

# Etude de l'activité plastique dans des bi-cristaux métalliques: modélisation et expériences

I. TIBA<sup>a,b</sup>, T. RICHTON<sup>a</sup>, S. BERBENNI<sup>a</sup>, C. MOTZ<sup>b</sup>, H. VEHOFF<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Laboratoire d'Etude des Microstructures et de Mécanique des Matériaux (LEM3), UMR CNRS 7239, Université de Lorraine, Ile du Saulcy, 57045 Metz, France

<sup>b</sup> Institute for Materials Science and Methods, Saarland University, D-66041 Saarbrücken, Germany

## Résumé :

*Des contraintes d'incompatibilité et des rotations de réseau peuvent se développer dans les bi-cristaux en raison des anisotropies élastique et plastique qui existent en lien avec les différentes orientations cristallines présentes de part et d'autre du joint de grains. Récemment, un modèle a été développé qui tient compte pleinement des effets couplés entre élasticité et plasticité hétérogènes. Ce modèle fournit les expressions analytiques explicites des champs de contrainte et de désorientation du réseau dans un bi-cristal en supposant une interface plane infinie et une élasticité et une plasticité uniformes par morceaux. Ces expressions permettent de prédire les valeurs des cisssions résolues sur tous les systèmes de glissement d'un bi-cristal. Dans cette étude, le cas général d'une fraction volumique de cristaux quelconque a également été pris en compte. Considérant un chargement uniaxial en élasticité pure, ce modèle permet de retomber sur deux autres théories classiques. Les cisssions résolues par système calculées à partir du modèle de Hook-Hirth sont retrouvées en supposant une élasticité hétérogène isotrope et en négligeant l'effet Poisson. En considérant une élasticité homogène dans le bi-cristal, les « facteurs de Schmid » classiques sont retrouvés. A partir d'une cartographie EBSD de Ni pur, ce modèle a été appliqué à la prédiction des systèmes de glissement possiblement actifs dans des bi-cristaux suite à des essais de compression parallèle aux joints de grains. L'étude s'est concentrée sur des bi-cristaux où la nouvelle approche conduit à des prédictions différentes concernant l'entrée en plasticité par rapport aux modèles de Schmid et Hook-Hirth. Expérimentalement, les essais de compression uniaxiale sont réalisés par nanoindentation sur des micropiliers fabriqués au FIB. Enfin, les propriétés élastiques effectives de tous les bi-cristaux sont calculées et comparées à celles obtenues à partir des approches de Voigt, Reuss et Hook-Hirth, ainsi qu'aux mesures expérimentales.*

## Abstract :

*Incompatibility stresses and lattice rotations can develop in bicrystals due to material elastic and plastic anisotropies and different crystal orientations separated by grain boundaries (GB). Recently, a new model for bicrystals that fully accounts for the effects of heterogeneous elasticity coupled to heterogeneous plasticity on the internal mechanical fields in both crystals was developed. This model gives the explicit expressions of stress fields and lattice misorientations considering an infinite GB plane and piecewise uniform plastic distortions and elastic properties. As a result, it may serve to predict the values of the resolved shear stresses (RSS) in all the possible slip systems of a bicrystal. In this contribution, the cases of non equal crystal volume fractions in the bicrystals are also considered in the micromechanical framework. From this model, two other classic theories can actually be retrieved in pure elasticity before the onset of plasticity under the assumption of uniaxial loading. The RSS computed from Hook-Hirth model is retrieved when considering heterogeneous isotropic elasticity and disregarding the Poisson effect. Considering homogeneous elasticity, the RSS represents the classic Schmid factor. Working on a high purity Ni, the above background is used to figure out the possible active slip systems where RSS are maximal in bicrystals following a compression test parallel to the GB plane. Attention is focused on specific bicrystals where the present new approach leads to widely different results in the prediction of plastic activity onset compared to Schmid or Hook-Hirth classic models. Experimentally, bicrystalline micropillars are machined on a Focused-Ion-Beam (FIB) and uniaxial compression tests are conducted via in-situ nanoindentation technique. Slip activity is studied in comparison with the different approaches. Finally, the effective elastic properties for bicrystals are computed and compared to those obtained from Voigt, Reuss and Hook-Hirth approaches and also to the experimental responses.*

**Mots clefs: élasticité anisotrope, incompatibilités élastiques et plastiques, micro-piliers, nickel, bi-cristaux**

## 1 Introduction

La résistance mécanique et la plasticité des métaux polycristallins dépendent des interactions entre dislocations et joints de grains. Plusieurs travaux ont été menés pour mieux comprendre le comportement des polycristaux métalliques, notamment le nickel [1] qui permet d'observer aisément l'émergence des lignes de glissement. Récemment, de nombreuses études, à la fois théoriques et expérimentales, se sont intéressées aux propriétés mécaniques de micro-piliers mono-cristallins [2-8] et bi-cristallins [9,10]. Ces études se sont essentiellement focalisées sur les effets de taille. Elles ont pu mettre en évidence des effets de durcissement associés à la diminution du diamètre du micro-pilier [11-13]. L'organisation de la plasticité aux joints de grains n'est cependant pas encore totalement comprise. L'ordre d'activation des systèmes de glissement va notamment dépendre, d'une part, des incompatibilités de déformation qui vont directement influencer les valeurs des cissions résolues sur les systèmes de glissement, d'autre part, des conditions de transmission des dislocations aux joints de grains [14-18]. Pour cela, il est intéressant de connaître les effets locaux ainsi que la manière dont la plasticité s'organise aux joints de grains après un chargement mécanique.

Cette étude a été motivée par l'intérêt porté aux mécanismes de déformation aux joints de grains. Dans ce cadre, un nouveau modèle [19] a été développé qui prend en compte les effets d'incompatibilités élastiques et plastiques dans un bi-cristal. Dans ce travail, ce modèle est utilisé afin de prédire les effets des incompatibilités élastiques sur l'initiation de la plasticité dans des bi-cristaux de nickel découpés par la technique FIB (« Focused Ion Beam » en anglais).

## 2 Contraintes d'incompatibilités d'origine élastique et plastique pour un joint plan en élasticité anisotrope

On considère ici un bi-cristal formé d'un joint de grains plan infini (en  $x_2=0$ ) séparant deux cristaux I ( $x_2<0$ ) et II ( $x_2>0$ ) semi-infinis, chacun d'orientation cristallographique initiale connue et subissant une déformation plastique uniforme sous l'action d'une contrainte macroscopique  $\Sigma_{ij}$  repoussée à l'infini. L'élasticité est considérée linéaire anisotrope et uniforme par morceaux (uniforme dans chaque cristal) de manière à devenir hétérogène pour le bi-cristal. L'interface plane constituant le joint de grains est confondue avec le plan (O,  $x_1, x_3$ ). Le modèle développé dans [19] fournit les expressions analytiques explicites des champs de contrainte. Ces expressions sont ici étendues au cas d'une fraction volumique  $f$  quelconque du cristal I. Sous ces hypothèses, les contraintes dans le cristal II sont exprimées par

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{11}^{(II)} = \frac{(\tilde{s}_{33}\tilde{s}_{55}-\tilde{s}_{35}^2)[\varepsilon_{11}^*] - (\tilde{s}_{13}\tilde{s}_{55}-\tilde{s}_{15}\tilde{s}_{35})[\varepsilon_{33}^*] + 2(\tilde{s}_{13}\tilde{s}_{35}-\tilde{s}_{33}\tilde{s}_{15})[\varepsilon_{31}^*]}{\tilde{s}_{11}\tilde{s}_{35}^2 + \tilde{s}_{33}\tilde{s}_{15}^2 + \tilde{s}_{55}\tilde{s}_{13}^2 - \tilde{s}_{11}\tilde{s}_{33}\tilde{s}_{55} - 2\tilde{s}_{13}\tilde{s}_{15}\tilde{s}_{35}} \\ \sigma_{33}^{(II)} = \frac{-(\tilde{s}_{13}\tilde{s}_{55}-\tilde{s}_{15}\tilde{s}_{35})[\varepsilon_{11}^*] + (\tilde{s}_{11}\tilde{s}_{55}-\tilde{s}_{15}^2)[\varepsilon_{33}^*] + 2(\tilde{s}_{13}\tilde{s}_{15}-\tilde{s}_{11}\tilde{s}_{35})[\varepsilon_{31}^*]}{\tilde{s}_{11}\tilde{s}_{35}^2 + \tilde{s}_{33}\tilde{s}_{15}^2 + \tilde{s}_{55}\tilde{s}_{13}^2 - \tilde{s}_{11}\tilde{s}_{33}\tilde{s}_{55} - 2\tilde{s}_{13}\tilde{s}_{15}\tilde{s}_{35}} \\ \sigma_{31}^{(II)} = \frac{(\tilde{s}_{13}\tilde{s}_{35}-\tilde{s}_{33}\tilde{s}_{15})[\varepsilon_{11}^*] + (\tilde{s}_{13}\tilde{s}_{15}-\tilde{s}_{11}\tilde{s}_{35})[\varepsilon_{33}^*] + 2(\tilde{s}_{11}\tilde{s}_{33}-\tilde{s}_{13}^2)[\varepsilon_{31}^*]}{\tilde{s}_{11}\tilde{s}_{35}^2 + \tilde{s}_{33}\tilde{s}_{15}^2 + \tilde{s}_{55}\tilde{s}_{13}^2 - \tilde{s}_{11}\tilde{s}_{33}\tilde{s}_{55} - 2\tilde{s}_{13}\tilde{s}_{15}\tilde{s}_{35}} \\ \sigma_{i2}^{(II)} = \Sigma_{i2} \end{array} \right. , \quad (1)$$

Avec

$$\left\{ \begin{array}{l} [\varepsilon_{11}^*] = f([\varepsilon_{11}^p] + [s_{12}]\Sigma_{22} + [s_{14}]\Sigma_{12} + [s_{16}]\Sigma_{23}) - (s_{11}^{II}\Sigma_{11} + s_{13}^{II}\Sigma_{33} + s_{15}^{II}\Sigma_{31}) \\ [\varepsilon_{33}^*] = f([\varepsilon_{33}^p] + [s_{23}]\Sigma_{22} + [s_{34}]\Sigma_{12} + [s_{36}]\Sigma_{23}) - (s_{13}^{II}\Sigma_{11} + s_{33}^{II}\Sigma_{33} + s_{35}^{II}\Sigma_{31}) \\ 2[\varepsilon_{31}^*] = f(2[\varepsilon_{31}^p] + [s_{25}]\Sigma_{22} + [s_{45}]\Sigma_{12} + [s_{56}]\Sigma_{23}) - (s_{15}^{II}\Sigma_{11} + s_{35}^{II}\Sigma_{33} + s_{55}^{II}\Sigma_{31}) \end{array} \right. , \quad (2)$$

$$\text{et } \tilde{s}_{ij} = f[s_{ij}] + s_{ij}^{(I)}, \quad (3)$$

Le saut d'un champ ou des propriétés (élastiques) à l'interface est noté par  $[g] = g^{(II)} - g^{(I)}$ . Les exposants (I) et (II) réfèrent aux cristaux I et II, respectivement. Les composantes du tenseur des complaisances élastiques sont notées, par  $s_{ij}^{(I,II)}$ . Le champ de contraintes dans le cristal I peut être facilement obtenu à partir de l'équation d'équilibre

$$\sigma_{ij}^{(I)} = \frac{1}{f} \Sigma_{ij} - \frac{1-f}{f} \sigma_{ij}^{(II)}, \quad (4)$$

### 3 Application aux calculs de cissions résolues pour des bi-cristaux de nickel et discussion

Le matériau d'étude est le nickel pur (Ni) qui possède un facteur d'anisotropie élastique  $A$  ( $A = \frac{2C_{44}}{C_{11} - C_{12}}$ )

de l'ordre de 2.5. Ce métal est relativement plus anisotrope que l'aluminium (Al) pour lequel le coefficient d'anisotropie élastique est proche de 1, d'où l'intérêt du Ni pour cette étude par rapport à [9]. Les orientations cristallographiques locales des grains sur toute la surface de l'échantillon ont été déterminées par la technique EBSD (FIG. 1).

Les valeurs des cissions résolues sur les 12 systèmes de glissement  $\langle 110 \rangle \{111\}$ , dans chaque composante d'un bi-cristal donné sont calculées à partir du modèle présenté en section 2 pour un chargement de compression uniaxiale le long de l'axe  $(O, x_3)$  défini précédemment. Les fractions volumiques des deux cristaux sont supposées égales et la plasticité est nulle ( $\epsilon_{ij}^{p,II} = 0$ ). Ces valeurs seront comparées avec celles déterminées d'après la loi de Schmid classique, ainsi que par le modèle proposé par Hook et Hirth [14] qui considère une déformation uniforme pour l'ensemble du bi-cristal mais qui tient compte des différences de modules d'Young directionnels et de fractions volumiques entre les cristaux.

Le choix des bi-cristaux d'étude se base sur trois critères : (1) l'orientation des systèmes de glissement, i.e. plutôt favorable à du glissement simple ou à du glissement multiple, (2) les systèmes de glissement actifs dans un cristal au début de la plasticité, et, (3) l'ordre d'entrée en plasticité des deux cristaux. Pour mieux analyser le premier critère, nous avons défini un rapport  $R$  entre le premier et le second maximum des cissions résolues : si ce rapport est proche de l'unité, alors le cristal se déformera certainement en glissement multiple, inversement si ce rapport est très élevé ( $>1.2$ ) alors le cristal aura une forte probabilité de se déformer en glissement simple.

Il est intéressant de noter que le modèle de Hook et Hirth et la loi de Schmid prédisent les mêmes rapports entre valeurs de cissions résolues (donc notamment même valeur de  $R$ ). En revanche, en valeur absolue, les valeurs des cissions résolues sont différentes, ce qui peut amener à une modification de l'entrée en plasticité d'un cristal par rapport à l'autre (critère (3)). Par la suite, nous nous servirons uniquement de la loi de Schmid pour établir une comparaison avec le nouveau modèle.

Dans un premier temps, nous nous intéressons à vérifier les prédictions du nouveau modèle sur un bi-cristal déjà étudié et analysé par Kheradmand et Vehoff [10]. Ce bi-cristal a été produit par la technique FIB sous forme d'un micro-pilier cylindrique (FIG. 1a). Les essais de compression ont été réalisés à l'aide d'un nano-indenteur équipé d'un poinçon plat. Cet appareil peut fonctionner en déplacement imposé (FIG. 1d) ou en force imposée. Le micro-pilier déformé est représenté sur la FIG. 1b. Les courbes force-déplacement montrent généralement des sauts de contrainte ou de déplacement (suivant un contrôle en déplacement ou en force, respectivement) lors des premiers stades de déformation plastique. Ces sauts sont communément attribués à la nucléation de dislocations ou à leur transmission au joint de grains. Ces expériences permettent d'observer l'auto-organisation spatiale de la plasticité d'une manière très fine au voisinage de l'interface. D'après l'expérience (FIG. 1b), nous constatons que les systèmes de glissement des deux composantes du bi-cristal ont différentes orientations: le cristal 1 est orienté en glissement simple tandis que le cristal 2 est orienté en glissement multiple. En se basant sur un critère type loi de Schmid, Kheradmand et Vehoff [10] ont montré que l'entrée en plasticité a lieu dans le cristal 1 en glissement simple tandis qu'un glissement multiple a lieu dans le cristal 2.

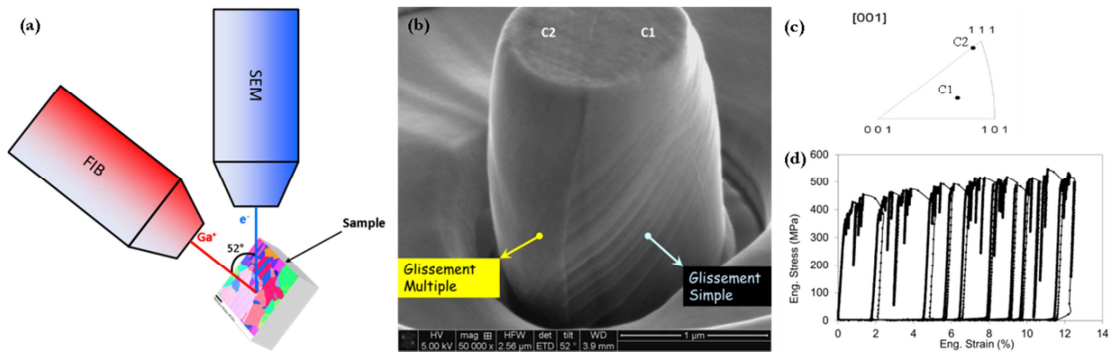


FIG. 1 – Schéma de principe du FIB (a), le micro-pilier étudié dans [10] après un taux de déformation de 12% (b), l’orientation cristallographique des deux cristaux dans la figure de pôles inverse (c) et la courbe contrainte-déformation associée suite à l’essai de compression (d) [10].

Pour ce bi-cristal particulier, les deux approches (Schmid et nouveau modèle) prédisent pratiquement les mêmes résultats, notamment l’orientation des systèmes de glissement actifs. Afin d’étudier des bi-cristaux où des différences notables apparaissent entre les deux approches, nous avons réalisé des statistiques sur une cartographie EBSD qui contient 63 bi-cristaux. Cette cartographie possède deux formes de joints de grains : droits et courbés. Nous avons étudié ceux qui sont droits (42 bi-cristaux). Il est important de noter que le modèle décrit dans la section 2 (Eqs. 1-4) dépend de la direction de la normale au joint de grains. A partir de l’analyse de cette cartographie, nous avons sélectionné quatre bi-cristaux qui présentent des différences notables aux niveaux des critères mentionnés précédemment entre la loi de Schmid et le présent modèle. Ces bi-cristaux sont produits à partir des cartographies représentées sur la FIG. 2. Les orientations cristallographiques correspondantes sont données dans les figures de pôles inverses. Les angles de rotation entre la normale au joint de grains ( $O, X_2$ ) et l’axe horizontale du repère globale (noté ( $O, Y$ )) sont également représentés.

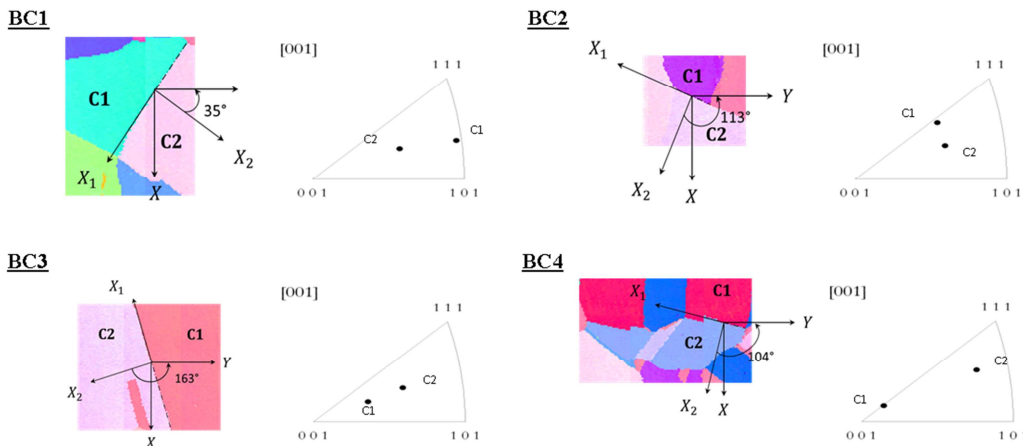


FIG. 2 – Les cartographies EBSD des quatre bi-cristaux sélectionnés pour étudier la plasticité bi-cristalline et les critères d’entrée en plasticité à partir des Eqs. (1)-(4). Les orientations de chaque bi-cristal (BC1-4) sont données dans les figures de pôles inverses. ( $X_1, X_2, X_3 = Z$ ) et ( $X, Y, Z$ ) sont les repères liés respectivement au joint de grains du bi-cristal et au système EBSD (repère global).

Le tableau 1 regroupe les différentes caractéristiques des quatre bi-cristaux présentés dans la FIG. 2. D’après ce tableau, nous pouvons voir des différences au niveau des valeurs de cissions résolues calculées à partir des deux approches. Il est intéressant de noter que la valeur de la cission résolue obtenue avec le nouveau modèle (Eqs.1-4) peut dépasser la valeur critique décrite par la loi de Schmid (0.5). Par exemple, cette valeur atteint 0.508 dans le cristal 2 du bi-cristal 4 (BC4). En effet, le calcul de la cission résolue à partir de la loi de Schmid est purement géométrique tandis que dans le nouveau modèle, le tenseur local des contraintes est différent du tenseur des contraintes macroscopiques  $\Sigma_{ij}$  du fait de la présence de contraintes issues des incompatibilités élastiques (Eqs. 1-4).

Tableau 1: Valeurs des cissions résolues sur les deux premiers systèmes de glissement actifs pour les quatre bi-cristaux sélectionnés, d'après les deux modèles pour un chargement uniaxial le long de l'axe  $x_3$  ( $\Sigma_{33}=1$  sinon  $\Sigma_{ij}=0$  si  $i,j \neq 3,3$ ). Les exposants (1) et (2) se réfèrent, respectivement, au premier et au deuxième système de glissement potentiellement actifs. Les indices S et M se réfèrent à Schmid et le nouveau Modèle, respectivement.

Bicristal	Cristaux (C1, C2)	Type du joint	Facteur de Schmid					Nouveau modèle						
			Max <sup>(1)</sup>	SG <sup>(1)</sup>	IPL	Max <sup>(2)</sup>	SG <sup>(2)</sup>	R <sub>S</sub>	Max <sup>(1)</sup>	SG <sup>(1)</sup>	IPL	Max <sup>(2)</sup>	SG <sup>(2)</sup>	R <sub>M</sub>
BC1	C1	JG	0,438	1	C2	0,417	2	1,050	0,476	1	C1	0,448	2	1,062
	C2		0,488	2		0,412	12	1,186	0,447	2		0,321	12	1,394
BC2	C1	JG	0,429	10	C2	0,403	2	1,065	0,466	10	C2	0,354	2	1,315
	C2		0,481	11		0,392	6	1,226	0,480	11		0,387	6	1,241
BC3	C1	JM	0,487	1	C1 (C2)	0,451	4	1,078	0,456	1	C2	0,357	4	1,277
	C2		0,481	11		0,392	6	1,226	0,504	11		0,433	12	1,166
BC4	C1	JM	0,445	4	C1 (C2)	0,445	3	1,001	0,376	4	C2	0,341	3	1,103
	C2		0,443	4		0,356	6	1,242	0,508	4		0,484	6	1,050

JM : Joint de Macle, JG : Joint de Grains, SG : Système de Glissement, IPL : Initiation de la Plasticité,  $R = \text{Max}^{(1)}/\text{Max}^{(2)}$ .

Concernant le bi-cristal 1 (BC1), des différences entre les deux modèles sont observées aux niveaux des deux critères 1 et 3 décrit auparavant. En effet, pour le cristal 2, le rapport R passe de 1.18 calculé avec la loi de Schmid à 1.39 calculé à partir du nouveau modèle. Nous constatons qu'au niveau du rapport R, ce bi-cristal ressemble à celui de Kheradmand et Vehoff [10] où ce rapport est également beaucoup plus prononcé dans le nouveau modèle. Cela signifie que le nouveau modèle prédit de manière plus certaine que la loi de Schmid que la plasticité dans le cristal 2 sera un mode de glissement simple. Une différence est également détectée au niveau de l'ordre d'entrée en plasticité. En effet, la loi de Schmid prévoit que le cristal 2 se déformera plastiquement avant le cristal 1 en raison d'une cission résolue maximale plus élevée (0.49 contre 0.44), en contradiction avec le nouveau modèle qui prévoit que la plasticité débute plutôt dans le cristal 1 (0.48 contre 0.45).

Pour le bi-cristal 2 (BC2), une seule différence entre les deux modèles a été détectée. Elle concerne la valeur de R dans le cristal 1 (1.06 d'après la loi de Schmid contre 1.31 avec le nouveau modèle). Cela signifie que d'après la loi de Schmid, ce cristal est orienté en glissement multiple tandis que le nouveau modèle prévoit un glissement simple. En revanche, les deux approches donnent les mêmes résultats concernant les systèmes de glissement potentiellement actifs ainsi que l'ordre d'initiation de la plasticité entre les deux cristaux.

Comme pour les deux bi-cristaux précédents, dans le bi-cristal 3 (BC3), la valeur du rapport R dans le cristal 1 passe de 1.08 calculé avec la loi de Schmid à 1.28 calculé à partir du nouveau modèle. La particularité de ce bi-cristal réside au niveau de l'ordre d'entrée en plasticité. En effet, la loi de Schmid indique des valeurs de cission résolue maximale très proches entre les deux cristaux (0.487 et 0.481), rendant incertaine la prédiction de début de la plasticité. Au contraire, le nouveau modèle affine ce critère en donnant une plus grande différence entre les cissions résolues maximales (0.46 et 0.5). Le modèle prédit ainsi que la plasticité va potentiellement se déclencher dans le cristal 2. De plus, dans ce cristal, une différence marquée au niveau du second système de glissement actif est constatée : le système 6  $\{(-111) [110]\}$  d'après la loi de Schmid contre le système 12  $\{(-1-11) [101]\}$  d'après le nouveau modèle. Il est à noter que les systèmes 6 et 12 possèdent des plans de glissement différents ce qui sera vérifiable expérimentalement avec les essais mécaniques sur des micro-piliers bi-cristallins.

Le bi-cristal 4 (BC4) est un peu différent des bi-cristaux précédents dans le sens où la valeur du rapport R change en passant d'un modèle à l'autre : de 1,24 dans le cristal 2 avec la loi de Schmid jusqu'à 1,05 en utilisant le nouveau modèle. Ainsi, le cristal 2 dont on aurait pu penser qu'il allait se déformer via du glissement simple (étant donné sa position dans le triangle standard qui est proche d'une orientation idéale (123)) va en fait être a priori dévié vers un mode de glissement multiple du fait des incompatibilités élastiques qui existent avec son cristal voisin (Eqs. 1-4). Par ailleurs, une incertitude au niveau du début de la plasticité est également détectée pour la loi de Schmid dans ce bi-cristal où le nouveau modèle raffine ce critère en prédisant que la plasticité va se déclencher dans le cristal 2.

Notre attention porte aussi sur les différences qui existent au niveau du type d'interface. Dans le cas présent, les bi-cristaux 1 et 2 possèdent des joints de grains, tandis que les deux cristaux qui forment les bi-cristaux 3 et 4 sont séparés par un joint de macle. Cette observation sera sans doute intéressante au moment de l'analyse et de l'interprétation des résultats expérimentaux sur les micro-piliers produits par le FIB. En effet,

les bi-cristaux sélectionnés seront taillés par la technique FIB sous forme de micro-piliers cylindriques (cf. FIG. 1) et des essais de compression seront alors réalisés afin de vérifier les prédictions du nouveau modèle.

## 4 Conclusion et perspectives

Dans cette étude, nous avons pu montrer à l'aide d'un nouveau modèle basé sur les Eqs. (1)-(4) que l'entrée en plasticité de bi-cristaux de Nickel en compression uniaxiale parallèle au plan du joint de grains est parfois décrite de manière différente de la loi de Schmid. Ces différences ont été illustrées sur quatre bi-cristaux différents en fonction de trois critères : le mode de déformation (glissement simple ou multiple), les systèmes de glissement actifs dans chaque cristal et l'ordre d'entrée en plasticité d'un cristal par rapport à l'autre. Ces analyses démontrent que les incompatibilités d'origine élastique peuvent jouer un rôle très important sur le début de la plasticité dans les bi-cristaux et plus généralement les poly-cristaux.

Dans ce travail, il est intéressant de noter que contrairement à la loi de Schmid, les prédictions du nouveau modèle sont également sensibles aux valeurs choisies pour les constantes élastiques. Ces calculs sont également réalisables en considérant les systèmes de glissement associés aux dislocations partielles (non reportés ici). La nucléation des dislocations partielles peut en effet être favorisée dans les échantillons de petite taille où le volume d'activation disponible est faible (voir le cas des nano-piliers [20]). L'autre aspect intéressant du modèle est que les expressions des champs de contraintes dépendent de la fraction volumique de chaque cristal, ce qui nous permettra d'étudier expérimentalement l'effet de ce paramètre microstructural supplémentaire. A partir des expressions analytiques des champs de contraintes, les propriétés élastiques effectives du bi-cristal peuvent également être calculées (non reportées ici). Enfin des calculs par éléments finis seront menés afin d'évaluer les effets des conditions limites et des surfaces libres sur les champs de contraintes en fonction du diamètre des cylindres et ainsi déterminer la zone de validité du nouveau modèle décrit par les Eqs. (1)-(4) pour les micro-piliers cylindriques.

## Références

- [1] C. Perrin, S. Berbenni, H. Vehoff, M. Berveiller. *Acta Mater.* 58 (2010) 4639-4649.
- [2] Michael D. Uchic, Dennis M. Dimiduk. *Mater. Sci. Eng. A* 400-401 (2005) 268-278.
- [3] D. Raabe, D. Ma, F. Roters. *Acta Mater.* 55 (2007) 4567-4583.
- [4] D. E. Hurtado, M. Ortiz. *J. Mech. Phys. Solids* 60 (2012) 1432-1446.
- [5] O. Kraft, P. A. Gruber, R. Mönig, D. Weygand. *Ann. Rev. Mater. Res.* 40 (2010) 293-317.
- [6] C.A. Volkert, E.T. Lilleodden. *Philos. Mag. Letters* 86 (2006) 5567-5579.
- [7] C. Kiener, C. Motz, G. Dehm. Communication privée.
- [8] C. Kirchlechner, J. Keckes, C. Motz, W. Grosinger, M.W. Kapp, J.S. Micha, O. Ulrich, G. Dehm. *Acta Mater.* 59 (2011) 5618-5626.
- [9] A. Kunz, S. Pathak, J. R. Greer. *Acta Mater.* 59 (2011) 4416-4424.
- [10] N. Kheradmand, H. Vehoff. *Adv. Eng. Mater.* 14 (2012) 153-161.
- [11] M. D. Uchic, P. A. Shade, D. M. Dimiduk. *Ann. Rev. Mater. Res.* 39 (2009) 361-386.
- [12] C.P. Frick, B.G. Clark, S. Orso, A.S. Schneider, E. Arzt. *Mater. Sci. Eng A* 489 (2008) 319-329.
- [13] J. R. Greer, W. C. Oliver, W.D. Nix. *Acta Mater.* 53 (2005) 1821-1830.
- [14] R. E. Hook, J. P. Hirth. *Acta Metall.* 15 (1967) 1099-1110.
- [15] M. D. Sanguid, T. Ezaz, H. Sehitoglu, I.M. Robertson. *Acta Mater.* 59 (2011) 283-296.
- [16] T.C. Lee, I.M. Robertson, H.K. Birnbaum. *Philos. Mag. A* 62:1 (1990) 131-153.
- [17] Z. Shen, R.H. Wagoner, W.A.T. Clark. *Acta Metall.* 36 (1988) 3231-3242.
- [18] W.M. Ashmawi, M.A. Zikry. *Mech. Mater.* 35 (2003) 537-552.
- [19] T. Richeton, S. Berbenni. *Eur. J. Mech. A/ Solids* 37 (2013) 231-247.
- [20] T. Zhu, J. Li, A. Samanta, A. Leach, K. Gall. *Phys. Rev. Lett.* 100 (2008) 025502.