

# Etude de l'écoulement d'un fluide entre deux plans parallèles munis d'obstacles

A. BOUDIAF, F. DANANE, Y.K. BENKAHLA

*Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene*

*Faculté de Génie Mécanique et de Génie des Procédés*

## Résumé :

*Le présent travail consiste en l'étude numérique de l'écoulement laminaire et stationnaire d'un fluide newtonien entre deux plans parallèles. Ces derniers sont munis de deux obstacles identiques, générateurs de chaleur, placés sur la paroi supérieure. La méthode des volumes finis et l'algorithme SIMPLER sont utilisés pour résoudre les équations de l'impulsion et de l'énergie. Les résultats montrent que l'augmentation du nombre de Reynolds améliore le transfert thermique. De même, l'augmentation du rapport de conductivité affecte le transfert thermique.*

## Abstract :

*The present paper reports numerical results of forced convection within parallel plates with two identical protruding heat sources located at the upper wall. The flow is assumed to be laminar, steady and two-dimensional. The finite volume method and the SIMPLER algorithm are used to solve the conservation equations of mass, momentum, and energy. The local Nusselt number at the walls of the blocks and isotherms are examined for a wide range of thermal conductivity ratio. The results show that as the thermal conductivity increases the internal resistance to heat flow is reduced. Furthermore, for  $k_s/k_f \geq 50$  the local Nusselt number distributions are nearly identical.*

**Mots clefs :** convection forcée, volume finis, rapport de conductivité

## 1 Introduction

Le transfert thermique entre deux plans parallèles munis de blocs générateurs de chaleur, sièges d'un écoulement, a fait l'objet de plusieurs études numériques et expérimentales vu son intervention dans plusieurs applications ayant trait à l'industrie électronique, nucléaire, chimique et pétrolière.

Young et al [1], [2] ont étudié le transfert thermique en mode de convection forcée en présence de sources de chaleur montées sur la paroi inférieure d'un canal. Leurs résultats montrent que les dimensions et le matériau avec lequel sont conçues les sources ont des effets considérables sur le transfert thermique. Min Hsiung et al [3] ont fait une étude numérique de la convection forcée entre deux plans parallèles munis d'un bloc. Il en découle que le rapport de forme optimal de l'obstacle, qui correspond au taux de transfert thermique maximal, diminue lorsque l'on augmente le nombre de Reynolds mais diminue avec le rapport de conductivité. Seo Young et al [4] ont simulé l'écoulement pulsatif et les caractéristiques du transfert de chaleur qui l'accompagne en présence de deux blocs chauffés. Hsieh et Huang [5] ont étudié la convection forcée sur une surface montée de blocs, Ils présentent des corrélations du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds et de la largeur du bloc.

Dans cette étude, nous avons analysé l'impact de la présence de deux sources génératrices de chaleur, placées sur la paroi supérieure d'un canal, siège d'un écoulement laminaire en mode de convection forcée d'un fluide incompressible, sur le champ de température. Le fluide choisi est newtonien, de propriétés

physiques constantes et uniformes. Le canal est constitué de deux plans parallèles et adiabatiques, de longueur  $L$  et espacés d'une distance  $H$ . La largeur du canal étant très grande (le long de l'axe  $Oz$ ), on considérera par conséquent l'écoulement comme bidimensionnel plan (dans le plan  $xOy$ ). A l'entrée du canal, l'écoulement sera supposé pleinement développé, en d'autres termes, le profil de vitesse à l'entrée du canal est parabolique correspondant à un régime établi. L'influence du rapport de conductivité thermique entre le solide et le fluide ainsi que celle du nombre de Reynolds sur le transfert thermique est examinée.

## 2 Formulation mathématique

La géométrie du problème considéré consiste en deux blocs identiques de longueur réduite  $W$ , de hauteur réduite  $C$  et espacés d'une distance  $S$ . Ces deux blocs, montés sur la paroi supérieure du canal, sont générateurs de chaleur (figure 1).

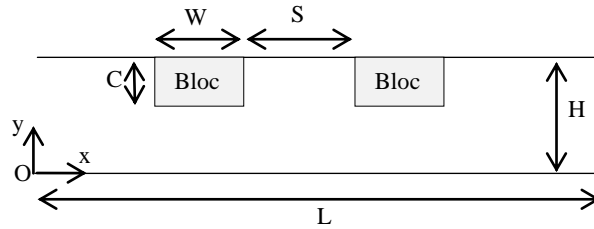


FIG. 1 – géométrie du problème physique

Les équations générales, régissant notre problème physique, s'écrivent sous forme adimensionnelle comme suit :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P^*}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu^* \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \mu^* \frac{\partial U}{\partial Y} \right) \right] + \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu^* \frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \mu^* \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right] \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P^*}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu^* \frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \mu^* \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right] + \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu^* \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \mu^* \frac{\partial U}{\partial X} \right) \right] \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{K}{\text{Re Pr}} \left[ \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right] + \frac{\lambda}{\text{Re Pr W C}} \quad (4)$$

Pour l'écriture adimensionnelle des équations 1 à 4, nous avons utilisé les variables réduites suivantes :

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{H} & Y &= \frac{y}{H} & U &= \frac{u}{U_0} & V &= \frac{v}{U_0} \\ P^* &= \frac{p}{\rho U_0^2} & \theta &= \frac{T - T_e}{Q H / k_f} & K &= \frac{k_s}{k_f} \end{aligned}$$

### 2.1 Conditions aux limites

Pour la résolution des équations 1 à 4, il nous faut adjoindre un certain nombre de conditions aux limites :

A l'entrée du canal, soit  $X = 0$  et  $0 < Y < 1$ , l'écoulement est supposé pleinement développé :

$$U = 6Y(1-Y) \quad V = 0 \quad \theta = 0 \quad (5)$$

A la sortie du canal, c'est à dire  $X = L$  et  $0 < Y < 1$ , les écoulements hydrodynamique et thermique sont supposés établis :

$$\frac{\partial U}{\partial X} = 0 \quad \frac{\partial V}{\partial X} = 0 \quad \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (6)$$

Tout le long de la paroi supérieure et inférieure, en d'autres termes  $0 < X < L$ ,  $Y = 0$  &  $Y = 1$ , on y applique la condition d'adhérence pour le champ de vitesse et on supposera les plans adiabatiques :

$$U = 0 \quad V = 0 \quad \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (7)$$

### 3 Résultats et interprétation

Afin de valider le code de calcul établi pour la résolution numérique de nos équations (1-4), une comparaison de nos résultats avec ceux de la littérature est impérative. Celle établie sur la base des résultats présentés par Young & Vafai [1], montre un bon accord entre les deux résultats, en termes de nombre de Nusselt local, ce qui permet de valider notre code de calculs.

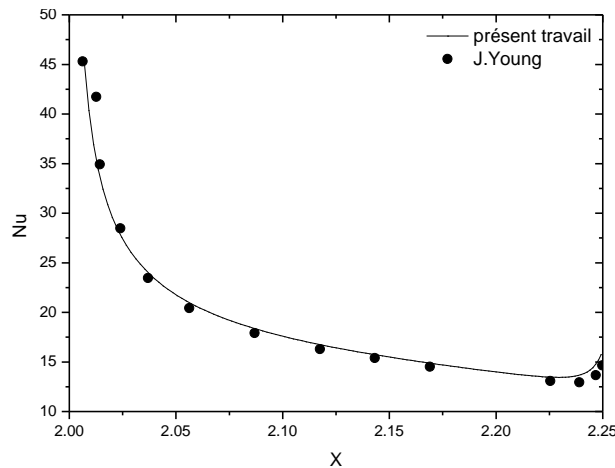


FIG. 2 – validation du code de calcul

#### 3.1 Effet du rapport de conductivité

Les figures 3 (a-b) montrent la variation du nombre de Nusselt le long des faces du premier et deuxième obstacle respectivement en fonction du rapport de conductivité.

La variation du rapport de conductivité a un effet sur le nombre de Nusselt. Cet effet est plus prononcé sur le premier obstacle, où le nombre de Nusselt présente les grandes valeurs en comparaison avec le second obstacle. En outre, lorsque l'on passe de  $K = 1$  à une autre valeur de  $K$ , le nombre de Nusselt varie fortement, en particulier au niveau du premier obstacle. D'autre part, dès que l'on dépasse  $K = 1$ , les variations du nombre de Nusselt s'estompent, en particulier pour les cas :  $K = 50$  et  $K = 100$ .

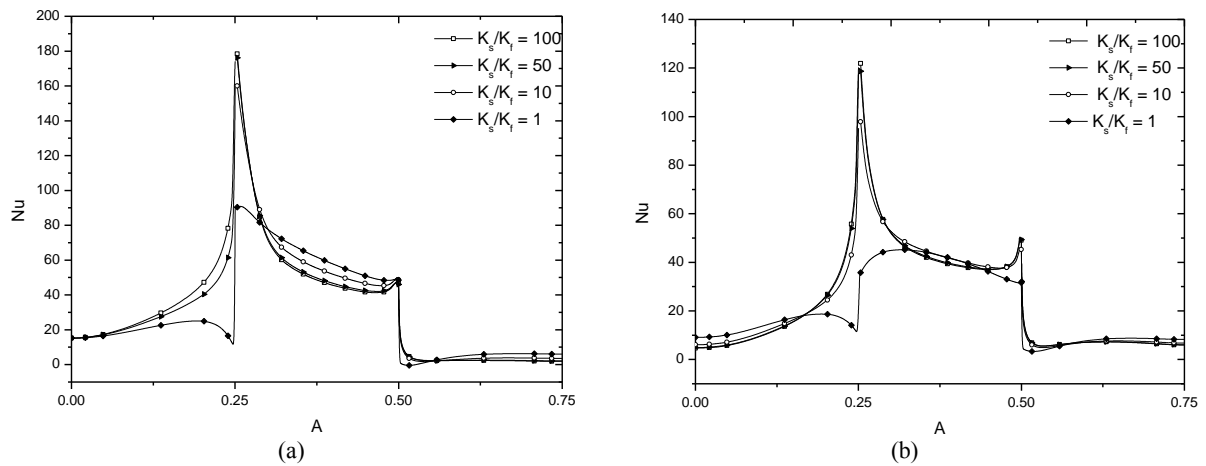


FIG. 3 – variation du nombre de Nusselt en fonction du rapport de conductivité

## 3.2 Effet du nombre de Reynolds

### 3.2.1 Effet du nombre de Reynolds sur les lignes de courant

Les figures 4 (a-b-c) montrent l'effet du nombre de Reynolds sur les lignes de courant.

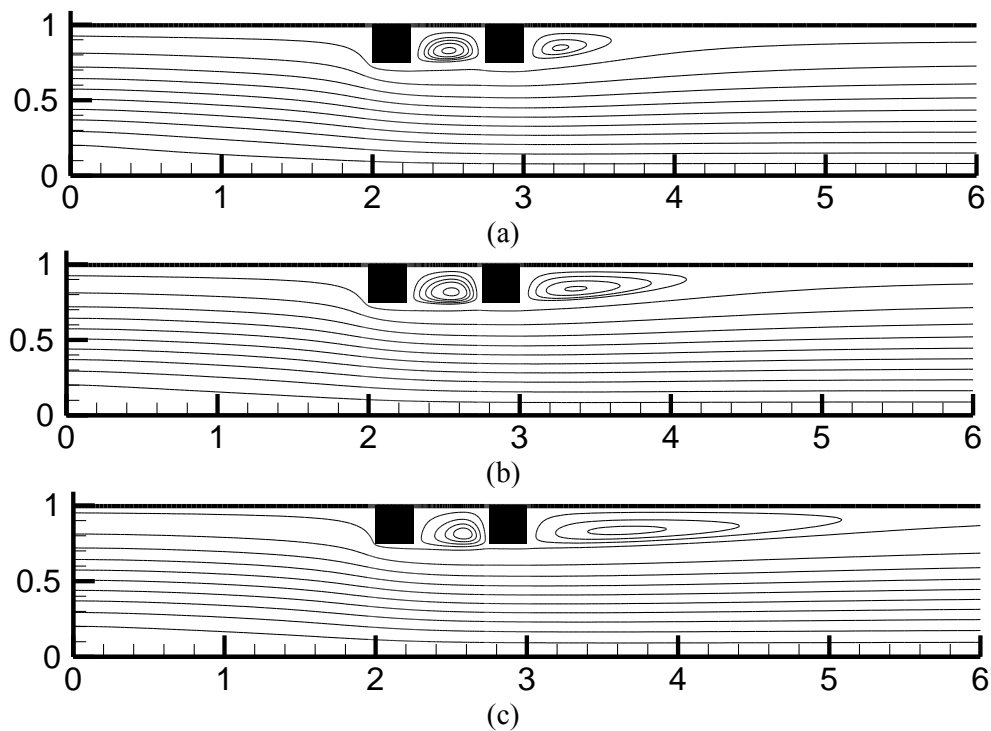


FIG. 4 – effet du nombre de Reynolds sur les lignes de courants

Pour  $Re = 100$ , nous observons l'apparition de deux zones de recirculation de faible intensité, situées respectivement entre les deux obstacles et en aval du second. Pour  $Re = 200$ , la taille de la seconde zone de recirculation croît et atteint son maximum pour  $Re = 400$ .

### 3.2.2 Effet du nombre de Reynolds sur le nombre de Nusselt

Les figures 5 (a-b) montrent l'effet du nombre de Reynolds sur le nombre de Nusselt.

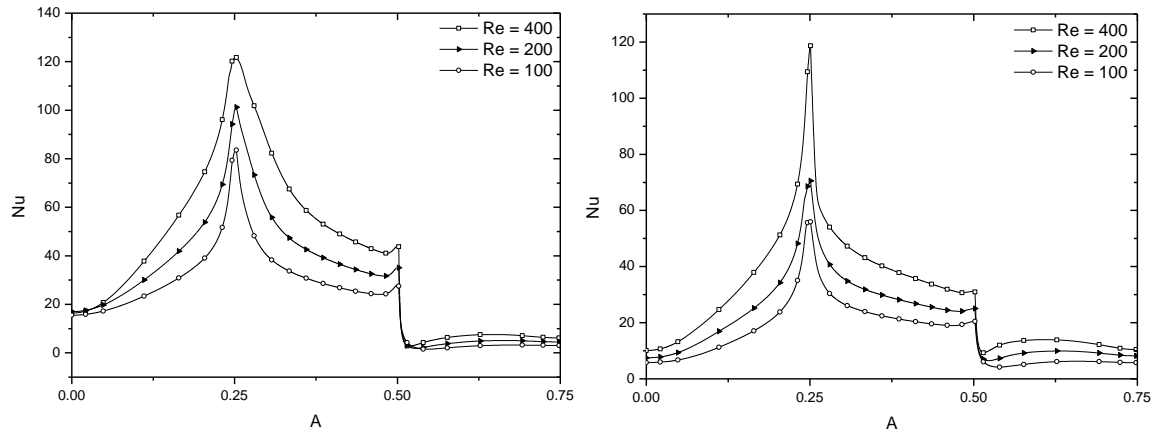


FIG. 5 – effet du nombre de Reynolds sur le nombre de Nusselt

## 4 Conclusion

Une étude numérique sur le transfert thermique lors de l'écoulement en régime stationnaire d'un fluide newtonien entre deux plans parallèles munis de deux sources de chaleur placées sur la paroi supérieure, a été entreprise. Les deux plans sont supposés adiabatiques et les deux sources génèrent de chaleur.

Les résultats obtenus montrent que le matériau constituant les deux sources de chaleur a un effet significatif sur le transfert thermique. En effet, l'augmentation du rapport de conductivité (en d'autres termes, l'augmentation de la conductivité thermique du matériau) provoque une augmentation du nombre de Nusselt local. En outre, le nombre de Nusselt local relevé tout au long du premier bloc est toujours supérieur à celui du second, indiquant un important transfert de chaleur à son niveau. Nous remarquons également que le transfert thermique augmente avec le nombre de Reynolds.

## References

- [1] Timothy J. Young and Kambiz Vafai. Convective Cooling of a Heated Obstacle in a Channel. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 1998;41:3131-3148.
- [2] Timothy J. Young and Kambiz Vafai. Convective Flow and Heat Transfer in a Channel Containing Multiple Heated Obstacles. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 1998;41:3279-3298.
- [3] Min Hsiung Yang et al. Forced Convective Cooling of a Fin in a Channel. *Energy Conversion and Management* 51; 2010; 1277-1286.
- [4] Seo Young Kim et al. Forced Convection Heat Transfer From Two Heated Blocks in Pulsating Channel Flow. *International Journal Heat and Mass Transfer*; 1998; 41, 625-634.
- [5] S.S. Hsieh, D.Y. Huang. Numerical Computation of Laminar Separated Forced Convection on Surfaced-Mounted Ribs. 1987.