

En los límites de la difracción: superresolución y apodización en sistemas ópticos

Implementación en moduladores LCD

María J. Yzuel, Juan Campos, Juan C. Escalera y Andrés Márquez

La difracción es el fenómeno que ocurre cuando las ondas se propagan y se encuentran con un obstáculo. Se trata de un aspecto fundamental en Óptica, ya que todos los sistemas ópticos están afectados por la difracción, produciendo en general dos efectos desfavorables. Por un lado produce un ensanchamiento de los haces a lo largo de su propagación. Por otro lado, limita el tamaño mínimo posible del haz al ser enfocado. A lo largo de los años, ha habido multitud de intentos de mejorar o reducir estos inconvenientes tanto en la difracción de campo lejano como también en la de campo cercano. En este artículo nos centraremos en el estudio de los límites impuestos por la difracción de campo lejano, y especialmente en el segundo problema que explicábamos antes: cómo mejorar el poder resolutivo o de una manera más general, la respuesta tridimensional de un sistema, ya que nosotros estamos especialmente interesados en sistemas ópticos como formadores de imagen. En segundo lugar mostraremos el uso de los moduladores espaciales de luz basados en cristal líquido (LC-SLM) para crear filtros de transmisión y/o fase no uniforme y también la generación de elementos ópticos difractivos orientados a formación de imagen. Mostraremos resultados experimentales que cubren un amplio abanico de posibilidades ofrecidas por el uso conjunto de los filtros mencionados y de los dispositivos LC-SLM.

Introducción

En la resolución aprobada por la Asamblea General de las Naciones Unidas el 20 de diciembre de 2013 se proclama que el 2015 sea el año internacional de la luz y las tecnologías basadas en la luz, reconociendo su importancia para la vida de los ciudadanos del mundo y para el desarrollo futuro de la sociedad mundial en muchos niveles. En dicha resolución se observa que el año 2015 coincide con los aniversarios de una serie de hitos importantes de la ciencia de la luz, entre ellos el trabajo sobre la óptica de Ibn-Haytham en 1015, la noción del carácter ondulatorio de la luz propuesta por Fresnel en 1815, la teoría electromagnética de propagación de la luz formulada por Maxwell en 1865, la teoría de Einstein del efecto fotoeléctrico en 1905 y de la incorporación de la luz en la cosmología mediante la relatividad general en 1915, el descubrimiento del fondo de microondas del cosmos por Penzias y Wilson y los logros alcanzados por Kao en la transmisión de luz por fibras para la comunicación óptica, ambos en 1965.

En este artículo queremos celebrar el 200.º aniversario de la propuesta de Augustin Jean Fresnel (figura 1) del carácter ondulatorio de la luz y hacemos mención especial a su validez para interpretar la formación de imagen en sistemas ópticos mostrando la vigencia de la Teoría de la Difracción en cuestiones actuales de la óptica y la fotónica.

Las vicisitudes por las que pasó el entendimiento de la naturaleza de la luz, dieron lugar a dos planteamientos, uno mecanicista apoyado por Newton y otro ondulatorio propuesto por Huygens [1]. Antes de Huygens, Grimaldi [2] había observado algunos fenómenos que no se podían explicar con los principios de la reflexión y la refracción. Observó que los límites de las sombras no eran nítidos. Pero no fue hasta el siglo XIX cuando se retomó con autoridad el concepto ondulatorio de la luz cuando Young anunció la superposición de ondas [3] y pocos

años más tarde Fresnel anunció el carácter ondulatorio de la luz y en su memoria pudo explicar satisfactoriamente algunos experimentos de difracción [4].

El teorema de Huygens en el que plantea que “cada elemento de un frente de onda se puede ver como centro de una perturbación secundaria que da origen a onditas esféricas y que la posición del frente de ondas más adelante es la envolvente de las onditas” fue ampliado por Fresnel y condujo a la formulación del principio de Huygens-Fresnel que ha tenido una gran importancia en el desarrollo de la teoría de la difracción y que se puede considerar como el postulado básico de la teoría ondulatoria de la luz.

La presentación del trabajo de Fresnel al Premio de la Academia de Ciencias de Francia fue fuertemente rebatida, pero el que Arago, Presidente del Comité, comprobase experimentalmente la predicción de Fresnel de que podría haber luz detrás de un obstáculo, le valió la concesión del premio a Fresnel. En muchos textos [5-7] hay introducciones que explican muy bien la revolución que supuso la contribución de Fresnel y el impulso a líneas de óptica ondulatoria como son la difracción y las interferencias. Fresnel también anunció el fenómeno de la polarización de la luz y tienen su nombre las fórmulas de Fresnel que explican las amplitudes de la luz reflejada y refractada en una superficie que separa a dos dieléctricos isótropos. Estas fórmulas fueron obtenidas por Fresnel en 1823 de una forma menos general de lo que hoy las conocemos. El ingenio de Fresnel se aplica también a la polarización y diseña el conocido como rombo de Fresnel [7] de vidrio y que mediante dos reflexiones totales convierte luz polarizada lineal en luz polarizada circular o elíptica, que también puede usarse en modo inverso.

Fresnel tuvo que introducir en la teoría que propuso para explicar la difracción y al tratar de explicar también la propa-



Fig. 1. Augustin Jean Fresnel (1788-1827).

gación rectilínea de la luz, algunas hipótesis forzadas que fueron replanteadas en los siguientes 100 años por científicos como Kirckhoff, que dio una base matemática más sólida a la ideas de Huygens y Fresnel, y Maxwell, que identificó la luz como una onda electromagnética y planteó las ecuaciones que rigen el campo electromagnético. La formulación de Kirckhoff es una primera aproximación que supuso el poder explicar los resultados en la mayor parte de los casos. Som-

merfeld eliminó alguna de las hipótesis contradictorias y estableció la teoría de Rayleigh-Sommerfeld. Con los avances en estos dos siglos, desde el anuncio de Fresnel (1815) de la luz como onda, sigue vigente la teoría escalar de la difracción para estudiar la mayor parte de los fenómenos.

Con estas bases planteamos este artículo, en el que tratamos especialmente el efecto de la difracción en sistemas ópticos formadores de imágenes.

La imagen dada por un sistema óptico no es perfecta ni aun cuando no existan aberraciones, debido al tamaño finito de la pupila del sistema (difracción). Uno de los primeros trabajos sobre la difracción de un sistema óptico fue realizado por Airy [8] en 1835, quien halló la solución analítica, basada en las funciones de Bessel, de la figura de difracción en el plano paraxial dada por un instrumento libre de aberraciones y pupila circular. Naturalmente, un sistema óptico, en cuanto a la formación de imágenes, además de la difracción, presenta el efecto de las aberraciones, y por ello comenzaron a aparecer trabajos sobre la influencia de las aberraciones en la calidad de la imagen y diferentes criterios para establecer las tolerancias a las aberraciones que eran admisibles en un sistema óptico. Uno de los primeros trabajos en este sentido es el de Lord Rayleigh [9], quien postuló que la imagen de un punto (PSF, Point Spread Function) dada por un sistema óptico no sería significativamente diferente de la del sistema perfecto si el frente de onda (no esférico) puede estar contenido entre dos frentes de ondas esféricos separados menos de un cuarto de la longitud de onda. Strehl [10] señaló cómo las pequeñas aberraciones reducen la intensidad en el máximo principal, y formuló como medida de degradación de la calidad de la imagen el cociente entre la intensidad en el máximo de la imagen con y sin aberraciones (razón de Strehl). El límite del cuarto de onda se corresponde a un valor de la razón de Strehl de 0,8. Dado el limitado número de casos que pueden tratarse de forma analítica

y la complejidad de sus cálculos, en cuanto se pudo se utilizó la capacidad de los ordenadores para realizar el cálculo numérico [11].

Hasta ahora hemos citado trabajos en los que se consideraba que la transmisión en la pupila es constante, pero esto no siempre es así. De hecho ya en el año 1935 Straubel [12] consideró pupilas de transmisión no uniforme en particular del tipo $P(r) = (1 - r^2)^p$. El primer efecto que se estudió fue el que se dio en llamar *apodización*, que consiste en la eliminación de los máximos secundarios de la imagen difraccional del punto (PSF) (a costa de perder poder resolutivo) al introducir un filtro, por ejemplo de Straubel o semejantes. Este tipo de filtros es especialmente útil en espectroscopía, para no confundir máximos secundarios con líneas espectrales, y también ha sido utilizado en telescopios para reducir los efectos difraccionales (máximos secundarios).

Mediante la utilización de filtros de transmisión no uniforme también se puede lograr un efecto opuesto a la apodización, llamado *superresolución* (o hiperresolución). Este efecto se produce cuando el radio del primer mínimo de la distribución de intensidad en la imagen de un punto (PSF) se reduce, aumentando por ello el poder resolutivo (normalmente a costa de aumentar la intensidad de los máximos secundarios). En particular, Toraldo di Francia [13] observó que por el hecho de haber una obstrucción central aumentaba el poder resolutivo y la profundidad de enfoque. Por ello, se puede dar al término *apodización* un significado más general, indicando cualquier tipo de modificación de la transmisión en pupila con el fin de mejorar la respuesta del sistema de acuerdo con algún criterio de calidad de la imagen.

Filtros apodizantes (en el sentido más general) también han sido utilizados para modificar la respuesta axial de un sistema óptico. Un objetivo de gran interés en un sistema óptico es mejorar la profundidad de enfoque [14], también en sistemas policromáticos [15]. Se ha demostrado también que usando filtros apodizantes se puede mejorar la respuesta tridimensional de un microscopio confocal, logrando incluso superresolución en 3 dimensiones [16].

Más recientemente también se han estudiado filtros apodizantes sólo de fase (para evitar pérdidas de energía) o bien filtros complejos [17,18]. En algunos casos son prometedores pero de difícil realización práctica, por lo que también se buscan diseños más sencillos tales como filtros complejos anulares [19]. Diversos diseños han sido propuestos para aplicaciones tan variadas como almacenamiento óptico o microscopía confocal [20,21].

Ligado al tema de la difracción y de los sistemas ópticos también estaría el de los elementos ópticos difractivos, cuyo funcionamiento hace uso directo de la difracción en analogía con los elementos refractivos, cuya acción se fundamenta en la refracción de la radiación [22]. Tal como reflejaban Jari Turunen y Frank Wyrowski [22], la difracción,

siendo una propiedad fundamental del movimiento ondulatorio, no ha sido utilizada hasta hace poco en diversas aplicaciones para formación de imagen, por ejemplo a través de los denominados elementos ópticos difractivos, inicialmente propuestos y realizados por A. W. Lohmann al producir los primeros hologramas generados por ordenador [23]. Los elementos ópticos difractivos pueden realizar funciones que serían difíciles o incluso imposibles con los elementos convencionales [22], tales como la realización simultánea de varias funciones como podrían ser multiplexar y enfocar, o tal como veremos en este artículo focalizar y modificar la PSF de un sistema óptico simultáneamente.

De cara a la generación de filtros de transmisión no uniforme o de elementos ópticos difractivos se han abierto nuevas posibilidades en diseño, aplicaciones y flexibilidad de implementación con la implantación progresiva en las dos últimas décadas de los dispositivos moduladores espaciales de luz. De entre estos probablemente los basados en cristal líquido [24], las conocidas como pantallas de cristal líquido (LCD, Liquid Crystal Display), o también conocidas como moduladores espaciales de luz basados en cristal líquido (LC-SLM, Liquid Crystal-Spatial Light Modulator), son los más usados, y centrarán las aplicaciones que mostraremos en este artículo. Probablemente uno de los primeros usos de este tipo de pantallas en aplicaciones diferentes a las de pantalla visualizadora o display se produce por Liu *et al.* [25]. En la actualidad los dispositivos LC-SLM se usan en multitud de aplicaciones tales como en procesado de imagen [26], óptica difractiva [27], óptica adaptativa [28], memorias holográficas [29], además de en la implementación de filtros de pupila tanto con iluminación monocromática [30,31] como policromática [32]. Las pantallas LC-SLM se fabrican habitualmente para su uso como display, donde el interés está en producir elevados contrastes en intensidad. En las aplicaciones arriba mencionadas sin embargo, se pretende manipular ya sea la amplitud o la fase asociada al campo eléctrico en el frente de onda. Estas aplicaciones son por tanto más exigentes y precisan del diseño de modelos y técnicas de calibración apropiadas. La respuesta de estos dispositivos es también muy dependiente de la longitud de onda lo cual ha restringido su uso habitualmente a aplicaciones monocromáticas. En los resultados que mostraremos pondremos en evidencia el gran interés que ofrecen estos dispositivos para la generación de filtros de transmisión no uniforme y de elementos ópticos difractivos, y trabajando tanto en régimen de sólo amplitud como de sólo fase [33].

Influencia de los filtros de transmisión no uniforme en la respuesta de un sistema óptico

De la teoría difraccional se tiene que en el caso de un sistema óptico con simetría radial, la amplitud del campo electromagnético producida por una

cierta función de transmisión en la pupila del sistema, puede calcularse como:

$$U(\rho, W_{20}) = 2\pi \int_0^1 P(r) \exp[i2\pi W_{20} r^2] J_0(2\pi \rho r) r dr \quad (1)$$

donde W_{20} es el coeficiente de desenfoque, que controla la distancia a lo largo del eje óptico del plano imagen bajo análisis con respecto al plano de mejor imagen, ρ es la coordenada transversal dentro de dicho plano, $P(r)$ es la función de transmisión en el plano de la pupila, siendo r la coordenada radial dentro de dicho plano, y J_0 es la función de Bessel de primera clase y de orden 0. En general, resulta de interés expresar los cálculos con respecto a las coordenadas de laboratorio s y z , en lugar de hacerlo con respecto a las coordenadas análogas normalizadas ρ y W_{20} . Unas y otras coordenadas están relacionadas mediante los siguientes factores de escala,

$$s = \frac{\lambda}{AN} \rho, z = \frac{2\lambda}{AN^2} W_{20}, \quad (2)$$

donde AN es la apertura numérica del sistema, siendo λ la longitud de onda del haz incidente. Las expresiones anteriores, usualmente utilizadas para valorar la imagen difraccional del punto son válidas dentro del régimen de la aproximación paraxial, es decir para pequeñas y medianas aperturas numéricas, que acostumbra a cubrir gran parte de las situaciones de interés. Para completar las expresiones fundamentales conviene introducir la amplitud para el caso general de iluminación policromática, en cuyo caso la PSF del sistema viene dada por,

$$G(\rho, W_{20}) = (1/\lambda^2) |U_\lambda(\rho, W_{20})|^2 \quad (3)$$

donde $U_\lambda(\rho, W_{20})$ es la amplitud monocromática mostrada en la ecuación (1).

Los filtros de transmisión no uniforme son utilizados en sistemas formadores de imagen para modificar la respuesta del sistema óptico (PSF). Dependiendo del diseño, el filtro de amplitud (o de fase), genéricamente llamado apodizador, puede producir *apodización* o *superresolución* tanto en un plano transversal como a lo largo del eje óptico. A continuación, en la figura 2, mostraremos cómo filtros de transmisión no uniforme, concretamente tres tipos concretos con funciones polinómicas sencillas, pueden producir estos efectos. Así, en las figuras 2(a) y (b) se muestra respectivamente en función del coeficiente de desenfoque W_{20} y de la coordenada transversal ρ la distribución de intensidad de la PSF, para estos tres filtros junto con el resultado de la apertura uniforme a efectos de comparación. A continuación señalaremos algunas propiedades interesantes y en la siguiente sección mostraremos algunos resultados experimentales utilizando estos filtros.

- Filtro b ($P(r) = 1 - 4r^2 + 4r^4$): este filtro es neutro en la dirección transversal y *superresolven-*

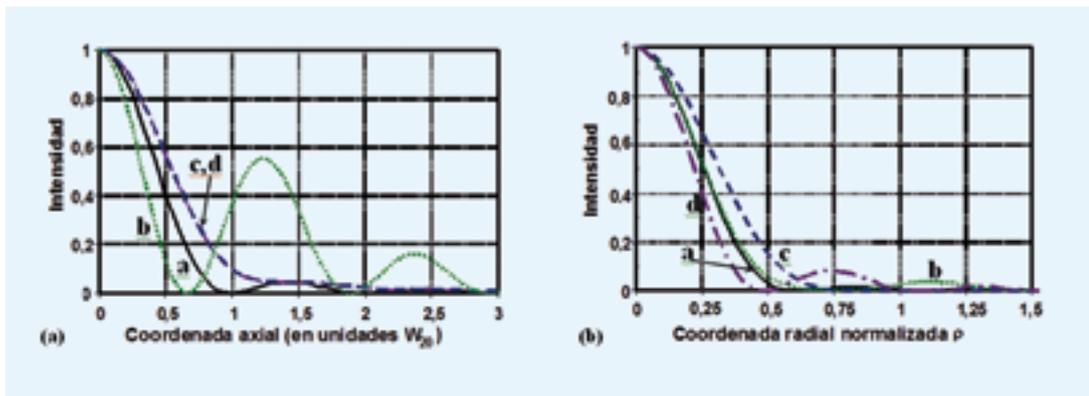


Fig. 2. Intensidad calculada numéricamente (a) a lo largo del eje y (b) en el plano de mejor imagen, para los filtros: **a**, transmisión uniforme; **b**, hiperresolvente axial ($P(r) = 1 - 4r^2 + 4r^4$); **c**, apodizante transversal ($P(r) = 1 - r^2$); **d**, hiperresolvente transversal ($P(r) = r^2$).

te en la dirección axial, de hecho produce varios focos a lo largo del eje. Por eso le llamamos *filtro superresolvente axial* o *filtro multifoco*. Estos filtros tienen mínima transmitancia en la zona media de la pupila y máxima en el centro y en la parte exterior.

- Filtro **c** ($P(r) = 1 - r^2$): este filtro es *apodizante* en la dirección transversal y *apodizante* a lo largo del eje. Su respuesta axial es la misma que la del filtro **d**. Este filtro tiene máxima transmisión en el centro de la pupila. A este tipo de filtros le llamamos *filtros apodizantes transversales*.
- Filtro **d** ($P(r) = r^2$): este filtro es *superresolvente* (o *hiperresolvente*) en la dirección axial y *apodizante* a lo largo del eje (aumenta la profundidad de enfoque). Este filtro tiene máxima transmisión en la parte exterior de la pupila. A este tipo de filtros le llamamos *filtros superresolventes transversales*.

Resultados experimentales

Los resultados de la PSF y de formación de imagen que mostraremos para los diferentes filtros han sido obtenidos usando una pantalla de cristal líquido nemático helicoidal [33], de las que usualmente vienen incorporadas en videoproyectores de uso comercial. Estas pantallas actúan como conversores de estados de polarización entre el estado de polarización del haz de luz incidente y el transmitido. Al insertarlas entre polarizadores y láminas retardadoras a la entrada y a la salida orientados de manera conveniente, se puede conseguir que en función del voltaje aplicado (nivel de gris enviado por la tarjeta gráfica del ordenador) se produzca

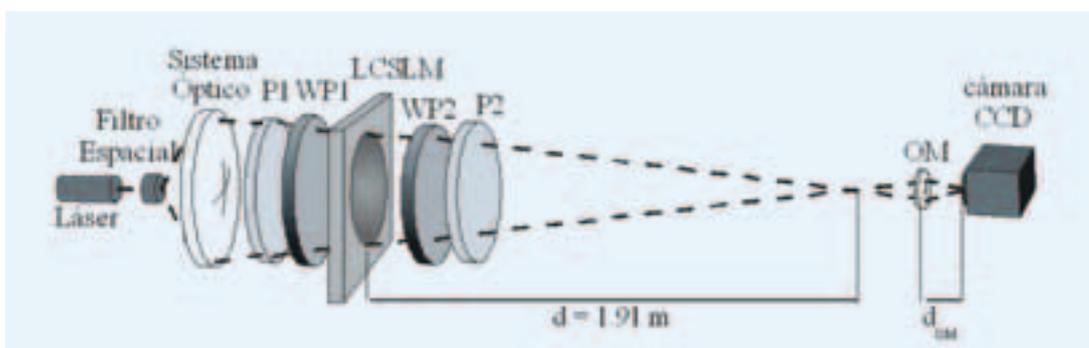
una modulación de la transmisión en amplitud o en fase. Así, se puede tener un control eléctrico píxel a píxel que se traduce en una modulación espacial de las propiedades del frente de onda a la salida de la pantalla. En la figura 3 mostramos el esquema de un sistema híbrido óptico-digital

que permite modificar la PSF de un sistema óptico mediante la introducción en el plano de la pupila de filtros de transmisión no uniforme, enviados a la pantalla de cristal líquido, la cual debe estar inserta entre dos polarizadores (P1, P2) y en según qué condiciones también entre dos láminas retardadoras (WP1, WP2) [31]. Hay que mencionar que en general estas pantallas producen una modulación acoplada de la amplitud y la fase. Aplicando técnicas apropiadas es posible producir configuraciones de modulación de cuasi-sólo amplitud o de cuasi-sólo fase [33], no sólo para iluminación monocromática, sino también para varias longitudes de onda [32]. Para la captación del plano imagen oportuno disponemos de un objetivo de microscopio (OM) a una distancia fija de la cámara CCD, de modo que al mover de manera solidaria este conjunto podemos observar con la misma magnificación los diferentes planos a lo largo del eje que se deseen analizar.

Vamos a mostrar resultados obtenidos para filtros de transmisión no uniforme [30, 31], para lo cual se necesita que la pantalla de cristal líquido trabaje en régimen de cuasi-sólo amplitud. En la figura 4(a), (b) y (c) mostramos respectivamente la imagen obtenida de la respuesta en el plano de mejor imagen producida por la apertura clara (transmisión uniforme), y por los filtros $P(r) = 1 - r^2$ y $P(r) = r^2$. En la figura 2 habíamos mostrado que la respuesta a lo largo del eje es idéntica, siendo un filtro hiperresolvente y el otro apodizante en el plano de mejor imagen con relación a la respuesta de la apertura clara. Esto último es lo que justamente se observa al comparar con respecto a la figura (a): el diferente tamaño de la mancha central en

las figuras (b), mayor tamaño, y (c), menor tamaño. Las imágenes se muestran con una escala transversal en micras con que cuantificar la posición de máximos y mínimos, que tal como se mostró en [31] muestran un buen acuerdo con los valores teóricos.

Fig. 3. Montaje experimental para controlar la PSF mediante filtros de transmisión no uniforme.



La capacidad de multiplexar varias funciones en un mismo elemento óptico es especialmente fácil de implementar y poner a prueba mediante moduladores espaciales de haces de luz, debido al control en tiempo real que ofrece su conexión a ordenador a través de la tarjeta gráfica del mismo. Se produce así una gran flexibilidad y otras alternativas de diseño son posibles de cara a modificar la respuesta de un sistema óptico. En este sentido, se mostró en [34] cómo mediante el multiplexado de lentes difractivas de diferentes focales, bajo ciertas condiciones la lente combinada puede producir una respuesta equivalente a un aumento de la profundidad de enfoque, tal como también sería posible por ejemplo mediante filtros de transmisión no uniforme ya descritos. En esta aplicación la pantalla trabaja en régimen de sólo fase. Cada lente se diseña de manera que lentes con focales consecutivas proporcionan distribuciones de amplitud a lo largo del eje que se superponen. De entre los diversos esquemas de multiplexado espacial en [35] se vio que el multiplexado espacialmente aleatorio proporciona un sistema cuya respuesta impulsional (PSF) tiene lóbulos laterales reducidos, y por tanto es apropiado para formación de imagen de objetos extensos. Hay que decir que el muestreo de una lente de Fresnel provoca la aparición de múltiples lentes cuando la frecuencia de muestreo es menor que la frecuencia de Nyquist. Para evitar dicho efecto la focal de la lente muestreada no debe ser menor de un cierto valor que dependerá de la apertura de la lente y de la longitud de onda con la que deba operar.

En la primera fila de la figura 5 se muestra la imagen formada por una sola lente difractiva en diversos planos a lo largo del eje. En la segunda fila se tiene el resultado para una lente multiplexada resultado del multiplexado aleatorio de 33 lentes. El objeto extenso utilizado es la estrella de Siemens, cuyo contenido en frecuencias espaciales decrece a medida que nos alejamos radialmente del centro de la figura. De este modo, podemos evaluar de una manera bastante aproximada la respuesta en frecuencia (MTF, Modulation Transfer Function) del sistema simplemente observando el contraste de los sectores a medida que observamos a diferentes distancias radiales respecto del centro de la estrella de Siemens. El rango de focales cubierto por las 33 lentes está entre 92 cm y 108 cm, con espaciado de 0.5 cm entre focales consecutivas. La lente escogida para la primera fila es la de focal 100 cm. Cada una de las columnas se corresponde con un plano diferente a lo largo del eje, concretamente el plano de mejor imagen de dicha lente, a 100 cm del LCD (que etiquetamos como plano $Z = 0$ cm), y en dos planos desenfocados: $Z = -6$ cm y $Z = -10$ cm (6 cm y 10 cm más cerca al LCD respectivamente). Si observamos la imagen en el plano $Z = 0$ cm, se

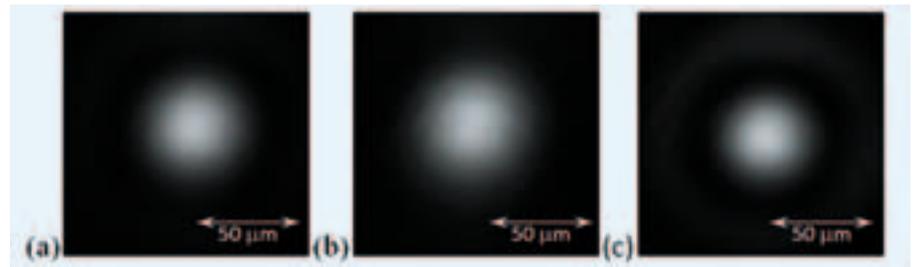


Fig. 4. Medida experimental de la PSF en el plano de mejor imagen para: (a) transmisión uniforme; (b) $P(r) = 1 - r^2$; (c) $P(r) = r^2$.

puede observar que la imagen producida por la lente única es más definida. Sin embargo, en los planos desenfocados la lente única genera contrastes de inversión entre los sectores tal como es de esperar, ya que es precisamente la existencia de estos contrastes de inversión una de las maneras de identificar que una imagen ha sido captada en un plano desenfocado. Sin embargo, para la lente multiplexada estos contrastes de inversión no se producen y se mantiene la calidad de imagen dentro de este amplio rango axial, lo que demuestra que se ha conseguido generar un elemento con una gran profundidad de enfoque.

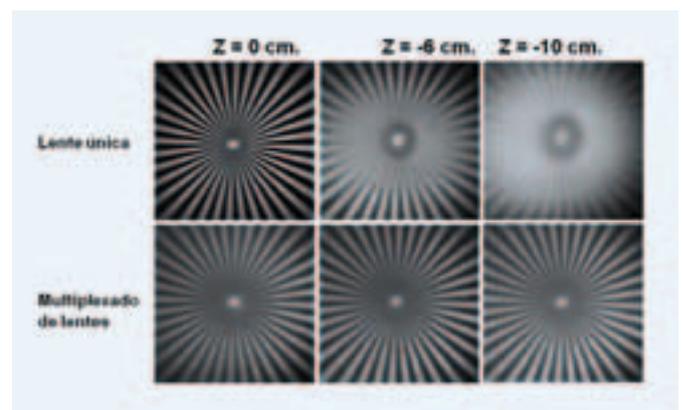
Conclusiones

En el presente artículo hemos hecho especial énfasis en el papel central que juega la difracción en la formación de imagen en sistemas ópticos. La difracción limita la anchura mínima de la PSF que se puede obtener y por tanto la resolución. Sin embargo, tal como hemos mostrado, la manipulación del frente de onda mediante filtros apropiados permite generar tanto hiperresolución como apodización en la respuesta tanto axial como transversal. La disponibilidad de moduladores espaciales de luz, tales como las pantallas LCD aquí vistas, facilita enormemente la generación de estos filtros, que se pueden cambiar en tiempo real. Varias aplicaciones han servido de ejemplo para mostrar el importante abanico de posibilidades que ofrece este campo de investigación.

Agradecimientos

Queremos agradecer su inestimable y entusiasta colaboración a todos los colegas que han participado en la investigación mostrada en este trabajo y cuyos nombres aparecen como coautores junto

Fig. 5. Imágenes de la estrella de Siemens capturada en el plano de mejor imagen ($Z = 0$) y en los planos desenfocados ($Z = -6$ cm y $Z = -10$ cm) para una sola lente y para una lente multiplexada (33 lentes mediante multiplexado espacialmente aleatorio).

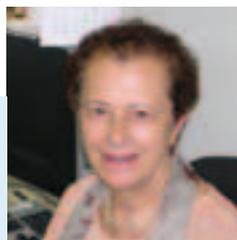


a nosotros en los artículos citados. Agradecemos el apoyo económico recibido de parte del Ministerio de Economía y Competitividad (FIS2012-39158-C02-01) y de la Generalitat de Catalunya (contrato 2014 SGR 1639).

Referencias

- [1] C. HUYGENS, *Traité de la Lumiere* (completado en 1678, publicado en Leyden en 1690).
- [2] F. M. GRIMALDI, *Physico mathesis de lumine, coloribus, et iride, aliisque annexis libri duo* (Bologna ["Bonomia"], Italia, Vittorio Bonati, 1665).
- [3] T. YOUNG, "The Bakerian Lecture: Experiments and calculations relative to physical optics". *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* (Royal Society of London) 94, pp. 1-16 (01/01/1804).
- [4] A. J. FRESNEL, "Mémoire sur la Diffraction de la lumière, où l'on examine particulièrement le phénomène des franges colorées que présentent les ombres des corps éclairés par un point lumineux", *Annales de la Chimie et de Physique*, 2.^a serie, vol. 1, pp. 239-281 (1816) (presentado ante l'Académie des Sciences el 15/10/1815).
- [5] J. W. GOODMAN, *Introduction to Fourier Optics* (McGraw-Hill, San Francisco, 2.^a edición, 1997).
- [6] W. T. CATHEY, *Optical Informatin Processing and Holography* (John Wiley & Sons, Inc, 1974).
- [7] M. BORN y E. WOLF, *Principles of Optics* (Pergamon Press, 1964).
- [8] G. B. AIRY, *Trans. Camb. Phil. Soc.* 5, 283-291 (1835).
- [9] J. W. STRUT (LORD RAYLEIGH), *Philos. Mag.*, 8, 403 (1879).
- [10] K. STREHL, "Die Beugungstheorie des Femrohrs", Barth, Leipzig (1894).
- [11] H. H. HOPKINS y M. J. YZUEL, *Opt. Acta*, 17, 3 157-182 (1970).
- [12] R. STRAUBEL y PIETER ZEEMAN, *Verhandeligen*, Martinus Nijhoff, 302 (1935).
- [13] G. TORALDO DI FRANCA, *Atti. Fond. Giorgio Ronchi* 7, 366-372 (1952).
- [14] J. OJEDA CASTAÑEDA, E. TEPICHIN y A. DÍAZ, *Appl. Opt.*, 28 (1989) 2666.
- [15] J. C. ESCALERA, M. J. YZUEL, J. CAMPOS, *Appl. Opt.*, 34 (1995) 1655.
- [16] M. MARTÍNEZ-CORRAL, P. ANDRÉS, J. OJEDA CASTAÑEDA, G. SAAVEDRA, *Optics Comm.*, 119, (1995) 491.
- [17] T. R. M. SALES y G. M. MORRIS, *J. Opt. Soc. Am. A*, 14 (1997) 1637.
- [18] W. T. CATHEY, E. R. DOWSKI, *App. Opt.*, 41 (2002) 6080.
- [19] C. J. R. SHEPPARD, J. CAMPOS, J. C. ESCALERA y S. LEDESMA, *Optics Comm.*, 281 (2008) 3623.
- [20] H. F. Wang, C. J. R. SHEPPARD, K. RAVI, S. T. HO, G. VIENNE, *Laser Photonics Reviews*, 6 (2012) 354.
- [21] J. CAMPOS, J. C. ESCALERA, A. MÁRQUEZ y M. J. YZUEL, *Asian Jour. Physics*, vol 23, 3 (2014) 363-402, en prensa.
- [22] J. TURUNEN y F. WYROWSKI, *Diffractive optics for industrial and commercial applications* (Akademie Verlag, Berlín, 1997).
- [23] A. W. LOHMAN y D. P. PARIS, "Binary Fraunhofer holograms, generated by computer", *Appl. Opt.* 6, 1739-1748 (1967).
- [24] S. SERATI y K. BAUCHERT, *Laser Focus World*, mayo de 1999, 229-233.
- [25] H-K . LIU H-K, J. A. DAVIS y R. A. Lilly, *Opt. Lett.* 10, 635-637 (1985).
- [26] J. CAMPOS, A. MÁRQUEZ, M. J. YZUEL, J. A. DAVIS, D. M. COTTRELL e I. MORENO, *Appl. Opt.*, 39 (2000) 5965.
- [27] J. MCORIST, M. D. SHARMA, C. J. R. SHEPPARD, E. WEST, K. MATSUDA, *Micron*, 34 (2003) 327.
- [28] R. DOU y M. K. GILES, *Opt. Lett.*, 20 (1995) 1583.
- [29] H. J. COUFAL, D. PSALTIS, B. T. SINCERBOX (eds.), *Holographic Data Storage* (Springer-Verlag, Berlín, 2000).
- [30] J. A. DAVIS, J. C. ESCALERA, J. CAMPOS, A. MÁRQUEZ, M. J. YZUEL y C. IEMMI, *Opt. Lett.*, 24 (1999) 628.
- [31] J. CAMPOS, M. J. YZUEL, A. MÁRQUEZ, J. C. ESCALERA, J. A. DAVIS, C. IEMMI y S. LEDESMA, *Proceedings SPIE*, 4457 (2001) 99.
- [32] A. MÁRQUEZ, C. IEMMI, J. CAMPOS, J. C. ESCALERA y M. J. YZUEL, *Optics Express*, 13 (2005) 716.
- [33] A. MÁRQUEZ, C. IEMMI, I. MORENO, J. A. DAVIS, J. CAMPOS y M. J. YZUEL, *Opt. Eng.*, 40 (2001) 2558.
- [34] C. IEMMI, J. CAMPOS, J. C. ESCALERA, O. LÓPEZ-CORONADO, R. GIMENO y M. J. YZUEL, *Optics Express*, 14 (2006) 10207.
- [35] A. MÁRQUEZ, C. IEMMI, J. CAMPOS y M. J. YZUEL, *Opt. Lett.*, 31 (2006) 392.

María Josefa Yzuel
Universidad Autónoma de
Barcelona, Real Academia de
Ciencias y Artes de Barcelona



Juan Campos
Universidad Autónoma de
Barcelona



Juan Carlos Escalera
Universidad Autónoma de
Barcelona



Andrés Márquez
Universidad de Alicante

