# Imagerie topologique de plaques par ondes ultrasonores guidées

S. Rodriguez<sup>a</sup>, M. Deschamps<sup>b</sup>, M. Castaings<sup>c</sup>, E. Ducasse<sup>d</sup>

a. Univ. Bordeaux, 12m, Umr 5295, F-33400 Talence, France et Cooperative Research Centre For Advanced Composite Structures, 506 Lorimer Street, Fishermans Bend, Victoria, 3207, Australia b. Cnrs, 12m, Umr 5295, F-33400 Talence

c. Univ. Bordeaux, I2m, Umr 5295, F-33400 Talence

d. Arts Et Métiers Paristech, I2m, Umr 5295, F-33400 Talence

## Résumé :

Le travail présenté traite de l'application de l'imagerie topologique aux ondes guidées dans les plaques. Les ondes guidées permettent l'inspection rapide de grandes structures. L'imagerie topologique est une méthode expérimentale récente. Jusqu'ici appliquée aux ondes de volumes dans les fluides et les solides, elle permet une résolution élevée même avec un unique éclairage du milieu inspecté. La méthode d'imagerie dans les deux dimensions du plan de la plaque présentée s'appuie sur la propagation d'un seul mode guidé. Les deux simulations physiques nécessaires à la méthode sont réalisées à l'aide d'un modèle de propagation semi-analytique performant qui ramène la construction de l'image à quelques secondes. Des résultats expérimentaux sont présentés pour deux plaques d'aluminium inspectées à l'aide du mode de Lamb S<sub>0</sub> et d'un réseau linéaire de 128 transducteurs. Malgré la forte dispersion et un unique éclairage ultrasonore du milieu, la résolution latérale obtenue est de l'ordre de la longueur d'onde.

#### Abstract :

The present work deals with the application of topological imaging to plate waves. Guided waves are suitable for quick inspection of large structures. Topological imaging is a recent experimental method. So far, it has been applied to bulk waves in fluids and solids, and high resolution has been demonstrated even with a single ultrasonic insonification of the inspected medium. The two-dimensional in-plane imaging method presented is based on the propagation of a single guided mode. Both physical simulations that are required by the method are performed with an efficient semi-analytical modelling technique that allows the image to be obtained in a few seconds. Experimental results are presented for two aluminium plates inspected by the  $S_0$  Lamb mode and a 128-element linear array. Despite high dispersion and a single plane insonification of the medium, a one-wavelength lateral resolution is achieved.

#### Mots clefs : imagerie topologique, ondes guidées

### 1 Introduction

Le contrôle non-destructif acoustique de structures formant un guide peut se faire selon deux modalités. D'une part, l'utilisation des ondes de volume permet une inspection locale dans l'épaisseur du guide. Ainsi, pour contrôler toute une structure, il est nécessaire de déplacer le transducteur sur toute sa surface. D'autre part, les ondes guidées permettent une inspection globale de toute la structure. Avec un capteur fixe fonctionnant en émission-réception, il est possible d'imager toute une ligne du matériau (image 1D) et en déplaçant ce capteur le long d'un autre axe, on obtient une image en deux dimensions du guide. Pour obtenir des informations dans l'épaisseur du guide par ondes guidées, une approche multimodale est nécessaire [4]. Ces développements sortent cependant du champ de la présente communication. L'inspection par ondes guidées permet donc d'inspecter rapidement une grande structure. Elle peut cependant se révéler être un défi lorsque les matériaux présentent par exemple une anisotropie marquée ou lorsqu'ils sont très dispersifs pour le mode utilisé. L'imagerie topologique constitue une solution adaptée à ce type de problème complexe.

L'imagerie topologique est une méthode expérimentale d'imagerie qui s'appuie notamment sur deux calculs numériques menés dans un milieu représentatif du milieu inspecté en l'absence de défaut. Elle résulte de l'application de l'optimisation topologique au problème de l'imagerie d'un milieu inspecté par un champ ondulatoire. Les premières publications mathématiques datent de 2004 [2, 6] et la première publication expérimentale de 2010 [5]. Les résultats expérimentaux obtenus se caractérisent par une très bonne résolution même avec un unique éclairage acoustique du milieu. En effet, la méthode profite des propriétés de refocalisation du retournement temporel dans tout le milieu et pour tous les diffuseurs présents simultanément.

Cette communication présente l'application de l'imagerie topologique à l'inspection par ondes guidées d'une plaque quasi-isotrope dispersive. La première partie rappelle les grands principes de l'imagerie topologique et comment elle est appliquée pour l'inspection monomodale des plaques. La deuxième partie présente la procédure expérimentale et la méthode numérique adoptée. La troisième partie présente les résultats obtenus dans un milieu isotrope dans un cas non-dispersif et dans l'autre cas très dispersif.

# 2 Imagerie topologique d'un guide d'onde plan

# 2.1 Imagerie topologique par ondes de volume

L'application historique de l'optimisation topologique est l'optimisation des structures mécaniques. Son application à l'inspection d'un milieu par la propagation d'ondes nécessite un travail mathématique [2] qui ne sera pas présenté ici. Seuls les grands principes sont rappelés. L'imagerie est d'abord définie comme un problème de minimisation. On suppose disposer de la réponse ondulatoire sur un bord du milieu expérimental inspecté ainsi que d'un milieu de référence qui a les mêmes propriétés physiques que le milieu inspecté. Dans le milieu de référence est placé un défaut-test en un point quelconque. La fonction coût à minimiser est alors définie comme la distance entre la réponse expérimentale du milieu réel et celle obtenue dans le milieu de référence en présence du défaut. Ainsi, lorsque le défaut-test est placé à la même position que le défaut réel, la fonction coût est minimisée. A ce stade il serait nécessaire de tester toutes les positions possibles du défaut test, ce qui serait très couteux en temps de calcul. L'application de l'optimisation topologique par la méthode de l'adjoint permet de reformuler le problème d'optimisation de la manière suivante. Deux calculs de propagation dans le même milieu de référence, cette fois en absence du défaut-test, doivent être menés. Le premier calcul résout le problème dit direct dont la source est la même que celle ayant servi à l'inspection expérimentale. Le deuxième calcul résout le problème adjoint, mené dans le même milieu de référence, et qui a pour source le retourné temporel de la différence entre la mesure expérimentale et la solution du problème direct restreinte à la position des capteurs. A partir des deux champs ondulatoires ainsi obtenus dans le milieu de référence, le gradient topologique est calculé. Du point de vue mathématique, il s'agit du premier terme non constant du développement asymptotique de la fonction coût par rapport à la topologie du domaine. Du point de vue expérimental il constitue l'image du milieu inspecté. En effet, il dépend uniquement de l'espace et prend des valeurs de grande amplitude aux positions où placer un défaut-test fait fortement décroitre la fonction coût. L'image ainsi obtenue met en exergue toutes les différences entre le milieu inspecté expérimentalement et le milieu de référence.

La définition rigoureuse du gradient topologique à partir des solutions des problèmes direct et adjoint dépend du type de défaut simulé. Dans la littérature, des défauts de type Dirichlet, Neumann ou semitransparents ont été étudiés. Afin de s'affranchir d'hypothèses sur la nature du défaut, les applications expérimentales s'appuient sur des formulations génériques du gradient [5, 8]. La formulation adoptée dans cette communication est celle proposée dans la Fast Topological Imaging method [8] :

$$G(x, y, z) = \left| \int_{\mathbb{R}^+} \widehat{\boldsymbol{u}}(x, y, z, \omega) \cdot \widehat{\boldsymbol{v}}(x, y, z, \omega) d\omega \right|$$
(1)

avec  $\hat{u}$  et  $\hat{v}$  les solutions dans le domaine des fréquences des problèmes direct et adjoint respectivement. Une formulation alternative est également proposée dans cette communication :

$$G_d(x, y, z) = \left| \int_{\mathbb{R}^+} \frac{\widehat{\boldsymbol{u}}(x, y, z, \omega) \cdot \widehat{\boldsymbol{v}}(x, y, z, \omega)}{|\widehat{\boldsymbol{u}}(x, y, z, \omega)|^2} d\omega \right|$$
(2)

Cette formulation revient à déconvoluer dans le domaine temporel les champs direct et adjoint par le champ direct, et ce pour chaque pixel de l'image. Elle permet également de compenser l'inhomogénéité de l'éclairage acoustique du milieu.

## 2.2 Application du gradient topologique aux guides d'ondes

Les développements mathématiques nécessaires au calcul du gradient topologique n'ont pour l'instant été menés que pour les ondes de volume. Son application aux ondes guidées est envisageable en prenant en compte la polarisation des ondes, puisque l'onde guidée résulte de la somme de différentes ondes de volume. Sous l'hypothèse d'un éclairage en front plan et d'une propagation monomodale du mode  $S_0$  dans le milieu, on peut démontrer que la propagation de ce mode est équivalente à la propagation dans le plan du guide d'une onde scalaire dont la vitesse de phase est celle du mode  $S_0$  associé. Cette démonstration sort cependant du cadre de cette communication.

#### 3 Montage expérimental et image

#### 3.1 Dispositif expérimental

Le montage est constitué d'une barrette ultrasonore de 128 éléments placée sur la tranche de la plaque inspectée. L'émission/acquisition est pilotée depuis Matlab à l'aide du système OPEN de Lecoeur Electronique. Le pitch de la barrette est de 2.5mm, et chaque transducteur fait 2 mm de large et 10 mm de haut. (Fig. 1) La fréquence centrale des transducteurs est 500 kHz et on a vérifié qu'ils ont tous



FIGURE 1 – Montage expérimental

le même comportement électromécanique. Le signal émis s(t) est un signal sinusoïdal de fréquence 500 kHz multiplié par une fenêtre temporelle de Hann de 3 périodes. Ainsi la bande de fréquence exploitée s'étend de 350 à 650 kHz. A l'émission, chaque transducteur j émet simultanément le même signal  $s_j(t) = s(t)$ . Ainsi, un front quasi-plan se propage dans le milieu. Les signaux reçus sont notés m(t). Les plaques étudiées sont en aluminium et ont une épaisseur de 4 mm. La plaque a été percée selon le schéma présenté Fig. 2. Les trous sont débouchants et leur diamètre est de 4 mm. Ils sont alignés parallèlement au bord de la plaque et les distances les séparant sont précisées Fig. 2.

# 3.2 Calcul des solutions des problèmes direct et adjoint

Comme précisé au paragraphe 2.2, les hypothèses de propagation mono-modale de  $S_0$  et d'un éclairage en front plan permettent de simplifier la formulation du gradient topologique. La projection d'une source en contrainte selon z,  $\sigma_z$  sur l'espace des modes [1] définit le terme source du mode n comme  $F_n = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_z . u_n^* dx$ , avec  $u_n$  la déformée modale en vitesse du mode n. Le contact des transducteurs sur toute l'épaisseur de la plaque et le fonctionnement des transducteurs piézoélectriques impliquent l'application d'une contrainte homogène selon l'épaisseur  $\sigma_z = \sigma_{zz} z$ . De plus, l'utilisation simultanée de la même excitation sur tous les transducteurs implique que  $\sigma_{zz}$  est homogène selon y. Dans la bande



FIGURE 2 – Disposition des trous traversants percés dans les plaques. Dimensions en mm.

de fréquence concernée, seuls trois modes peuvent se propager : les modes  $S_0$ ,  $A_0$  et  $SH_0$ . Dans ces conditions, on peut aisément vérifier que le terme source  $F_n$  est non nul uniquement pur le mode  $S_0$ . Ainsi, seul le mode  $S_0$  est excité et il forme un front d'onde quasi-plan dans le matériau.

L'interaction d'une onde incidente  $S_0$  avec un trou traversant implique une réflexion sous la forme d'une onde  $S_0$  mais également une conversion modale vers le mode  $SH_0$ . Le diagramme de rétrodiffusion du mode  $SH_0$  se caractérise alors par une directivité principalement orientée perpendiculairement à la direction de propagation de l'onde incidente [7]. Ainsi, l'énergie de l'onde  $SH_0$  retrodiffusée par le trou qui atteint les capteurs est très faible et sera ici négligée. On considère donc que les signaux  $m_j(t)$ mesurés par les transducteurs correspondent exclusivement au mode  $S_0$ .

Les conditions sont donc réunies pour exprimer le gradient topologique comme celui d'une onde scalaire se propageant dans un espace à deux dimensions. Ainsi, l'image est définie par :

$$I(y,z) = \left| \int_{\mathbb{R}^+} u(y,z,\omega) v(y,z,\omega) d\omega \right|$$
(3)

avec u et v les solutions des problèmes direct et adjoint, directement exprimées en fonction des signaux émis et mesurés :

$$u(y,z,\omega) = \mathfrak{F}_y^{-1} \left( \mathfrak{F}_y([\widehat{s}_j]_j) \frac{k_{zn}}{\sqrt{k_{zn}^2 + k_y^2}} e^{-ik_{zn}z} \right)$$
(4)

$$v(y,z,\omega) = \mathfrak{F}_y^{-1} \left( \mathfrak{F}_y([\widehat{m}_j^*]_j) \frac{\sqrt{k_{zn}^2 + k_y^2}}{k_{zn}} e^{-ik_{zn}z} \right)$$
(5)

où  $\mathfrak{F}_y$  est la transformée de Fourier selon y et  $k_{zn}$  le nombre d'onde du mode  $S_0$  qui est fonction de  $\omega$ et de  $k_y$ .  $\hat{s}_j$  est la transformée de Fourier en temps de  $s_j$  et  $[\hat{s}_j]_{j\in[1,N]}$  constitue la source du problème direct.  $\hat{m}_j^*$  est le complexe conjugué de la transformée de Fourier en temps de  $m_j$  et  $[\hat{m}_j^*]_{j\in[1,N]}$  constitue la source du problème adjoint. N correspond au nombre de transducteurs. Des descriptions détaillées de la méthode spectrale utilisée pour le calcul de la propagation sont données dans [3] pour un milieu non dispersif et [9] pour un milieu dispersif. De manière similaire à (2), une formulation alternative est proposée dans cette communication :

$$I_d(y,z) = \left| \int_{\mathbb{R}^+} \frac{u(y,z,\omega)v(y,z,\omega)}{|u(y,z,\omega)|^2} d\omega \right|$$
(6)

#### 4 Résultats expérimentaux

Les résultats expérimentaux sont présentés Fig. 3 et Fig. 4 pour les plaques d'épaisseur 0.5 mm et 4 mm respectivement. A fréquence identique, les deux épaisseurs permettent au mode  $S_0$  d'être dans un cas quasi non-dispersif, et dans l'autre cas, très dispersif. Les résultats sont présentés sous la forme de 5 graphes. Le graphe (a) est un signal temporel typiquement mesuré. Il permet de constater la plus ou moins forte dispersion des ondes par le milieu. Le graphe (b) est la représentation de I(y, z) en couleur.

Le graphe (c) est la représentation de I(y, z) restreinte à la zone des trous et en trois dimensions. Les graphes (d) et (e) sont les équivalents des (b) et (c) avec cette fois ci la définition  $I_d$  de l'image. Pour les graphes (b) à (d), l'image est à chaque fois normalisée par rapport à son maximum, de manière à illustrer de manière comparable la dynamique de l'image.

Fig. 3.a illustre la faible dispersion du mode  $S_0$  autour de 500 kHz de la plaque de 0.5 mm. Que ce soit



FIGURE 3 – Résultats expérimentaux pour la plaque de 0.5 mm

avec les définitions I ou  $I_d$ , les six trous peuvent être distingués. Les deux trous les plus proches sont cependant à la limite de la résolution. A 500 kHz, la longueur d'onde est de 10.6 mm pour  $S_0$ . Il est tout à fait remarquable que la limite de résolution soit de 10 mm, c'est à dire d'une longueur d'onde alors qu'un unique éclairage ultrasonore du milieu est réalisé. De plus, l'intérêt de la formulation  $I_d$  est double. D'une part, le contraste des trous par rapport au fond de la plaque est renforcé. D'autre part, le bord de la plaque parallèle à la sonde est mieux décrit : la ligne est plus fine et moins discontinue. Fig. 4.a illustre la très forte dispersion du mode  $S_0$  autour de 500 kHz dans la plaque de 4 mm. Cependant, cette dispersion étant prise en compte dans le modèle de propagation par la dépendance de  $k_{zn}$  à la fréquence, le milieu est correctement imagé (Fig. 4.b-d). On distingue de manière claire les 6 trous et on constate les mêmes gains en contraste et dans la description du fond de la plaque avec la formulation  $I_d$  que dans le cas non-dispersif. Les résultats obtenus pour les deux plaques sont similaires mais on note une meilleure résolution pour la plaque épaisse. Cela est du aux longueurs d'onde plus courtes dans cette plaque. A 500 kHz, elles sont respectivement de 10.6 mm et 9.5 mm pour les plaques de 0.5 et 4 mm d'épaisseur. A 650 kHz, elles sont de 8.15 mm et 5.6 mm.

Le temps de calcul nécessaire à la construction de l'image à partir des données expérimentales s et m est d'une quinzaine de secondes avec une implémentation Matlab et un ordinateur équipé d'un processeur Intel Core i7 cadencé à 2.8 GHz.

## 5 Conclusions

L'application de l'imagerie topologique à l'inspection monomodale par ondes guidées d'une plaque isotrope permet une inspection rapide et précise de toute la structure dans les deux dimensions du plan de la plaque. Avec un unique éclairage ultrasonore du milieu et quelques secondes de calcul, une résolution latérale égale à la longueur d'onde est obtenue pour des trous traversants de petite taille.



FIGURE 4 – Résultats expérimentaux pour la plaque de 4 mm

La nouvelle formulation du gradient topologique proposée permet d'améliorer le contraste des petits défauts et la continuité de la forme des grands défauts.

### Remerciements

Ce travail a été réalisé dans le cadre du programme CRC-ACS (Cooperative Research Centre for Advanced Composite Structures), soutenu par le gouvernement australien. Les auteurs remercient également Philippe Malerne et Christine Biateau pour le support technique et la réalisation des pièces.

# Références

- [1] Auld, B.A. 1973 Acoustic Felds and Waves in Solids Vol. 2 chap. 10.K, Wiley, New York.
- [2] Bonnet, M., Guzina, B. 2004 Sounding of finite solid bodies by way of topological derivative. International Journal for numerical methods in engineering 61 2344-2373
- [3] Busse, L.J. 1992 Three-Dimensional Imaging Using a Frequency-Domain Synthetic Aperture Focusing Technique. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.* 39 174-179
- [4] Castaings, M., Singh, D. 2012 Sizing of impact damages in composite materials using ultrasonic guided waves. NDT&E Int 46 22-31
- [5] Dominguez, N., Gibiat, V. 2010 Non-destructive imaging using the time domain topological energy method. Ultrasonics 50 367-372
- [6] Dominguez, N., Gibiat, V., Esquerre, Y. 2004 Time domain topological gradient and time reversal analogy : an inverse method for ultrasonic target detection. Wave Motion 42 31-52
- [7] Moreau, L., Caleap, M., Velichko, A., Wilcox, P.D. 2011 Scattering of guided waves by throughthickness cavities with irregular shapes. *Wave Motion* 48 586-602
- [8] 2012 Rodriguez, S., Sahuguet, P., Gibiat, V., Jacob, X. Fast Topological Imaging. Ultrasonics 52 1010-1018
- [9] Sicard, R., Goyette, J., Zellouf, D. 2002 A SAFT algorithm for lamb wave imaging of isotropic plate-like structures. Ultrasonics 39 487-494