

Identification d'une loi d'endommagement de plâtre à partir de mesures de champs de déplacements

A. Bouterf^{a,c}, S. Roux^a, F. Hild^a, E. Maire^b, S. Meille^b,
X. Brajer^c, G. Vivier^c

a. LMT-Cachan, ENS Cachan / CNRS / UPMC / PRES UniverSud Paris
61 av. du Président Wilson, 94235 Cachan Cedex

b. MATEIS, CNRS/INSA-Lyon, 7 Av. Jean Capelle, 69621 Villeurbanne Cedex

c. Saint-Gobain Recherche, 39. quai Lucien Lefranc, BP 135,93303 Aubervilliers Cedex

Résumé :

Des plaques de plâtre ont été testées en flexion 4 points jusqu'à rupture. La corrélation d'images numériques (CIN) est utilisée pour suivre la cinématique de l'essai et la dégradation progressive associée. Il est proposé d'identifier le comportement de la plaque de plâtre grâce à une description continue et homogénéisée (de type poutre) où la dégradation progressive de la rigidité de la plaque est décrite par un paramètre d'endommagement. Plusieurs formes algébriques ont été testées pour décrire l'évolution de l'endommagement en fonction de la courbure locale de la poutre. Elles conduisent à une évaluation comparable de la loi d'endommagement. Une forme algébrique simple avec seuil est choisie pour illustrer les résultats de l'identification. Une procédure spécifique est présentée où les imperfections expérimentales sont prises en compte. Le processus de rupture de la plaque de plâtre en flexion 4 points est discuté en relation avec la courbe effort-déflexion et les différents champs de déplacement mesurés par CIN. La fissuration du plâtre dans la zone tendue de l'éprouvette est détectée comme étant le premier événement de la séquence conduisant à la rupture de l'échantillon. Cependant, le surfacage (papier) est capable de supporter le transfert de charge. Juste avant rupture, l'échantillon contient de multiples fissures sensiblement parallèles à la direction de chargement.

Abstract :

Plasterboards are tested in four-point bending up to failure, and digital image correlation is used to follow the kinematics and the progressive degradation of the structure all along the test. Although numerous distinct core cracks are very clearly observed, it is proposed to identify the behavior of the plasterboard through a continuum (homogenized) description where the progressive degradation of the bending stiffness is described through a damage law. A specific procedure for identification is presented where experimental imperfections and symmetry breakdown are possible and accounted for. The identification procedure is shown to provide constitutive parameters with a remarkably small variability.

Mots clefs : Mesures de champs ; identification ; endommagement

1 Introduction

Le plâtre est aujourd'hui le matériau le plus utilisé en construction. Le concept de plaques de plâtre a été inventé par Sackett en 1894 [1]. Depuis sa création, le processus de fabrication de la plaque de plâtre a été régulièrement amélioré. Une importante modification a été l'introduction de la résistance à la flexion dans la norme ASTM C11. Il est important de connaître les mécanismes d'endommagement et de rupture de la plaque de plâtre, par exemple lors d'un essai de flexion, pour satisfaire aux normes et minimiser la masse de la plaque.

La relation entre les propriétés mécaniques du plâtre et sa microstructure [2, 3, 4], ou l'évaluation de la résistance au feu de panneaux de gypse [5, 6] ont été soigneusement étudiés. Cependant, la plaque de plâtre en tant que matériau de construction a été souvent considérée omis, son comportement mécanique et sa résistance à la rupture sont très peu étudiés dans la littérature. Benouis [7] a montré le caractère orthotrope de la plaque de plâtre qui est une conséquence du comportement en traction du papier. Certaines études sur les propriétés mécaniques des sandwichs à âme en mousses syntactiques ont également montré que la peau (papier) contribue à une augmentation jusqu'à 40 % de la résistance à la flexion, selon la teneur en amidon ajouté afin d'améliorer l'adhésion entre le cœur et la peau [8, 9].

La corrélation d'images numériques (CIN) [10, 11] est utilisée pour mesurer la cinématique de la plaque de plâtre lors d'essais de flexion 4 points conduits jusqu'à rupture. À partir de ces mesures de champ de déplacement, l'objectif est de proposer une modélisation simplifiée et efficace qui permette d'identifier le comportement de la plaque grâce à une description continue et homogénéisée (de type poutre) où la dégradation progressive de la rigidité de la plaque en flexion est décrite par un seul paramètre d'endommagement. Une procédure d'identification spécifique est présentée où les imperfections expérimentales de l'essai sont prises en compte.

2 Matériau et méthodes

2.1 Matériau et échantillons

La plaque de plâtre est un matériau composé d'un cœur de gypse moussé et coulé entre deux surfaçages de papier. L'adhésion entre le papier et l'âme est favorisée par l'addition d'amidon utilisé comme liant disponible, peu coûteux et renouvelable.

Les échantillons sont préparés à partir de plaques de plâtre industrielles. Les échantillons testés sont découpés à une taille de $160 \times 50 \times 13$ mm³. Puis ils sont testés en flexion quatre points avec les caractéristiques suivantes : distance entre appuis extérieurs, $D_{ext} = 150$ mm ; distance entre les deux appuis centraux, $D_{int} = 40$ mm ; vitesse de déplacement de 5×10^{-2} mm/min. La courbe force-déplacement est enregistrée tout au long de l'essai.

2.2 Analyse par corrélation d'images 2D

La CIN est utilisée pour mesurer les champs de déplacements à la surface des échantillons avec le code de corrélation Correli-Q4 [11]. Bien que le champ de déplacement recherché soit décomposé sur des fonctions de forme éléments finis, il n'existe pas de modélisation mécanique impliquée à ce stade. Un mouchetis aléatoire est projeté sur la surface de l'échantillon afin d'améliorer le contraste de l'image. Les images numériques sont enregistrées au cours de l'essai à l'aide d'un appareil photo Canon 40D. La définition des images est de 3888×2592 pixels (niveaux de gris codés sur 8 bits). Le déplacement à l'image n est évalué en corrélant l'image n avec l'image de référence $n = 0$. La fréquence d'acquisition est d'une image toutes les 5 secondes. La taille physique des pixels est de $37 \mu\text{m}$. La taille des éléments est de 12 pixels, soit environ $450 \mu\text{m}$. L'estimation *a priori* de l'incertitude sur les champs de déplacements est de l'ordre de 0,04 pixel ou $1,5 \mu\text{m}$. Après l'évaluation des champs de déplacements par CIN, ces derniers sont projetés sur une cinématique d'Euler-Bernoulli le long de la fibre neutre. Notons que la cinématique d'Euler-Bernoulli aurait aussi pu être imposée directement dans l'analyse par la CIN [12].

2.3 Résultats expérimentaux

Une courbe typique de force-déplacement est présentée en figure 1(d). La courbe force-déplacement présente deux parties, la première linéaire correspond au régime élastique, tandis que la seconde non-linéaire correspond au régime d'endommagement. Sur dix échantillons testés, la force à rupture est de 250 ± 19 N, mais le déplacement à rupture présente une dispersion relative beaucoup plus large $3,0 \pm 0,7$ mm.

La figure 1 montre les cartes de déplacement transversal et de déformation longitudinale sur le côté de l'échantillon obtenue par CIN pour les trois points A , B , C indiqués sur la figure 1(d).

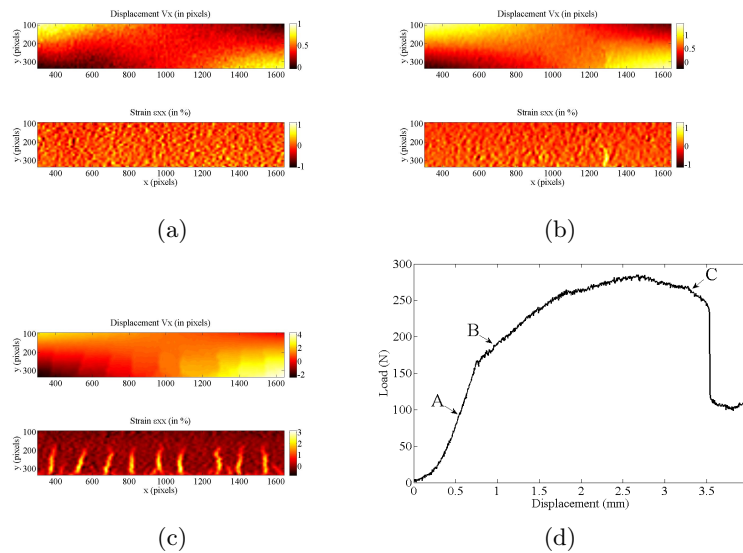


FIGURE 1 – Champs de déplacement transversal en pixels et de déformations longitudinales en % : (a) régime élastique, (b) début d’endommagement, (c) avant la rupture, (d) courbe typique force-déplacement.

Au point *A*, cf. figure 1(a), le régime élastique prédomine encore, le champ de déformation est comme prévu à partir de la théorie des poutres sans aucune fissure visible. À la rupture de la pente de la courbe effort-déplacement, le point *B*, cf. figure 1(b), apparaît la première fissure macroscopique dans le cœur du plâtre et la zone tendue de l’éprouvette. La carte de déformation longitudinale présente un maximum très prononcé à l’endroit de la fissure. Ces observations permettent une détermination aisée de la présence et de la position d’une fissure dans l’éprouvette. Nous notons que la fissure ne se propage pas dans toute l’épaisseur et ne conduit pas à la rupture soudaine de l’échantillon car le papier est capable de supporter la charge en traction et la transférer au cœur de la plaque. La présence du papier a pallié le caractère fragile du plâtre et a conféré à la plaque une « ductilité macroscopique » et une résistance plus importante. Au point *C*, cf. figure 1(c), l’échantillon juste avant la rupture montre de multiples fissures orientées presque verticalement. La rupture finale de l’échantillon se produit lorsque le papier tendu ne peut plus supporter l’effort de traction qu’il subit. La fissure s’ouvre et se propage vers la face opposée. De tels résultats ont déjà été observés dans la littérature [7]. Le délaminage entre le papier et le cœur est également observé à la fin de l’essai.

Une description basée sur la présence de multiples fissures peut être facilement conçue pour modéliser la dégradation progressive de la rigidité de la plaque de plâtre, comme il est proposé pour les composites à matrice céramique. La création de fissures matricielles transversales ne conduit pas directement à la rupture, mais permet une dégradation progressive de l’interface fibre/matrice donnant lieu à une ductilité apparente qui peut être décrite à différentes échelles [13, 14]. La distribution de fissures matricielles a tendance à être presque périodique pour une valeur élevée du module de Weibull de la matrice. Les modèles analytiques peuvent être utilisés pour décrire soit de façon probabiliste la formation de fissures successives [15], soit de manière déterministe comme un endommagement homogénéisé [14]. Ici nous allons suivre la seconde piste, le comportement effectif de la plaque dans son ensemble est recherché.

3 Procédure d’identification

Considérons une poutre simplement appuyée soumise à un chargement dans le plan latéral. Le moment de flexion $M(x)$ peut être déterminé en résolvant l’équation d’équilibre (1), où les charges appliquées transversales sont désignés par $q(x)$

$$\frac{d^2 M(x)}{dx^2} = q(x), \quad 0 \leq x \leq L \quad (1)$$

Pour l'essai de flexion quatre points, ces forces au niveau des quatre points de contact sont notés q_i à des positions x_i avec $i = 1, \dots, 4$. Dans le régime élastique, la rigidité à la flexion locale, $\kappa(x)$ est constante et égale à κ_0 , dont l'expression est

$$\kappa_0 = \frac{EI}{(1 - \nu^2)} \quad (2)$$

Elle dépend du module de Young E , du coefficient de Poisson ν et l'inertie de la section transversale, $I = bh^3/12$ avec b la largeur de l'échantillon et h son épaisseur. La flèche $v(x)$ obéit à

$$\kappa(x) \frac{d^2v(x)}{dx^2} = M(x), \quad 0 \leq x \leq L \quad (3)$$

où L est la distance entre appuis extérieurs (l'éprouvette est en appuis à $x_1 = 0$ et $x_4 = L$). Le problème direct consiste à résoudre l'équation différentielle en $v(x)$ en utilisant en donnée d'entrée la charge appliquée $q(x)$, la répartition de rigidité $\kappa(x)$, et les conditions aux limites $v(0) = 0$, $M(0) = 0$, $v(L) = 0$ et $M(L) = 0$.

Dans l'essai de flexion 4 points, il est généralement admis que deux forces égales sont appliquées, de façon symétrique par rapport au centre de l'éprouvette, ce qui conduit à une courbure constante dans la partie centrale de l'éprouvette [16]. En pratique, la charge est appliquée à travers des demi-cylindres en contact avec la plaque de plâtre pour limiter les effets d'indentation et il est donc difficile de déterminer l'emplacement exact de la charge ponctuelle équivalente. En outre, une légère dissymétrie est couramment observée, de sorte qu'un essai de flexion idéal n'est qu'une approximation de la configuration réelle. Ces imperfections sont très sévèrement amplifiées par l'endommagement.

Afin de prendre en compte les conditions aux limites réelles de l'essai, le modèle basé sur la théorie des poutres a été considéré sans postuler une symétrie *a priori*. Ainsi, les positions exactes des points d'application des charges sont supposées également inconnues. Bien que les charges individuelles q_2 et q_3 ne soient pas supposées connues individuellement, la charge totale $F = q_2 + q_3$ est mesurée. L'identification est réalisée par la minimisation de la différence quadratique entre le déplacement mesuré v_{DIC} et celui de la poutre modélisé v_{mod} . La fonction objectif à minimiser est

$$\mathcal{T}(x_i, q_i, \kappa_0, U, \Omega) = \int_0^L (v_{DIC}(x) - v_{mod}(x, x_i, q_i, \kappa_0) - U - \Omega x)^2 dx + \lambda(q_2 + q_3 - F) \quad (4)$$

avec, U la translation de corps rigide, Ω la rotation et correspondante et λ le multiplicateur de Lagrange.

Lorsque la charge appliquée dépasse la charge de fissuration du cœur de la plaque, les fissures s'amorcent et se propagent dans la partie tendue de l'éprouvette. L'apparition des fissures conduit à une réduction progressive de la rigidité de la plaque en flexion $\kappa(x)$. Nous supposons que la dégradation de la rigidité à la flexion est prise en compte par le paramètre d'endommagement $d(x)$

$$\kappa(x) = \kappa_0(1 - d(x)) \quad (5)$$

où $d(x)$ est une fonction déterministe de la courbure maximale $\chi(x)$ qu'a subi la section x dans le passé. En combinant les équations (5) et (3), on obtient

$$\kappa_0(1 - d(\chi))\chi(x) = M(x), \quad 0 \leq x \leq L \quad (6)$$

avec

$$\chi(x) = \frac{d^2v(x)}{dx^2} \quad (7)$$

Plusieurs formes algébriques décrivant l'évolution de l'endommagement en fonction de la courbure locale de la poutre ont été testées. Elles conduisent toutes à une évaluation comparable de la loi

d'endommagement. Une forme simple avec seuil est choisie pour illustrer les résultats de l'identification. On postule que la loi d'endommagement s'écrit sous la forme suivante

$$d(\chi) = 1 - \frac{\alpha}{\chi}, \quad \text{si } \chi \geq \alpha \quad (8)$$

avec α un seuil à identifier.

La flèche théorique est calculée comme la solution de l'équation différentielle non-linéaire (7). La courbure est ensuite calculée par différences finies à partir de la flèche théorique en utilisant une règle de point fixe. Enfin la minimisation de l'écart quadratique entre la flèche théorique et la flèche mesurée est proposée (voir équation 4). La minimisation est effectuée sur le seuil d'endommagement, α , les charges appliquées, q_i , la translation, V , et la rotation Ω .

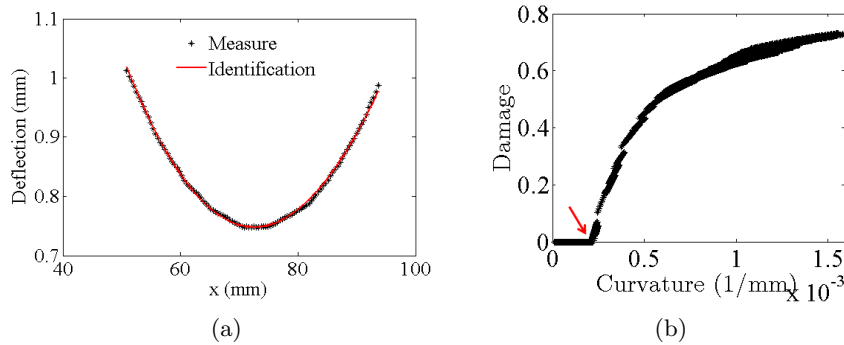


FIGURE 2 – (a) Comparaison de la flèche mesurée et identifiée, (b) évolution de l'endommagement en fonction de la courbure. La flèche indique le seuil de la courbure à partir duquel l'endommagement commence à croître.

La figure 2(a) montre en trait continu la flèche identifiée juste avant la rupture, et en trait discontinu la flèche mesurée. Un très bon accord entre les deux profils est obtenu. Soulignons que la description proposée est une loi d'endommagement homogène, alors que le mécanisme de rupture réel consiste en une dégradation progressive de la rigidité de la plaque par multifissuration. En conséquence, une correspondance parfaite entre la mesure et la modélisation est hors d'atteinte. L'excellente qualité de l'ajustement du profil de la flèche jusqu'à la rupture est une justification de ce que la loi d'endommagement équivalente ne trahit pas le comportement réel de la plaque de façon très significative.

La figure 2(b) montre l'évolution de l'endommagement en fonction de la courbure pour un seul échantillon pour tous les niveaux de chargement. Soulignons que chaque image est analysée de façon indépendante, et un nouveau paramètre α est identifié. Il est important de noter l'existence d'un seuil en courbure bien défini ($\sim 2 \times 10^{-4} \text{mm}^{-1}$) à partir duquel l'endommagement croît. Lorsque la courbure dépasse ce seuil, une forte augmentation d'endommagement est observée suivie d'une augmentation plus lente. L'apparition de l'endommagement est facilement interprétée comme la création de fissures dans le cœur de la plaque de plâtre. Après l'apparition de la fissure dans le plâtre, la contrainte de traction au voisinage de la fissure diminue et la charge est supportée par le papier et transférée par la suite au cœur de la plaque, et ce dans une région dont l'extension est de l'ordre de l'épaisseur des plaques. Ceci explique la multifissuration avec une distance entre fissures bien définie (comme on peut le voir sur la figure 1(c)).

Le mécanisme d'endommagement observé peut être comparé à celui de composites à matrice céramique. L'amorçage de fissures sature à cause d'effets d'écrantage. La rupture finale de l'échantillon se produit lorsque le papier tendu ne peut plus résister à l'effort de traction qu'il subit. La fissure s'ouvre et se propage vers la face opposée. On observe également que ce point correspond à un critère de localisation macroscopique, $dM(x)/d\chi = 0$. De manière équivalente, ce critère correspond à la définition de l'asymptote horizontale de la relation moment-courbure, symptomatique de l'instabilité du comportement dans la mesure où χ tend alors vers l'infini à $M(x)$ constant.

4 Conclusions

Des essais de flexion 4 points ont été effectués sur des échantillons de plaques de plâtre jusqu'à rupture. La corrélation d'images permet d'étudier les mécanismes de dégradation mécanique, la multifissuration du cœur de la plaque, la décohésion papier-plâtre, la redistribution de charge, etc. Le choix a été fait d'utiliser une loi d'endommagement déterministe avec un seul paramètre pour tenir compte de la dégradation de la rigidité en flexion. Une procédure d'identification non-linéaire a été proposée pour traiter ce problème. Cette méthodologie basée sur la corrélation d'images nous a permis d'identifier simultanément les conditions aux limites de l'essai et la loi d'endommagement. Les résultats montrent que la méthode proposée est très efficace car elle prend en compte les imperfections de l'essai, en particulier la rupture de la symétrie qui est inévitable dans le régime non linéaire. La méthodologie proposée dans cette étude peut être appliquée à d'autres matériaux quasi-fragiles ou des structures comme le béton armé.

Références

- [1] Sackett, A. 1894 Inside Wall Covering. *U.S. Patent 520, 123*
- [2] Murat, M., Pusztaszeri, L., Gremion, M. 1974 Corrélation texture cristalline-propriétés mécaniques de plâtres durcis, étude préliminaire. *Matér. Construct.* **47(8)** 337-385
- [3] Coquard, P. 1992 Résistance mécanique des plâtres secs et humides. *Thèse de doctorat, Université Aix-Marseille.*
- [4] Meille, S. 2001 Etude de comportement mécanique du plâtre pris en relation avec sa microstructure. *Thèse de doctorat, INSA de Lyon.*
- [5] Sakji, M.S. 2006 comportement thermomécanique avec endommagement d'une plaque multicouche carton-plâtre-carton soumise au feu. *Thèse de doctorat, Université de Marne-La-Vallée.*
- [6] Sakji, S., Soize, C., Heck, J. 2008 Probabilistic Uncertainty Modeling for Thermomechanical Analysis of Plasterboard, Fire Load. *J. Struct. Eng.* **10(134)** 1611-1618
- [7] Benouis, A. 1995 Comportement mécanique des ouvrages en plaques de plâtre sur ossature métallique. *Thèse de doctorat, ENPC.*
- [8] Gupta, N., Woldeesenbet, E. 2005 Characterization of Flexural Properties of Syntactic Foam Core Sandwich Composites and Effect of Density Variation. *J. Compos. Mat.* **24(39)** 2197-2212
- [9] McGowan, P.A. 2007 Relationship between Moisture Content and Mechanical Properties of Gypsum Sheathing – Phase 2 Research. *11th Canadian Conference on Building Science and Technology Banff, Alberta.*
- [10] Sutton, M.A., Wolters, W.J., Peters, W.H., Ranson, W.F., McNeill, S.R. 1983 Determination of displacements using an improved digital correlation method. *Im. Vis. Comput.* **1(3)** 133-139
- [11] Besnard, G., Hild, F., Roux, S. 2006 "Finite-element" displacement fields analysis from digital images : application to Portevin-Le Châtelier bands. *Exp. Mech.* **46** 789-803
- [12] Hild, F., Roux, S., Gras, R., Guerrero, N., Marante, M. E., Flórez-López, J. 2009 Displacement Measurement Technique for Beam Kinematics *Opt. Lasers Eng.* **47** 495-503
- [13] Aveston, J., Cooper, G. A., Kelly, A. 1971 Single and Multiple Fracture. Proceedings National Physical Laboratory : Properties of Fiber Composites. *IPC Science and Technology Press, Surrey (UK)* 15-26.
- [14] Hild, F., Burr, A., Leckie, F. A 1996 Matrix Cracking and Debonding in Ceramic-Matrix Composites. *Int. J. Solids Struct.* **33(8)** 1209-1220
- [15] Hui, C.Y., Phoenix, S.L., Ibnabdeljalil, M., Smith, R.L. 1995 An Exact Closed Form Solution for Fragmentation of Weibull Fibers in a Single Filament Composite with Applications to Fiber-Reinforced Ceramics. *J. Mech. Phys. Solids.* **43(10)** 1551-1585
- [16] Leplay, P., Réthoré, J., Meille, M., Baietto, M.C. 2010 Damage law identification of a quasi-brittle ceramic from a bending test using digital image correlation. *J. Europ. Ceram. Soc.* **30** 2715-2725