时间和出行路径的选择分别满足 Logit 模型式(1)和式(6)。

3 动态约束条件

3.1 路段状态方程

动态交通流分配问题中, 采用交通负荷(traffic load)来表示路段的状态变量。离散化的路段状态方程的基本形式为

$$x_a(s) - x_a(s-1) = (e_a(s) - g_a(s)) \Delta, \quad \forall s, a \quad (7)$$

式中: $g_a(s)$ 和 $e_a(s)$ 分别为 s 时刻路段 a 的流出率和流入率; $x_a(s)$ 为 s 时刻路段 a 的交通负荷。式(7)表示了时间间隔 s 路段 a 上车辆数的边际变化等于时间间隔 s 路段 a 进出口流率之差。

基于超级网络的思想, 以路径建模为出发点, 将式(7)扩展到路径状态层面, 有

$$x_p(s) - x_p(s-1) = (e_p(s) - g_p(s)) \Delta, \quad \forall s, a \quad (8)$$

式中: $g_p(s)$ 和 $e_p(s)$ 分别为 s 时刻路径 p 的流出率和流入率; $e_p(s)$ 为 s 时刻路径 p 的交通负荷。式(8)表示了时间间隔 s 路径 p 上车辆数的边际变化等于时间间隔 s 路径 p 进出口流率之差。

3.2 路段出行时间

现有关于动态路段出行时间的研究方法主要有 2 种: 一是点排队模型, 二是物理排队模型。本文研究普适路网的动态交通流分布情况, 认为道路通行能力能满足交通需求, 仅在高峰时期的瓶颈路段处出现交通拥挤, 故选择点排队模型描述交通流的运行情况。点排队模型将路段分为自由运行段和出口排队段, 车辆在自由运行段上以自由流速度行驶, 在出口处形成排队, 不考虑车辆的物理长度对交通流的影响, 经典的点排队路段出行时间函数为

$$\tau_a(s) = \sum_a \Phi_a + \frac{x_a(s)}{Q_a}, \quad \forall a, s \quad (9)$$

式中: $\tau_a(s)$ 为 s 时刻出发的路段 a 的出行时间; $x_a(s)$ 为 s 时刻路段 a 上的流量; Q_a 为路段 a 的通行能力。

将路段出行时间模型扩展到路径上。现有的路径出行时间函数大多假设不同路段之间互相独立, 互不干扰, 路径出行时间为关联路段出行时间的总和, 较少考虑一条路径中的瓶颈路段的影响。在 DTA 建模时, 这种假设容易出现路段流量远远大于道路通行能力的情况, 不符合实际交通情况。而现实中, 路网的瓶颈路段会严重影响路网畅通水平。假定出行者可以通过交通管理部门获得多方式网络中的交通运行情况, 某种交通方式出现交通拥堵会影响出行者的路径选择。因此, 通过遍历图法确定有效路径集合后, 需要确定有效路径的实际通行能力。本文引用经济学的“木桶理论”, 找出路径中的瓶颈路段, 计算路径通行能力, 进而得到出行时间。根据木桶原理, 决定路径通行能力的是该路径上最小的路段通行能力的路段, 针对路径 $p=\{a_1, a_2, \dots, a_i, a_{i+1}, \dots, a_n\}$ 有

$$Q_p^{od} = \min\{Q_{a_1}, Q_{a_2}, \dots, Q_{a_n}\}, \forall p, od \quad (10)$$

式中: Q_p^{od} 为 OD 对 od 间路径 p 的实际通行能力; Q_a 为路段 a 的通行能力。

得到瓶颈路段后, 借鉴点排队模型的思想, 路径的出行时间包括路段的自由流行驶时间和瓶颈路段出口的排队时间。如图 3 所示, a_2 为瓶颈路段, a_1 和 a_3 为自由行驶路段, 因此路径出行时间可以表示为

$$\tau_p(s) = \sum_a \Phi_a \delta_{ap} + \frac{x_p^{od}(s)}{Q_p^{od}}, \forall s \quad (11)$$

式中: $\tau_p(s)$ 为 s 时刻出发的路径 p 的出行时间; $x_p^{od}(s)$ 为 s 时刻路径 p 上的流量; Q_p^{od} 为 OD 对 od 间路径 p 的实际通行能力, 由式(10)计算而得。其中: 对于运行路段: Φ_a 为路段 a 的自由流时间(s), Q_a 为路段 a 的通行能力(人/ s); 对于换乘路段: Φ_a 为路段 a 的步行时间与等待时间之和, Q_a 为反映路段 a 换乘难度的参数。

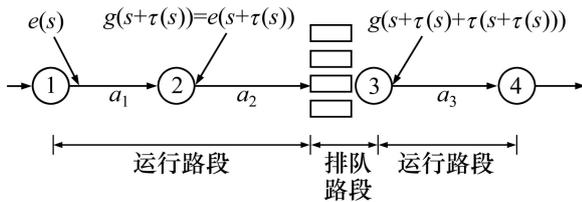


图 3 路径点排队模型

Fig. 3 Path point-queue model

3.3 路段特性函数

李曙光等^[13]证明了基于点排队模型的路段出行

时间函数满足 DTA 建模的先进先出(FIFO)约束和因果性约束, 下面给出模型的其他约束条件。

为描述动态交通流的流量传播特性, 离散化的路段流量传播函数可以表示为

$$g_a(s + \tau_a(s)) = \frac{e_a(s)}{1 + \frac{\tau_a(s) - \tau_a(s-1)}{\Delta}}, \forall s \quad (12)$$

式中: $g_a(s)$ 和 $e_a(s)$ 分别为 s 时刻路段 a 的流出率和流入率。时间间隔长度 Δ 足够小时, 式(12)近似于连续时间的动态交流传播函数。

在路段点排队模型的前提假设下, 当时间间隔 s 内进入路段 a 的总流入量小于路段通行能力 Q_a 时, 车辆以自由流速度行驶, 路段 a 不会形成排队, 则出口的流出率为

$$g_a(s + \tau_a(s)) = e_a(s), \forall s \quad (13)$$

反之, 当时间间隔 s 内进入路段 a 的总流入量大于路段通行能力 Q_a 时, 由于通行能力的限制, 路段 a 的出口处会形成排队, 则出口的流出率为该路段的通行能力, 即

$$g_a(s + \tau_a(s)) = Q_a, \forall s \quad (14)$$

综合式(13)和式(14), 可以得到路段出口流出率的计算公式, 即

$$g_a(s) = \begin{cases} e_a(s) + x_a(s-1), & Q_a > e_a(s) + x_a(s-1) \\ Q_a, & Q_a < e_a(s) + x_a(s-1) \end{cases} \quad (15)$$

将上述路段特性函数扩展到路径角度, 则需要满足守恒约束, 有

$$g_{a_{n-1}}(s) = e_{a_n}(s) \quad (16)$$

式中: 路段 a_{n-1} 为路段 a_n 的紧前路段。在满足路径传播约束后, 从路径的角度研究路径流入率与流出率之间的关系, 有

$$g_p(s) = \begin{cases} e_p(s) + x_p(s-1), & Q_p > e_p(s) + x_p(s-1) \\ Q_p, & Q_p < e_p(s) + x_p(s-1) \end{cases} \quad (17)$$

式中: $g_p(s)$ 和 $e_p(s)$ 分别为 s 时刻路径 p 的流出率和流入率。

3.4 一般约束条件

除了上述动态约束条件外, 模型还要满足一般的约束条件, 包括流量守恒约束、边界条件约束和非负约束。流量守恒约束: 假定交通需求固定且已知, DDSUE 模型的流量守恒约束包括 2 个方面: 一是研究总时段内的交通流量守恒, 即式(18); 二是单个小时段内的交通流量守恒, 即式(19)。边界条件约束: 假定路网在初始时刻没有交通负荷, 即式(20)。非负

约束:始终保证路径流入量与路段负荷是一个非负数,即式(21)。等式左侧括号中的变量为对应的对偶变量。

$$(l_s^{od}) \quad \sum_{s=1}^S e^{od}(s) = T^{od}, \quad \forall s \quad (18)$$

$$(l^{od}) \quad \sum_{p \in P_{od}} e_p(s) = e^{od}(s) \quad (19)$$

$$x_a(1)=0, \quad \forall a \quad (20)$$

$$(\lambda_p^{od}) \quad e_p(s) \geq 0, x_a(s) \geq 0, \quad \forall s \quad (21)$$

4 模型与算法

4.1 变分不等式模型

建立如下变分不等式模型

$$\sum_{w \in W} \sum_{p \in P_w^m} \sum_{s=1}^S \{\hat{c}_p(s)[e_p(s) - e_p^*(s)] + \frac{1}{\theta_t} \ln \frac{e^{od^*}(s)}{T^{od}} [e^{od}(s) - e^{od^*}(s)]\} \geq 0 \quad (22)$$

式中: $\hat{c}_p = c_p(e^{od^*}(s), T^{od}) + \frac{1}{\theta_r} \ln \frac{e_p^*(s)}{e^{od^*}(s)}$, 可行域

$\Omega = \{8, 11, 17-21\}$, 带“*”变量为所要求的解。由模型 KKT 条件可知式(22)等价于 DDSUE 平衡条件式(1)和式(6)。

定理 当 $\theta_t \rightarrow \infty$ 时, 式(1)表示的出发时刻选择模型接近于确定性出发时刻选择模型。当 $\theta_r \rightarrow \infty$ 时, 式(6)表示的路径选择模型接近于确定性路径选择模型。

证 根据式(1), 任选 2 个出发时刻 s' 和 s'' , 相比可得

$$\frac{e^{od}(s')}{e^{od}(s'')} = \frac{\exp[-\theta_t c^{od}(s')]}{\exp[-\theta_t c^{od}(s'')]} = \exp[-\theta_t (c^{od}(s') - c^{od}(s''))] \quad (23)$$

对式(23)等式两边同时取对数, 可以得到

$$\frac{1}{\theta_t} \ln e^{od}(s') + c^{od}(s') = \frac{1}{\theta_t} \ln e^{od}(s'') + \theta_t c^{od}(s'') = k_t^{od} \quad (24)$$

式中: k_t^{od} 是一个与出发时刻无关的常数。

式(24)可以看做是随机动态用户平衡出发时刻选择条件。与确定性平衡条件相比, 式(24)中含有描述出发时刻选择随机性的项 $\frac{1}{\theta_t} \ln e^{od}(s')$ 和 $\frac{1}{\theta_t} \ln e^{od}(s'')$ 。

当 $\theta_t \rightarrow \infty$ 时, $\lim_{\theta_t \rightarrow \infty} e^{od}(s') > 0$ 且 $\lim_{\theta_t \rightarrow \infty} e^{od}(s'') > 0$, 有

$$\frac{1}{\theta_t} \ln \left[\frac{e^{od}(s')}{e^{od}(s'')} \right] \rightarrow 0, \quad \text{从而有 } c^{od}(s') = c^{od}(s'')。 \text{故当}$$

$\theta_t \rightarrow \infty$ 时, 式(24)接近于确定性出发时刻选择模型, 即: 路网达到平衡时, 没有出行者能够单方面改变出发时刻来减少其出行费用, 所有出行者的费用相等。

同理任选 2 条路径 p' 和 p'' , 可以得出当 $\theta_r \rightarrow \infty$ 时, 式(6)表示的路径选择模型接近于确定性路径选择模型, 即: 路网达到平衡时, 没有出行者能够单方面改变路径来减少其出行费用, 所有出行者的费用相等。

4.2 求解算法

动态交通分配模型需要考虑交通流的动态传播情况, 既需要算法的收敛判断, 又需要对终止时刻进行判断。因此, 基于随机动态交通网络加载的方法, 采用一般迭代的方法进行求解, 具体步骤如下:

step1: 初始化

a. 通过遍历图法确定每个 OD 对 od 间的有效路径集合 P_{od} , 并通过式(10)计算路径的通行能力;

b. 设定初始时段的出发量 $e^{od}(s_1)$, 时间段长度 Δ 及收敛参数 ε ;

c. 置一个空路网, 令 $e_p^{(0)}(s) = 0, \quad \forall p \in P_{od}, \quad \forall s \in [1, S]$;

d. 设置迭代次数 $n=1$, 初始时间段 $s=1$;

step2: 动态随机网络加载

a. 通过式 (11) 计算路径的出行时间 $\tau_p^{(n)}(s) \forall p \in P_{od}$;

b. 通过式(3)计算路径出行费用, 其中分段线性计划延误成本为

$$f^d(s) = \begin{cases} (\bar{s} - \delta - s\Delta)m_1, & s\Delta \leq \bar{s} - \delta \\ 0, & \bar{s} - \delta \leq s\Delta \leq \bar{s} + \delta \\ (s\Delta - \bar{s} - \delta)m_2, & s\Delta \geq \bar{s} + \delta \end{cases} \quad (25)$$

式中: \bar{s} 为理想到达时间; $[\bar{s} - \delta, \bar{s} + \delta]$ 是目的地要求到达的时间窗; m_1 和 m_2 分别为单位早到和迟到的惩罚。

c. 通过式(2)计算 OD 对 od 间的最小期望出行费用 $\{c^{od(n)}(s)\}$;

d. 通过式(5)计算 OD 对 od 间的出发率 $e^{od(n)}(s)$, 通过式(6)计算 OD 对 od 间路径 p 的驶入率;

e. 通过式(8)和式(15)计算 OD 对 od 间的路径流量 $x_p(s)$;

f. 判断: 若 $s < S$, 则 $s=s+1$, 转到 step 2.a;

step3: 收敛判断

$$\text{若 } \frac{\sum_{od} \sum_{p \in P_{od}} \sum_{s=1}^S |e_p^{(n)}(s) - e_p^{(n-1)}(s)|}{\sum_{od} \sum_{p \in P_{od}} \sum_{s=1}^S e_p^{(n)}(s)} < \varepsilon, \text{ 停止计算,}$$

否则 $n=n+1, s=1$ 转到 step2。

5 算例

算例路网如图 1 所示, 根据超级网络的思想, 构建算例路网的超级网络, 如图 2 所示。有 1 个 OD 对 (1, 6), 4 种交通方式(小汽车、自行车、地铁、公交), 1 条地铁线和 2 条公交线。OD 对间存在 6 种出行模式, $m=a, b, c, d, e, f$ 分别表示小汽车出行、公交车出行、小汽车换乘地铁出行、公交车换乘地铁出行、自行车换乘地铁出行和自行车换乘公交出行。模式 a 和 b 为单一出行模式, 模式 c, d, e 和 f 为组合出行模式。1 和 6 分别表示起点和终点。弧段 1~4 为上网弧; 弧段 5~9 为小汽车行驶弧; 弧段 10 为地铁行驶弧; 弧段 11~12 为自行车行驶弧; 弧段 13~16 为公交行驶弧, 其中 13~14 为公交 1 号线行驶弧, 15~16 为公交 2 号线行驶弧; 弧段 17~21 为换乘弧; 弧段 22~24 为下网弧。其中, 上下网路段仅是为了表达出行过程需要, 并不具有实际出行时间。

从图 2 可以看出: 算例路网中包括了 9 条有效路径, 所含路段集合与出行模式如表 1 所示。行驶路段和换乘路段的参数如表 2 所示。假定对出发时间没有惩罚, 而对到达时间有惩罚, 早晚到惩罚系数分别为: $m_1=0.5, m_2=1$ 。出发时间 $[s_0, s_1]=[0, 900]$ s, 时间间隔长度为 $\Delta=10$ s。准点到达时间为 $\bar{s}=600$ s, 弹性时间为 $\delta=100$, 故到达时间窗为 $[500, 700]$ s。初始出发量为 $e^{od}(1)=0.1$, 其他参数为: $\varepsilon=0.01, \theta_l=0.005, \theta_r=0.010$ 。

表 1 有效路径集合

Table 1 Efficient path set

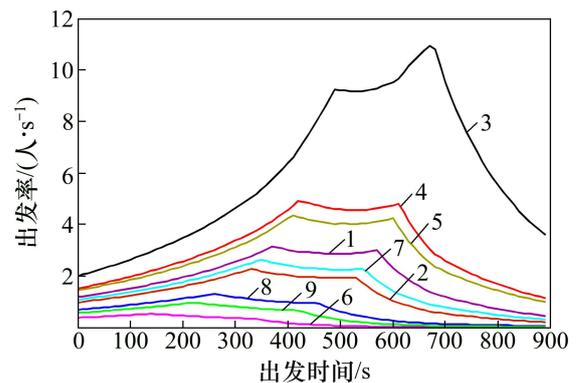
路径	路段	出行模式
1	1→5→8→22	a
2	1→6→9→22	a
3	1→5→7→9→22	a
4	1→5→7→17→10→23	c
5	1→6→17→10→23	c
6	2→11→18→14→24	f
7	2→12→20→10→23	e
8	3→13→14→24	b
9	4→15→16→21→10→23	d

表 2 行驶路段和换乘路段参数

Table 2 Parameters of drive link and transfer link

路段	Φ_a	Q_a	路段	Φ_a	Q_a
5	200	6	14	380	10
6	360	3	15	250	15
7	240	4	16	360	12
8	300	6	17	40	80
9	120	4	18	70	70
10	80	50	19	60	100
11	500	2	20	40	60
12	600	1	21	60	80
13	350	12			

图 4 所示为算例路网中出发时间与路径出发率之间的选择结果。从图 4 可以看出: 不同路径出发时间选择的函数曲线趋势相同, 大部分出行者都选择在高峰时间 400~700 s 之间出发; 由于小汽车出行模式的较为便捷, 故选择小汽车出行模式出行的出行者的高峰时间最晚(约 700 s), 而自行车换乘公交出行、公交车出行、公交车换乘地铁出行受换乘影响较多, 故这三类出行者会提早出发(早于 300 s), 其他出行模式均在 300~600 s 之间出发较多。

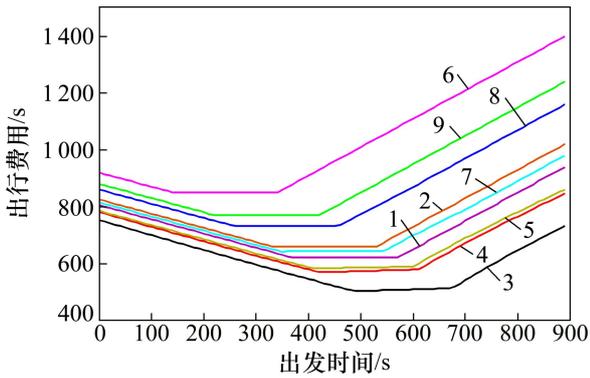


1—路径 1; 2—路径 2; 3—路径 3; 4—路径 4; 5—路径 5; 6—路径 6; 7—路径 7; 8—路径 8; 9—路径 9

图 4 出发时间与路径出发率的选择关系

Fig. 4 Relationship between departure flow and time

图 5 所示为算例路网中出发时间与费用之间的关系。从图 5 可以看出: 图 4 与图 5 之间存在着密切的关联关系, 各出行模式的出行费用均呈现先降低, 到达一定程度后保持稳定, 随后逐渐增加的趋势。这是因为: 由于惩罚费用函数系数不同, 出行者在提早出发时会受到早到的费用惩罚; 随着出发时刻逐渐接近准点达到时间, 出行者受到的惩罚费用越来越小, 在可到达时间窗内, 总费用维持在最小费用; 随着出行



1—路径 1; 2—路径 2; 3—路径 3; 4—路径 4; 5—路径 5;
6—路径 6; 7—路径 7; 8—路径 8; 9—路径 9

图 5 出发时间与路径费用的选择关系

Fig. 5 Relationship between departure cost and time

者出发时刻的推后, 出行者会受到晚到的费用惩罚, 故出行者越晚出发, 其出行费用越大。因为晚到惩罚费用系数高于早到惩罚费用系数, 同样时间长度的提前或推后, 早到的出行费用要小于晚到的出行费用。如算例中, 同样距离 600 s 准点时刻的 300 s 时间差, 300 s 的出行者的出行费用要小于 900 s 出行的出行费用。

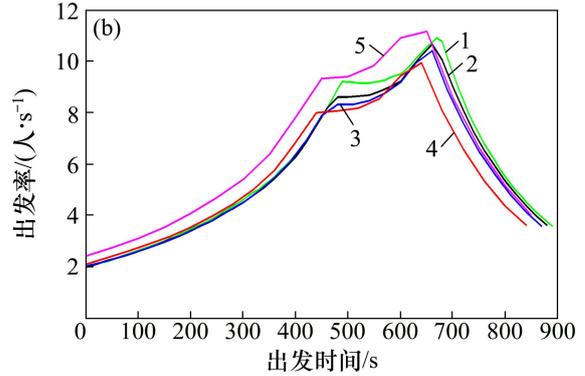
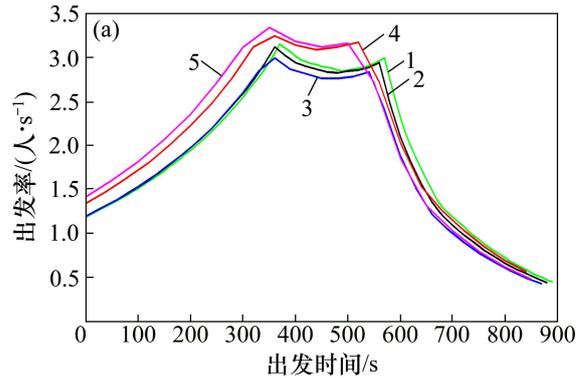
针对路径 1 和路径 3, 分析时间间隔长度与流入量之间的关系。分别对时间间隔长度 Δ 为 10, 20, 30, 40 和 50 s 进行计算, 结果如图 6(a)和 6(b)所示。从图 6 可以看出: 时间间隔的长度对出发时刻与路径出发率影响不大, 在离散时间间隔较小时, 路径出发率可以认为是连续曲线。结合图 6(a)和(b)可以再次证明图 4 所得结论: 常规路网条件下, 小汽车出行模式较组合出行模式的费用低, 出行者的高峰出发时刻较晚。

针对 DDSUE 平衡条件, Lim 等^[7]在无约束的单一路网中提出 3 个参数, 令: $K_i^{od}(s) = \theta_i c^{od}(s) +$

$$\ln \left(\sum_{p \in P_{od}} \exp(-\theta_r c_p(s)) \right), \quad K_r^{od}(s, p) = \theta_r c_p(s) +$$

$\ln(e_p(s))$, 则有 $K^{od*} = K_r^{od}(s, p) + K_i^{od}(s)$ 。其中, $K_i^{od}(s)$ 为与出发时刻相关的常数; $K_r^{od}(s, p)$ 为相同出发时刻与路径相关的常数。因而 K^{od*} 为路网达到平衡条件时的固定常数, 仅与 OD 对相关, 与出发时刻与出行路径均无关。下面研究当上式平衡条件扩展到多方式交通网络中是否同样成立。

图 7 所示为 $\theta_r=0.01$ 不变, θ_i 变化后 K^{od*} , $K_r^{od}(s, p)$ 和 $K_d^{od}(s)$ 的变化结果。从图 7 可以看出: 平衡常数 K^{od*} 不随出发时间的变化而变化, 验证了



(a) 路径 a; (b) 路径 b

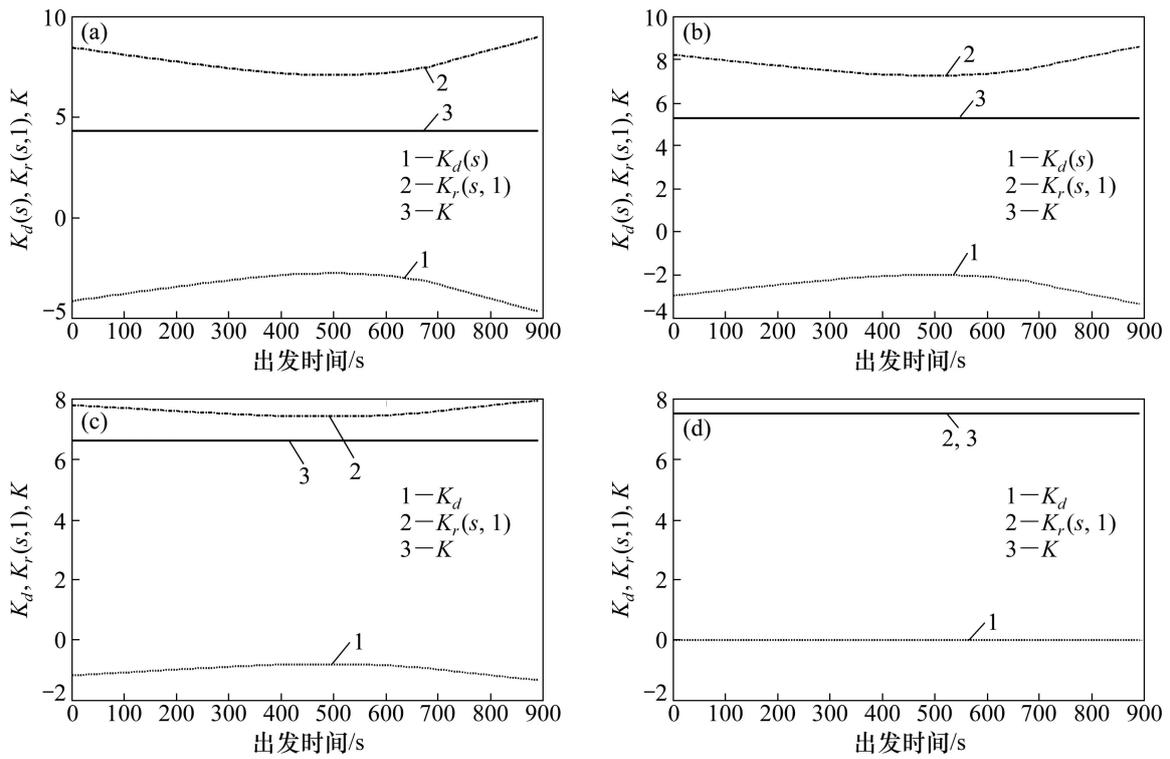
Δ/s : 1—10; 2—20; 3—30; 4—40; 5—50

图 6 不同时间间隔下出发时间与路径出发率的选择关系

Fig. 6 Relationship between departure flow and time with various value of time increment

Lim 等式在有瓶颈限制的多方式路网中的成立, $K_r^{od}(s, p)$ 和 $K_d^{od}(s)$ 的变化趋势相对立, 而总和为平衡常数 K^{od*} 保持固定。随着 θ_i 的增加, 平衡常数 K^{od*} 也增加, 即: $K_d^{od}(s)$ 的增加幅度大于 $K_r^{od}(s, p)$ 的减少幅度, 平衡状态下, 出行者对出发时刻的感知程度越大, 其对路径选择的感知程度反而越小。当 θ_i 增大到 0.010 时, $\theta_i = \theta_r$, 该算例为常规的随机动态用户平衡问题, 出行者的出发时间选择行为不影响平衡条件, 平衡状态常数只与路径选择的感知程度有关。

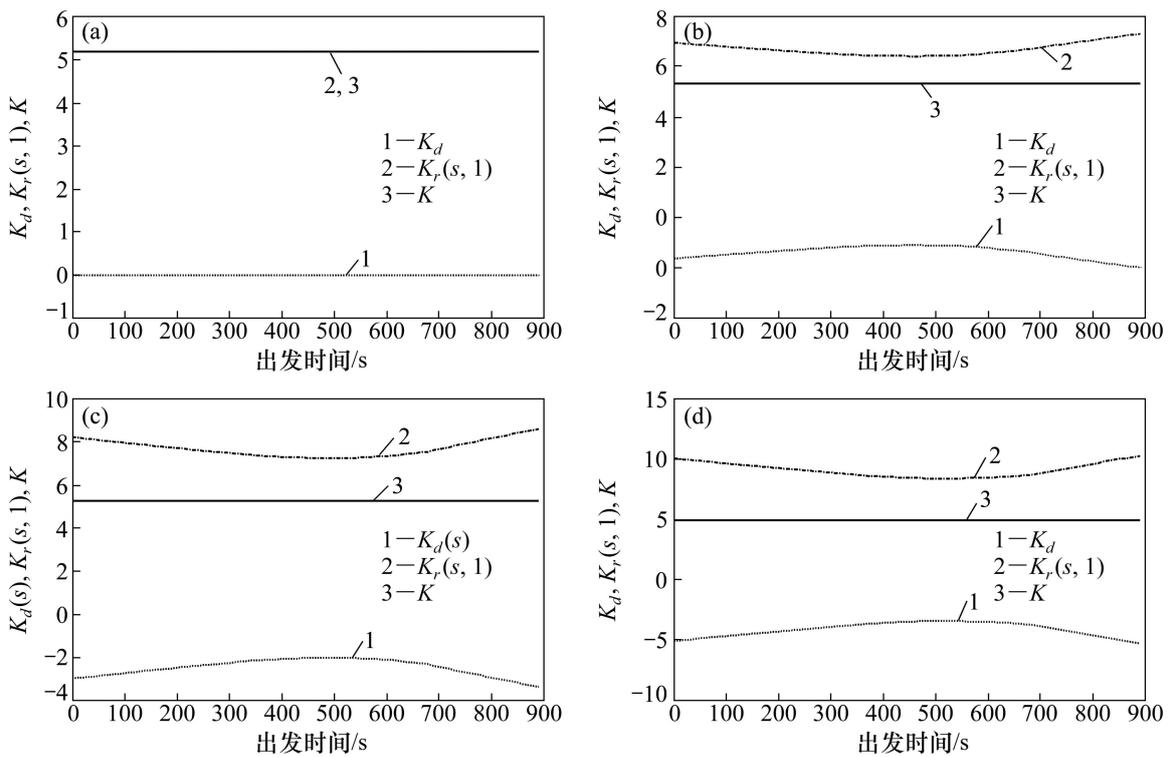
图 8 所示为 $\theta_i=0.005$ 不变, θ_r 变化后 K^{od*} , $K_r^{od}(s, p)$ 和 $K_d^{od}(s)$ 的变化结果。从图 8 可以看出: $K_r^{od}(s, p)$ 和 $K_d^{od}(s)$ 的变化趋势相对立, 而总和为平衡常数 K^{od*} 保持固定。当 $\theta_r = \theta_i = 0.005$, 即为常规的随机动态用户平衡问题, 出行者的出发时间选择行为不影响平衡条件。随着 θ_r 的增加, 平衡常数 K^{od*} 减少, 即 $K_r^{od}(s, p)$ 减少幅度大于 $K_d^{od}(s)$ 增加幅度, 平衡状态下, 当出行者对路径选择的感知程度越大, 其对出发时间的感知程度反而越小。



θ_t : (a) 0.003; (b) 0.005; (c) 0.008; (d) 0.010

图7 θ_t 不同时 K^{od*} , $K_r^{od}(s, p)$ 和 $K_d^{od}(s)$ 的变化

Fig. 7 K^{od*} , $K_r^{od}(s, p)$ and $K_d^{od}(s)$ with different θ_t



θ_r : (a) 0.005; (b) 0.008; (c) 0.010; (d) 0.013

图8 θ_r 不同时 K^{od*} , $K_r^{od}(s, p)$ 和 $K_d^{od}(s)$ 的变化

Fig. 8 K^{od*} , $K_r^{od}(s, p)$ and $K_d^{od}(s)$ with different θ_r

6 结论

1) 给定一个初始出发量和理想到达时间,模型可以确定平衡条件下出行者的出发时刻和出行路径。

2) 常规路网条件下,小汽车出行模式较组合出行模式的费用低,出行者的高峰出发时刻较晚。各出行模式的出行费用均呈现先降低,到达一定程度后保持稳定,随后逐渐增加的趋势。

3) 考虑了多方式交通网络中瓶颈路段的限制,在满足交通需求的前提下,最大限度的利用路网通行能力,控制交通流向,提高了多方式交通网络的运行效率,达到缓解交通拥堵的目的。

参考文献:

- [1] Merchant D K, Nemhauser G L. A model and an algorithm for the dynamic traffic assignment [J]. *Transportation Science*, 1976, 12: 62-77.
- [2] Ban X, Liu H X, Ferris M C, et al. A link-node complementarity model and solution algorithm for dynamic user equilibria with exact flow propagations [J]. *Transportation Research Part B*, 2008, 42(9): 823-842.
- [3] Yao X H, ZHAN F B, Lu Y M, et al. Effects of real-time traffic information systems on traffic performance under different network structures[J]. *Journal of Central South University of Technology*, 2012, 19(2): 586-592.
- [4] Yang X B, Si B F, Huan M. Mixed traffic flow modeling near Chinese bus stops and its applications[J]. *Journal of Central South University of Technology*, 2012, 19(9): 2697-2704.
- [5] Chen H K, Chang M S. Dynamic user optimal departure time route choice with hard time windows[J]. *Journal of Transportation Engineering, ASCE*, 2000, 126: 413-418.
- [6] Huang H J, Lam W H K. Modeling and solving dynamic user equilibrium route and departure time choice problem in network with queues[J]. *Transportation Research Part B*, 2002, 36(3): 253-273.
- [7] Lim Y, Heydecker B. Dynamic departure time and stochastic user equilibrium assignment[J]. *Transportation Research Part B*, 2005, 39(2): 97-118.
- [8] Ziliaskopoulos A K, Rao L. A simultaneous route and departure time choice equilibrium model on dynamic networks[J]. *International Transactions in Operational Research*, 1999, 6: 21-37.
- [9] Szeto W Y, Hong K L O. A cell-based simultaneous route and departure time choice model with elastic demand[J]. *Transportation Research Part B*, 2004, 38(7): 593-612.
- [10] Hendrickson C, Kocur G. Schedule delay and departure time decision in deterministic[J]. *Transportation Science*, 15(1): 62-77.
- [11] 任华玲, 高自友. 考虑出发时间选择的动态用户最优模型[J]. *交通运输系统工程与信息*, 2007, 7(3): 83-89.
REN Hualing, GAO Ziyou. Dynamic user optimal model with departure time application of bilevel programming in dynamic traffic assignment[J]. *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, 2007, 7(3): 83-89.
- [12] 温凯歌, 曲仕茹. 基于 Logit 模型的动态交通分配研究[J]. *交通与计算机*, 2006, 24(1): 12-14.
WEN Kaige, QU Siru. Dynamic traffic assignment model based on Logit model[J]. *Computer and Communications*, 2006, 24(1): 12-14.
- [13] 李曙光, 白秋产, 周庆华. 具有变需求的多模式随机动态同时的路径和出发时间问题研究[J]. *公路交通科技*, 2007, 24(8): 128-131.
LI Shuguang, BAI Qiuchan, ZHOU Qinghua. A Multi-mode stochastic dynamic simultaneous route and departure time choice with elastic demand[J]. *Journal of Highway and Transportation Research and Development*, 2007, 24(8): 128-131.
- [14] 孟梦, 邵春福, 曾靖静, 等. 降级路网组合出行交通流分配模型与算法[J]. *中南大学学报(自然科学版)*, 2014, 45(2): 643-649.
MENG Meng, SHAO Chunfu, ZENG Jingjing, et al. Traffic assignment model and algorithm with combined modes in a degradable transportation network[J]. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2014, 45(2): 643-649.
- [15] 黄海军, 李志纯. 组合出行方式下的混合均衡分配模型及求解算法[J]. *系统科学与数学*, 2006, 26(3): 352-361.
HUANG Haijun, LI Zichun. Mixed equilibrium model and solution algorithm in transportation networks with combined mode[J]. *Journal of System Science and Mathematical Science*, 2006, 26(3): 352-361.

(编辑 杨幼平)