



<http://www.diva-portal.org>

Postprint

This is the accepted version of a chapter published in *Från Skaradjäkne till Uppsalaprofessor: festskrift till Lars-Göran Johansson i samband med hans pensionering*.

Citation for the original published chapter:

Lindström, S. (2017)

Church-Fitchs argument än en gång, eller: vem är rädd för vetbarhetsparadoxen?

In: George Masterton, Keizo Matsubara, Kim Solin (ed.), *Från Skaradjäkne till Uppsalaprofessor: festskrift till Lars-Göran Johansson i samband med hans pensionering* (pp. 160-171). Uppsala: Department of Philosophy, Uppsala University, Sweden

Uppsala Philosophical Studies

N.B. When citing this work, cite the original published chapter.

Permanent link to this version:

<http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:umu:diva-139509>

# CHURCH-FITCHS ARGUMENT ÄN EN GÅNG, ELLER: VEM ÄR RÄDD FÖR VETBARHETSPARADOXEN?<sup>1</sup>

Sten Lindström  
Umeå Universitet

## *Inledning*

Enligt ett realistiskt synsätt kan ett påstående vara sant trots att det inte ens i princip är möjligt att veta att det är sant. En sanningsteoretisk antirealist kan inte godta denna möjlighet utan accepterar en eller annan version av Dummetts vetbarhetsprincip:

(K) Om ett påstående är sant, så måste det i princip vara möjligt att veta att det är sant.

Det kan dock förefalla rimligt, även för en antirealist, att gå med på att det kan finnas sanningar som ingen faktiskt vet (har vetat, eller kommer att veta) är sanna. Man kan därför tänka sig att en antirealist skulle acceptera principen (K) utan att därför gå med på den till synes starkare principen:

(SK) Om ett påstående är sant, så måste det faktiskt finnas någon som vet att det är sant.

Ett mycket omdiskuterat argument – som ytterst går tillbaka till Alonzo Church, men som först publicerades i en uppsats av Frederic Fitch i *Journal of Symbolic Logic* 1963 – tycks emellertid visa att principen (K) implicerar principen (SK).<sup>2</sup> Antag nämligen att (K) är sann, medan (SK) inte är det. Men om (SK) är falsk, så finns det ett påstående som är sant men som ingen faktiskt vet är sant. Antag nu att  $p$  är ett sådant påstående. Låt  $Kp$  betyda att någon vet att  $p$  är sant. Det gäller alltså att  $p$  är sant samtidigt som  $Kp$  inte är det. Betrakta nu påståendet  $(p \wedge \neg Kp)$ . Enligt antagandet är detta påstående sant. Enligt (K) måste det då vara möjligt att någon vet att  $(p \wedge \neg Kp)$ . D.v.s., det måste vara möjligt att påståendet  $K(p \wedge \neg Kp)$  är sant. Men i så fall är det också möjligt att påståendet  $Kp \wedge \neg Kp$  är sant, vilket i sin tur implicerar att det är möjligt att  $Kp \wedge \neg Kp$  är sant, vilket ju är absurt. Således kan inte (K) vara sann samtidigt som (SK) är falsk. Vi tycks således kunna sluta oss till att (K) implicerar (SK).

I uppsatsen diskuterar jag några olika sätt att undgå Church-Fitch paradoxala slutsats. Ett tillvägagångssätt är att ersätta kunskapsoperatormen med en hierarki av kunskapspredikat. Ett annat är baserat på distinktionen mellan faktisk och potentiell kunskap och ett förkastande av

---

<sup>1</sup> Den här texten baserar sig på föredrag jag gav på Filosofidagarna i Lund, 12-14 juni 2009 samt vid *Workshop on Metacognition, Belief Change and Conditionals*, Department of Philosophy, University of Bristol, UK, 11-12 september 2009. Workshopen var arrangerad av Simone Duca och Hannes Leitgeb. Jag är tacksam till åhörarna i Lund, särskilt Wlodek Rabinowicz, och deltagarna i Bristol-workshopen, i synnerhet Hannes Leitgeb och Simone Duca, för stimulerande synpunkter och diskussion. Den något schematiska och skissartade framställningen kan kanske förklaras, om inte försvaras, utifrån textens bakgrund som föreläsningsmanuskript.

<sup>2</sup> Se Salerno (2009b) för en fascinerande redogörelse för argumentets tillkomsthistoria.

den vanliga modallogiska formaliseringen av principen (K). Den senare typen av lösning betraktas både från ett realistiskt och ett icke-realistiskt perspektiv. Utifrån denna analys kommer jag fram till slutsatsen att vi, vare sig vi är realister eller antirealister rörande sanning, kan sluta oroa oss för vetbarhetsparadoxen och ändå uppskatta Church-Fitchs argument.

### *1. Realism respektive Anti-Realism beträffande sanning*

Vi skiljer mellan:

*Realism beträffande sanning:* Ett påstående kan vara sant utan att det är möjligt att veta att det är sant. Det finns ingenting som utesluter existensen av sanningar som är ovetbara.

och

*Antirealism beträffande sanning:* Antirealisten tänker sig däremot att sanningsbegreppet är underkastat en kunskapsteoretisk restriktion:

För varje meningsfullt påstående  $p$  gäller: Om  $p$  är *sant*, så är det i princip *möjligt att veta* att  $p$  är sant.

Michael Dummett har formulerat följande två principer (regulativa idéer) för sanningsbegreppet:<sup>3</sup>

- (C) Om ett påstående är sant, så måste det finnas något (en "sanninggörare") som gör att påståendet är sant. *(Korrespondens)*
- (K) Om ett påstående är sant, så måste det i princip vara möjligt att veta att det är sant. *(Vetbarhet)*

Dessa principer hänger nära samman för Dummett: De omständigheter som gör ett påstående sant måste i princip vara påvisbara ifall de föreligger. Att *verifiera* ett påstående är att påvisa att en *sanninggörare* (ett *bevisfaktum*) föreligger. För att ett påstående skall vara meningsfullt, måste det i princip vara möjligt att verifiera det ifall det är sant.

Med *verifikationism* menar vi den doktrin enligt vilken:

- (i) Ett påstående  $p$  är *sant* omm (d.v.s., om och endast om) det finns en (möjlig) *metod* – en *verifikation* – (i det matematiska fallet, ett *bevis*), som det i princip är möjligt att utföra, för att visa att  $p$  är sant.
- (ii) *Vi vet att  $p$  är sant* (i symboler,  $Kp$ ) omm det finns en verifikation (bevis) av  $p$  som vi faktiskt har utfört. Vi har då rätt att hävda  $p$  på basen av denna verifikation.

---

<sup>3</sup> Dessa principer är återkommande teman i Dummetts skrifter med början i Dummett (1959). Beteckningarna (C) och (K) introduceras i Dummett (1976).

- (iii) Vi skiljer alltså mellan existensen av potentiella verifikationer och existensen av aktuella verifikationer, d.v.s., sådana som faktiskt har utförts.

Om man nu tolkar "sanningsgörare" i Dummetts princip (C) epistemiskt, som *epistemisk grund*, eller *verifikation*, så satisfierar verifikationismen Dummetts båda principer (C) och (K). Om man istället tolkar "sanningsgörare" som *ontologisk grund*, d.v.s., som ett sakförhållande eller faktum som (ontologiskt) *grundar* ett påståendes sanning, så förefaller vetbarhetsprincipen (K) föga plausibel. Dummetts egen tolkning av principen (C) är epistemisk; i den mån han överhuvudtaget är villig att tala om "sanningsgörare", så är det fråga om epistemisk snarare än ontologisk grund för ett påståendes sanning.

Att ge en precis och rigorös formulering av antirealismen är alls inte lätt. Situationen för antirealismen tycks emellertid vara allvarigare än så. Enligt ett berömt argument som går tillbaka till Alonzo Church, men som först publicerades av Frederic Fitch i en uppsats från 1963, tycks endast allvetande agenter kunna satisfiera principen (K). Denna princip skulle alltså – givet till synes plausibla bakgrundsantaganden – implicera att alla sanningar inte bara är möjliga att känna till utan att de faktiskt är, eller kommer att bli, kända. För detta resultat verkar det inte spela någon roll om vi ger en epistemisk eller ontologisk tolkning av "sanningsgörare". Låt oss nu betrakta argumentet i fråga.

## 2. Church-Fitchs argument

Vi betraktar ett klassiskt modallogiskt system  $L$  med propositionella kvantifikatorer, modala operatorer  $\Box$ ,  $\Diamond$  som satisfierar principerna för systemet T, samt en epistemisk operator K som uppfyller axiomen:

- (T)  $\vdash Kp \rightarrow p$   
 (D)  $\vdash K(p \wedge q) \rightarrow (Kp \wedge Kq)$

Vi läser  $Kp$  som 'någon (vid någon tidpunkt) vet att  $p$  är sann'.

Betrakta följande principer:

- (K) För varje proposition  $p$ , om  $p$  är sann, så är  $\Diamond Kp$  sann. (*Vetbarhet*)  
 (SK) För varje proposition  $p$ , om  $p$  är sann, så är  $Kp$  sann. (*Allvetenhet*)

*Church-Fitchs teorem:* (K) implicerar (SK), d.v.s., i symbolisk form:

$$\vdash \forall p(p \rightarrow \Diamond Kp) \rightarrow \forall p(p \rightarrow Kp)$$

*Bevis av Church-Fitchs teorem:*

Vi startar beviset med två lemman:

*Lemma 1.* En proposition av formen  $K(p \wedge \neg Kp)$  kan inte vara sann.

*Bevis:* Ponera att  $K(p \wedge \neg Kp)$  är sann. Då är också  $Kp \wedge K\neg Kp$  sann (då K distribuerar över  $\neg$ ). Då kunskap implicerar sanning får vi:  $Kp \wedge \neg Kp$ , vilket är omöjligt. Q.E.D.

Direkt ur Lemma 1 följer:

*Lemma 2.* Propositionen  $\Diamond K(p \wedge \neg Kp)$  är falsk.

Vi återgår nu till beviset av Church-Fitchs teorem. Vi antar således (K) och söker härleda (SK). För ett indirekt bevis antar vi dessutom att (SK) inte gäller, d.v.s. att det finns en proposition  $p$  som är sann, men som ingen vet är sann. Då är propositionen  $(p \wedge \neg Kp)$  sann.

Vi applicerar principen (K) på propositionen  $(p \wedge \neg Kp)$  och sluter oss till att  $\Diamond K(p \wedge \neg Kp)$  är sann. Men detta strider mot Lemma 2. Alltså gäller att (K) implicerar (SK). Q.E.D.

I klassisk logik är följande utsagor ekvivalenta:

- (1)  $\vdash \forall p(p \rightarrow \Diamond Kp) \rightarrow \forall p(p \rightarrow Kp)$
- (2)  $\vdash \exists p(p \wedge \neg Kp) \rightarrow \exists p(p \wedge \neg \Diamond Kp)$ .

Fitch (1963) formulerar (2) på följande sätt:

*If there is some true proposition which nobody knows (or has known or will know) to be true, then there is a true proposition which nobody can know to be true.*

Church-Fitchs argument kan ju förefalla bestickande, men samtidigt är ju slutsatsen, när den formuleras i informella termer, ointuitiv. Man kan därför fråga sig om något gått fel.

### 3. Har något gått fel?

Intuitivt förefaller det möjligt att godta:

(K) Om ett påstående är sant, så måste det i princip vara möjligt att veta att det är sant. utan att för den skull acceptera:

(SK) Om ett påstående är sant, så finns det någon (i det förgångna, nu, eller i framtiden) som faktiskt vet att det är sant.

Gödel (1951), t.ex., höll det inte för uteslutet att varje sann matematisk utsaga är (informellt) bevisbar, samtidigt som han naturligtvis inte menade att varje sann matematisk utsaga en gång faktiskt kommer att bevisas.

Så länge vi enbart använder (K)  $\forall p(p \rightarrow \Diamond Kp)$ , på matematiska påståenden  $p$  eller andra utsagor av icke-epistemisk natur, så är Fitchs resonemang inte tillämpligt.

Fitchs bevis bygger att vetbarhetsprincipen (K) tillämpas på påståenden som själva innehåller kunskapsoperatoren  $K$  samt att vi tillåter att denna operator itereras.

I beviset tillämpade vi (K) på ett påstående av formen  $(p \wedge \neg Kp)$ . Vi erhöll då:

$$(p \wedge \neg Kp) \rightarrow \Diamond K(p \wedge \neg Kp).$$

Ett sätt att undvika Fitchs resultat är att ersätta kunskapsoperatoren med en hierarki av kunskapspredikat. Jag skall närmast betrakta detta lösningsförslag.<sup>4</sup>

<sup>4</sup> En annan typ av lösning på Vetbarhetsparadoxen, som i likhet med hierarkiska lösningar bygger på att principen (K) försvagas, har föreslagits av Neil Tennant (2002). Tennant föreslår nämligen att (K) modifieras till att lyda: Om  $p$  är sann och  $Kp$  är konsistent, så är det möjligt att veta  $p$ . Tennants förslag är kontroversiellt och har lett till en omfattande diskussion, bl.a. har det ifrågasatts om Tennants förslag verkligen undgår alla

#### 4. En hierarki av kunskapspredikat

Det kan verka rimligt att tänka sig att man bör ersätta kunskapsoperatoren (som kan itereras) med en hierarki av kunskapspredikat (som inte kan itereras). Detta för att undvika paradoxer av följande slag:

Kalle vet att han tänker på en och endast en proposition en viss dag, nämligen propositionen:

P: Ingen av de propositioner som jag tänker på idag är sådan att jag vet att den är sann.

Antag först att Kalle vet att P är sann. Men Kalle vet att P är den enda proposition som han tänker på "idag". Så, Kalle vet att P inte är sann.

Slutsats: Kalle vet inte att P är sann.

Men Kalle kan själv utföra detta resonemang. Så Kalle vet alltså att han inte vet att P är sann.

Kalle vet alltså att den enda proposition som han tänker på "idag" inte är sann. Men det innebär ju att Kalle vet att P är sann. Vi har härlett en motsägelse, från till synes rimliga antaganden.

Om vi nu ersätter kunskapsoperatoren K med en hierarki av kunskapspredikat  $K^1, K^2, \dots$  kan paradoxer av angiven typ, liksom Church-Fitchs argument, blockeras.

Vetbarhetsprincipen (K) ersätter vi med ett schema:

$$(K^n) \forall p^n (p^n \rightarrow \Diamond K^{n+1} p).$$

Antag att vi startar med ett påstående av formen:

$$(p^0 \wedge \neg K^1 p^0).$$

Vi kan nu tillämpa ( $K^1$ ) och erhålla:

$$\Diamond K^2 (p^0 \wedge \neg K^1 p^0).$$

Detta ger i sin tur

$$\Diamond (K^2 p^0 \wedge K^2 \neg K^1 p^0).$$

Slutligen, får vi

$$\Diamond (K^2 p^0 \wedge \neg K^1 p^0),$$

vilket ju inte ger upphov till någon motsägelse.

Även om den hierarkiska lösningen blockerar Church-Fitchs argument, kan den uppfattas som artificiell. Den skulle i alla händelser behöva förses med en filosofisk motivering.

---

varianter av paradoxen. Dessutom har förslaget anklagats för att vara *ad hoc*. Jag kommer inte att diskutera Tennants förslag i den här uppsatsen.

### 5. Sanningsgöraranalys av sanning och kunskap

Jag kommer nu att diskutera två lösningar på för Church-Fitchs paradox vilka utgår ifrån Dummetts princip:

- (C) Om ett påstående är sant, så måste det finnas något (en "sanningsgörare") som gör att påståendet är sant.

Låt oss skriva "x: p" för den relation som råder mellan ett *tillstånd* x och en *proposition* p när det förra *gör* den senare *sann*.

Vi kan här tänka oss två olika tolkningar av termen "tillstånd" som svarar mot två sätt att förstå sanningsgörarrelationen ':':

(i) *Den ontologiska (eller realistiska) tolkningen*: x är en situation (sakförhållande, möjlig värld, eller dylikt) som kan föreligga eller ej, rent objektivt. "x: p" skall förstås som att tillståndet x är en *ontologisk grund* för propositionen p:s sanning.

Det kan naturligtvis vara en del av situationen x att subjektet har, eller saknar, en viss information. Enligt denna tolkning kan det mycket väl gälla:

$$x: (p \wedge \neg Kp).$$

Det kan t.ex. finnas ett jämnt antal böcker i min bokhylla just nu utan att jag vet om det.

(ii) *Den epistemiska (anti-realistiska) tolkningen*: x är ett *epistemiskt tillstånd* (informationstillstånd) hos ett subjekt. "x: p" betyder att agenten på basen av informationen x är berättigad att hävda att p är sann ("fälla omdömet: p är sann"). Med andra ord, informationstillståndet x är en *epistemisk grund* för p:s sanning.

Givet den epistemiska läsningen kan vi inte ha:

$$x: (p \wedge \neg Kp).$$

Agenten kan aldrig vara berättigad att hävda "p är sann, men jag vet det inte". För att vara berättigad att hävda en proposition p, måste hon kunna veta att p är sann givet den information hon besitter. Men det är omöjligt att veta  $(p \wedge \neg Kp)$  på basen av informationen x.

### 6. En realistisk ansats: Aktuell respektive potentiell kunskap

Huvudtanken bakom denna analys går tillbaka till Dorothy Edgington (1985).

Antag att jag inte vet hur många böcker det faktiskt finns i min bokhylla. Men jag kunde ha tagit reda på det. I den aktuella situationen @ har jag en viss förmåga att försätta mig i en situation y sådan att om y förelåg så skulle jag veta att p är sann i @. D.v.s., jag kunde ha försatt mig i en situation y som endast skiljer sig från den aktuella i det att jag hade räknat hur många böcker det finns. Om detta villkor är uppfyllt kan man säga att jag har *potentiell kunskap* i @ om hur många böcker det (faktiskt) finns i min bokhylla.

Ett annat exempel: Jag kanske inte har aktuell kunskap om att 853 är ett primtal. Men jag har potentiell kunskap, ty jag har tillgång till en algoritm (säg "Eurathostenes såll") sådan att om jag skulle tillämpa den, så skulle den efter ändligt många steg visa att 853 faktiskt är ett primtal.

Låt oss skriva:

$x$ :  $K(p)$  för: i situationen  $x$  gäller att agenten har aktuell kunskap om (vet aktuellt) att  $p$  är sann i  $x$ .

$x$ :  $[PK](p)$  för: i situationen  $x$  gäller att agenten har potentiell kunskap om (vet potentiellt) att  $p$  är sann i  $x$ . Detta innebär att det finns en möjlig utvidgning  $y$  av situationen (eller tillståndet)  $x$  sådan att det är känt i  $y$  om situationen  $x$  att  $p$  är sann i  $x$ .

Det är nu klart att följande principer är giltiga (sanna i varje situation):

$$K(p) \rightarrow [PK](p)$$

$$[PK](p) \rightarrow p$$

$$[PK](p \wedge q) \rightarrow ([PK](p) \wedge [PK](q)).$$

Antag att vi nu till dessa principer lägger följande modifierade version av Dummetts vetbarhetsprincip:

$$(PK) \quad \forall p(p \rightarrow [PK](p)).$$

Från denna princip kan vi inte sluta oss till:

$$(AK) \quad \forall p(p \rightarrow K(p)).$$

Antag nämligen att  $x$ :  $(p \wedge \neg Kp)$  i en viss situation  $x$ . Den modifierade vetbarhetsprincipen (PK) implicerar då att  $x$ :  $[PK](p \wedge \neg Kp)$ , vilket i sin tur implicerar:  $x$ :  $([PK]p \wedge [PK]\neg Kp)$ . Från detta erhåller vi,

$$(*) \quad x: ([PK]p \wedge \neg Kp).$$

Men (\*) innebär ju bara att  $p$  är potentiell kunskap i den givna situationen  $x$  utan att vara aktuell kunskap i  $x$ . Och det är ju precis som det bör vara.

Naturligtvis kan det gälla att:

$$[PK](p \wedge \neg Kp).$$

Subjektet kan nämligen ha *förmågan* att lära sig att  $p$  (faktiskt) är sann, även om hon inte har aktuell kunskap om att  $p$  är sann. Å andra sidan kan vi naturligtvis inte ha:

$$K(p \wedge \neg Kp),$$

som vi redan sett (Lemma1 i sektion 2).

Vi har betraktat två olika tolkningar av vetbarhetsprincipen:



*Alla sanningar är vetbara,*

nämligen:

(K)  $\forall p(p \rightarrow \diamond Kp)$

och

(PK)  $\forall p(p \rightarrow [PK]p)$ .

Church-Fitchs argument visade att (K) leder till den absurda slutsatsen att alla sanningar faktiskt är kända. (PK) har inte denna absurda konsekvens. Men från ett (ontologiskt) realistiskt perspektiv, finns det ändå inga skäl att acceptera Vetbarhetsprincipen i någon form.

Betrakta nämligen påståendet:

(A)  $p$ , men ingen vet någonsin att  $p$  är sann.

A kan mycket väl vara sant för något lämpligt val av  $p$ , säger den ontologiska realisten. Vi kan t.ex. tänka oss att  $p$  är påståendet att det på en viss plats aldrig kommer att byggas någon stad.<sup>5</sup> (PK) säger att vi trots att vi inte kan ha aktuell kunskap om A:s sanning, ändå måste ha potentiell kunskap om densamma. Men det verkar absurt att anta i fall av detta slag att det nödvändigtvis skulle ligga inom vår mänskliga förmåga – hur idealiserad vi ändå tänker oss denna – att få reda på att A faktiskt är sann. Vidare kan en matematisk realist kanske kunna tänka sig att det finns matematiska sanningar som det ligger bortom all mänsklig förmåga att visa att de är sanna. Således tycks det inte finnas skäl för en ontologisk realist att acceptera vetbarhetsprincipen i någon form.

### *7. Vetbarhetsprincipen utifrån ett epistemiskt (antirealistiskt) perspektiv*

Distinktionen mellan aktuell och potentiell kunskap är också central för den epistemiska ansatsen. En agent kan vara berättigad att hävda att  $p$  är sann på basen av den information som hon redan besitter. Hon har då aktuell kunskap om att  $p$  är sann. Men hon kan också skaffa sig ytterligare information genom deduktion eller empiriska undersökningar.

Vi kan säga att hon har potentiell kunskap om  $p$ :s sanning om det i princip är möjligt för henne att skaffa sig ytterligare information genom matematiska resonemang och/eller empiriska undersökningar som ger henne rätt att hävda  $p$ .

Vi har sett att ett epistemiskt subjekt aldrig kan vara rättfärdigad att hävda

$p$  är sant, men jag vet inte att så är fallet.

D.v.s., ett (första-persons) hävdande av formen  $(p \wedge \neg Kp)$  kan aldrig verifieras i den situation i vilket det fällt. Vi kan naturligtvis ha:

$P$  var sant igår, men jag visste inte att så var fallet.

---

<sup>5</sup> Exempel från Dummett (1959).

Det som är sant i en situation kan alltså verifieras i en annan situation.

Enligt den epistemiska ansatsen identifieras sanning med potentiell kunskap. Ett påstående är således sant om det i princip kan verifieras. Church-Fitchs argument visar att Dummetts princip:

(K) Om ett påstående är sant, så måste det i princip vara möjligt att veta att det är sant.

är oacceptabel om den tolkas som:

$$\forall p(p \rightarrow \Diamond Kp).$$

Men som vi sett är detta är en orimlig formalisering av Dummetts (K). (K) bör istället rimligtvis förstås som:

$$(PK) \quad \forall p(p \rightarrow [PK]p).$$

Och som vi har sett drabbas inte denna version av Dummetts (K) av Church-Fitch argumentet.

En ointuitiv konsekvens av den epistemiska ansatsen är att den tycks göra sanningsbegreppet relativt till epistemiska agents verkliga eller idealiserade förmågor. Man riskerar att få något i stil med: Påståendet  $p$  är sant för agenten  $S$  i situationen  $x$  om det ligger i  $S$ 's förmåga i  $x$  att verifiera  $p$  utifrån den information som finns tillgänglig i  $x$  (eller som  $S$  kan inhämta relativt  $x$ ).

Allt detta blir ganska vagt, i synnerhet när den icke-realistiska sanningsteorin skall tillämpas utanför matematiken. För matematiska kontexter har det epistemiska synsättet givit upphov till rigorösa och välutvecklade sanningsteorier i stil med Brouwer-Heyting-Kolmogorov (BHK) tolkningen av intuitionistisk logik och matematik. Det förefaller dock korrekt att säga att de försök som gjorts att också utveckla epistemiska sanningsteorier för icke-matematiska kontexter hittills inte visat sig framgångsrika.

## 8. Slutsatser

Dummetts vetbarhetsprincip (K) leder till absurda konsekvenser om den tolkas som:

$$\forall p(p \rightarrow \Diamond Kp).$$

Men som vi har sett är detta inte den enda tolkningen av Dummetts princip. Ett sätt att undgå Church-Fitchs paradox är att ersätta kunskapsoperatorm  $K$  med en hierarki av kunskapspredikat  $K^n$  av olika ordning. Men hierarkiska lösningar är onaturliga och förefaller svåra att motivera filosofiskt. Vi har istället föreslagit en lösning baserad på distinktionen mellan aktuell och potentiell kunskap, enligt vilken Dummetts princip (K) tolkas som (PK) i termer av sanningens (potentiella) vetbarhet. En agent som saknar aktuell kunskap om ett visst påstående  $p$ 's sanning kan genom deduktiva slutledningar och genom att skaffa sig ny information lära sig att  $p$  var sann i den ursprungliga situationen. (Exempel: Jag vet inte hur många böcker som finns i min bokhylla, men jag skulle kunna ta reda på det genom att räkna.) En ontologisk realist har ingen anledning att acceptera (KP) i dess fulla generalitet.

Icke-realisten bör förmodligen acceptera Dummetts princip (K) i dess form (PK). För henne blir (PK) närmast en trivial konsekvens av den epistemiska sanningskonceptionen.

Church-Fitchs argument innebär inget hot. Enligt vår analys har ”Church-Fitchs paradox” sin grund i att potentiell kunskap analyseras som  $\Diamond K_p$ . Förmågan att veta att p är sann kan inte analyseras som  $\Diamond K_p$ .

*Moral: Vi kan sluta oroa oss för vetbarhetsparadoxen och fortsätta att uppskatta Church-Fitchs argument.*

### *Några valda referenser*

Brogaard, Berit and Salerno, Joe, "Fitch's Paradox of Knowability", The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Winter 2013 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <<https://plato.stanford.edu/archives/win2013/entries/fitch-paradox/>>.

Dummett, M., 1959. "Truth," *Proceedings of the Aristotelian Society*, 59: 141–162.

Dummett, M., 1976. "What is a Theory of Meaning? (II)," in G. Evans and J. McDowell (eds.), *Truth and Meaning*, Oxford: Clarendon Press, Chapter 4.

Edgington, D., 1985. "The Paradox of Knowability," *Mind*, 94: 557–568.

Fitch, F., 1963. "A Logical Analysis of Some Value Concepts," *The Journal of Symbolic Logic*, 28: 135–142; reprinted in Salerno (ed.) 2009, 21–28.

Gödel, K., 1951. "Some basic theorems on the foundations of mathematics and their implications" (Gibbs Lecture). In Gödel 1995, *Collected Works III. Unpublished Essays and Lectures*, ed. S. Feferman et al., Oxford University Press, Oxford, pp. 304–323.

Lindström, S., 1997. "Situations, Truth and Knowability: A Situation-Theoretic Analysis of a Paradox of Fitch," in E. Ejerhed and S. Lindström (eds.), *Logic, Action and Cognition: Essays in Philosophical Logic*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 183–210.

Rabinowicz, W. and Segerberg, K., 1994. "Actual Truth, Possible Knowledge," *Topoi*, 13: 101–115.

Salerno, J., (ed.) 2009. *New Essays on the Knowability Paradox*, Oxford: Oxford University Press.

Salerno, J., 2009b. "Knowability Noir: 1945–1963," in Salerno (ed.) 2009, 29–48.

Tennant, N., 2002. *The Taming of the True*. Oxford University Press, USA, 2002.

Williamson, T., 1987a. "On the Paradox of Knowability," *Mind*, 96: 256–61.

Williamson, T., 2000b. *Knowledge and its Limits*, Oxford: Oxford University Press, Chapter 12.