

Contraintes normales particulières dans les suspensions non-browniennes concentrées

T. DBOUK, L. LOBRY, F. PETERS, E. LEMAIRE

Laboratoire de Physique de la Matière Condensée, UMR 7336, parc Valrose, 06108 NICE cedex 2

Résumé :

Nous présentons une méthode expérimentale qui nous a permis de mesurer les contraintes normales particulières dans des suspensions concentrées de particules non-browniennes. La méthode repose sur la mesure conjointe du profil radial de la contrainte normale dans la direction du gradient de vitesse et de la pression dans le fluide interstitiel en écoulement rotatif plan-plan. Nous présentons finalement la variation des trois contraintes normales particulières en fonction de la fraction volumique de particules dans la suspension.

Abstract :

We present an experimental method that allows measuring simultaneously the three particle normal stresses in concentrated suspensions of non-Brownian particles. The method is based on the parallel measurement of the radial profile of the normal stress in the velocity gradient direction and of the pore pressure in parallel plate torsional flow. Finally, we present the variation of the three particle normal stresses with particle concentration.

Mots clefs : suspensions non-browniennes concentrées, rhéologie, contraintes normales

1 Introduction

Lorsqu'une suspension concentrée de particules non colloïdales (taille supérieure à quelques microns) est en écoulement, il est fréquent d'observer que la concentration en particules ne reste pas homogène mais que les particules migrent vers des régions préférentielles de l'écoulement. Ce phénomène, appelé migration induite par l'écoulement, a été beaucoup étudié expérimentalement, numériquement et théoriquement depuis la fin des années 90. Globalement, il existe deux types de modèles pour décrire la migration. Les premiers sont assez phénoménologiques et reposent sur l'étude des collisions qui surviennent entre les particules en écoulement. Il donne lieu à une description de la migration en terme de diffusion des particules [1, 2, 3] et permet de prédire les lois d'échelle des gradients de concentration en fonction des paramètres du système tels que la fraction volumique de particules, leur taille ou le taux de cisaillement dans la suspension. Cependant, ce modèle introduit un certain nombre de coefficients numériques qui ne peuvent être déterminés qu'expérimentalement. Les autres modèles [4, 5, 6, 7], appelés « Suspension Balance Models (SBM) » font appel à l'action des contraintes normales engendrées par l'écoulement. Contrairement aux premiers, ces modèles sont susceptibles de conduire à des prédictions quantitatives de la migration mais il faut pour cela connaître avec précision les contraintes normales particulières induites par un écoulement dans une suspension. Lors de ces quelques dernières années, d'importantes avancées ont vu le jour à la fois d'un point de vue théorique et expérimental. Les travaux théoriques de Lhuillier [6] et de Nott et al. [7] ont précisé la nature des contraintes normales qui pilotent la migration : seules les contraintes résultant des interactions non hydrodynamiques entre particules interviennent dans la migration. Ce résultat théorique posé, il a fallu mesurer ces contraintes associées aux interactions directes entre particules. On trouve dans la littérature essentiellement deux types de mesures. Les premières furent effectuées par Acrivos en 1993 [8] et interprétées par Zarraga en 2000 [9] et ont consisté à déterminer la contrainte normale particulière dans la direction de la vortacité, Σ_{33}^p , en suivant la re-suspension des particules d'une suspension cisailée dans une cellule de Couette verticale. Les autres méthodes utilisent le confinement des particules par une grille. Boyer et al. [10] a pu mesurer la contrainte normale particulière dans la direction du gradient de vitesse en cisillant une suspension en géométrie cône-plan. Le cisaillement est imposé par une grille qui exerce une

pression contrôlée sur les particules alors que leur concentration s'ajuste grâce au mouvement vertical de la grille. Grâce à ces mesures, ils réussissent à proposer une loi de variation de la contrainte normale particulaire en fonction de la concentration en particules, $\Sigma_{22}^p(\varphi)$. Deboeuf et al. [11] puis Garland et al. [12] mesurent la pression dans le liquide interstitiel d'une suspension cisailée dans un Couette cylindrique. De cette mesure, en faisant quelques hypothèses que nous discuterons dans la suite, il est possible de déduire la contrainte normale particulaire dans la direction de la vorticité, Σ_{33}^p . Nous présentons ici une autre méthode qui permet, en ayant recours à une seule expérience de mesurer les 3 contraintes normales particulières. Le principe de la méthode est décrit dans la section 2, le dispositif expérimental est présenté dans la section 3 et quelques résultats sont donnés dans la section 4.

2 Principe de la méthode de mesure.

Considérons l'écoulement de la suspension comprise entre deux disques parallèles de rayon R , séparés par une distance h . L'un des disques est immobile tandis que l'autre tourne à une vitesse, Ω . Nous ne nous intéresserons qu'au cas où l'écoulement est stationnaire et où l'inertie joue un rôle négligeable:

$$\text{Re} = \frac{\rho\Omega R h}{\eta_s} \ll 1 \quad (1)$$

Nous définissons les trois axes de l'écoulement de la façon suivante :

- 1 : direction de la vitesse
- 2 : direction du gradient de vitesse
- 3 : direction de la vorticité

Les deux différences de contraintes normales s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} N_1 &= \Sigma_{11} - \Sigma_{22} \\ N_2 &= \Sigma_{22} - \Sigma_{33} \end{aligned} \quad (2)$$

Nous appuyant sur les travaux de Gadala-Maria [13] qui a montré que les différences de contraintes normales étaient proportionnelles à la contrainte de cisaillement, nous définissons les deux coefficients de contraintes normales:

$$\alpha_1 = -\frac{N_1}{|\dot{\gamma}|} \quad \text{et} \quad \alpha_2 = -\frac{N_2}{|\dot{\gamma}|} \quad (3)$$

La vitesse est purement orthoradiale et donnée par :

$$v_1 = \frac{\Omega r}{h} z \quad (4)$$

La projection de l'équation de Stokes sur les axes 2 et 3 s'écrit :

$$\frac{\partial \Sigma_{33}}{\partial r} + \frac{\Sigma_{33} - \Sigma_{11}}{r} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Sigma_{12}}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

Le taux de cisaillement est déduit de l'équation (6):

$$\dot{\gamma} = \frac{\Omega r}{h} \quad (7)$$

L'équation (5) donne accès à la variation radiale de la deuxième contrainte normale:

$$\frac{\partial \Sigma_{22}}{\partial r} = -\dot{\gamma}_R (\alpha_1 + 2\alpha_2) \frac{r}{R} \quad (8)$$

En faisant l'hypothèse que $\Sigma_{33}(R)$ est égale à la pression atmosphérique, p_a , on obtient $\Sigma_{22}(r)$:

$$\Sigma_{22}(r) = -\dot{\gamma}_R \left[(\alpha_1 + 2\alpha_2) \frac{r}{R} - (\alpha_1 + \alpha_2) \right] + p_a \quad (9)$$

Où p_a est la pression atmosphérique que nous choisirons comme référence dans la suite ($p_a=0$).

Ainsi, si nous connaissons le profil radial de la seconde contrainte normale, nous sommes en mesure de déterminer les deux différences de contrainte normale en résolvant le système d'équations ci-dessous :

$$\begin{aligned} \alpha_1 + 2\alpha_2 &= -\frac{R}{\dot{\gamma}_R} \frac{\partial \Sigma_{22}}{\partial r} \\ \alpha_1 + \alpha_2 &= \frac{\Sigma_{22}(0)}{\dot{\gamma}_R} \end{aligned} \quad (10)$$

Si, par ailleurs, la pression dans le liquide, P^f , est mesurée, nous pouvons déterminer les 3 contraintes normales particulières :

$$\begin{aligned} \Sigma_{22}^p &= \Sigma_{22} - \Sigma_{22}^f = \Sigma_{22} + P^f \\ \Sigma_{11}^p &= \Sigma_{22}^p + N_1 \\ \Sigma_{33}^p &= \Sigma_{22}^p - N_2 \end{aligned} \quad (11)$$

Il faut noter que pour écrire les relations (11), il est nécessaire de faire l'hypothèse que la pression dans le fluide est isotrope. Or cette hypothèse qui semble assez naturelle a été remise en question par Nott et al. [7]. Ainsi le traitement des mesures que nous proposons ici n'est pas parfaitement rigoureux. Pourtant nous verrons qu'il permet d'obtenir des résultats en très bon accord avec les mesures de Boyer [10] qui ne nécessitent aucune hypothèse sur l'isotropie des contraintes dans le fluide.

3 Dispositif expérimental

La suspension est placée entre deux disques de rayon $R=5.5\text{cm}$ et distants de 2 mm, montés sur un rhéomètre Mars à contrainte imposée (Haake, Thermofisher). Le plan inférieur est équipé de huit capteurs de pression relative (STS ATM ± 25 mbar) (figure 1). Quatre d'entre eux sont des capteurs directs dont la membrane vient affleurer le plan, les quatre autres sont placés derrière des grilles dont les mailles sont assez serrées pour empêcher les particules de passer. Ces capteurs mesurent alors la pression de pores dans la suspension.

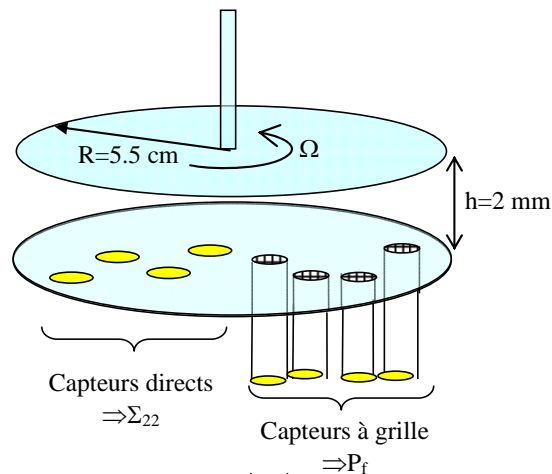


FIG.1 – Schéma de principe de l'expérience

Les capteurs directs nous permettent de mesurer le profil radial de la seconde contrainte normale à partir duquel nous déduisons α_1 et α_2 .

Les capteurs placés derrière les grilles nous permettent de mesurer P^f .

4 Résultats

Premièrement de la relation mesurée entre le couple et la vitesse de rotation du disque supérieur, nous déduisons la viscosité de la suspension pour différentes fractions volumiques de particules [14]. Malgré une légère rhéofluification, qui s'accroît quand la concentration en particules augmente, les suspensions étudiées ici peuvent en première approximation être considérées comme visqueuses et la variation de la viscosité avec la fraction volumique est bien représentée par une loi de Quemada :

$$\eta_s = \frac{1}{\left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right)^2} \text{ avec } \phi_m=0.58 \quad (12)$$

Concernant les contraintes normales, la figure 2 montre la dépendance de Σ_{22} , normalisée par $\eta_0 \dot{\gamma}_R$ en fonction de la position du capteur pour différentes valeurs du couple appliqué au disque supérieur. Ces résultats sont par conséquent compatibles avec la dépendance linéaire attendue d'après l'équation (9). La figure 3 montre que la pression fluide est indépendante de la position du capteur (a) et qu'elle est proportionnelle au taux de cisaillement en $r=R$ (b).

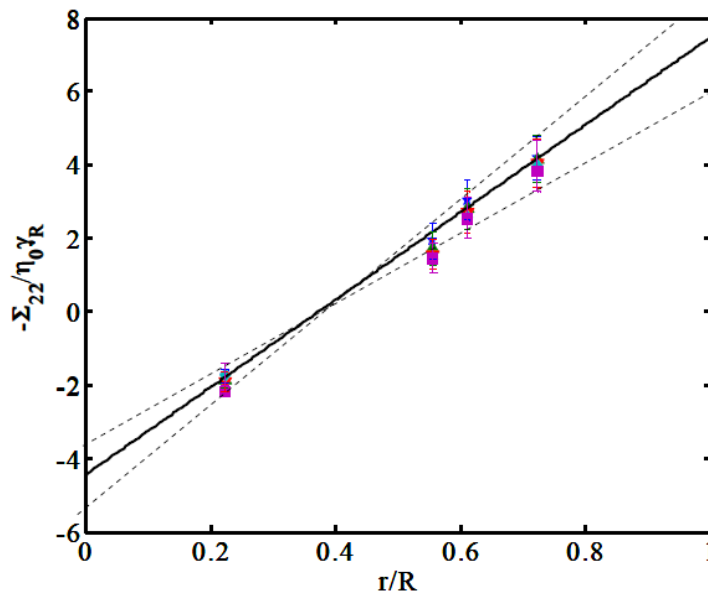


FIG.2 – variation de Σ_{22} , normalisée par $\eta_0 \dot{\gamma}_R$ avec le rayon.

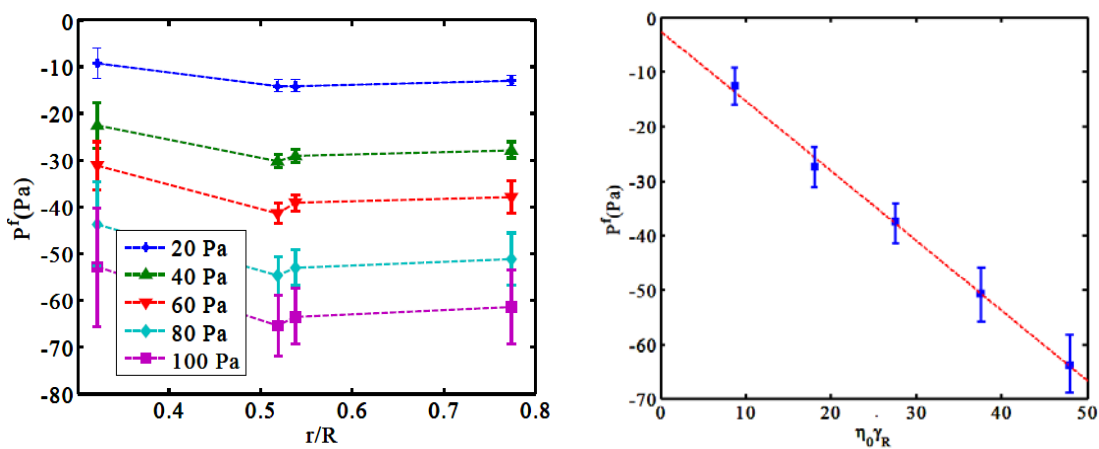


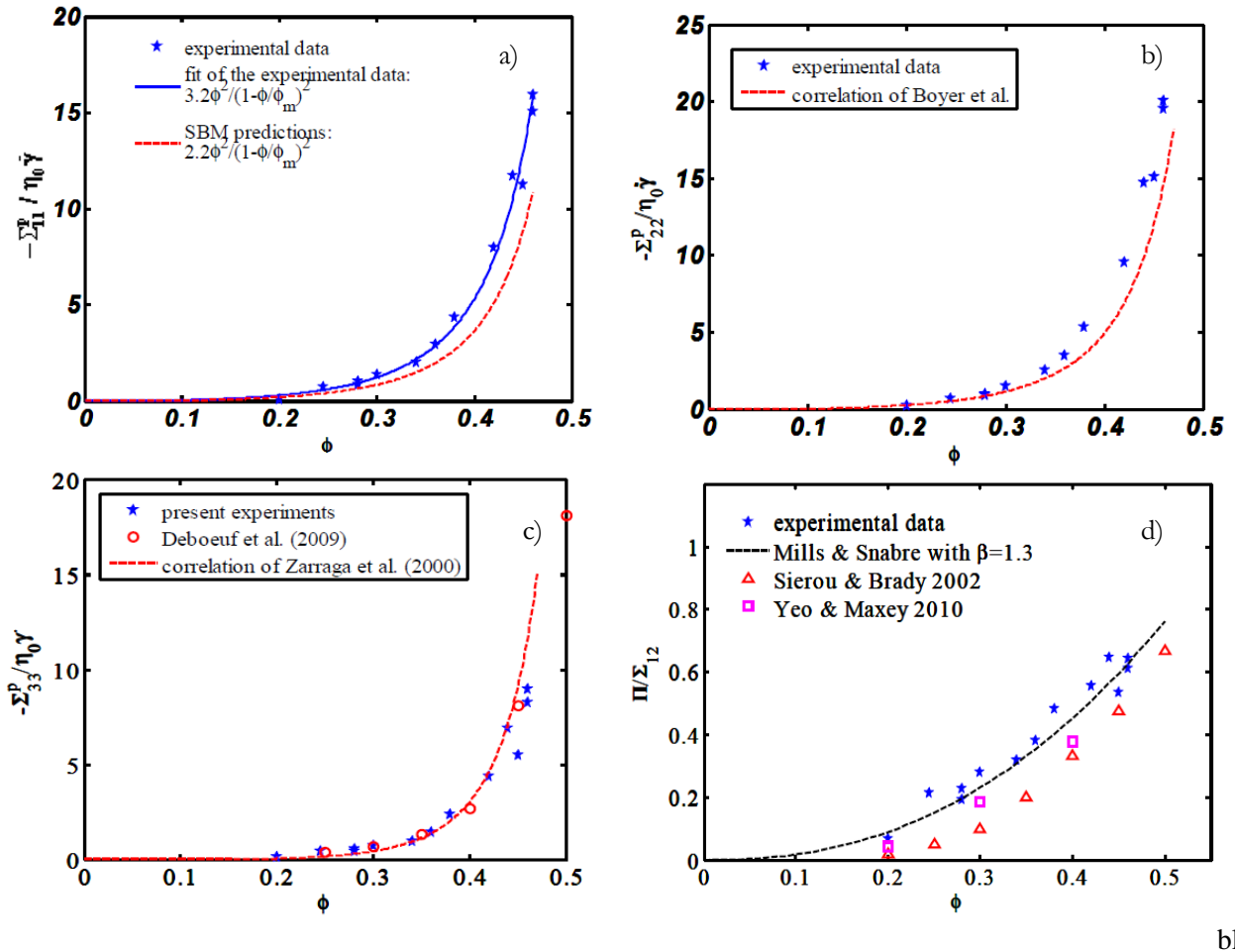
FIG.3 – variation de la pression fluide mesurée derrière les grilles. $\phi=0.46$

L'indépendance de P_f vis-à-vis de la position radiale des capteurs est cohérente avec l'absence de migration de particules observée en écoulement rotatif plan-plan. En effet si les particules migraient, le back-flow du

liquide suspendant donnerait lieu à un gradient de pression qui n'apparaît pas ici.

Nous procédons à ces mesures pour plusieurs fractions volumiques de particules et, en vertu des équations (11), nous avons accès à la variation des contraintes normales particulières avec la fraction volumique.

Celles-ci sont reportées avec la pression particulaire ($\Pi = -\frac{\Sigma_{11}^p + \Sigma_{22}^p + \Sigma_{33}^p}{3}$) sur les figures 5 a, b, c et d .



bl

FIG. 5 – contraintes normales particulières, normalisées par $\eta_0 \dot{\gamma}_R$ en fonction de la fraction volumique de particules, a : Σ_{11}^p , b : Σ_{22}^p et c : Σ_{33}^p et rapport de la pression particulaire sur la contrainte de cisaillement

Sur ces figures, on voit que les résultats que nous avons obtenus sont en très bon accord avec les résultats expérimentaux de Boyer [10], Deboeuf [11] et Zarraga [9], avec les simulations numériques de Yeo & Maxey [15] et de Sierou & Brady [16] et avec les prédictions théoriques de Mills & Snabre [17].

En conclusion, nous avons présenté ici une méthode expérimentale qui permet de mesurer simultanément les 3 contraintes normales particulières. Les résultats obtenus sont en très bon accord avec ceux qui sont présents dans la littérature. Ces résultats ont été implémentés dans le « Suspension Balance Model » qui a permis de retrouver les profils de concentration de particules mesurés dans plusieurs géométries [18].

References

- [1] Leighton D. and Acrivos A, The shear-induced migration of particles in concentrated suspension. *J. Fluid Mech.* 181, 415, 1987.
- [2] Gadala-Maria F. and Acrivos A. Shear-induced structure in a concentrated suspension of solid spheres. *J. Rheol.* 24, 799, 1980.
- [3] Phillips R.J., Armstrong R. C., Brown R. A., Graham A.L. & Abbott J.R. A constitutive equation for concentrated suspensions that accounts for shear-induced particle migration. *Phys. Fluids A* 4, 1992.
- [4] Nott P. R. & Brady, J. F. Pressure-driven flow of suspensions: simulation and theory. *J. Fluid Mech.* 275, 157, 1994.
- [5] Morris J. F. & Boulay, F. Curvilinear flows of noncolloidal suspensions: the role of normal stresses. *J. Rheol.* 43 (5), 1213, 1999.
- [6] Lhuillier D. Migration of rigid particles in non-Brownian viscous suspensions. *Phys. Fluids* 21, 023302, 2009.
- [7] Nott P. R., Guazzelli E. & Pouliquen O. The suspension balance model revisited. *Phys. Fluids* 23, 043304, 2011.
- [8] Acrivos A., Mauri R. & Fan X. Shear-induced resuspension in a Couette device. *Int. J. Multiphase Flow* 19, 797, 1993.
- [9] Zarraga I. E., Hill, D. A. & Leighton D. T. The characterization of the total stress of concentrated suspensions of noncolloidal spheres in Newtonian fluids. *J. Rheol.* 44, 185, 2000.
- [10] Boyer F., Guazzelli E. & Pouliquen O. Unifying suspension and granular rheology. *Phys Rev Lett.* 107, 188301, 2011.
- [11] Deboeuf A., Gauthier G., Martin, J., Yurkovetsky Y. & Morris J. F. 2009 Particle pressure in a sheared suspension: A bridge from osmosis to granular dilatancy. *Phys. Rev. Lett.* **102**, 108301.
- [12] Garland S., Gauthier G., Martin J. and Morris J.F. Normal stress measurements in sheared non-Brownian suspensions *J. Rheol.* 57, 71 (2013).
- [13] Gadala-Maria F. The rheology of concentrated suspensions. PhD thesis, Stanford University, 1979.
- [14] Dbouk T., Lobry L. & Lemaire E. Normal stresses in concentrated non-Brownian suspensions. *J. Fluid Mech.* 715, 239-272, 2013.
- [15] Yeo K. & Maxey M. R. Dynamics of concentrated suspensions of non-colloidal particles in Couette flow. *J. Fluid Mech.* 649, 205, 2010.
- [16] Sierrou A. & Brady J. F. Rheology and microstructure in concentrated non-colloidal suspensions. *J. Rheol.* 46, 1031, 2002.
- [17] Mills P. & Snabre P. Apparent viscosity and particle pressure of a concentrated suspension of non-Brownian hard spheres near the jamming transition. *Eur. Phys. J. E* 30, 309, 2009.
- [18] Dbouk T., Lemaire E., Lobry L. & Moukalled F. Shear-induced Particle Migration: Predictions from Experimental Evaluation of the Particle Stress Tensor, to be published in *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*