

Contrôle électrique de la propagation d'ondes élastiques dans des cristaux phononiques piézoélectriques

S. DEGRAEVE^a, C. GRANGER^a, B. DUBUS^a, J.O. VASSEUR^a, A.-C. HLADKY^a et M. PHAM-THI^b

a. Institut d'Electronique de Microélectronique et de Nanotechnologie (IEMN) UMR CNRS 8520, département ISEN, 41 boulevard Vauban, 59046 Lille cedex

b. Thales Research and Technology France, Campus Polytechnique, 1 avenue Augustin Fresnel, 91767 Palaiseau cedex

Résumé :

Les cristaux phononiques permettent d'obtenir des propriétés inhabituelles de propagation des ondes élastiques et en particulier l'apparition de bandes de fréquences interdites dans lesquelles l'onde est évanescence. Malgré le grand nombre d'applications potentielles, (isolation acoustique, filtrage et démultiplexage en fréquence, guidage d'onde, "cape d'inaudibilité", réfraction négative, super-résolution...) peu de cristaux phononiques ont été intégrés dans des dispositifs fonctionnels, partiellement à cause de leur manque de flexibilité : les propriétés de l'onde élastique, souvent obtenues dans une gamme de fréquence réduite, sont complètement déterminées par la géométrie et les propriétés des matériaux constitutifs lors de l'étape de fabrication. L'intégration de matériaux piézoélectriques dans ces structures permet d'envisager le développement de cristaux phononiques dont les propriétés de propagation sont contrôlées électriquement après fabrication. La géométrie considérée dans ce travail est un cristal phononique à une dimension constitué par une alternance de couches élastiques et de couches piézoélectriques dont chaque surface est recouverte d'une électrode. Le contrôle est obtenu en modifiant l'impédance électrique reliant les électrodes de chaque couche piézoélectrique (court-circuit, circuit ouvert ou capacité). Les courbes de dispersion calculées à partir d'un modèle analytique montrent que ce contrôle électrique permet d'ajuster la largeur de la première bande de fréquences interdite.

Abstract :

In phononic crystals, elastic waves can exhibit unusual properties, in particular the existence of frequency band gaps in which waves are evanescent. Despite a large number of possible applications (acoustic isolation, frequency filtering and demultiplexing, wave guiding, cloaking, negative refraction, super-resolution...), few phononic crystals have emerged as functional devices, partly because they are not tunable: the unusual properties of the elastic wave, often obtained in a limited frequency range, are completely defined by the geometry and the physical properties of the constitutive materials at the fabrication stage. Electrical control of these wave properties could be possible after fabrication by integrating piezoelectric materials in phononic crystals. In this work, a one-dimensional phononic crystal alternately constituted by elastic and electroded piezoelectric layers is considered. The control is obtained by modifying the electrical impedance between the electrodes of each piezoelectric layer (short-circuit, open circuit, external capacitance). Dispersion curves are calculated analytically showing how the width of the first frequency band gap can be varied.

Mots clefs : onde élastique, cristal phononique, piézoélectricité, bande interdite

1 Introduction

Les cristaux phononiques (CP) sont des structures périodiques présentant des bandes de fréquences interdites dans lesquelles aucune onde élastique ne peut se propager. De manière plus générale, ils permettent d'obtenir des propriétés inhabituelles de propagation d'onde dans des gammes de fréquences où la longueur d'onde et le pas du réseau sont du même ordre de grandeur. De nombreuses applications potentielles ont ainsi été étudiées comme le filtrage et le démultiplexage en fréquence, l'isolation acoustique, le guidage d'ondes,

la "cape d'inaudibilité", la réfraction négative et la super-résolution, le retard ou la compression d'impulsions pour des domaines d'applications variés comme les composants pour les télécommunications, l'imagerie ou la furtivité acoustique [1-9]. Néanmoins, peu de CP ont été intégrés dans des dispositifs fonctionnels, partiellement à cause de leur manque de flexibilité : les propriétés de l'onde élastique, souvent obtenues dans une gamme de fréquences réduite, sont complètement déterminées par la géométrie et les propriétés des matériaux constitutifs lors de l'étape de fabrication.

Différents mécanismes physiques ont été proposés pour ajuster les propriétés des ondes se propageant dans un CP : effet mécanique par modification de l'orientation des inclusions [10] ou de la forme des cavités d'une matrice élastomère [11] ; effets optique et thermique pour des cristaux colloïdaux [12] ou des CP intégrant du quartz [13] ou des céramiques ferroélectriques [14]. Le contrôle électrique via un champ électrique ou magnétique présente de nombreux avantages : faible temps de réponse ; absence de contact mécanique ; interfaçage simple avec un dispositif électronique extérieur. Le cas d'un CP contrôlé par effet électro-rhéologique a été étudié [15] mais les travaux les plus prometteurs concernent la piézoélectricité et la magnétostriction.

Deux méthodes peuvent être utilisées pour modifier l'élasticité apparente d'un matériau de transduction électromécanique. Dans un milieu piézoélectrique linéaire, l'élasticité apparente dépend des conditions aux limites électriques imposées entre les électrodes. Ainsi, le passage d'une condition de circuit ouvert à une condition de court-circuit peut modifier les courbes de dispersion et en particulier la bande interdite d'un CP contenant des inclusions piézoélectriques [16, 17]. Pour permettre une variation continue entre les conditions de circuit ouvert et de court-circuit, cette méthode peut être modifiée en connectant une capacité variable contrôlée électriquement entre les électrodes [18]. Dans le cas d'un matériau magnétostrictif où la transduction est non linéaire, il a été démontré que la structure de bande d'un CP à deux dimensions constitué d'un réseau de barreaux de Terfenol-D dans une matrice epoxy pouvait être contrôlée par le champ magnétique de polarisation [19].

Ce travail décrit l'étude d'un cristal phononique à une dimension constitué d'une alternance de couches élastiques et piézoélectriques dont les électrodes sont connectées à une capacité externe. Suite aux résultats expérimentaux et numériques obtenus précédemment [18], le développement analytique conduisant à l'équation de dispersion est présenté dans le paragraphe 2. Les résultats illustrant l'effet de la capacité externe sur la première bande interdite sont discutés dans le paragraphe 3.

2 Modèle

2.1 Cristal phononique constitué d'une alternance de couches élastiques

La structure considérée est un CP infini à une dimension (suivant la coordonnée z) dont la maille élémentaire est constituée de deux couches d'épaisseurs respectives h_1 et h_2 dans lesquelles les vitesses des ondes longitudinales sont v_1 et v_2 . Le paramètre du réseau est $h_1 + h_2$. Pour chaque couche i ($i = 1$ ou 2), la loi de Hooke s'écrit

$$T_3^{(i)} = c_{33}^{(i)} S_3^{(i)}, \quad (1)$$

où $u^{(i)}$, $S_3^{(i)} = \partial u^{(i)} / \partial z$, $T_3^{(i)}$ et $c_{33}^{(i)}$ sont respectivement le déplacement, la déformation, la contrainte de traction-compression dans la direction z et la constante de rigidité de la couche. Dans chaque couche, le déplacement suivant z est écrit sous la forme :

$$u^{(i)} = A_i \cos k_i z + B_i \sin k_i z. \quad (2)$$

où $k_i = \omega / v_i$ est le nombre d'onde associé à l'onde longitudinale se propageant dans la couche i à la pulsation ω . La relation de dispersion est obtenue à partir de la relation de continuité à l'interface entre les milieux 1 et 2, et de la relation de Bloch-Floquet entre les surfaces limitant la maille élémentaire, ces deux relations étant écrites sur le déplacement et sur la contrainte. Le système d'équations obtenu conduit à une solution non triviale lorsque son déterminant s'annule. La relation de dispersion s'écrit [20]

$$\cos k(h_1 + h_2) = \cos k_1 h_1 \cos k_2 h_2 - \frac{1}{2} \left(\frac{c_{33}^{(1)} k_1}{c_{33}^{(2)} k_2} + \frac{c_{33}^{(2)} k_2}{c_{33}^{(1)} k_1} \right) \sin k_1 h_1 \sin k_2 h_2, \quad (3)$$

où k est le nombre d'onde associé à l'onde se propageant dans le CP à la pulsation ω .

2.2 Cristal phononique constitué d'une alternance de couches élastiques et piézoélectriques

Lorsque la couche 2 est piézoélectrique, l'équation (1) est remplacée, lorsque $i = 2$, par les équations de la piézoélectricité réduites au cas à une dimension :

$$T_3^{(2)} = c_{33}^D S_3^{(2)} - h_{33} D_3, \quad (4)$$

$$E_3 = -h_{33} S_3^{(2)} + \mathbf{b}_{33}^S D_3, \quad (5)$$

où E_3 , D_3 , c_{33}^D , h_{33} et \mathbf{b}_{33}^S sont respectivement le champ électrique, le déplacement électrique, la constante de rigidité à déplacement électrique constant, la constante piézoélectrique et la constante d'imperméabilité diélectrique à déformation constante. Le déplacement dans la couche 2 est exprimé par l'équation (2) où $k_2 = \omega / v_2$ est le nombre d'onde associé à l'onde longitudinale dans la couche piézoélectrique. $v_2 = \omega / \sqrt{c_{33}^D / \rho_2}$ où ρ_2 est la masse volumique du milieu piézoélectrique. Si une capacité externe C est connectée entre les électrodes situées sur les surfaces de la couche piézoélectrique, la différence de potentiel V entre les électrodes s'écrit

$$V = - \int_0^{h_2} E_3 dz = \frac{S D_3}{C}, \quad (6)$$

où S est l'aire de la surface. Le report de l'équation (5) dans l'équation (6), l'intégration suivant l'épaisseur de la couche et le théorème de Gauss $\partial D_3 / \partial z = 0$ conduisent à

$$\frac{S D_3}{C} = h_{33} (u^{(2)}(h_2) - u^{(2)}(0)) - \mathbf{b}_{33}^S D_3 h_2. \quad (7)$$

Le report de l'équation (7) dans l'équation (4) permet d'exprimer la contrainte sous la forme

$$T_3^{(2)} = c_{33}^D (S_3^{(2)} - k_2 \mathbf{a} (u^{(2)}(h_2) - u^{(2)}(0))), \quad (8)$$

avec

$$\mathbf{a} = \frac{h_{33}^2}{c_{33}^D k_2 \left(\mathbf{b}_{33}^S h_2 + \frac{S}{C} \right)}. \quad (9)$$

Comme précédemment, l'écriture, pour le déplacement et la contrainte, de la relation de continuité à l'interface entre les milieux 1 et 2 et de la relation de phase de Bloch-Floquet $X = e^{jk(h_1+h_2)}$ entre les surfaces limitant la maille élémentaire conduit au système matriciel

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & \mathbf{g} & \mathbf{a}(\cos k_2 h_2 - 1) & \mathbf{a} \sin k_2 h_2 - 1 \\ -X \cos k_1 h_1 & X \sin k_1 h_1 & \cos k_2 h_2 & \sin k_2 h_2 \\ X\mathbf{g} \sin k_1 h_1 & X\mathbf{g} \cos k_1 h_1 & \mathbf{a}(\cos k_2 h_2 - 1) + \sin k_2 h_2 & \mathbf{a} \sin k_2 h_2 - \cos k_2 h_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \\ A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

où

$$\mathbf{g} = \frac{c_{33}^{(1)} k_1}{c_{33}^D k_2}. \quad (11)$$

L'annulation du déterminant de la matrice de l'équation (10) donne la relation de dispersion

$$\cos k(h_1 + h_2) = \frac{\cos k_1 h_1 \cos k_2 h_2 - \frac{1}{2} \left(\mathbf{g} + \frac{1}{\mathbf{g}} \right) \sin k_1 h_1 \sin k_2 h_2 + \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{g}} (\sin k_1 h_1 (1 - \cos k_2 h_2) - \mathbf{g} \cos k_1 h_1 \sin k_2 h_2)}{1 - \mathbf{a} \sin k_2 h_2}. \quad (12)$$

L'équation (12) est identique à l'équation (2) lorsque que $\mathbf{a} = 0$, c'est à dire lorsque la couche 2 n'est pas piézoélectrique ($h_{33} = 0$) ou que les électrodes sont en circuit ouvert ($C = 0$). Dans ce dernier cas, le déplacement électrique D_3 est nul en tout point de la couche piézoélectrique. L'équation (4) peut être alors identifiée à l'équation (1) si $c_{33}^2 = c_{33}^D$, et l'équation (5) montre l'existence d'un champ électrique dans la couche piézoélectrique, proportionnel à la déformation en tout point.

3 Résultats

La Figure 1 présente les courbes de dispersion calculées par recherche des racines de l'équation (12) pour un CP constitué d'une alternance de couches de verre ($c_{33}^{(1)} = 8,334 \cdot 10^{10} \text{ N.m}^{-2}$, $v_1 = 5728 \text{ m.s}^{-1}$) et de céramique PZT (PZ29 de Ferroperm, $c_{33}^D = 1,185 \cdot 10^{11} \text{ N.m}^{-2}$, $h_{33} = 2,311 \cdot 10^9 \text{ V.m}^{-1}$, $\mathbf{b}_{33}^S = 1,205 \cdot 10^8 \text{ m.F}^{-1}$, $v_2 = 3988 \text{ m.s}^{-1}$) d'épaisseurs $h_1 = h_2 = 1 \text{ mm}$. Quatre conditions aux limites électriques sont considérées : circuit ouvert ($C = 0$) ; court-circuit ($C \rightarrow \infty$) ; capacité externe positive ($C = C_s$ où C_s est la capacité bloquée associée à la couche piézoélectrique) ; capacité externe négative ($C = -C_s/2$) pouvant être simulée par un circuit électronique. Le résultat obtenu montre que la variation de la largeur de la bande interdite peut couvrir toute la gamme entre les conditions de circuit ouvert et de court-circuit avec une capacité externe variable positive. Cette plage de variation peut être étendue en utilisant des valeurs de capacités externes négatives, synthétisées par des circuits électroniques, à condition de contrôler les éventuelles instabilités. Les courbes obtenues sont en parfait accord avec les résultats obtenus par une modélisation par éléments finis [21].

References

- [1] Y. Pennec, J.O. Vasseur, B. Djafari-Rouhani, L. Dobrzynski, P.A. Deymier, *Surf. Sci. Rep.* 65, 229 (2010).
- [2] T. Miyashita, C. Inoue, *Jpn. J. Appl. Phys.* 40, 3488 (2001).
- [3] R.H. Olsson III, I.F. El-Kady, M.F. Su, M.R. Tuck, J.G. Fleming, *Sensors and Actuators A* 145–146, 87 (2008).
- [4] I. El-Kady, R.H. Olsson III, J.G. Fleming, *Appl. Phys. Lett.* 92, 233504 (2008).
- [5] R.H. Olsson III, I.F. El-Kady, *Meas. Sci. Technol.* 20, 012002 (2009).
- [6] M.F. Su, R.H. Olsson III, Z.C. Leseman, I. El-Kady, *Appl. Phys. Lett.* 96, 053111 (2010).

- [7] S. Mohammadi *et al*, *App. Phys. Lett.* 94, 051906 (2009).
 [8] A. Sukhovich, L. Jing, J.H. Page, *Phys. Rev. B* 77, 014301 (2008).
 [9] I. Pérez-Arjona, V. J. Sanchez-Morcillo, J. Redondo, V. Espinosa, K. Staliunas, *Phys. Rev. B* 75, 014304 (2007).
 [10] C. Goffaux, J. Vigneron, *Phys. Rev. B* 64, 075118 (2001).
 [11] K. Bertoldi, M. Boyce, *Phys. Rev. B* 77, 052105 (2008).
 [12] J. Baumgartl, M. Zvyagolskaya, and C. Bechinger, *Phys. Rev. Lett.* 99, 205503 (2007).
 [13] Z.-G. Huang, T.-T. Wu, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* 52, 365 (2005).
 [14] K.L. Jim *et al*, *App. Phys. Lett.* 94, 193501 (2009).
 [15] J.-Y. Yeh, *Physica B* 400, 137 (2007).
 [16] Z. Hou, F. Wu, Y. Liu, *Solid State Comm.* 130, 745 (2004).
 [17] Y. Wang, F. Li, Y. Wang, K. Kishimoto, W. Wang, *Acta Mech. Sin.* 25, 65 (2009).
 [18] S. Degraeve, C. Granger, B. Dubus, J. Vasseur, A.-C. Hladky-Hennion, M. Pham-Thi, *Acoustics 2012 Nantes*, (2012).
 [19] J.-F. Robillard, O. Bou Matar, J.O. Vasseur, P.A. Deymier, M. Stippinger, A.-C. Hladky-Hennion, Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, *App. Phys. Lett.* 95, 124104 (2009).
 [20] M. S. Kushwaha, *Int. J. Mod. Phys. B* 10 (9), 977-1094 (1996).
 [21] ATILA, Finite-Element Software Package for the analysis of 2D & 3D structures based on smart materials Version 6.0.2 User's Manual (2010).

Remerciements

Ce travail est soutenu par l'Agence Nationale de la Recherche dans le cadre du projet MIRAGES ANR-12-BS09-0015 et par la région Nord Pas-de-Calais.

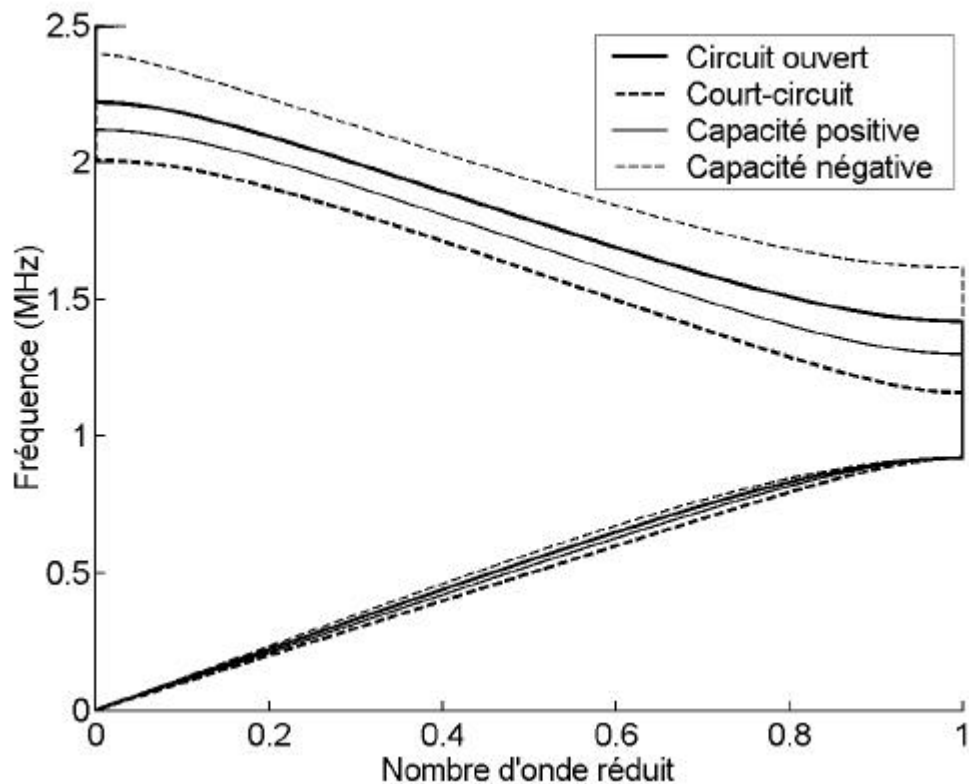


FIG. 1 – Courbes de dispersion d'un cristal phononique verre/PZT pour différentes conditions aux limites électriques appliquées entre les électrodes de l'élément piézoélectrique. Le nombre d'onde réduit est égal à $2k(h_1 + h_2)/p$.