

# Migration induite par cisaillement dans les suspensions

G. OVARLEZ<sup>a</sup>, E. GUAZZELLI<sup>b</sup>

a. Université Paris-Est, Laboratoire Navier (UMR 8205), CNRS, ENPC, IFSTTAR,  
F-77420 Marne-la-Vallée

b. IUSTI, Aix-Marseille Université, CNRS (UMR 6595), 5 rue E. Fermi, 13453 Marseille cedex 13

## Résumé :

*Nous étudions le développement d'inhomogénéités de concentration sous cisaillement dans les suspensions de particules non-colloïdales. L'étude est effectuée dans une géométrie à cylindres coaxiaux insérée dans un Imageur à Résonance Magnétique qui donne accès aux champs de vitesse et de concentration dans le matériau, et à leur évolution pendant l'écoulement. Les résultats sont comparés aux prédictions d'une modélisation diphasique du comportement des suspensions, où les changements de densité sont essentiellement induits par les gradients des contraintes normales exercées sur la phase particulaire. L'amplitude des inhomogénéités observée expérimentalement est plus faible et la cinétique plus rapide que ce qui se déduit des modèles standards basés sur les contraintes normales totales de la suspension. Nous proposons une expression des contraintes particulières qui permet de rendre compte de nos observations.*

## Abstract :

*We study shear-induced concentration inhomogeneities in suspensions of noncolloidal suspensions. The material is sheared in a wide gap Couette cell inserted in a MRI setup, which provides velocity and particle volume fraction profiles and their evolution in time. The results are compared to theoretical predictions obtained using a diphasic description of the suspension behavior, where particle migration is induced by the gradients of the normal stresses exerted on the particle phase. The observed inhomogeneities are less important than those predicted by the standard theory based on the suspension normal stresses. We propose an expression for the particle normal stresses which helps accounting for our observations.*

**Mots clefs :** suspension, migration, contraintes normales, modèle diphasique

## 1 Introduction

Les suspensions de particules non-colloïdales plongées dans des fluides newtoniens opposent une résistance visqueuse à un cisaillement. Par ailleurs, ces matériaux développent des différences de contraintes normales proportionnelles à la contrainte de cisaillement [1-4]. Celles-ci ont pour origine une microstructure anisotrope due à la formation de contacts directs durant leurs écoulements [5]. Une conséquence importante de ce comportement non-newtonien est le développement progressif d'inhomogénéités de concentration sous cisaillement [6,7]. Ce phénomène de migration semble pouvoir être modélisé grâce à une description diphasique du comportement des suspensions [6,8,9] où les changements de densité sont essentiellement induits par les gradients des contraintes normales exercées sur la phase particulaire.

Nous présentons ici une étude expérimentale détaillée de la migration sous cisaillement en géométrie de Couette, dans l'objectif de tester cette description diphasique et d'évaluer les contraintes particulières.

## 2 Matériaux et méthodes

La suspension étudiée est constituée de particules sphériques de polystyrène, monodisperses, de densité 1.05 et de diamètre 140  $\mu\text{m}$ , plongées dans une huile (polyethylene glycol-ran-propylene glycol monobutylether) de même densité et de viscosité  $\eta_0 = 2.15$  Pa.s. Des matériaux préparés à diverses concentrations  $\phi$  en particules sont étudiés, depuis le régime dilué ( $\phi = 0.06$ ) jusqu'au régime très concentré ( $\phi = 0.56$ ), à proximité de la fraction volumique de divergence de la viscosité ( $\phi_{div} = 0.585$ ). Pour un taux de cisaillement

imposé  $\dot{\gamma}$ , la contrainte de cisaillement d'une telle suspension est  $\tau = \eta_s(\phi)\dot{\gamma}$  et les différences de contraintes normales sont  $N_1 = \eta_{N_1}(\phi)\dot{\gamma}$  et  $N_2 = \eta_{N_2}(\phi)\dot{\gamma}$ . Cette suspension a été étudiée en détail par Boyer et al. [2-4], qui en ont déterminé les caractéristiques  $\eta_s(\phi)$ ,  $\eta_{N_1}(\phi)$  et  $\eta_{N_2}(\phi)$ , ainsi que la pression particulaire. On dispose donc a priori de toutes les informations nécessaires pour modéliser le comportement de ces matériaux.

L'étude est effectuée dans une géométrie à cylindres coaxiaux insérée dans un Imageur à Résonance Magnétique qui donne accès aux champs de vitesse et de concentration dans le matériau [7]. Le cylindre interne a pour rayon  $r_i = 3$  cm et pour hauteur  $h = 11$  cm ; le cylindre externe a pour rayon  $r_e = 5$  cm. Nous mesurons l'évolution temporelle des champs de vitesse  $V_\theta(r,t)$  et de concentration  $\phi(r,t)$ , où  $r$  est la position radiale dans l'entrefer de la géométrie, lorsqu'une vitesse de rotation constante  $\Omega$  est imposée au cylindre interne dans un matériau initialement homogène. Ces évolutions sont fonction uniquement de la déformation subie par le matériau ; le champ de déformation étant inhomogène, on représente ces résultats en fonction d'une déformation macroscopique  $\Gamma = \Omega t$ .

### 3 Résultats

Nous nous limitons dans cet article à la présentation des résultats obtenus sur une suspension de fraction volumique  $\phi = 0.4$ . Les caractéristiques observées sur ce matériau ont été plus largement observées à toutes les valeurs de  $\phi$  étudiées.

Les profils de vitesse mesurés au cours de l'écoulement de la suspension sont présentés sur la figure 1. On observe que ces profils évoluent lentement pour atteindre un profil stationnaire pour une déformation  $\Gamma$  de l'ordre de 7000.

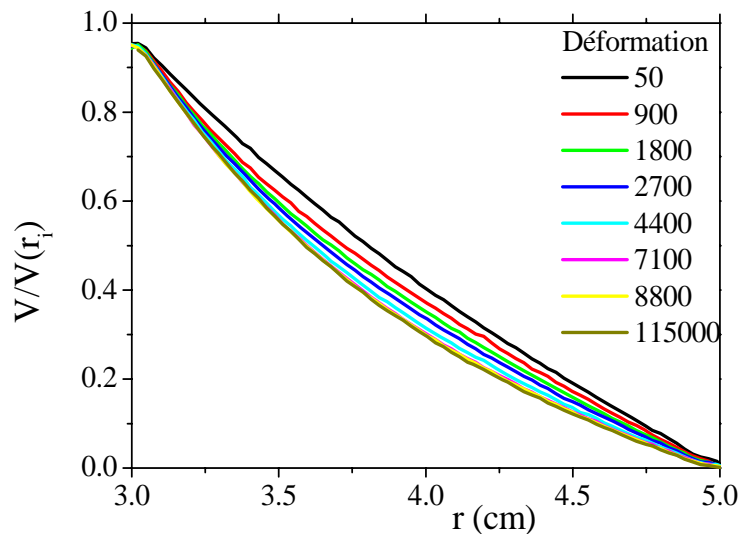


Figure 1 : Vitesse  $V(r)$  adimensionnée par la vitesse au niveau du cylindre interne, en fonction de la position radiale  $r$  dans l'entrefer, pour diverses déformations  $\Gamma$  (voir légende).

Le profil de vitesse initial est celui d'un fluide newtonien homogène. L'évolution des profils de vitesse, qui s'incurvent, est caractéristique du phénomène de migration. En effet, le gradient de vitesse augmente à proximité du cylindre interne tandis qu'il diminue près du cylindre externe : ceci traduit une diminution de viscosité due à un appauvrissement en particules à proximité du cylindre interne, et une augmentation de viscosité à proximité du cylindre externe, où ces particules ont migré.

La figure 2 présente les profils de concentration observés avant tout cisaillement et dans l'état stationnaire (ici, pour  $\Gamma = 25000$ ). On observe tout d'abord que le matériau de départ est homogène. On observe ensuite que le matériau est devenu inhomogène suite à son cisaillement, comme on pouvait le pressentir à partir de la seule donnée des profils de vitesse.

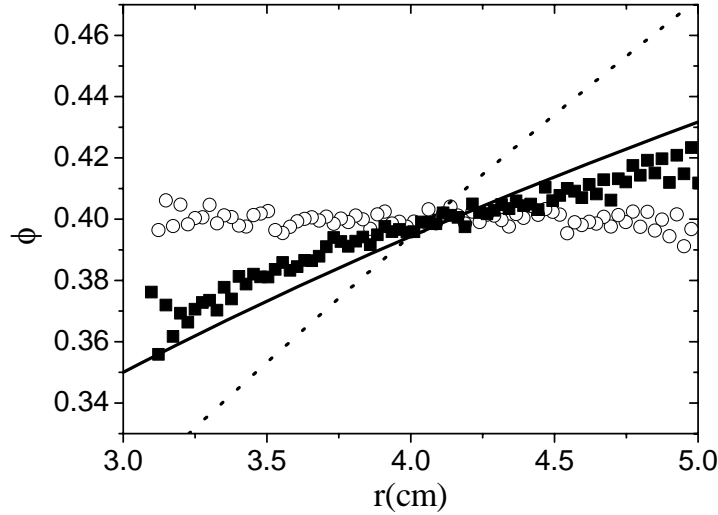


Figure 2 : Profils de concentration en fonction de la position radiale dans l'entrefer. Cercles creux : état initial ; carrés : état stationnaire, après cisaillement (pour  $\Gamma = 25000$ ). La courbe en pointillés est la prédiction du modèle de migration pour des coefficients de contraintes normales particulières  $\lambda_1 = 1$  et  $\lambda_2 = 0.95$  (voir texte) ; la courbe en trait plein est la prédiction pour  $\lambda_2 = 3$  et  $\lambda_1 = 0.1$ .

A partir des profils de vitesse et de concentration stationnaires, il est possible de déterminer l'évolution de la viscosité de la suspension  $\eta_s(\phi)$  avec  $\phi$  [7], même en l'absence de mesure de la contrainte de cisaillement  $\tau(r_i)$  exercée au niveau du cylindre interne. En effet, le taux de cisaillement  $\dot{\gamma}(r)$  en une position radiale  $r$  dans l'entrefer peut se calculer comme  $\dot{\gamma}(r) = -r \partial_r (V(r)/r)$ . Par ailleurs, à partir de l'équation d'équilibre des contraintes, on sait que la contrainte de cisaillement s'exprime comme  $\tau(r) = \tau(r_i) r_i^2 / r^2$ . On voit donc que la viscosité locale est  $\eta_s(r) = \tau(r) / \dot{\gamma}(r) = \eta_s(r_i) \dot{\gamma}(r_i) r_i^2 / (\dot{\gamma}(r) r^2)$ . Finalement, la connaissance de la concentration en particules  $\phi(r)$  en tout point nous permet de réexprimer ce résultat sous la forme

$$\frac{\eta_s[\phi(r)]}{\eta_s[\phi(r_i)]} = \frac{\dot{\gamma}(r_i) r_i^2}{\dot{\gamma}(r) r^2}.$$

Le résultat de cette analyse est illustré sur la figure 3. Nous observons ici que la viscosité stationnaire  $\eta_s(\phi)$  du matériau inhomogène croît en suivant une loi en assez bon accord avec la loi proposée par Boyer et al. [4]. Cette observation a été effectuée sur l'ensemble des suspensions étudiées.

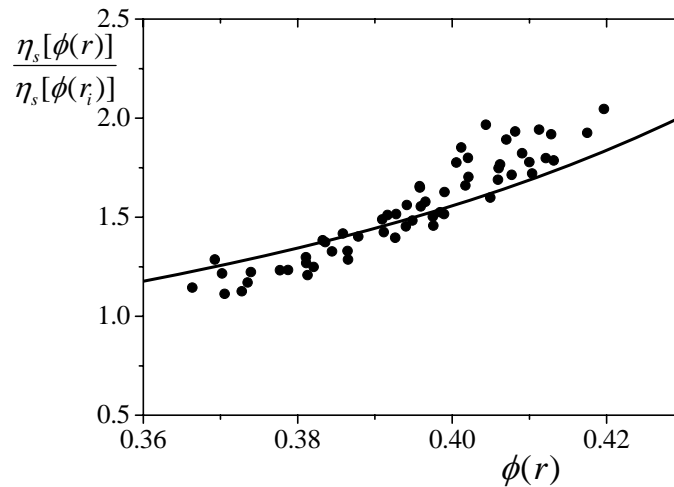


Figure 3 : viscosité déterminée localement en fonction de la fraction volumique mesurée localement. La courbe en trait plein est la loi  $\eta_s(\phi)$  proposée par Boyer et al. [4].

La donnée du profil de fraction volumique stationnaire permet d'ores et déjà de tester partiellement les modèles de migration. On peut en effet montrer [1-6] que les contraintes normales dans la suspension

cisaillée peuvent s'écrire sous la forme  $\underline{\underline{\Sigma}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \eta_n(\phi) \dot{\gamma}$  où  $\eta_n(\phi) = \phi^2 (\phi_{div} - \phi)^{-2}$  ; les indices

(1,2,3) des coefficients  $\lambda_i$  se réfèrent respectivement aux directions de l'écoulement, du gradient, et de la vortécité. Ces coefficients ont été déterminés expérimentalement par Boyer et al. [2-4], qui ont trouvé :  $\lambda_1 = 1$ ,  $\lambda_2 = 0.95$ , et  $\lambda_3 = 0.65$ . Dans les modèles diphasiques, la migration est générée par les gradients des contraintes normales *particulaires*. On suppose généralement que ces contraintes normales ont la même forme que celle écrite ci-dessus pour la suspension totale ; les coefficients  $\lambda_i$  se référeront dans la suite aux contraintes normales particulières. Pour une telle forme du tenseur des contraintes, on montre alors aisément [6] que les profils de fraction volumique stationnaires  $\phi(r)$  en géométrie de Couette ne dépendent que du ratio  $\lambda_1 / \lambda_2$ , qu'on peut donc déduire de la mesure de  $\phi(r)$  ; par exemple, pour  $\eta_n(\phi) / \eta_s(\phi) = \phi^2$ , on

obtient  $\phi(r) = \phi(r_i) \left[ \frac{r}{r_i} \right]^{\frac{1}{2} \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} + 1 \right)}$ . La prédiction de ce modèle pour les valeurs de  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  trouvées par Boyer

et al. est représentée sur la figure 2. On remarque qu'il y a une très forte différence entre le modèle et les résultats expérimentaux : la migration observée est bien plus faible que celle prédite par la théorie. Ceci suggère que le ratio  $\lambda_1 / \lambda_2$  des contraintes normales particulières est bien plus faible que celui des contraintes normales de la suspension totale. On montre en effet qu'on arrive à reproduire très bien les résultats expérimentaux pour des ratios  $\lambda_1 / \lambda_2 \leq 0.1$  ; la prédiction du modèle pour un ratio  $\lambda_1 / \lambda_2 = 1/30$ , présentée sur la figure 2, illustre bien cet accord entre théorie et expérience.

Pour aller plus loin, il nous faut également tester la cinétique de migration prédite par le modèle. Ceci peut se faire sur les profils de vitesse  $V(r,t)$ , ou, de façon plus parlante, sur les profils de concentration  $\phi(r,t)$ . Pour des raisons techniques, il n'est pas possible de mesurer directement précisément l'évolution temporelle des profils de concentration (on se contente ici du profil initial et du profil stationnaire). Nous avons pu néanmoins reconstruire ces profils à partir de nos données expérimentales. Nous déduisons en effet l'évolution locale de la viscosité  $\eta_s(r,t) \propto 1/(\dot{\gamma}(r,t)r^2)$  à partir des profils de vitesses  $V(r,t)$ , comme plus haut. Nous utilisons ensuite un ajustement (par une fonction de type Eilers [4]) de la relation  $\eta_s(\phi)$  déterminée expérimentalement sur l'état stationnaire (Fig. 3) pour effectuer un changement de variable entre  $\eta_s$  et  $\phi$  et déduire  $\phi(r,t)$  de  $\eta_s(r,t)$  (la normalisation des profils étant obtenue en assurant la conservation de la masse). Les résultats de cette analyse sont présentés sur la figure 4.

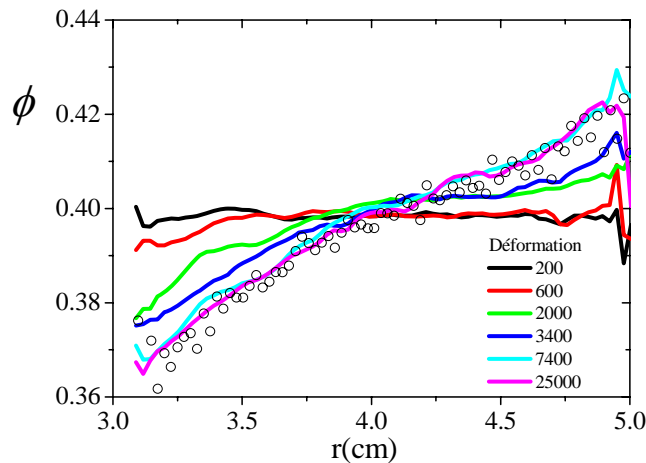


Figure 4 : profils de fraction volumique déduits des profils de vitesse, en fonction de la position radiale  $r$  dans l'entrefer, pour diverses déformations  $\Gamma$  (voir légende). Les cercles correspondent au profil de concentration stationnaire obtenu par une mesure directe.

Pour tester quantitativement les modèles de migration, nous avons ensuite choisi de tracer l'évolution de la fraction volumique en fonction de la déformation  $\Gamma$  en trois positions spécifiques : en  $r = 3.3$  cm, où la fraction volumique décroît au cours de la déformation, en  $r = 4$  cm (milieu de l'entrefer) où elle reste à peu près constante, et en  $r = 4.7$  cm, où elle croît. Les résultats sont tracés sur la figure 5.

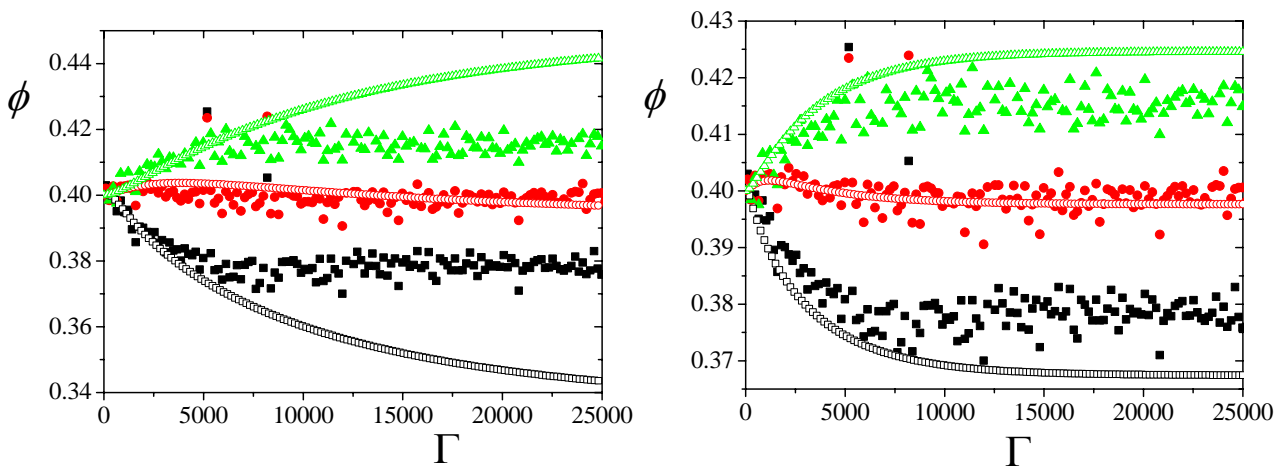


Figure 5 : fraction volumique en fonction de la déformation, en trois positions radiales dans l'entrefer différentes :  $r = 3.3$  cm (carrés),  $r = 4$  cm (ronds), et  $r = 4.7$  cm (triangles). Les symboles pleins correspondent aux données expérimentales, les symboles creux correspondent au modèle. Sur la figure de gauche, les paramètres du modèle sont  $\lambda_1 = 1$ ,  $\lambda_2 = 0.95$  ; sur la figure de droite, les paramètres du modèle sont  $\lambda_2 = 3$  et  $\lambda_1 = 0.1$ .

On observe que les fractions volumiques atteignent leurs valeurs stationnaires pour une déformation de l'ordre de 7000. Ces mesures sont comparées aux prédictions de la théorie sur la figure 5. Si on utilise comme précédemment les valeurs  $\lambda_1 = 1$ ,  $\lambda_2 = 0.95$  déduites des mesures de Boyer et al., on remarque que non seulement l'amplitude des inhomogénéités prédites est beaucoup plus forte que celle observée, comme déjà remarqué plus haut, mais aussi que la cinétique prédite est beaucoup plus lente que celle observée (l'état stationnaire n'est atteint que pour  $\Gamma \approx 30000$  dans ce cas théorique).

Un examen de la théorie, montre que la cinétique est essentiellement pilotée par la valeur de  $\lambda_2$  [6]. Nous montrons sur la figure 5 qu'un bon accord est trouvé pour des valeurs  $\lambda_2 = 3$  et  $\lambda_1 = 0.1$  (toute valeur de  $\lambda_1$  très petite par rapport à  $\lambda_2$  aboutirait également à un bon accord). Les mêmes observations ont été effectuées pour toutes les fractions volumiques étudiées. Nous montrons donc ici que le modèle diphasique permet de rendre compte quantitativement du phénomène de migration et de sa cinétique, et que les coefficients entrant dans les contraintes normales particulières sont très différents de ceux entrant dans les contraintes normales de la suspension totale : dans le cas des contraintes particulières,  $\lambda_2$  est plus grand, et  $\lambda_1$  beaucoup plus petit que ce qui a été obtenu dans les suspensions.

## 4 Conclusion

Nous avons étudié la migration de particules sous cisaillement dans des suspensions non-colloïdales. Nos observations permettent de montrer que les contraintes normales particulières à l'origine de ce phénomène diffèrent fortement des contraintes normales de la suspension totale. En particulier, le ratio entre  $N_2$  et  $N_1$  s'avère beaucoup plus important que dans le cas de la suspension. Ce résultat reste à comprendre, et à confirmer par des mesures expérimentales indépendantes.

## References

- [1] Zarraga I.E., Leighton D.T., Normal stress and diffusion in a dilute suspension of hard spheres undergoing simple shear, *Physics of Fluids*, 13, 565-577, 2001.

- [2] Couturier E., Boyer F., Pouliquen O., Guazzelli E., Suspensions in a tilted trough: second normal stress difference, *Journal of Fluid Mechanics*, 686, 26-39, 2011.
- [3] Boyer F., Pouliquen O., Guazzelli E., Dense suspensions in rotating-rod flows: normal stresses and particle migration, *J. Fluid Mech.*, 686, 5-25, 2011.
- [4] Boyer F., Guazzelli E., Pouliquen O., Unifying suspension and granular rheology, *Phys. Rev. Lett.*, 107, 188301, 2011.
- [5] Morris J., A review of microstructure in concentrated suspensions and its implications for rheology and bulk flow, *Rheologica Acta*, 48, 909-923, 2009
- [6] Morris J.F., Boulay F., Curvilinear flows of noncolloidal suspensions: The role of normal stresses, *Journal of Rheology*, 43, 1213-1237, 1999.
- [7] Ovarlez G., Bertrand F., Rodts S., Local determination of the constitutive law of a dense suspension of noncolloidal particles through MRI, *J. Rheol.*, 50, 259-292, 2006.
- [8] Lhuillier D., Migration of rigid particles in non-Brownian viscous suspensions, *Physics of Fluids*, 21, 023302, 2009.
- [9] Nott P., Guazzelli E., Pouliquen O., The suspension balance model revisited, *Phys. Fluids*, 23, 043304, 2011.