

Identification d'une loi de comportement enrichie pour les géomatériaux en présence d'une localisation de la déformation

K. EL MOUSTAPHA, P. BESUELLE, Y. SIEFFERT, R. CHAMBON

UJF-Grenoble 1 / Grenoble-INP / CNRS UMR 5521, Laboratoire 3SR, Grenoble, France

Résumé :

L'étude porte sur l'identification paramétrique d'une loi constitutive écrite dans un formalisme de milieu enrichi de type second gradient local. Une partie de l'identification peut-être réalisée à partir d'essais homogènes, mais l'identification complète nécessite de considérer des modes de déformation à forts gradients, comme cela est le cas en présence d'une localisation de la déformation. La procédure d'identification développée s'appuie sur des résultats expérimentaux d'essais mécaniques sur une roche, pour lesquels le mode de déformation des échantillons a été caractérisé à l'aide de mesures de champs cinématiques, y compris en régime localisé. Nous présentons ici une étude de sensibilité afin d'analyser l'influence de chaque paramètre du modèle sur la réponse d'un échantillon numérique en régime post-localisé.

Abstract :

The study proposed here covers a parametric identification of a constitutive law written in the local second gradient formalism. A part of this identification may be performed through homogenous tests, however the complete identification requires the consideration of high gradient deformation modes, as it is the case where localized deformation is observed. The identification procedure developed uses experimental results from mechanical tests on rock, for which the deformation mode was characterised by kinematic field measurement, including the localized regime. We present here a sensitivity study to analyse the influence of each parameter of the model on the response of a numerical sample in post-localized regime.

Mots clefs : identification, second gradient, localisation de la déformation, roche

1 Introduction

Le phénomène de localisation de la déformation est courant dans les géomatériaux. Il est présent dans des structures ou sites en service et peut y jouer un rôle crucial (influence sur les propriétés mécaniques et sur les propriétés de transfert). On peut citer par exemple les problématiques liées à l'exploitation des réservoirs naturels, aux stockages de déchets radioactifs en profondeur ou encore au stockage de CO₂ dans les roches profondes. Il mérite en cela que l'on soit en mesure de le modéliser de manière explicite. La modélisation numérique de la localisation avec des modèles classiques est confrontée à des problèmes d'objectivité [10] (dépendance au maillage, mode de déformation sans dissipation d'énergie). Pour éviter ces inconvénients, une solution est d'utiliser des modèles de comportement enrichis qui permettent de régulariser le problème en introduisant une longueur caractéristique venant contrôler la largeur des bandes de localisation. Nous travaillons ici dans un formalisme de milieu à microstructure dit de second gradient local [4;7]. Une nouvelle problématique se pose alors quant à la manière d'identifier les paramètres constitutifs des lois écrites dans ce formalisme, l'identification ne peut se faire de manière identique aux lois de milieux classiques pour deux raisons majeures. Premièrement, il est d'usage de calibrer les modèles classiques à partir d'essais élémentaires au sens où la déformation reste le plus homogène possible. Or pour modéliser le comportement dans les bandes de localisation, il est nécessaire d'évaluer la loi de comportement jusqu'à des déformations très importantes qui ne peuvent être atteintes par des essais élémentaires, comme en témoigne les études expérimentales utilisant les mesures de champs [3]. La localisation apparaît inévitablement, transformant l'échantillon en une structure. En second, certains paramètres des modèles enrichis ne jouent un rôle qu'en présence d'hétérogénéités de déformation, ce qui exclut encore de se restreindre à une identification à partir d'essais élémentaires. Par ailleurs, des essais qui seraient volontairement hétérogènes, pas un contrôle

adéquat des conditions limites, ne suffisent pas à générer des gradients de déformation suffisamment importants pour mobiliser suffisamment les paramètres en question, du moins tant que la localisation n'apparaît pas. A partir de ce constat, il convient d'adopter une stratégie plus élaborée, en ne s'interdisant plus d'exploiter des essais de laboratoire à partir de l'apparition de la localisation, pour peu que ces essais permettent une description fine du champ de déformation. Les méthodes de mesure de champ, qui deviennent de plus en plus standards, offrent la possibilité d'extraire un certain nombre d'observables des essais quant à l'organisation spatiale et temporelle des bandes de localisation (largeur des bandes, nombre de bandes actives ou désactives, etc...)

L'article a pour objectif de présenter la méthodologie choisie pour procéder à l'identification des paramètres d'une loi phénoménologique avec second gradient. Nous présentons tout d'abord, dans les paragraphes 2 et 3, la loi constitutive utilisée et le formalisme des milieux second gradient. Dans le paragraphe 4, nous réalisons une étude de sensibilité du modèle, qui sert de base pour une analyse inverse afin d'optimiser ces paramètres. Nous montrons par le biais de quelques résultats la démarche suivie qui conduira à l'optimisation des paramètres.

2 La loi constitutive *Plasol*

La loi utilisée est une loi élasto-plastique non associée développée pour les milieux cohésifs-frottants (loi *Plasol*, [1]). Elle est caractérisée par une relation élastique linéaire isotrope, une surface d'écrouissage f et une surface de plasticité g de type Drucker-Prager. L'écrouissage s'appuie sur deux mécanismes, un mécanisme de durcissement sur l'angle de frottement et un mécanisme de radoucissement sur la cohésion.

$$\begin{cases} f = II_{\sigma} + mI_{\sigma} - k \\ m = \frac{2 \sin \phi_c}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi_c)} \\ k = \frac{6c \cos \phi_c}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi_c)} \end{cases} \quad \begin{cases} g = II_{\sigma} + m'I_{\sigma} - k' \\ m' = \frac{2 \sin \psi}{\sqrt{3}(3 - \sin \psi)} \\ k' = \frac{6c \cos \psi}{\sqrt{3}(3 - \sin \psi)} \end{cases} \quad (1)$$

I_{σ} et II_{σ} sont, respectivement, le premier et le deuxième invariant du tenseur de contrainte, ϕ_c et ψ sont, respectivement, l'angle de frottement et l'angle de dilatance. Les lois d'écrouissage sur l'angle de frottement et la cohésion sont exprimées en fonction de la déformation plastique de Von Mises ε_{eq}^p par les relations :

$$\begin{cases} \phi_c = \phi_{c0} + \frac{(\phi_{cf} - \phi_{c0})\varepsilon_{eq}^p}{\beta_{\phi_c} + \varepsilon_{eq}^p} \\ c = c_0 + \frac{(c_f - c_0)\varepsilon_{eq}^p}{\beta_c + \varepsilon_{eq}^p} \end{cases} \quad (2)$$

3 Milieux de second gradient

Les milieux de second gradient rentrent dans le cadre des milieux dits à microstructures [7], qui peuvent se définir à partir d'un enrichissement de la cinématique à travers la prise en compte de nouvelles composantes dans le principe des travaux virtuels. Ce formalisme de second gradient est développé depuis une quinzaine d'années au Laboratoire 3SR [4, 9] afin de modéliser de manière objective le phénomène de localisation. Le principe des travaux virtuels s'écrit ici :

$$\int (\sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^* + \sum_{ijk} \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j \partial x_k}) dv = \int_{\Omega} G_i u_i^* dv + \int_{\partial \Omega} (t_i u_i^* + T_{ij} \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j}) ds \quad (3)$$

σ_{ij} et Σ_{ijk} sont respectivement la contrainte de Cauchy et la double contrainte, u_i le déplacement et T_{ij} est une double force appliquée sur le bord du domaine. La loi constitutive relie la contrainte et la double contrainte, d'une part, au premier et au second gradient du déplacement, d'autre part. Une hypothèse de découplage permet de simplifier cette relation en deux relations constitutives distinctes, l'une reliant la contrainte de Cauchy à la déformation (relation constitutive des milieux classiques), la seconde reliant la double contrainte au second gradient. Un des intérêts de cette approche est de pouvoir associer n'importe quelle loi constitutive

classique, sans modification de celle-ci, au formalisme de second gradient, les termes de régularisation étant introduit par à la loi de second gradient. Cette dernière est choisie aussi simple que possible, à savoir une loi élastique linéaire isotrope avec un paramètre de rigidité D .

Nous réalisons nos calculs numériques dans le code éléments finis *LAGAMINE* de l'Université de Liège [6], dans lequel un élément fini spécifique pour milieux second gradient a été implémenté.

4 Méthode d'identification

La méthode d'identification s'appuie sur des essais expérimentaux menés dans un appareil triaxial vrai qui permet de visualiser l'échantillon en cours d'essais, sous chargement, afin de pouvoir mesurer le champ de déformation (à l'aide d'une méthode de corrélation d'images), à tout instant de l'essai [3]. Une campagne d'essais de compression en déformation plane est en cours sur un grès des Vosges [8]. Pour chaque essai, il est observé un régime initial de déformation homogène, puis un régime localisé. De ces essais menés à différents confinements, on peut extraire un certains nombres d'observations dont la réponse mécanique globale de l'échantillon et le nombre, l'orientation et la largeur des bandes de localisation. La méthode d'identification est basée à la fois sur la réponse homogène des essais et la réponse localisée.

Nous modélisons pour ce faire un essai de compression en déformation plane, à déplacement axial et contrainte latérale imposés (Figure 1). Ces conditions expérimentales reproduisent les conditions appliquées expérimentalement. L'échantillon numérique, qui représente un échantillon d'une taille de 50 mm de haut et 25 mm de large, est discrétisé par un maillage régulier contenant 16.200 éléments. Les paramètres de référence utilisés pour les calculs sont représentés au tableau 1.

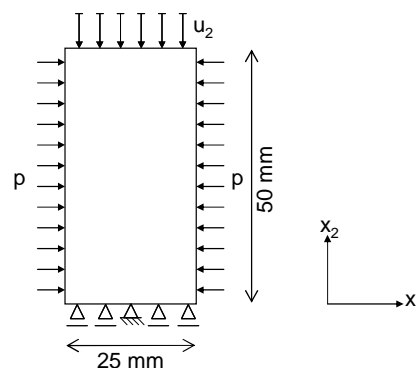


Figure 1 - Conditions aux limites de l'essai biaxial avec une pression latérale p et un déplacement vertical u_2 imposé en tête d'échantillon

U_2	P	E	ν	C_0	C_f	ϕ_0	ϕ_f	β_c	β_ϕ	ψ	D
2 mm	20 MPa	12.2 GPa	0.215	32.5 MPa	9.6 MPa	4°	21°	0.03	0.006	18°	1N

Tableau 1- Paramètres de référence du modèle, représentés par la courbe bleue sur les figures 2 et 3.

Afin de favoriser l'apparition de la localisation sous la forme d'une seule bande, nous avons inclus un élément affaibli dans le coin inférieur gauche du maillage, en y mettant une cohésion légèrement plus faible que dans le reste du maillage. Plusieurs calculs ont été réalisés afin de s'assurer que l'utilisation d'un élément affaibli n'entraîne pas une modification significative quant à la réponse mécanique de l'échantillon numérique, la largeur de la bande ainsi que son orientation, par rapport à un calcul sans imperfection où la bande s'initie spontanément.

La première étape d'identification concerne le régime de déformation homogène. Nous avons effectué une étude de sensibilité du modèle puis optimisé un certain nombre d'entre eux (module d'Young, coefficient de Poisson, angle de dilatance) par une méthode directe.

La deuxième étape de l'identification, qui est la contribution originale de ce travail, concerne le régime de déformation localisé. Nous établissons un certains nombres d'observables sur lesquels appuyer la comparaison entre calculs numériques et observations expérimentales : pic de force, raccourcissement au pic de force, force résiduelle (après localisation), nombre, largeur et orientation des bandes, variation de volume global de l'échantillon. Une étude de sensibilité exhaustive a été menée pour déterminer l'effet de chacun des

paramètres constitutifs sur ces observables, afin d'établir le lien entre une variation d'un paramètre et les changements sur les observables sélectionnés. A partir de cette étude de sensibilité, nous pouvons établir des combinaisons de variation de nos paramètres permettant de ne faire changer qu'un seul observable à la fois. L'objectif est d'être en mesure d'optimiser au mieux chaque observable indépendamment, pour se rapprocher au plus près de ce qui est observé expérimentalement. Nous présentons ci-dessous les résultats préliminaires.

La réponse mécanique est illustrée sous la forme, d'une part, de l'évolution de la contrainte axiale (force axiale appliquée divisée par la section initiale de l'échantillon) en fonction du raccourcissement axial normalisé (raccourcissement divisé par la hauteur initiale), et d'autre part, par la déformation volumique globale en fonction de ce même raccourcissement. De plus nous montrons, à coté de ces deux graphes, la structure de la localisation en représentant les points d'intégration du maillage qui sont en régime de chargement plastique, se situant à l'intérieur de la bande quand la localisation s'est déclenchée (les points à l'extérieur de la bande étant en régime élastique).

Sur la Figure 2a, nous faisons varier le pic de contrainte sans apporter de modification substantiel au reste des observables. La contrainte au pic change, mais la déformation au pic reste la même, de même pour la déformation volumique. La localisation, en particulier l'orientation des bandes, n'est pas modifiée non plus par ces combinaisons de paramètres. Sur la Figure 2b, c'est la déformation axiale au pic qui est modifiée, mais les autres observables ne sont pas modifiés significativement. Notons que dans ce cas, c'est la déformation plastique au pic qui est modifiée, les paramètres influant sur le comportement élastique n'étant pas modifiés.

Sur la Figure 3a, nous faisons varier la largeur de bande de localisation en utilisant le paramètre de rigidité de la loi second gradient, ce paramètre a un effet en présence d'un gradient de déformation et modifie la largeur de bande mais n'a pas de conséquence sur la réponse mécanique pré-pic. Plus la largeur de bande diminue, plus nous constatons que le radoucissement de la réponse de l'échantillon numérique devient important.

Sur la Figure 3b, nous faisons varier la variation volumique de la loi (angle de dilatance). La dilatance de l'échantillon numérique est plus ou moins forte, sans que les autres observables ne soient significativement modifiés.

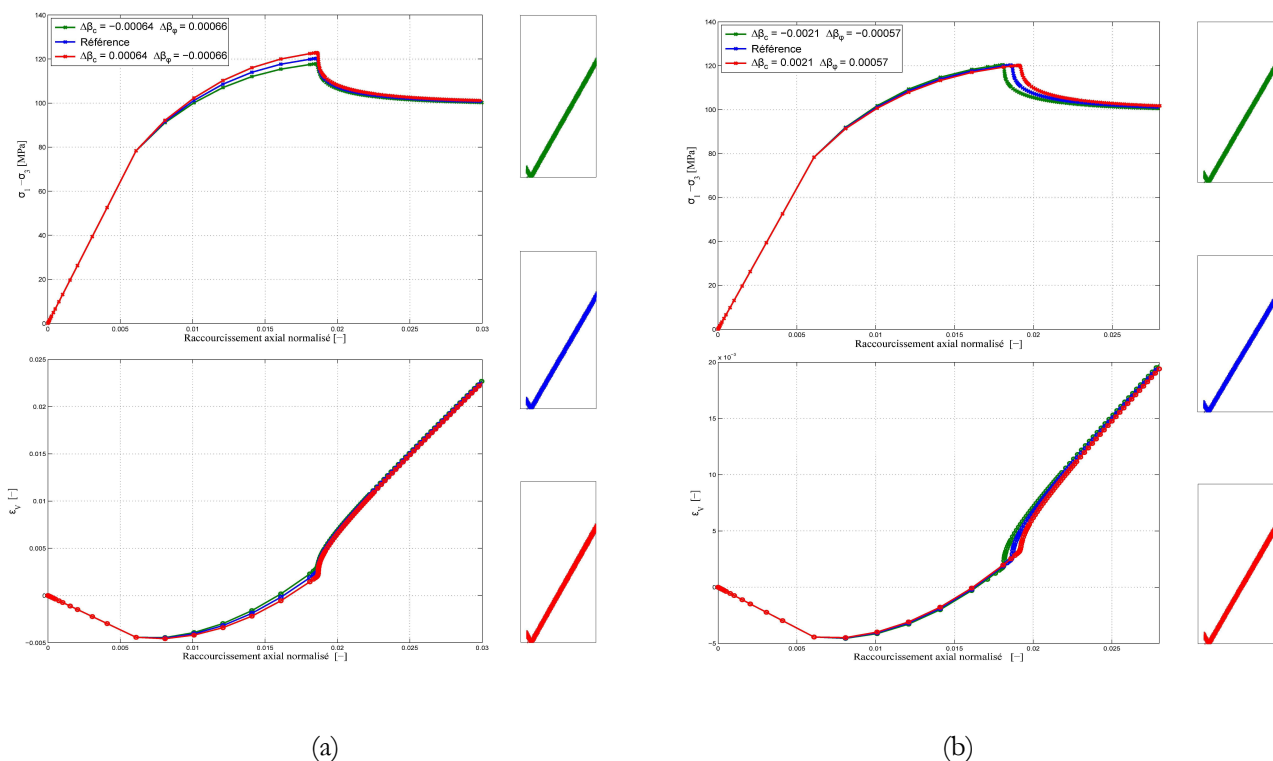


Figure 2 - Exemple de calculs où le jeu de paramètres est modifié pour ne changer qu'un seul observable à la fois, le pic de contrainte (a) ou la déformation au pic (b). Dans les deux sont représentés la réponse contrainte axiale appliquée vs raccourcissement axial imposé (figures du haut), la variation volumique

globale vs le raccourcissement axial (figures du bas), et les points de Gauss dans le maillage qui sont en chargement plastique lors du régime de déformation localisé (figures latérales).

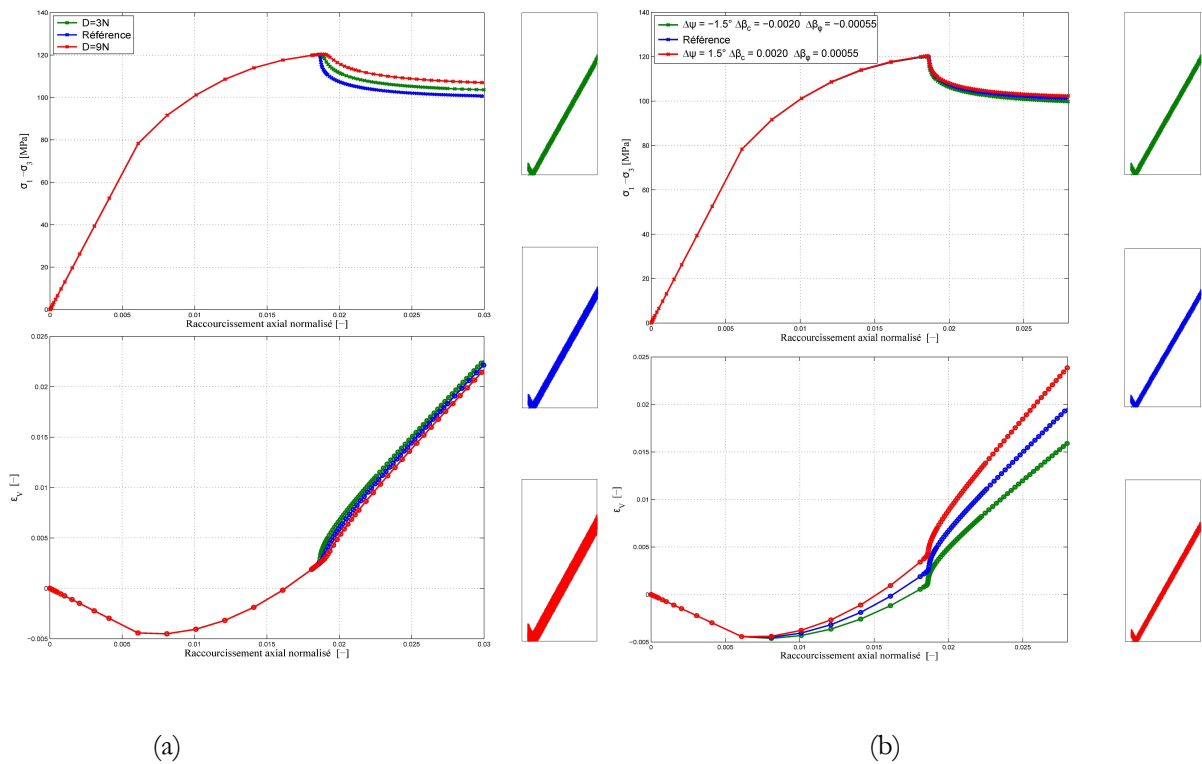


Figure 3 - Exemple de calculs où le jeu de paramètres est modifié pour ne changer qu'un seul observable à la fois, l'épaisseur de bande (a) ou la déformation volumique (b). Dans les deux sont représentés la réponse contrainte axiale appliquée vs raccourcissement axial imposé (figures du haut), la variation volumique globale vs le raccourcissement axial (figures du bas), et les points de Gauss dans le maillage qui sont en chargement plastique lors du régime de déformation localisé (figures latérales).

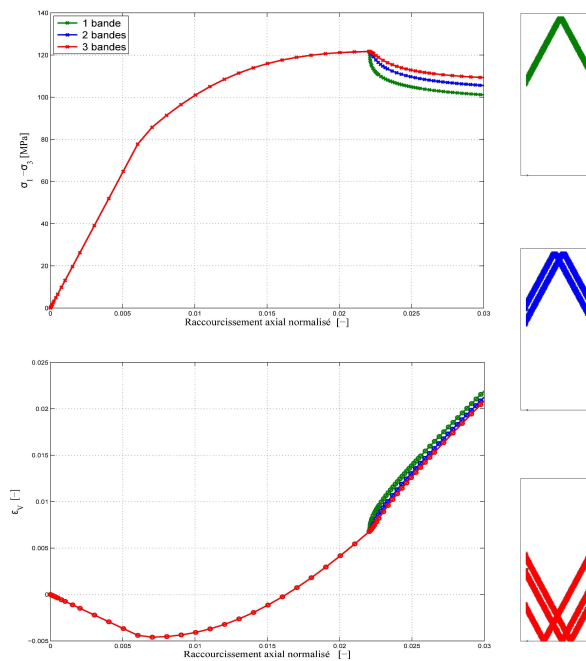


Figure 4 - Comparaison de l'évolution de la réponse mécanique selon le nombre de bandes. Des solutions à une, deux et trois bandes sont présentées. Nous notons que plus le nombre de bandes augmente, moins le

radoucissement de l'échantillon est marqué, tout en gardant la valeur du pic et la déformation au pic.

Dans les calculs précédents, nous avons mentionné l'utilisation d'un élément affaibli dans le maillage pour contraindre fortement la position de la bande de localisation. En effet, pour le calcul du problème initialement homogène, la position et le nombre de bandes de localisation ne sont pas contraints, il existe un large éventail de solutions quant à leur nombre et à leur position. Nous avons étudié l'influence du nombre de bandes de localisation sur la réponse post-pic. A cette fin, nous avons utilisé un algorithme de recherche directionnel [5] pour obtenir plusieurs solutions au même problème initial, les paramètres utilisés pour ces calculs sont les paramètres de référence. Nous remarquons que la réponse post-pic et en particulier la contrainte résiduelle sont influencées par le nombre de bandes, cette dernière augmente avec le nombre de bandes (Figure 4).

5 Conclusions

Les modèles constitutifs écrits dans le formalisme des milieux de second gradient ont montré ces dernières années leur capacité à modéliser de façon correcte le phénomène de la localisation. De plus les outils expérimentaux récents (presse triaxiale vraie) et les techniques de mesure de champ cinématique permettent d'avoir une base de données sans précédent pour caractériser très finement la localisation de la déformation. Cette base de données est utilisée afin d'identifier les paramètres de nos lois constitutives enrichies.

Elle consiste tout d'abord à étudier de manière détaillée les paramètres de ces lois en effectuant une étude de sensibilité, cette étude prend en compte la réponse homogène et la réponse en régime localisé, il est en ceci nécessaire de répertorier les observables qu'il est possible de quantifier et d'extraire des données expérimentales. Une fois cette partie achevée, la matrice de sensibilité est déterminée par une série de calculs en ne faisant varier qu'un seul paramètre à la fois. Nous avons pu montrer à travers les résultats obtenues qu'il est possible à ce stade de l'étude de modifier chaque observable indépendamment, tout en gardant les autres constants. La prochaine étape de notre travail sera une optimisation des paramètres constitutifs pour que chaque observable soit approché au mieux afin d'offrir la meilleure proximité possible entre calculs numériques et observations expérimentales.

Références

- [1] Barnichon, J.-D. Finite Element Modelling in Structural and Petroleum Geology, thèse de l'Université de Liège Faculté des Sciences Appliquées, 1998.
- [2] Bésuelle, P., Chambon, R., Collin, F. Switching mode of deformation in post-localization solutions with a quasi brittle material. *J. Mech. Mater. Struct.* 1 1115-1134, 2006.
- [3] Bésuelle P., Hall S., Characterization of the strain localization in a porous rock in plane strain condition using a new true-triaxial apparatus, 9th Int. Workshop on Bifurcation and Degradation in Geomaterials (IWBDG 2011), Porquerolles, France, Org. S. Bonelli, C. Dascalu, F. Nicot, Springer, 343-350, 2011.
- [4] Chambon, R., Caillerie, D., Matsushima, T. Plastic continuum with microstructure, local second gradient theories for geomaterials : localization studies. *Int. J. Solids Struct.* 38 8503- 8527, 2001.
- [5] Chambon, R., Crochepeyre, S., Charlier, R. An algorithm and a method to search bifurcation point in non linear problems. *Int. J. Numer. Meth. Engng.* 51 315-332, 2001.
- [6] Charlier, R. Approche unifiée de quelques problèmes non linéaires de mécanique des milieux continus par la méthode des éléments finis, thèse de l'Université de Liège, Belgique, 1987.
- [7] Germain, P. La méthode des puissances virtuelles en mécanique des milieux continus, première partie : Théorie du second gradient. *J. Méc.* 12 235-274, 1973.
- [8] Lanatà, P., Caractérisation de la localisation de la déformation dans des roches poreuses en conditions triaxiales vraies, thèse de l'Université de Grenoble (en préparation), 2014.
- [9] Matsushima, T., Chambon, R., Caillerie, D. Large strain finite element analysis of a local second gradient model : application to localization. *Int. J. Numer. Meth. Engng.* 54 499-521, 2002.
- [10] Pijaudier-Cabot, G., Bažant, Z. Nonlocal damage theory. *J. Engng. Mech.* 113 1512-1533, 1987.