

# EFFECTO DE UN MODELO DE RAMPAS DE POTENCIA EN UN PLANEAMIENTO INTEGRADO GAS ELECTRICIDAD

SANTIAGO MONTOYA SALAZAR



UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA  
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELÉCTRICA  
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, FÍSICA Y CIENCIAS  
DE LA COMPUTACIÓN  
PEREIRA  
2018

EFFECTO DE UN MODELO DE RAMPAS DE POTENCIA EN UN PLANEAMIENTO  
INTEGRADO GAS ELECTRICIDAD

SANTIAGO MONTOYA SALAZAR

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de  
**Magister en Ingeniería Eléctrica**

**Director:** Harold Salazar Isaza, PhD.

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA  
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELÉCTRICA  
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, FÍSICA Y CIENCIAS  
DE LA COMPUTACIÓN  
PEREIRA  
2018

Nota de aceptación:

---

---

---

---

---

---

---

Firma del presidente del jurado

---

Firma del jurado

## **AGRADECIMIENTOS**

Quiero agradecer de gran forma a mi familia, la cual, aunque a veces no comprendía sobre qué les hablaba o de qué se trataba lo que estudiaba en la maestría, me apoyó en todos los momentos para seguir con los estudios de posgrado y poder culminar con este trabajo.

Agradezco a mis compañeros de oficina, los cuales me ayudaron a resolver mis dudas que se presentaron durante el posgrado, trabajos de investigación y realización de este trabajo. En especial a Carlos Arturo Saldarriaga, Rubén Darío Jaramillo y a Wilson Guillermo Valenzuela, ya que sin la ayuda de ellos no hubiera sido posible.

Quiero agradecer en gran medida a mi tutor y profesor Harold Salazar Isaza, no sólo por permitirme trabajar en proyectos de investigación los cuales me ayudaron a financiar mi posgrado, sino por guiarme a través de la maestría y orientarme en el trabajo de grado.

Agradezco a todos los compañeros y profesores que tuve en la maestría, ya que de cada uno de ellos recibí algo para la vida.

## CONTENIDO

	Pág.
<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	9
1.1. Justificación	11
1.2. Objetivos	13
1.4.1. Objetivo general	13
1.4.2. Objetivos específicos	13
<b>2. ESTADO DEL ARTE</b>	14
2.1. Planeamiento de sistemas integrados energía y gas natural	14
2.2. Flujo de potencia de sistemas integrados energía y gas	16
2.3. Unit Commitment basado en rampas de potencia	17
2.4. Co-optimización del servicio de AGC	18
<b>3. MODELO MATEMÁTICO</b>	20
3.1. Algoritmo Genético NSGA-II	21
3.2. Modelos de optimización sistema integrado energía y gas natural	27
3.2.1. Sistema de gas natural	27
3.2.2. Caso 1: Modelo basado en Rampas de Potencia	31
3.2.3. Caso 2: Modelo basado en Bloques de Energía	37
3.2.4. Caso 3: Modelo basado en Rampas de Potencia con AGC	40
3.2.5. Caso 4: Modelo basado en Bloques de Energía con AGC	43
<b>4. RESULTADOS NUMÉRICOS</b>	44
4.1. Descripción sistema de prueba	44
4.2. Resultados caso 1 y caso 2 (Sin AGC)	48

4.3.	Resultados caso 3 y caso 4 (Con AGC)	52
4.4.	Análisis y comparación de resultados	55
<b>5.</b>	<b>CONCLUSIONES</b>	60
<b>6.</b>	<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	62
<b>7.</b>	<b>ANEXOS</b>	66
7.1.	Anexo 1: Cálculo del valor presente	66
7.2.	Anexo 2: Nomenclatura implementada	67

## RESUMEN

Con el aumento de inversión de unidades generadoras más amigables con el medio ambiente en los sistemas eléctricos y que no disminuyan la confiabilidad en la operación, han aparecido como alternativa las unidades térmicas de gas natural, lo cual ha generado que se realicen estudios sobre la inclusión de estas unidades en el planeamiento operativo de los sistemas eléctricos y sistemas de gas natural como en el planeamiento de la expansión de estos sistemas a largo plazo.

En sistemas con generación de recurso primario variable, como por ejemplo los sistemas hidrotérmicos, los cuales son susceptibles a los cambios climáticos, se afecta la operación del sistema al disminuir la participación de unidades hidroeléctricas debido a la variación de su capacidad de generación, por lo cual el sistema de gas natural obtiene una mayor participación en el mercado de energía para garantizar el funcionamiento del sistema eléctrico.

Se estudia un modelo de optimización de operación y expansión de sistemas integrados de energía y gas natural que pueda lidiar con escenarios de condiciones hídricas y aumento en la demanda y que a la vez considere la reserva del sistema.

Para llevar a cabo esta propuesta se implementa un modelo estocástico dinámico para el planeamiento de sistema integrado de energía y gas natural que considere las reservas del sistema. Este modelo se logra mediante la implementación de la optimización multi-objetivo por medio de metaheurísticas, donde se emplea un algoritmo genético que permita entregar un frente de Pareto Óptimo con diferentes propuestas de inversión con su respectivo costo operativo. El modelo es implementado en estructura maestro-esclavo, siendo el maestro un algoritmo genético de individuos no dominados (NSGA-II) el cual propone las infraestructuras de tanto del sistema eléctrico como del sistema de gas natural y el esclavo es un Unit Commitment integrado que evalúa la factibilidad de la propuesta, considerando aumentos en la demanda mientras co-optimiza las reservas para realizar el servicio de Control Automático de Generación (AGC).

El modelo de Unit Commitment implementado por el esclavo se basa en un modelo alterno de rampas de potencia, el cual difiere del modelo tradicional de bloques de energía en la representación de la generación y del modelado del comportamiento de la demanda, lo cual al considerar la co-optimización de reservas con el modelo alterno, se debe tener un menor costo de operación. Para probar esto, en el planeamiento operativo y expansión del sistema integrado se consideran cuatro casos de estudio para comparar el modelo alterno con el tradicional.

El modelo es implementado en un sistema integrado de energía y gas natural hidrotérmico de prueba, donde se realizan los casos de estudio que comparan el modelo tradicional con el modelo alterno sin considerar reservas y luego considerando las reservas del sistema, obteniendo mediante el algoritmo genético

un frente de Pareto Óptimo de propuestas de inversión y expansión para cada uno de los casos de estudio, donde cada propuesta tiene la capacidad de lidiar los cambios en los escenarios hídricos y aumento en la demanda.

Se concluye entonces que la implementación del modelo alternativo basado en rampas de potencia al co-optimizar el servicio de AGC tiene un costo operativo menor que si se realizara implementando el modelo tradicional basado en bloques de energía, lo cual muestra la viabilidad de realizar estudios basados en un modelo alternativo de rampas que consideran reservas en el sistema integrado.

**Palabras claves:** Bloques de energía, Control Automático de Generación (AGC), escenarios hídricos, modelo alternativo, modelo tradicional, optimización multi-objetivo, rampas de potencia, sistemas integrados de energía y gas natural.

## INTRODUCCIÓN

Las unidades de generación térmicas de combustible de gas natural han estado desplazando a las térmicas que implementan carbón como combustible. Esto debido a que las unidades de gas se han vuelto fuentes atractivas de energía por su bajo costo operativo y se espera que siga con esta tendencia [1]. No sólo por el bajo costo las térmicas de gas natural son atractivas para ser integradas al sistema de potencia, sino también por su rapidez de respuesta ante los cambios de generación y por su capacidad de manejar altas rampas al ser comparadas con otras térmicas, lo cual ha generado que las térmicas a gas han sido implementadas en sistemas de potencia que utilicen energía renovable para garantizar la seguridad operacional.

Una apropiada coordinación de los sistemas integrados de energía y gas ayuda a mejorar la confiabilidad de operación en los sistemas de potencia con generación que es susceptible a cambios en su recurso primario, por ejemplo, en [2] se ilustra la importancia de un planeamiento operativo adecuado de sistema integrado de energía y gas natural con alta penetración eólica, mostrando que las unidades térmicas a gas responden a la variación en la demanda introducida por la generación eólica. Otro tipo de variación de generación que se encuentra en la literatura es la variación de la hidrología en los sistemas hidrotérmicos, ejemplo de esto es [3], donde se estudia el caso del sistema integrado de energía y gas natural colombiano, ya que este sistema hidrotérmico es afectado por ciclos climáticos modificando la capacidad de generación de las hidroeléctricas, lo cual aumenta la participación del sistema de gas natural en el sistema de potencia asegurando la correcta operación del sistema en los diferentes escenarios hídricos de estudio.

Debido al aumento de la integración de fuentes renovables en los sistemas de energía para disminuir la contaminación ambiental, se ve la necesidad de tener una generación que tenga flexibilidad y que maneje las fluctuaciones de forma rápida, donde los generadores a gas natural cumplen con estas necesidades [4], por lo cual, se han estudiado las ventajas de considerar los sistemas de energía y gas natural como un sistema integrado [5], además, considerar estos sistemas como integrados, mejoran la confiabilidad de la operación de los sistemas con penetración de generación renovable a gran escala [2] y [6], como también el planeamiento de la expansión de estos sistemas con penetración de fuentes renovables [7].

Con la integración de las fuentes intermitentes de energía se ha dado la necesidad de incluir las reservas en los sistemas de potencia en el despacho económico. Esto se ha incluido de diferentes formas, como desde cumplir una cantidad de energía en reserva requerida para ciertos intervalos de tiempo por si sale alguna unidad generadora [8], hasta tener una disponibilidad de rampa conjunta de las unidades de generación capaz de suplir con las variaciones de demanda y generación renovable, ya sea en estudios de sólo sistema de potencia [9]-[12] y hasta en

sistemas integrados de energía y gas para suplir la variación de generación renovable [6][13].

Las reservas necesarias en el sistema varían dependiendo también sobre cómo se modela la generación de las unidades térmicas y la demanda del sistema de potencia, ya que, modelar de forma diferente la generación mediante trayectorias de potencia se disminuye la cantidad necesaria de las reservas en el sistema cuando se realiza el despacho económico del sistema integrado [14]-[16]. Por esto, al realizar el Unit Commitment de las unidades generadoras co-optimizando el servicio de Control Automático de Generación (AGC) con un modelo basado en rampas de potencia, se obtiene un costo de operación menor que el modelo tradicional. En documentación reciente se ha mostrado la implementación de co-optimizar las reservas en el despacho económico, ya sea como programar una cantidad mínima de energía en el mercado del día siguiente [4] o como una rampa conjunta para realizar seguimiento a la demanda [12].

Cuando se realiza el planeamiento de los sistemas de transmisión de energía y gas natural pueden existir conflicto de intereses, por lo cual se implementan formulaciones multi-objetivos, donde normalmente los objetivos son de inversión y de operación, y las heurísticas son implementadas para obtener solución a este tipo de problemas. En [17] se implementa un algoritmo genético de individuos no dominados (NSGA-II) para planear la expansión de un sistema integrado de potencia hidrotérmico y gas natural, en el cual se consideran diferentes niveles de carga y escenarios de hidrología en planeamiento multi-etapa. El artículo realiza linealización de los compresores en el sistema de gas para obtener un frente de Pareto con diferentes soluciones, el cual permite escoger diferentes soluciones dependiendo de limitaciones regulatorias y/o de capital de inversión. En [7] se muestra cómo se implementa un NSGA-II para planear la expansión del sistema eléctrico y de gas natural al expandir las líneas de transmisión y las tuberías y compresores, incluyendo el criterio de seguridad N-1, obteniendo un portafolio de posibles expansiones al ser aplicado en la provincia de Hainan en China con alta penetración eólica, consiguiendo soluciones de inversión que se puedan acomodar a los criterios del operador.

En [18] se realiza co-optimización de las reservas de sistema eléctrico durante la expansión de generación en un sistema de nodo único implementando Unit Commitment para calcular el costo operativo. El sistema de prueba consta de sólo generación renovable y se propone unidades generadoras para co-optimizar las reservas. El cálculo de las reservas se realiza mediante un método de programación propuesto, el cual se compara con otros métodos de cálculo de reservas existentes.

En estudios de la parte operativa de sistemas integrados, se ha observado que la co-optimización de reservas en despachos económicos disminuyen los costos operativos del sistema de energía que cuando se programan las reservas de forma separada [8][19], además, se ha planteado en [19] que esta práctica se debería realizar tanto en la parte de expansión como en la operación del sistema eléctrico.

En el estudio del planeamiento de expansión de sistemas integrados de energía y gas, no se ha encontrado inclusión de las reservas en los planes de inversión, ya que la evaluación de la factibilidad de los costos operativos de los planes se realiza principalmente mediante despacho económico con una curva de duración de carga para describir la demanda del sistema eléctrico sin considerar las reservas en que requerirá sistema.

Por lo anterior, se desarrolla un modelo multi-objetivo para el planeamiento estocástico, dinámico e integrado de sistemas de transmisión de energía y gas natural que considere el servicio de las reservas para AGC, el cual permita entregar un frente de Pareto Óptimo que contenga diferentes propuestas de inversión, las cuales se puedan acomodar a los criterios de capital y regulaciones de inversionistas y/o de operadores de red.

El modelo calcula el costo operativo mediante diferentes escenarios de condiciones hídricas considerando aumento en la demanda, encontrando un frente de Pareto Óptimo conformado por diferentes puntos de inversión y operación de los posibles planes de expansión que cumplan con las condiciones de hidrología y crecimiento de demanda, los cuales se acomoden a los posibles criterios de regulaciones y capitales de inversión de operadores de red.

## **1.1. JUSTIFICACIÓN**

Por cuestiones de aumento de demanda de energía y disminución de emisiones de carbón y polución, se han presentado retos globales. Debido a esto, se han buscado otras fuentes de energía donde una solución que se ha mostrado efectiva es la implementación de sistemas integrados, como lo son los sistemas integrados de energía y gas natural, donde para el sistema de energía se da transmisión de grandes distancias y no es factible almacenamiento a gran escala, mientras que en el sistema de gas se da viabilidad en el transporte de largas distancias y almacenamiento a escala [6]. El gas natural ha mostrado ventajas como, alta eficiencia y menos impacto ambiental comparado con otros combustibles fósiles, por lo cual, las unidades térmicas a base de carbón han sido reemplazadas gradualmente por unidades a base de gas natural que contaminan menos el medio ambiente [20].

En la parte operativa de los sistemas integrados de energía y gas que cuentan con energía renovable en el sistema de potencia, se han estado implementando las trayectorias de rampas de potencia de las unidades térmicas en el despacho económico de los sistemas integrados, como se muestra en [4], donde se propone un modelo estocástico integrado para despachar generación horaria y tener rampa

flexible para manejar la variabilidad de la energía renovable en el sistema de potencia, lo cual disminuye el costo operativo. Diferentes operadores de sistema han empleado modelos con trayectorias de potencia, por ejemplo, en Estados Unidos se han implementado modelos basados en rampas de potencia en el mercado intradiario, al manejar una capacidad de rampa conjunta de las unidades térmicas para disminuir la incertidumbre de generadores intermitentes [9]-[12].

Cuando se considera un modelo de despacho económico diferente al tradicional, como es uno basado en rampas de potencia, se disminuyen las reservas necesarias en el sistema. En documentación reciente se ha mostrado la implementación de co-optimizar el servicio de AGC en el despacho económico, ya sea como programar una cantidad mínima de energía en el mercado del día siguiente [4] o como una rampa conjunta para realizar seguimiento a la demanda durante el mercado intradiario [12].

En la literatura, el planeamiento de la expansión de sistemas integrados de energía y gas natural se implementa una curva de duración de carga para describir la demanda del sistema eléctrico al evaluar la factibilidad de la expansión, además, no se consideran las restricciones operativas de las unidades, como son los tiempos de encendido y las rampas de encendido y apagado.

En la revisión del estado del arte se han encontrado artículos que consideran las reservas en la parte operativa, los cuales se realizan principalmente en el despacho económico, para los sistemas integrados de energía y gas natural y mediante Unit Commitment para los sistemas eléctricos. Se ha mostrado que la implementación de un modelo alternativo de rampas de potencia considerando reservas, disminuye los costos operativos del sistema. En la expansión, al considerar la co-optimización de reservas se ha encontrado expansión de la generación de energía en un sistema de nodo único con generación variable, implementando un Unit Commitment para evaluar la factibilidad.

Por lo anterior mencionado, se busca desarrollar un modelo multi-objetivo para el planeamiento estocástico, dinámico e integrado de sistemas de transmisión de energía y gas natural, el cual considere las reservas. El modelo evalúa la factibilidad de las propuestas mediante un Unit Commitment integrado basado en rampas de potencia, el cual permita entregar un frente de Pareto Óptimo que contenga diferentes propuestas de expansión, las cuales se puedan acomodar a los criterios de capital y regulaciones de inversionistas y/o de operadores de red.

## **1.2. OBJETIVOS**

### **1.2.1. Objetivo General**

Desarrollar una estrategia de planeamiento integrado de energía y gas que permita incluir una práctica operativa en el sistema eléctrico basado en co-optimización de reservas implementando rampas de potencia.

### **1.2.2. Objetivos Específicos**

- Realizar una revisión del estado del arte sobre el planeamiento integrado de sistemas de transmisión de energía y gas natural.
- Realizar una revisión del estado del arte sobre el Unit Commitment basado en modelos de rampas de potencia.
- Desarrollar un modelo de optimización que permita realizar un planeamiento integrado de sistemas de transmisión de energía y gas natural que co-optimice el servicio de AGC mediante un Unit Commitment basado en un modelo de rampas de potencia.
- Realizar simulaciones sobre un sistema de prueba para observar el comportamiento del modelo propuesto, comparar y analizar los resultados obtenidos con los que se obtendrían con un modelo tradicional.
- Publicar los resultados producto de este trabajo.

## 2. ESTADO DEL ARTE

El problema del planeamiento del sistema integrado de energía y gas natural es un tema que se ha estudiado en los últimos años, debido a las ventajas económicas, técnicas y ambientales que presentan los generadores térmicos que utilizan gas natural al ser comparados con generadores térmicos de otros combustibles fósiles.

El estado del arte que se realizó para esta investigación puede dividirse en diferentes temas, los cuales ayudan a entender lo que se ha realizado en los distintos aspectos que se han trabajado. Los temas principales que trata la investigación son los siguientes:

- Planeamiento de la expansión de sistemas integrados de transmisión de energía y gas natural.
- Flujo de potencia de los sistemas integrados de energía y gas natural.
- Unit Commitment de sistemas de potencia basado en rampas de potencia.
- Co-optimización del servicio de AGC con el despacho económico en un sistema de potencia.

### 2.1. PLANEAMIENTO DE SISTEMAS INTEGRADOS ENERGÍA Y GAS NATURAL

En el estudio de este tipo de problemas se pueden observar diferentes trabajos, como en [20], donde se muestra un planeamiento óptimo del modelo integrado de energía y gas al implementar un modelo lineal del sistema de gas para largo plazo sin considerar compresores en el sistema de gas, generando un punto óptimo. Otro modelo lineal es propuesto en [21], donde se realiza un modelo para el planeamiento integrado de expansión de las líneas de transmisión, generadores y ductos del sistema. Se modela el flujo de los ductos como una variable y no en función de las presiones. Los costos de operación e inversión son traídos a valor presente y el modelo busca obtener un plan de expansión de menor costo que cumpla con un criterio de confiabilidad de energía no servida.

En [17] se implementa un NSGA-II para planear la expansión de un sistema integrado de energía y gas natural, el sistema tiene la característica de ser hidrotérmico, en el cual se consideran diferentes niveles de carga y escenarios de hidrología en un planeamiento dinámico estocástico, donde se consideran varias etapas de planeación de expansión y escenarios de hidrología y aumentos de la

demanda. El artículo realiza la linealización de los flujos de los ductos del sistema de gas, así como de los compresores para obtener un frente de Pareto con diferentes soluciones para el problema de planeamiento. Otro caso de estudio de sistemas hidrotérmicos es [3], donde se estudia el sistema integrado de energía y gas natural colombiano, con la característica de que el sistema de energía es un sistema hidrotérmico, el cual se ve afectado por ciclos climáticos, afectando la capacidad de las hidroeléctricas produciendo que se aumente la participación del sistema de gas natural en el sistema de energía, por esto, se propone la expansión del sistema de gas para entrar en la participación de un mercado internacional de LNG (liquefied natural gas) para mejorar la confiabilidad del sistema integrado. La importancia del planeamiento integrado con fuentes intermitentes también se demuestra en [7], donde se realiza un algoritmo genético NSGA-II en la expansión de la transmisión de un sistema integrado de energía y gas considerando criterio de seguridad N-1 en el sistema de energía, aplicado en el sistema de la provincia de Hanian en China, que cuenta con alta penetración eólica.

Se han estudiado las diferencias de considerar los sistemas de gas natural y energía como separados, conectados o integrados en el planeamiento de éstos, por ejemplo, en [22] se realiza el planeamiento de expansión de generadores, líneas de transmisión y red de gas natural en un planeamiento multi-período, implementando un algoritmo genético el cual propone la inversión de los elementos de los sistemas mientras se emplea criterio de seguridad N-1, se implementa en un sistema grande como el sistema iraní y se comparan los resultados de expandir los sistemas de energía y gas por separado y la expansión de ambos sistemas, obteniendo un menor costo al expandir de forma simultánea los sistemas de energía y gas natural. En [5] se realiza el estudio de planeamiento de la expansión de los sistemas de energía y gas natural a nivel de distribución mediante un algoritmo genético Chu-Beasley, donde se comparan los resultados de considerar tres casos de estudio: tomar los sistemas de energía y gas natural por separado, considerar las variables que vinculan ambos sistemas como variables exógenas de los sistemas y el último caso, considerar ambos sistemas como un sistema integrado. Se comparan los casos de estudio mostrando los beneficios tanto económicos como operativos de considerar los sistemas como uno integrado.

La implementación de algoritmos para la solución del problema de planeamiento no se limita sólo a algoritmos genéticos, por ejemplo, en [23] se realiza un modelo de planeamiento integrado de energía y gas natural invirtiendo en generadores, ductos, compresores y líneas de transmisión. Este modelo busca entregar un plan de expansión que pueda satisfacer los términos de confiabilidad deseados, manejando posibles interrupciones de servicio en ambos sistemas al manejar la demanda de forma probabilística, empleando un método de solución donde primero se fijan parámetros de confiabilidad y luego se aplica un algoritmo para obtener cuándo se violan los límites de confiabilidad.

En [24] se realiza un planeamiento integrado de energía y gas natural mediante optimización bi-nivel, donde primero por medio de algoritmo de enjambre de

partículas se propone la expansión de la infraestructura del sistema integrado y luego se resuelve el despacho económico de la propuesta mediante el método de punto interior, además, se muestra la aplicación en un modelo real como es el sistema danés, el cual cuenta con conversión bidireccional de energía y penetración eólica.

## **2.2. FLUJO DE POTENCIA DE SISTEMAS INTEGRADOS ENERGÍA Y GAS**

Los flujos de potencia para los sistemas integrados han sido estudiados en diferentes formas y enfoques, por ejemplo, en [25] se analiza la interdependencia entre ambos sistemas realizando un Unit Commitment de programación entera mixta (MIP) donde se analiza cuando existe una falla en el sistema de gas o en el sistema eléctrico, mostrando la dependencia del suministro del gas natural y su alto impacto en la operación del sistema eléctrico. Además, en [26], se estudia la confiabilidad del sistema integrado de la Unión Europea pronosticado para el año 2030, donde mediante Unit Commitment integrado de energía y gas natural con generación renovable se estudian casos en el corte del suministro de gas natural y el efecto de esto en el mercado de energía, mostrando que cuando existe corte en el suministro de gas natural, el sistema de energía se altera de forma que se mitiga el impacto.

En [27] se emplea un modelo lineal para la coordinación de sistemas de potencia y gas natural, donde se modela el flujo dinámico de gas natural y se considera el empaquetado, mientras el flujo del sistema de potencia se realiza mediante flujo DC. En el sistema se implementa conversión bidireccional de energía mediante térmicas de gas y tecnología power-to-gas, donde el modelo se aplica en un sistema integrado con penetración eólica y se muestra que mediante el sistema power-to-gas se reduce la congestión en el sistema de gas natural mejorando el abastecimiento la demanda de gas.

En [2] se ha mostrado que el planeamiento operativo adecuado de los sistemas integrados de energía y gas, en este caso en Irlanda, mejora la confiabilidad del sistema eléctrico al tener integrados fuentes intermitentes de energía como turbinas eólicas, donde con la consideración de almacenadores de gas natural y considerando el empaquetado en los ductos las unidades térmicas a gas natural, responden de forma rápida a las intermitencias de las demandas producidas por la variabilidad de la generación eólica.

En [4] se estudia la implementación de tener rampas flexibles en el despacho económico estocástico de los sistemas integrados de energía y gas, con el fin de cubrir las incertidumbres que se generan por los pronósticos de la demanda y

generación renovable, mostrando la reducción en el costo operativo al entregar gas natural en tiempo real impactando el despacho horario, implementando las rampas de las unidades térmicas como reservas.

En [13] se estudia la programación de reservas rodantes de los generadores de un sistema integrado de energía y gas natural, donde se presentan interrupciones en el suministro de gas natural para la generación de escenarios de estudio. El modelo es implementado en el sistema de Gran Bretaña, donde se usa un Unit Commitment estocástico que emplea descomposición de Benders para manejar la naturaleza estocástica de la generación renovable que maneja el sistema y la variación en la demanda, resaltando la importancia del sistema de gas natural en el mercado de energía.

### **2.3. UNIT COMMITMENT BASADO EN RAMPAS DE POTENCIA**

Modelar las inyecciones de potencia de los generadores térmicos mediante rampas o trayectorias de potencia, muestra reducción de las reservas necesarias del sistema, tal como se describe en [15], donde el costo de las reservas se disminuye comparado con el Unit Commitment tradicional. En [16] se muestra que al modelar las rampas de las térmicas como trayectorias de potencia que varían en su generación, reduce el costo de las reservas del sistema al ser comparado con los bloques de energía del modelo tradicional.

En [15] se muestran las ventajas de describir el Unit Commitment mediante rampas de potencia y lo compara con el modelo tradicional de bloques de energía en un sistema con penetración eólica, confirmando que el modelo de rampas de potencia al considerar las reservas del sistema presenta un menor costo operativo total que el modelo tradicional de bloques de energía.

En [28] se propone un modelo de Unit Commitment basado en rampas, en el cual se reduce el error de aproximación al describir las rampas continuas en el tiempo en la operación del día siguiente mediante la variación de las trayectorias de generación, las cuales se modelan mediante coeficientes cúbicos de Hermite y definiendo las rampas como las derivadas de esta trayectoria. El modelo es probado en el sistema manejado por CAISO mostrando una disminución de costos operativos comparado con los datos mostrados por este operador de red.

En [29] se propone un Unit Commitment determinista que incluye capacidad de potencia y requerimiento de capacidad de rampa en un sistema de potencia con penetración eólica, donde se considera peor escenario de viento y, además, la solución garantiza que el sistema tenga suficiente flexibilidad para adaptarse a las

variaciones del viento. Para validar la metodología, se realiza un despacho económico de ventana de 5 minutos con varios escenarios de viento con los resultados del Unit Commitment para comparar la efectividad de la decisión de éste en los diferentes escenarios. El estudio muestra que implementando trayectorias de potencia se reducen los costos al ser comparados con formulaciones tradicionales de bloques de energía.

En [30] se presenta un modelo de optimización lineal con límite dinámico en las rampas, permitiendo cambios entre períodos en la velocidad de las rampas y éste es aplicado en un Unit Commitment basado en trayectorias de potencia, donde se asignan las reservas de operación de forma más eficiente, se estima de forma más adecuada los costos operativos y se maneja mayor flexibilidad en la unidad que el modelo normal de rampas de potencia.

## **2.4. CO-OPTIMIZACIÓN DEL SERVICIO DE AGC**

Para la co-optimización del AGC, [31] muestra cómo se realiza ésta con el despacho económico a nodo único, teniendo en cuenta los requerimientos de reserva y las restricciones técnicas de rampas y potencia máxima de las unidades térmicas. Además, en [18] se observa cómo varían los costos de las reservas al implementar diferentes métodos para calcularlas cuando se co-optimizan en un Unit Commitment con generación renovable al expandir la generación en un sistema eléctrico de nodo único, mostrando que un método dinámico reduce los costos operativos que con un modelo estático de reservas.

En [8] se propone una programación de día siguiente mediante Unit Commitment y programación intradiario por medio de un despacho económico para la generación y reservas operativas en sistema de energía con penetración eólica. La programación de reservas se realiza para lidiar con salidas de unidades generadoras y se realiza modificación de la generación y reservas en el mercado intradiario en ventanas de 15 minutos para lidiar con la variabilidad de la generación eólica, lo cual disminuye los costos operativos del sistema.

En [19] se propone un método para obtener reserva flexible basado en un algoritmo para políticas de programación de reservas para sistemas de energía con penetración eólica, donde el método consiste en optimización de dos etapas, donde en la primera etapa se realiza un despacho de generación y reservas para mercado de día siguiente, implementando unos escenarios de generación eólica, en la segunda etapa se implementa un despacho intradiario tomando como base de inicio los resultados obtenidos en la primera etapa con márgenes de 10 minutos para

escenarios de generación eólica implementando cadenas de Markov, reduciendo así costos operativos.

La co-optimización del servicio de AGC también se ha realizado en el despacho económico de los sistemas integrados de energía y gas, como lo muestra [6], donde se realiza la integración de la programación de la reserva en el despacho del día siguiente, además modela el sistema de gas natural mediante una relajación cónica de segundo orden, en el cual los resultados obtenidos son implementados como un punto de inicio para realizar un Newton-Raphson para corregir los flujos de gas en el sistema integrado. Este artículo considera las rampas de toma y descarga de las unidades térmicas, pero no considera los encendidos y apagados de las unidades, ni los tiempos de encendido ni apagado.

### 3. MODELO MATEMÁTICO

Los resultados en esta investigación se obtuvieron mediante la implementación de un modelo de optimización multi-objetivo por medio de una metodología de metaheurística para optimizar el planeamiento de sistema integrado de transmisión de energía y gas natural. Los objetivos que maneja la optimización son costos de inversión y costos de operación; los costos de inversión se calculan con la propuesta de la metaheurística, y los costos de operación se calculan mediante un modelo de Unit Commitment integrado alterno basado en rampas de potencia.

Al implementar un modelo alternativo basado en rampas de potencia, se necesitan menos reservas en el sistema que en el modelo tradicional de bloques de energía, lo cual disminuye el costo del servicio de AGC. Para soportar esta idea, se realizan cuatro casos de estudio de Unit Commitment, los cuales se describen a continuación:

- Caso 1: modelo alterno basado en rampas de potencia sin servicio de AGC.
- Caso 2: modelo tradicional basado en bloques de energía sin servicio de AGC.
- Caso 3: modelo de rampas de potencia co-optimizando el servicio de AGC.
- Caso 4: modelo de bloques de energía co-optimizando el servicio de AGC.

El modelo matemático incorpora tanto las características de los elementos del sistema de transmisión de energía como del sistema de transmisión de gas natural, incluyendo las características que permiten considerar un sistema integrado, como lo es la relación del flujo de gas natural consumido por las unidades a gas con la energía inyectada al sistema eléctrico. El modelo de optimización crea propuestas de inversión para el sistema integrado, las evalúa para verificar la factibilidad de cada propuesta frente a las condiciones de cambios en la hidrología y de crecimiento en la demanda, para luego ordenar y modificar las propuestas para encontrar mejores planes de inversión.

El método implementado está basado en un modelo maestro-esclavo, donde el maestro es un algoritmo genético el cual es programado en MATLAB; éste permite lidiar con la no linealidad que presenta el problema de planeamiento al generar individuos con diferentes propuestas de expansión, convirtiendo el problema del esclavo en un problema lineal entero mixto, al entregar la información de dónde, tipo y cuándo realizar las inversiones de la expansión del sistema integrado. El esclavo es implementado en GAMS, el cual evalúa cada propuesta de expansión, minimizando el costo operativo mediante Unit Commitment integrado considerando escenarios hídricos; esto se realiza de forma paralela en todos los individuos; además, el esclavo calcula el costo de inversión de la propuesta. El cálculo de los costos de inversión y de operación se entregan anualizados, por lo cual se hace

necesario traerlos a valor presente. El cálculo del valor presente es explicado en el Anexo 1.

El programa maestro de la metodología de solución es el algoritmo genético *nondominated sorting genetic algorithm*<sup>1</sup> II (NSGA-II), el cual disminuye la complejidad computacional, encuentra resultados más dispersos y de mejor convergencia comparado con otros algoritmos evolutivos. Los resultados entregados por este algoritmo se reflejan en un frente de Pareto Óptimo conformado por individuos élites que contienen la información de diferentes propuestas de solución. Los individuos del frente de Pareto tienen la característica de ser no dominados, donde un individuo no dominado es aquel individuo de la población que es mejor que los otros individuos en por lo menos un objetivo [32]. El frente de Pareto Óptimo entrega diferentes puntos de inversión y operación para el planeamiento integrado, desde la solución de menor costo de inversión hasta el punto solución de menor costo operativo.

El esclavo implementa un modelo de Unit Commitment integrado, el cual considera escenarios de hidrología y crecimiento en la demanda. El modelo busca minimizar el costo de generación de las unidades térmicas calculando el costo del combustible, minimiza los costos de arranque y parada de las unidades, costo de oportunidad del agua, el costo del servicio de AGC, el costo del suministro de gas en el sistema integrado y los costos de racionamiento de energía y de gas natural. Las restricciones que implementa el esclavo modelan los comportamientos de los sistemas, como los límites de flujo a través de las líneas de transmisión y de las tuberías de gas, los balances nodales de ambos sistemas, las características técnicas de los generadores, las restricciones que modelan el servicio de AGC, las ecuaciones vinculantes entre los sistemas de energía y gas natural, entre otras restricciones.

### **3.1. ALGORITMO GENÉTICO NSGA-II**

El programa maestro de la metodología de solución es el algoritmo genético *Nondominated Sorting Genetic Algorithm-II* (NSGA-II), esta metaheurística es usada para resolver optimización multi-objetivo. Este método de solución entrega un frente de Pareto Óptimo de individuos élites que contienen la información de diferentes propuestas de solución, además, entrega resultados dispersos e implementa menor tiempo para ordenar los individuos que otros algoritmos evolutivos. En esta

---

<sup>1</sup> En español algoritmo genético de individuos no dominados.

subsección se explica cómo funciona en general el algoritmo genético según como se explica en [32] y luego cómo se aplicó en el problema de maestro-esclavo.

Primero se realiza el ordenamiento rápido de no dominados en el conjunto de soluciones  $P$ . Para cada solución se calculan dos entidades, el contador de dominados  $n_p$ , que es el número de soluciones que la solución  $p$  domina y  $S_p$ , un conjunto de soluciones que la solución  $p$  domina. Todas las soluciones en el primer frente de no dominados tienen el contador de dominados como cero. Para cada solución  $p$  con  $n_p=0$ , cada miembro ( $q$ ) del conjunto  $S_p$  es visitado y reduce su contador de dominados en uno. Mientras se realiza esto, si algún miembro  $q$  queda con contador de dominados en cero, se mueve a un conjunto  $Q$  aparte. Estos miembros pertenecen al segundo frente de no dominados. Luego el procedimiento anterior es realizado para cada miembro de  $Q$  y el siguiente frente es identificado. Este proceso se realiza hasta obtener todos los frentes.

El ordenamiento rápido en forma de pseudocódigo es el siguiente.

```

Para cada  $p \in P$ 
     $S_p = \emptyset$ 
     $n_p = 0$ 
Para cada  $q \in P$ 
    Sí ( $p < q$ ) entonces
         $S_p = S_p \cup \{q\}$ 
        En cambio sí ( $q < p$ ) entonces
             $n_p = n_p + 1$ 
            Sí  $n_p = 0$  entonces
                 $p_{rank} = 1$ 
                 $\mathcal{F}_1 = \mathcal{F}_1 \cup \{p\}$ 
 $i = 1$ 
Mientras  $\mathcal{F}_i \neq \emptyset$ 
     $Q = \emptyset$ 
    Para cada  $p \in \mathcal{F}_i$ 
        Para cada  $q \in S_p$ 
             $n_q = n_q - 1$ 
            Sí  $n_q = 0$  entonces
                 $q_{rank} = i + 1$ 
                 $Q = Q \cup \{q\}$ 
     $i = i + 1$ 
     $\mathcal{F}_i = Q$ 

```

Para mantener la diversidad en los miembros de la población se utiliza una distancia de apiñamiento. Para cada solución es estimada la densidad de soluciones que lo rodean, esto es calculado como la distancia promedio de dos puntos a cada lado del punto a lo largo de cada uno de los objetivos. Esta cantidad  $i_{distance}$  sirve como un estimado del perímetro de forma cúbica formado al usar los vecinos cercanos como vértices; esto se conoce como distancia de apiñamiento. La computación de la distancia de apiñamiento requiere ordenar la población de acuerdo con el valor

de cada función objetivo en orden ascendente de magnitud. Después de esto, para cada función objetivo, las soluciones límites (soluciones con el menor y mayor valor de función objetivo) son asignados con un valor de distancia infinita. A todas las soluciones intermedias se les asigna un valor de distancia igual al valor de la diferencia normalizada absoluta en los valores de función de las dos soluciones adyacentes. Este cálculo se continúa con las otras funciones objetivo. En general, la distancia de apiñamiento se calcula como la suma de los valores de la distancia individuales correspondiente a cada objetivo. Cada función objetivo es normalizada antes de calcular la distancia de apiñamiento. La computación del procedimiento de la distancia de apiñamiento de soluciones es un conjunto de no dominados  $\mathcal{J}$ .

En forma de pseudocódigo es

$l =  \mathcal{J} $	Número de soluciones en $\mathcal{J}$
Para cada $i$ , poner $\mathcal{J}[i]_{distance} = 0$	inicializar la distancia
Para cada objetivo $m$	
$\mathcal{J} = \text{ordenar}(\mathcal{J}, m)$	Ordenar usando el valor de cada objetivo
$\mathcal{J}[1]_{distance} = \mathcal{J}[l]_{distance} = \infty$	Los puntos límites son detectados
Para $i = 2$ hasta $(l - 1)$	Para los demás puntos
$\mathcal{J}[i]_{distance} = \mathcal{J}[i]_{distance} + (\mathcal{J}[i + 1]_m - \mathcal{J}[i - 1]_m) / (f_m^{max} - f_m^{min})$	

Después de que a todos los miembros de la población del conjunto  $\mathcal{J}$  se les asigna una distancia métrica, se pueden comparar dos soluciones por su grado de proximidad con otras soluciones. Una solución con un menor valor de medida de distancia significa que se encuentra más rodeada por otras soluciones. El operador de comparador de apiñamiento ( $<_n$ ) guía el proceso de solución en varias etapas del algoritmo hacia un frente de Pareto uniformemente esparcido. Se asume que cada individuo  $i$  de la población tiene dos atributos:

1. Rango de no dominancia ( $i_{rank}$ ).
2. Distancia de apiñamiento ( $i_{distance}$ ).

El operador  $<_n$  se define como

$$i <_n j \text{ sí } (i_{rank} < j_{rank})$$

$$\text{ó } ((i_{rank} = j_{rank})$$

$$\text{y } (i_{distance} > j_{distance}))$$

Esto es, entre dos soluciones con diferentes rangos de no dominancia, se prefiere la solución con menor rango. De otra manera, si ambas soluciones pertenecen a la misma frontera, se prefiere la solución ubicada en una región menos densa.

El ciclo principal consiste en crear una población de padres inicial aleatoria  $P_0$ . La población es ordenada basada en los no dominados. A cada solución se le asigna una aptitud o un rango igual a su nivel de no dominancia, donde 1 es el mejor, luego

2 es el siguiente y de forma sucesiva. Los operadores de selección, recombinación y mutación son empleados para crear la población de descendencia  $Q_0$  de tamaño  $N$ . El procedimiento paso a paso del NSGA-II es sencillo. Primero una población combinada  $R_t = P_t \cup Q_t$  es formada. Luego la población  $R_t$  es ordenada de acuerdo con su no dominancia, donde todos los miembros de la población previos y actuales son incluidos en  $R_t$  el elitismo es asegurado. Las soluciones que pertenecen al mejor conjunto de no dominados  $\mathcal{F}_1$  son las mejores soluciones en la población combinada. Si el tamaño de  $\mathcal{F}_1$  es menor que  $N$ , todos los miembros de  $\mathcal{F}_1$  pertenecen a la nueva población  $P_{t+1}$ . Los miembros restantes de  $P_{t+1}$  son escogidos de los demás frentes de no dominados por su rango. Para escoger exactamente  $N$  miembros de la población, el operador de comparación  $<_n$  es implementado para escoger la mejor solución que llene los puestos restantes de la población. Luego la nueva población  $P_{t+1}$  es usada para la selección, combinación y mutación para crear la nueva población  $Q_{t+1}$ . El procedimiento del NSGA-II se muestra de forma gráfica en la figura 1 y en forma de pseudocódigo es:

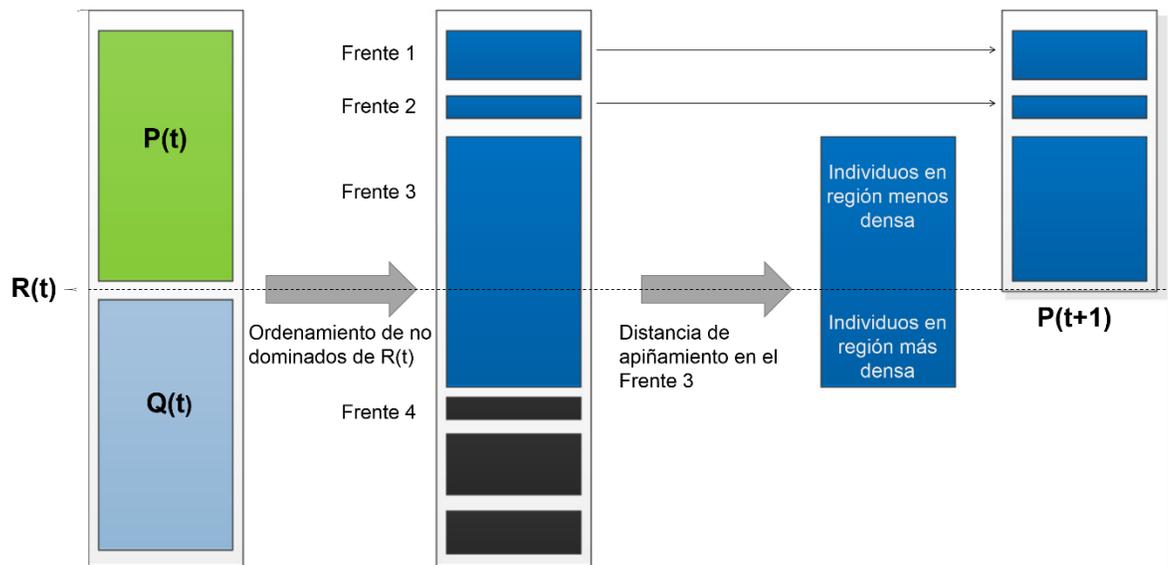


Figura 1. Proceso de formación de la población del algoritmo NSGA-II. Elaboración propia con base en [7].

$R_t = P_t \cup Q_t$   
 $\mathcal{F} = \text{Ordenamiento de no dominados}(R_t)$   
 $P_{t+1} = \emptyset$  e  $i = 1$   
 Hasta que  $P_{t+1} + \mathcal{F}_i \leq N$

Combinar la población de padres y descendencia  
 $\mathcal{F} = (\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \dots)$ , Los frentes no dominados de  $R_t$   
 Hasta que se llene la población de padres

<p>Asignamiento de distancia de apiñamiento(<math>\mathcal{F}_i</math>)</p> <p><math>P_{t+1} = P_{t+1} \cup \mathcal{F}_i</math></p> <p><math>i = i + 1</math></p> <p>ordenar(<math>\mathcal{F}_i, &lt;_n</math>)</p> <p><math>P_{t+1} = P_{t+1} \cup \mathcal{F}_i[1:(N -  P_{t+1} )]</math></p> <p><math>Q_{t+1} =</math> crear nueva población(<math>P_{t+1}</math>)</p> <p><math>t = t + 1</math></p>	<p>Se calcula la distancia de apiñamiento de <math>\mathcal{F}_i</math></p> <p>Incluir el frente <math>i</math>-ésimo en la población de padres</p> <p>revisar siguiente frente por inclusión</p> <p>ordenar de forma descendente usando <math>&lt;_n</math></p> <p>Escoger los <math>(N -  P_{t+1} )</math> elementos de <math>\mathcal{F}_i</math></p> <p>usar selección, combinación y mutación para crear la nueva población <math>Q_{t+1}</math></p> <p>incrementar el contador de generación</p>
---	--

La metodología de solución maestro-esclavo implementada se muestra en la figura 2, la cual es un diagrama de flujo cuya secuencia se enlista.

1. En el programa maestro se cargan los datos de entrada, como son los costos de los combustibles primarios, costos de racionamiento y costos de inversión; se cargan además los parámetros de los sistemas de energía y de gas natural, como los datos de la infraestructura existente y las propuestas de inversión.
2. Con los datos cargados, se generan las curvas de las demandas de ambos sistemas, se crean los escenarios de hidrología según los parámetros entregados, así como el crecimiento de la demanda.
3. Se crea una población inicial de forma aleatoria, la cual se encuentra codificada por facilidad de implementación en los procesos del algoritmo; cada individuo contiene información de su respectiva propuesta de expansión para empezar con el algoritmo de NSGA-II.
4. El programa esclavo decodifica los individuos para obtener la respectiva propuesta de inversión, luego se corre el modelo integrado de Unit Commitment para todos los individuos considerando los escenarios de hidrología y crecimiento de la demanda de forma paralela y se calcula el valor esperado del costo operativo. Los costos de operación se calculan de forma anualizada, por lo cual para las etapas de planeamiento se requieren traer estos costos al valor presente.
5. De forma similar a los costos operativos, las informaciones de los costos de inversión se entregan anualizados, por lo cual el programa esclavo trae estos costos a valor presente.
6. Se calcula la no dominancia de los individuos de la población y se generan las fronteras.
7. Se verifica si se cumple el criterio de parada. Si éste se cumple se finaliza el proceso y se entrega un grupo de propuestas de inversión con sus respectivos costos operativos para que se escojan decisiones sobre cuál propuesta tomar; si no se cumple, se sigue con el siguiente paso.
8. Realizar las operaciones de selección, combinación y mutación para crear una nueva población de individuos que seguirán en el algoritmo para volver al paso 4.

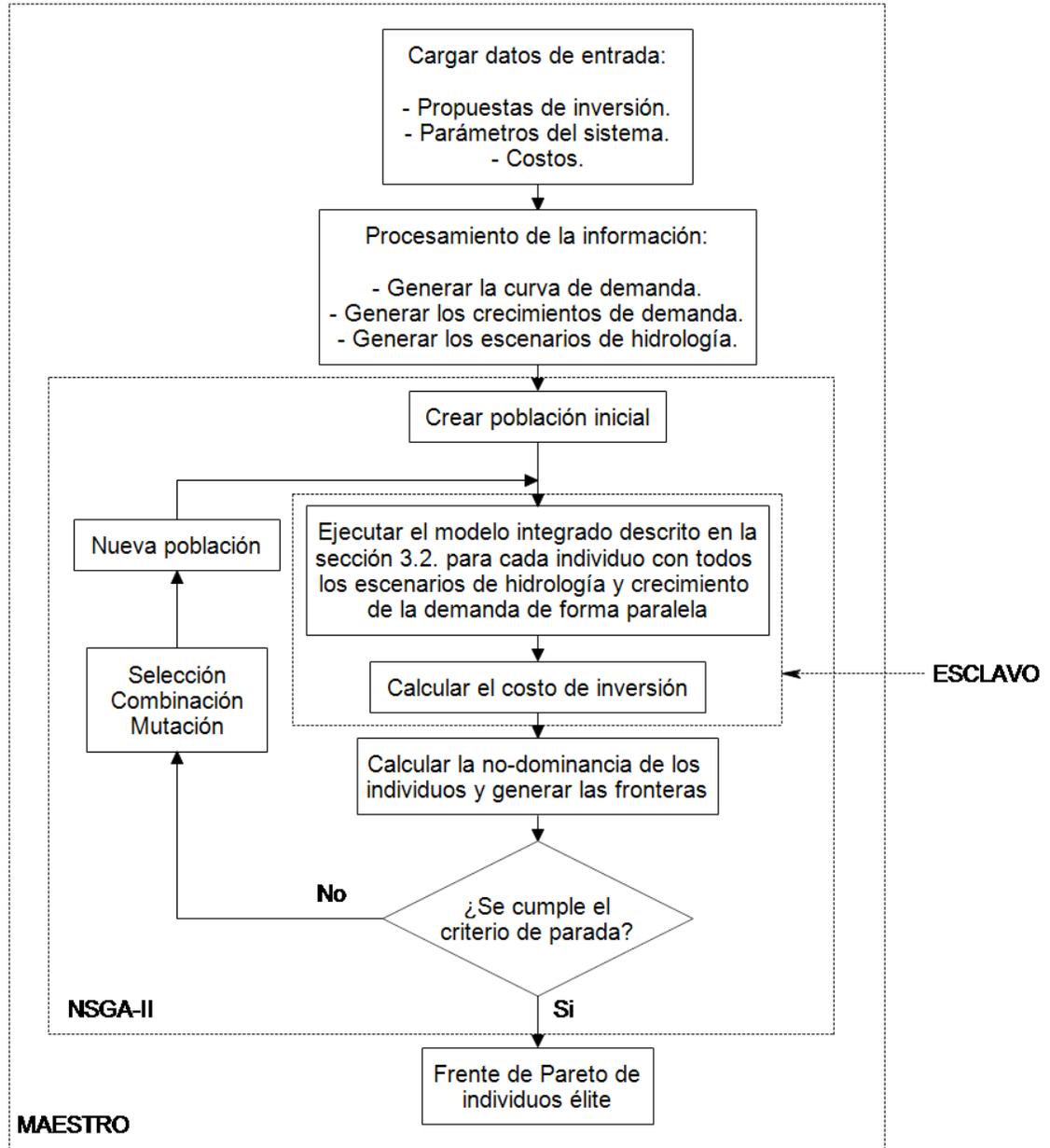


Figura 2. Diagrama de flujo de la metodología implementada. Elaboración propia con base en [17].

## 3.2. MODELOS DE OPTIMIZACIÓN SISTEMA INTEGRADO ENERGÍA Y GAS NATURAL

El modelo matemático usado por el programa esclavo es un Unit Commitment (UC) integrado de energía y gas natural y lo evalúa a través de diferentes escenarios de hidrología, los cuales limitan la generación de las unidades hidroeléctricas. El UC tradicionalmente es implementado basado en un modelo de bloques de energía, el cual implementa la energía promedio de cada intervalo de tiempo del sistema de energía. El modelo propuesto emplea un modelo basado en rampas de potencia, el cual considera las trayectorias de potencia a través de cada intervalo de tiempo. Este modelo de UC tiene la ventaja de reducir los costos de AGC, tal como se muestra en [15]; por esta razón se consideran cuatro casos de estudio. La nomenclatura empleada en los modelos matemáticos se encuentra en el Anexo 2.

### 3.2.1. Sistema de Gas Natural

Las ecuaciones que modelan el comportamiento del sistema de gas natural son tomadas del artículo [3], las cuales describen el balance nodal de flujo de gas natural, los flujos de gas natural linealizados a través de los ductos y el comportamiento de la relación de compresión de los compresores en el sistema de transmisión de gas natural. La ecuación (3.1) modela la ecuación de balance nodal en el sistema de gas natural, donde la suma de los flujos de gas entregados por los recursos de gas conectados a ese nodo, los flujos de gas de los enlaces de gas y el racionamiento de gas natural presente en el nodo, debe ser igual a la suma de la demanda de gas, el consumo de gas del generador térmico conectado a ese nodo y al consumo del compresor conectado en ese nodo.

$$\sum_{s \in \omega_n^{INY}} \psi_{s,t}^{INY} + \sum_{m \in \Omega^{GL}} (a_{m,n}^{GL} \psi_{m,t}^{GL}) + R_{n,t}^G = \psi_{n,t}^{LOAD} + \sum_{g \in \omega_n^{GTG}} \psi_{g,t}^{COMB} + \sum_{m \in \omega_n^{COMP}} \psi_{m,t}^{COMP} \quad (3.1)$$

$$\forall n \in \Omega^{GN}, \forall t$$

La ecuación no lineal que modela el flujo de gas natural a través de los ductos es la ecuación de Weymouth [6], donde la ecuación (3.2) define el flujo por el ducto como una constante que depende de los parámetros del ducto por la raíz cuadrada del valor absoluto de la diferencia de las presiones cuadradas, donde el signo del flujo se define con la ecuación (3.3).

$$\psi_{m,t}^{GL} = \text{sgn}(i,j) \frac{Kdu_m}{L_m} \left( \sqrt{|\pi_{i,t}^2 - \pi_{j,t}^2|} \right) \quad (3.2)$$

$$\text{sgn}(i,j) \begin{cases} +1 & (\pi_{i,t} - \pi_{j,t}) \geq 0 \\ -1 & (\pi_{i,t} - \pi_{j,t}) < 0 \end{cases} \quad (3.3)$$

Para realizar la linealización del flujo por los ductos, se utiliza la misma técnica que es implementada en [33], la cual se llevó a cabo para realizar la linealización del flujo de gas natural de los ductos, por lo cual la ecuación de Weymouth (3.2) se reformula como la ecuación (3.4) con la ayuda de las ecuaciones (3.5) a (3.7); de forma gráfica la linealización empleada para el flujo de gas a través de los ductos se muestra en la figura 3. Mediante las ecuaciones y variables auxiliares se define el flujo por los ductos mediante la ecuación (3.8).

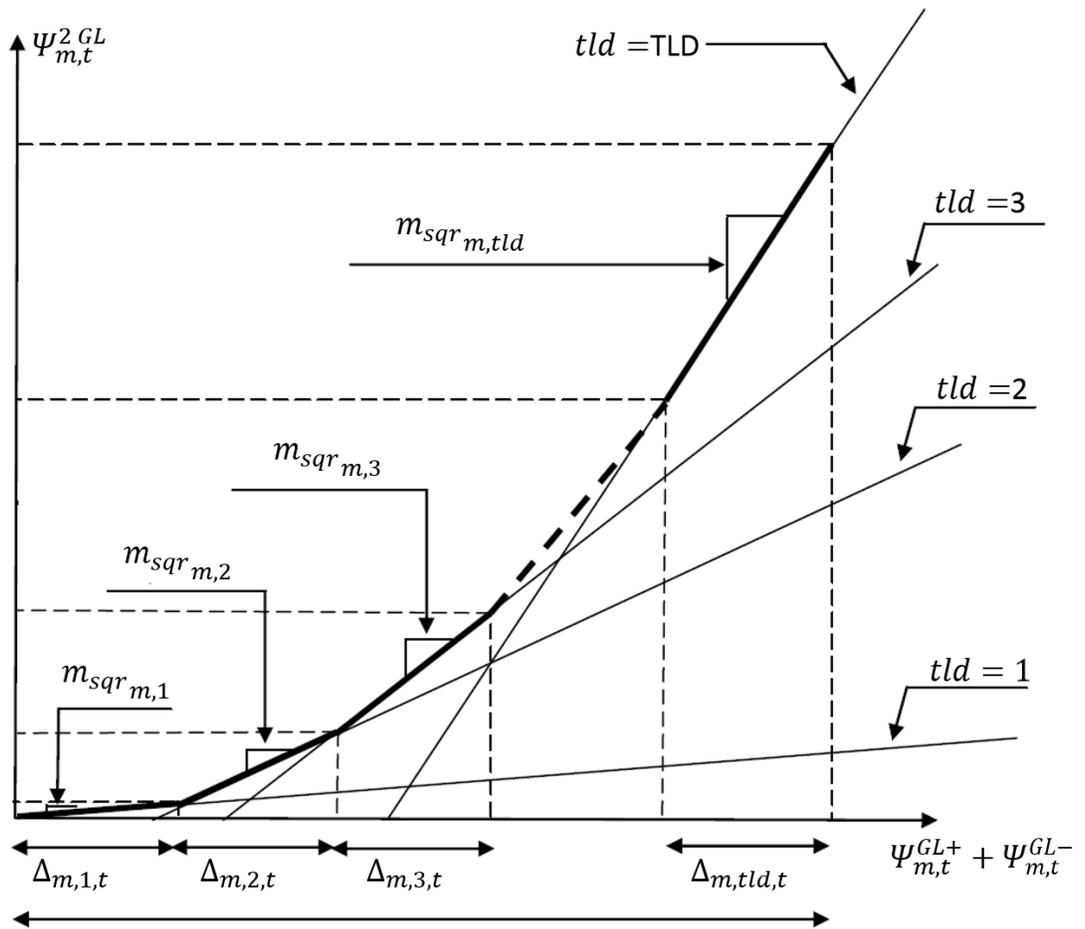


Figura 3. Linealización del flujo de gas a través de los ductos de gas. Elaboración propia con base en [33].

$$\Psi_{m,t}^{2GL+} - \Psi_{m,t}^{2GL-} = \left( \frac{Kdu_m}{L_m} \right)^2 (\pi_{i,t}^2 - \pi_{j,t}^2) \quad \forall m \in \omega^{PIPE}, \forall t \quad (3.4)$$

$$\Psi_{m,t}^{GL+} + \Psi_{m,t}^{GL-} = \sum_{tld \in \omega^{TLD}} \Delta_{m,tld,t} \quad \forall m \in \omega^{PIPE}, \forall t \quad (3.5)$$

$$\Psi_{m,t}^{2GL+} + \Psi_{m,t}^{2GL-} = \sum_{tld \in \omega^{TLD}} m_{sqr,m,tld} \Delta_{m,tld,t} \quad \forall m \in \omega^{PIPE}, \forall t \quad (3.6)$$

$$\Psi_{m,t}^{GL} = \Psi_{m,t}^{GL+} - \Psi_{m,t}^{GL-} \quad \forall m \in \Omega^{GL}, \forall t \quad (3.7)$$

Al implementar las ecuaciones auxiliares se emplean las variables auxiliares que se encuentran limitadas por las restricciones descritas en las ecuaciones (3.8) a (3.12), donde las ecuaciones (3.8) a (3.11) definen los límites de los flujos y la dirección de estos en los ductos y la ecuación (3.12) es la que define cuáles secciones de la linealización se implementan.

$$0 \leq \Psi_{m,t}^{GL+} \leq \bar{\Psi}_m^{GL} \hat{\sigma}_{m,t} \quad \forall m \in \Omega^{GL}, \forall t \quad (3.8)$$

$$0 \leq \Psi_{m,t}^{GL-} \leq \bar{\Psi}_m^{GL} (1 - \hat{\sigma}_{m,t}) \quad \forall m \in \Omega^{GL}, \forall t \quad (3.9)$$

$$0 \leq \Psi_{m,t}^{2GL+} \leq \bar{\Psi}_m^{2GL} \hat{\sigma}_{m,t} \quad \forall m \in \omega^{PIPE}, \forall t \quad (3.10)$$

$$0 \leq \Psi_{m,t}^{2GL-} \leq \bar{\Psi}_m^{2GL} (1 - \hat{\sigma}_{m,t}) \quad \forall m \in \omega^{PIPE}, \forall t \quad (3.11)$$

$$\alpha_{m,tld,t+1} \bar{\Delta}_{m,tld} \leq \Delta_{m,tld,t} \leq \alpha_{m,tld,t} \bar{\Delta}_{m,tld} \quad \forall m \in \omega^{PIPE}, \forall tld \in \omega^{TLD}, \forall t \quad (3.12)$$

De forma análoga a la linealización del flujo a través de los ductos del sistema de gas, se realiza la linealización de las ecuaciones que modelan el comportamiento del compresor, siendo las ecuaciones auxiliares las ecuaciones (3.13) a (3.17), donde las ecuaciones (3.13) y (3.15) definen las variables auxiliares y las ecuaciones (3.14), (3.16) y (3.17) limitan las variables auxiliares implementadas. La ecuación que modela el flujo a través del compresor, como también el consumo de gas de éste, es la ecuación (3.18).

$$\pi_{i,t}^2 - \pi_{j,t}^2 = \Delta\pi_{m,t} \quad \forall m \in \omega^{COMP}, \forall t \quad (3.13)$$

$$-(\beta_{max_m}^2 - 1)\pi_{j,t}^2 \leq \Delta\pi_{m,t} \leq (\beta_{max_m}^2 - 1)\pi_{i,t}^2 \quad \forall m \in \omega^{COMP}, \forall t \quad (3.14)$$

$$\Delta\pi_{m,t} = \Delta\pi_{m,t}^+ - \Delta\pi_{m,t}^- \quad \forall m \in \omega^{COMP}, \forall t \quad (3.15)$$

$$0 \leq \Delta\pi_{m,t}^+ \leq \bar{\pi}_i^2 (\beta_{max_m}^2 - 1) \sigma_{m,t} \quad \forall m \in \omega^{COMP}, \forall t \quad (3.16)$$

$$0 \leq \Delta\pi_{m,t}^- \leq \bar{\pi}_j^2 (\beta_{max_m}^2 - 1) \sigma_{m,t} \quad \forall m \in \omega^{COMP}, \forall t \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} \bar{\Psi}_m^{GL} (1 - \sigma_{m,t}) &\leq \Psi_{m,t}^{COMP} - Kdp_m (\Delta\pi_{m,t}^+ + \Delta\pi_{m,t}^-) - Kfc_m (\Psi_{m,t}^{GL+} + \Psi_{m,t}^{GL-}) \\ &\leq \frac{1}{2} \bar{\Psi}_m^{GL} (1 - \sigma_{m,t}) \quad \forall m \in \omega^{COMP}, \forall t \end{aligned} \quad (3.18)$$

Las restricciones que modelan los demás elementos del sistema de transmisión de gas natural son las ecuaciones (3.19) a (3.21), donde la restricción (3.19) limita las presiones cuadráticas del sistema de gas, la restricción (3.20) limita la cantidad de flujo de gas inyectado por los recursos de gas natural y la restricción (3.21) limita el racionamiento de gas natural de los nodos del sistema.

$$\underline{\pi}^2 \leq \pi_{n,t}^2 \leq \bar{\pi}^2 \quad \forall n \in \Omega^{GN}, \forall t \quad (3.19)$$

$$\underline{\Psi}_s^{INY} \leq \Psi_{s,t}^{INY} \leq \bar{\Psi}_s^{INY} \quad \forall s \in \Omega^S, \forall t \quad (3.20)$$

$$0 \leq R_{n,t}^G \leq \Psi_k^{LOAD} \quad \forall n \in \Omega^{GN}, \forall t \quad (3.21)$$

Las ecuaciones que modelan la parte de expansión de los ductos de gas en el modelo se encuentran descritas de forma de un modelo disyuntivo, donde la ecuación (3.22) limita el flujo a través de los ductos propuestos, la ecuación (3.23) relaciona el flujo cuadrático con las variables auxiliares y la ecuación (3.24) limita el flujo por el ducto nuevo.

$$-\bar{\pi}^2 \left( 1 - \sum_{tcd \in \omega^{TCD}} \rho_{m,tcd} \right) \leq \sum_{tcd \in \omega^{TCD}} \left( \Psi_{m,tcd,t}^{2Pn} / \left( \frac{Kdn_{m,tcd}}{L_m} \right)^2 \right) - (\pi_{i,t}^2 - \pi_{j,t}^2) \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} &\leq \bar{\pi}^2 \left( 1 - \sum_{tcd \in \omega^{TCD}} \rho_{m,tcd} \right) \quad \forall m \in \omega^{Pn}, \forall t \\ &\sum_{tcd \in \omega^{TCD}} \Psi_{m,tcd,t}^{2Pn} = \Psi_{m,t}^{2GL+} + \Psi_{m,t}^{2GL-} \quad \forall m \in \omega^{Pn}, \forall t \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$-\rho_{m,tcd} \bar{\Psi}_m^{2GL} \leq \Psi_{m,tcd,t}^{2Pn} \leq \rho_{m,tcd} \bar{\Psi}_m^{2GL} \quad \forall m \in \omega^{Pn}, \forall tcd \in \omega^{TCD}, \forall t \quad (3.24)$$

Dado que las ecuaciones que modelan el sistema de gas natural son las mismas dentro de los cuatro casos de estudio, las ecuaciones (3.1), (3.4) a (3.24) son

implementadas en los casos de estudio para modelar el sistema de gas natural del sistema integrado.

### 3.2.2. Caso 1: Modelo basado en Rampas de Potencia

El modelo basado en rampas de potencia implementado en este trabajo, llamado también en el documento como modelo alternativo, se basa en el presentado en [15]. Se realizan modificaciones para el propósito de la planeación de la expansión del sistema eléctrico, además de realizar modificaciones en las ecuaciones que modelan los tiempos de encendido y apagado de unidades, ya que las presentadas en [15] no muestran la consideración del punto inicial en el UC, por lo cual se hace uso de otras ecuaciones que modelan estos tiempos.

Este modelo representa la potencia inyectada de las unidades como trayectorias de potencia, el cual representa las unidades térmicas de una forma más exacto que en el modelo tradicional de UC, de forma gráfica en la figura 4, se ilustra una unidad con rampa de toma de carga de 200 MW/h y se muestra el comportamiento del UC tradicional a la izquierda y el UC basado en rampas de potencia a la derecha, donde el modelo tradicional realiza saltos entre períodos y el alternativo, realiza la rampa de toma de carga a través del tiempo y llega a la generación programada al final del período.

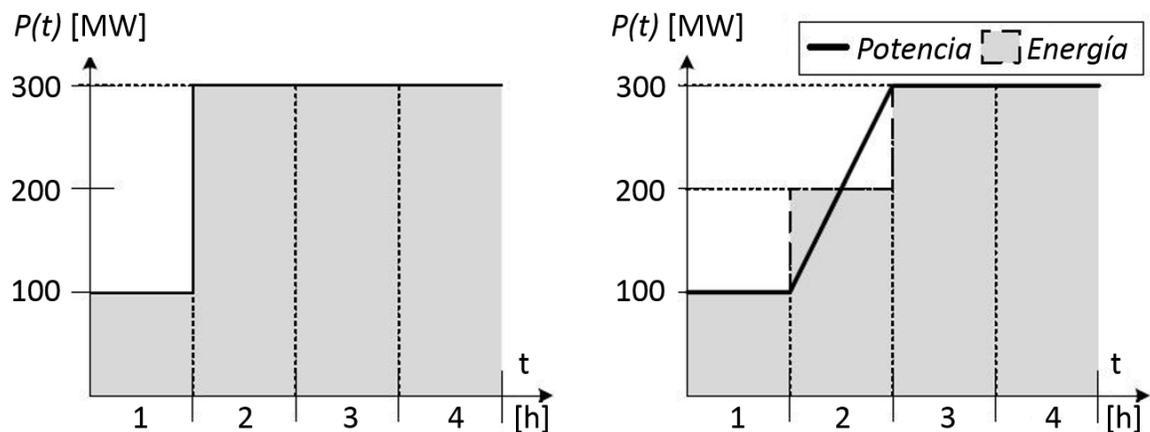


Figura 4. Comparación de rampas del UC tradicional con el basado en rampas de potencia. Imagen tomada de [14].

De igual manera que las rampas de las unidades, la curva de la demanda eléctrica se representa como rampas o trayectorias para cada intervalo de estudio. Con esta aproximación, las rampas de encendido y apagado como las rampas de toma de carga y de descarga de las unidades térmicas, son representadas en una forma más exacta al comportamiento real de las unidades. Este modelo realiza distinción entre potencia y energía en el sistema.

La función objetivo se muestra en la ecuación (3.25), la cual busca minimizar los costos de los combustibles implementados por las unidades generadoras térmicas, los costos de arranque y apagado y cabe resaltar que los costos de combustible de las unidades que funcionan con gas natural se reflejan en la operación del sistema de gas; se minimiza además el costo de oportunidad del agua, el costo del gas natural de las diferentes recursos de gas natural y los costos de racionamiento del sistema de energía y del sistema de gas.

$$\min \sum_{t \in \Omega^T} \left[ \sum_{\substack{g \in \omega^{TE} \\ g \notin \omega^{GTG}}} (\Psi_{g,t}^{COMB} C_g^{COMB} + C_g^{SU'} v_{g,t} + C_g^{SD'} z_{g,t}) + \sum_{g \in \omega^H} C_g^{H2O} \hat{e}_{g,t} + \sum_{s \in \Omega^S} UC_s^{INY} \Psi_{s,t}^{INY} \right. \\ \left. + RC^E \sum_{k \in \Omega^{EN}} R_{k,t}^E + RC^G \sum_{n \in \Omega^{GN}} R_{n,t}^G \right] \quad (3.25)$$

Como el modelo considera la energía entregada por las unidades térmicas durante el encendido y apagado, se definen los costos en las ecuaciones (3.26) y (3.27).

$$C_g^{SU'} = (C_g^{SU} + K_{0,g}^T) \quad (3.26)$$

$$C_g^{SD'} = (C_g^{SD} + K_{0,g}^T) \quad (3.27)$$

Las ecuaciones que describen el balance nodal y definen el flujo a través de las líneas de transmisión son basadas en las que se describen en [34], donde la ecuación (3.28) describe el balance nodal de los nodos del sistema de energía, en el cual la potencia de los generadores conectados a cada nodo con la suma de los flujos que entran y salen de ese nodo y el racionamiento del nodo, debe ser igual a la demanda de potencia al final del intervalo de estudio. Cabe resaltar que como no se considera la generación ni la demanda constante en cada intervalo de tiempo, como en el modelo tradicional, se modelan las potencias para el final de cada intervalo de estudio. La ecuación (3.29) define el flujo a través de las líneas de transmisión y la ecuación (3.30) limita el flujo por éstas. Para modelar el flujo de las

líneas propuestas se implementan las ecuaciones (3.31) a (3.33), donde en (3.31) se limita el flujo a través de la línea propuesta mediante el empleo de un “big  $M$ ”, el cual si se construye la línea de transmisión, define el flujo a través de ella y si no se construye, le da libertad de movimiento a los ángulos de los nodos en los que se encontraría la línea. La ecuación (3.32) limita el flujo de la línea dependiendo del tipo de línea que se instale y la ecuación (3.33) define el flujo por las líneas nuevas para ser usada en el balance nodal.

$$\sum_{g \in \omega_k^{GEN}} \hat{p}_{g,t} + \sum_{l \in \Omega^{EL}} F_{l,t} + R_{k,t}^P = DP_{k,t} \quad \forall k \in \Omega^{EN}, \forall t \quad (3.28)$$

$$F_{l,t} = \frac{1}{X_l} \sum_{j \in \Omega^{EN}} a_{l,j}^{EL} \theta_{k,t} \quad \forall l \in \Omega^{EL}, \forall t \quad (3.29)$$

$$-\bar{F}_l \leq F_{l,t} \leq \bar{F}_l \quad \forall l \in \Omega^{EL}, \forall t \quad (3.30)$$

$$-M \left( 1 - \sum_{tcl \in \omega^{TCL}} \bar{\tau}_{l,tcl} \right) \leq \sum_{tcl \in \omega^{TCL}} (Fn_{l,tcl,t} Xn_{l,tcl}) - \sum_{j \in \Omega^{EN}} a_{l,j}^{EL} \theta_{k,t} \leq M \left( 1 - \sum_{tcl \in \omega^{TCL}} \bar{\tau}_{l,tcl} \right) \quad (3.31)$$

$$\forall l \in \omega^{Ln}, \forall t$$

$$-\bar{\tau}_{l,tcl} \bar{Fn}_{l,tcl} \leq Fn_{l,tcl,t} \leq \bar{\tau}_{l,tcl} \bar{Fn}_{l,tcl} \quad \forall l \in \omega^{Ln}, \forall tcl \in \omega^{TCL}, \forall t \quad (3.32)$$

$$F_{l,t} = \sum_{tcl \in \omega^{TCL}} Fn_{l,tcl,t} \quad \forall l \in \omega^{Ln}, \forall t \quad (3.33)$$

La reserva rodante de los generadores es considerada en las ecuaciones (3.34) y (3.35), donde se consideran la reserva positiva y la negativa respectivamente.

$$\sum_{g \in \Omega^{GEN}} r_{g,t}^+ \geq D_t^+ \quad \forall g \in \Omega^{GEN}, \forall t \quad (3.34)$$

$$\sum_{g \in \Omega^{GEN}} r_{g,t}^- \geq D_t^- \quad \forall g \in \Omega^{GEN}, \forall t \quad (3.35)$$

Las ecuaciones que modelan las restricciones referentes a los tiempos de encendido y apagado son las tomadas de [35], donde se considera el estado inicial de las unidades. Las ecuaciones que modelan el encendido de las unidades son las ecuaciones (3.36) a (3.39), donde las ecuaciones (3.36) y (3.37) aseguran que se cumpla el tiempo mínimo de encendido de las unidades que se encuentren prendidas al inicio y no hayan cumplido el tiempo mínimo de encendido. Las ecuaciones (3.38) y (3.39) aseguran el cumplimiento del tiempo mínimo de encendido para las unidades durante el tiempo de estudio hasta el final, después de haber cumplido con las ecuaciones (3.36) y (3.37).

$$\sum_{t=1}^{Li} (1 - u_{g,t}) = 0 \quad \forall g \in \omega^{TE} \quad (3.36)$$

$$Li = \min(T, (TU_g - TU_g^0)u_g^0) \quad (3.37)$$

$$\sum_{k=t}^{k+TU_g-1} u_{g,k} \geq TU_g v_{g,t} \quad \forall g \in \omega^{TE}, \forall t \in [Li + 1, T - TU_g + 1] \quad (3.38)$$

$$\sum_{k=t}^T (u_{g,k} - v_{g,t}) \geq 0 \quad \forall g \in \omega^{TE}, \forall t \in [T - TU_g + 2, T] \quad (3.39)$$

De forma análoga, las ecuaciones (3.40) a (3.43) modelan los tiempos mínimos de apagado de las unidades térmicas, donde las ecuaciones (3.40) y (3.41) aseguran el tiempo mínimo de apagado de las unidades que se encuentren apagadas al inicio y no hayan cumplido con el tiempo mínimo de apagado. Las ecuaciones (3.42) y (3.43) permiten que se cumplan las restricciones de tiempo mínimo de apagado para el tiempo de estudio y el final una vez cumplidas las restricciones (3.40) y (3.41).

$$\sum_{t=1}^{Fi} u_{g,t} = 0 \quad \forall g \in \omega^{TE} \quad (3.40)$$

$$Fi = (TD_g - TD_g^0)(1 - u_g^0) \quad (3.41)$$

$$\sum_{k=t}^{k+TD_g-1} (1 - u_{g,k}) \geq TD_g z_{g,t} \quad \forall g \in \omega^{TE}, \forall t \in [Fi + 1, T - TD_g + 1] \quad (3.42)$$

$$\sum_{k=t}^T (1 - u_{g,k} - z_{g,t}) \geq 0 \quad \forall g \in \omega^{TE}, \forall t \in [T - TD_g + 2, T] \quad (3.43)$$

Las ecuaciones (3.44) a (3.46) definen las rampas que manejan las unidades generadoras térmicas, donde la ecuación (3.44) define las rampas de encendido y apagado de las unidades, en la cual se considera que la unidad se encuentra encendida luego de realizar su rampa de arranque y de la misma forma cuando esta se apaga, además de garantizar que la generación de la unidad cuando se encuentre encendida genere entre el mínimo y el máximo técnico. Las ecuaciones (3.45) y (3.46) limitan las rampas de toma de carga y de descarga para el final de cada intervalo de estudio. La ecuación (3.47) define la potencia total al final de cada intervalo de estudio. Se tiene en cuenta la rampa de encendido de la unidad cuando se realice el arranque, viéndose reflejado cuando se calcula la energía promedio que entrega cada unidad generadora, la cual se evidencia en la ecuación (3.48),

que calcula la energía promedio de cada intervalo como el valor promedio de las potencias al final de cada intervalo. Esto representa que durante las rampas de apagado y encendido las unidades térmicas entregan energía al sistema.

$$p_{g,t} + r_{g,t}^+ \leq (\bar{P}_g - \underline{P}_g)u_{g,t} - (\bar{P}_g - SD_g)z_{g,t+1} + (SU_g - \underline{P}_g)v_{g,t+1} \quad \forall g \in \omega^{TE}, \forall t \quad (3.44)$$

$$(p_{g,t} + r_{g,t}^+) - p_{g,t-1} \leq RU_g \quad \forall g \in \omega^{TE}, \forall t \quad (3.45)$$

$$-(p_{g,t} + r_{g,t}^-) + p_{g,t-1} \leq RD_g \quad \forall g \in \omega^{TE}, \forall t \quad (3.46)$$

$$\hat{p}_{g,t} = \underline{P}_g(u_{g,t} + v_{g,t+1}) + p_{g,t} \quad \forall g \in \omega^{TE}, \forall t \quad (3.47)$$

$$\hat{e}_{g,t} = \frac{(\hat{p}_{g,t-1} + \hat{p}_{g,t})}{2} \quad \forall g \in \Omega^{GEN}, \forall t \quad (3.48)$$

Las ecuaciones (3.44) a (3.48) se pueden observar de forma gráfica en la figura 5, donde se da ejemplo de una unidad térmica con rampa de encendido de 220 MW y rampa de toma de carga de 60 MW/h con un máximo técnico de 443 MW, donde en el modelo de rampas de potencia presenta su rampa de encendido durante el período 3, por lo que se considera encendida al principio del período 4 donde utiliza toda su rampa de aumento de carga y se observa el comportamiento de la trayectoria de potencia.

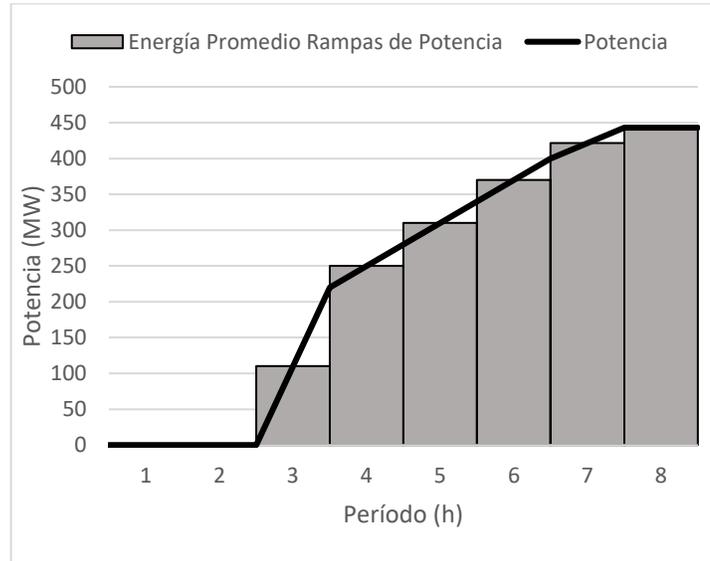


Figura 5. Trayectoria de potencia y energía promedio de una unidad térmica con el modelo basado en rampas de potencia

Las ecuaciones que modelan el comportamiento de las hidroeléctricas son presentadas en las ecuaciones (3.49) y (3.50), donde la restricción (3.49) garantiza que la potencia generada se encuentre entre la potencia mínima y potencia máxima de la unidad y la ecuación (3.50) define la potencia total al final de cada período.

$$p_{g,t} + r_{g,t}^+ \leq (\bar{P}_g - \underline{P}_g)u_{g,t} \quad \forall g \in \omega^H, \forall t \quad (3.49)$$

$$\hat{p}_{g,t} = \underline{P}_g u_{g,t} + p_{g,t} \quad \forall g \in \omega^H, \forall t \quad (3.50)$$

La ecuación (3.51) no permite que se presente reserva rodante de descarga cuando se esté en el mínimo técnico; las ecuaciones (3.52) y (3.53) restringen las variables de encendido y apagado de las unidades, donde (3.52) restringe que las unidades no puedan apagarse y prenderse en el mismo período y la ecuación (3.53) define cuándo se puede hacer el encendido y cuándo el apagado de la unidad, es decir, garantiza que una unidad que se encuentre generando no genere encendido y que una unidad fuera de línea no genere apagado. La ecuación (3.54) define variables positivas y la restricción (3.55) define los límites del racionamiento de potencia al final de cada intervalo de estudio.

$$p_{g,t} - r_{g,t}^- \geq 0 \quad \forall g \in \Omega^{GEN}, \forall t \quad (3.51)$$

$$v_{g,t} + z_{g,t} \leq 1 \quad \forall g \in \Omega^{GEN}, \forall t \quad (3.52)$$

$$u_{g,t} - u_{g,t-1} = v_{g,t} - z_{g,t} \quad \forall g \in \Omega^{GEN}, \forall t \quad (3.53)$$

$$p_{g,t}, r_{g,t}^+, r_{g,t}^- \geq 0 \quad \forall g \in \Omega^{GEN}, \forall t \quad (3.54)$$

$$0 \leq R_{k,t}^P \leq DP_{k,t} \quad \forall k \in \Omega^{EN}, \forall t \quad (3.55)$$

Debido a que el modelo presentado considera en la función objetivo (3.25) el consumo de combustible de las unidades, se define la ecuación (3.56), que describe el consumo de combustible de las unidades térmicas; además, esta ecuación permite realizar el vínculo entre el sistema de energía y el sistema de gas natural al definir el requerimiento de gas de las unidades térmicas que funcionan con gas natural.

$$\psi_{g,t}^{COMB} = K_{1,g} \hat{e}_{g,t} + K_{0,g} u_{g,t} \quad \forall g \in \omega^{TE}, \forall t \quad (3.56)$$

De forma similar, se considera en la parte de planeamiento a largo plazo, la cantidad de caudal de agua que se predice se puede utilizar. Esto se modela mediante las ecuaciones (3.57) y (3.58), donde la ecuación (3.57) define la cantidad de agua turbinada por las unidades generadoras y la ecuación (3.58) limita la cantidad de agua usada en el estudio.

$$\Psi_{g,t}^H = Kh_g \hat{e}_{g,t} \quad \forall g \in \omega^H, \forall t \quad (3.57)$$

$$\sum_{t \in \Omega^T} \Psi_{g,t}^H \leq PH20_g \quad \forall g \in \omega^H \quad (3.58)$$

Las ecuaciones que implementa el caso 1 son las descritas en el sistema de gas en la sección 3.2.1 y las ecuaciones (3.26) a (3.58) y se minimiza la función objetivo (3.25).

### 3.2.3. Caso 2: Modelo basado en Bloques de Energía

El modelo de bloques de energía implementado en este trabajo se basa en el presentado en [15], el cual se refiere en el documento como el modelo tradicional. Se realizan modificaciones para el propósito de la planeación de la expansión del sistema eléctrico; también se realizan modificaciones en las ecuaciones que modelan los tiempos de encendido y apagado de unidades, ya que las presentadas en [15] no muestran la consideración del punto inicial en el UC, por lo cual se hace uso de otras ecuaciones que modelan estos tiempos.

Este modelo representa la energía inyectada de las unidades como una energía constante durante cada período de estudio; de igual manera, la curva de la demanda eléctrica se representa como la energía promedio de cada intervalo. Con esta aproximación las rampas de encendido y apagado como las de toma de carga y de descarga de las unidades térmicas, son representadas en una forma menos exacta al comportamiento real de las unidades. Esto, debido a que considera que tanto la demanda como la salida de las unidades es constante y entre períodos las unidades térmicas realizan sus rampas como saltos entre los bloques, tal como se muestra en la parte de izquierda de la figura 4.

La función objetivo se muestra en la ecuación (3.59), la cual busca minimizar los costos de los combustibles implementados por las unidades generadoras térmicas, los costos de arranque y apagado; cabe resaltar que los costos de combustible de

las unidades que funcionan con gas natural se reflejan en la operación del sistema de gas natural. Se minimizan también los costos de la generación de las hidroeléctricas, se minimiza el costo del gas natural de los diferentes recursos de gas natural, los costos de racionamiento del sistema de energía y del sistema de gas. A diferencia de la función objetivo (3.25), no se considera la energía que entregan las unidades durante el encendido de la unidad ni el apagado de esta.

$$\min \sum_{t \in \Omega^T} \left[ \sum_{\substack{g \in \omega^{TE} \\ g \notin \omega^{GTG}}} (\Psi_{g,t}^{COMB} C_g^{COMB} + C_g^{SU} v_{g,t} + C_g^{SD} z_{g,t}) + \sum_{g \in \omega^H} C_g^{H2O} \hat{e}_{g,t} + \sum_{s \in \Omega^S} UC_s^{INY} \Psi_{s,t}^{INY} \right. \\ \left. + RC^E \sum_{k \in \Omega^{EN}} R_{k,t}^E + RC^G \sum_{n \in \Omega^{GN}} R_{n,t}^G \right] \quad (3.59)$$

De forma similar al balance nodal del caso 1, ver ecuación (3.28), la ecuación (3.60) describe el balance de los nodos del sistema de energía, en el cual la energía de los generadores conectados a cada nodo con la suma de los flujos que entran y salen de dicho nodo y el racionamiento debe ser igual a la demanda de energía durante el intervalo de estudio.

$$\sum_{g \in \omega_k^{GEN}} \hat{e}_{g,t} + \sum_{l \in \Omega^{EL}} F_{l,t} + R_{k,t}^E = DE_{k,t} \quad \forall k \in \Omega^{EN}, \forall t \quad (3.60)$$

Las ecuaciones que definen los flujos a través de las líneas de transmisión, así como las ecuaciones de expansión, son las mismas que en el caso 1, es decir, se implementan las ecuaciones (3.29) a (3.33). De igual forma, las ecuaciones que definen las reservas rodantes, (3.34) y (3.35) son implementadas en este modelo, como también las ecuaciones del caso 1 que describen el comportamiento de tiempos de encendido y apagado de unidades, siendo estas las ecuaciones (3.36) a (3.43).

Las ecuaciones (3.61) a (3.63) definen las rampas que manejan las unidades generadoras térmicas, donde la ecuación (3.61) define las rampas de encendido y apagado de las unidades, donde se considera que la unidad se encuentra encendida al realizar su rampa de arranque y de la misma forma cuando ésta se apaga, además de garantizar que la generación de la unidad cuando se encuentre encendida, genere entre el mínimo y el máximo técnico. La representación de esta ecuación se encuentra en la figura 6, donde se presenta un ejemplo de una unidad que enciende y apaga y su salida se encuentra entre el mínimo y máximo técnico. Las ecuaciones (3.62) y (3.63) limitan las rampas de toma de carga y de descarga

entre los períodos de estudio. La ecuación (3.64) define la energía total durante cada período de estudio para todas las unidades generadoras y la ecuación (3.65) garantiza que la generación de las unidades hidroeléctricas se encuentre entre el mínimo y el máximo técnico.

$$e_{g,t} + r_{g,t}^+ \leq (\bar{P}_g - \underline{P}_g)u_{g,t} - (\bar{P}_g - SU_g)v_{g,t} - (\bar{P}_g - SD_g)z_{g,t+1} \quad \forall g \in \omega^{TE}, \forall t \quad (3.61)$$

$$(e_{g,t} + r_{g,t}^+) - e_{g,t-1} \leq RU_g \quad \forall g \in \omega^{TE}, \forall t \quad (3.62)$$

$$-(e_{g,t} + r_{g,t}^-) + e_{g,t-1} \leq RD_g \quad \forall g \in \omega^{TE}, \forall t \quad (3.63)$$

$$\hat{e}_{g,t} = \underline{P}_g u_{g,t} + e_{g,t} \quad \forall g \in \Omega^{GEN}, \forall t \quad (3.64)$$

$$e_{g,t} + r_{g,t}^+ \leq (\bar{P}_g - \underline{P}_g)u_{g,t} \quad \forall g \in \omega^H, \forall t \quad (3.65)$$

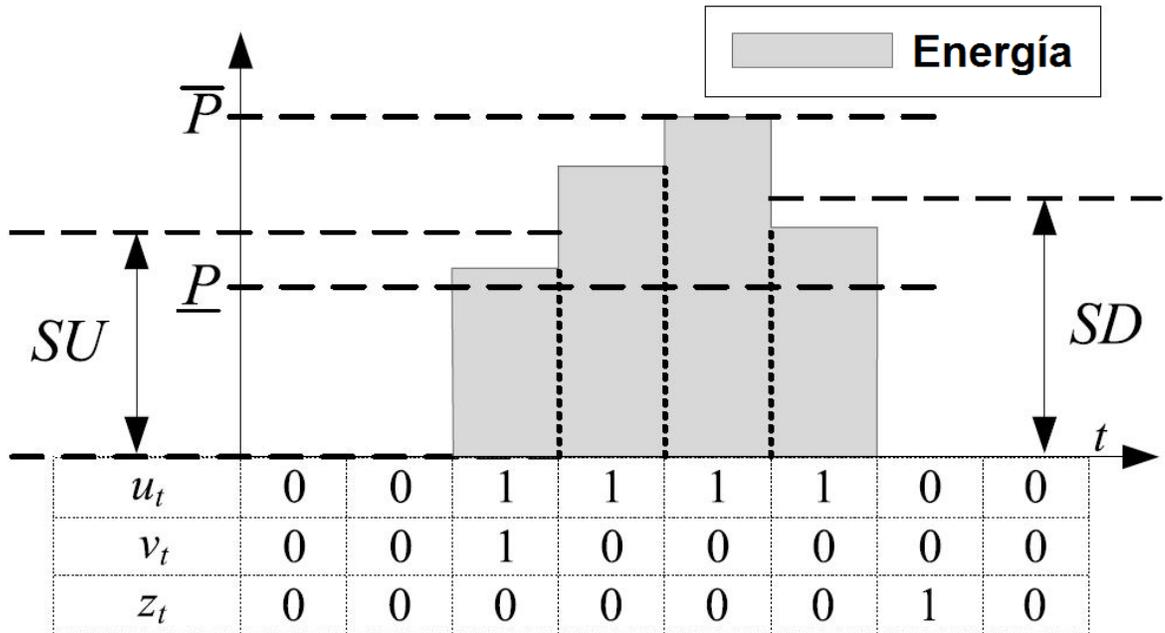


Figura 6. Representación del comportamiento de encendido y apagado de unidades para el modelo del caso 2 descrito en (3.61). Imagen tomada de [15].

La ecuación (3.66) garantiza que no se presente reserva rodante de descarga cuando se esté en el mínimo técnico; la ecuación (3.67) limita el racionamiento de energía en el sistema de energía y la ecuación (3.68) define variables positivas. Las

ecuaciones (3.52) y (3.53) como las ecuaciones (3.56) a (3.58) son implementadas también en este modelo.

$$e_{g,t} - r_{g,t}^- \geq 0 \quad \forall g \in \Omega^{GEN}, \forall t \quad (3.66)$$

$$0 \leq R_{k,t}^E \leq DE_{k,t} \quad \forall k \in \Omega^{EN}, \forall t \quad (3.67)$$

$$e_{g,t}, r_{g,t}^+, r_{g,t}^- \geq 0 \quad \forall g \in \Omega^{GEN}, \forall t \quad (3.68)$$

El modelo del caso 2 entonces busca minimizar la ecuación (3.59) sujeto a las ecuaciones (3.29) a (3.43), (3.52), (3.53) y (3.56) a (3.58) con las ecuaciones (3.60) a (3.68) con las ecuaciones del sistema de gas de la sección 3.2.1.

### 3.2.4. Caso 3: Modelo basado en Rampas de Potencia con AGC

Tomando el modelo alternativo de UC del caso 1, descrito en la sección 3.2.2, se busca co-optimizar el servicio de AGC en la parte operativa, utilizando el modelo expresado para el despacho económico descrito en [31]. No sólo se realiza la co-optimización en la parte operativa, sino también en la parte de planeamiento de expansión, debido a que las unidades hídricas propuestas en el sistema hacen parte de las unidades que realizan el servicio de AGC. En los casos de estudio que co-optimizan servicio de AGC se utilizan solo las unidades hidroeléctricas para realizar este servicio, tomando en cuenta la regulación de donde se realiza este trabajo en el acuerdo presentado en [36], las unidades que pueden realizar el servicio de AGC por condiciones técnicas son las hidroeléctricas que se manejan en este trabajo.

La función objetivo del modelo, presentada en la ecuación (3.69), toma la función objetivo del caso 1 ecuación (3.25) y le adiciona los términos referentes para minimizar la energía necesaria para la implementación del servicio de AGC de regulación positiva y regulación negativa. Como todas las hidroeléctricas en el sistema de prueba realizan el servicio de AGC, se modifica la ecuación (3.50) para convertirla en la ecuación (3.70), la cual toma en cuenta el servicio de AGC en la restricción de generar por encima del mínimo técnico sin pasarse del máximo técnico de la unidad.

$$(3.25) + \min \sum_{t \in \Omega^T} \sum_{g \in \omega^{AGC}} C_g^{AGC} (A_{g,t}^+ + A_{g,t}^-) \quad (3.69)$$

$$p_{g,t} + r_{g,t}^+ + A_{g,t}^{p+} \leq (\bar{P}_g - \underline{P}_g) u_{g,t} \quad \forall g \in \omega^{AGC} \quad (3.70)$$

Para realizar el servicio de AGC se requiere cumplir con un mínimo de energía o de holgura para cada período de tiempo, esta energía requerida se refleja en las ecuaciones (3.71) y (3.72) las cuales aseguran los requerimientos para la regulación positiva y regulación negativa; cabe resaltar que estas energías requeridas para el servicio de AGC varían entre el modelo alternativo y el modelo tradicional, debido al modelado de la demanda como se explica en [15], reflejado en el ejemplo que se muestra en la figura 7, donde se compara la energía necesaria entre modelar con el UC tradicional de bloques de energía y el UC alterno de rampas de potencia.

$$\sum_{g \in \omega^{AGC}} A_{g,t}^+ \geq DA_t \quad \forall g \in \omega^{AGC}, \forall t \quad (3.71)$$

$$\sum_{g \in \omega^{AGC}} A_{g,t}^- \geq DA_t \quad \forall g \in \omega^{AGC}, \forall t \quad (3.72)$$

Los límites de la realización de AGC para las unidades son expresadas en las ecuaciones (3.73) y (3.74), las cuales limitan la potencia para realizar AGC de las unidades para que no sea mayor a los límites declarados, además, las ecuaciones (3.75) y (3.76) aseguran que la potencia reservada para regulación positiva con la potencia que se inyecta al sistema no supere al máximo técnico y que la regulación negativa no sea mayor que la potencia generada de la unidad. Las ecuaciones (3.77) y (3.78) calculan la energía entregada para el AGC de las rampas realizadas por las unidades que prestan dicho servicio.

$$0 \leq A_{g,t}^{p+} \leq \bar{A}_g \quad \forall g \in \omega^{AGC}, \forall t \quad (3.73)$$

$$0 \leq A_{g,t}^{p-} \leq \bar{A}_g \quad \forall g \in \omega^{AGC}, \forall t \quad (3.74)$$

$$A_{g,t}^{p+} + \hat{p}_{g,t} \leq \bar{A}_g \quad \forall g \in \omega^{AGC}, \forall t \quad (3.75)$$

$$A_{g,t}^{p-} + \underline{A}_g \leq \hat{p}_{g,t} \quad \forall g \in \omega^{AGC}, \forall t \quad (3.76)$$

$$A_{g,t}^+ = \frac{(A_{g,t-1}^{p+} + A_{g,t}^{p+})}{2} \quad \forall g \in \omega^{AGC}, \forall t \quad (3.77)$$

$$A_{g,t}^- = \frac{(A_{g,t-1}^{p-} + A_{g,t}^{p-})}{2} \quad \forall g \in \omega^{AGC}, \forall t \quad (3.78)$$

Debido a la inclusión de servicio de AGC en las unidades hidroeléctricas, la ecuación que modela el caudal turbinado de la unidad es modificada, convirtiendo la ecuación (3.57) en la ecuación (3.79), la cual muestra que se tiene en cuenta el uso del agua para realizar el servicio de AGC.

$$\Psi_{g,t}^H = Kh_g(\hat{e}_{g,t} + A_{g,t}^+ - A_{g,t}^-) \quad \forall g \in \omega^H, \forall t \quad (3.79)$$

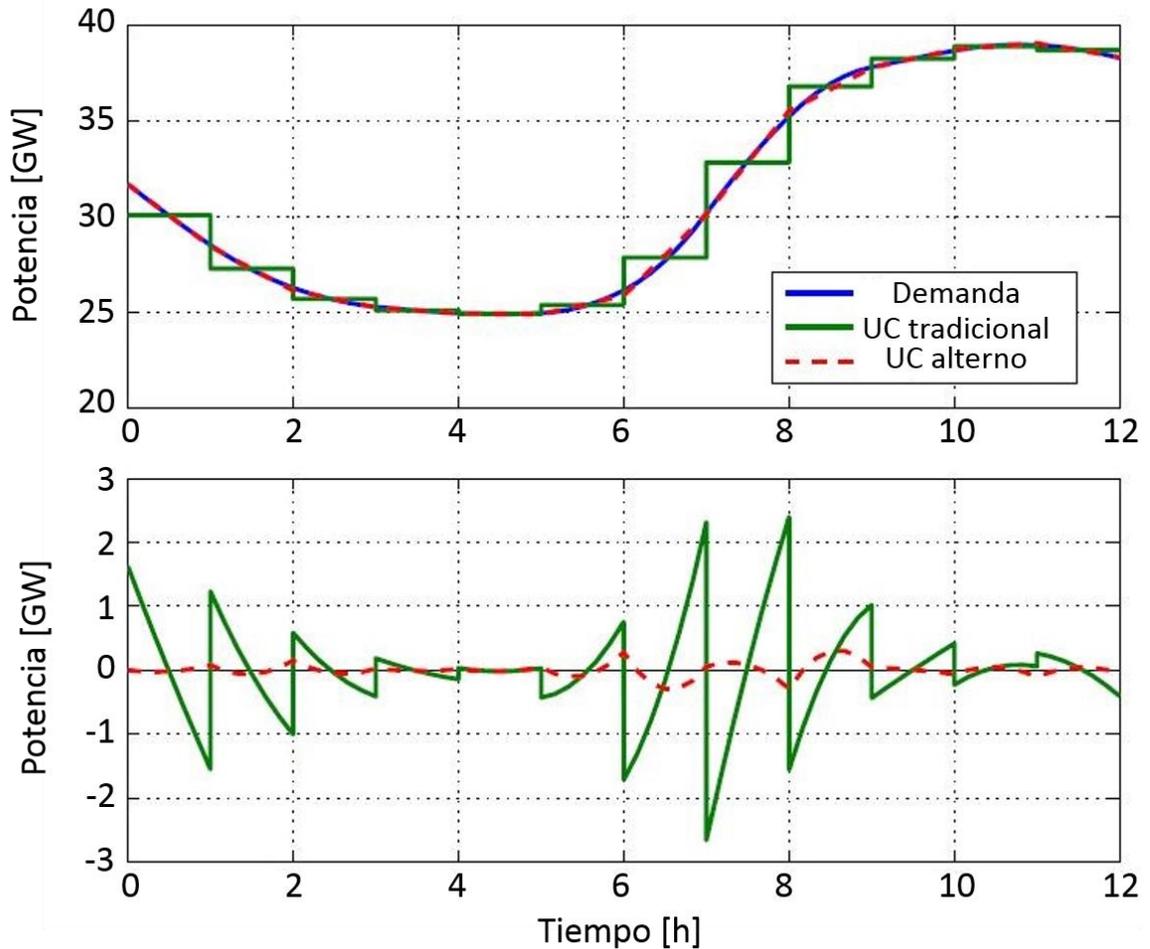


Figura 7. Comparación de energía necesaria para realizar servicio de AGC entre el modelo tradicional y el alterno de UC. Gráfica tomada y modificada de [15].

El modelo implementado en el caso 3 busca minimizar la función objetivo (3.69) sujeto a las ecuaciones descritas con el sistema de gas de la sección 3.2.1. con las

ecuaciones del sistema eléctrico, las cuales son las ecuaciones (3.26) a (3.48), (3.50) a (3.56) y (3.58), y (3.70) a (3.79).

### 3.2.5. Caso 4: Modelo basado en Bloques de Energía con AGC

Tomando el modelo tradicional de UC del caso 2, descrito en la sección 3.2.3, se busca co-optimizar el servicio del AGC en la parte operativa, tomando el modelo expresado para el despacho económico descrito en [31]. El modelo busca minimizar la función objetivo (3.80), donde a la función objetivo (3.59) se le adiciona minimizar los costos de energía referentes al AGC. La función objetivo se encuentra sujeta a las ecuaciones que describen el comportamiento del AGC de cada unidad, donde (3.81) garantiza que la energía que entrega al sistema con la energía del AGC se encuentren entre el mínimo y máximo técnico; las ecuaciones (3.82) y (3.83) limitan la energía entregada para el servicio del AGC mientras que las ecuaciones (3.84) y (3.85) la energía reservada para regulación positiva con la energía que se inyecta al sistema, no supere el máximo técnico y que la regulación negativa no sea mayor que la energía generada de la unidad. Este modelo también implementa para el AGC las ecuaciones (3.71), (3.72) y (3.79).

$$(3.59) + \min \sum_{t \in \Omega^T} \sum_{g \in \omega^{AGC}} C_g^{AGC} (A_{g,t}^+ + A_{g,t}^-) \quad (3.80)$$

$$e_{g,t} + r_{g,t}^+ + A_{g,t}^+ \leq (\bar{P}_g - \underline{P}_g) u_{g,t} \quad \forall g \in \omega^{AGC} \quad (3.81)$$

$$0 \leq A_{g,t}^+ \leq \bar{A}_g \quad \forall g \in \omega^{AGC}, \forall t \quad (3.82)$$

$$0 \leq A_{g,t}^- \leq \bar{A}_g \quad \forall g \in \omega^{AGC}, \forall t \quad (3.83)$$

$$A_{g,t}^+ + \hat{e}_{g,t} \leq \bar{A}_g \quad \forall g \in \omega^{AGC}, \forall t \quad (3.84)$$

$$A_{g,t}^- + \underline{A}_g \leq \hat{e}_{g,t} \quad \forall g \in \omega^{AGC}, \forall t \quad (3.85)$$

El modelo del caso 4 entonces, busca minimizar la función objetivo (3.80) sujeto a las ecuaciones comprendidas entre las ecuaciones (3.29) a (3.43), (3.52), (3.53), (3.56) y (3.57) con las ecuaciones (3.64) y (3.66) a (3.68) con las ecuaciones del sistema de gas de la sección 3.2.1., además de las ecuaciones para el servicio de AGC (3.71), (3.72), (3.79) y (3.81) a (3.85).

## 4. RESULTADOS NUMÉRICOS

Como se mencionó en la sección 3, el método implementado está basado en un modelo maestro-esclavo, donde el maestro es el algoritmo genético NSGA-II el cual se implementa en MATLAB. Éste propone los individuos con diferentes propuestas de expansión. La información contenida por cada individuo es: de dónde, tipo y cuándo realizar la inversión de la expansión del sistema integrado. Esta información se encuentra codificada en un arreglo de dos filas; un ejemplo de codificación se muestra en la figura 8, donde la primera fila indica la capacidad del elemento y la segunda fila la etapa del planeamiento en el cual se invierte el elemento. El esclavo es implementado en GAMS, el cual decodifica el individuo y luego evalúa cada propuesta de expansión minimizando el costo operativo mientras se consideran los escenarios hídricos. Esto se realiza de forma paralela en todos los individuos, y además calcula el costo de inversión de la propuesta. El cálculo de los costos de inversión y de operación se entregan anualizados, por lo cual se hace necesario traerlos a valor presente.

	Líneas de Transmisión				Generador		Ductos			Compresor		RT-LNGs	
Capacidad	0	1	2	0	1	0	2	0	3	0	1	1	0
Etapa	0	2	1	0	1	0	2	0	1	0	1	1	0

Figura 8. Ejemplo de codificación implementada en el NSGA-II.

### 4.1. DESCRIPCIÓN SISTEMA DE PRUEBA

El sistema integrado en el cual se aplicó el método presentado en la sección 3, fue el IEEE de 24 nodos para el sistema eléctrico con el belga de gas natural, los cuales sufrieron modificaciones para el propósito del trabajo. La figura 9 muestra el sistema integrado de prueba de energía y gas, donde los elementos propuestos se encuentran en línea punteada, los cuales constan para el sistema eléctrico de ocho líneas de transmisión (TL), tres plantas generadoras a base de gas natural (GFP) y tres plantas hidroeléctricas (HYP). Para el sistema de gas natural se proponen 5 ductos de gas natural, un compresor y dos RT-LNGs. Las capacidades de los

elementos propuestos son mostradas en la tabla 1, donde se definen las cualidades por cada tipo de propuesta de cada elemento.

TABLA 1  
DECODIFICACIÓN ELEMENTOS PROPUESTOS

Tipo	TL		G		P		C		RT-LNG	
	1	2	GFP	HYP	1	2	1	1	1	2
Capacidad*	175	500	100	100	180	260	10	0.15	0.15	0.3
Costo Anualizado**	0.008	0.022	6	18	0.15	0.7	0.3	2.66	2.66	5.33

\*MW para la infraestructura eléctrica y Mm<sup>3</sup> para RT-LNG, diámetro en mm para los ductos y número de unidades para compresor.

\*\* MUSD/km para las líneas de transmisión y los ductos y MUSD para generadores, compresores y RT-LNGs.

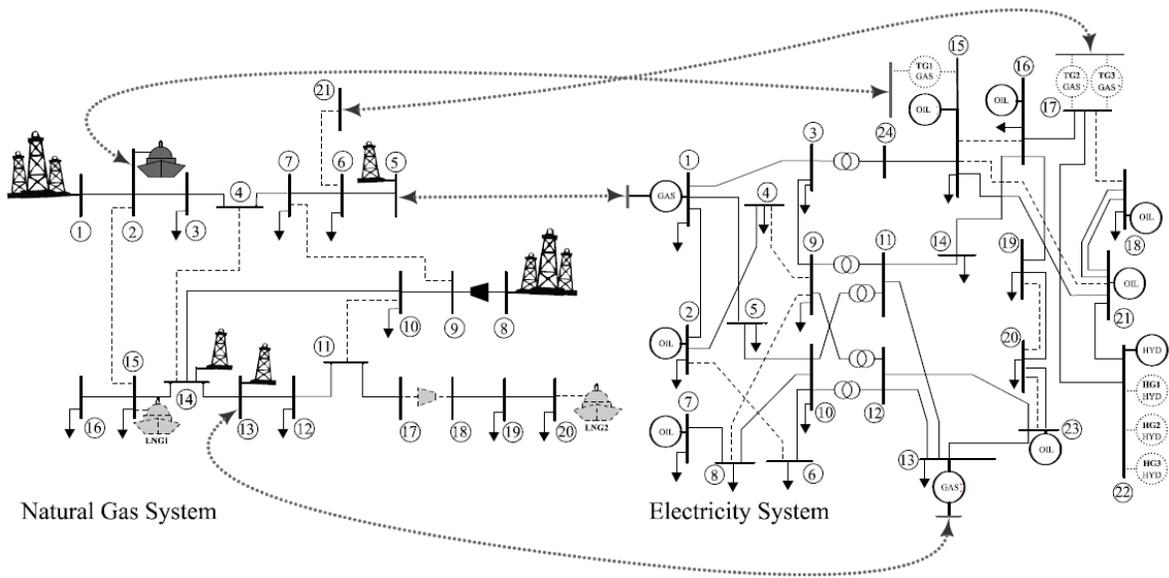


Figura 9. Sistema Integrado de prueba de energía y gas natural. Tomado de [17].

El planeamiento operativo y de expansión del sistema integrado tiene ciertas características, las cuales se describen a continuación.

- El horizonte de planeamiento implementado en la metodología de estudio es de 20 años, está dividido en dos etapas iguales de 10 años cada uno, razón por la cual se deben traer al valor presente los valores de los costos de inversión y costos operativos, implementando una tasa de interés del 10% anual.
- Cada inversión se tiene previsto para pagarse en 20 años. Si se invierte en el segundo período, se debe recuperar en 10 años después de ser realizada la inversión. Se estimó un crecimiento de la demanda en ambos sistemas del 1%.
- Se consideró una curva de demanda típica para ambos sistemas, las cuales se presentan en la figura 10, donde se muestra la curva de demanda como el porcentaje de la demanda nominal para cada nodo. La curva de gas está basada en las presentadas en [37].
- Los escenarios hídricos considerados son de alta y baja condición hidrológica, con una probabilidad de 30% y 70% respectivamente, las cuales modifican las capacidades de las hidroeléctricas, dejándolas en 100% y 40% respectivamente.

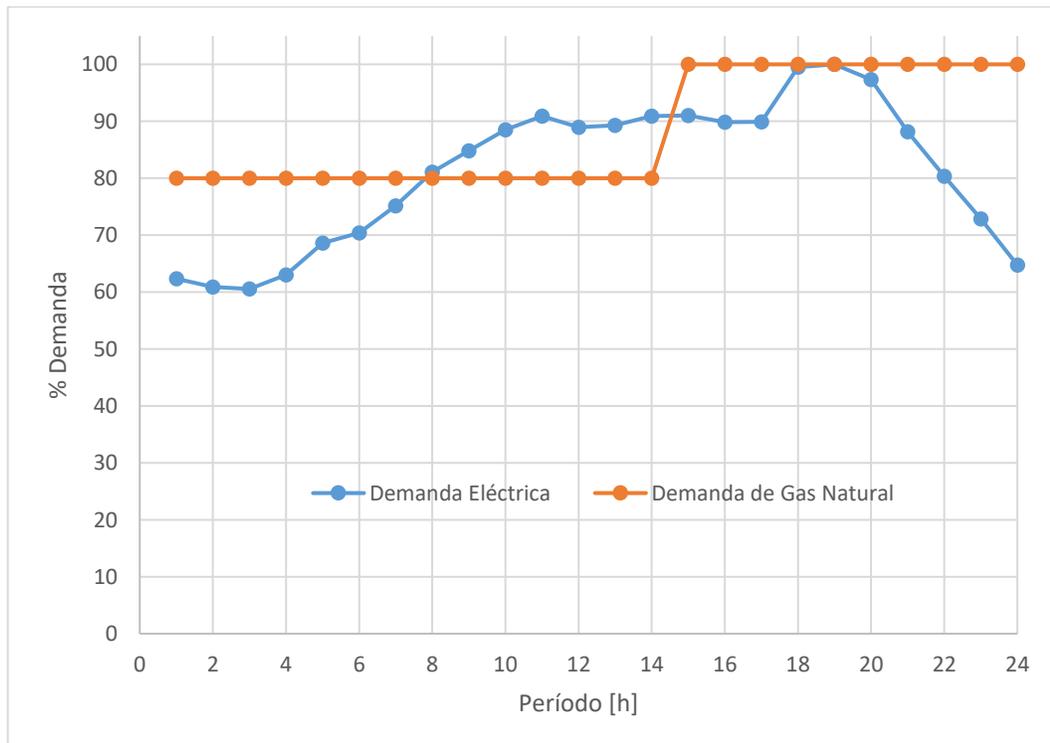


Figura 10. Curva de demanda del sistema integrado.

- En el algoritmo genético se implementó una recombinación de 5 puntos y una mutación de 1 punto para una población de 15 individuos.

Los detalles del sistema de prueba pueden ser obtenidos contactando al autor.

#### 4.2. RESULTADOS CASO 1 Y CASO 2 (SIN AGC)

Para el caso 1 se implementó el Unit Commitment alterno basado en Rampas de Potencia descrito en la sección 3.2.2., resultando en un frente de Pareto con 142 individuos, como se muestra en la figura 11, donde IND1 es el punto que representa al individuo con la solución de menor costo de inversión e IND2 representa el individuo con solución de menor costo operativo. Esta notación de los individuos se implementa en los resultados numéricos del capítulo 4.

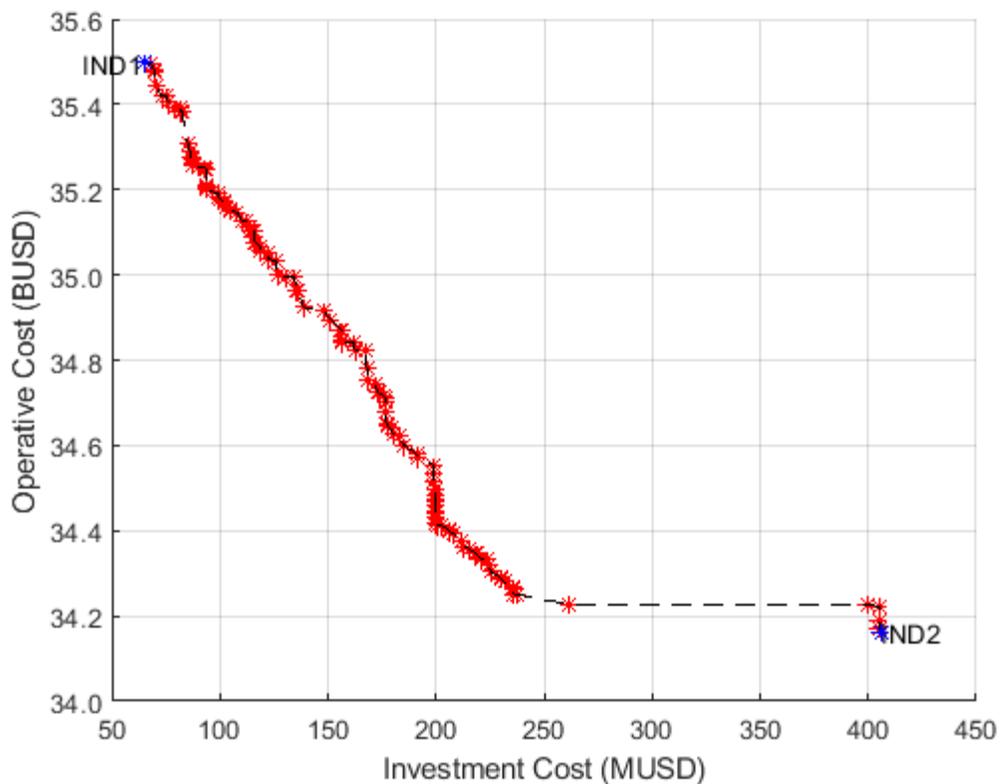


Figura 11. Frente de Pareto del Caso 1.

Como se observa en la tabla 2 y en las tablas de los resultados numéricos del capítulo 4, IND1 indica la solución del punto de menor inversión e IND2 la solución de menor costo operativo del sistema integrado. En la tabla 2, como en las tablas de los resultados numéricos del capítulo 4, la notación  $a@b$  indica el elemento de tipo  $a$  que se obtuvo en la etapa  $b$ , por ejemplo, IND2 invierte en TL 17-18 de tipo 2 en la primera etapa de planeación, y acorde a la tabla 1, TL tipo 2 corresponde a una línea de transmisión con capacidad máxima de 500 MW. Las entradas en la tabla 2 iguales a cero indican que no hubo inversión en aquel elemento. Las dos últimas columnas en la tabla 2 indican el porcentaje de individuos en el Frente de Pareto que invierten en un elemento en cada etapa, por ejemplo, en la etapa 1, el 59.15% de individuos invierte en TL 17-18 y el 2.11% lo hace en la etapa 2.

TABLA 2  
RESULTADOS NUMÉRICOS CASO 1

ELEMENTO	IND1	IND2	Porcentaje de individuos		
			Etapa 1	Etapa 2	
TL	2-6	0	0	2.11%	42.5%
	4-9	0	0	0	30.99%
	8-9	0	0	0	4.23%
	15-16	0	0	0	41.55%
	15-21	0	0	0	0
	17-18	2@1	2@1	59.15%	2.11%
	19-20	0	0	0	17.61%
	20-23	0	0	0	2.11%
	TG	1	0	1@1	46.48%
2		0	0	0	3.52%
3		0	0	0	0
HG	1	0	1@2	0	40.85%
	2	0	1@2	0.70%	26.76%
	3	0	1@1	45.07%	33.10%
P	4-14	0	1@1	38.03%	22.54%
	10-11	1@1	1@1	100%	0
	9-7	1@1	3@1	100%	0
	2-15	0	1@1	90.85%	8.45%
	6-21	0	0	0.70%	7.04%
C	17-18	1@1	0	36.62%	15.49%
RT-LNG	1	1@1	0	38.03%	13.38%
	2	1@1	1@1	100%	0

Se observa entonces que el IND1 es la solución con el menor costo de inversión, la cual contiene los requerimientos mínimos de inversión para suplir las futuras demandas de energía y gas natural. Hay que notar que la gran mayoría de los requerimientos mínimos de inversión, corresponden a expansión del sistema de gas, lo cual muestra la importancia del sistema de gas natural para asegurar la operación del sistema integrado. Por otro lado, el IND2 es la solución que contiene los elementos para obtener el menor costo operativo. Se observa que la mayoría de la inversión se realiza en el sistema de gas, inclusive en elementos que vinculan ambos sistemas, como es la térmica TG1, mejorando entonces la robustez del sistema y disminuyendo el costo operativo.

Para el caso 2 se implementó el Unit Commitment tradicional basado en bloques de energía descrito en la sección 3.2.3., obteniendo un nuevo frente de Pareto de 154 individuos, como se ilustra en la figura 12.

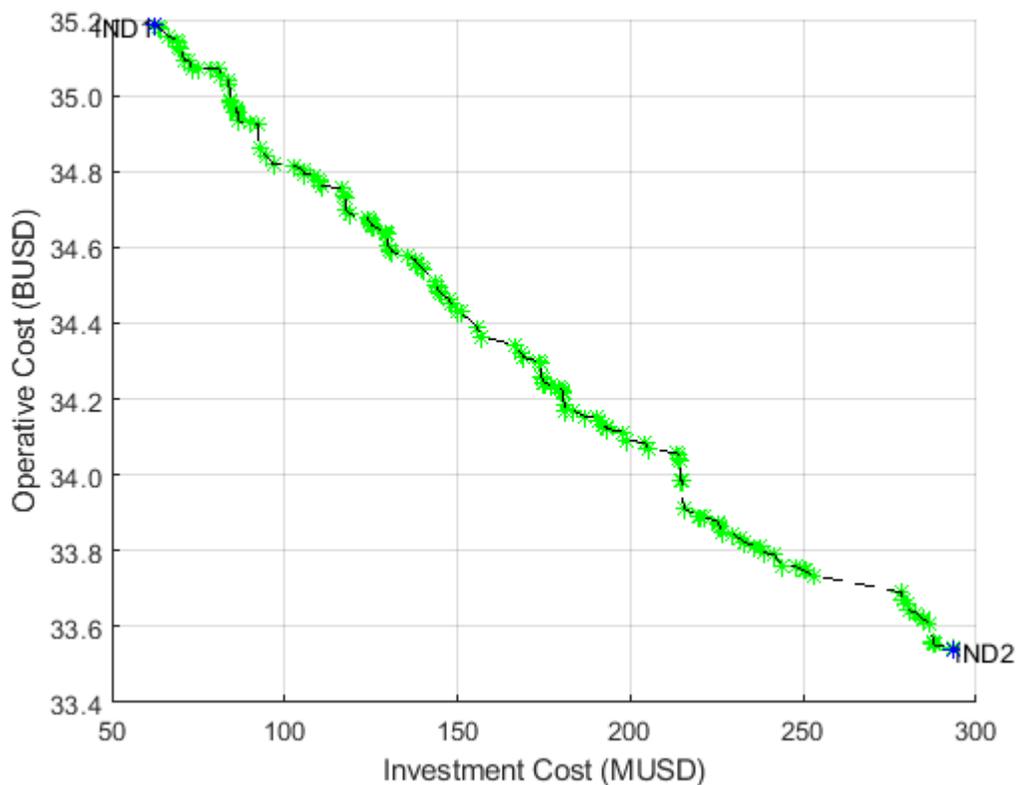


Figura 12. Frente de Pareto Caso 2.

Como se observa en la tabla 3, la solución IND1 realiza la inversión mínima para asegurar la operación del sistema integrado, la cual corresponde a una expansión del sistema de gas natural, supliendo las necesidades del sistema de gas que permiten operar el sistema integrado. Como se ve en la tabla 3, el otro punto extremo de la frontera IND2, gran parte de la inversión propuesta consiste en la transmisión del sistema de gas natural, específicamente en la inversión de ductos, mejorando la confiabilidad en el transporte de gas natural en el sistema integrado. Además, invierte en las hidroeléctricas propuestas, las cuales al tener un costo de operación bajo permite disminuir el costo operativo.

TABLA 3  
RESULTADOS NUMÉRICOS CASO 2

ELEMENTO	IND1	IND2	Porcentaje de individuos	
			Etapa 1	Etapa 2
TL	2-6	0	0	18.10%
	4-9	0	0	3.90%
	8-9	0	0	11.04%
	15-16	0	0	35.06%
	15-21	0	0	1.30%
	17-18	0	2@2	0
	19-20	0	1@2	31.67%
	20-23	0	0	5.84%
TG	1	0	0	5.84%
	2	0	0	0
	3	0	0	1.31%
HG	1	0	1@1	33.12%
	2	0	1@1	53.90%
	3	0	1@1	12.34%
P	4-14	0	1@2	0
	10-11	1@1	1@1	100%
	9-7	1@1	1@1	100%
	2-15	0	1@1	78.57%
	6-21	0	0	1.30%
C	17-18	0	0	3.90%
RT-LNG	1	1@1	1@1	72.73%
	2	1@1	1@1	100%

### 4.3. RESULTADOS CASO 3 Y CASO 4 (CON AGC)

Para el caso 3, se implementa un Unit Commitment basado en rampas de potencia que co-optimiza el servicio de AGC, el cual se encuentra descrito en la sección 3.2.4., obteniendo entonces el frente de Pareto mostrado en la figura 13, conformado por 74 individuos. Nótese que todos los individuos realizan inversión en las unidades hidroeléctricas, asegurando así el servicio de AGC.

Se muestra que IND1 realiza las inversiones mínimas para suplir las demandas de los sistemas de energía y gas mientras co-optimiza las reservas. Se observa en la tabla 4 que la inversión propuesta por IND1, corresponde al sistema de gas natural y a las unidades hidroeléctricas, mostrando la importancia del sistema de gas para suplir las demandas futuras, mientras se aseguran las reservas del sistema.

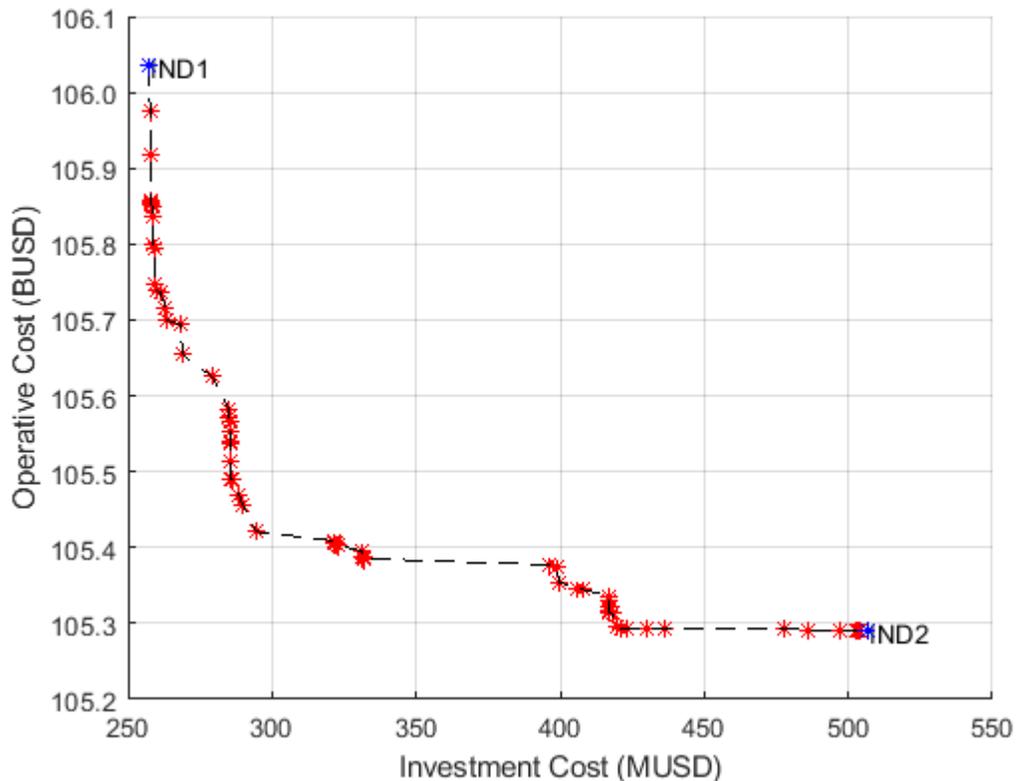


Figura 13. Frente de Pareto Caso 3.

En cambio, la solución IND2 muestra que un alto porcentaje de la inversión propuesta por esta solución, es para adecuar la transmisión del sistema integrado, tanto como en la transmisión de energía como en la transmisión de gas natural, mejorando de esta forma la robustez del sistema para disminuir el costo operativo.

TABLA 4  
RESULTADOS NUMÉRICOS CASO 3

ELEMENTO	IND1	IND2	Porcentaje de individuos		
			Etapa 1	Etapa 2	
TL	2-6	0	0	2.70%	0
	4-9	0	1@2	0	31.08%
	8-9	0	1@1	29.73%	20.27%
	15-16	0	2@1	50.00%	17.57%
	15-21	0	2@2	8.11%	10.81%
	17-18	0	2@1	51.35%	16.22%
	19-20	0	1@1	33.78%	51.35%
	20-23	0	0	0	5.41%
TG	1	0	1@2	0	6.76%
	2	0	0	0	2.70%
	3	0	0	0	0
HG	1	1@1	1@1	100%	0
	2	1@1	1@1	100%	0
	3	1@1	1@1	100%	0
P	4-14	0	1@1	47.30%	9.46%
	10-11	1@1	1@1	100%	0
	9-7	1@1	3@1	100%	0
	2-15	0	1@1	74.32%	1.35%
	6-21	0	0	9.46%	5.41%
C	17-18	0	1@1	41.89%	1.35%
RT-LNG	1	1@1	2@1	59.46%	14.86%
	2	1@1	1@1	100%	0

Para el caso 4 se implementó un Unit Commitment basado en bloques de energía que co-optimice el servicio de AGC, el cual está descrito en la sección 3.2.5., obteniendo un frente de Pareto de 147 individuos que se muestra en la figura 14. Al

observar la tabla 5 se nota que todos los individuos invierten en las unidades hidroeléctricas. Esto para poder cumplir el servicio de AGC. La solución IND1 asegura la operación del sistema integrado con la menor inversión. Como se ve en la tabla 5, la mayoría de la inversión se presenta en el sistema de gas natural.

De forma contraria, observando la tabla 5, IND2 propone inversión tanto en la transmisión del sistema de gas natural como en la transmisión del sistema eléctrico. Además, se presentan inversiones en nuevas unidades térmicas de gas natural y en la adecuación de éstas en el sistema de gas natural. Dichas inversiones de las unidades se presentan debido a que las hidroeléctricas al asegurar las reservas del sistema, se encuentran limitadas en su generación, por lo cual las unidades de gas aumentan su participación para suplir de forma segura la demanda del sistema de potencia.

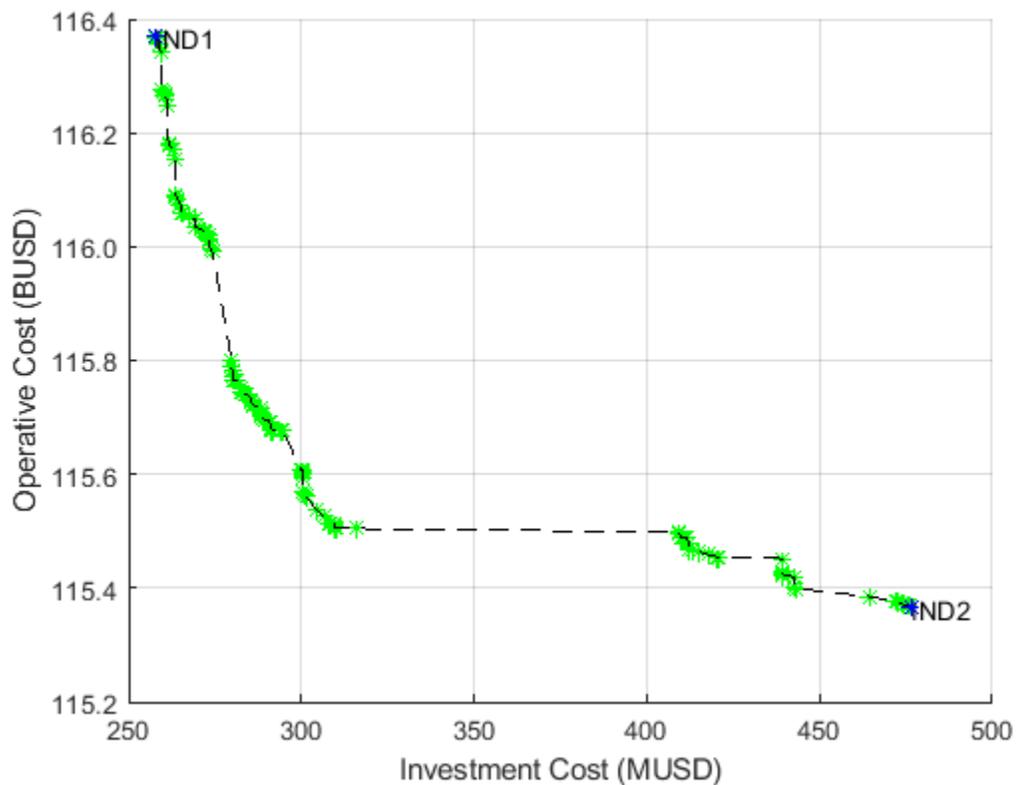


Figura 14. Frente de Pareto Caso 4.

TABLA 5  
RESULTADOS NUMÉRICOS CASO 4

ELEMENTO	IND1	IND2	Porcentaje de individuos		
			Etapa 1	Etapa 2	
TL	2-6	0	1@2	0	7.48%
	4-9	0	0	9.52%	5.44%
	8-9	0	1@1	2.72%	7.48%
	15-16	0	1@1	22.45%	45.58%
	15-21	0	0	0	0.68%
	17-18	0	2@1	26.53%	55.78%
	19-20	0	0	0	11.56%
	20-23	0	1@2	41.50%	17.0.1%
TG	1	0	1@1	68.03%	25.17%
	2	0	0	0	0
	3	0	1@1	6.12%	0.68%
HG	1	1@1	1@1	100%	0
	2	1@1	1@1	100%	0
	3	1@1	1@1	100%	0
P	4-14	0	1@1	10.88%	9.52%
	10-11	1@1	1@1	100%	0
	9-7	1@1	2@1	100%	0
	2-15	0	1@1	33.33%	29.93%
	6-21	0	1@1	14.97%	0.68%
C	17-18	0	1@2	0	9.52%
RT-LNG	1	1@1	1@1	71.43%	3.40%
	2	1@1	1@1	100%	0

#### 4.4. ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS

Con los resultados descritos en las secciones 4.2. y 4.3. se realizan análisis y comparaciones de los resultados de los diferentes casos de estudio.

Al comparar las figuras 11 y 12, como se realiza de forma gráfica en la figura 15, se observa que el caso 2 tiene un costo operativo menor que el caso 1. Esto es esperado debido a la forma en que se modelan la demanda del sistema de energía en ambos casos, así mismo, como se modela el comportamiento de la generación

entregada por las unidades, debido a lo mostrado en [15], donde el costo operativo del Unit Commitment alternativo es ligeramente superior comparado con el tradicional, dado a que se requiere mayor número de unidades encendidas de forma simultánea para cumplir un mismo perfil de energía.

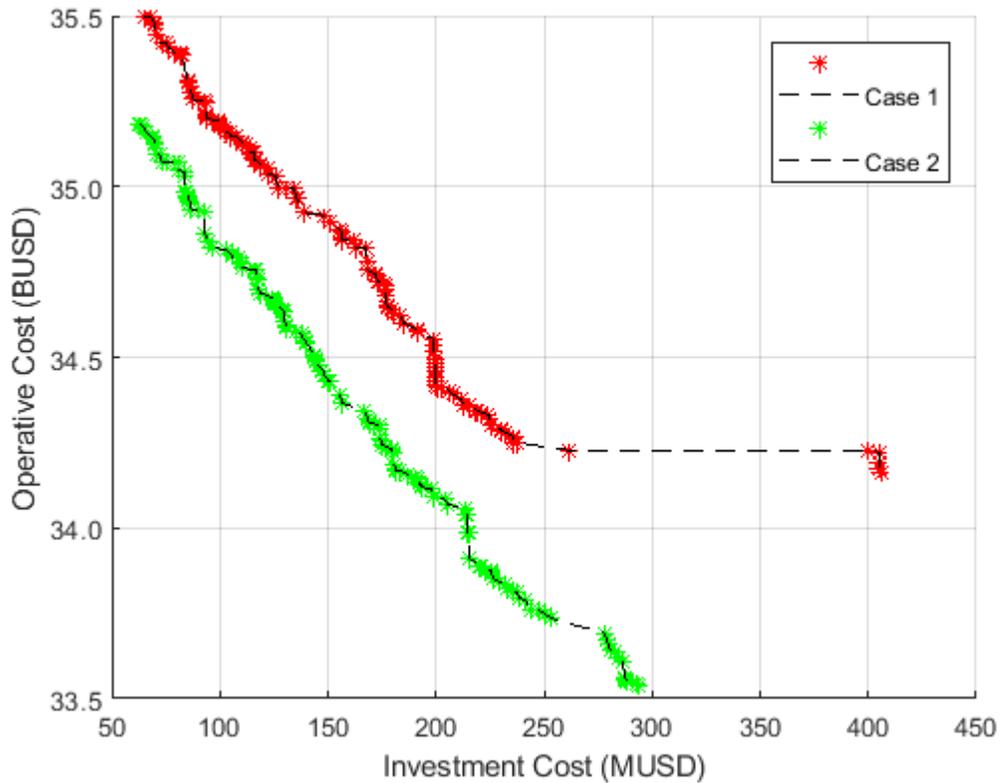


Figura 15. Frentes de Pareto Caso 1 y Caso 2.

Al comparar las tablas 2 y 3 se observa que en ambos casos siempre se invierte en los ductos que conectan los nodos de gas 9-7 y 10-11, y se invierte el RT-LNG del nodo 20 del sistema de gas. Se entiende entonces que estas inversiones en el sistema de gas mejoran la robustez del sistema integrado. Al comparar los casos, se nota que el caso 1 tiene un mayor porcentaje de individuos que invierten en la transmisión del sistema de gas que en el caso 2, no sólo eso, sino que también, el caso 1 tiene un mayor porcentaje de individuos que invierten en la unidad TG1. Esto muestra que en el modelo de rampas de potencia, el sistema de gas natural tiene

mayor participación en el sistema de potencia que en el modelo de bloques de energía.

Al comparar los casos 1 y 3 de forma más detallada, se observa que el grupo de individuos cerca de IND2 tiene inversiones similares, como lo son la inversión del ducto 9-7 en el sistema de gas del mismo tipo, de diámetro tipo 3, inversión en todas las unidades hidroeléctricas y en la unidad térmica TG1, aunque varía la etapa de expansión de los generadores, debido a las características de los casos, por ejemplo en el caso 1 al no co-optimizar las reservas de AGC, no se ve necesario invertir en las hidroeléctricas en la primera etapa, pero se invierte la unidad térmica en ésta, en cambio, en el caso 3 al co-optimizar las reservas se ve la necesidad de invertir en las hidroeléctricas en la primera etapa y se invierte TG1 en la segunda etapa. Al comparar las tablas 2 y 4 se nota que en ambos casos hay un gran porcentaje de inversión en la adecuación del sistema de gas natural, pero esto difiere en el sistema de energía, donde el caso 3 presenta un mayor porcentaje de individuos que invierten en líneas de transmisión y unidades hidroeléctricas que en el caso 1, debido a que en el caso 3 las hidroeléctricas realizan el servicio de AGC, por lo cual se invierte en las líneas de transmisión para aumentar la robustez del sistema.

Comparando los casos 2 y 4 al revisar las tablas 3 y 5, la inversión propuesta por la solución IND1 es similar, teniendo la misma propuesta de expansión en el sistema de gas, pero varía en el caso 4, donde IND1 invierte en las hidroeléctricas para asegurar el servicio de AGC. Por el contrario, la solución IND2 difiere en ambos casos al realizar diferentes inversiones en el sistema eléctrico, como son nuevas unidades térmicas de gas natural y líneas de transmisión en el caso 4, pero en el sistema de gas ambas soluciones invierten en mejorar la transmisión de gas; esto para poder suplir las demandas futuras del sistema integrado.

Observando de forma más detallada los casos 2 y 4, los individuos cercanos a la solución IND2 presentan inversiones en TL 17-18 del mismo tipo, además, en ambos casos se invierte en las unidades hidroeléctricas en la primera etapa. Aunque en el caso 2 no se co-optimice el AGC, en el grupo de individuos de menor costo operacional se invierte en las unidades hidroeléctricas en la primera etapa de planeamiento, además de presentar la misma inversión en el RT-LNG 1 en primera etapa de expansión comparado con el caso 4.

Cuando se comparan los casos 3 y 4, como se realiza en la figura 16, se observa que el caso 3 tiene un menor costo operativo que el caso 4. Esto es esperado, debido a la forma de representar las curvas de demandas de energía entre los casos y la diferencia que existe en la necesidad de servicio de AGC por este modelado, ya que el modelo de rampas de potencia en el caso 3 requiere menos energía en el servicio de AGC, tal como se ilustró en la figura 7.

Al comparar las tablas 4 y 5, el caso 3 tiene un porcentaje mayor de individuos que invierten en la transmisión de gas natural que en el caso 4, por el contrario, el caso

4 tiene mayor inversión en unidades térmicas para poder suplir las demandas. Analizando de forma más detenida, se encuentra que ambos frentes tienen una brecha en la inversión, donde se encontró que el ducto 9-7, el cual siempre se invierte en todos los individuos, es de un diámetro mayor al tipo 1 en los individuos de costo de inversión mayor que 350 MUSD para ambos casos. Se observa que en los casos siempre se invierte en los ductos que conectan los nodos de gas 9-7 y 10-11, esto para que se encuentre interconectado todo el sistema de gas natural, además se observa que siempre se invierte en el RT-LNG del nodo 20 del sistema de gas, situación que también pasa en los casos de estudio que no co-optimizan el servicio de AGC.

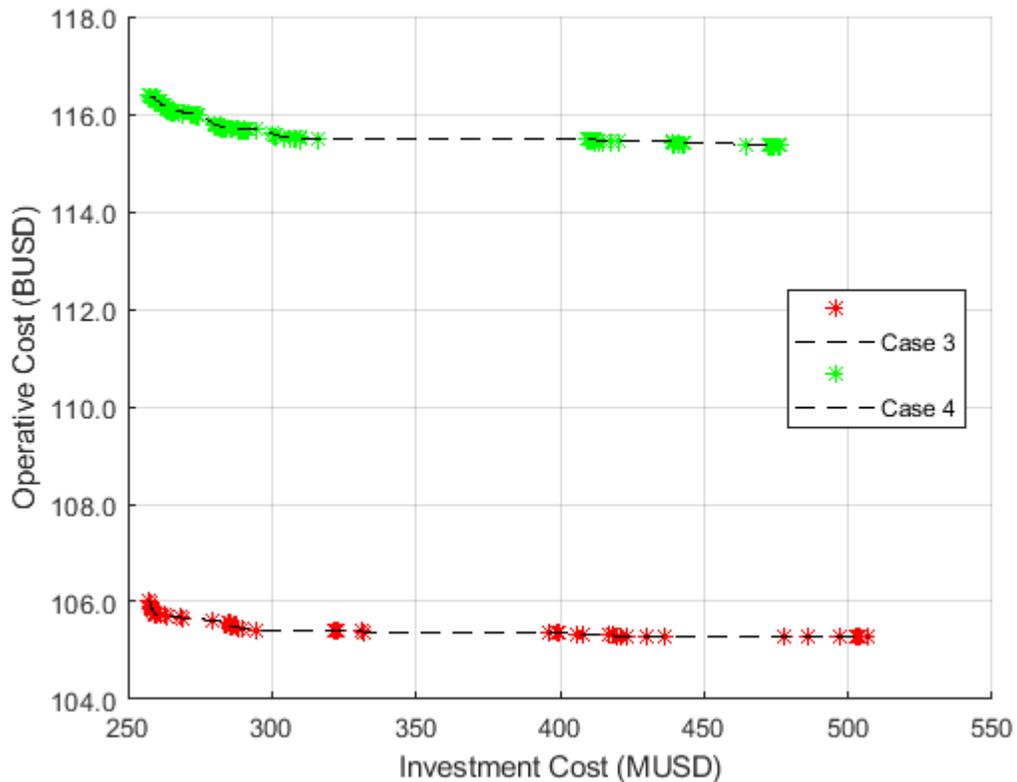


Figura 16. Frentes de Pareto de Caso 3 y Caso 4.

Observando las inversiones de forma más detallada, se encuentra que las soluciones cercanas a IND1 en ambos casos presentan inversiones en los ductos

que conectan los nodos de gas 10-11 y 9-7 y no en otros ductos, además realizan inversión en ambos RT-LNG y varían principalmente en las inversiones de las líneas de transmisión que interconectan los nodos 15-16 y 17-18. Cabe resaltar que existen también algunas inversiones en otras líneas y en el compresor dentro de este grupo de individuos. Al comparar los individuos cerca de IND2, se observa que se realizan más inversiones en líneas de transmisión y en los ductos del sistema de gas, mostrando entonces, la importancia de estos elementos para reducir el costo operativo en el sistema.

## 5. CONCLUSIONES

Se implementó un método basado en una metaheurística a través de un algoritmo genético NSGA-II que permite calcular el costo de inversión y costo operativo de un sistema integrado de energía y gas natural, donde se comparan un modelo alternativo propuesto basado en rampas de potencia con un modelo tradicional basado en bloques de energía. La comparación consistió en realizar el primer método sin considerar AGC y luego, considerando la co-optimización de servicio de AGC en el sistema integrado.

Sin tener en cuenta el servicio de AGC, se observó que el modelo tradicional presenta un frente de Pareto con costo de operación menor que el presentado al implementar el modelo alternativo propuesto. Esto es esperado, dado al modelado de la demanda y al comportamiento de las unidades térmicas, como las rampas de entrada, salida y de toma de carga y de descarga, debido a que en el modelo tradicional se requieren menos unidades encendidas al mismo tiempo que en el modelo alternativo de rampas de potencia para cumplir el mismo perfil de energía.

Comparando entre los casos que implementan el Unit Commitment sin AGC con los casos que consideran AGC, se encontró que los planes de expansión propuestos de un modelo que no considera AGC comparados con los que co-optimiza cambian de forma considerable, debido a que se cambian las prioridades en la parte operativa dada la integración de las reservas de AGC.

Con la integración de las reservas de AGC, las unidades que realizan este servicio disminuyen su generación para cumplir con el requerimiento de la reserva, aumentando la participación de las demás unidades generadoras para poder suplir la demanda.

La importancia del sistema de gas natural fue más notoria en los casos de estudio donde se co-optimizó el servicio de AGC, por ejemplo, en el caso del modelo tradicional se realizó mayor inversión en el sistema de gas que en el modelo alternativo de rampas para reducir el costo operacional. Esto se explica con el aumento de inversión de térmicas de gas natural, por lo que se requiere mejorar el sistema de gas natural, para suplir de forma confiable el aumento de la demanda de este sistema presentado por estas unidades, al aumentar su participación en el sistema eléctrico.

Comparando las inversiones de los diferentes casos de estudio, se encontró que las inversiones entregadas en un frente de Pareto no son necesariamente óptimas para otro caso de estudio, tal como se aprecia entre los casos de estudio sin AGC con su respectivo modelo considerando AGC. Al incluir las reservas en el sistema, se aumenta la inversión en la transmisión del sistema eléctrico y del sistema de gas natural, donde en este último se presenta aumento de individuos que invierten en ductos como en recursos de gas natural, esto debido al aumento de inversión y

generación de unidades térmicas, dada la disminución en la generación de las unidades hidroeléctricas.

Al final se comprobó que el planeamiento integrado de sistemas de transmisión de energía y gas natural implementando el modelo alternativo basado en rampas al co-optimizar AGC, reduce el costo operacional del sistema integrado al compararse con el planeamiento implementado con el modelo tradicional co-optimizando el servicio de AGC, mostrando entonces que existe la posibilidad de implementar modelos alternos de rampas de planeamiento en los mercados de energía que se basan en modelos tradicionales de bloques de energía.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

- [1] “2014 Long-Term Reliability Assessment”, NERC, Atlanta, GA, November 2014.
- [2] J. Devlin, K. Li, P. Higgins, and A. Foley, “The importance of gas infrastructure in power systems with high wind power penetrations,” in *Appl. Energy*, vol. PP, no. 99, pp. 1–11.
- [3] C. Saldarriaga and H. Salazar, “Security of the Colombian energy supply: The need for liquefied natural gas regasification terminals for power and natural gas sectors,” in *Energy*, vol.100 pp. 349-362, Jan. 2016.
- [4] X. Zhang, L. Che, M. Shahidehpour, A. Alabdulwahab, A. Abusorrah, "Electricity-natural gas operation planning with hourly demand response for deployment of flexible ramp," in *IEEE Trans. Sustain. Energy*, vol. 7, no. 3, pp. 996-1004, July 2016.
- [5] C.A. Saldarriaga, R.A. Hincapié and H. Salazar, "A Holistic Approach for Planning Natural Gas and Electricity Distribution Networks," in *IEEE Trans. on Power Systems*, 28(4), pp. 4052-4063, Nov. 2013.
- [6] F. Liu, Z. Bie and X. Wang, "Day-Ahead Dispatch of Integrated Electricity and Natural Gas System Considering Reserve Scheduling and Renewable Uncertainties," in *IEEE Transactions on Sustainable Energy*. doi: 10.1109/TSTE.2018.2843121
- [7] Y. Hu, Z. Bie, T. Ding, Y. Lin, “An NSGA-II based multi-objective optimization for combined gas and electricity network expansion planning,” in *Applied Energy*, vol. 67, pp. 280-293, Apr. 2016.
- [8] X. You, H. Wu, J. Zhang, S. Jin, Y. Ding and P. Siano, "Optimal day-ahead and intra-day scheduling of energy and operating reserve considering fluctuating wind power," *2017 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2017 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / I&CPS Europe)*, Milan, 2017, pp. 1-6. doi: 10.1109/EEEIC.2017.7977666
- [9] E. Nicholson, “Operator-Initiated Commitments in RTO and ISO Markets,” FERC., Washington DC. Rep Docket No. AD14-14-000, Dec 2014.
- [10] MISO. (2013, Jun). Ramp Enhancement Technical Workshop Presentation. Presented at 6th Technical Workshop for Cost Benefit Analysis Update Ramp Capability in MISO Markets. [PDF]. Available: [www.misoenergy.org/](http://www.misoenergy.org/).
- [11] N. Navid, G. Rosenwald, Ramp Capability Product Design for MISO Markets, Jul. 2013.

- [12] Business Practice Manual for Market Operations, 5 ed., CAISO, Folsom, CA, 2016, pp. 222-225.
- [13] A. Antenucci and G. Sansavini, "Stochastic unit commitment and reserve scheduling under gas-supply disrupted scenarios," *2018 IEEE International Energy Conference (ENERGYCON)*, Limassol, 2018, pp. 1-6. doi: 10.1109/ENERGYCON.2018.8398825
- [14] G. Morales-España, C. Gentile, and A. Ramos, "Tight MIP formulations of the power-based unit commitment problem". In *OR Spectrum*, pp. 1–22, May 2015.
- [15] G. A. Morales-España, "Unit Commitment: Computational Performance, System Representation and Wind Uncertainty Management", Ph.D. dissertation, Pontifical Comillas University, KTH Royal Institute of Technology, and Delft University of Technology, 2014.
- [16] H. Song, T. Zheng, H. Liu and H. Zhang, "Modeling MW-dependent ramp rate in the electricity market," *2014 IEEE PES General Meeting | Conference & Exposition*, National Harbor, MD, 2014, pp. 1-5.
- [17] C. A. Saldarriaga-Cortés, H. Salazar, R. Moreno and G. Jiménez-Estévez, "Integrated planning of electricity and natural gas systems under uncertain hydro inflows: A multi-objective approach," *2017 IEEE Power & Energy Society General Meeting*, Chicago, IL, 2017, pp. 1-5.
- [18] A. van Stiphout, K. De Vos and G. Deconinck, "The Impact of Operating Reserves on Investment Planning of Renewable Power Systems," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 32, no. 1, pp. 378-388, Jan. 2017. doi: 10.1109/TPWRS.2016.2565058
- [19] M. Hedayati-Mehdiabadi, K. W. Hedman and J. Zhang, "Reserve Policy Optimization for Scheduling Wind Energy and Reserve," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, no. 1, pp. 19-31, Jan. 2018. doi: 10.1109/TPWRS.2017.2707568
- [20] G. Huang, F. Wen, Md. A. Salam, Z. Dong, Y. Zheng & R. Zhang, "Optimal Collaborative Expansion Planning of Integrated Electrical and Natural Gas Energy Systems," in *ISGT-Asia*, Melbourne, Australia, 2016, pp. 378-383.
- [21] Xiaping Zhang, Liang Che and M. Shahidehpour, "Long-term expansion planning of integrated electricity and natural gas transportation infrastructures," *2015 IEEE Power & Energy Society General Meeting*, Denver, CO, 2015, pp. 1-5. doi: 10.1109/PESGM.2015.7286218.
- [22] F. Barati, H. Seifi, A. Nateghi, M. S. Sepasian, M. Shafie-khah and J. P. S. Catalão, "An integrated generation, transmission and Natural Gas Grid Expansion Planning approach for large scale systems," *2015 IEEE Power & Energy Society General Meeting*, Denver, CO, 2015, pp. 1-5. doi: 10.1109/PESGM.2015.7286535

- [23] B. Odetayo, J. MacCormack, W. D. Rosehart, H. Zareipour, & A. R. Seifi, "Integrated planning of natural gas and electric power systems," in *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 103, pp. 593–602, 2018. doi: 10.1016/j.ijepes.2018.06.010
- [24] Q. Zeng, B. Zhang, J. Fang, & Z. Chen, "A bi-level programming for multistage co-expansion planning of the integrated gas and electricity system," in *Applied Energy*, 200, pp. 192–203. 2017. doi: 10.1016/j.apenergy.2017.05.022
- [25] C.M. Correa-Posada and P. Sánchez-Martín, "Stochastic Contingency Analysis for the Unit Commitment with Natural Gas Constraints," in *PowerTech*. Grenoble, 2013, pp. 1-6.
- [26] J. P. Deane, M. Ó Ciaráin, & B. P. Ó Gallachóir, "An integrated gas and electricity model of the EU energy system to examine supply interruptions," in *Applied Energy*, 193, pp. 479–490. 2017 doi: 10.1016/j.apenergy.2017.02.039
- [27] J. Fang, Q. Zeng, X. Ai, Z. Chen and J. Wen, "Dynamic Optimal Energy Flow in the Integrated Natural Gas and Electrical Power Systems," in *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 9, no. 1, pp. 188-198, Jan. 2018. doi: 10.1109/TSTE.2017.2717600
- [28] M. Parvania and A. Scaglione, "Unit Commitment with Continuous-Time Generation and Ramping Trajectory Models," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 31, no. 4, pp. 3169-3178, July 2016. doi: 10.1109/TPWRS.2015.2479644
- [29] G. Morales-España, R. Baldick, J. García-González and A. Ramos, "Power-Capacity and Ramp-Capability Reserves for Wind Integration in Power-Based UC," in *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 7, no. 2, pp. 614-624, April 2016. doi: 10.1109/TSTE.2015.2498399
- [30] C. M. Correa-Posada, G. Morales-España, P. Dueñas and P. Sánchez-Martín, "Dynamic Ramping Model Including Intraperiod Ramp-Rate Changes in Unit Commitment," in *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 8, no. 1, pp. 43-50, Jan. 2017. doi: 10.1109/TSTE.2016.2578302
- [31] D. Gan, D. Feng & J. Xie, "Market Design: Procurement of Ancillary Services," in *Electricity Markets and Power System Economics*, 1th ed. Boca Raton: Taylor & Francis Group, 2014, ch. 4, pp. 101–114.
- [32] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal and T. Meyarivan, "A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II," in *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 6, no. 2, pp. 182-197, April 2002.
- [33] J. de Sousa, M. J. Rider, and J. R. S. Mantovani, "Planejamento de sistemas de distribuição de energia elétrica a través de um modelo de otimização clássica," in *XLIII Simpósio brasileiro de PESQUISA OPERACIONAL*, 2011.
- [34] A. H. Escobar, R. A. Romero & R. A. Gallego, "Modelamiento del problema de transmisión de sistemas de transmisión," in *Modelos usados en el*

*planeamiento de la expansión a largo plazo de sistemas de transmisión de energía eléctrica*, 1th ed. Pereira, Colombia: UTP, 2010, ch. 3, sec. 6, pp. 66–69.

- [35] J. G. Valenzuela, “Desarrollo De Un Modelo De Programación Óptima De Unidades De Generación De Energía Eléctrica Para El Sistema Eléctrico Colombiano”, M.S. thesis, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, 2015.
- [36] Consejo Nacional de Operación (CNO). Acuerdo CNO 1023 de 2017. Available: <http://www.cno.org.co/>.
- [37] “ESTUDIO DE COSTOS DE RACIONAMIENTO DE ELECTRICIDAD Y GAS NATURAL,” ITANSUCA LTDA. - SINERGÍA LTDA., Volumen IV Capitulo 2.
- [38] C. M. Morales, “Unidad de Aprendizaje No 3 - Anualidades y Gradientes,” in *Finanzas del proyecto: Introducción a las Matemáticas Financieras*, 1th ed. Medellín, Colombia: Esumer, 2014, Ch. 3, sec 1.1, pp. 110-114.

## 7. ANEXOS

### 7.1. ANEXO 1: CÁLCULO DEL VALOR PRESENTE

Para realizar el cálculo del valor presente ( $V_p$ ) se debe tener en cuenta el valor futuro ( $V_f$ ), la tasa de interés ( $i$ ) y el número de períodos en los cuales se pacta la transacción financiera ( $n$ ) [37]. Es importante que el interés como el tiempo tengan las mismas unidades de tiempo. Para realizar el cálculo del valor presente, se implementa la fórmula (8.1), la cual nos permite calcular el valor presente.

$$V_p = \frac{V_f}{(1+i)^n} \quad (8.1)$$

Si se tiene un interés en un tiempo distinto al número de períodos, se debe calcular un interés equivalente. Para esto se calcula el valor futuro que se implementa con ambos intereses y se igualan, obteniendo la igualdad (8.2), donde un período de tiempo  $p$  equivale a  $n$  veces período de tiempo  $a$ , por lo cual, si se desea obtener  $i_a$  en función de  $i_p$  se emplea la ecuación (8.3) y si se desea obtener  $i_p$  en función de  $i_a$  se implementa la función (8.4).

$$(1+i_a)^n = (1+i_p)^1 \quad (8.2)$$

$$i_a = (1+i_p)^{1/a} - 1 \quad (8.3)$$

$$i_p = (1+i_a)^n - 1 \quad (8.4)$$

Para calcular el valor presente de un pago constante o amortización ( $A$ ) a través de un número de períodos implementando la ecuación (8.1), sería la ecuación (8.5), la cual se puede acomodar como la ecuación (8.6).

$$V_p = \sum_n \frac{A}{(1+i)^n} \quad (8.5)$$

$$V_p = A \left[ \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] \quad (8.6)$$

## 7.2. ANEXO 2: NOMENCLATURA IMPLEMENTADA

La nomenclatura de los modelos matemáticos presentados para los casos de estudio es mostrada en este anexo, se dividen en Conjuntos, Parámetros del Sistema, Parámetros de las unidades generadoras y recursos de gas y variables de decisión.

### Conjuntos

- $\Omega^T$ : Conjunto formado por todos los términos de estudio.
- $\Omega^{EN}$ : Conjunto formado por todos los nodos eléctricos.
- $\Omega^{GN}$ : Conjunto formado por todos los nodos de gas natural.
- $\Omega^{GEN}$ : Conjunto formado por todos los generadores.  $\Omega^{GEN} = (\omega^{TE} \cup \omega^H)$ .
- $\Omega^{EL}$ : Conjunto formado por todos enlaces eléctricos (líneas de transmisión y transformadores).
- $\Omega^{GL}$ : Conjunto formado por todos los enlaces de gas natural (ductos y compresores)  $\Omega^{GL} = (\omega^{PIPE} \cup \omega^{COMP})$ .
- $\Omega^S$ : Conjunto formado por todos los recursos de gas natural (pozos de gas natural y LNG-RTs)  $\Omega^S = (\omega^{WELL} \cup \omega^{GNL})$ .
- $\omega^{TE}$ : Conjunto formado por todas las unidades térmicas.
- $\omega^H$ : Conjunto formado por todas las unidades hídricas.
- $\omega^{AGC}$ : Conjunto formado por todas las unidades que realizan AGC  $\omega^{AGC} \subseteq \omega^H$ .
- $\omega^{CTG}$ : Conjunto formado por todas las unidades de gas natural  $\omega^{CTG} \subseteq \omega^{TE}$ .
- $\omega^{Ln}$ : Conjunto formado por las líneas de transmisión propuestas  $\omega^{Ln} \subseteq \Omega^{EL}$ .
- $\omega^{TCL}$ : Conjunto formado por los tipos de líneas de transmisión.
- $\omega^{COMP}$ : Conjunto formado por todos los compresores  $\omega^{COMP} \subseteq \Omega^{GL}$ .
- $\omega^{PIPE}$ : Conjunto formado por todos los ductos de gas natural  $\omega^{PIPE} \subseteq \Omega^{GL}$ .
- $\omega^{Pn}$ : Conjunto formado por los ductos propuestos de gas natural  $\omega^{Pn} \subseteq \omega^{PIPE}$ .
- $\omega^{TCD}$ : Conjunto formado por los tipos de ductos propuestos de gas natural.
- $\omega_k^{GEN}$ : Conjunto formado por todos los generadores conectados al nodo  $k$ .

- $\omega_n^{INY}$ : Conjunto formado por todos los recursos de gas natural conectadas al nodo de gas natural  $n$ .
- $\omega_n^{CTG}$ : Conjunto formado por todos los generadores de gas natural conectados al nodo de gas natural  $n$ .
- $\omega^{TLD}$ : Conjunto formado por todas las secciones de linealización del flujo de gas natural.
- $\omega_n^{COMP}$ : Conjunto formado por todos los compresores de gas natural que consumen gas del nodo de gas natural  $n$ .

### Parámetros del sistema

- $DE_{k,t}$  Demanda de energía del nodo eléctrico  $k$  (MWh).
- $DP_{k,t}$  Demanda de potencia del nodo eléctrico  $k$  (MW).
- $UC_s^{INY}$  Costo de producción de todos los recursos de gas natural  $s$  (pozos de gas natural y LNG-RTs).
- $RC^E$  Costo de racionamiento de potencia eléctrica.
- $RC^G$  Costo de racionamiento de gas natural.
- $D_t^+$  Requerimientos de reserva ascendente para la hora  $t$  (MW).
- $D_t^-$  Requerimientos de reserve descendente para la hora  $t$  (MW).
- $\bar{F}_l$  Límite de flujo a través de la línea  $l$  (MW).
- $\bar{F}_{l,tcl}$  Límite de flujo a través de la línea  $l$  de tipo  $tcl$  (MW).
- $\bar{\tau}_{l,tcl}$  Factor de ajuste de la potencia a través de la línea  $l$  de tipo  $tcl$  (adimensional).
- $X_l$  Reactancia inductiva del enlace eléctrico  $l$  (Ohm).
- $X_{n_l,tcl}$  Reactancia inductiva del enlace eléctrico  $l$  del tipo  $tcl$  (Ohm).
- $a_{l,k}^{EL}$  Elemento  $l-k$  de la matriz de incidencia nodal eléctrica (adimensional).
- $a_{m,n}^{GL}$  Elemento  $m-n$  de la matriz de incidencia nodal de gas natural (adimensional).
- $\Psi_{n,t}^{LOAD}$  Demanda de gas natural del nodo  $n$  ( $m^3/h$ ).
- $\bar{\Psi}_m^{GL}$  Máximo flujo de gas natural a través del enlace  $m$  ( $m^3/h$ ).
- $\bar{\Psi}_m^{2GL}$  Máximo flujo cuadrático de gas natural a través del enlace  $m$  ( $m^3/h$ ).

- $m_{sqr_{m,tld}}$ : Pendiente de la sección de linealización  $tld$  del flujo cuadrático a través del enlace de gas natural  $m$ .
- $\bar{\Delta}_{m,tld}$  Límite superior linealización  $tld$  del flujo cuadrático a través del enlace de gas natural  $m$ .
- $\rho_{m,tcd}$  Parámetro que define el tipo  $tcd$  de ducto nuevo  $m$ .
- $L_m$  Longitud del ducto  $m$ .
- $Kdu_m$  Resistencia del ducto  $m$ .
- $Kdn_{m,tcd}$  Resistencia del ducto nuevo  $m$  de tipo  $tcd$ .
- $\beta_{max_m}^2$  Relación máxima de compresión cuadrática del compresor  $m$ .
- $Kdp_m$  Constante que permite calcular el flujo a través del compresor  $m$  con el cambio de presión.
- $Kfc_m$  Constante que permite calcular el flujo que consume el compresor  $m$ .
- $\underline{\pi}$  Presión mínima del nodo de gas natural  $n$  (bar).
- $\bar{\pi}$  Presión máxima del nodo de gas natural  $n$  (bar).
- $DA_t$  Energía requerida al final de la hora  $t$  para realizar AGC (MWh).

### Parámetros de las unidades generadoras y recursos de gas natural

- $K_{1,g}, K_{0,g}$  Coeficientes de la curva de calor del generador de la curva de costo cuadrático del generador de energía  $g$ .
- $C_g^{SU}$  Costo de encendido de la unidad  $g$  [\$].
- $C_g^{SD}$  Costo de apagado de la unidad  $g$  [\$].
- $C_g^{AGC}$  Costo de operativo de reserva de la unidad  $g$  que realiza AGC [\$].
- $\bar{P}_g$  Potencia máxima del generador  $g$  (MW).
- $\underline{P}_g$  Potencia mínima del generador  $g$  (MW).
- $PH20_g$  Cantidad máxima de agua que se estima que se puede emplear para la unidad hídrica  $g$  (m<sup>3</sup>).
- $Kh_g$  Constante de para calcular el caudal turbinado por la unidad hídrica  $g$  (m<sup>3</sup>/MWh).

$\bar{A}_g$	Capacidad máxima del servicio de AGC del generador $g$ (MWh).
$\underline{A}_g$	Capacidad mínima del servicio de AGC del generador $g$ (MWh).
$RD_g$	Capacidad de rampa de descarga del generador $g$ (MW/h).
$RU_g$	Capacidad de rampa de toma de carga del generador $g$ (MW/h).
$SD_g$	Capacidad de rampa de apagado del generador $g$ (MW/h).
$SU_g$	Capacidad de rampa de encendido del generador $g$ (MW/h).
$TD_g$	Tiempo mínimo fuera de línea del generador $g$ (h).
$TU_g$	Tiempo mínimo de encendido del generador $g$ (h).
$TD_g^0$	Tiempo mínimo fuera de línea del generador $g$ al principio de estudio (h).
$TU_g^0$	Tiempo mínimo de encendido del generador $g$ al principio de estudio (h).
$u_g^0$	Parámetro inicial que es 1 si el generador $g$ está encendido al principio del término de estudio y es 0 si no lo está.
$\underline{\Psi}_s^{INY}$	Límite mínimo de flujo de gas natural del recurso de gas natural $s$ (m <sup>3</sup> /h).
$\overline{\Psi}_s^{INY}$	Límite máximo de flujo de gas natural del recurso de gas natural $s$ (m <sup>3</sup> /h).

### Variables de decisión

$e_{g,t}$	Energía sobre el mínimo técnico al final de la hora $t$ de la unidad $g$ (MWh).
$\hat{e}_{g,t}$	Energía total al final de la hora $t$ de la unidad $g$ , incluyendo encendido y apagado (MWh).
$p_{g,t}$	Potencia sobre el mínimo técnico al final de la hora $t$ de la unidad $g$ (MW).
$\hat{p}_{g,t}$	Potencia total al final de la hora $t$ de la unidad $g$ , incluyendo encendido y apagado (MW).
$r_{g,t}^+$	Capacidad de reserve ascendente de la hora $t$ de la unidad $g$ (MW).
$r_{g,t}^-$	Capacidad de reserve descendente de la hora $t$ de la unidad $g$ (MW).
$A_{g,t}^+$	Energía de AGC por encima de la hora $t$ de la unidad $g$ (MWh).
$A_{g,t}^-$	Energía de AGC por debajo de la hora $t$ de la unidad $g$ (MWh).
$A_{g,t}^{p+}$	Trayectoria de potencia de AGC por encima de la hora $t$ de la unidad $g$ (MW).

- $A_{g,t}^{p-}$  Trayectoria de potencia de AGC por debajo de la hora  $t$  de la unidad  $g$  (MW).
- $u_{g,t}$  Variable binaria que es 1 si el generador  $g$  en la hora  $t$  está por encima del mínimo técnico y es 0 si no lo está.
- $v_{g,t}$  Variable binaria que es 1 si el generador  $g$  en la hora  $t$  enciende y 0 si no.
- $z_{g,t}$  Variable binaria que es 1 si el generador  $g$  en la hora  $t$  apaga y 0 si no.
- $w_{g,t}$  Variable binaria que es 1 si el generador  $g$  en la hora  $t$  realiza AGC y 0 si no.
- $\theta_{k,t}$  Ángulo nodal del voltaje del nodo eléctrico  $k$  en la hora  $t$  (radianes).
- $F_{l,t}$  Flujo a través de la línea de transmisión  $l$  en la hora  $t$  (MW).
- $F_{n,l,tcl,t}$  Flujo a través de la línea propuesta  $l$  de tipo  $tcl$  en la hora  $t$  (MW).
- $R_{k,t}^P$  Racionamiento de potencia del nodo eléctrico  $k$  en la hora  $t$  (MW).
- $R_{k,t}^E$  Racionamiento de energía del nodo eléctrico  $k$  en la hora  $t$  (MWh).
- $R_{n,t}^G$  Racionamiento de gas natural del nodo de gas  $n$  en la hora  $t$  (m<sup>3</sup>/h).
- $\Psi_{g,t}^H$  Flujo de agua utilizada por la hidroeléctrica  $g$  en la hora  $t$  (m<sup>3</sup>/h).
- $\Psi_{g,t}^{COMB}$  Consumo de gas natural del generador  $g$  en la hora  $t$  (m<sup>3</sup>/h).
- $\Psi_{s,t}^{INY}$  Inyección de gas natural del recurso  $s$  en la hora  $t$  (m<sup>3</sup>/h).
- $\Psi_{m,t}^{GL}$  Flujo de gas natural a través del enlace  $m$  en la hora  $t$  (m<sup>3</sup>/h).
- $\Psi_{m,tcd,t}^{2 Pn}$  Flujo de gas natural a través del ducto nuevo  $m$  de tipo  $tcd$  en la hora  $t$  (m<sup>3</sup>/h).
- $\Psi_{m,t}^{COMP}$  Flujo de gas natural por el compresor  $m$  en la hora  $t$  (m<sup>3</sup>/h).
- $\Psi_{m,t}^{GL+}, \Psi_{m,t}^{GL-}$  Flujo de gas natural a través del enlace  $m$  para dirección positiva y negativa respectivamente en la hora  $t$  (m<sup>3</sup>/h).
- $\Psi_{m,t}^{2 GL+}, \Psi_{m,t}^{2 GL-}$  Flujo cuadrático de gas natural a través del enlace  $m$  para dirección positiva y negativa respectivamente en la hora  $t$  (m<sup>3</sup>/h).
- $\hat{\sigma}_{m,t}$  Variable binaria que es 1 si el flujo por el ducto  $m$  es positivo y 0 si es negativo en la hora  $t$ .
- $\alpha_{m,tld,t}$  Variable binaria que es 1 si se emplea el límite delta de linealización  $tld$  del ducto  $m$  y si no se usa en la hora  $t$ .
- $\pi_{n,t}$  Presión del nodo de gas natural  $n$  en la hora  $t$  (bar).
- $\Delta_{m,tld,t}$  Delta de flujo de gas natural cuadrático  $tld$  a través del ducto  $m$  en la hora  $t$ .

$\Delta\pi_{m,t}$  Delta de compresión a través del compresor  $m$  en la hora  $t$ .

$\Delta\pi_{m,t}^+, \Delta\pi_{m,t}^-$  Delta de compresión positiva y negativa a través del compresor  $m$  en la hora  $t$ .

$\sigma_{m,t}$  Variable binaria que es 1 si es usado el compresor  $m$  y 0 si no en la hora  $t$ .