

IMPACTO DE LAS FUENTES NO CONVENCIONALES DE ENERGÍAS RENOVABLES  
EN LA PLANEACIÓN DE SISTEMAS INTEGRADOS DE ELECTRICIDAD Y GAS  
NATURAL

WILSON GUILLERMO VALENZUELA IDARRAGA

Maestría en Ingeniería Eléctrica  
Facultad de Ingenierías Eléctrica, Electrónica, Física y Ciencias de la Computación  
Universidad Tecnológica de Pereira  
Pereira, Julio de 2018



IMPACTO DE LAS FUENTES NO CONVENCIONALES DE ENERGÍAS RENOVABLES  
EN LA PLANEACIÓN DE SISTEMAS INTEGRADOS DE ELECTRICIDAD Y GAS  
NATURAL

WILSON GUILLERMO VALENZUELA IDARRAGA

Proyecto de grado para optar al título de  
**Magíster en Ingeniería Eléctrica**

Director: PhD. Harold Salazar Isaza

Maestría en Ingeniería Eléctrica  
Facultad de Ingenierías Eléctrica, Electrónica, Física y Ciencias de la Computación  
Universidad Tecnológica de Pereira  
Pereira, Julio de 2018

## TABLA DE CONTENIDO

1. Introducción	1
1.1. Justificación	2
1.2. Objetivos	5
1.2.1. General	5
1.2.2. Específicos	5
2. Estado del arte	6
2.1. Planeamiento integrado de sistemas eléctricos y de gas natural	6
2.2. Planeamiento con generación distribuida	7
2.3. Planeamiento con energías renovables	7
2.4. Planeamiento integrado de la expansión	8
3. Desarrollo del modelo de optimización para el planeamiento integrado de sistemas de distribución electricidad y gas natural	10
3.1. Descripción del modelo de optimización	10
3.2. Restricciones de la red de distribución eléctrica	12
3.3. Restricciones de la red de distribución de gas natural	17
3.4. Restricción de acople	20
3.5. Modelo estocástico de optimización	20
4. Resultados numéricos y análisis	23
4.1. Caso 1: Planeamiento tradicional de la red eléctrica sin restricciones de telescopicidad	25
4.2. Caso 2: Planeamiento tradicional de la red eléctrica con restricciones de telescopicidad	27
4.3. Caso 3: Planeamiento integrado electricidad – gas natural	30
4.4. Caso 4: Planeamiento integrado con ER	31
4.4.1. Caso 4a: 1 escenario de irradiancia solar	32
4.4.2. Caso 4b: 2 escenarios de irradiancia solar	33
4.4.3. Caso 4c: 3 escenarios de irradiancia solar	34
4.5. Análisis de los resultados	35
4.5.1. Aspecto computacional	36
4.5.2. Costos de inversión y operación	37
5. Conclusiones, recomendaciones y trabajos futuros	39
5.1. Conclusiones	39
5.2. Recomendaciones y trabajos futuros	40
Bibliografía	41

Anexo 1: Nomenclatura utilizada para el modelo de optimización desarrollado	44
Anexo 2: Restricción de radialidad para el sistema eléctrico y restricciones de telescopicidad	49
Anexo 3: Linealización de variable cuadrática	57
Anexo 4: Base de datos	59

## **Agradecimientos**

A mi madre, principal artífice de la mayoría de mis logros, gracias por tu incondicional apoyo y comprensión, por ser esa fuente de inspiración y ejemplo a seguir.

A mi hermosa Yuli, por el amor y la fortaleza que siempre me has brindado incondicionalmente, gracias por la motivación y el apoyo dado durante todo mi proceso de formación profesional, por apreciar y celebrar mis logros como tuyos y por impulsarme día tras día a ser una mejor persona.

Al profesor Harold Salazar, por la orientación y tiempo dedicado a mi formación como profesional, por la confianza depositada en mí. Porque ha hecho de mí una mejor persona y profesional gracias a su ejemplo.

A todos los compañeros de maestría y del grupo de investigación con los que he compartido mi día a día. A Anita, Carlitos, Ruben, Andres Zapata, Andres Santacruz y Santiago. Los cuales han dejado en mí gratos recuerdos durante todo este proceso de formación.

# 1. INTRODUCCIÓN

El cambio climático es sin duda alguna el principal problema al que se enfrenta la humanidad en la actualidad. Es indiscutible que el calentamiento global se debe a la emisión de grandes cantidades de gases de efecto invernadero, producto de las diferentes actividades humanas, dentro de las cuales la producción, transporte y consumo de energía tienen una importante participación. Es por lo anterior, que múltiples gobiernos del mundo, organizaciones medioambientales y por supuesto, la comunidad científica, han volcado sus esfuerzos en el estudio y desarrollo de fuentes de energía renovable (ER), que permitan diversificar y des-carbonizar la cadena productiva de la energía eléctrica.

Sin embargo, a pesar de los grandes avances que han alcanzado las ER en materia de eficiencia y costos de inversión, se afrontan múltiples retos en términos de su integración e incorporación de forma masiva en los sistemas eléctricos existentes.

Una de las principales alternativas para la masificación de las ER, es la implementación mediante uso de generación distribuida (GD), lo cual consiste en incorporar o instalar pequeñas fuentes de energía en las etapas finales de la cadena de producción, es decir, en los sistemas de distribución [1].

La GD permite aprovechar en gran medida las ventajas de las ER, tal y como lo afirma el Banco Inter-Americano de Desarrollo, la GD a base de ER ayuda a reducir los costos de la energía eléctrica y mejora la competitividad y el crecimiento económico de los mercados [2], además contribuye notablemente en la reducción de emisiones de gases de efecto invernadero y pérdidas técnicas [3], [4] y [5]. Sin embargo, solo se podrá acceder a todos estos beneficios, en la medida en que la infraestructura de distribución cuente con la flexibilidad suficiente para lidiar con la variabilidad intrínseca a las fuentes de ER. Para esto, es necesario el desarrollo de modelos y metodologías de planeamiento que determinen el diseño óptimo de la infraestructura energética, de forma tal que se garantice, viabilidad técnica y costos de inversión y operación mínimos.

Por otro lado, en la última década ha incrementado el interés por la GD a base de gas natural, esto debido a que el gas natural es un combustible de bajo costo y bajas emisiones en comparación con otros combustibles, con reservas probadas en el mediano plazo [6], y cuya tecnología de generación cuenta con rampas rápidas que permiten tener respuestas apropiadas a problemas como el seguimiento de la demanda y la variabilidad de las ER. En este sentido, la literatura especializada ha

abordado el problema de “*joint planning of electricity and natural gas distribution systems*” (JPEG) mediante diferentes enfoques.

Finalmente se tiene, que en los últimos años se viene trabajando arduamente en el desarrollo de estrategias y metodologías en el estudio del planeamiento integrado de redes de electricidad y gas natural, con lo que se busca encontrar la topología de menor costo de instalación y operación, la cual permita alimentar la creciente demanda residencial y comercial tanto para el sector eléctrico y gas natural, así como la demanda que representan los GD a base de gas natural, todo esto para un horizonte de planeamiento previamente definido [7].

Con lo expuesto previamente, se muestra que existe un notable consenso en las ventajas asociadas a la GD y en la necesidad de contar con metodologías de planeamiento que maximicen sus beneficios. Con este trabajo se busca desarrollar un modelo de optimización estocástica bi-etapa del tipo lineal entero mixto, para el planeamiento conjunto de los sistemas de distribución de electricidad y gas natural, el cual permita ubicar y dimensionar diferentes tecnologías de DG, además de determinar inversiones estratégicas en ambas redes, de forma tal, que se minimicen los costos de inversión y operación, garantizando que los sistemas resultantes sean robustos ante la variabilidad de las ER.

## **1.1. Justificación**

La demanda en un sistema de distribución posee un comportamiento que cambia en el tiempo debido al crecimiento de las cargas existentes y la aparición de nuevas cargas imponiendo la necesidad de expandir dicho sistema, este comportamiento se presenta tanto en los sistemas de distribución de energía eléctrica como para los sistemas de distribución de gas natural. Este crecimiento en los sistemas de distribución implica:

Para el sistema eléctrico:

- Aumento de capacidad de alimentadores existentes.
- Instalación de alimentadores nuevos.
- Instalación de nuevas subestaciones eléctricas en el sistema de distribución.
- Aumento de capacidad de subestaciones eléctricas existentes.
- Reconfiguración de la topología de la red de distribución.

Para el sistema de gas natural:

- Aumento de capacidad de ductos existentes.
- Instalación de ductos nuevos.
- Instalación de nuevas City Gates (CG) en la red de distribución.
- Aumento de capacidad de CG existentes.
- Reconfiguración de la topología de la red de distribución.

Si el planeamiento de los sistemas de distribución no se realiza en la forma adecuada, se tendrían consecuencias indeseadas tanto para la empresa de distribución como para los usuarios finales. Entre las que se destacan:

En el sistema eléctrico:

- Sobrecargas en los alimentadores cuando su capacidad máxima es excedida.
- Sobrecargas en los transformadores cuando su capacidad máxima es excedida.
- Caídas de voltaje en alimentadores y transformadores, ocasionando que algunas veces sean excedidos los límites mínimos de voltaje.
- Incremento en las pérdidas en transformadores y alimentadores.
- Pérdidas en el nivel de confiabilidad y calidad del suministro de energía.

En el sistema de gas natural:

- Sobrepresiones en los ductos cuando su capacidad máxima es excedida.
- Sobrepresiones en las CG cuando su capacidad máxima es excedida.
- Caídas de presión en ductos y CG, ocasionando que algunas veces sean excedidos los límites mínimos de operación.
- Pérdidas en el nivel de confiabilidad y calidad del suministro de gas natural.

Con el fin de evitar los inconvenientes anteriormente mencionados, se hace necesario realizar un diseño óptimo de los sistemas de distribución para obtener una solución técnica y económicamente posible, por lo cual se recurre al uso de técnicas de optimización, las cuales permiten encontrar la mejor solución al mínimo costo posible y garantizando requerimientos técnicos.

Un tema que viene cobrando importancia año tras año es la inclusión de fuentes de generación de energía eléctrica de mediana y pequeña escala a nivel de distribución, debido a que estas fuentes posibilitan disminuir costos operativos y mejorar condiciones operativas en las redes de distribución de energía eléctrica. Esta clase de fuentes son comúnmente conocidas como GD, los cuales pueden ser



de diferente tecnología, entre las cuales se encuentran los generadores a base de ER (viento, sol, biomasa, etc.) y a base de combustibles fósiles (diésel, gas natural, etc). Estos dispositivos usualmente son empleados para mejorar la cargabilidad de elementos, mejoramiento en los perfiles de tensión y disminución de pérdidas técnicas en el sistema de distribución de energía eléctrica [8] y [1].

Los generadores eléctricos a base gas natural se encuentran entre los más utilizados a nivel de distribución, debido a las ventajas que trae el uso de estos dispositivos, entre las cuales se destacan su alta eficiencia, la reducción de emisiones ambientales, así como los precios bajos y estables del gas natural como combustible [9]. Esto ha ocasionado una creciente interrelación entre el sistema eléctrico y gas natural, haciendo necesario la realización de análisis y estudios para el planeamiento integrado de ambos sistemas, esto con el fin de evitar sobrecostos en ambos sistemas, racionamiento en alguno de los sistemas debido a las necesidades de uno u otro sistema durante su operación y ayudar a mejorar características operativas del sistema eléctrico de distribución. En [10] se realizó una investigación en la cual se demostró que para los sistemas de distribución (electricidad y gas natural) es más económico realizar un planeamiento de la expansión integrado, que realizar un planeamiento individual para cada uno de los sistemas. Actualmente en la práctica el planeamiento conjunto de estos dos sistemas no resulta sencillo debido a diferentes retos técnicos y regulatorios, dificultando dicho proceso.

Adicionalmente se hace necesario incluir dentro del planeamiento integrado la generación de energía eléctrica a partir de fuentes de ER en especial los generadores fotovoltaicos, debido a la fácil implementación de estos dispositivos, lo cual posibilita una masiva penetración de GD y los beneficios que aporta este tipo de tecnología a la red de distribución, beneficios tales como disminución de pérdidas en alimentadores, reducción de emisión de gases de efecto invernadero y disminución de costos de inversión en nuevos elementos, entre otros [11]. En [12] se presenta una investigación en la que se demuestra la importancia de la inclusión de la generación eléctrica a partir de fuentes de ER en el planeamiento de la expansión de las redes de distribución y los posibles beneficios de estas. Sumado a esto, Colombia actualmente cuenta con la ley 1715 que posibilita la inclusión de generación de energía eléctrica derivada de Fuentes No Convencionales de Energía Renovable (FNCER<sup>1</sup>) en los sistemas eléctricos, abriendo una puerta a la inversión de capital público y privado [13].

---

<sup>1</sup> FNCER siglas asignadas por la UPME para denominar los recursos renovables de los cuales se puede obtener energía en Colombia.

También es importante tener presente los retos que imponen las FNCER a la hora de ser incluidos en los sistemas eléctricos actuales, debido a su naturaleza no determinística. Por lo expuesto anteriormente, el problema de planeamiento integrado de sistemas de electricidad – gas natural, considerando generación distribuida y la incertidumbre de fuentes renovables de energía presenta una alta complejidad matemática, debido a la gran cantidad de posibilidades que aparecen en el proceso de búsqueda de una solución de calidad al menor costo posible, que cumpla criterios técnicos y operativos. Es por esto que la temática desarrollada en esta investigación es actualmente un tópico de interés tanto para el sector eléctrico como para el sector de gas natural.

## **1.2. Objetivos**

### **1.2.1. General**

Desarrollar una metodología para la solución del problema del planeamiento integrado de sistemas de distribución electricidad – gas natural considerando generación distribuida y la incertidumbre de las fuentes renovables.

### **1.2.2. Específicos**

- Realizar una revisión del estado del arte referente al planeamiento integrado de sistemas de distribución electricidad – gas natural.
- Realizar una revisión del estado del arte referente a la incorporación de fuentes renovables en el planeamiento de sistemas eléctricos de distribución.
- Desarrollar un modelo de optimización que permita realizar un planeamiento integrado para sistemas de distribución electricidad – gas natural considerando generación distribuida de diferentes tipos.
- Realizar simulaciones sobre un sistema de prueba para verificar el comportamiento del modelo propuesto y analizar los resultados obtenidos.
- Redacción y publicación de un artículo como resultado de la investigación.

## **2. ESTADO DEL ARTE**

En este capítulo se presenta el estado del arte del problema de planeamiento integrado de sistemas de distribución de electricidad – gas natural con generación distribuida y se muestran algunas de las investigaciones más relevantes en esta temática; esta sección se encuentra organizada de la siguiente manera: 2.1. Planeamiento integrado de sistemas eléctricos y gas natural, 2.2. Planeamiento con generación distribuida, 2.3. Planeamiento con energías renovables y 2.4. Planeamiento integrado de la expansión.

### **2.1. Planeamiento integrado de sistemas eléctricos y gas natural**

El problema de la integración de los sectores de electricidad y gas natural es un tema que se ha estudiado ampliamente en los últimos años, dado a que la relación entre estos aumenta año tras año, debido principalmente a las ventajas que ofrece el gas natural en comparación con otros combustibles, destacando aspectos tales como el costo de adquisición, impacto ambiental, entre otros.

Las investigaciones sobre el tema se dividen generalmente en las siguientes categorías:

- Planeamiento de la expansión de sistemas eléctricos de distribución considerando generación distribuida a base de combustibles fósiles incluido el gas natural [3], [4] y [8].
- Planeamiento de la expansión de sistemas eléctricos de distribución considerando generación de ER [5], [12], [14] y [15].
- Planeamiento de la expansión integrado de sistemas de distribución electricidad - gas natural considerando GD [1], [10], [7], [16], [17] y [18].

En la literatura consultada no se encuentra información acerca del tema de planeamiento de la expansión integrado de sistemas de distribución electricidad – gas natural considerando GD a base de gas natural y energías renovables, el cual corresponde al tema que se pretende abordar en este trabajo de grado.

## **2.2. Planeamiento con generación distribuida**

En los estudios de planeamiento con GD se destacan los siguientes trabajos: En [3] se formula una metodología con el fin de encontrar la ubicación y el tamaño óptimo de GD, para dar solución al problema emplean secuencialmente diversas estrategias entre ellas un algoritmo genético, encontrando que el uso de GD mejora los perfiles de los voltajes, reducen las pérdidas del sistema e incrementan la eficiencia del sistema.

En el estudio detallado en [4], se propone un nuevo enfoque para encontrar la ubicación óptima de GD en un sistema de distribución, la metodología propuesta es solucionada mediante un algoritmo de programación lineal; los resultados obtenidos muestran que la buena ubicación de los GD ayuda a reducir sensiblemente las pérdidas del sistemas, además encontraron que el factor de carga con el que opera y las características de funcionamiento de los GD tienen un impacto significativo en la eficiencia de entrega de energía.

Por otra parte, en [8] se presenta un modelo para el planeamiento conjunto de la expansión de redes de distribución y GD, el modelo desarrollado es de características lineal entero mixto, mediante el cual garantizan se encontrara el óptimo global del problema, el modelo considera la inversión en nuevos alimentadores, subestaciones y GD, repotenciación de alimentadores y subestaciones existentes y algunos costos operativos de la red, el modelo es validado en dos sistemas de prueba, mostrando que la inclusión de generación distribuida en el planeamiento de las redes de distribución ayuda a reducir sustancialmente los costos de inversión.

## **2.3. Planeamiento con energías renovables**

En los trabajos de planeamiento con ER sobresalen los estudios publicados en [5], [12], [14] y [15]. En el primero de estos se propone una metodología de solución basada en índices de estabilidad de voltaje para la óptima ubicación y dimensionamiento de GD, más específicamente turbinas eólicas; la metodología propuesta es evaluada en tres sistemas de prueba obteniendo que el uso de fuentes distribuidas mejora la regulación de voltaje, los índices de estabilidad de voltaje y reduce las pérdidas totales de la red de distribución.

En [12] se desarrolla un algoritmo iterativo empleando un modelo de optimización propuesto por los mismos autores, para realizar la incorporación de incertidumbre y

confiabilidad en la dinámica del planeamiento de la expansión de sistemas de distribución con ER, con esta iniciativa los autores buscan ofrecer una herramienta a los planeadores de sistemas de distribución, la cual les brinde un conjunto de soluciones factible para que ellos basados en sus propios criterios y necesidades escojan la solución que más les convenga y los beneficie.

En [14] se presenta una revisión del estado del arte en lo relacionado al uso de GD en los sistemas eléctricos, en este documento se listan las clases de GD existentes, los beneficios de cada una de las tecnologías, los retos relacionados con el uso de los GD, las metodologías empleadas para solucionar el problema del planeamiento de la expansión de sistemas de distribución con GD; además los autores realizan análisis de las diferentes formas de manejar la incertidumbre que se presenta en los sistemas de distribución por el uso de GD.

Finalmente, en [15] se propone un modelo estocástico multietapa de planeamiento considerando GD, para la toma de decisiones bajo incertidumbre, la cual es introducida por el uso de fuentes intermitentes de generación (GD), el modelo propuesto es probado mediante un sistema de distribución de la vida real como caso de estudio, con el fin de mostrar la efectividad del modelo.

#### **2.4. Planeamiento integrado de la expansión**

A continuación se muestran los estudios de planeamiento integrado de la expansión con mayor afinidad a la temática desarrollada en este documento. Entre los trabajos más destacados se encuentran, el propuesto en [1] donde se desarrolla una alternativa para el planeamiento integrado de redes de distribución electricidad y gas natural de largo plazo, empleando un modelo no lineal entero mixto en conjunto con una técnica heurística. Mediante el uso de un caso de estudio estos autores demostraron que mediante la metodología propuesta era posible calcular la ubicación y tamaño óptimo, así como el momento indicado para la adición de GD a base de gas natural, al igual que la ruta óptima de ductos para asegurar el adecuado suministro de gas natural.

En [10] se plantea un modelo de optimización no lineal entero mixto para el planeamiento integrado de redes de distribución de electricidad y gas natural considerando alta penetración de GD a base de gas natural, donde el modelo fue solucionado empleando una técnica metaheurística, demostrando que es más económico planear las redes conjuntamente, que planear cada red por separado. Este trabajo fue complementado posteriormente incluyendo en el modelo una

manera de considerar la incertidumbre tanto en las demandas eléctricas como en los consumos de gas, mostrando que hay una topología de bajo costo que está en capacidad de suplir los diferentes escenarios de demanda eléctrica y de gas natural [7].

Por otra parte, en [16] los autores presentan un modelo bi-nivel multietapa para realizar el planeamiento integrado de sistemas de electricidad y gas natural, los autores emplean un algoritmo híbrido para solucionar el modelo, el cual está conformado por “*binary particle swarm optimization*” y un método de punto interior; el método propuesto es probado en un caso de estudio, empleando la red de transmisión de gas natural y electricidad del occidente de Dinamarca, mostrando la efectividad de la metodología.

En [17] los autores modelan el problema de planeación como un problema de optimización no lineal entero mixto con restricciones de oportunidad, el cual es solucionado mediante un enfoque de planeamiento secuencial, con ello mostrando que el planeamiento integrado mejora los índices de confiabilidad del sistema.

Finalmente, en [18] se presenta un enfoque de planeación probabilístico basado en un método de programación de restricciones de oportunidad con el fin de resolver el problema del planeamiento integrado de sistemas de electricidad y gas natural, el modelo considera costos de inversión en bancos de capacitores, GD, ductos de gas natural y algunos costos operativos, mostrando que el enfoque propuesto alcanza topologías más económica y confiable en comparación con el tradicional enfoque de planeamiento secuencial.

### **3. DESARROLLO DEL MODELO MATEMÁTICO DE OPTIMIZACIÓN**

En este capítulo se presenta el modelo matemático implementado en el programa de optimización que brinda el planeamiento integrado para redes de distribución de electricidad y gas natural. Se describen las diferentes restricciones que componen el modelo, tanto para el sistema eléctrico de distribución como para el sistema de distribución de gas natural.

#### **3.1. Descripción del modelo de optimización**

En esta investigación se propone un modelo de optimización para realizar el planeamiento integrado de sistemas de distribución electricidad y gas natural, incluyendo GD; el cual a diferencia de otros modelos planteados en la literatura, realiza un planeamiento conjunto para ambos sistemas de distribución al tiempo que considera GD (fotovoltaicos y a base de gas natural), como se mencionó anteriormente el llevar a cabo un planeamiento integrado ayuda a reducir significativamente los costos de inversión [10].

El modelo propuesto tiene la particularidad de ser un modelo estocástico bi-etapa de tipo lineal entero mixto, lo que permite garantizar que en un número finito de iteraciones se alcance el óptimo global del problema. Sumado a lo anterior, el modelo tiene en cuenta características importantes tales como: inversión en alimentadores nuevos, aumento de capacidad de alimentadores existentes, instalación de nuevas subestaciones, aumento de capacidad de subestaciones existentes, dimensionamiento y ubicación de GD, entre otras características para el sistema eléctrico y para el sistema de gas natural inversión en ductos nuevos, aumento de capacidad de ductos existentes, instalación de nuevas CG, aumento de capacidad de CG existentes, entre otras características.

El modelamiento matemático implementado tiene en cuenta: La estocasticidad o variabilidad inherente a la operación de los generadores fotovoltaicos mediante el uso de escenarios, que la totalidad de la demanda nodal de ambos sistemas debe ser atendida, sin que se viole ninguna de las restricciones del modelo y que la topología final debe ser de característica radial y telescópica, entre otros aspectos. Además, con el modelo desarrollado se busca estudiar el impacto de la penetración de energía fotovoltaica a gran escala en los sistemas eléctricos de distribución.

El modelo matemático del programa de optimización que realiza el planeamiento integrado para redes de distribución de electricidad y gas natural con GD se muestra a continuación.

La nomenclatura empleada en el modelo, la interpretación de la misma y las características de las variables usadas se encuentra especificada en el anexo 1. Además, se emplearon las siguientes reglas para simplificar la notación:

- Las variables se presentan en cursiva y negrilla, y las constantes en cursiva. Por ejemplo,  $Q_{i,j}^k$  se refiere a una variable,  $Q_{i,j}^k$  es un parámetro, y  $k, i$  and  $j$  son los índices particulares dentro de los conjuntos. Se emplean minúsculas para referirse genéricamente a un índice y mayúsculas si un índice es igual a un valor particular en un conjunto. Por ejemplo, para referirse al elemento donde  $j = J_0$ , se escribirá  $Q_{i,J_0}^k$ .
- Se usa una letra en mayúscula y un circunflejo para referirnos a un conjunto  $\hat{A}$ . Los conjuntos también pueden depender de un índice como  $\hat{A}_n$ .
- Los límites superior e inferior se denotan con una barra arriba (límite superior) o inferior (límite inferior) y el nombre de la variable. Por ejemplo,  $\bar{Q}$  y  $\underline{Q}$  son los límites superior e inferior de la variable  $Q_{i,j}^k$ .
- La nomenclatura del modelo matemático se presenta en inglés, ya que como se mencionó anteriormente, los resultados de esta investigación se emplearán para la construcción de un artículo académico.

## Función Objetivo

$$OF = \sum_{st=1}^{NST} u_f^{(st-1)\tau} \left( \begin{array}{l} \underbrace{\sum_{r \in \hat{O}} \sum_{j \in \hat{F}^r} \sum_{c \in \hat{C}^r} IC_{j,c}^r \cdot \sigma_{j,c}^r}_{\text{Investment cost in assets}} \\ + u_f \sum_{t \in \hat{T}} \left( \underbrace{\sum_{j \in \hat{F}^{CG}} \sum_{c \in \hat{C}^{CG}} CNG_t \cdot \psi_{j,c,t}^{CG}}_{\text{Cost of natural gas}} + M \left( \underbrace{\sum_{s \in \{EDS, GDS\}} \sum_{i \in \hat{B}^s} UD_{i,t}^s}_{\text{Cost of rationing}} \right) \right) \\ + u_f \sum_{t \in \hat{T}} \left( \underbrace{\sum_{j \in \hat{F}^F} \sum_{c \in \hat{C}^F} CLO_t \cdot R_{j,c} \cdot SC_{j,c,t}^F}_{\text{Cost of losses in feeders}} + \underbrace{\sum_{j \in \hat{F}^{ES}} \sum_{c \in \hat{C}^{ES}} CLO_t \cdot NV \cdot I_{j,c,t}^{ES}}_{\text{Cost of using the ES}} \right) \end{array} \right) \quad (1)$$

$\hat{O} = \{ES, NGG, PVG, F, CG, P\}$



La ecuación (1) presenta la función objetivo del modelo, la cual se compone de cinco términos, que corresponden al valor presente de los costos de inversión y operación de ambas redes (eléctrica y gas natural). El primer término representa los costos de inversión en construcción y expansión de generadores de gas natural (NGG), generadores fotovoltaicos (PVG), alimentadores (F), subestaciones eléctricas (ES), city gate (CG) y ductos (P). Los siguientes dos términos representan el costo del gas natural utilizado y las penalidades asociadas con la demanda no suministrada en ambas redes. Los dos últimos términos corresponden a los costos operativos de la red eléctrica, que están dados por los costos de las pérdidas técnicas en los alimentadores y el costo de la energía suministrada por las ES, a lo largo del horizonte de planeamiento.

Es importante mencionar que para la red de gas natural no se consideraran los costos operacionales relacionados con las pérdidas técnicas, ya que estos generalmente están asociados con el consumo de gas en los compresores, y en los niveles de distribución no es común el uso de dicho equipo [10].

La función objetivo es minimizada sujeta a un conjunto de restricciones que garantizan la factibilidad técnica y operativa para ambos sistemas de distribución, dichas restricciones se presentan a lo largo de este capítulo.

### **3.2. Restricciones de la red de distribución eléctrica**

Para el modelo de la red eléctrica de distribución, se emplea un modelo basado en corriente, el cual relaciona los flujos de corriente por los tramos de red con las tensiones nodales a las cuales es sometido el elemento. Además de esto se involucran restricciones asociadas a radialidad del sistema, límites de capacidad de elementos, modelamiento de la corriente de la demanda en función de la tensión nodal, operación de GD, telescopicidad, entre otras restricciones.

En el modelamiento empleado se hace uso de una linealización a trozos, para el cálculo de las pérdidas eléctricas del sistema, ya que en dicho cálculo aparecen variables cuadráticas correspondientes a la corriente por los alimentadores, variables que harían al modelo no lineal. La linealización de variables cuadráticas empleada es la propuesta en [19] (ver anexo 2), esto con el fin de preservar la linealidad del modelo.

Las restricciones de la red eléctrica se dividen en dos sub-grupos, restricciones operativas (2) - (13) y restricciones topológicas (14) - (31). El balance de potencia

nodal se encuentra representado por la ecuación (2), ecuación que debe ser satisfecha para cada nodo del sistema eléctrico y para cada periodo t.

$$\sum_{r \in \hat{A}} \sum_{j \in \hat{F}^r} \sum_{c \in \hat{C}^r} a_{i,j}^r I_{j,c,t}^r = DC_{i,t} - UD_{i,t}^{EDS}; \quad \forall i \in \hat{B}^{EDS}, \forall t \in \hat{T}, \hat{A} = \{ES, NGG, PVG, F\} \quad (2)$$

La ecuación (3) representa los límites de corriente máxima para todos los alimentadores, tanto existentes como nuevos, la restricción se habilita mediante la variable binaria  $\sigma_{j,c}^F$ , tomando un valor de 1 cuando existe o se instala el alimentador y 0 en el caso contrario.

$$-\bar{I}_c \sigma_{j,c}^F \leq I_{j,c,t}^F \leq \bar{I}_c \sigma_{j,c}^F; \quad \forall j \in \hat{F}^F, \forall c \in \hat{C}^F, \forall t \in \hat{T} \quad (3)$$

Con la ecuación (4) se garantiza que la capacidad máxima de corriente de los diferentes tipos de fuentes eléctricas no sea superada, es decir, la máxima capacidad de las ES, los NGG y los PVG. Esta restricción tiene en cuenta que la capacidad de las fuentes eléctricas existentes puede ser ampliada, al igual que la ecuación anterior esta es habilitada mediante la variable binaria  $\sigma_{j,c}^r$ , tomando el valor de 1 cuando existe o se instala una determinada fuente eléctrica y 0 en el caso contrario.

$$0 \leq I_{j,c,t}^r \leq \rho_i^r CAP_{j,c}^r \sigma_{j,c}^r; \quad \forall r \in \{ES, NGG, PVG\}, \forall j \in \hat{F}^r, \forall c \in \hat{C}^r, \forall t \in \hat{T} \quad (4)$$

Para asegurar que la capacidad total de GD instalada en red de eléctrica de distribución sea menor o igual a la máxima permitida por la regulación y que las tensiones en los nodos del sistema se mantengan en los límites operativos permitidos, se emplean las ecuaciones (5) y (6) respectivamente.

$$\sum_{r \in \{NGG, PVG\}} \sum_{j \in \hat{F}^r} \sum_{c \in \hat{C}^r} CAP_{j,c}^r \sigma_{j,c}^r \leq MDGC; \quad (5)$$

$$\underline{V}_i \leq V_{i,t} \leq \bar{V}_i; \quad \forall i \in \hat{B}^{EDS}, \forall t \in \hat{T} \quad (6)$$

La ecuación (7) es una representación lineal de la corriente de carga en función de la potencia demandada y la tensión de nodal [20].

$$CD_{i,t}^{EDS} = \frac{S_{i,t}(2 - V_{i,t})}{NV}; \quad \forall i \in \hat{B}^{EDS}, \forall t \in \hat{T} \quad (7)$$

Las ecuaciones (8) y (9) representan la Ley de Ohm para los alimentadores existentes y nuevos respectivamente. La ecuación (9) es una restricción de tipo disyuntiva, la cual asegura que cuando se instale un alimentador nuevo  $\sigma_{j,c}^F = 1$ , la caída de tensión en este no sea mayor a los límites permitidos, en caso contrario permite que las tensiones nodales puedan tomar cualquier valor.

$$\sum_{c \in \hat{C}^F} I_{j,c,t}^F Z_{j,c}^F = - \sum_{i \in \hat{B}^{EDS}} a_{i,j}^F V_{i,t}; \quad \forall j \in \hat{X}^F, \forall t \in \hat{T} \quad (8)$$

$$-\Delta V \left( 1 - \sum_{c \in \hat{C}^F} \sigma_{j,c}^F \right) \leq \sum_{c \in \hat{C}^F} Z_{j,c} I_{j,c,t}^F + \sum_{i \in \hat{B}^{EDS}} a_{i,j}^F V_{i,t} \leq \Delta V \left( 1 - \sum_{c \in \hat{C}^F} \sigma_{j,c}^F \right); \quad \forall j \in \hat{N}^F, \forall t \in \hat{T} \quad (9)$$

Las ecuaciones (10) - (13) representan la aproximación lineal a trozos del cuadrado de la corriente por los alimentadores, cantidad requerida para el cálculo de las perdidas óhmicas, dichas ecuaciones se describen a profundidad en [19], [21] y el anexo 2.

$$I_{j,c,t}^F = PC_{j,c,t}^F - NC_{j,c,t}^F; \quad \forall j \in \hat{F}^F, \forall c \in \hat{C}^F, \forall t \in \hat{T} \quad (10)$$

$$PC_{j,c,t}^F + NC_{j,c,t}^F = \sum_{q=1}^{NLS} \Delta_{j,c,q,t}^F; \quad \forall j \in \hat{F}^F, \forall c \in \hat{C}^F, \forall t \in \hat{T} \quad (11)$$

$$SC_{j,c,t}^F = \sum_{q \in \hat{D}^{EDS}} m_{c,q}^F \Delta_{j,c,q,t}^F; \quad \forall j \in \hat{F}^F, \forall c \in \hat{C}^F, \forall t \in \hat{T} \quad (12)$$

$$0 \leq \Delta_{j,c,q,t}^F \leq \bar{\Delta}_c^F; \quad \forall j \in \hat{F}^F, \forall c \in \hat{C}^F, \forall q \in \{1, 2, \dots, NLS\}, \forall t \in \hat{T} \quad (13)$$

Las ecuaciones (14) – (32) corresponden a las restricciones topológicas de la red eléctrica, las cuales tienen por función garantizar que la red resultante cumpla los requerimientos normativos impuestos generalmente por las empresas de distribución. Usualmente las restricciones topológicas se dividen en cinco grupos de requerimientos, estos son: 1) Todos los nodos terminales de los alimentadores deben tener carga, ecuaciones (14) – (20); 2) La red resultante debe ser de característica radial, ecuación (21); 3) No es permitido que los GD operen en forma

de isla, ecuaciones (22) y (23); 4) No se permite que elementos existentes sean desinstalados, ecuaciones (25) y (26); 5) La red resultante debe poseer una topología de red telescópica, esto quiere decir que el calibre de los alimentadores debe ser igual o menor a medida que el circuito ramal se aleja de la SE, ecuaciones (27) – (33).

Es importante mencionar, que es posible que existan empresas de distribución que no exijan el total cumplimiento de algunas de las anteriores restricciones de topología, en dicho caso, la adaptación del modelo a las exigencias del agente distribuidor es muy simple, pues solo consiste en retirar las restricciones no requeridas.

Las ecuaciones (14) – (18) son las restricciones que modelan el comportamiento de los nodos de paso, tanto para nodos normales de la red como para nodos de posibles ES. Además, garantizan que los nodos que sean utilizados como nodos de paso se encuentren conectados a dos alimentadores y para de esta forma garantizar que dichos nodos no queden ubicados al final de un circuito.

$$\sum_{c \in \hat{C}^F} \sigma_{j,c}^F \leq y_i; \quad \forall j \in \hat{N}^F, \forall i \in \hat{E}_j \quad (14)$$

$$\sum_{c \in \hat{C}^F} \sigma_{j,c}^F \leq w_i + \sum_{c \in \hat{C}^{ES}} \sigma_{j,c}^{ES}; \quad \forall j \in \{\hat{N}^{ES} \cup \hat{N}^F\}, \forall i \in \hat{G}_j \quad (15)$$

$$\sum_{j \in \hat{N}^F} \sum_{c \in \hat{C}^F} |a_{i,j}^F| \sigma_{j,c}^F \geq 2y_i; \quad \forall i \in \hat{H} \quad (16)$$

$$\sum_{j \in \hat{N}^F} \sum_{c \in \hat{C}^F} |a_{i,j}^F| \sigma_{j,c}^F \geq 2w_i; \quad \forall i \in \hat{R} \quad (17)$$

$$-\left(1 - \sum_{c \in \hat{C}^{ES}} \sigma_{j,c}^{ES}\right) \leq w_i \leq \left(1 - \sum_{c \in \hat{C}^{ES}} \sigma_{j,c}^{ES}\right); \quad \forall i \in \hat{R}, \forall j \in \hat{D}_i \quad (18)$$

Note sé que las ecuaciones (14) y (15) garantizan que los alimentadores conectados a posibles nodos de paso o ES nuevas que de no ser instaladas pueden ser usadas como nodos de paso, solo podrán ser instalados si y solo si el nodo se activa su uso como nodo de paso mediante las variables binarias  $y_i = 1$  para nodos paso,

$w_i = 1$  en el caso de nodo de ES usado como nodo de paso o nodo de ES  
 $\sigma_{j,c}^{ES} = 1$  en el caso que se instale una nueva ES.

Las ecuaciones (16) y (17) permiten garantizar que cuando se use un nodo de paso, al menos dos alimentadores sean conectados a él, siendo esto fundamental para evitar la existencia de nodos finales sin carga.

Con (18) se posibilita que los nodos de ES propuestas puedan ser usados como nodos de paso o como nodo de ES y que no tenga ambos usos en forma simultánea, ya que la ecuación es mutuamente excluyente.

$$NEF + \sum_{j \in \hat{N}^F} \sum_{c \in \hat{C}^F} \sigma_{j,c}^F = NEB - NES + \sum_{i \in \hat{R}} w_i - \sum_{i \in \hat{H}} (1 - y_i) \quad (19)$$

La ecuación (19) en conjunto con la ecuación (2), garantiza que la red final sea un sistema de topología radial [22]. En el anexo 2 se muestra cómo opera esta restricción.

Para evitar que los GD que se usen en el sistema de distribución, operen en forma de isla se emplean las ecuaciones (20) y (21), que mediante el uso de flujos ficticios garantizan que todos los nodos con demanda estén conectados al sistema interconectado.

$$\sum_{r \in \{ES, F\}} \sum_{j \in \hat{F}^r} \sum_{c \in \hat{C}^r} a_{i,j}^r F_{j,c}^r = 1; \quad \forall i \in \hat{B}^{EDS} \quad (20)$$

$$-M\sigma_{j,c}^F \leq F_{j,c}^F \leq M\sigma_{j,c}^F; \quad \forall j \in \hat{F}^F, \forall c \in \hat{C}^F \quad (21)$$

La ecuación (22) no permite que durante el proceso de optimización se desinstalen los alimentadores existentes a la vez que posibilita el aumento de capacidad del alimentador. Las ecuaciones (23) y (24) aseguran que no se instale más de un tipo de alimentador en un tramo de red o una ES en un nodo candidato, respectivamente.

$$\sum_{c \in \hat{C}^F} \sigma_{j,c}^F = 1; \quad \forall j \in \hat{X}^F \quad (22)$$

$$\sum_{c \in \hat{C}^F} \sigma_{j,c}^F \leq 1; \quad \forall j \in \hat{N}^F \quad (23)$$

$$\sum_{c \in \hat{C}^r} \sigma_{j,c}^r \leq 1; \quad \forall j \in \hat{F}^r; \quad \forall r \in \{ES, NGG, PVG\} \quad (24)$$

Con el conjunto de ecuaciones (25) – (31) se garantiza que la topología final de la red sea telescópica, esto significa que a medida que el circuito ramal se aleja de la SE, el calibre de los alimentadores se igual o de menor tamaño.

$$\sum_{c \in \hat{C}^F} h_{i,j,u,c}^F \sigma_{j,c}^F \geq \sum_{c \in \hat{C}^F} h_{i,j,u,c}^F \sigma_{u,c}^F; \quad \forall i \in \hat{B}^{EDS}, \forall \{j, u\} \in \{\hat{X}^F \cap \hat{L}_i^F\}, j \neq u \quad (25)$$

$$\sum_{c \in \hat{C}^F} h_{i,j,u,c}^F \sigma_{j,c}^F \geq \sum_{c \in \hat{C}^F} h_{i,j,u,c}^F \sigma_{u,c}^F; \quad \forall i \in \hat{B}^{EDS}, \forall j \in \{\hat{X}^F \cap \hat{L}_i^F\}, \forall u \in \{\hat{N}^F \cap \hat{L}_i^F\}, j \neq u \quad (26)$$

$$\sum_{c \in \hat{C}^F} h_{i,j,u,c}^F \alpha_{j,c} \geq \sum_{c \in \hat{C}^F} h_{i,j,u,c}^F \alpha_{u,c}; \quad \forall i \in \hat{B}^{EDS}, \forall \{j, u\} \in \{\hat{N}^F \cap \hat{L}_i^F\}, j \neq u \quad (27)$$

$$\sum_{c \in \hat{C}^F} h_{i,j,u,c}^F \beta_{u,c} \geq \sum_{c \in \hat{C}^F} h_{i,j,u,c}^F \beta_{j,c}; \quad \forall i \in \hat{B}^{EDS}, \forall \{j, u\} \in \{\hat{N}^F \cap \hat{L}_i^F\}, j \neq u \quad (28)$$

$$PC_{j,c,t}^F \leq \bar{I}_c \alpha_{j,c}; \quad \forall j \in \hat{N}^F, \forall c \in \hat{C}^F, \forall t \in \hat{T} \quad (29)$$

$$NC_{j,c,t}^F \leq \bar{I}_c \beta_{j,c}; \quad \forall j \in \hat{N}^F, \forall c \in \hat{C}^F, \forall t \in \hat{T} \quad (30)$$

$$\alpha_{j,c} + \beta_{j,c} \leq \sigma_{j,c}^F; \quad \forall j \in \hat{N}^F \quad (31)$$

En la sección resultados se explica más detalladamente la adición de este conjunto de restricciones al modelo desarrollado.

### 3.3. Restricciones de la red de distribución de gas natural

Para la red de distribución de gas natural, el modelo más empleado es el que hace uso de la ecuación de Weymouth en su forma simplificada, para relacionar el flujo de gas a través de un ducto o tubería con las presiones de entrada y salida del gas, en dicho ducto. El problema que presenta esta clase de formulación es la no

linealidad que presenta la ecuación de Weymouth, razón por la cual se hace extensiva la linealización a trozos empleada para el sistema eléctrico de distribución, todo esto con el interés de preservar la linealidad del modelo de optimización.

Al igual que las restricciones para la red eléctrica, las restricciones de la red de gas natural se dividen en dos subgrupos, restricciones operativas ecuaciones (32) – (46) y restricciones de topología representadas por las ecuaciones (47) – (50).

Las restricciones operativas para la red de gas natural comprenden:

La ecuación (34) modela el balance nodal de flujo de gas natural, ecuación que se debe cumplir para cada uno de los nodos de la red de gas natural y para cada periodo t.

$$\sum_{r \in \{CG, NCG, P\}} \sum_{j \in \hat{F}^r} \sum_{c \in \hat{C}^r} a_{i,j}^r \Psi_{j,c,t}^r = GD_{i,t} - \mathbf{UD}_{i,t}^{GDS}; \quad \forall i \in \hat{B}^{GDS}, \forall t \in \hat{T} \quad (32)$$

Con la ecuación (33) se representa los límites de flujo máximo para todos los ductos, tanto nuevos como existentes, la habilitación de esta restricción dependerá de la variable binaria  $\sigma_{j,c}^P$ , tomando un valor 1 cuando existe o se instala el ducto y 0 en caso contrario.

$$-\bar{\Psi}_c \sigma_{j,c}^P \leq \Psi_{j,c,t}^P \leq \bar{\Psi}_c \sigma_{j,c}^P; \quad \forall j \in \hat{F}^P, \forall c \in \hat{C}^P, \forall t \in \hat{T} \quad (33)$$

Con (34) se modela la máxima capacidad de flujo de gas natural que puede ser entregado por los diferentes tipos de CG, además esta ecuación tiene en cuenta que la capacidad de las CG existentes puede ser ampliada; la restricción se activa mediante la variable binaria  $\sigma_{j,c}^{CG}$ , tomado el valor de 1 cuando existe o se instala una CG y 0 en el caso contrario.

$$\Psi_{j,c,t}^{CG} \leq CAP_{j,c}^{CG} \sigma_{j,c}^{CG}; \quad \forall j \in \hat{F}^{CG}, \forall c \in \hat{C}^{CG}, \forall t \in \hat{T} \quad (34)$$

La ecuación (35) se emplea para garantizar que las presiones nodales se mantengan dentro de límites operativos permitidos.

$$\underline{\pi}_i \leq \pi_{i,t} \leq \bar{\pi}_i; \quad \forall i \in \hat{B}^{GDS}, \forall t \in \hat{T} \quad (35)$$

La ecuación (36) relaciona el flujo de gas a través de un ducto con la presión nodal del ducto, como se mencionó anteriormente esta ecuación es de orden cuadrático, por lo cual se hace uso de las ecuaciones (37) – (46) las cuales surgen de hacer extensiva la linealización a trozos empleada en el sistema eléctrico, con el fin de reemplazar dicho termino cuadrático por uno lineal.

$$-M(1 - \sigma_{j,c}^P) \leq \mathbf{SF}_{j,c,t}^P + (PR_{j,c})^2 \sum_{i \in \overline{\mathbb{B}}^{GDS}} a_{i,j}^P \pi_{i,t} \leq M(1 - \sigma_{j,c}^P); \quad \forall j \in \hat{\mathbb{F}}^P, \forall c \in \hat{\mathbb{C}}^P, \forall t \in \hat{\mathbb{T}} \quad (36)$$

El conjunto de ecuaciones (37) – (46) representan la aproximación lineal a trozos del cuadrado del flujo de gas natural por los ductos del sistema.

$$\Psi_{j,c,t}^P = \mathbf{PF}_{j,c,t}^P - \mathbf{NF}_{j,c,t}^P; \quad \forall j \in \hat{\mathbb{F}}^P, \forall c \in \hat{\mathbb{C}}^P, \forall t \in \hat{\mathbb{T}} \quad (37)$$

$$\mathbf{PF}_{j,c,t}^P + \mathbf{NF}_{j,c,t}^P = \sum_{q \in \overline{\mathbb{D}}^{GDS}} \Delta_{j,c,q,t}^P; \quad \forall j \in \hat{\mathbb{F}}^P, \forall c \in \hat{\mathbb{C}}^P, \forall t \in \hat{\mathbb{T}} \quad (38)$$

$$\mathbf{SF}_{j,c,t}^P = \mathbf{PSF}_{j,c,t}^P - \mathbf{NSF}_{j,c,t}^P; \quad \forall j \in \hat{\mathbb{F}}^P, \forall c \in \hat{\mathbb{C}}^P, \forall t \in \hat{\mathbb{T}} \quad (39)$$

$$\mathbf{PSF}_{j,c,t}^P + \mathbf{NSF}_{j,c,t}^P = \sum_{q=1}^{NLS} m_{c,q}^P \Delta_{j,c,q,t}^P; \quad \forall j \in \hat{\mathbb{F}}^P, \forall c \in \hat{\mathbb{C}}^P, \forall t \in \hat{\mathbb{T}} \quad (40)$$

$$\overline{\Delta}_c^P \delta_{j,c,q+1,t}^P \leq \Delta_{j,c,q,t}^P \leq \overline{\Delta}_c^P \delta_{j,c,q,t}^P; \quad \forall j \in \hat{\mathbb{F}}^P, \forall c \in \hat{\mathbb{C}}^P, \forall q \in \{1, 2, \dots, NLS\}, \forall t \in \hat{\mathbb{T}} \quad (41)$$

$$\mathbf{PF}_{j,c,t}^P \leq M \gamma_{j,c}^P; \quad \forall j \in \hat{\mathbb{F}}^P, \forall c \in \hat{\mathbb{C}}^P, \forall t \in \hat{\mathbb{T}} \quad (42)$$

$$\mathbf{PSF}_{j,c,t}^P \leq M \gamma_{j,c}^P; \quad \forall j \in \hat{\mathbb{F}}^P, \forall c \in \hat{\mathbb{C}}^P, \forall t \in \hat{\mathbb{T}} \quad (43)$$

$$\mathbf{NF}_{j,c,t}^P \leq M(1 - \gamma_{j,c}^P); \quad \forall j \in \hat{\mathbb{F}}^P, \forall c \in \hat{\mathbb{C}}^P, \forall t \in \hat{\mathbb{T}} \quad (44)$$

$$\mathbf{NSF}_{j,c,t}^P \leq M(1 - \gamma_{j,c}^P); \quad \forall j \in \hat{\mathbb{F}}^P, \forall c \in \hat{\mathbb{C}}^P, \forall t \in \hat{\mathbb{T}} \quad (45)$$

$$\sum_{c \in \hat{\mathbb{C}}^P} \delta_{j,c,q,t}^P \leq 1; \quad \forall j \in \hat{\mathbb{F}}^P, \forall q \in \{1, 2, \dots, NLS\}, \forall t \in \hat{\mathbb{T}} \quad (46)$$



La ecuación (47) garantiza que la solución obtenida para el sistema de gas natural sea de topología radial.

$$NEP + \sum_{j \in \hat{N}^P} \sum_{c \in \hat{C}^P} \sigma_{j,c}^P = NGB - NCG \quad (47)$$

Con la ecuación (48) se asegura que no se instale más de una CG por nodo candidato.

$$\sum_{c \in \hat{C}^{CG}} \sigma_{j,c}^{CG} \leq 1; \quad \forall j \in \hat{F}^{CG} \quad (48)$$

Las ecuaciones (49) y (50) evitan que en el sistema se instale más de un tipo de ducto, en el caso de los tramos nuevos y para los tramos de ductos existentes impiden que sean desinstalados.

$$\sum_{c \in \hat{C}^P} \sigma_{j,c}^P \leq 1; \quad \forall j \in \hat{N}^P \quad (49)$$

$$\sum_{c \in \hat{C}^P} \sigma_{j,c}^P = 1; \quad \forall j \in \hat{X}^P \quad (50)$$

### 3.4. Restricción de acople

Por último, se tiene la restricción que vincula el sistema eléctrico de distribución con el sistema de distribución de gas natural. Mediante el uso de la ecuación (51) se convierte la corriente entregada por cada generador eléctrico en flujo de gas natural, elemento que liga a ambos sistemas, ya que el generador a base de gas natural es visto por los dos sistemas de distribución como una variable del problema.

$$\psi_{j,c,t}^{NGG} = Kg_c I_{j,c,t}^{NGG}; \quad \forall j \in \hat{F}^{NGG}, \forall c \in \hat{C}^{NGG}, \forall t \in \hat{T} \quad (51)$$

### 3.5. Modelo estocástico de optimización

Las ecuaciones (1) - (51) representan el problema de planeamiento integrado de sistemas de distribución de electricidad y gas natural con GD a base de gas natural y ER; la forma en la que se encuentra planteado el modelo solo permite considerar

una única condición operativa para las ER. Para incluir de manera adecuada la incertidumbre de las fuentes ER, se propone el uso de múltiples escenarios de irradiancia solar con el fin de que el modelo considere diferentes condiciones operativas y se garantice la mejor topología ante la ocurrencia de cualquiera de ellas.

Reescribiendo el modelo representado por las ecuaciones (1) – (51) en forma compacta (52).

$$\begin{aligned}
 & \min_{\mathbb{X}, \mathbb{Y}} \{ \mathbb{C}_1^T \mathbb{X} + \mathbb{C}_2^T \mathbb{Y} \} \\
 & \text{sa.} \\
 & \mathbb{A}\mathbb{X} + \mathbb{B}\mathbb{Y} \leq \mathbb{g} \quad \} \text{restricciones del sistema eléctrico} \\
 & \mathbb{C}\mathbb{X} + \mathbb{D}\mathbb{Y} \leq \mathbb{h} \quad \} \text{restricciones del sistema de gas} \\
 & \mathbb{E}\mathbb{X} + \mathbb{F}\mathbb{Y} \leq \mathbb{m} \quad \} \text{restricciones de acople}
 \end{aligned} \tag{52}$$

Donde  $\mathbb{X}$  es el vector de todas las variables operativas,  $\mathbb{Y}$  es el vector de todas las variables de inversión,  $\mathbb{C}_1^T$  vector de costos asociados a las variables operativas,  $\mathbb{C}_2^T$  vector de costos asociados a las variables de inversión,  $\mathbb{A}, \mathbb{C}, \mathbb{E}$  matrices de constantes asociadas a las variables de operación,  $\mathbb{B}, \mathbb{D}, \mathbb{F}$  matrices de constantes asociadas a las variables de inversión y  $\mathbb{g}, \mathbb{h}, \mathbb{m}$  vectores de constantes.

Para incluir la variabilidad de las ER, se propone que las variables operativas del modelo dependan de un subíndice  $o$ , donde  $o$  corresponderá a una posible condición operativa ( $o_1, o_2$  y  $o_3$ ), es decir, a un posible valor de irradiación solar, el cual definirá la cantidad de corriente máxima que podrán entregar las fuentes ER (PVG). Esto implica que las variables operativas  $\mathbb{X}_o$  corresponden a decisiones “*wait and see*”, las cuales dependen de la condición operativa que se presente, estas variables son evaluadas al final de cada etapa de planeamiento.

Las variables de inversión  $\mathbb{Y}$ , corresponden a decisiones del tipo “*here and now*”, pues deben ser tomadas independientemente de la condición operativa que se presente, estas variables se evalúan al inicio de cada etapa de planeamiento que es donde se proponen las inversiones necesarias para satisfacer las necesidades del sistema. En la figura 1 se muestra como sería el árbol para optimización del problema considerando diferentes etapas y escenarios de irradiancia solar, dicho árbol corresponde con lo mencionado hace un momento.

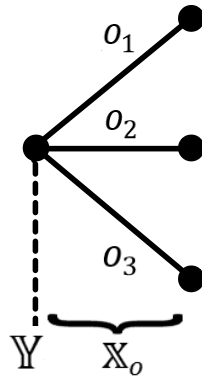


Figura 1. Árbol de optimización

Con lo planteado anterior mente el modelo se puede reescribir de la forma mostrada en (53). Incluyendo de esta manera la estocasticidad de las energías renovables en el modelo de optimización.

$$\begin{aligned}
 & \min_{X_o, Y} \{ \mathbb{p}_o (C_1^T X_o) + C_2^T Y \} \\
 & \text{sa.} \\
 & AX_o + BY \leq g \quad \} \text{restricciones del sistema eléctrico} \\
 & CX_o + DY \leq h \quad \} \text{restricciones del sistema de gas} \\
 & EX_o + FY \leq m \quad \} \text{restricciones de acople}
 \end{aligned} \tag{53}$$

Donde  $\mathbb{p}_o$  será el vector que contiene la probabilidad de ocurrencia de cada posible escenario de irradiancia solar. La nueva FO minimiza el valor esperado de las diferentes condiciones operativas que se puedan presentar para las ER, sumado al costo de instalar o repotenciar elementos, considerando todas las restricciones mencionadas con anterioridad. Modelar el problema de esta manera permite considerar la incertidumbre de cualquier tipo de fuente ER (no solo los PVG) en el planeamiento de sistemas de distribución.

## 4. RESULTADOS NUMÉRICOS

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos al implementar el modelo matemático para el planeamiento integrado de sistemas de distribución electricidad - gas natural con GD a base de gas natural y ER, desarrollado mediante este trabajo.

Los resultados se obtuvieron mediante la implementación del modelo en el software de optimización comercial GAMS, usando el Solver CPLEX 24.5.4. Dicha implementación se realizó en un computador *Intel (R) Core (TM) i7-6700K* con 32GB de RAM y sistema operativo *Windows® 10 Professional*.

De forma general, este capítulo se encuentra organizada de la siguiente manera: inicialmente se describen los sistemas de prueba utilizados para realizar las simulaciones. Luego se presentan 4 casos de estudio con su correspondiente descripción y los resultados de la simulación de dichos casos, esto con el fin de analizar los beneficios del modelo desarrollado en este trabajo. Finalmente se presenta una serie de tablas donde se comparan los resultados obtenidos en los diferentes casos de estudio.

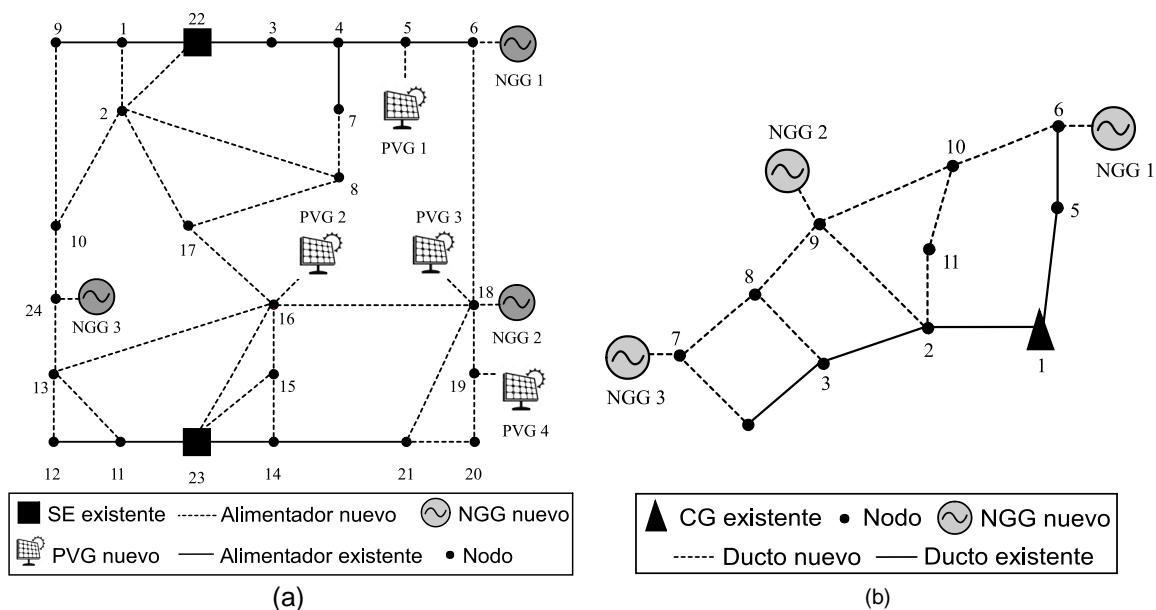


Figura 2. Sistemas de prueba: eléctrico (a) y gas natural (b)

En la figura 2 se presenta la topología tanto para el sistema eléctrico de distribución como para el sistema de distribución de gas natural. El sistema eléctrico (figura 2a) se encuentra conformado por 24 nodos y 35 tramos de red, sistema tomado de [10] con algunas modificaciones, entre las que se tienen, la aparición del nodo 24 el cual puede ser utilizado como un nodo de paso o emplearse para conectar un NGG, la

inclusión de un nuevo NGG en el nodo 24 (NGG3), la adición de los tramos de red 6–18, 16–17, 10–24 y 13–24, estas modificaciones se realizaron con el objetivo de que las dos zonas estuvieran interconectadas y existieran diferentes alternativas de planeamiento a diferencia de lo propuesto en [10], donde las dos zonas del sistema se podían planear por separado en la primera etapa del planeamiento y por último la inclusión de los PVG en distintos nodos del sistema de prueba, esto con el fin de evaluar el impacto de las fuentes ER en el planeamiento.

Para este sistema se tiene que las SE son representadas por cuadrados, los nodos de carga con círculos negros, los tramos de red existentes y nuevos se muestran con líneas continuas y discontinuas, respectivamente, los NGG se identifican con el símbolo de un generador alterno y los PVG se representan con el símbolo de un panel fotovoltaico.

El sistema posee 13 nodos existentes y 11 propuestos, 2 SE existentes (tipo 1 en los nodos 22 y 23), 11 tramos de red existentes (los tramos 22–1 y 22–3 en tipo 2, el resto en tipo 1), 24 tramos de red propuestos, 3 generadores eléctricos a gas natural propuestos (nodos 6, 18 y 24), 4 generadores eléctricos fotovoltaicos propuestos (nodos 5, 16, 18 y 19) y una tensión nominal de 28 kV. La base de datos empleada (demanda nodal, tramos de red, entre otros datos) se encuentra reportada en el anexo 4.

El sistema de gas natural (figura 2b), está constituido por 11 nodos y 14 tramos de ducto; sistema tomado de [10] con la diferencia, que se consideró la adición de un nuevo NGG y se modificó el número de nodos de 30 a 11, debido a la alta carga computacional que representa el sistemas de gas para el modelo de planeamiento integrado. En este sistema las CG son representadas mediante triángulos, los nodos de demanda con círculos negros, los tramos de ductos existentes y nuevos se muestran con líneas continuas y discontinuas, respectivamente y los NGG son representados con el símbolo del generador alterno.

Dicho sistema cuenta con 6 nodos existentes y 5 propuestos, 1 CG existente (tipo 1 en el nodo 1), 5 tramos de ductos existentes (tipo 1), 9 tramos de ductos propuestos, 3 generadores eléctricos a gas natural propuestos (nodos 2, 6 y 7) y una presión nominal de 2.5 PSI. La base de datos empleada (demanda nodal, tramos de ductos, entre otros datos) se encuentra reportada en el anexo 4.

Usualmente en las simulaciones de planeamiento de sistemas de distribución se emplea la curva de duración de carga acumulada, la cual posibilita evaluar los

costos de las pérdidas de energía de una manera más aproximada a la realidad, generalmente dicha curva es dividida en tres niveles de demanda (Máxima, Media y Mínima). Pero este tipo de curva no es la más adecuada para representar el comportamiento de los PVG en el problema de planeamiento de sistemas de distribución; por tal motivo en este trabajo se plantea el uso de la curva de carga; dicha curva se dividió en cinco niveles con el fin de representar e incluir de manera confiable el comportamiento de los PVG en los periodos en que esta se presenta. En la figura 3 se aprecia más claramente lo que se quiere lograr con la curva de carga, ya que con esta, es posible llevar una secuencia cronológica de las horas del día, permitiendo sobreponer los bloques de energía procedentes de las ER (bloques amarillo claro) con los bloques de energía demandada (bloques azul aguamarina), este mismo procedimiento se puede extrapolar para considerar diferentes curvas de irradiancia posibilitando el análisis mediante el uso de escenarios, facilitando evaluar el efecto de las fuentes ER en el planeamiento de sistemas de distribución.

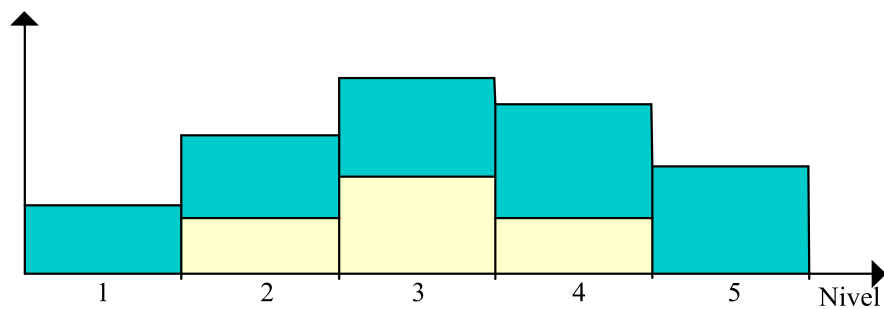


Figura 3. Curva de carga y curva de potencia de salida de PVG

Los niveles de carga en los que se dividió la curva de carga corresponden a 100%, 98.93%, 73.05%, 35.2%, 11.73% de la demanda pico para el sistema de distribución de energía eléctrica, la duración de cada nivel de carga es 1095, 2190, 2190, 1095 y 2190 horas, respectivamente y para el sistema de distribución de gas natural se evalúa el nivel de mayor demanda, el 100% de la demanda pico del sistema, ya que si el sistema es factible para dicho nivel, será factible para los demás valores de demanda, la duración de este nivel de carga es 1095 horas. Además se emplea una tasa de descuento del 10% para traer a valor presente los costos operativos de ambos sistemas.

#### 4.1. Caso 1: Planeamiento tradicional de la red eléctrica sin restricciones de telescopicidad

En este caso se plantea realizar un planeamiento tradicional del sistema de distribución de energía eléctrica. Para ello solo se consideró el conjunto de

restricciones tradicionales asociadas únicamente al sistema eléctrico (1) – (24), teniendo presente que los términos asociados al sistema de gas natural deben ser retirados de la función objetivo, adicional a esto no se consideró GD ni las restricciones de telescopicidad propuestas en este trabajo.

En las primeras pruebas al modelo propuesto, se emplearon los datos correspondientes al sistema eléctrico, mostrados en el anexo 4, además se consideró el posible uso de 4 tipos de alimentador para el sistema. Los resultados obtenidos fueron:

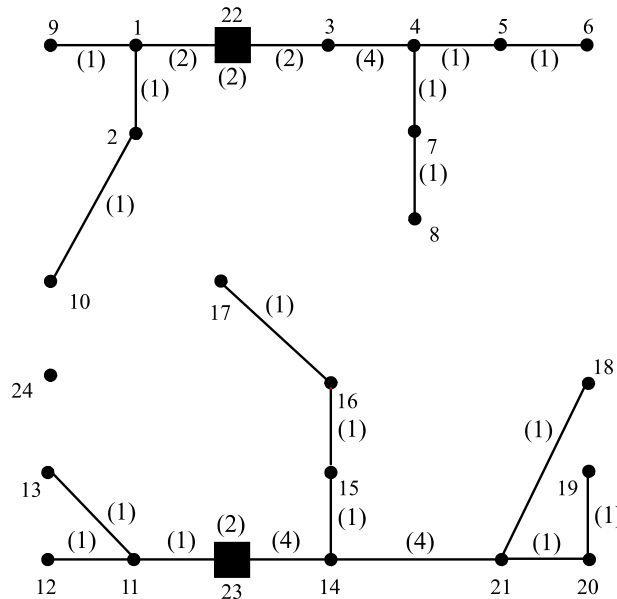


Figura 4. Sistema eléctrico de distribución sin restricciones de red telescópica

Aspecto	Sin restricciones de telescopicidad
Número de variables empleadas	6263
Número de variables binarias	150
Número de ecuaciones	4420
GAP	0%
Tiempo de ejecución	2.155 Horas

Tabla 1. Aspectos relevantes del modelo

Costo	Sin restricciones de telescopicidad
Inversión en el sistema eléctrico	2.564
Operación del sistema eléctrico	172.471
Total	175.035

Tabla 2. Costos del diseño en [MUSD]

En las tablas 1 y 2 se muestran los resultados obtenidos para el caso 1; para la topología de red obtenida se muestra el tipo de cada elemento en paréntesis al lado del respectivo elemento. En la Figura 4 se puede observar, que en el diseño planteado por el modelo, no se cumple el principio de red telescópica en la topología final del sistema, el cual consiste en que el calibre de los alimentadores valla disminuyendo a medida que el circuito ramal se aleje de la ES y en esta ocasión encuentra que el tramo 3–4 es de mayor calibre que el tramo 22–3 (está misma situación se presentó en otros sistemas de prueba en los que se implementó el modelo), con el fin de dar solución a esto, en este trabajo se plantearon una serie de restricciones (ecuaciones (25) – (31)) para ser incluidas en el modelo, las cuales se presentan y explican más detalladamente en el anexo 2.

#### 4.2. Caso 2: Planeamiento tradicional de la red eléctrica con restricciones de telescopicidad

Nuevamente realizando la simulación sobre el sistema de 24 nodos (figura 2a) considerando las ecuaciones (1) – (24), sin considerar GD e incluyendo las ecuaciones de telescopicidad (25) a (31), se obtuvo:

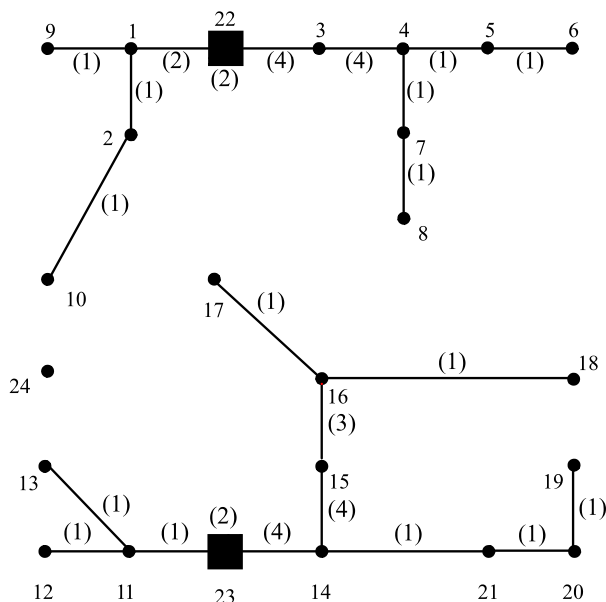


Figura 5. Sistema eléctrico de distribución con restricciones de red telescópica



<b>Aspecto</b>	<b>Con restricciones de telescopicidad</b>
<b>Número de variables empleadas</b>	6455
<b>Número de variables binarias</b>	342
<b>Número de ecuaciones</b>	4785
<b>GAP</b>	0%
<b>Tiempo de ejecución</b>	0.835 Horas

Tabla 3. Aspectos relevantes del modelo

<b>Costo</b>	<b>Con restricciones de telescopicidad</b>
<b>Inversión en el sistema eléctrico</b>	2.771
<b>Operación del sistema eléctrico</b>	172.331
<b>Total</b>	175.102

Tabla 4. Costos del diseño en [MUSD]

En los resultados obtenidos (Figura 5 y tablas 3–4) se puede observar que la topología de red, aunque es un poco más costoso cumple con el requerimiento de ser una red telescópica de característica radial, que era, lo que se deseaba lograr con la implementación de las nuevas restricciones adicionadas al modelo, además se cumple con la directriz de que todas las demandas sean alimentadas.

Como se puede apreciar en las simulaciones preliminares, se hace uso de una gran cantidad de variables binarias y ecuaciones para solucionar el problema de planeamiento, únicamente considerando el sistema eléctrico de distribución. Debido a que el número de variables crece exponencialmente a medida que se aumenta el tamaño del sistema de prueba, se redujo la opción de tipos de alimentador a 2 con el fin de aliviar la carga computacional.

Al simular nuevamente el sistema eléctrico de distribución de la figura 3a, bajo las nuevas condiciones adoptadas y conservando las características anteriores se obtuvieron los siguientes resultados:

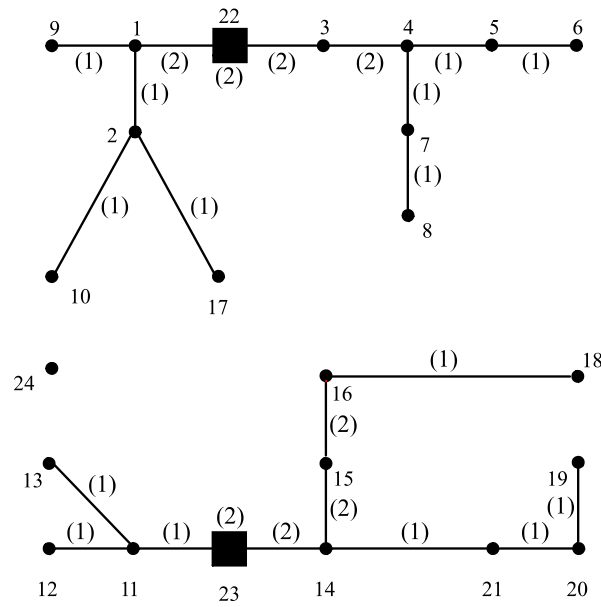


Figura 6. Sistema eléctrico de distribución

Aspecto	Valor
Número de variables empleadas	3419
Número de variables binarias	176
Número de ecuaciones	2799
GAP	0%
Tiempo de ejecución	36.328 Segundos

Tabla 5. Aspectos relevantes del modelo

Costo	Valor
Inversión en el sistema eléctrico	2.499
Operación	171.345
Perdidas eléctricas	1.542
<b>Total</b>	<b>175.386</b>

Tabla 6. Costo del diseño en [MUSD]

Para este caso los costos de operación corresponden a la energía suministrada al sistema eléctrico de distribución, los cuales únicamente se encuentran conformados por el costo de la energía suministrada a través de las ES. En la figura 6 se aprecia que la topología final del diseño obtenido satisface las diferentes restricciones impuesta al modelo. Además, en los resultados de la tabla 6 se observa que los costos operativos de la red representan el 97.695% del costo total, un costo importante a tener en cuenta.

### 4.3. Caso 3: Planeamiento integrado electricidad - gas natural

En este caso se plantea realizar un planeamiento integrado de las redes de distribución de electricidad y gas natural, teniendo en cuenta la localización y dimensionamiento de GD a base de gas natural. Se consideran las restricciones asociadas a ambos sistemas (1) – (51), teniendo presente de no incluir los términos asociados a la GD con fuentes renovables. Los resultados obtenidos para este caso fueron:

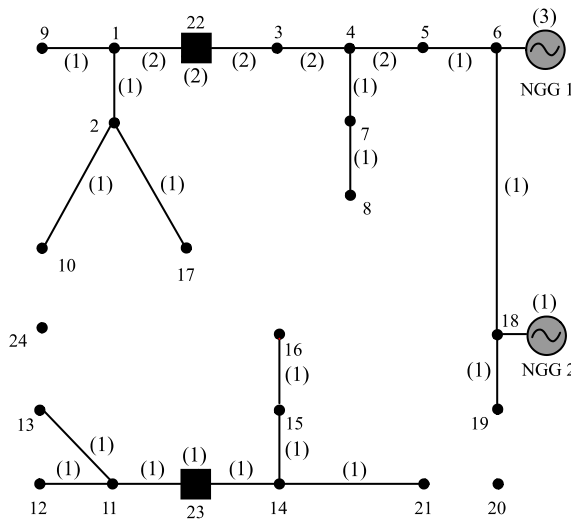


Figura 7. Sistema eléctrico de distribución

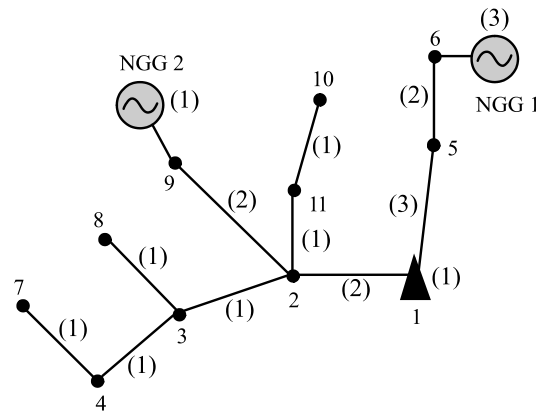


Figura 8. Sistema de distribución de gas natural

Aspecto	Valor
<b>Número de variables empleadas</b>	5154
<b>Número de variables binarias</b>	1322
<b>Número de ecuaciones</b>	4187
<b>GAP</b>	0%
<b>Tiempo de ejecución</b>	4.974 Horas

Tabla 7. Aspectos relevantes del modelo

Costo	Valor
<b>Inversión en el sistema eléctrico</b>	1.801
<b>Inversión en el sistema de gas</b>	0.794
<b>Operación</b>	167.387
<b>Perdidas eléctricas</b>	1.292
<b>Total</b>	171.274

Tabla 8. Costo del diseño en [MUSD]

Los costos de operación corresponden a la energía suministrada al sistema eléctrico de distribución, los cuales se encuentran conformados por el costo de la energía

suministrada a través de las ES y los generadores eléctricos a base de gas natural. En las figuras 7 y 8 se aprecian las topologías de red tanto para el sistema de distribución de energía eléctrica como para el sistema de distribución de gas natural, comparando el diseño de la red eléctrica del caso 3 con el caso 2, se aprecia que se obtiene una topología un poco diferente, presentando los principales cambios en la instalación de los alimentadores 6–18 y 18–19 reemplazando a los alimentadores 16–18, 19–20 y 20–21, además del cambio en el calibre de los alimentador 4–5, 14–15, 15–16 y 14–23, al igual que el cambio en el tipo de la ES del nodo 23; los costos operativos se reducen un 2.309% en comparación a los del caso 2, todo esto a raíz de la instalación de generadores eléctricos distribuidos a base de gas natural.

En lo referente al diseño del sistema de distribución de gas natural, se tiene que todos los tramos que conforman las rutas que alimentan a los generadores distribuidos, son los que presenta los tipos más grandes, debido a que los flujos demandados por los generadores distribuidos representan una demanda considerable.

De estos resultados se puede concluir que, el integrar otras tecnologías de generación de energía a la red eléctrica de distribución, resulta beneficioso para este último, ya que ayuda a disminuir los costos operativos y de inversión.

#### **4.4. Caso 4: Planeamiento integrado con ER**

En este caso se plantea realizar un planeamiento similar al del caso 3, pero considerando la posibilidad de instalar GD a partir de ER (paneles fotovoltaicos). Con el fin de incluir la incertidumbre de este tipo de tecnologías, se consideran múltiples escenarios de radiación solar, los cuales se denominaron: Caso 4a considerando un único escenario de irradiancia solar (alta irradiancia solar), Caso 4b considerando dos escenarios de irradiancia solar (alta y baja irradiancia solar) y Caso 4c considerando tres escenarios de irradiancia solar (alta, media y baja irradiancia solar), es importante mencionar que los PVG son conectados a red (no poseen dispositivos almacenadores de energía).

Para estos casos se emplea el modelo estocástico planteado en la sección 3.5. La ecuación (53) permite considerar diferentes escenarios para el planeamiento de las redes de distribución. Los resultados obtenidos para las variantes del caso 4 se muestran a continuación.

#### 4.4.1. Caso 4a

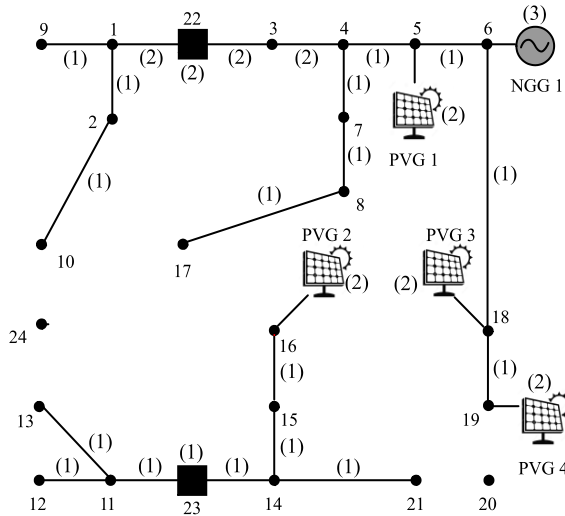


Figura 9. Sistema eléctrico de distribución

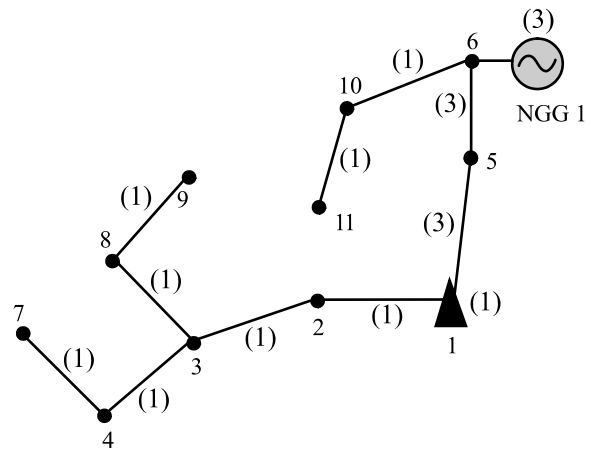


Figura 10. Sistema de distribución de gas natural

Aspecto	Valor
<b>Número de variables empleadas</b>	5182
<b>Número de variables binarias</b>	1330
<b>Número de ecuaciones</b>	4211
<b>GAP</b>	0%
<b>Tiempo de ejecución</b>	3.752 Horas

Tabla 9. Aspectos relevantes del modelo

Costo	Valor
<b>Inversión en el sistema eléctrico</b>	3.161
<b>Inversión en el sistema de gas</b>	0.526
<b>Operación</b>	129.039
<b>Perdidas eléctricas</b>	0.802
<b>Total</b>	133.528

Tabla 10. Costo del diseño en [MUSD]

#### 4.4.2. Caso 4b

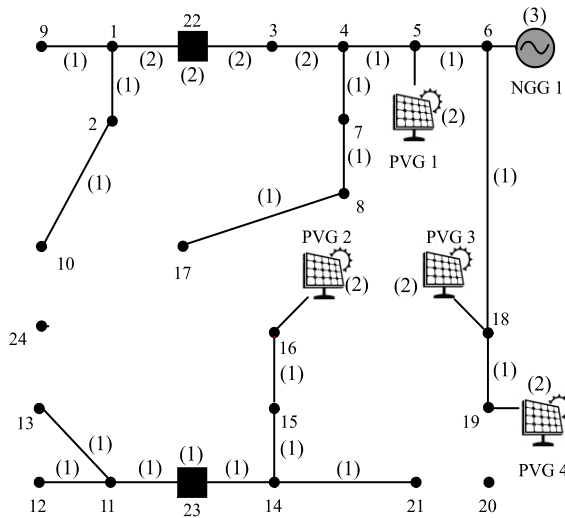


Figura 11. Sistema eléctrico de distribución

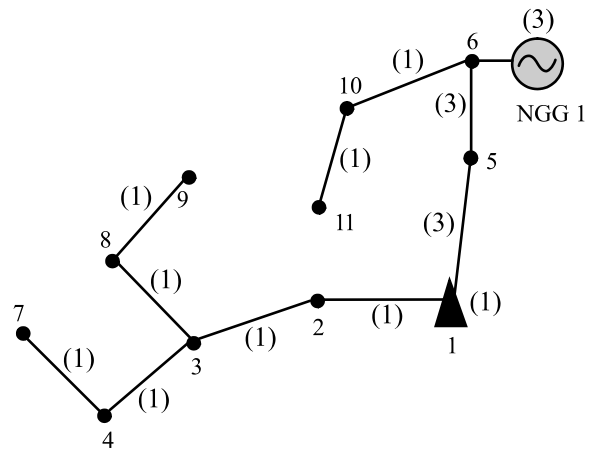


Figura 12. Sistema de distribución de gas natural

Aspecto	Valor
Número de variables empleadas	10011
Número de variables binarias	2380
Número de ecuaciones	7991
GAP	0%
Tiempo de ejecución	3.975 Horas

Tabla 11. Aspectos relevantes del modelo

Costo	Valor
Inversión en el sistema eléctrico	3.161
Inversión en el sistema de gas	0.526
Operación	131.888
Perdidas eléctricas	0.822
<b>Total</b>	<b>136.397</b>

Tabla 12. Costo del diseño en [MUSD]

#### 4.4.3. Caso 4c

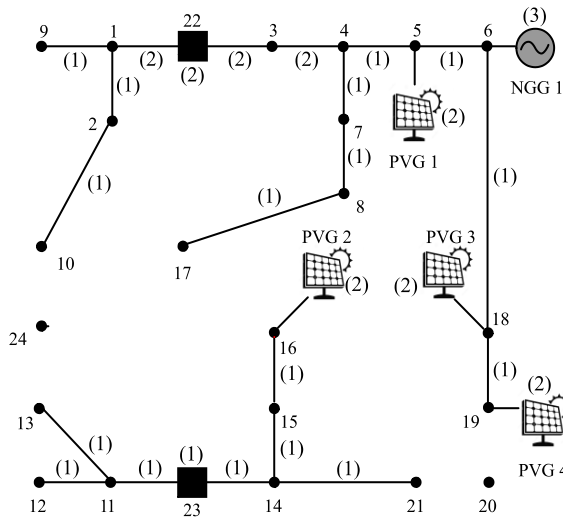


Figura 13. Sistema eléctrico de distribución

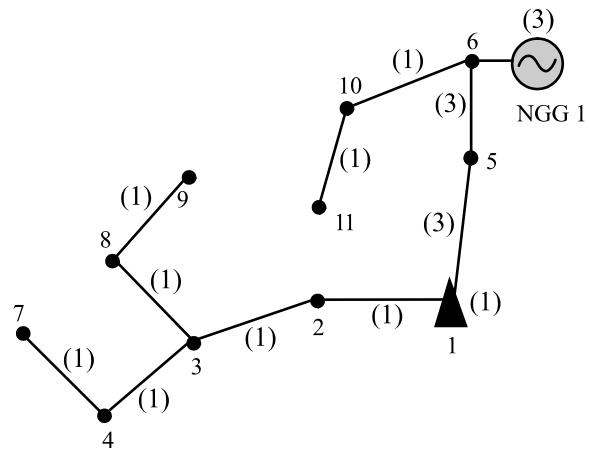


Figura 14. Sistema de distribución de gas natural

Aspecto	Valor
<b>Número de variables empleadas</b>	14795
<b>Número de variables binarias</b>	3430
<b>Número de ecuaciones</b>	11726
<b>GAP</b>	0%
<b>Tiempo de ejecución</b>	4.224 Horas

Tabla 13. Aspectos relevantes del modelo

Costo	Valor
<b>Inversión en el sistema eléctrico</b>	3.161
<b>Inversión en el sistema de gas</b>	0.526
<b>Operación</b>	133.336
<b>Perdidas eléctricas</b>	0.843
<b>Total</b>	137.866

Tabla 14. Costo del diseño en [MUSD]

Como se puede apreciar para los casos 4a – 4c, se obtiene la misma topología de red para ambos sistemas de distribución (figuras 9–14), los cambios que se observan entre los distintos casos corresponden principalmente a los costos operativos. Al igual que en el caso anterior el término de la energía suministrada a la red eléctrica está compuesto por el costo de la energía entregada a través de la ES y los generadores eléctricos a base de gas natural; los costos operativos disminuyen sustancialmente gracias a la inclusión de los PVG. En los resultados de estos casos de estudio se puede apreciar que entre el caso 4b y 4c se presenta un cambio del 1% en el costo total, por tal motivo se consideró que un máximo de 3

escenarios de irradiación solar proveen una precisión aceptable para el problema de planeamiento integrado de sistemas de distribución.

#### 4.5. Análisis de los resultados

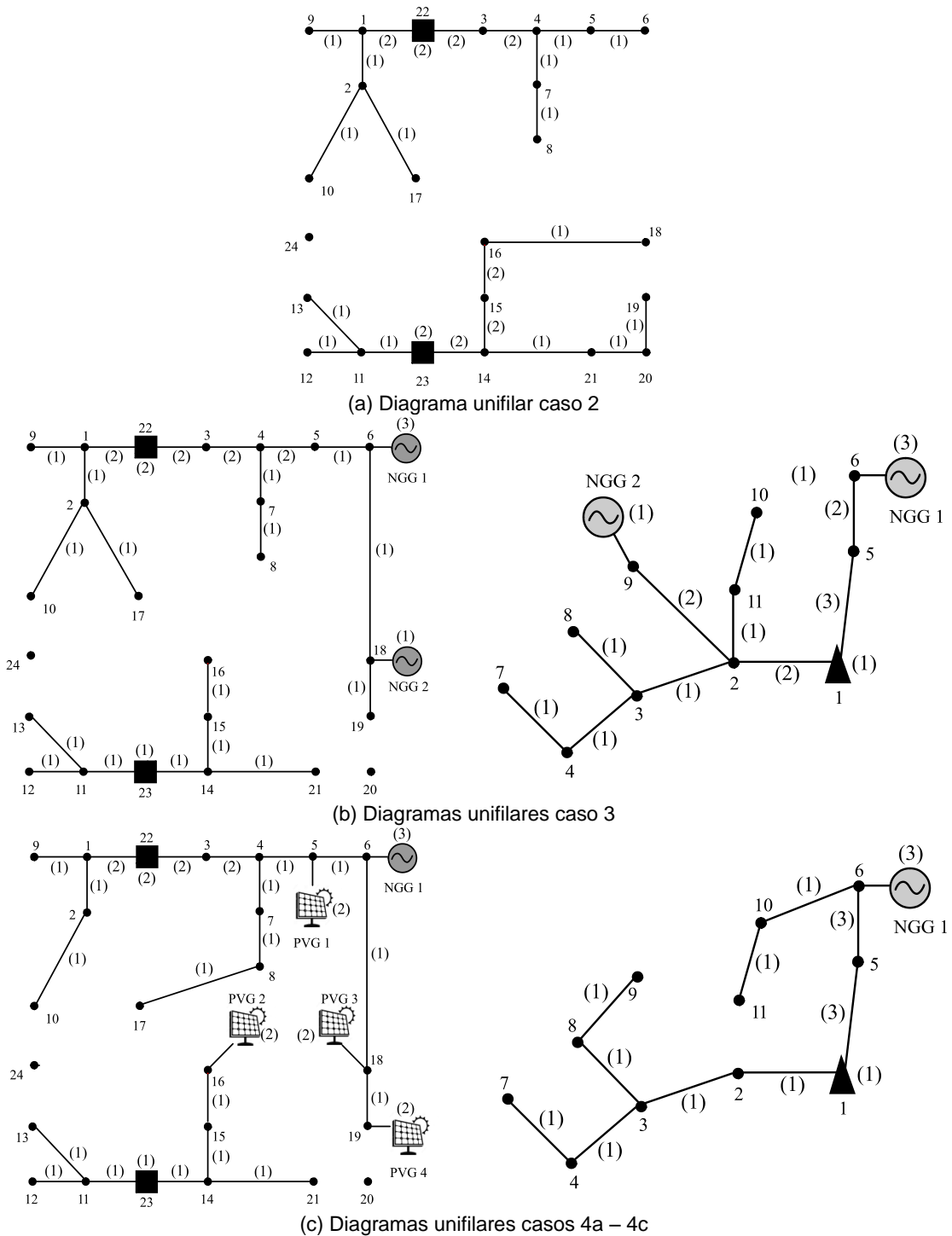


Figura15. Diagramas unifilares de los casos simulados



En la figura 15 se muestran los diagramas unifilares obtenidos para los diferentes casos simulados.

En las tablas 15 y 16 se muestra una comparación de los resultados obtenidos en las diferentes simulaciones realizadas.

	Caso 2	Caso 3	Caso 4		
			a	b	c
<b>Número de Ecuaciones</b>	2799	4187	4211	7961	11771
<b>Número de variables empleadas</b>	3419	5154	5182	9981	14840
<b>Número de variables binarias</b>	176	1322	1330	2380	3430
<b>Tiempo de ejecución</b>	36.328 s	4.974 h	3.752 h	3.975 h	4.224 h
<b>GAP [%]</b>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Tabla 15. Rendimiento computacional

	Caso 2	Caso 3	Caso 4			
			A	b	C	
<b>Costo inversión [MUSD]</b>	<b>ES</b>	0.413	0.103	0.103	0.103	
	<b>NGG</b>	--	0.225	0.190	0.190	
	<b>PVG</b>	--	--	1.558	1.558	
	<b>Alimentadores</b>	2.086	1.697	1.499	1.499	
	<b>Ductos</b>	--	0.569	0.336	0.336	
	<b>City Gates</b>	--	0	0	0	
<b>Costos de inversión sistema eléctrico</b>	2.499	1.801	3.161	3.161	3.161	
<b>Costos de inversión sistema de gas natural</b>	--	0.794	0.526	0.526	0.526	
<b>Costo total de inversión</b>	2.499	2.595	3.687	3.687	3.687	
<b>Costo operacional [MUSD]</b>	<b>Sistema eléctrico</b>	171.345	132.378	99.155	102.004	103.452
	<b>Sistema gas natural</b>	0	35.009	29.884	29.884	29.884
	<b>Costo pérdidas eléctricas</b>	1.542	1.292	0.802	0.822	0.843
<b>Costo operacional total</b>	172.887	168.679	129.841	132.710	134.179	
<b>Costo total</b>	<b>175.386</b>	<b>171.274</b>	<b>133.528</b>	<b>136.397</b>	<b>137.866</b>	

Tabla 16. Inversión y costos operativos en [MUSD]

#### 4.5.1. Aspecto computacional

En la tabla 15, se muestra el tamaño del problema en términos del número de variables y el número de restricciones, así como el rendimiento computacional en términos de tiempo de ejecución, para cada uno de los casos de estudios. Es importante mencionar que para cada uno de los casos de estudio se obtuvo un GAP

de 0%, lo que garantiza el óptimo global. Se observa que los casos 3 y 4 son los más críticos en términos de complejidad matemática, ya que el número de variables y restricciones aumenta drásticamente en comparación con el caso 2, lo que se refleja en los tiempos de ejecución. También es importante mencionar que a medida que aumenta el número de escenarios de irradiación solar, la complejidad matemática aumenta significativamente, ya que para el caso 4b hay un crecimiento promedio de número de ecuaciones y variables del 92% con respecto al caso 4a, mientras que para el caso 4c el crecimiento es 183% con respecto al mismo caso.

#### **4.5.2. Costos de inversión y operación**

En la tabla 16 se muestran los costos de inversión y operación para cada uno de los casos de estudio, en esta se puede observar que el costo de inversión del sistema eléctrico del Caso 2 es 27.9% mayor con respecto al Caso 3, indicando que llevar a cabo un planeamiento integrado ayuda a reducir los costos de inversión considerablemente. Por otro lado, los costos de inversión en el sistema eléctrico de distribución de los Casos 4a, 4b y 4c son más altos a los del caso 2, esto se debe a que en el caso 4 se realizaron inversiones en PVG, lo que permitió reducir los costos de operación y obtener un costo total menor.

Comparando los costos operacionales del Caso 2 (172.887 MUSD), con respecto a los otros casos de estudio, son 2.434% más altos que el Caso 3 (168.679 MUSD), 24.898% más alto que el Caso 4a (129.841 MUSD), 23.239% más que el caso 4b (132.710 MUSD) y 22.389% más que el Caso 4c (134.179 MUSD), lo que demuestra que la GD, independientemente de su clase (NGG o PVG), tiene un impacto significativo en los costos de operación de los sistemas de distribución.

Ahora considerando los costos totales de los casos 4a, 4b y 4c, se aprecia que a medida que aumenta el número de escenarios, los costos tienden a converger a un solo valor. En el caso 4a los costos son menores porque este caso solo considera un escenario de irradiación solar (alta irradiación solar), por lo tanto, se asume que el PVG puede operar 12 horas a plena capacidad, nótese que a medida que se adicionan escenarios con diferente probabilidad de ocurrencia, los costos operativos aumentan debido a que la capacidad de entrega de potencia de los PVG se reduce. Además, es importante resaltar que los costos totales de los casos 4b (136.397 MUSD) y 4c (137.866 MUSD) presentan una diferencia de solo 1%, por esta razón, se considera que un máximo de 3 escenarios de irradiación solar proporcionan una precisión aceptable para el problema de planeamiento integrado de sistemas de distribución electricidad – gas natural. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que

esto podría cambiar con el sistema de prueba, por lo tanto, cada sistema requiere su propio análisis de sensibilidad.

Respecto a los costos operativos del sistema, se observa que en comparación con el Caso 2, las pérdidas técnicas se reducen en un 16.212% para el Caso 3, y en un 46.670% para el Caso 4 en promedio, debido a la inclusión de GD; ya que estos reducen la corriente transmitida por los alimentadores. En cuanto al costo de abastecimiento de la demanda de electricidad, que consiste en el costo de la energía eléctrica entregada por la ES y los NCG; comparado con el Caso 2 (171.345 MUSD), en el Caso 3 (167.387 MUSD) se ahorra un 2.309%, en el Caso 4a (129.039 MUSD) se ahorra un 24.690%, en el Caso 4b (131.888MUSD) se ahorra 23.027% y 22.182% para el Caso 4c (133.336MUSD). Estos resultados muestran que, con el uso de GD, el operador de la red podría ahorrar importantes cantidades de dinero en la compra de energía en el mercado para cumplir con las demandas del sistema.

## **5. CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y TRABAJOS FUTUROS**

### **5.1. Conclusiones**

En este documento se presenta un nuevo modelo de planeación conjunta de la expansión de los sistemas de distribución de electricidad y gas natural con una alta penetración de GD basada en gas natural y generadores fotovoltaicos. El modelo, además de considerar estrategias tradicionales de planeamiento, está en la capacidad de realizar un planeamiento integrado de la red de distribución eléctrica y de gas natural considerando la ubicación y dimensionamiento de GD basado en gas natural y energías renovables,

El modelo considera restricciones topológicas impuestas por las empresas de distribución, así como el costo de la compra de energía eléctrica, el costo de compra del gas natural requerido por la NGG y la incertidumbre de la PVG, acercando lo aún más a la realidad del sector eléctrico y dado que el modelo propuesto es del tipo MILP, es posible garantizar la optimalidad general de los resultados.

Se proponen un grupo de restricciones que permiten garantizar que la topología final de la red sea de característica telescópica, esto significa que a medida que el circuito ramal se aleja de la SE, el calibre de los alimentadores se mantenga igual o disminuya.

Se consideró una curva de carga de cinco niveles para evaluar los costos operativos del sistema, la cual permite modelar de una forma más aproximada el comportamiento de las demandas de la red de distribución, ya que como es sabido las demandas en estos sistemas no son constantes a través del tiempo, además con la curva usada se posibilita hacer un seguimiento a la curva de generación de los PVG.

Los resultados numéricos muestran que el planeamiento integrado de sistemas de distribución de electricidad – gas natural con GD, disminuye los costos de compra de energía, reduce las pérdidas técnicas en el sistema eléctrico, reduce los costos de inversión, mejora las condiciones de operación en ambos sistemas, al tiempo que posibilita encontrar nuevas topologías de red.

Los resultados obtenidos, muestran que la instalación de GD basada en fuentes de energía complementarias como el gas natural y energías renovables es estratégica, ya que permite al operador de red maximizar los beneficios económicos de las

fuentes de energía renovables y al mismo tiempo proporcionar soporte de bajo costo a la variabilidad de las energías renovables mediante el uso de gas natural.

La generación fotovoltaica es una de las tecnologías con mayor potencial a explotar, para la generación de energía eléctrica en un futuro no muy distante, esta cuenta con la gran ventaja de que su implementación es sencilla, por lo cual se ha venido popularizando en todos los ámbitos, al punto de encontrarla implementada desde grandes centros de generación hasta el nivel doméstico; este método de generación ayuda a reducir el impacto ambiental producido por los generadores convencionales.

Si bien el uso de generación de energía eléctrica mediante paneles solares ha aumentado gracias al incremento en la eficiencia de estos, aún queda un largo camino en el estudio para la integración e implementación de los mismos en los actuales sistemas eléctricos de distribución. Adicional a esto se debe ir a la par con los entes gubernamentales para que la implementación de este tipo de generación no sea tan traumática, tanto para los sistemas eléctricos en general como para los usuarios finales.

Con este nuevo modelo se proporciona al sector eléctrico y gas natural un método de solución alternativo para el planeamiento de sistemas de distribución, el cual considera las diferentes características mencionadas anteriormente las cuales posibilitan su uso en aplicaciones bajo el entorno de redes inteligentes.

## **5.2. Recomendaciones y trabajos futuros**

Considerar el efecto de elementos como los almacenadores de energía en conjunto con los PVG para almacenar los excedentes de energía y poder los entregar en otro instante de tiempo, o equipos que permitan realizar reconfiguración del sistema como es el caso de los reconectores o fusibles.

Plantear un modelo multiobjetivo el cual busque minimizar los costos de inversión y operación para ambos sistemas de distribución, al tiempo se mejore algún aspecto operativo de los sistemas.

Debido a que los tiempos de computación aumentan notablemente con la cantidad de escenarios y condiciones de operación, se debería considerar el uso de técnicas de descomposición matemática para aplicarlas al modelo, a fin de reducir su complejidad y mejorar tiempos computacionales.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] B. Odetayo, J. MacCormack, W. D. Rosehart and H. Zareipour, "Integrated planning of natural gas and electricity distribution networks with the presence of distributed natural gas fired generators," in *Power and Energy Society General Meeting (PESGM)*, Boston, MA, USA, 2016, pp. 1-5.
- [2] C. Gischler and N. Janson, "Perspectives for distributed generation with renewable energy in latin america and the caribbean," Discussion Paper [Online]. Inter-American Development Bank, 2011. Available: [www.iadb.org/document.cfm?id=36592937](http://www.iadb.org/document.cfm?id=36592937).
- [3] J. Greatbanks, D. Popovic, M. Begovic, A. Pregelj and T. C. Green, "On optimization for security and reliability of power systems with distributed generation," in *IEEE Power Tech Conference Proceedings*, Bologna, Italy, 2003.
- [4] A. Keane and M. O'Malley, "Impact of distributed generation capacity on losses," in *IEEE Power Engineering Society General Meeting*, Montreal, Quebec, Canada, 2006.
- [5] K. V. Kurmar and M. P. Selvan, "Planning and operation of distributed generations in distribution systems for improved voltage profile," in *IEEE Power Systems Conference and Exposition*, Seattle, WA, USA, 2009 , pp 1-7.
- [6] UPME, "Balance de gas natural en colombia 2016-2025," Available: [www.upme.gov.co/SeccionHidrocarburos\\_sp/Publicaciones/2016/Balance\\_Gas\\_Natural\\_2016\\_2025.pdf](http://www.upme.gov.co/SeccionHidrocarburos_sp/Publicaciones/2016/Balance_Gas_Natural_2016_2025.pdf).
- [7] C. A. Saldarriaga, R. A. Hincapie and H. Salazar, "An integrated expansion planning model of electric and natural gas distribution systems considering demand uncertainty," in *IEEE Power & Energy Society General Meeting*, Denver, CO, USA, 2015, pp. 1-5.
- [8] G. Muñoz-Delgado, J. Contreras and J. M. Arroyo, "Joint expansion planning of distributed generation and distribution networks," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, no. 5, pp. 2579-2590, Sept. 2015.
- [9] P. J. Hibbard and T. Schatzki, "The interdependence of electricity and natural gas: current factors and future prospects," *The Electricity Journal* , vol. 25, no. 4, p. 6–17 , May 2012.
- [10] C. A. Saldarriaga, R. A. Hincapie and H. Salazar, "A holistic approach for planning natural gas and electricity distribution networks," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, no. 4, p. 4052–4063, July 2013.

- [11] Y. Huo and P. Jiang, "Reliability of Distribution Systems Considering Photovoltaic-wind power Generation Systems' Complementary characteristics," in *China International Conference on Electricity Distribution (CICED)*, Shanghai, China, 2012, pp. 1-4.
- [12] G. Muñoz-Delgado, J. Contreras and J. M. Arroyo, "Multistage Generation and Network Expansion Planning in Distribution Systems Considering Uncertainty and Reliability," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 31, no. 5, pp. 3715-3728, Sept. 2016.
- [13] L. N. 1. Colombia., "Por medio de la cual se regula la integración de las energías renovables no convencionales al sistema energético nacional," in *Ministerio de Minas y Energía de Colombia.*, 13 de Mayo de 2014.
- [14] R. H. A. Zubo, G. Mokryani, H. Rajamani, J. Aghaei, T. Niknam and P. Pillai, "Operation and planning of distribution networks with integration of renewable distributed generators considering uncertainties: A review," *EL Sevier, Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 72, pp. 1177-1198, May 2017.
- [15] S. F. Santos, D. Z. Fitiwi, A. W. Bizuayehu, M. Shafie-khah, M. Asensio, J. Contreras, C. M. Pereira and J. Catalao, "Novel multi-stage stochastic DG investment planning with recourse," *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 8, no. 1, pp. 164-178, jan 2017.
- [16] Q. Zeng, B. Zhang, J. Fang and Z. Chen, "A bi-level programming for multistage co-expansion planning of the integrated gas and electricity system," *EL Sevier, Applied Energy*, vol. 200, pp. 192-203, Aug 2017.
- [17] B. Odetayo, J. MacCormack, W. D. Rosehart and H. Zareipour, "A sequential planning approach for Distributed generation and natural gas networks," *EL Sevier, Energy*, vol. 127, pp. 428-437, May 2017.
- [18] B. Odetayo, J. MacCormack, W. D. Rosehart and H. Zareipour, "A chance constrained programming approach to integrated planning of distributed power generation and natural gas network," *EL Sevier, Electric Power Systems Research*, vol. 151, pp. 197-207, Oct 2017.
- [19] J. D. Sousa, M. J. Rider and J. R. S. Mantovani, "Planejamento de sistemas de distribuição de energia elétrica através de um modelo de otimização clássica," in *XLIII simpósio brasileiro de pesquisa operacional*, Ubatuba, SP, Brazil, 2011, pp. 791-802..
- [20] A. G. Ruiz, "A linear three-phase load flow for power distribution systems," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 31, no. 1, pp. 827-828, 2016.

- [21] N. Alguacil, A. L. Motto and A. J. Conejo, "Transmission expansion planning: a mixed-integer lp approach," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 18, no. 3, pp. 1070-1077, Aug 2003.
- [22] M. Lovarato, J. F. Franco, M. J. Rider and R. Romero, "Imposing radiality constrains in distribution system optimization problems," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 27, no. 1, pp. 172-180, 2012.



## ANEXOS

### Anexo 1: Nomenclatura utilizada para el modelo de optimización desarrollado

Este anexo presenta la nomenclatura usada en el modelo de optimización mostrado en la sección 3 de este documento. El mencionado modelo se implementó en el software comercial GAMS y representa una nueva herramienta para el planeamiento de sistemas de distribución.

### Siglas y Abreviaturas

A continuación, se presentan las abreviaturas utilizadas en este documento:

<b>Acrónimo</b>	<b>Significado</b>
UPME	Unidad de Planeación Minero Energética
ER	Energía Renovable
GD	Generación Distribuida
JPEG	Joint Planning of Electricity and Natural Gas
CG	City Gate
NGG	Generado a Gas Natural
PVG	Generador Fotovoltaico
ES	Subestación Eléctrica
P	Ducto de Gas
F	Alimentador Eléctrico
EDS	Sistema Eléctrico de Distribución
GDS	Sistema de Distribución de Gas Natural
MUSD	Millones de Dólares Americanos
CI	Costo de Instalación
CR	Costo de Repotenciación
Pr	Coefficiente de resistencia de los ductos

### Índices

<i>i</i>	Índice de nodos del sistema.
<i>j, u</i>	Índices de elementos del sistema.
<i>c</i>	Índice de tipos de elementos.
<i>s</i>	Índice de sistema de distribución
<i>r</i>	Índice de la clase de activo
<i>t</i>	Índice de periodos de tiempo.

$q$  Índice de segmentos para la linealización de variables cuadráticas.

## Conjuntos

$\hat{O}$	Conjunto formado por todas las clases de activos
$\hat{A}$	Conjunto que contiene las clases de activos del sistema eléctrico
$\hat{B}^s$	Conjunto formado por los nodos del sistema $s$
$\hat{H}$	Conjunto formado por todos los posibles nodos de paso
$\hat{E}_j$	Conjunto que contiene los nodos de paso conectados al alimentador $j$
$\hat{K}$	Conjunto formado por las posibles ES como nodos de paso
$\hat{G}_j$	Conjunto que contiene los nodos de paso de posibles ES conectados al alimentador $j$
$\hat{C}^r$	Conjunto formado por las capacidades discretizadas (o tipos) asociados con todos los activos de clase $r$
$\hat{D}_i$	Conjunto que contiene todas la ES conectadas al nodo eléctrico $i$
$\hat{P}^r$	Conjunto formado por todos los activos existentes y nuevos de clase $r$
$\hat{X}^r$	Conjunto formado por todos los activos existentes de clase $r$
$\hat{N}^r$	Conjunto formado por todos los activos nuevos de clase $r$
$\hat{L}_i^r$	Conjunto que contiene los activos de clase $r$ conectados al nodo $i$
$\hat{T}$	Conjunto formado por los niveles de la curva de duración de carga

## Parámetros de entrada

$a_{i,j}^r$	Parámetro de conectividad que relaciona el activo
$CAP_{j,c}^r$	Máxima capacidad del activo $j$ , clase $r$ , tipo $c$
$\rho_t^r$	Factor de uso de la fuente de clase $r$ , en el periodo $t$
$Irr_t$	Irradiancia solar en el periodo $t$
$MDGC$	Máxima capacidad de GD que puede ser instalada
$S_{i,t}$	Potencia aparente demandada en el nodo $i$ , periodo $t$
$NV$	Voltaje nominal
$R_{j,c}$	Resistencia del alimentador $j$ , tipo $c$
$Z_{j,c}$	Impedancia del alimentador $j$ , tipo $c$
$\Delta V$	Máxima caída de voltaje
$m_{c,q}^r$	Pendiente de la $q$ -ésima sección de linealización del alimentador tipo $c$
$K_j$	Vector de información acerca de los alimentadores conectados a un nodo de paso
$L_j$	Vector de información acerca de los alimentadores conectados a una ES de paso
$NEF$	Número de alimentadores existentes
$NEB$	Número de alimentadores existentes

$NES$	Número de ES del sistema
$M$	Número muy grande
$PR_{j,c}$	Resistencia del ducto $j$ , tipo $c$
$NST$	Número de etapas de planeamiento
$NEP$	Número de ductos existentes
$NGB$	Número de nodos de gas
$NCG$	Número de CG del sistema
$NLS$	Número de secciones de linealización
$Kg_c$	Coficiente para conversión de flujo de gas a energía eléctrica del NCG tipo $c$
$CLO_t$	Costo de las pérdidas de energía para el periodo $t$
$IC_{j,c}^r$	Costo de inversión del activo $j$ , clase $r$ , tipo $c$
$uf$	Factor para expresar los costos en valor presente
$\tau$	Duración de la etapa de planeamiento
$CNG_t$	Costo del gas natural
$GD_{i,t}$	Demanda de gas natural del nodo $i$ , periodo $t$

### Variables binarias

$\sigma_{j,c}^r$	Variable binaria de decisión en inversión de un activo $j$ , clase $r$ , tipo $c$
$y_i$	Variable binaria de decisión de construcción del nodo de paso $i$
$w_i$	Variable binaria de decisión para usar el nodo de la ES $i$ como nodo de paso
$\beta_{j,c}$	Variable binaria que identificar el sentido negativo de la corriente en un nuevo alimentador $j$ , tipo $c$
$\alpha_{j,c}$	Variable binaria que identificar el sentido positivo de la corriente en un nuevo alimentador $j$ , tipo $c$
$\delta_{j,c,q,t}^r$	Variable binaria de decisión de llenado de los deltas para el ducto $j$ , tipo $c$
$\gamma_{j,c}^r$	Variable binaria auxiliar usada en la linealización del flujo a través del ducto $j$ , tipo $c$

### Variables positivas

$SC_{j,c,t}^r$	Cuadrado de la corriente por el activo $j$ , clase $r$ , tipo $c$ , periodo $t$
$PC_{j,c,t}^r$	Positivo de la corriente por el activo $j$ , clase $r$ , tipo $c$ , periodo $t$
$NC_{j,c,t}^r$	Negativo de la corriente por el activo $j$ , clase $r$ , tipo $c$ , periodo $t$
$CD_{i,t}$	Corriente demandada en el nodo $i$ , periodo $t$ .
$UD_{i,t}^s$	Demanda no atendida en el nodo $i$ , sistema $s$ , periodo $t$
$V_{i,t}$	Voltaje en el nodo $i$ , periodo $t$

$\Delta_{j,c,q,t}^r$	Valor del q-ésimo bloque de linealización del activo $j$ , clase $r$ , tipo $c$ , tramo $q$ , periodo $t$ .
$PF_{j,c,t}^r$	Positivo del flujo por el activo $j$ , clase $r$ , tipo $c$ , periodo $t$
$NF_{j,c,t}^r$	Negativo del flujo por el activo $j$ , clase $r$ , tipo $c$ , periodo $t$
$PSF_{j,c,t}^r$	Positivo del flujo cuadrado por el activo $j$ , clase $r$ , tipo $c$ , periodo $t$
$NSF_{j,c,t}^r$	Negativo del flujo cuadrado por el activo $j$ , clase $r$ , tipo $c$ , periodo $t$
$\pi_{i,t}$	Cuadrado de la presión en el nodo $i$ , periodo $t$

### Variables libres

$I_{j,c,t}^r$	Corriente por el activo $j$ , clase $r$ , tipo $c$ , periodo $t$
$F_{j,c}^r$	Variable ficticia para la corriente del activo $j$ , clase $r$ , tipo $c$
$\Psi_{j,c}^r$	Flujo por el activo $j$ , clase $r$ , tipo $c$ , periodo $t$
$SF_{j,c}^r$	Cuadrado del flujo por el activo $j$ , clase $r$ , tipo $c$ , periodo $t$

La interpretación de los conjuntos es la siguiente:

Los conjuntos que no poseen ningún índice son aquellos que contienen el nombre de los activos que componen los sistemas de distribución, como por ejemplo el conjunto representado por la figura 16 el cual se encuentra formado por Subestaciones Eléctricas (ES), Generadores Eléctricos a Gas Natural (NGG), etc.

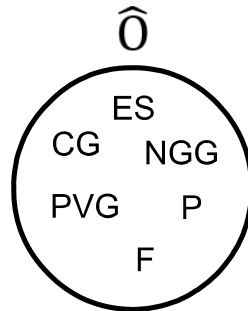


Figura 16. Imagen del conjunto  $O$

Los conjuntos que poseen un subíndice tienen la particularidad de ser conjuntos dinámicos que cambian sus elementos y tamaño según sea el valor que tome el subíndice, como es el caso de los conjuntos de las figuras 17 y 18, el cual contiene los nodos de paso conectados al alimentador  $j$ . La conformación de este tipo de conjuntos puede variar desde conjuntos vacíos hasta conjuntos con múltiples elementos.

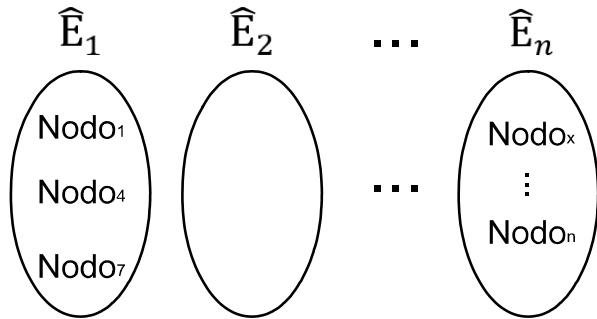


Figura 17. Imagen de conjunto dinámico

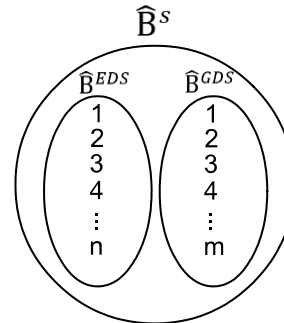


Figura 18. Imagen de conjunto dinámico

Por último, están los conjuntos que poseen superíndice y subíndice, como el mostrado en la figura 19. La operación de este tipo de conjuntos es la siguiente, primero varía el parámetro del superíndice seleccionando un grupo específico de subconjuntos (ES, F, P, etc.), una vez fijo el superíndice comienza a variar el subíndice con el fin de seleccionar el conjunto de elementos pertenecientes al valor del subíndice.

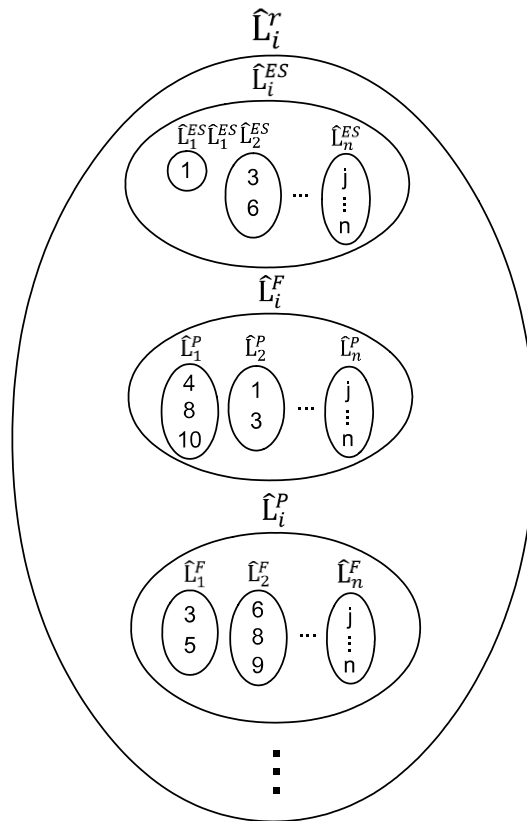


Figura 19. Imagen de conjunto dinámico

## Anexo 2:

### Restricción de radialidad para el sistema eléctrico

Con el fin de mostrar cómo funciona la restricción (19), se hará uso de diferentes casos para analizar las diferentes posibilidades que se pueden presentar, para tal motivo se usará la red de la figura 20.

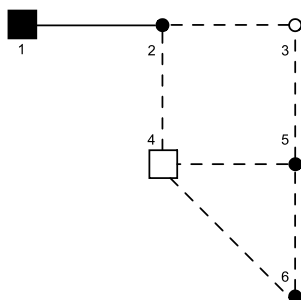


Figura 20. Sistema de 6 nodos

El sistema de la figura 20 consta de una ES existente representada con un cuadrado negro, una ES propuesta con un cuadrado blanco, tres nodos de carga identificados con círculos negros, un nodo de paso con un círculo blanco, los alimentadores existentes se muestran con líneas continuas y los alimentadores propuestos con líneas discontinuas. Para este sistema existen 512 posibles configuraciones, de las cuales se mostrarán solo las configuraciones factibles.

En la tabla 17 se muestran los valores que tomarían las variables de la ecuación (19), para las configuraciones factibles del sistema de la figura 19, en la figura 20 se muestran dichas configuraciones, además se muestra una clasificación de dichas configuraciones por casos de análisis.

Configuración	$NEF$	$\sum_{j \in N^F} \sum_{c \in C^F} \sigma_{j,c}^F$	$NEB$	$NES$	$w_i$	$y_i$	Caso
1	1	3	6	2	0	1	1
2	1	3	6	2	1	0	2
3	1	3	6	2	1	0	2
4	1	3	6	2	1	0	2
5	1	4	6	2	1	1	3
6	1	2	6	2	0	0	4
7	1	2	6	2	0	0	4
8	1	2	6	2	0	0	4
9	1	3	6	2	0	1	5

Tabla 17. Resultados de las posibles conexiones del sistema de seis nodos

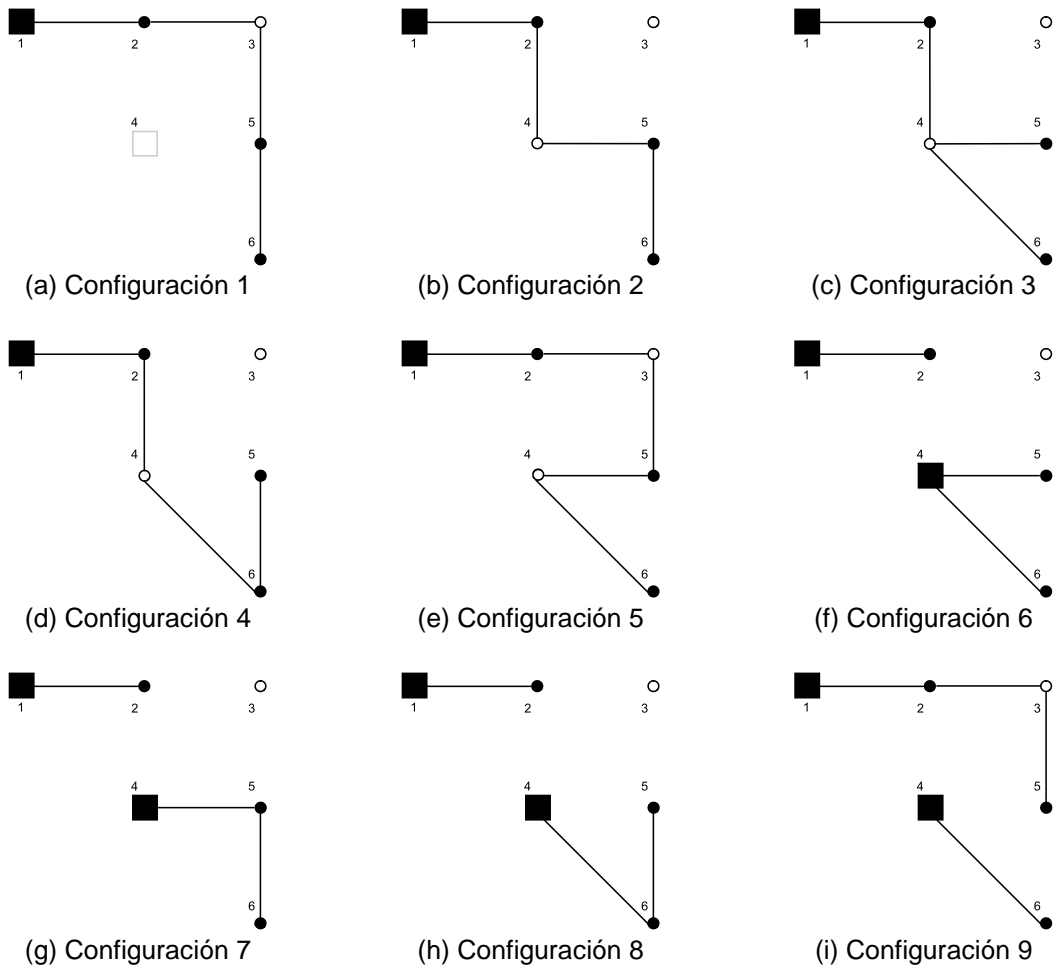


Figura 21. Configuraciones factibles

### Caso 1

En este caso se considera la utilización del nodo 3 como nodo de paso y en el nodo 4 no se instala ES, ni se usa el nodo de ES como paso. Aquí  $y_i$  toma el valor de 1 activando las ecuaciones (14) y (16), permitiendo la instalación de los alimentadores que confluyen al nodo de paso y al reemplazar los valores numéricos de la configuración 1 en la ecuación (19), se obtiene que ambos lados de la ecuación serán igual a 4 satisfaciendo la restricción de radialidad figura 21a.

### Caso 2

Caso en el que se considera la utilización del nodo de ES (nodo 4) como nodo de ES de paso y el no uso del nodo 3. En este caso  $w_i$  toma el valor de 1 activando las ecuaciones (15) (17) y (18), permitiendo la instalación de los alimentadores que

confluyen al nodo 4. Para este caso se encontraron tres configuraciones factibles (2, 3 y 4), al reemplazar los valores numéricos de dichas configuraciones en la ecuación (19), se obtiene que ambos lados de la ecuación serán igual a 4 dando cumplimiento a la ecuación de radialidad figuras 21b – 21d.

### **Caso 3**

En este caso se considera la utilización del nodo 3 como nodo de paso y en el nodo 4 como nodo de ES de paso. Aquí  $y_i$  y  $w_i$  toman el valor de 1 activando las ecuaciones de (14) - (18), permitiendo la instalación de los alimentadores que confluyen estos nodos, al reemplazar los valores numéricos de la configuración 5 en la ecuación (19), se obtiene que ambos lados de la ecuación serán igual a 5 satisfaciendo la ecuación de radialidad figura 21e.

### **Caso 4**

Para el caso se considera la utilización del nodo 4 como ES y el no uso del nodo 3. Aquí  $\sigma_{j,c}^{ES}$  toma el valor de 1 deshabilitando las ecuaciones (15) (17) y (18), para no permitir el uso del nodo 4 como nodo de ES de paso. En este caso se encontraron tres configuraciones factibles (6, 7 y 8), al reemplazar los valores numéricos de dichas configuraciones en la ecuación (19), se obtiene que ambos lados de la ecuación serán igual a 3 cumpliendo la restricción de radialidad figuras 21f – 21h.

### **Caso 5**

Caso en el que se considera la utilización del nodo 3 como nodo de paso y en el nodo 4 como nodo de ES. Aquí  $y_i$  y  $\sigma_{j,c}^{ES}$  toman el valor de 1 activando las ecuaciones de (14) y (16), al tiempo inhabilitando (15) (17) y (18), permitiendo la instalación de los alimentadores que confluyen al nodo de paso y el uso del nodo 4 como ES, al reemplazar los valores numéricos de la configuración 9 en la ecuación (19), se obtiene que ambos lados de la ecuación serán igual a 4 satisfaciendo la restricción de radialidad figura 21i.

Con estos casos se demuestra la complejidad del problema del planeamiento de sistemas de distribución de energía eléctrica, ya que es un problema altamente infactible, de 512 posibles opciones solo 9 topologías resultan ser factibles bajo los criterios de diseño impuestos.



## Restricciones de telescopicidad

$$\sum_{c \in \hat{C}^F} h_{i,j,u,c}^F \sigma_{j,c}^F \geq \sum_{c \in \hat{C}^F} h_{i,j,u,c}^F \sigma_{u,c}^F; \quad \forall i \in \hat{B}^{EDS}, \forall \{j, u\} \in \{\hat{X}^F \cap \hat{L}_i^F\}, j \neq u \quad (54)$$

La ecuación (54) garantiza para los tramos existentes, que el siguiente tramo sea de igual o menor calibre que el tramo analizado.

Considere la configuración de 4 alimentadores de la figura 22, donde j1 a j4 son alimentadores existentes y la dirección de la corriente establecida.

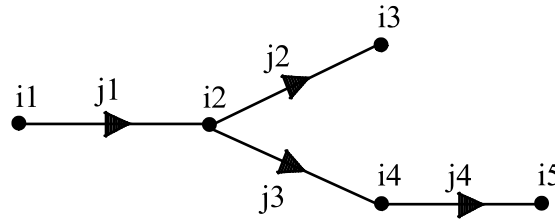


Figura 22. Sistema de 4 alimentadores

Los valores de la matriz  $h_{i,j,u,c}^F$  se obtienen de hacer

$$h_{i,j,u,c}^F = c (b_{i,j} d_{i,j}) \quad (55)$$

Donde

$$b_{i,j} = \frac{|a_{i,j}| + a_{i,j}}{2} \quad (56)$$

$$d_{i,j} = \frac{|a_{i,j}| - a_{i,j}}{2} \quad (57)$$

Para el sistema de la figura 22 se tiene que la matriz de incidencia nodo-rama será (58).

$$a_{i,j} = \begin{matrix} & j_1 & j_2 & j_3 & j_4 \\ \begin{matrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (58)$$

Por ende, se tendrá que

$$b_{i,j} = \begin{matrix} & j_1 & j_2 & j_3 & j_4 \\ \begin{matrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (59)$$

$$d_{i,j} = \begin{matrix} & j_1 & j_2 & j_3 & j_4 \\ \begin{matrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (60)$$

Aplicado la ecuación (54) al nodo  $i_2$ , se obtiene.

$$1\sigma_{j_1,c_1}^F + 2\sigma_{j_1,c_2}^F + 3\sigma_{j_1,c_3}^F \geq 1\sigma_{j_2,c_1}^F + 2\sigma_{j_2,c_2}^F + 3\sigma_{j_2,c_3}^F \quad (61)$$

$$1\sigma_{j_1,c_1}^F + 2\sigma_{j_1,c_2}^F + 3\sigma_{j_1,c_3}^F \geq 1\sigma_{j_3,c_1}^F + 2\sigma_{j_3,c_2}^F + 3\sigma_{j_3,c_3}^F \quad (62)$$

Garantizando que la capacidad del alimentador que se instale a continuación de  $j_1$  debe ser de igual o menor capacidad (calibre) que  $j_1$ , esto para los tramos existentes.

$$\sum_{c \in \mathcal{C}^F} h_{i,j,u,c}^F \sigma_{j,c}^F \geq \sum_{c \in \mathcal{C}^F} h_{i,j,u,c}^F \sigma_{u,c}^F; \quad \forall i \in \widehat{\mathcal{B}}^{EDS}, \forall j \in \{\widehat{\mathcal{X}}^F \cap \widehat{\mathcal{L}}_i^F\}, \forall u \in \{\widehat{\mathcal{N}}^F \cap \widehat{\mathcal{L}}_i^F\}, j \neq u \quad (63)$$

Con (63) se garantiza que los alimentadores nuevos que se instalen a partir de un alimentador existente serán de igual o menor calibre que el alimentador existente.

Considérese la configuración de 4 alimentadores de la figura 23, donde  $j_1$  es un alimentador existente y  $j_2$  a  $j_4$  son alimentadores nuevos.

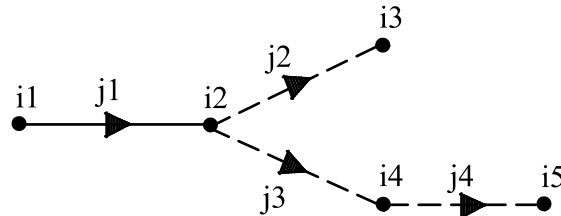


Figura 23. Sistema de 4 alimentadores

La matriz de incidencia nodo-rama  $a_{i,j}$  y las matrices  $b_{i,j}$ ,  $d_{i,j}$  presentan los mismos valores a las del caso anterior.

Aplicado la ecuación (54) al nodo  $i_2$ , se obtiene.

$$1\sigma_{j_1,c_1}^F + 2\sigma_{j_1,c_2}^F + 3\sigma_{j_1,c_3}^F \geq 1\sigma_{j_2,c_1}^F + 2\sigma_{j_2,c_2}^F + 3\sigma_{j_2,c_3}^F \quad (64)$$

$$1\sigma_{j_1,c_1}^F + 2\sigma_{j_1,c_2}^F + 3\sigma_{j_1,c_3}^F \geq 1\sigma_{j_3,c_1}^F + 2\sigma_{j_3,c_2}^F + 3\sigma_{j_3,c_3}^F \quad (65)$$

De este modo garantizando que el calibre del alimentador que se instale a continuación de  $j_1$  debe ser de igual o menor calibre que  $j_1$ , esto para los alimentadores nuevos a partir de un alimentador existente.

$$\sum_{c \in \hat{C}^F} h_{i,j,u,c}^F \alpha_{j,c} \geq \sum_{c \in \hat{C}^F} h_{i,j,u,c}^F \alpha_{u,c}; \quad \forall i \in \hat{B}^{EDS}, \forall \{j, u\} \in \{\hat{N}^F \cap \hat{L}_i^F\}, j \neq u \quad (66)$$

$$\sum_{c \in \hat{C}^F} h_{i,j,u,c}^F \beta_{u,c} \geq \sum_{c \in \hat{C}^F} h_{i,j,u,c}^F \beta_{j,c}; \quad \forall i \in \hat{B}^{EDS}, \forall \{j, u\} \in \{\hat{N}^F \cap \hat{L}_i^F\}, j \neq u \quad (67)$$

$$PC_{j,c,t}^F \leq \bar{I}_c \alpha_{j,c}; \quad \forall j \in \hat{N}^F, \forall c \in \hat{C}^F, \forall t \in \hat{T} \quad (68)$$

$$NC_{j,c,t}^F \leq \bar{I}_c \beta_{j,c}; \quad \forall j \in \hat{N}^F, \forall c \in \hat{C}^F, \forall t \in \hat{T} \quad (69)$$

$$\alpha_{j,c} + \beta_{j,c} \leq \sigma_{j,c}^F; \quad \forall j \in \hat{N}^F \quad (70)$$

El conjunto de ecuaciones (66) – (70) garantizan para los alimentadores nuevos que el siguiente tramo de alimentador que se instale sea de igual o menor calibre que el alimentador analizado, ecuaciones (66) y (67). Ya que en los alimentadores nuevos no se conoce cuál será la dirección de circulación de la corriente, se hace necesario el uso de dos variables binarias auxiliares para tal motivo  $\alpha_{j,c}$  y  $\beta_{j,c}$ , además dichas variables garantizan que cuando se utilice un alimentador nuevo solo se emplee una única dirección para la corriente de acuerdo con el tipo de alimentador usado, ecuaciones (68) – (70).

Considérese las configuraciones de 4 alimentadores de las figuras 24 y 25, para analizar las ecuaciones (66) – (70), donde  $j_1$  a  $j_4$  son alimentadores nuevos.

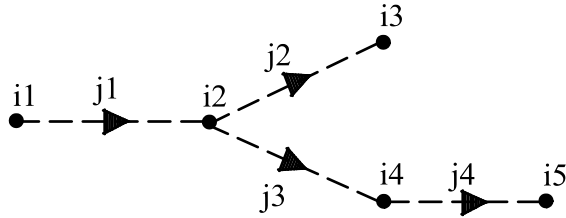


Figura 24. Dirección positiva para sistema de 4 alimentadores

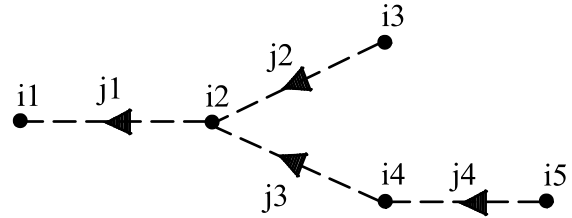


Figura 25. Dirección negativa para sistema de 4 alimentadores

Para el sistema de la figura 24 se tiene que la matriz de incidencia nodo-rama  $a_{i,j}$  y las matrices  $b_{i,j}$ ,  $d_{i,j}$  presentan los mismos valores que en los casos anteriores. Como se está empleado la dirección positiva para la corriente  $\alpha_{j,c}$  toma el valor 1, activando las ecuaciones (66) y (68). Aplicado la ecuación (66) al nodo  $i_2$ , se tiene.

$$1\alpha_{j_1,c_1} + 2\alpha_{j_1,c_2} + 3\alpha_{j_1,c_3} \geq 1\alpha_{j_2,c_1} + 2\alpha_{j_2,c_2} + 3\alpha_{j_2,c_3} \quad (71)$$

$$1\alpha_{j_1,c_1} + 2\alpha_{j_1,c_2} + 3\alpha_{j_1,c_3} \geq 1\alpha_{j_3,c_1} + 2\alpha_{j_3,c_2} + 3\alpha_{j_3,c_3} \quad (72)$$

Garantizando que la capacidad del alimentador que se instale a continuación de  $j_1$  debe ser de igual o menor capacidad que  $j_1$ , cuando se usa la dirección positiva para el flujo de corriente en los alimentadores nuevos.

Ahora para el sistema de la figura 25 se tiene que la matriz de incidencia nodo-rama será (73).

$$a_{i,j} = \begin{matrix} & j_1 & j_2 & j_3 & j_4 \\ \begin{matrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (73)$$

Entonces se tendrá que

$$b_{i,j} = \begin{matrix} & j_1 & j_2 & j_3 & j_4 \\ \begin{matrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (74)$$

$$d_{i,j} = \begin{matrix} & j_1 & j_2 & j_3 & j_4 \\ \begin{matrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (75)$$

En el sistema de la figura 25 se emplea la dirección negativa para la corriente, entonces  $\beta_{j,c}$  toma el valor 1, activando las ecuaciones (67) y (69). Aplicado la ecuación (66) al nodo  $i_2$ , se obtiene.

$$1\alpha_{j_2,c_1} + 2\alpha_{j_2,c_2} + 3\alpha_{j_2,c_3} \geq 1\alpha_{j_1,c_1} + 2\alpha_{j_1,c_2} + 3\alpha_{j_1,c_3} \quad (76)$$

$$1\alpha_{j_3,c_1} + 2\alpha_{j_3,c_2} + 3\alpha_{j_3,c_3} \geq 1\alpha_{j_1,c_1} + 2\alpha_{j_1,c_2} + 3\alpha_{j_1,c_3} \quad (77)$$

De este modo garantizando que el calibre del alimentador que se instale a partir de  $j_2$  y  $j_3$  debe ser de igual o menor calibre que los alimentadores  $j_2$  y  $j_3$ , esto para los alimentadores nuevos cuando se emplea la dirección negativa para el flujo de corriente.

### Anexo 3: Linealización de variables cuadráticas

Este anexo presenta la metodología empleada para la linealización de las variables cuadráticas del modelo de optimización mostrado en la sección 3. La variable  $(I_{j,c,t}^r)^2$  normalmente es empleada para calcular las pérdidas en alimentadores, dicha variable es linealizada y reemplazada por la variable  $SC_{j,c,t}^r$ ; el procedimiento se encuentra descrito por las ecuaciones (78) – (83), dicha linealización se realizó considerando los criterios descritos en [19] y [21], los cuales se basan en la figura 26. Por tanto:

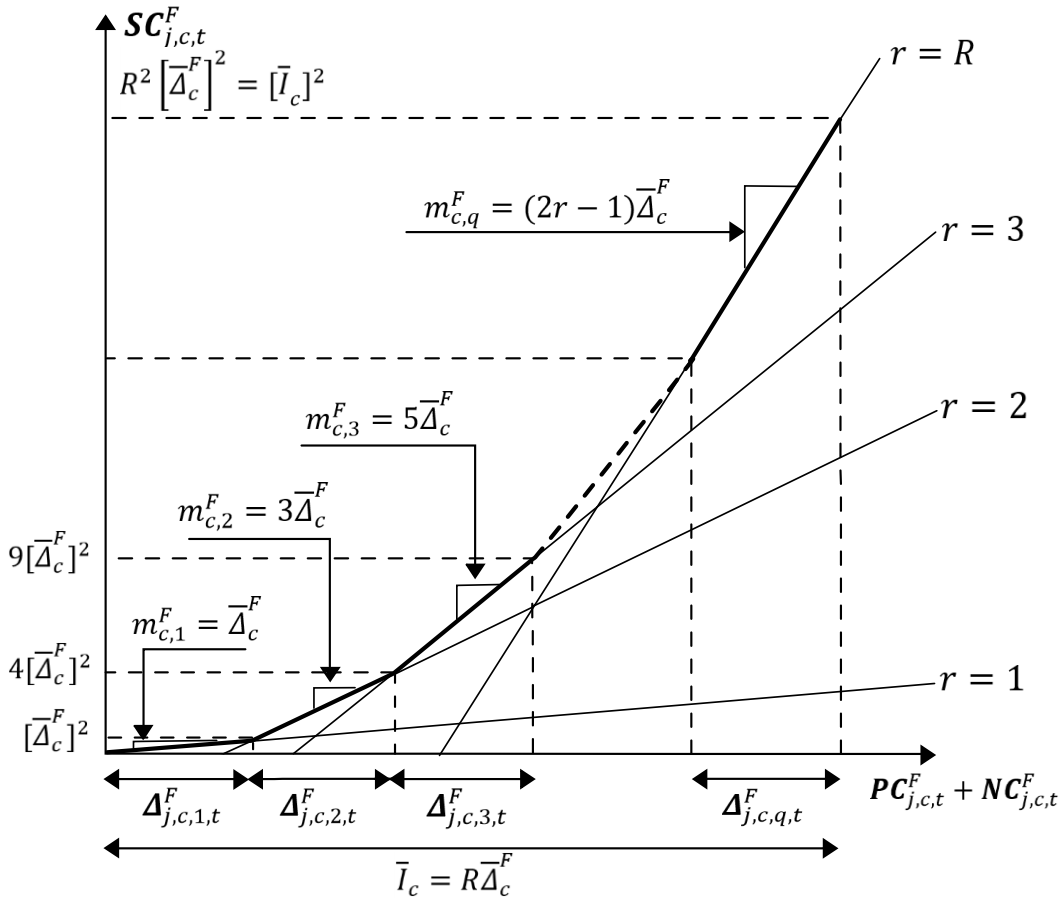


Figura 26. Gráfica de linealización por tramos de una variable cuadrática

$$I_{j,c,t}^F = PC_{j,c,t}^F - NC_{j,c,t}^F; \quad \forall j \in \hat{F}^F, \forall c \in \hat{C}^F, \forall t \in \hat{T} \quad (78)$$

$$PC_{j,c,t}^F + NC_{j,c,t}^F = \sum_{q=1}^{NLS} \Delta_{j,c,q,t}^F; \quad \forall j \in \hat{F}^F, \forall c \in \hat{C}^F, \forall t \in \hat{T} \quad (79)$$

$$SC_{j,c,t}^F = \sum_{q \in \widehat{D}^{EDS}} m_{c,q}^F \mathbf{A}_{j,c,q,t}^F; \quad \forall j \in \widehat{F}^F, \forall c \in \widehat{C}^F, \forall t \in \widehat{T} \quad (80)$$

$$0 \leq \mathbf{A}_{j,c,q,t}^F \leq \overline{\Delta}_c^F; \quad \forall j \in \widehat{F}^F, \forall c \in \widehat{C}^F, \forall q \in \{1, 2, \dots, NLS\}, \forall t \in \widehat{T} \quad (81)$$

Donde,

$$m_{c,q}^F = (2r - 1) \overline{\Delta}_c^F \quad \forall c \in \widehat{C}^F, \forall q \in \widehat{D}^{EDS} \quad (82)$$

$$\overline{\Delta}_c^F = \frac{\bar{I}_c}{NLS} \quad \forall c \in \widehat{C}^F \quad (83)$$

Se aprecia que las ecuaciones (78) a (81) son lineales, las corrientes  $PC_{j,c,t}^F$  y  $NC_{j,c,t}^F$  son variables auxiliares no negativas. La ecuación (78) representa la corriente que circulara por el alimentador, ya sea nuevo o existente. (79) define la corriente por el alimentador como la suma de los valores de cada uno de los tramos de la linealización. La ecuación (80) corresponde a la aproximación lineal de  $SC_{j,c,t}^F$ . Además, se tiene que  $\overline{\Delta}_c^F$  y  $m_{c,q}^F$  son parámetros conocidos del problema, ecuaciones (82) y (83).

De forma análoga, se lleva a cabo la linealización de la variable  $(\Psi_{j,c}^r)^2$ , la cual corresponde al cuadrado del flujo de gas por un ducto, para ser reemplazada por la variable  $SF_{j,c}^r$ .

## Anexo 4: Base de datos

A continuación, se presentan los sistemas de prueba y los datos empleados para las diversas simulaciones en el presente trabajo. Los términos CI, CR, corresponden a los costos de instalación y repotenciación, respectivamente.

### Sistema eléctrico

En la figura 27 se presenta la topología del sistema eléctrico de distribución utilizado en las simulaciones. En las tablas 18 y 19 se presenta la información de la demanda nodal y datos de los tramos de red. Las características de los alimentadores, subestaciones, generadores a gas natural, generadores fotovoltaicos y la irradiancia solar empleadas se encuentran en las tablas 20, 21, 22, 23 y 24 respectivamente.

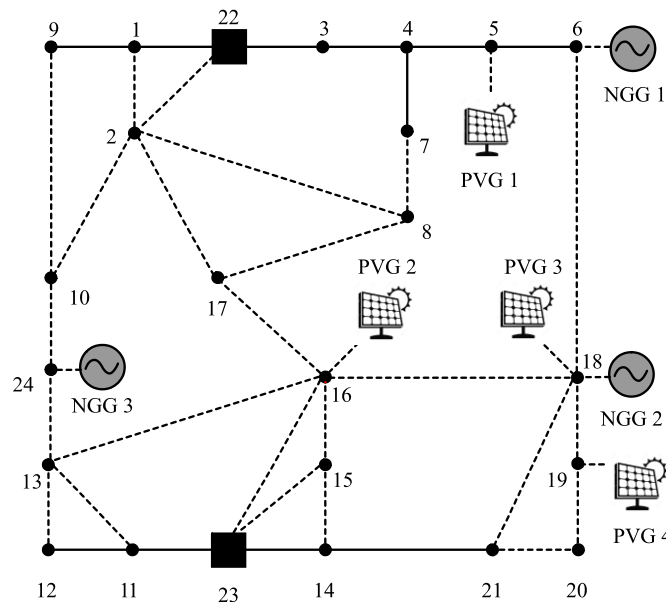


Figura 27. Topología de red eléctrica de distribución



Nodo	P [kW]	Q [kVAr]	Nodo	P [kW]	Q [kVAr]
1	2,730	693	13	1,330	472.5
2	770	385	14	560	280
3	280	140	15	1,050	525
4	980	490	16	910	455
5	1,400	700	17	1,260	630
6	1,820	315	18	3,150	70
7	140	70	19	1,750	262
8	1,050	525	20	0	0
9	1,330	665	21	840	105
10	1,400	700	22	0	0
11	140	70	23	0	0
12	700	350	24	0	0

Tabla 18. Demanda nodal del sistema de prueba

Envío	Recibo	Longitud [km]	Envío	Recibo	Longitud [km]
22	1	2.81	7	8	3.12
22	3	2.18	8	17	4.68
23	14	3.75	9	10	7.18
23	11	2.81	11	13	3.5
1	9	3.43	12	13	4.37
3	4	3.12	13	16	8.1
4	5	3.112	14	15	3.75
4	7	2.5	15	16	2.81
5	6	2.5	16	18	5
11	12	3.12	18	19	2.5
14	21	3.12	19	20	3.75
22	2	4.5	20	21	2.18
23	15	3.6	21	18	7.6
23	16	7.2	6	18	5.5
1	2	3.12	16	17	4.2
2	8	8.3	10	24	3.9
2	10	5.2	13	24	4.3
2	17	6.5			

Tabla 19. Tramos de red del sistema de prueba

Tipo	Calibre	R [Ohm/Km]	X [Ohm/Km]	[A]	CI [MUSD/Km]	CR [MUSD/Km]
1	2 AWG	0.3655	0.252	185.58	0.0402	0.0172
2	1/0 AWG	0.1827	0.126	391.77	0.0775	0.0402
3	2/0 AWG	0.146	0.1233	461.88	0.0861	0.0459
4	4/0 AWG	0.0966	0.114	577.35	0.1033	0.0574

Tabla 20. Características de los alimentadores

<b>Tipo</b>	<b>[MVA]</b>	<b>CI [MUSD]</b>	<b>CR [MUSD]</b>
1	7.5	0.1148	0.0717
2	15	0.1722	0.1033
3	22.5	0.2583	0.1549

Tabla 21. Características de las subestaciones

<b>Tipo</b>	<b>Constantes de la curva de consumo del generador [m<sup>3</sup>/Ah]</b>			<b>[MW]</b>	<b>CI [MUSD]</b>
	<b>k2</b>	<b>k1</b>	<b>k0</b>		
1	0	0.00042	0	0.700	0.0345
2	0	0.00039	0	1.036	0.0510
3	0	0.00036	0	2.564	0.1902

Tabla 22. Características de los generadores a gas natural

<b>Tipo</b>	<b>[MW]</b>	<b>CI [MUSD]</b>
1	1	0.1947
2	2	0.3894

Tabla 23. Características de los generadores fotovoltaicos

<b>Periodo</b>	<b>Irradiancia solar [W/m<sup>2</sup>]</b>		
	<b>Máxima</b>	<b>Media</b>	<b>Mínima</b>
1	0	0	0
2	254.8312	191.1234	127.4156
3	806.9654	605.224	403.4827
4	254.8312	191.1234	127.4156
5	0	0	0

Tabla 24. Información de irradiancia solar

## Sistema de gas natural

En la figura 28 se presenta la topología del sistema de distribución de gas natural utilizado en las simulaciones. En las tablas 25 y 26 se presenta la información de la demanda nodal y datos de los tramos de red. Las características de los ductos y City Gates empleadas se encuentran en las tablas 27 y 28 respectivamente.

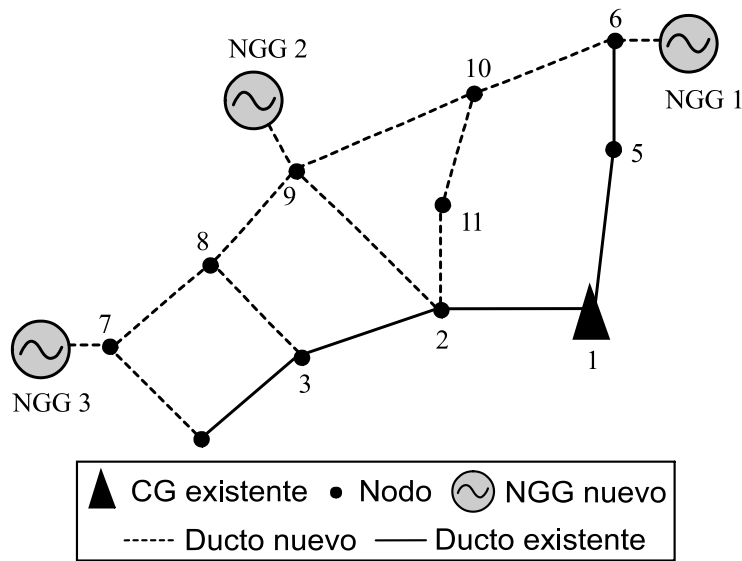


Figura 28. Topología de la red de distribución de gas natural

Nodo	m <sup>3</sup> h	Nodo	m <sup>3</sup> h
1	0	7	91.125
2	102.904	8	124.312
3	220.603	9	128.382
4	118.379	10	416.007
5	132.452	11	192.831
6	53.820		

Tabla 25. Demanda nodal del sistema de prueba

Envío	Recibo	Longitud [km]	Envío	Recibo	Longitud [km]
1	2	1.96	2	9	3.94
1	5	2.39	4	7	1.3
2	3	1.27	6	10	1.09
3	4	1.61	7	8	1.4
5	6	1.29	8	9	0.9
2	11	1.02	9	10	2.13
3	8	1.33	10	11	0.8

Tabla 26. Tramos de ductos del sistema de prueba

<b>Tipo</b>	<b>Diámetro</b>	<b>Pr [m<sup>3</sup>/bar-hora]</b>	<b>CI [MUSD/Km]</b>	<b>CR [MUSD/Km]</b>
1	2"	562.7368	0.023	0.0195
2	3"	1634.1236	0.0459	0.0390
3	4"	3476.0064	0.0574	0.0551

Tabla 27. Características de los ductos

<b>Tipo</b>	<b>m<sup>3</sup></b>	<b>CI [MUSD]</b>	<b>CR [MUSD]</b>
1	6000	0.8320	0.402
2	10000	1.3776	0.964
3	15000	2.1813	1.527

Tabla 28. Características de las City Gates