

# Etude expérimentale, théorique et numérique de l'élasticité de composites chaux–chanvre

T.-H. PHAM, J. FÉREC, V. PICANDET, P. PILVIN

Laboratoire d'Ingénierie des MATériaux de Bretagne (LIMATB), Université de Bretagne-Sud,  
Université Européenne de Bretagne, rue de St. Maudé, 56325 Lorient, France

## Résumé :

*Le béton de chanvre est un matériau de construction qui présente l'avantage d'être performant pour ses propriétés thermiques lors de son utilisation, et sur le plan environnemental dans la globalité de son cycle de vie. Ses propriétés mécaniques, quant à elles, diffèrent à bien des égards des matériaux traditionnels de construction. Cette étude présente l'effet des inclusions végétales sur les modules d'élasticité de composites chaux-chaivre. Des approches théoriques et numériques sont confrontées aux résultats expérimentaux obtenus pour des pâtes de chaux avec des concentrations volumiques de chènevotte allant de 0 à 35%. Les modules d'élasticité sont déterminés par des essais de compression : les allongements axial et circonférentiel sont mesurés par un outil spécialement développé pour ce type de matériau. Sur le plan numérique, les simulations effectuées par éléments finis en 3D s'intéressent au comportement mécanique d'une matrice comportant des inclusions sphériques disposées selon plusieurs configurations (périodiques ou aléatoires). La surestimation des prédictions numériques vis-à-vis des observations expérimentales est attribuée à la non prise en compte de l'ensemble de la porosité du matériau dans les simulations. La dernière partie de l'étude propose des solutions théoriques déduites des méthodes d'homogénéisation classiques (Mori-Tanaka, auto-cohérente et Hashin-Shtrikman). La cohérence des résultats obtenus valide l'application des théories utilisées aux composites chaux–chanvres étudiés.*

**Mots clefs :** Modules d'élasticité, Chanvre, Chaux, Composites, Homogénéisation, Eléments finis

## Abstract:

*The Lime and Hemp Concrete is a building material with a low in-service thermal conductivity, and a low environmental impact over its whole life cycle. This study presents the effect of bio-based aggregates such as Hemp Shiv on elastic modulus of lime composite. Theoretical and numerical approaches are compared with experimental results. The matrix consists of a hardened lime paste. Volume fractions of Hemp Shiv range from 0 to 35%. The elastic modulus are determined by compression tests: the axial and circumferential elongations are measured using a device specifically designed for these materials. In 3D, the numerical finite element simulations predict the mechanical behavior of a matrix with spherical inclusions arranged in several configurations (periodic or random). The last part of the study provides some theoretical solutions derived from the classical homogenization methods (Mori-Tanaka, self-consistent and Hashin-Shtrikman). The consistency of the results validates the application of these theories in case of the Lime and Hemp Concrete.*

**Key words:** Elastic moduli, Hemp, Lime, Composites, Homogenization, Finite Elements

## Introduction

Obtenu en mélangeant de la chènevotte avec un liant à base de chaux et d'eau, le béton de chanvre est un matériau qui suscite actuellement de nombreux développements en raison de son faible impact environnemental et de ses forts pouvoirs isolants, acoustiques et thermiques. Ses granulats végétaux renouvelables et sa faible quantité de liant font que le béton de chanvre est également un matériau léger et attrayant malgré ses faibles propriétés mécaniques.

Possédant les avantages d'un matériau de construction prometteur, le béton de chanvre suscite des attentions particulières, notamment sur sa conductivité thermique. Dans un bâtiment, le béton de chanvre est présent en dallage isolant sur terre plein, en mur, en isolation sur plancher d'étage, en isolation de toiture et en enduit.

Au vu de ses diverses applications, l'étude de ses propriétés mécaniques s'avère nécessaire.

Au travers de ce document, des approches expérimentales, théoriques et numériques sont utilisées pour investiguer l'effet des inclusions végétales sur le module d'élasticité du matériau. Ainsi, différentes pâtes de chaux ont été confectionnées avec de faibles concentrations de chènevotte afin de répondre aux conditions satisfaisant les approches théoriques.

## 1 Expériences

Pour tous les échantillons de béton de chanvre testés, le rapport eau sur chaux est constant et vaut  $E/C = 0,5$ . Seules les fractions volumiques de chènevotte  $v_c$  varient entre 0 et 35 %.

### 1.1 Préparation des échantillons

Pour la préparation des échantillons, la pâte de chaux et l'eau sont d'abord mélangées à l'aide d'un malaxeur à axe vertical. Au préalable, les particules de chènevotte sont immergées dans de l'eau pendant 2 minutes afin :

- de limiter l'absorption de l'eau de gâchage nécessaire à l'hydratation de la chaux par la chènevotte
- d'obtenir une bonne homogénéité du mélange

Un mélange homogène assure un bon contact entre les différents constituants (pâte et chènevotte), une distribution uniforme et un enrobage satisfaisant des particules de chènevotte.

Pour chaque concentration de chènevotte, trois éprouvettes cylindriques de dimension  $D11 \times H22$  cm<sup>2</sup> sont élaborées. Avant d'effectuer les mesures mécaniques au bout de 28 jours de maturation, un surfacage est nécessaire pour améliorer le contact entre les deux surfaces de l'éprouvette et le plateau afin d'assurer une contrainte homogène dans l'éprouvette.

La disposition des particules de chènevotte dans les éprouvettes a été réalisée à l'aide du logiciel ImageJ®. Les inclusions de chanvres sont identifiées et une ellipse ajustée à chaque objet permet d'étudier leur orientation (voir figure 1). L'analyse des résultats ne montre aucune orientation préférentielle.

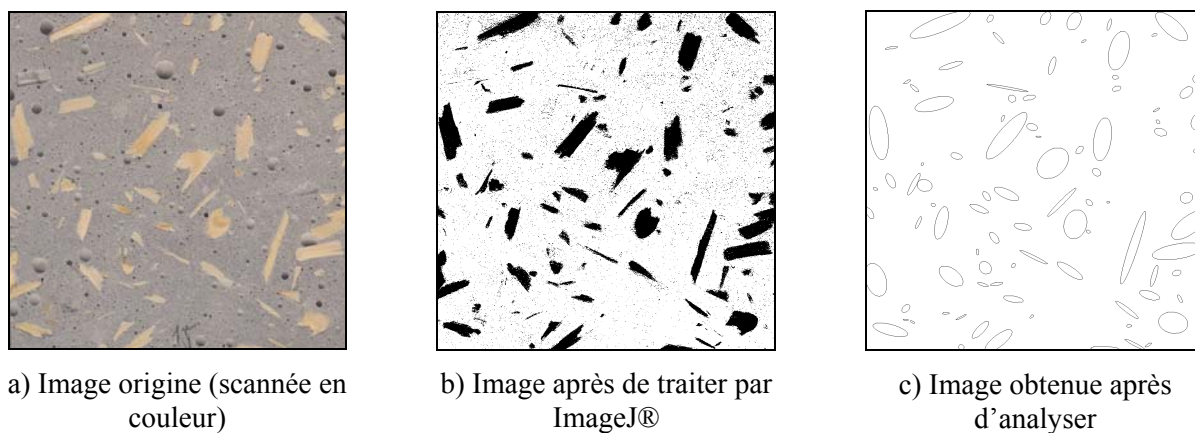


FIG. 1 – Procédure de détermination de l'orientation et de la forme des particules du composite chaux/chanvre

### 1.2 Caractérisation mécanique

Pour déterminer les caractéristiques de la pâte et du béton de chanvre (module d'Young  $E$  et module de compressibilité  $k$ ), l'échantillon est comprimé par une machine Instron 8803 (figure 2-a). L'allongement axial est mesuré par un outil sur lequel trois capteurs sont disposés (figure 2-b). L'allongement circonférentiel est quant à lui mesuré par une chaîne et 1 capteur (figure 2-c). La déformation axiale est déduite de l'expression suivante :

$$\varepsilon_{\text{axial}} = \frac{\Delta L_1 + \Delta L_2 + \Delta L_3}{3L} \quad (1)$$

où  $\Delta L_1$ ,  $\Delta L_2$  et  $\Delta L_3$  sont les allongements axiaux mesurés par les 3 capteurs et  $L$  est la longueur de la zone de mesure (120 mm au milieu d'éprouvette). La déformation circonférentielle est obtenue par :

$$\epsilon_{\text{circonférence}} = \frac{\Delta L_4}{L_0 + \Delta L_0} \tag{2}$$

où  $\Delta L_4$  est l'allongement circonférentiel mesuré par le capteur 4,  $L_0$  est la longueur de la chaîne (386,5 mm) et  $\Delta L_0$  est la différence entre la longueur de la chaîne et la circonférence au même niveau.

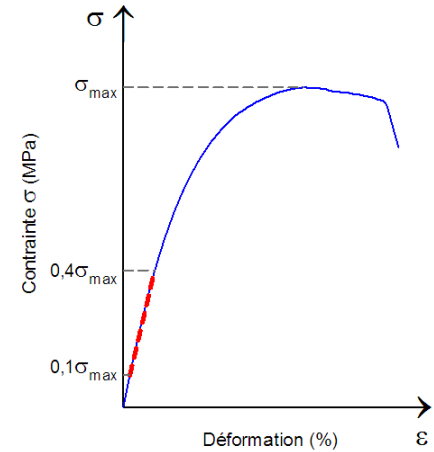
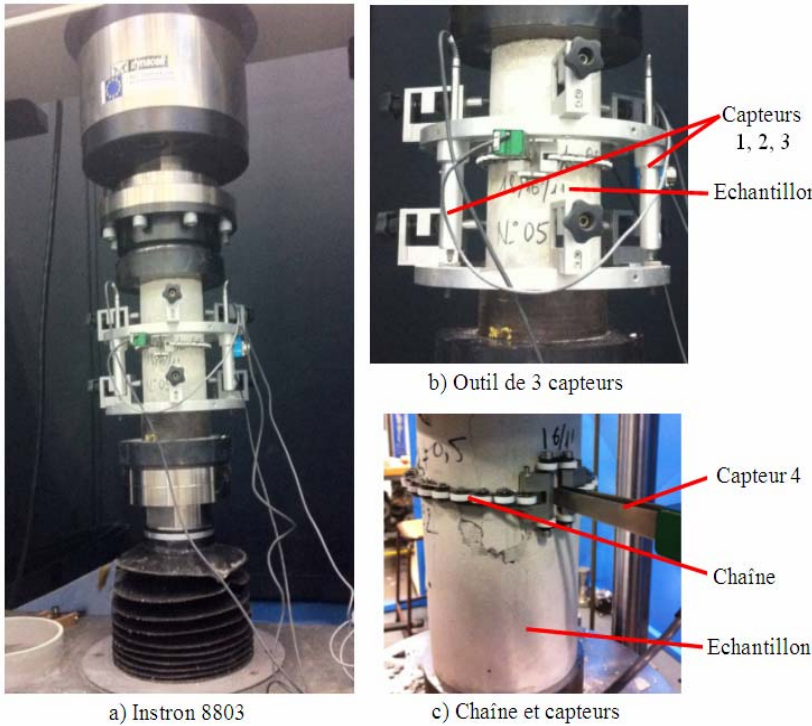
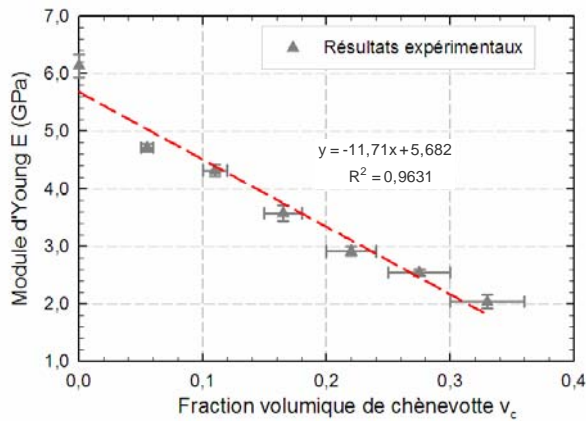


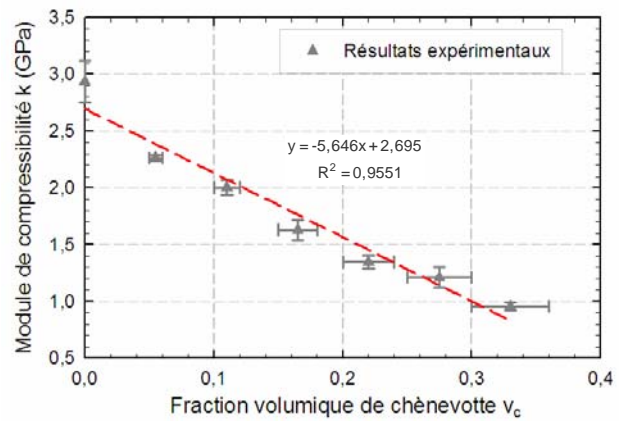
FIG. 3 – Comportement mécanique en compression

FIG. 2 – Schémas de principe du dispositif expérimental

Les propriétés mécaniques sont déterminées dans la zone comprise entre  $0,1 \sigma_{\max}$  et  $0,4 \sigma_{\max}$  comme illustré sur la figure 3. Les résultats obtenus sont représentés sur la figure 4.



a) Module d'Young E



b) Module de compressibilité k

FIG. 4 – Influence de la fraction volumique de chènevotte ( $v_c$ ) sur les modules d'élasticités mesurées du composite chaux/chanvre (E et k)

Il est à noter que la reproductibilité des mesures est très convenable ce qui permet de justifier que les modules d'élasticité du béton de chanvre varie quasi linéairement avec la fraction volumique de chènevotte, et ce jusqu'à une fraction volumique de 35%.

## 2 Approches usuelles en homogénéisation

Plusieurs approches d'homogénéisation peuvent être utilisées pour estimer les propriétés élastiques effectives du béton de chanvre. Dans cette étude, les approches de Mori-Tanaka (MT), auto-cohérente (AC) et de Hashin-Strikman (HS) ont été testées.

### 2.1 Préliminaires

En élasticité linéaire, les relations entre contrainte  $\boldsymbol{\sigma}$  et déformation  $\boldsymbol{\varepsilon}$  et inversement sont données par :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{S} : \boldsymbol{\sigma} \end{cases} \quad (3)$$

où  $\mathbf{C}$  est le tenseur des rigidités élastiques et  $\mathbf{S}$  est le tenseur des souplesses élastiques. La relation entre le tenseur des rigidités du composite et celui de ces composants [1] s'exprime par :

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}_m + v_c (\mathbf{C}_c - \mathbf{C}_m) : \mathbf{A} \quad (4)$$

où  $v_c$  est la fraction volumique de particules de chènevotte. Les tenseurs des rigidités élastiques des particules de chènevotte et de la matrice sont représentés par  $\mathbf{C}_c$  et  $\mathbf{C}_m$ .  $\mathbf{A}$  désigne le tenseur de concentration des déformations de la fibre.

### 2.2 Approche de Mori-Tanaka

Ce modèle, développé par Mori-Tanaka [2], suppose que le matériau, qui a les mêmes propriétés que la matrice, contient de nombreuses inclusions. La solution du problème permet d'écrire le tenseur de concentration des déformations de la chènevotte :

$$\mathbf{A}^{\text{MT}} = \mathbf{A}^{\text{Eshelby}} : \left[ (1 - v_c) \boldsymbol{\delta} + v_c \mathbf{A}^{\text{Eshelby}} \right]^{-1} \quad (5)$$

où  $\boldsymbol{\delta}$  est le tenseur identité et  $\mathbf{A}^{\text{Eshelby}}$  est le tenseur de concentration des déformations pour un problème d'inclusion équivalente d'Eshelby [3, 4]. Il est déterminé par :

$$\mathbf{A}^{\text{Eshelby}} = \left[ \boldsymbol{\delta} + \mathbf{E} : \mathbf{S}_m : (\mathbf{C}_c - \mathbf{C}_m) \right]^{-1} \quad (6)$$

où  $\mathbf{E}$  est le tenseur d'Eshelby qui dépend du rapport de forme de l'inclusion et des constantes élastiques de la matrice. Dans le cas où la matrice est isotrope transverse, les composantes du tenseur d'Eshelby  $\mathbf{E}$  sont données par Lin et Mura [5]. Ainsi, l'estimation du tenseur des rigidités homogénéisées du composite par l'approche de Mori-Tanaka s'exprime par :

$$\mathbf{C}^{\text{MT}} = \mathbf{C}_m + v_c (\mathbf{C}_c - \mathbf{C}_m) : \mathbf{A}^{\text{MT}} \quad (7)$$

### 2.3 Approche auto-cohérente

Cette approche est à nouveau basée sur le modèle d'inclusion d'Eshelby qui est généralement créditée par Hill [6]. L'hypothèse forte de ce modèle consiste à dire que chaque inclusion est entourée par un milieu continu équivalent dont le tenseur des rigidités est égal au tenseur des rigidités effectives globales  $\mathbf{C}^{\text{AC}}$  inconnues. L'estimation du tenseur des rigidités effective du composite est donc :

$$\mathbf{C}^{\text{AC}} = \mathbf{C}_m + v_c (\mathbf{C}_c - \mathbf{C}_m) : \mathbf{A}^{\text{AC}} \quad (8)$$

où le tenseur de concentration des déformations  $\mathbf{A}^{\text{AC}}$  est donné par :

$$\mathbf{A}^{\text{AC}} = \left[ \boldsymbol{\delta} + \mathbf{E} : \mathbf{S}^{\text{AC}} : (\mathbf{C}_c - \mathbf{C}^{\text{AC}}) \right]^{-1} \quad (9)$$

Les tenseurs  $\mathbf{C}^{\text{AC}}$  et  $\mathbf{S}^{\text{AC}}$  de la matrice entourant la particule ne sont pas connus, mais la résolution se fait par itérations, en prenant comme première estimation de  $\mathbf{A}^{\text{AC}}$ , le résultat obtenu par l'approche d'Eshelby. La convergence de ce processus donne la solution  $\mathbf{A}^{\text{AC}}$ . Il est à noter que le tenseur d'Eshelby  $\mathbf{E}$  doit être recalculé à chaque itération.

## 2.4 Bornes de Hashin-Strikman

Hashin et Strikman [7, 8] montrent que les estimations basées sur la solution du problème d'Eshelby en considérant matériau homogène équivalent entourant les particules par les différents constituants du composite. Les bornes de Hashin et Strikman (HS) s'écrivent sous la forme :

$$\mathbf{C}^{\text{HS}^-} \leq \mathbf{C}_{\text{hom}}^{\text{HS}} \leq \mathbf{C}^{\text{HS}^+} \quad (10)$$

avec la borne inférieure :

$$\mathbf{C}^{\text{HS}^-} = \left[ v_m \mathbf{C}_m : (\mathbf{C}_{\min}^* + \mathbf{C}_m)^{-1} + v_c \mathbf{C}_c : (\mathbf{C}_{\min}^* + \mathbf{C}_c)^{-1} \right] : \left[ v_m (\mathbf{C}_{\min}^* + \mathbf{C}_m)^{-1} + v_c (\mathbf{C}_{\min}^* + \mathbf{C}_c)^{-1} \right]^{-1} \quad (11)$$

et la borne supérieure :

$$\mathbf{C}^{\text{HS}^+} = \left[ v_m \mathbf{C}_m : (\mathbf{C}_{\max}^* + \mathbf{C}_m)^{-1} + v_c \mathbf{C}_c : (\mathbf{C}_{\max}^* + \mathbf{C}_c)^{-1} \right] : \left[ v_m (\mathbf{C}_{\max}^* + \mathbf{C}_m)^{-1} + v_c (\mathbf{C}_{\max}^* + \mathbf{C}_c)^{-1} \right]^{-1} \quad (12)$$

où dans les équations (11) et (12) les tenseur  $\mathbf{C}_{\max}^*$  et  $\mathbf{C}_{\min}^*$  sont définis par :

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{\max}^* &= \mathbf{E}_{\max}^{-1} : \mathbf{C}_{\max} - \mathbf{C}_{\max} & \text{avec} & \quad \mathbf{C}_{\max} = \max(\mathbf{C}_m, \mathbf{C}_c) \\ \mathbf{C}_{\min}^* &= \mathbf{E}_{\min}^{-1} : \mathbf{C}_{\min} - \mathbf{C}_{\min} & \text{avec} & \quad \mathbf{C}_{\min} = \min(\mathbf{C}_m, \mathbf{C}_c) \end{aligned} \quad (13)$$

## 2.5 Approche numérique

Les modules d'élasticité sont également estimés par une méthode d'éléments finis en 3D en utilisant le logiciel ABAQUS®. Les inclusions ellipsoïdales orientées aléatoirement sont représentées comme des inclusions sphériques (figure 5). Les deux maillages utilisés pour cette étude sont présentés sur la figure 6 : l'un représente le cas où les positions des inclusions sphériques sont périodiques (figure 6-a) et l'autre est composé d'inclusions sphériques disposées aléatoirement (figure 6-b). Ce dernier maillage est généré via le logiciel Cast3M® en utilisant le packLSD de Donev et al. [9, 10] et le code de Di Paola [11]. Pour la configuration périodique, la matrice comporte 189 inclusions et pour la configuration aléatoire, le nombre d'inclusions n'est pas fixe : Il est compris entre 20 à 200.

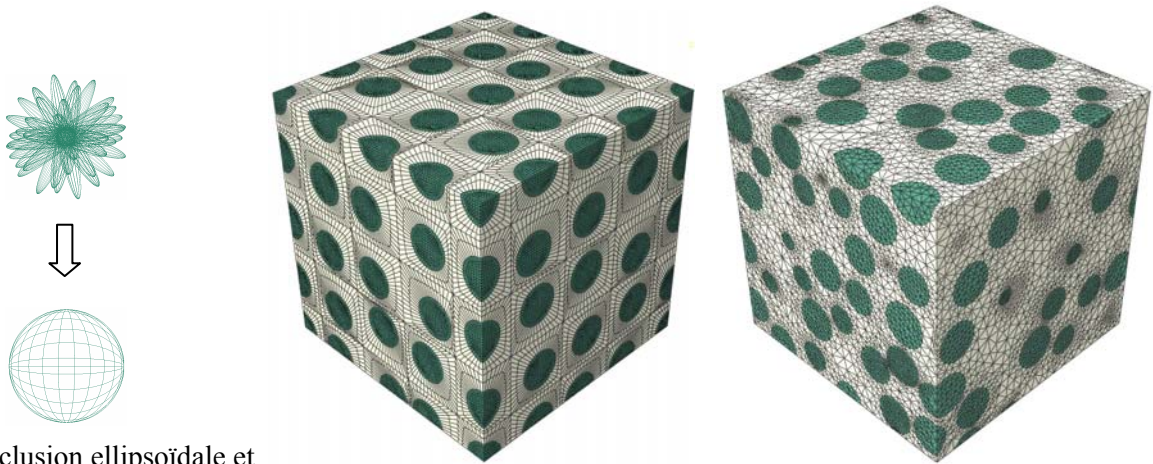


FIG. 5 – Inclusion ellipsoïdale et inclusion sphérique

a) Maillage périodique

b) Maillage aléatoire

FIG. 6 – Echantillons numériques utilisés

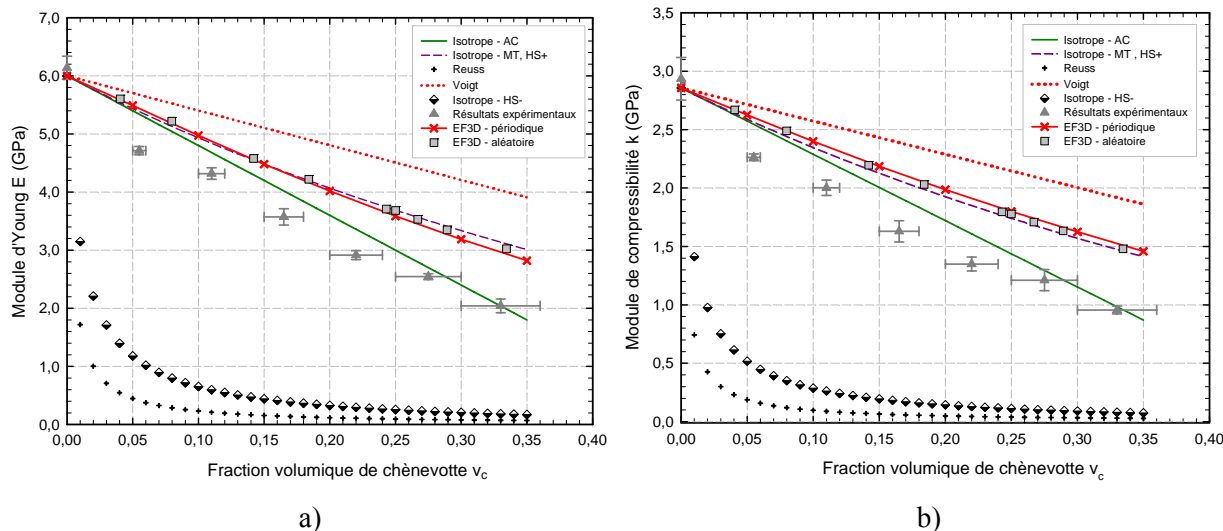
## 3 Estimation du comportement mécanique des bétons de chanvre

Les valeurs expérimentales sont utilisées dans cette partie pour confronter et valider les différentes approches de calcul. L'élanement moyen des particules de chènevottes est de l'ordre de 4 et les propriétés mécaniques du chanvre et du liant sont listées dans le tableau 1.



Composante	Module d'Young E	Coefficient de Poisson $\nu$
Chanvre	0,93 MPa [12]	0,10 [12]
Liant	6 GPa	0,15

TAB. 1 – Paramètres utilisés pour estimer les propriétés mécaniques

FIG. 7 – Estimations des modules d'élasticité du béton de chanvre en fonction de la fraction volumique de chanévotte  $v_c$  : a) Module d'Young; b) Module de compressibilité

Sur la figure 7, les résultats obtenus avec la méthode des éléments finis pour des bétons de chanvre sont confrontés aux résultats expérimentaux et aux estimations du comportement obtenues par les approches de Mori-Tanaka, auto-cohérente, de Hashin-Strikman, ainsi que les bornes de Voigt et Reuss.

Nous observons que les données expérimentales sont bien comprises entre les bornes de Voigt et Reuss et entre les bornes de Hashin-Strikman. Dans son ensemble, les méthodes d'homogénéisation surestiment les modules d'Young du béton de chanvres mesurés. Les estimations réalisées par l'approche auto-cohérente sont davantage en accord avec les observations expérimentales.

## 4 Conclusions et perspectives

Cette étude présente des mesures expérimentales des modules d'élasticité effectuées sur des composites chaux-chanvre avec des concentrations volumiques de chanévotte comprises entre 0 et 35%. La diminution du module d'élasticité avec l'augmentation de la concentration volumique de chanévotte peut être correctement approchée par ces méthodes dans la plage de concentration volumique considérée.

Les différentes méthodes d'homogénéisation utilisées, Mori-Tanaka, auto-cohérente et Hashin-Strikman, surestiment les valeurs du module élastique du béton de chanvre. L'approche auto-cohérente avec une orientation isotrope des particules est la moins éloignée des mesures expérimentales. La méthode des éléments finis pour des inclusions sphériques avec deux configurations (périodique et aléatoire) donne des résultats similaires et très proches des résultats de MT et HS+.

Ces observations ouvrent la voie au développement d'approches micromécaniques dédiées afin de prédire au mieux les modules d'élasticité des bétons de chanvre. Sur le plan de la modélisation théorique, l'effet de distribution spatiale des particules sur le comportement mécanique du composite pourrait être également étudié utilisant les bornes de Ponte-Castañeda et Willis [13].

## References

- [1] Tucker III C. L., Liang E., Stiffness predictions for unidirectional short-fiber composites: Review and evaluation, *Composites Science and Technology* 59, 655-671, 1999.
- [2] Mori T., Tanaka K., Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions, *Acta Metallurgica* 21, 571-574, 1973.

- [3] Eshelby J. D., The Determination of the Elastic Field of the Ellipsoidal Inclusion and Related Problems, Proceedings of the Royal Society of London A241, 376-395, 1957.
- [4] Eshelby J. D., The elastic field outside an ellipsoidal inclusion, Proceedings of the Royal Society of London A252, 561-569, 1959.
- [5] Lin S. C., Mura T., Elastic Fields of Inclusions in Anisotropic Media (II), Physica Status Solidi A 15, 281-285, 1973.
- [6] Hill R., A self-consistent mechanics of composite materials, Journal of the Mechanics and Physics of Solids 13, 213-222, 1965.
- [7] Hashin Z., Shtrikman S., Note on a variational approach to the theory of composite elastic materials, Journal of the Franklin Institute 271, 336-341, 1961.
- [8] Hashin Z., Shtrikman S., A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials, Journal of the Mechanics and Physics of Solids 11, 127-140, 1963.
- [9] Donev A., Torquato S., Stillinger F. H., Neighbor list collision-driven molecular dynamics simulation for nonspherical hard particles : I. Algorithmic details, Journal of Computational Physics 202, 737-764, 2005.
- [10] Donev A., Torquato S., Stillinger F. H., Neighbor list collision-driven molecular dynamics simulation for nonspherical hard particles : II. Applications to ellipses and ellipsoids, Journal of Computational Physics 202, 765-793, 2005.
- [11] Di Paola F., Modélisation multi-échelles du comportement thermo-élastique de composites à particules sphériques, Thèse de doctorat, Ecole Centrale Paris, Paris, 145p., 2010.
- [12] Cérézo V., Propriétés mécaniques, thermiques et acoustiques d'un matériau à base de particules végétales : approche expérimentale et modélisation théorique, Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Lyon, 242p., 2005.
- [13] Ponte-Castañeda P., Willis J. R., The effect of spatial distribution on the effective behavior of composite materials and cracked media, Journal of the Mechanics and Physics of Solids 43, 1919-1951, 1995.