

# Rupture quasifragile des bétons et mortiers. MLER équivalente et courbe-R

A. GANGNANT<sup>a</sup>, S. MOREL<sup>a</sup>

a. Institut de Mécanique et d'Ingénierie département Génie Civil et Environnement (I2M GCE), A11bis 351  
Cours de la Libération, 33400 Talence

## Résumé :

*Les bétons et mortiers présentent une rupture qualifiée de quasifragile du fait de la présence d'une large zone d'élaboration (FPZ), principalement microfissurée, se développant en avant du front de fissure. Dans cette étude, on se propose d'estimer les propriétés de rupture de ces deux matériaux à partir d'un essai de fissuration en Mode I provoquée par enfoncement d'un coin (Wedge Splitting Test). La Mécanique Linéaire Élastique de la Rupture équivalente (MLER eq.) est ici utilisée afin d'estimer les courbes de résistance à la propagation de fissure (courbes-R) de ces deux matériaux. Sur la base de ces courbes de résistance, la rupture quasifragile est simulée à partir du Modèle de Zone Cohésif (MZC). Les différents paramètres cohésifs (énergie de rupture cohésive, ouverture critique, résistance à la traction, et répartition de l'énergie de rupture cohésive entre microfissuration et pontage de fissure) sont estimés sur la base des relations entre courbe de résistance et comportement adoucissant (approximation bilinéaire).*

## Abstract :

*Concrete and mortar exhibit a quasibrittle failure due to the existence of a large fracture process zone (FPZ), mainly microcracked, which develops ahead of the crack front. In this study, the fracture properties of concrete and mortar are estimated from a mode I fracture test: Wedge Splitting Test. Within the framework of equivalent Linear Elastic Fracture Mechanics (eq. LEFM), resistance curves (R-curves) of concrete and mortars are estimated. Then, on this basis, the quasibrittle failure is simulated from the Cohesive Zone Model (CZM). The cohesive parameters (cohesive fracture energy, critical opening, tensile strength, and energy distribution between microcracking and crack bridging cohesive phenomena) are estimated from the connections between the R-curve characteristics and the softening behaviour (bilinear approximation).*

**Mots clefs:** Rupture quasifragile, zone d'élaboration, MLEReq., Courbe-R, MZC, WST

## 1 Introduction

La rupture des bétons et mortiers est considérée comme quasifragile du fait de la présence d'une zone endommagée, principalement microfissurée, se développant en avant du front de fissure. L'existence de cette zone d'élaboration de la rupture, encore appelée *fracture process zone* en anglais (FPZ), rend impossible l'application de la mécanique linéaire élastique de la rupture (MLER). En revanche, une approximation du comportement quasifragile est possible en utilisant la MLER équivalente. A partir d'un milieu considéré comme parfaitement élastique, cette approche utilise, en lieu et place de la fissure principale et de sa zone d'élaboration, une longueur de fissure élastique équivalente permettant l'obtention d'une raideur identique à celle constatée expérimentalement. Dans cette étude, il est proposé d'utiliser la MLER équivalente afin d'estimer les propriétés de rupture d'un béton et d'un mortier par le biais de courbes de résistance (courbes-R) et ce à partir d'un essai par enfoncement d'un coin (Wedge Splitting Test : WST). Sur la base de ces courbes-R, décrivant la résistance que le matériau oppose à la propagation de la fissure élastique équivalente en fonction de l'avancée de cette dernière, le modèle de zone cohésive est utilisé pour décrire la rupture quasifragile du béton et du mortier et la méthode employée pour estimer les différents paramètres cohésifs est détaillée.

## 2 Wedge Splitting Test

### 2.1 Géométrie et propriétés des échantillons

Dix éprouvettes de mortier et douze éprouvettes de béton ont été réalisées et testées à 42 jours. Les dimensions des éprouvettes sont les suivantes : 300x250x100 (mm<sup>3</sup>). Chaque échantillon présente une entaille initiale de 90mm de long et de 4mm d'épaisseur (réalisée lors du coulage à l'aide d'un clinquant). Une gorge de 30 mm de profondeur accueille le système de roulement. Il est à noter que la hauteur caractéristique  $D$  du spécimen correspond à 285 mm. Le diamètre maximal des granulats pour le béton est de 12mm et de 5mm pour le mortier. Le ciment utilisé est un CEMII 32.5R pour un rapport E/C= 0.5.

### 2.2 Principes et Instrumentations

Un coin présentant un demi-angle de  $\alpha=15^\circ$  [1] est positionné au niveau d'une gorge préexistante à l'aide d'un système de roulement et provoque par enfoncement l'ouverture  $\delta$  d'un spécimen pré-fissuré en mode I. L'essai se fait par un déplacement imposé de la traverse de 0.15mm/min permettant d'obtenir la rupture complète du spécimen en quelques minutes (4 à 5 minutes) et ainsi de s'affranchir d'un éventuel comportement viscoélastique. La force verticale  $P_v$  de compression de la presse électromécanique est vectoriellement divisée en une force transversale d'ouverture du spécimen  $P_{sp}$  qui dépend de l'angle  $\alpha$ . Il est considéré, dans les conditions de cet essai que les forces de frottement  $f$  dues aux roulements sont négligeables ce qui donne  $P_{sp}=P_v/2\tan(\alpha)=1.866P_v$ . L'éprouvette est placée sur un appui de type rotule. L'ouverture du spécimen  $\delta$  et la force verticale  $P_v$  sont respectivement mesurées par des capteurs LVDT et un dynamomètre (figure 1).

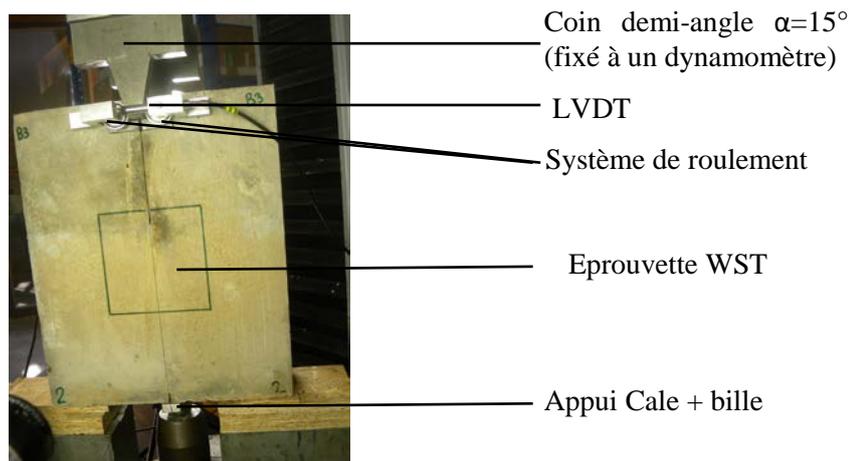


FIG. 1 – Montage d'un essai WS

Suite aux essais, on constate à partir des courbes  $P_{sp}-\delta$  que la partie pré-pic correspond à la phase de développement de l'endommagement (pas de fissure apparente). Tandis que la partie post-pic est associée à la propagation de la fissure principale.

## 3 Estimation des propriétés de rupture

### 3.1 Applicabilité de la MLER équivalente : cycles charge/endommagement-propagation/décharge

Afin de vérifier l'applicabilité de la MLER équivalente [2] des cycles charge/endommagement-propagation/décharge à déplacement imposé d'une éprouvette en béton ont été effectués. La méthode de la MLER eq. est applicable dès que pour un cycle charge-décharge donné, la complaisance initiale du cycle passe par le point de décharge du cycle précédent (point à partir duquel le déplacement diminue). En conséquence, en tout point d'une courbe force-déplacement, la complaisance apparente du spécimen, i.e.,  $\lambda=\delta/P$  correspond à la complaisance élastique de ce dernier (Figure 2b). Ainsi, l'augmentation de la complaisance apparente du spécimen pourra être traduite par la propagation d'une fissure élastique

équivalente, i.e., une fissure qui, dans un modèle élastique, produira la même complaisance que celle constatée expérimentalement c'est à dire celle due à la fissure principale avec sa zone d'élaboration.

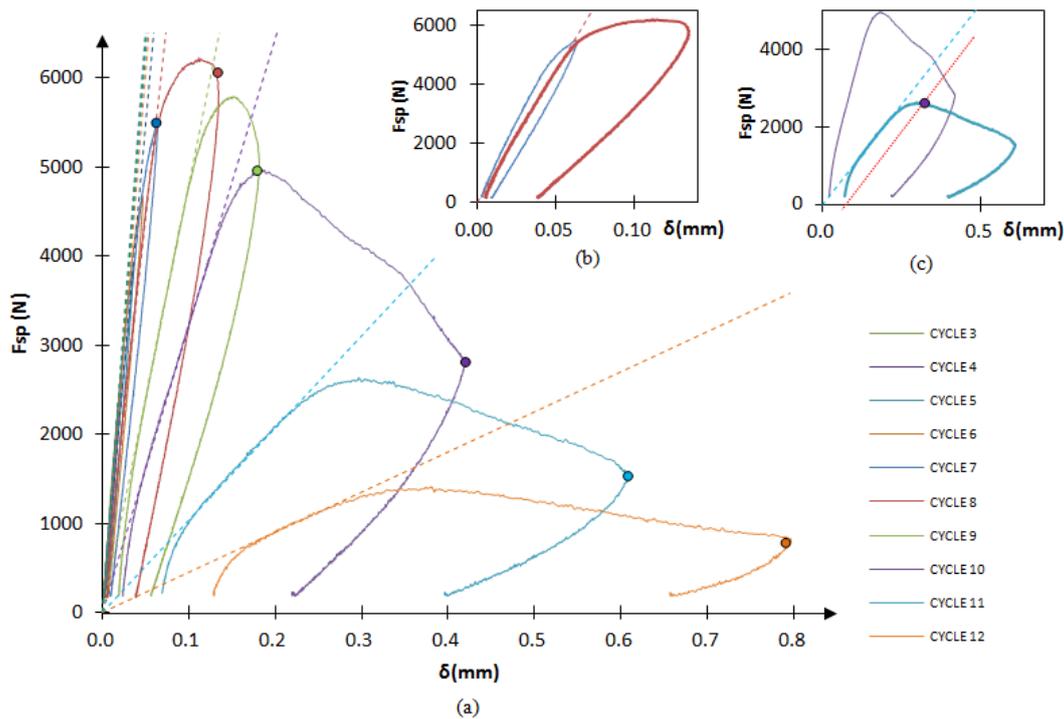


FIG. 2 – (a) Cycles charge-décharge du béton. (b) MLER eq. Applicable dans le pré-pic. (c) MLER eq. non applicable dans le post-pic.

Toutefois, comme le montre la figure 2, si la complaisance apparente correspond à la complaisance élastique dans la partie pré-pic, il n'en est pas de même dans la partie post-pic. En effet, dans le post-pic, l'évolution de la complaisance élastique du spécimen ne peut à elle seule traduire le déplacement constaté pour une force donnée. L'hypothèse énoncée ici est, qu'en plus du processus de rupture quasifragile, un phénomène de type plasticité se manifeste se traduisant par des déplacements irréversibles venant s'ajouter à ceux dus à l'évolution de la complaisance élastique du spécimen. La MLER eq. semble donc uniquement applicable dans la partie pré-pic et au tout début du post-pic. C'est sur cette constatation que des courbes de résistance sont déterminées.

### 3.2 Calcul de la longueur de fissure élastique équivalente

Dans le cadre de la MLER eq., une analyse par éléments finis en élasticité linéaire à été réalisée afin de déterminer les polynômes de complaisance des spécimens de mortier et de béton. L'analyse numérique se fait en 2D pour un chargement unitaire en considérant un incrément de fissure tous les millimètres. Il a été considéré des modules d'élasticité de 18 et 28 GPa pour le mortier et le béton et un coefficient de poisson identique et égal à 0.2. Après traitement des résultats EF, il est obtenu l'expression de l'évolution de la complaisance ( $\lambda_1$ ) pour une épaisseur unité en fonction de la longueur relative de fissure  $\alpha=a/D$  (où  $a$  est la longueur de fissure et  $D$  la hauteur caractéristique). Les fonctions de complaisances numériques pour une épaisseur unité  $\lambda_1(\alpha)$  du mortier et du béton sont ajustées par un polynôme de degré 7. Sur la base de ces polynômes de complaisance, il sera possible d'estimer la longueur de fissure élastique équivalente correspondant à tout point de la courbe force-déplacement (processus de dichotomie) :  $\lambda_{exp}(\alpha)=\delta/P = \lambda(\alpha) = \lambda_1(\alpha)/b$  (où  $b$  est l'épaisseur du spécimen).

### 3.3 Courbe de résistance

Selon la MLER eq., toute variation de complaisance correspond à une propagation de la fissure élastique équivalente et, en conséquence, il est possible d'estimer la résistance à la propagation de fissure (élastique eq.)  $G_R(a)$  à partir du taux de restitution d'énergie  $G(a)$  (2):

$$G(a) = \frac{P^2}{2b} \frac{\delta\lambda}{\delta a} = \frac{P^2}{2b} \frac{1}{D} \frac{\delta\lambda(\alpha)}{\delta\alpha} = G_R(a) \quad (2)$$

En pratique, la résistance à la propagation de la fissure  $Gr(a)$  (2) est déterminée en fonction de la fonction adimensionnelle du taux de restitution d'énergie notée  $g(\alpha)$  [3] :

$$G_R(a) = G(a) = \frac{P^2}{E' b^2 D} g(\alpha) \quad (3)$$

$$\text{où } g(\alpha) = \frac{E'}{2} \text{cor} \frac{\partial\lambda_1(\alpha)}{\partial\alpha} \quad (4)$$

Avec  $\lambda(\alpha)$  est la complaisance réelle de l'éprouvette,  $\lambda_1(\alpha)$  est la complaisance déterminé à partir du modèle EF. Le coefficient de correction noté *cor* (5), permet d'ajuster le polynôme de complaisance numérique à la complaisance initiale expérimentale du spécimen considéré. En effet, du fait de l'existence de la zone d'élaboration et donc de l'utilisation d'une longueur de fissure élastique équivalente, la complaisance numérique peut être comparée à la complaisance expérimentale pour la seule longueur d'entaille initiale  $a_0$  (longueur de fissure élastique équivalente égale à la longueur d'entaille expérimentale).

$$\text{avec cor} = \frac{\lambda \exp(a_0) b}{\lambda_1(a_0)} \sim \frac{E_{num}}{E_{exp}} \quad (5)$$

Les courbes de résistance obtenues sont vérifiées par une méthode inverse, à savoir la génération d'une courbe force-déplacement théorique à partir de la courbe de résistance calculée grâce à  $g(\alpha)$ .

$$P = \sqrt{\frac{Gr(\Delta a) \times E' \times b^2 \times D}{g(\alpha)}} \quad (6)$$

Dès l'obtention de la force pour une longueur de fissure donnée, il est possible d'obtenir le déplacement correspondant grâce à la complaisance numérique corrigée et de comparer la courbe force-déplacement obtenue à partir des propriétés de rupture avec une courbe force-déplacement expérimentale :

$$\delta(\alpha) = \lambda(\alpha) \cdot P_{sp}(\alpha) = \frac{\lambda_1(\alpha)}{b} \cdot P_{sp}(\alpha) \quad (7)$$

La résistance à la propagation de fissure apparaît fonction de la longueur de fissure élastique équivalente. On parle alors de courbe de résistance ou courbe-R. Cette courbe-R présente généralement une première partie croissante associée à la phase de développement de la zone d'élaboration (pas de propagation de la fissure principale) suivie d'un plateau traduisant la propagation de la fissure principale avec sa zone d'élaboration. Notons que la propagation à résistance constante n'est pas observée ici (figure 3) du fait que la fissure principale se propage dans la phase post-pic et que le MLER eq. n'est plus applicable dans ce régime du fait de la présence de phénomènes dissipatifs d'énergie autre que la fissure et l'endommagement quasifragile. Une courbe-R n'est toutefois pas intrinsèque au matériau car elle dépend de la géométrie de l'échantillon considéré. La partie croissante de la courbe-R peut généralement être décrite par l'intermédiaire d'une loi puissance (8) exprimée en fonction de l'incrément de longueur de fissure (élastique équivalent)  $\Delta a = a - a_0$  :

$$G_R(\Delta a) = \begin{cases} \phi \Delta a^\beta & \text{si } \Delta a < \Delta a_c \\ G_{RC} & \text{si } \Delta a \geq \Delta a_c \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \phi = \frac{G_{RC}}{\Delta a_c^\beta} \\ \Delta a = a - a_0 \end{cases} \quad (8)$$

où  $G_{RC}$  correspond à la valeur plateau de la résistance à la propagation de fissure et  $a_c$  la longueur de fissure pour laquelle cette résistance plateau apparaît. Notons que l'incrément de longueur de fissure correspondant, i.e.,  $\Delta a_c = a_c - a_0$ , correspond à la longueur élastique équivalente de la zone d'élaboration également appelée longueur interne. Dans notre cas, la courbe-R sera considérée jusqu'au pic de charge puis la résistance sera considérée constante en post-pic et égale à la valeur constatée au pic (figure 3).

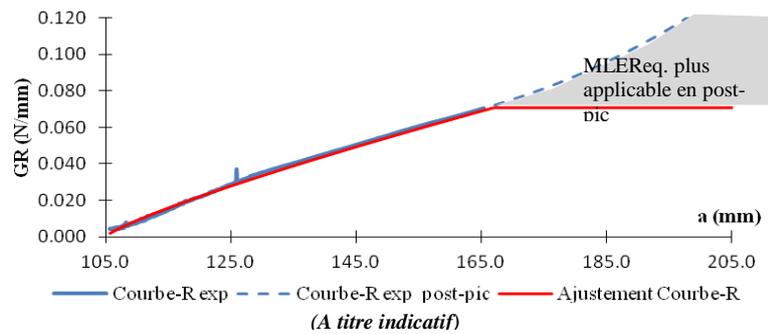


FIG. 3 – Ajustement théorique d'une courbe-R expérimentale

### 3.4 Résultats des courbes-R

Après traitements des résultats pour chaque échantillon, il a été calculé une moyenne des caractéristiques des courbes-R  $G_{RC}$  et  $a_c$  (tableau 1).

	Nombre	cor	$G_{RC}$ (N/mm)	$\Delta a_c$ (mm)
Moyenne Mortier	10 ep.	0.69	0.049	64.9
Cov (%) Mortier	-	4.3%	15.6%	3.8%
Moyenne Béton	12 ep.	0.80	0.076	74.7
Cov (%) Béton	-	3.6%	9.0%	4.5%

TAB. 1 – Résultats des propriétés de rupture

## 4 Propriétés cohésives

### 4.1 Modèle de zone cohésive (MZC)

Le modèle de la zone cohésive permet de caractériser la rupture quasi-fragile dans le cas des structures entaillées [4]. En se plaçant au niveau des lèvres de la fissure, la zone endommagée peut être décrite par une ligne de fissure fictive qui transmet une contrainte normale en fonction de l'ouverture. Il est donc obtenu une fonction décroissante dite fonction adoucissante de l'ouverture  $w$  de l'interface de type  $\sigma=f(w)$  [5]. La zone cohésive commence lorsque la contrainte normale à la surface atteint la résistance à la traction notée  $f_t$  (en MPa). Une approximation bilinéaire de la fonction adoucissante est utilisée [6]. Dans la présente étude les différents paramètres cohésifs sont estimés sur la base des relations entre courbe de résistance et comportement adoucissant. Quatre paramètres cohésifs permettent de décrire intégralement le comportement adoucissant bi-linéaire :

- L'énergie de rupture  $G_f$  (correspond à l'aire sous la courbe bilinéaire)
- l'ouverture critique  $w_c$  donnant l'ouverture de la fissure où la contrainte cohésive devient nulle,
- la résistance à la traction  $f_t$  donnant la contrainte à partir de laquelle l'endommagement s'initie,
- le ratio  $\mu$  entre l'énergie de microfissuration ( $G_{f\mu}$ ) et l'énergie de rupture  $G_f$  définissant la répartition d'énergie entre les deux comportements cohésifs.

### 4.2 Simulation MZC

Les paramètres cohésifs sont estimés sur la base des relations entre courbe de résistance et comportement adoucissant (approximation bilinéaire) selon une procédure précise [7].

#### 4.2.1 Energie de rupture $G_f$

L'énergie de rupture  $G_f$  est égale à la résistance plateau  $G_{RC}$  (9) de la courbe-R moyenne issue de la campagne d'essai :

$$G_f = G_{RC} \quad (9)$$

#### 4.2.2 L'ouverture critique $w_c$

La relation (10) permet d'estimer approximativement l'ouverture critique  $w_c$  à partir de la fonction de l'ouverture de fissure au niveau de  $a_0$   $w=f(a)$  obtenue par modélisation EF en élasticité :

$$w_c = f(a_c) \cdot F_c / b \quad (10)$$

où  $F_c$  correspond à la force constatée pour la longueur de fissure élastique équivalente  $a_c$  c'est à dire la longueur de fissure pour laquelle commence la propagation à résistance constante  $G_{RC}$ , i.e., la propagation de la fissure principale avec sa zone d'élaboration. Notons que  $G_f$  et  $w_c$  permettent de fixer la longueur de fissure  $a_c$  et la résistance  $G_f = G_{RC}$  marquant la propagation à résistance constante (régime de propagation auto-similaire). La résistance en traction  $f_t$  et répartition d'énergie cohésive  $\mu$  n'ont aucune influence sur ce régime stationnaire.

### 4.2.3 Résistance en traction $f_t$ et répartition d'énergie cohésive $\mu$

Pour la détermination de ces paramètres, l'utilisation du modèle cohésif est nécessaire. Dans un premier temps, pour une valeur de  $\mu$  imposée (ratio entre l'énergie de microfissuration  $G_{f\mu}$  et l'énergie de rupture  $G_f$ ), la résistance en traction  $f_t$  est estimée par simulations successives en comparant la courbe-R résultant de la simulation avec la courbe-R expérimentale mais uniquement pour des valeurs de résistance  $G_R(a)$  comprises entre  $0 < G_R < 0.2 G_f$  (simulations courtes correspondant au début du développement de la zone cohésive). Une fois  $f_t$  déterminée, le ratio pilotant la répartition des énergie cohésives  $\mu$  est estimée en faisant coïncider la courbe-R issue de la simulation avec la courbe-R expérimentale sur les deux derniers tiers de la partie croissante des courbes-R.

## 4.3 Résultats MZC

Suite à la procédure précédemment énoncée, il a été obtenu les résultats suivants (tableau 2)

	$G_f$ ( $J/m^2$ )	$w_c$ ( $mm$ )	$f_t$ ( $MPa$ )	$G_f\mu$ ( $J/m^2$ )	$G_{fb}$ ( $J/m^2$ )	$\mu$ (%)
Mortier	49.4	0.067	2	7.41	41.99	15
Béton	76.4	0.0074	3	11.46	64.94	15

TAB. 2 – Propriétés cohésifs des spécimens étudiés

## 5 Discussion et Conclusion

Dans la présente étude, les propriétés de rupture (courbe-R) et les paramètres cohésifs (approximation bilinéaire du comportement adoucissant) d'un béton et d'un mortier ont été déterminés. La taille des granulats a un effet majeur sur la taille de la zone d'élaboration ( $\Delta a_{cbéton} > \Delta a_{cmortier}$ ) ainsi que sur la résistance à la propagation de fissure ( $G_{RCbéton} > G_{RCmortier}$ ). Les cycles charges-décharges ont remis en question de la notion de « matériaux quasifragiles » : la MLER eq. jusque là utiliser pour les bétons et mortier ne serait applicable qu'en phase de développement de la zone d'élaboration et en tout début de la propagation auto-similaire. Ce constat est une mise en garde quant à l'utilisation de l'énergie de rupture moyenne  $G_F$  résultant de l'aire sous la courbe force-déplacement (énergie globale de rupture) divisée par l'aire totale du ligament. En effet, il conviendrait de prendre en compte la part que représente les déplacements irréversibles (induits par la plasticité) dans les déplacements mesurés en post-pic de manière à estimer précisément la résistance à la propagation de fissure. L'estimation de l'énergie de rupture via une courbe-R permet de ne pas surestimer la résistance à la propagation de fissure de la fissure principale avec sa zone d'élaboration.

## References

- [1] Tschegg EK., Elser M., Stanzl-Tschegg., Biaxial fracture tests on concrete-development and experience, cement & concrete composites, 17, 1995, p. 57-75.
- [2] Bazant ZP., Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials, us, crc, 1997.
- [3] Morel S., Dourado N., Size effect in quasibrittle failure : analytical model and numerical simulations using cohesive zone model , international journal of solids and structures, 48, 2011, p.1403-1412.
- [4] Planas J., Elice M., Guinea GV., Gomez fj., Cendo da., Arbilla i., Generalizations and specializations of cohesive crack models , engineering fracture mechanics, 70, 2003, p. 1759-1776.
- [5] Hillergorg A., Modeer M., Petersson PE., Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements , cement and concrete research, 06, 1976, p. 773-782.
- [6] Petersson PE., Crack growth and development of fracture zone in plain concrete and similar materials, report tvbm-1006, lund university, sweden, 1981.
- [7] Morel S., Lespine C., coureau JL, planas J., dourado N., Bilinear softening parameters and equivalent lefm r-curve in quasibrittle failure, international journal of solids and structures, 47, 2010, p. 837-850.