

Simulations d'écoulements inertiels en milieu poreux

M. AGNAOU, D. LASSEUX, A. AHMADI

*Institut de Mécanique et d'Ingénierie I2M, Département TREFLE, UMR CNRS 5295, Arts et Métiers
ParisTech, Esplanade des Arts et Métiers - Talence, 33400*

Résumé

Le but de ce travail est d'étudier la correction à la loi de Darcy pour un écoulement inertiel dans un milieu poreux. Dans diverses situations rencontrées en industrie comme les écoulements dans les colonnes de réacteurs, les écoulements autour des puits pour la récupération pétrolière, les écoulements dans les filtres..., les nombres de Reynolds sont assez importants pour conduire à une relation non-linéaire entre la vitesse de filtration et le gradient de pression.

Dans ce travail, une analyse numérique de la correction non linéaire -inertielle- à la loi de Darcy est réalisée pour l'écoulement stationnaire inertiel d'un fluide Newtonien monophasique incompressible dans des structures 2D et 3D.

Les propriétés effectives qui apparaissent dans le modèle macroscopique obtenu par changement d'échelle opéré sur les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement (Navier-Stokes) à l'échelle du pore sont déterminées à partir du champ de l'écoulement microscopique et de la résolution de problèmes de fermeture qui résultent de l'opération de prise de moyenne. A partir des simulations numériques, la dépendance de la correction à la loi de Darcy vis à vis des propriétés géométriques de la structure 3D est étudiée.

Plus particulièrement, on s'intéresse ici à l'impact de la forme des grains solides (cubiques ou sphériques) et du degré de désordre dans leur arrangement dans le domaine.

Abstract

The aim of this work is to study the correction to Darcy's law for inertial flow in porous media. In many situations encountered in industrial applications such as flow in column reactors, gas flow near wells for hydrocarbon recovery and CO₂ sequestration, flow in filters..., Reynolds numbers are large enough to lead to a non-linear relationship between the filtration velocity and the pressure gradient.

In this work, a numerical analysis of the non linear -inertial- correction to Darcy's law is carried out for the stationary inertial flow of a one-phase Newtonian incompressible fluid on model 2D and 3D structures. Effective properties appearing in the macroscopic model resulting from the volume averaging of the mass and momentum (Navier-Stokes) equations at the pore scale are determined using the microscopic flow fields and solving the closure problems resulting from up-scaling. From the numerical simulations, the dependence of the correction to Darcy's law on the geometrical properties of the 3D structure is studied. These properties are the shape of the solid grains which may be cubic or spherical and the degree of disorder in their arrangement in the domain.

Mots clefs : milieux poreux, simulations numériques, effets d'inertie, changement d'échelle

1 Modèle physique et méthodologie

L'équation de Darcy-Forchheimer classique basée sur l'introduction empirique d'un coefficient de résistance inertielle dans le terme de correction (quadratique en vitesse) à la loi de Darcy a été précisée à l'aide d'une dérivation formelle théorique conduisant à un modèle général plus complet [1].

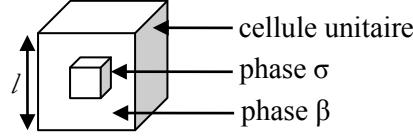


Figure 1 : volume élémentaire représentatif de la structure poreuse du modèle (cubes arrangés dans un réseau cubique ordonné, l'échelle macroscopique du milieu poreux)

Les équations macroscopiques de ce modèle sont obtenues en moyennant les équations microscopiques de conservation de la masse et de la quantité de mouvement (Navier-Stokes) sur un volume élémentaire représentatif (VER) d'un milieu pseudopériodique (voir figure Figure 1 pour un exemple de cellule unitaire de la structure modèle). Ces équations microscopiques sont données, sous forme adimensionnelle, par :

$$-\nabla \tilde{p}_\beta^* + \nabla^2 \mathbf{v}_\beta^* = \nabla \langle p_\beta \rangle^{\beta*} + Re^* (\mathbf{v}_\beta^* \cdot \nabla) \mathbf{v}_\beta^* \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_\beta^* = 0 \quad (2)$$

Où \mathbf{v}_β^* , $\tilde{p}_\beta^* = p_\beta^* - \langle p_\beta \rangle^{\beta*}$ et $\langle p_\beta \rangle^{\beta*}$ sont les valeurs adimensionnelles de la vitesse, la fluctuation de pression et la pression moyenne intrinsèque dans la phase fluide β , alors que Re^* est le nombre de Reynolds de l'écoulement donné par $Re^* = \frac{\rho_\beta l |\nabla \langle p_\beta \rangle^{\beta*}|}{\mu_\beta^2}$. Les conditions aux limites associées sont :

$$\mathbf{v}_\beta^* = \mathbf{0} \quad \text{sur } A_{p\sigma} \quad (3)$$

$$\mathbf{v}_\beta^*(\mathbf{r}^* + \mathbf{I}_i^*) = \mathbf{v}_\beta^*(\mathbf{r}^*) \quad i = 1, 2, 3 \quad (4)$$

$$\tilde{p}_\beta^*(\mathbf{r}^* + \mathbf{I}_i^*) = \tilde{p}_\beta^*(\mathbf{r}^*) \quad i = 1, 2, 3 \quad (5)$$

En moyennant ce problème aux limites sur le VER, le modèle macroscopique suivant est obtenu :

$$\langle \mathbf{v}_\beta \rangle = -\frac{\mathbf{K}}{\mu_\beta} \cdot (\nabla \langle p_\beta \rangle^\beta - \rho_\beta \mathbf{g}) - \mathbf{F} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle = 0 \quad (7)$$

Dans l'équation (6), on notera que \mathbf{F} dépend de $\langle \mathbf{v}_\beta \rangle$ et $\mathbf{F} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle$ est le vecteur de correction de Forchheimer et \mathbf{K} le tenseur de perméabilité intrinsèque du milieu. Afin de déterminer les deux tenseurs macroscopiques \mathbf{K} et \mathbf{F} , un problème de fermeture doit être résolu. Il est donné par :

$$-\nabla \mathbf{m}^* + \nabla^2 \mathbf{M}^* + \mathbf{I} = Re^* \mathbf{v}_\beta^* \cdot \nabla \mathbf{M}^* \quad (8)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{M}^* = \mathbf{0} \quad (9)$$

$$\langle \mathbf{M}^* \rangle = \mathbf{H}^* \quad (10)$$

avec les conditions aux limites associées :

$$\mathbf{M}^* = \mathbf{0} \quad \text{on } A_{p\sigma} \quad (11)$$

$$\mathbf{m}^*(\mathbf{r}^* + \mathbf{I}_i^*) = \mathbf{m}^*(\mathbf{r}^*) \quad i = 1, 2, 3 \quad (12)$$

$$\mathbf{M}^*(\mathbf{r}^* + \mathbf{I}_i^*) = \mathbf{M}^*(\mathbf{r}^*) \quad i = 1, 2, 3 \quad (13)$$

On remarquera que la vitesse à l'échelle microscopique persiste dans ce problème de fermeture, ce qui nécessite la résolution préalable des équations (1) et (2)). Il faut également souligner que ce problème de fermeture doit être résolu une première fois avec $Re^* = 0$ afin de déterminer le tenseur de perméabilité qui est donné, dans ces circonstances, par $\langle \mathbf{M}^* \rangle = \mathbf{K}^*$. Dans une deuxième étape, la solution pour un Re^*

prédéfini fournit le tenseur de correction \mathbf{F} qui est donné par (voir [2]) :

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}^* \cdot \mathbf{H}^{*-1} - \mathbf{I} \quad (14)$$

La procédure numérique décrite ci-dessus a été appliquée à des structures désordonnées 2D et 3D (voir figure Figure 2 pour un milieu 3D faiblement désordonné utilisé dans nos simulations). Deux types de désordre sont envisagés, comme dans [2] : un désordre faible correspond à un placement aléatoire de grains de forme et de taille identiques dans chaque cellule d'un réseau régulier 3D tandis que pour le fort désordre, on y superpose une distribution aléatoire de la taille des grains. Un exemple d'un résultat de lignes de courant superposées au champ de fluctuation de pression adimensionnelle obtenus sur un milieu 2D fortement désordonné pour $Re^* = 1000$ et $\nabla \langle p_\beta \rangle^{\beta*} = \cos(\pi/4)\mathbf{e}_x + \sin(\pi/4)\mathbf{e}_y$ est présenté sur la figure Figure 3. Le rôle du désordre, discuté pour des structures 2D en [2] peut être donc étendu pour des cas 3D. En outre, l'influence de la forme des grains sur les propriétés macroscopiques a été abordée.

Les simulations ont été faites par le logiciel Comsol qui est basé sur la méthode des éléments finis. Pour le milieu qui apparait sur la figure Figure 3, le maillage est de 600.000 éléments triangulaires.

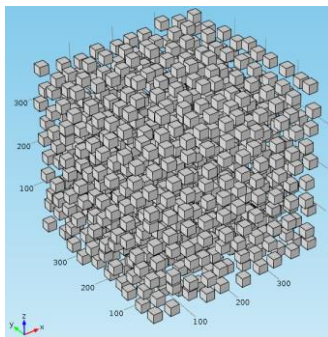


Figure 2 : milieu poreux 3D faiblement désordonné à 75% de porosité formé par des grains cubiques

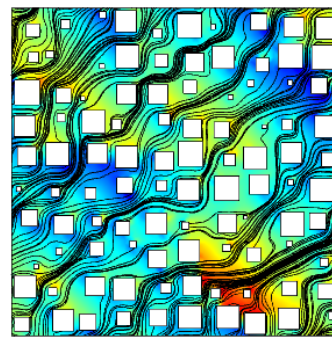


Figure 3 : lignes de courant et champ de fluctuation de pression d'un écoulement de fluide dans un milieu poreux 2D fortement désordonné à 75% de porosité

References

- [1] S. Whitaker, The Forchheimer equation: A theoretical development, *Transp. Porous Media* 25, 27-61 (1996).
- [2] D. Lasseux, A. A. Abbasian Arani, A. Ahmadi, On the stationary macroscopic inertial effects for one phase flow in ordered and disordered porous media, *Phys. of Fluids* 23(7) 073103, DOI: 10.1063/1.3615514 (2011).