

Cambios en la Varianza y Tamaño del Intervalo en Frecuencias de Longitudes de *Epinephelus morio* y su Efecto en el comportamiento del Método de la Matriz de Proyección

M. A. CABRERA-VÁZQUEZ¹ y F. ARREGUÍN-SÁNCHEZ²

¹ Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN Unidad Mérida.

Apdo Postal 73

Cordemex, Mérida

Yucatán, México.

² Programa de Ecología

Pesquerías y Oceanografía del Golfo de México (EPOMEX)

Universidad Autónoma de Campeche

Apartado Postal 520 Campeche

Campeche, México

RESUMEN

Se simularon Distribuciones de Frecuencias de Longitudes (DFL) usando diferentes intervalos de longitud y se analizó el efecto de cambios en la variabilidad en las longitudes de los grupos de edad sobre la estructura de las DFL y sobre las estimaciones de la longitud máxima asintótica (L_{inf}) y del parámetro de curvatura (K) obtenidos con PROJMAT (Projection Matrix Method). Se modelaron tres patrones de variabilidad y se evaluó el comportamiento del método a estos cambios. Los resultados mostraron que PROJMAT no converge a ninguna combinación óptima de L_{inf} y K. Distribuciones simuladas con tasas de crecimiento altas demuestran que el método es sensible a cambios en la variabilidad de las longitudes en cada edad y se identifican cambios en los valores de L_{inf} y K con el aumento del tamaño del intervalo.

PALABRAS CLAVE: PROJMAT, variabilidad en la longitud, frecuencias de longitudes, *Epinephelus morio*, simulación, Yucatán.

ABSTRACT

Length Frequency Distributions (LFD) were simulated using different interval sizes. The effects of changes in length variability at different age groups on LFD structure and L_{inf} and K parameters estimated by PROJMAT (Projection Matrix Method) were studied. Three patterns variability in length at age distribution were modeled in order to study the method response. The analysis of this changes show that PROJMAT cannot get any optimum combination of L_{inf} and K. The results of the analysis on simulated distributions with high growth rates show the method is sensitive to length at age variability changes and changes of L_{inf} and K values was observed when the size interval increase.

KEY WORDS: PROJMAT, length variability, length frequency data, *Epinephelus morio*, simulation, Yucatan.

INTRODUCCION

Las Distribuciones de Frecuencias de Longitudes (DFL) son el resultado de procesos intrínsecos de las poblaciones de peces tales como reclutamiento, crecimiento y mortalidad (MacDonald, 1987). En las poblaciones de peces se distinguen tipos generales de distribuciones cuyas características cambian de acuerdo a variaciones específicas en estos procesos. Las DFL con componentes modales bien definidos y poco traslapamiento entre grupos de edad sucesivos, son comunes en especies de vida corta donde el reclutamiento es anual (o al menos estacional) y el ritmo de crecimiento es suficientemente rápido en relación a las fuentes potenciales de variación tales como un desove prolongado y éxito en la reproducción. En especies más longevas y cuyo crecimiento es más lento en relación a estas fuentes de variación, la variabilidad en la magnitud del reclutamiento y en el crecimiento tiende a oscurecer estos procesos originando DFL con un elevado grado de traslapamiento entre grupos sucesivos que se agudiza en el extremo de la distribución donde se encuentran las tallas mayores. Este se ha constituido en uno de los problemas más usuales a los que se han enfrentado actualmente algunos de los procedimientos de uso más común en el análisis de datos de DFL (ELEFAN I: Pauly y David, 1981; Brey y Pauly, 1986; SLCA: Shepherd, 1987a; PROJMAT: Rosenberg *et al.*, 1986; Shepherd, 1987b; MULTIPLAN: Fournier *et al.*, 1989).

La dificultad de obtener estimaciones directas de edad y crecimiento en especies de mares tropicales, ha hecho de estos métodos una alternativa viable para hacerlo de forma indirecta, sin embargo, su uso generalizado está limitado por las características de las DFL utilizadas y su compatibilidad con los algoritmos que los sustentan. Por lo mismo no hay una guía para que el usuario juzgue cuando y en qué situaciones un método en particular es apropiado para usar (Rosenberg y Beddington, 1987) de tal forma que cada especie constituye un caso específico de estudio en cuanto a su aplicación.

En *Epinephelus morio* las DFL son prácticamente unimodales debido al intenso traslapamiento que se presenta en los grupos de edad (Figura 1). Dicho traslapamiento está determinado por la enorme variabilidad en las longitudes en cada uno de ellos y a su vez está asociado al prolongado período de desove (ocho meses; Mexicano-Cintora, 1990) y la tasa de crecimiento lenta de la especie. Puesto que se ha comprobado que dicha variabilidad puede ser fuente de sesgo en las estimaciones de L_{inf} y K , en este trabajo se presenta un análisis del efecto causado por variaciones de la longitud sobre las estimaciones de L_{inf} y K y el traslapamiento de los grupos de edad en DFL simuladas de *E. morio*. El objetivo fue determinar el comportamiento y la eficiencia del Método de la

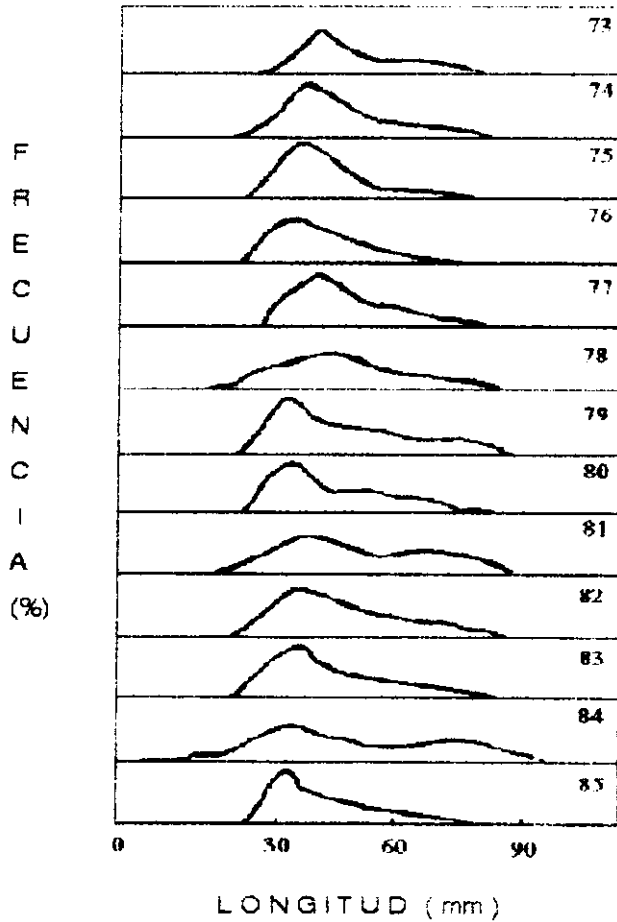


Figura 1. Serie de distribuciones de frecuencias de longitudes de las capturas de *E. morio* durante el período (1973-1985). La mayoría de ellas sugiere periodos de desove y reclutamiento prolongados. (Fuente: Arreguín-Sánchez *et al.* 1990)

Matriz de Proyección (PROJMAT) en la estimación de parámetros de crecimiento, así como sus posibilidades de aplicación en esta especie.

METODOS

Las DFL utilizadas en este trabajo fueron simuladas siguiendo el procedimiento descrito por Cabrera (1991) y Cabrera y Arreguín-Sánchez (1991) y se supone son representativas de una población hipotética y estable de *Epinephelus morio*. Considerando un tamaño de muestra previamente estimado, el proceso de simulación de una DFL considera la reconstrucción individual de los grupos de edad subyacentes a partir de su longitud media y desviación estándar, bajo el supuesto de que la distribución de las longitudes en cada uno de ellos sea próxima a una normal. Los parámetros utilizados en las simulaciones (Tabla 1) fueron obtenidos de la lectura de marcas de crecimiento realizada en una muestra de 296 pares de otolitos de *E. morio* tomada de los desembarcos comerciales efectuados entre Julio y Noviembre de 1984 en los puertos de Progreso y Yucalpetén, Yucatán, México.

La tendencia de la variabilidad observada en los grupos que componen la muestra se ajusto por mínimos cuadrados con el objeto de modelar los cambios en la variabilidad de la longitud en los grupos de edad resultando en la siguiente ecuación:

$$s_i = a + b \cdot t_i \quad (1)$$

donde $a = 5.75$ es la ordenada en el origen o variación independiente de la edad y $b = 31.6$ es la pendiente o variación dependiente de la edad; s_i es la desviación estándar del i -ésimo grupo de edad y t_i es la edad (Basson *et al.*, 1988).

Para estudiar el comportamiento de PROJMAT a cambios en la varianza, se considero que los cambios en la variabilidad en la longitud de los grupos de edad son un índice de la temporalidad del reclutamiento y del desove. De acuerdo a lo anterior se modelaron tres patrones de reclutamiento y se establecieron tres niveles de variación dentro de cada patron simulado como sigue:

Cambios en la temporalidad del reclutamiento

Los cambios en el entorno natural en que se desarrolla una especie reflejará un patrón de variación en el reclutamiento, donde la variabilidad en la distribución de las longitudes en cada grupo de edad definirá una tendencia a aumentar o disminuir según la magnitud de dicho proceso.

$$a) \sigma^2_1 < \sigma^2_2 < \sigma^2_3 < \dots < \sigma^2_9$$

$$b) \sigma^2_1 > \sigma^2_2 > \sigma^2_3 > \dots > \sigma^2_9$$

Tabla 1. Longitudes medias y parámetros estadísticos estimados por grupo de edad a partir de datos de lectura de otolitos de *E. morio* (Rodriguez, 1986).

EDAD	N	x	s	E.E	C.V.
1	34	273	27.7	4.75	10.0
2	38	335	35.5	5.75	10.4
3	49	399	52.7	7.53	13.0
4	64	451	61.3	7.66	13.4
5	53	536	56.2	7.72	10.3
6	28	584	66.2	12.51	1.1
7	14	590	86.5	23.12	14.1
8	7	690	43.1	16.30	5.7
9	6	697	113.6	46.37	14.8

N = Número de organismos muestreados por grupo de edad

x = Longitud media (mm)

s = Desviación estándar

E.E = Error estándar

C.V = Coeficiente de variación

Temporalidad del reclutamiento constante

Este patrón de variación está representado cuando la variabilidad en las longitudes entre los grupos de edad es similar para todos ellos.

$$\sigma^2_1 = \sigma^2_2 = \sigma^2_3 = \dots = \sigma^2_9$$

Reclutamiento aleatorio

Cuando la variabilidad en la distribución de las longitudes en cada grupo de edad no está determinada por ningún patrón o tendencia específico.

$$\sigma^2_1 \quad \sigma^2_2 \quad \sigma^2_3 \quad \dots \quad \sigma^2_9$$

La variabilidad en el reclutamiento estará dada por elemento esto cástico RND introducido al final de la ecuacion (1) de la siguiente forma:

$$s_i = (a + b * t_i) * \text{RND} \quad (2)$$

donde RND es un número aleatorio cuales quiera entre 0 y 1 (0 < RND < 1). De esta forma se asegura que los cambios aleatorios en la varianza se ajusten a la tendencia observada en la variación de la muestra.

De acuerdo a lo propuesto por Cabrera y Arreguín-Sánchez (1991), las DFL simuladas (DFLS) y la distribución defrecuencias de longitudes observada (DFLO) se agruparon en intervalos de 20 mm para ser analizadas con PROJMAT. La DFLO representa mediciones de la longitud furcal de 4403 organismos que fueron tomadas durante el mismo período que la muestra anterior. La búsqueda objetiva de los valores de L_{inf} y K en la superficie de respuesta del método se realizó considerando estimaciones preliminares de L_{inf} a través del método de Wetherall *et al.* (1987) y de los límites definidos por los valores de la longitud máxima (L_{max}) en las distribuciones analizadas y los valores reportados en literatura (Muhlia, 1976; Doi *et al.* 1981; Guzmán, 1986; Rodríguez, 1986 y Arreguín-Sánchez *et al.* 1987).

Los valores estimados de L_{inf} y K se compararon a través del parámetro (w) = $(K * L_{inf})$ (Gallucci y Quinn, 1979 citados por Gulland, 1983). La diferencia entre los valores de L_{inf} , K y (w) calculados para las DFLS y los estimados para la DFLO se estimó a partir de la siguiente expresión (adaptada de Martin y Cook, 1990):

$$\% \text{ Error } (L_{inf}, K, w) [(V_{cal} - V_{obs}) / V_{obs}] \times 100 \quad (3)$$

donde V_{cal} es el valor calculado y V_{obs} es el valor observado de los parámetros estimados.

RESULTADOS

Las pruebas de bondad de ajuste de chi-cuadrada mostraron que la suposición de normalidad de los grupos de edad en la distribución se cumple al menos para los cinco primeros, para el 6 la prueba no fué positiva en tanto que para los grupos 7-9 la prueba no procedió debido al numero de observaciones (Tabla 2).

La distribución resultante de la combinación de todos los grupos de edad simulados se comparó con la distribución de frecuencias observada (Figura 2). Los resultados de la prueba de K-S (DN = 0.126761; NS = 0.999419) indican que no hay diferencia significativa entre ambas distribuciones.

En total se generaron nueve distribuciones de frecuencia con tres niveles de variabilidad utilizando los valores presentados en la Tabla 3. Cuando hay cambios en el reclutamiento o en el período del desove, el patrón de variación está asociado a cambios en las condiciones en que se desarrollan los individuos, en este caso las distribuciones que resultan de las simulaciones fueron principalmente unimodales (Figura 3). Es posible observar que el patrón de variabilidad ocasionó el grado de traslapamiento de los grupos de edad y en consecuencia el comportamiento de la distribución. En las distribuciones donde la variabilidad en las longitudes en los grupos de edad es alta no fué posible definir la presencia de alguno de los nueve grupos que las componen debido al intenso

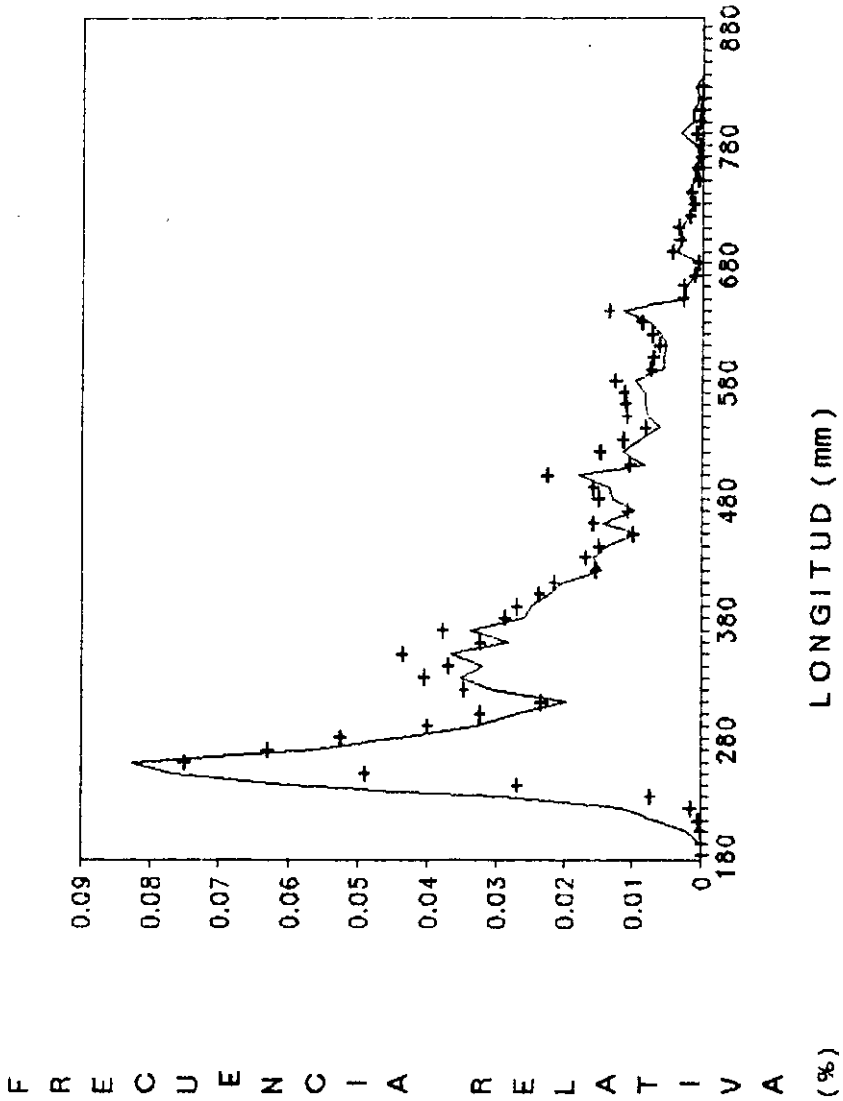


Figura 2. *E. morio*. Distribución de frecuencias observada (-) y simulada (+) para el período Julio-Noviembre/1984.

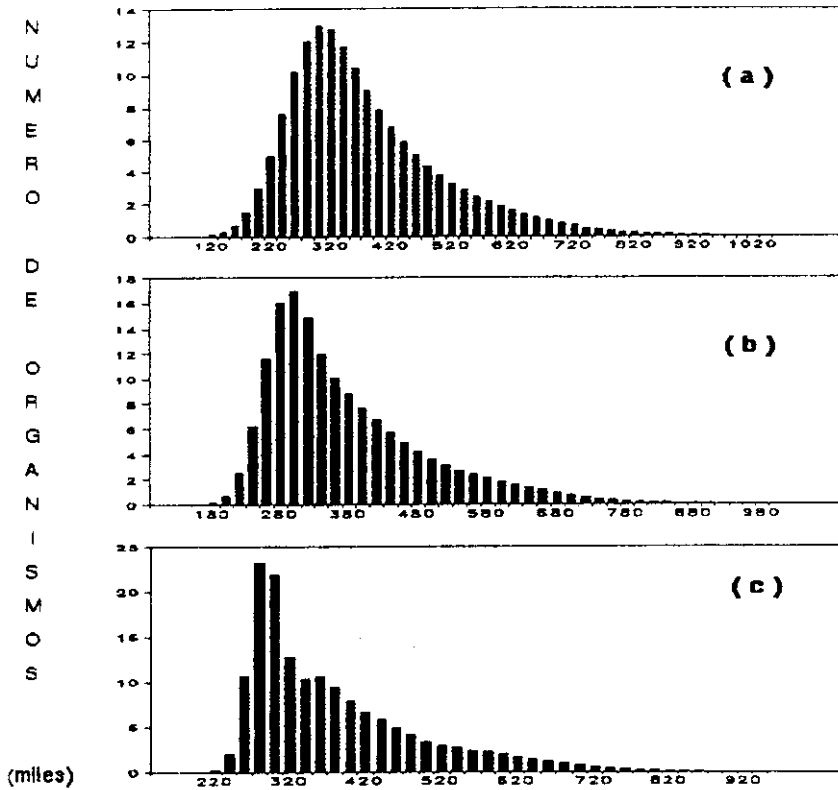


Figura 3. Distribuciones de frecuencias simuladas con tres niveles de variación. a) $a = 22.4$ b) $a = 2.9$ y c) $a = -11.6$. El patrón de variabilidad representa aumentos de la variación de la distribución de las longitudes en los grupos de edad. En todas las simulaciones b permanece constante ($b = 31.6$).

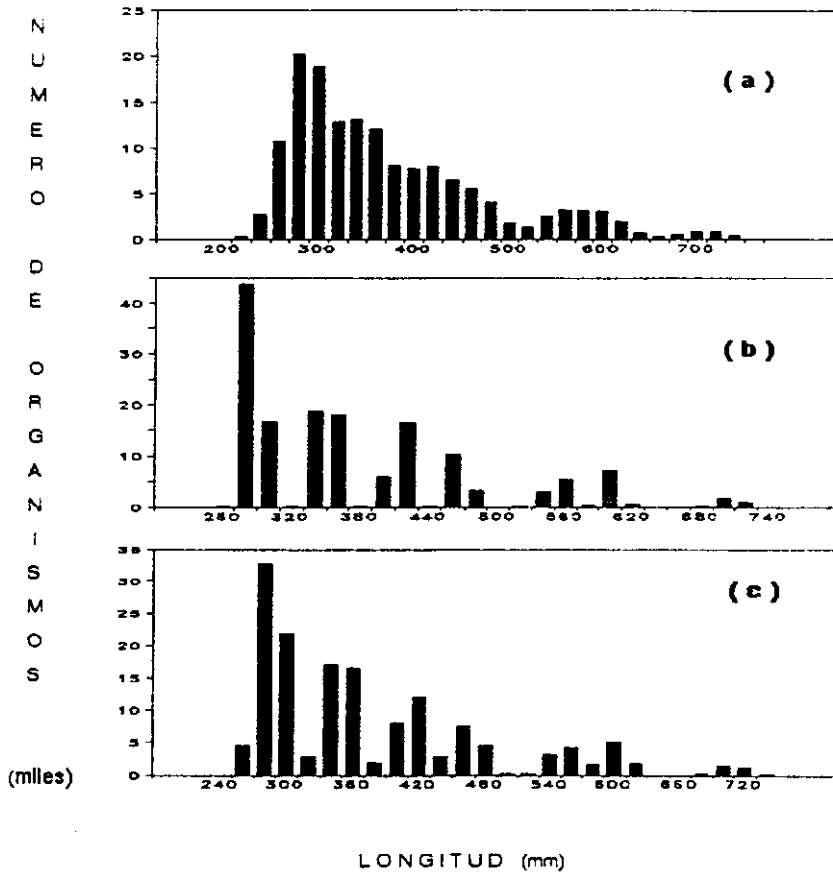


Figura 4. Distribuciones de frecuencias simuladas para un mismo patrón de variación en la distribución de las longitudes en los grupos de edad. a) $a = 22.4$ b) $a = 2.9$ y c) $a = -11.6$. En todas las simulaciones $b = 0$.

Tabla 2. Prueba de normalidad para la distribución de las longitudes en los grupos de edad de la muestra de *Epinephelus morio*.

Edad	Longitud	s	X	gl	media
1	273	27.7	5.19	1	ns
2	335	35.5	2.20	2	ns
3	399	52.7	3.73	4	ns
4	451	61.3	3.28	6	ns
5	536	56.2	3.67	5	ns
6	584	66.2	4.47	1	<0.05
7	590	86.5			
8	690	43.1			
9	697	113.6			

ns = no significativa

traslapamiento presente (Figuras 3a y 3b), al contrario de lo que sucede cuando la variabilidad es más baja (Figura 3c). En este último caso fué posible distinguir la presencia de tres modas, correspondiendo las dos primeras a los grupos 1 y 2 y la tercera causada por el traslapamiento de los grupos 5, 6 y 7.

Cuando el patrón de variación en las longitudes en cada edad fué igual -de manera que se reproduce una situación de reclutamiento constante- las distribuciones obtenidas (Figura 4) mostraron modas que se fueron diferenciando con el aumento del nivel de variabilidad (Figura 4a). Cuando el nivel de variabilidad no es alto (Figuras 4b y 4c), los grupos de edad en las distribuciones son leptocúrticos debido a la alta concentración de valores alrededor de las longitudes medias. Aún cuando la variabilidad en la distribución de las longitudes en los grupos de edad fué constante, se observó una tendencia de la distribución a ser unimodal como respuesta a los cambios en el nivel de variabilidad. Esto sugiere que la distribución en la Figura 4a representa períodos de desove prolongados puesto que el alto nivel de variabilidad determinado por el valor de a originó grupos de edad platicúrticos con lo cual aumentó la posibilidad de traslapamiento y en consecuencia la tendencia hacia la unimodalidad.

Las distribuciones obtenidas de las simulaciones con cambios aleatorios en la variabilidad de las longitudes en cada grupo de edad se observan en la Figura 5. La posición de las modas estuvo determinada por el factor aleatorio, el cual incide sobre la variabilidad independiente de la edad (desove y reclutamiento) y sobre la variabilidad dependiente de la edad (crecimiento y mortalidad) de acuerdo a la ecuación (2).

Los resultados obtenidos del análisis con PROJMAT de las nueve distribuciones generadas a diferentes niveles de variabilidad, mostraron que el

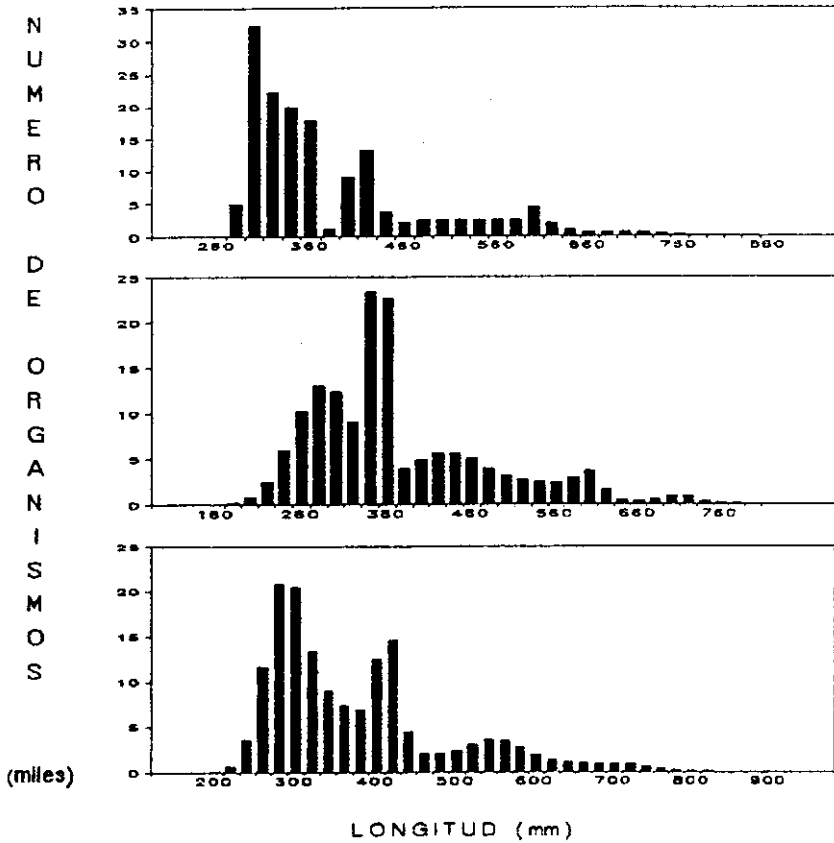


Figura 5. Distribuciones de frecuencias simuladas donde la variación de la distribución de las longitudes no sigue un patrón específico. $S = (a+b \cdot t) \cdot \text{RND}$.

Tabla 3. Valores de la media (x) y la desviación estándar (s) estimados a tres niveles de variación utilizados como datos de entrada en las corridas de simulación para cambios en la varianza. a) Cambios en la temporalidad del reclutamiento b) Temporalidad del reclutamiento constante c) Reclutamiento aleatorio.

GRUPO	\bar{x} (mm)	NIVELES DE VARIACION EN σ								
		(a)			(b)			(c)		
		$\sigma^2_1 > \sigma^2_2 > \dots > \sigma^2_9$	$\sigma^2_1 = \sigma^2_2 = \dots = \sigma^2_9$	$\sigma^2_1 \sigma^2_2 \dots \sigma^2_9$	$si=(a+b \cdot t)*RND$					
1	276.5	20.0	34.5	54.0	11.6	2.9	22.4	36.3	11.9	23.9
2	339.8	33.1	47.6	67.1	11.6	2.9	22.4	5.7	8.6	41.2
3	403.5	43.1	57.6	77.1	11.6	2.9	22.4	41.9	12.0	12.6
4	455.8	51.6	66.1	85.6	11.6	2.9	22.4	41.6	51.9	65.1
5	542.1	59.1	73.6	93.1	11.6	2.9	22.4	34.7	44.7	29.8
6	589.3	65.8	80.3	99.8	11.6	2.9	22.4	13.4	34.8	68.0
7	594.0	72.0	86.5	106.0	11.6	2.9	22.4	72.4	6.5	70.7
8	694.4	77.8	92.3	111.8	11.6	2.9	22.4	36.0	57.7	66.4
9	703.3	83.2	97.7	117.2	11.6	2.9	22.4	14.4	33.2	25.8

metodo tuvo problemas para encontrar una combinación adecuada de L_{inf} y K (Tabla 4). Cuando hay convergencia, la superficie de respuesta de la distribución presenta áreas bien definidas en las cuales los valores mínimos de la suma de la diferencia de cuadrados (SDC) identifica las combinaciones posibles de L_{inf} y K que posteriormente puede ser optimizada mediante un procedimiento iterativo de minimización de nominado AMOEBA. La superficie de respuesta solo mostró una serie de isóneas de contorno paralelas cuyo comportamiento dió una prueba de la imposibilidad de convergencia hacia valores óptimos de L_{inf} y K. La tendencia del valor de la SDC fué negativa e inversa, es decir, decrementos progresivos en L_{inf} y K tuvieron como respuesta decrementos de la SDC, hasta hacer se cero a combinaciones muy pequeñas de L_{inf} y K. Como resultado ésto originó una superficie de respuesta donde se encontró un intervalo. Aún cuando la variabilidad en la distribución de las longitudes en los grupos de edad fué constante, se observó una tendencia de la distribución a ser unimodal como respuesta a los cambios en el nivel de variabilidad. Esto sugiere que la distribución en la Figura 4a representa períodos de desove prolongados puesto que el alto nivel de variabilidad determinado por el valor de a originó grupos de edad platicúrticos con lo cual aumentó la posibilidad de traslapamiento y en consecuencia la tendencia hacia la unimodalidad. Las distribuciones obtenidas de las simulaciones con cambios aleatorios en la variabilidad de las longitudes en cada grupo de edad se observan en la Figura 5. La posición de las modas estuvo determinada por el factor aleatorio, el cual incide sobre la variabilidad

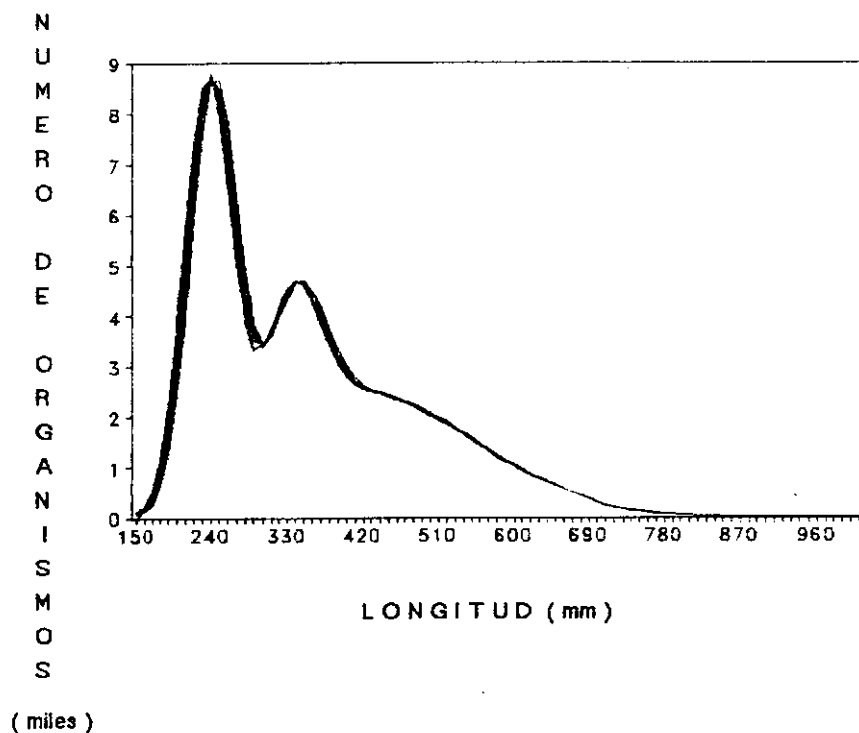


Figura 6. Distribuciones simuladas cuyas longitudes medias se ajustan al comportamiento descrito por la ECvB.

Tabla 4. Efectos de cambios en la varianza. Comportamiento de PROJMAT a cambios en la variabilidad en la distribución de las longitudes en cada grupo de edad.

	11.6	2.9	22.4	11.6	2.9	22.4	si=(a+b* t)*RND		
L_{inf}^w (mm)	842	844	882	1022	1076	1184	874	834	935
L_{max} (mm)	740	740	780	960	1000	1060	860	820	900
L_{inf} (mm)	NO HAY CONVERGENCIA			NO HAY CONVERGENCIA			NO HAY CONVERGENCIA		
K									
L_{inf}^w	Longitud máxima asintótica estimada a través del método de Wetherall <i>et al.</i> 1987.								
L_{max}	Longitud máxima observada en las distribuciones de frecuencias de longitudes analizadas.								

independiente de la edad (desove y reclutamiento) y sobre la variabilidad dependiente de la edad (crecimiento y mortalidad) de acuerdo a la ecuación (2). Los resultados obtenidos del análisis con PROJMAT de las nueve distribuciones generadas a diferentes niveles de variabilidad, mostraron que el metodo tuvo problemas para encontrar una combinación adecuada de L_{inf} y K (Tabla 4). Cuando hay convergencia, la superficie de respuesta de la distribución presenta áreas bien definidas en las cuales los valores mínimos de la suma de la diferencia de cuadrados (SDC) identifica las combinaciones posibles de L_{inf} y K que posteriormente puede ser optimizada mediante un procedimiento iterativo de minimización de nominado AMOEBA. La superficie de respuesta solo mostró una serie de isóneas de contorno paralelas cuyo comportamiento dió una prueba de la imposibilidad de convergencia hacia valores óptimos de L_{inf} y K. La tendencia del valor de la SDC fué negativa e inversa, es decir, decrementos progresivos en L_{inf} y K tuvieron como respuesta decrementos de la SDC, hasta hacer se cero a combinaciones muy pequeñas de L_{inf} y K. Como resultado ésto originó una superficie de respuesta donde se encontró un intervalo amplio de valores igualmente aceptables para ambos parámetros.

Debido a este comportamiento del método, no fué posible hacer una evaluación del efecto producido por los cambios en la amplitud del intervalo y por los cambios en la variabilidad en las distribuciones sobre las estimaciones de

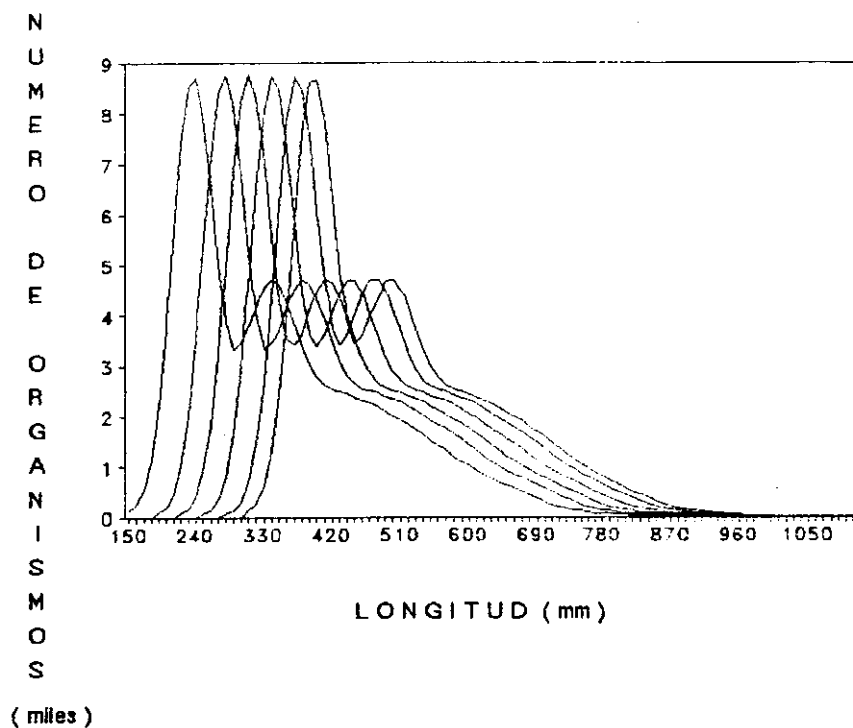


Figura 7. Serie de distribuciones mensuales simuladas con las longitudes medias obtenidas de la ECvB ($L_{inf} = 796.3$ mm, $K = 0.19$ y $t_0 = -0.79$).

K y L_{inf} . Hasta este momento no fue posible afirmar que las causas de este comportamiento fueron originadas por los cambios que se hicieron en el tamaño del intervalo o en la variabilidad de las longitudes en los grupos de edad, ya que no hubo estimaciones que así lo indicaran. Por lo mismo fue necesario buscar las posibles causas en las características implícitas en las distribuciones simuladas, realizando algunos experimentos y simulaciones extras para encontrar una respuesta a las siguientes preguntas:

1) Es necesario que las longitudes medias de los grupos de edad se ajusten al crecimiento descrito por la ECvB tal y como lo supone PROJMAT?

Para responder a esta pregunta se simuló una DFL (Figura 6) utilizando como parámetros las longitudes estimadas para cada grupo con la ECvB y las desviaciones estándar calculadas para cada uno de ellos con la ecuación (1). Para esto inicialmente se estimaron los valores de L_{inf} y K utilizando las longitudes medias retrocalculadas (que se ajustan adecuadamente al crecimiento descrito por la ECvB) para cada grupo de edad reportadas por Rodríguez (1986). Los valores de los parámetros de crecimiento obtenidos ($L_{inf} = 796.3$, $K = 0.19$ y $t_0 = -0.79$) se estimaron a través de la aproximación no lineal de la ECvB implementada en el sistema LFSA (Length Frequency System Analysis; Sparre, 1987).

Los resultados mostraron el mismo tipo de comportamiento de PROJMAT. La búsqueda de los parámetros siguiendo los criterios establecidos no mostró indicios de convergencia hacia una combinación óptima de L_{inf} y k , en tanto que la superficie de respuesta presentó características similares a las observadas anteriormente. De esta forma fue posible establecer que el comportamiento observado en el método no es causado por las longitudes medias que no cumplen estrictamente con el patrón de crecimiento descrito por la ECvB.

2) El hecho de que PROJMAT no converja hacia alguna combinación de parámetros óptimos tiene su origen en la tasa de crecimiento de la especie?

Para comprobar lo anterior se simularon seis distribuciones de frecuencias mensuales. Las longitudes medias que sirvieron como parámetros de entrada fueron estimadas con la ECvB ($L_{inf} = 796.3$, $K = 0.19$ y $t_0 = -0.79$). Una vez simuladas, la distribución correspondiente al segundo mes fue manipulada arbitrariamente, deslizando sobre el eje de las longitudes en cuatro intervalos de talla. Se hizo la misma operación para las cuatro restantes, deslizando cada una con respecto a su precedente en un número similar de intervalos (Figura 7). La razón de esto fue obtener una serie de distribuciones con componentes modales bien diferenciados y con una progresión modal que reflejara las características de una especie con tasa de crecimiento rápida.

Los resultados generados con PROJMAT mostraron que el procedimiento convergió hacia valores óptimos de L_{inf} y K . En este caso las gráficas de contorno de la SDC permitieron establecer con cierta aproximación las áreas con

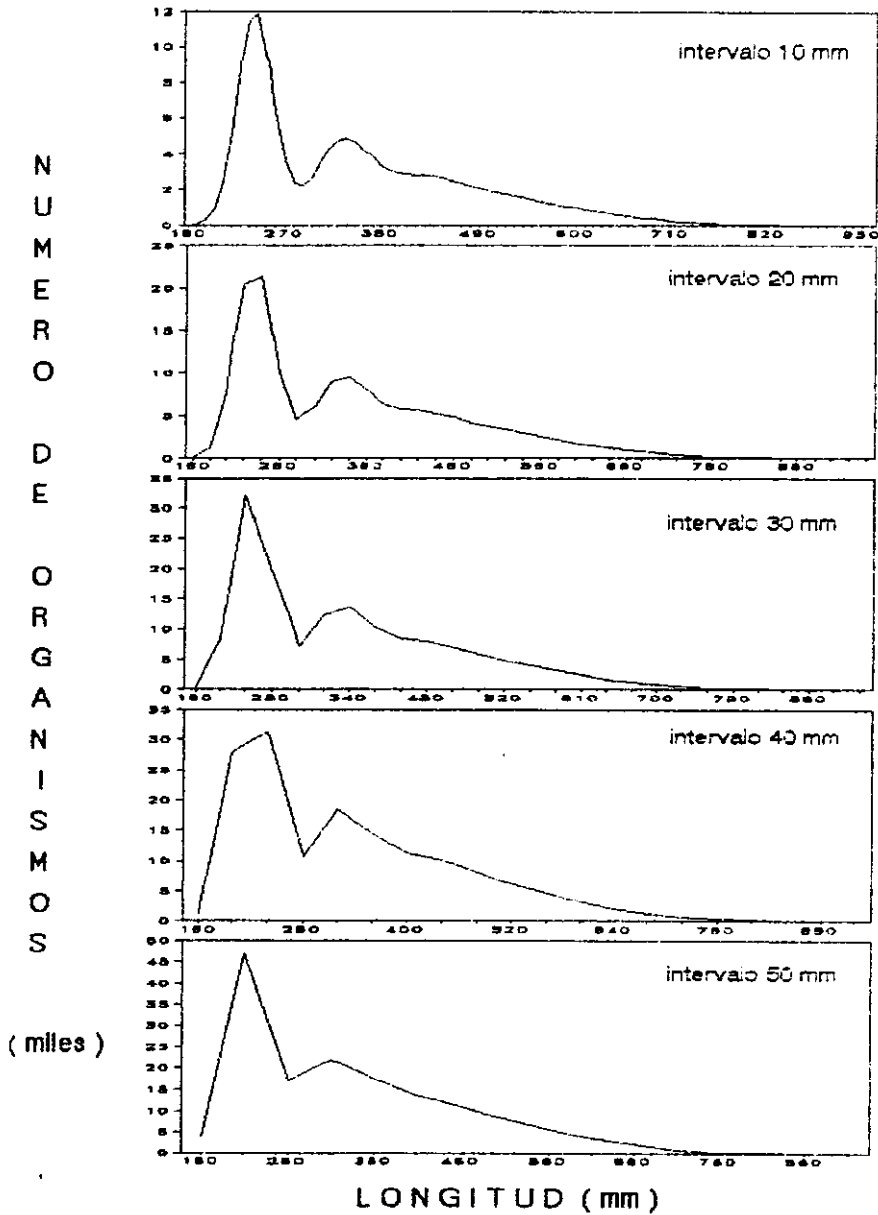


Figura 8. Distribuciones simuladas con nivel de variación $\hat{A}1$ ($a = -11.2$) agrupadas en intervalos de tallas de 10, 20 y 30 mm. ($L_{inf} = 796.3$ mm, $K = 1.9$ y $t_0 = -0.79$).

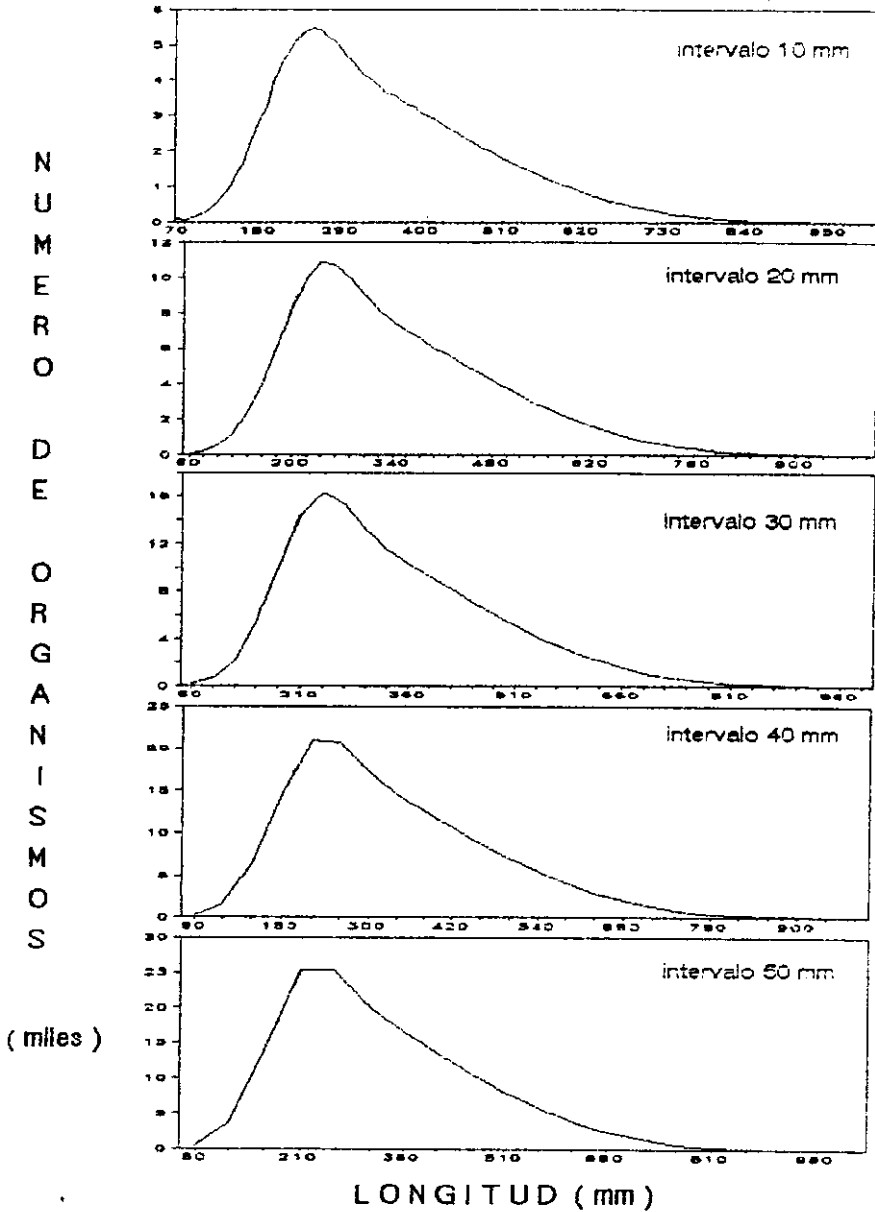


Figura 9. Distribuciones simuladas con nivel de variación \hat{A}^2 ($a = 22.4$) agrupadas en intervalos de tallas de 10, 20 y 30 mm. ($L_{inf} = 796.3$ mm, $K = 1.9$ y $t_0 = -0.79$).

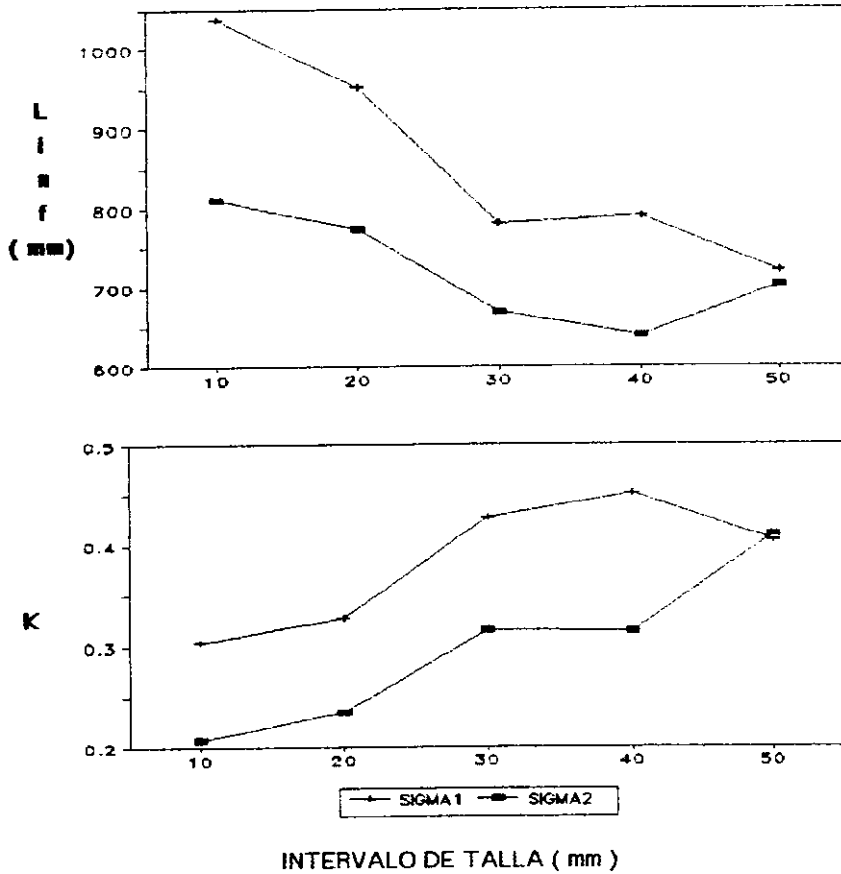


Figura 10. Tendencias observadas en las estimaciones de L_{inf} y K calculadas a partir de las distribuciones simuladas en dos niveles de variabilidad y agrupadas en intervalos de tallas de 10, 20 y 30 mm.

posibles combinaciones de valores de L_{inf} y K a ser optimizadas mediante AMOEBA. En el caso de L_{inf} , el valor obtenido (1060 mm) fué ligeramente superior al intervalo de talla más grande. El valor estimado de $K = 0.5$ cayó dentro de lo que se puede esperar como representativo de una especie decrecimiento rápido.

3) Una vez que se confirmó que el método no converge a valores óptimos de L_{inf} y K en distribuciones que llevan implícita una tasa de crecimiento baja, el siguiente paso fué evaluar si la variabilidad y el tamaño del intervalo tienen algún efecto adicional en la estimación de L_{inf} y K .

Para comprobar esta suposición se simularon dos grupos de distribuciones considerando dos niveles de variabilidad: Sigma1 “ σ_1 ” ($a = -11.2$) y Sigma2 “ σ_2 ” ($a = 22.4$) y cinco tamaños de intervalo de tallas (10, 20, 30, 40 y 50 mm). Los dos niveles de variación contemplados para simular la distribución de las longitudes en cada edad representan los niveles mínimo y máximo determinados por la ecuación (1).

Las longitudes medias y las desviaciones estándar para cada grupo de edad fueron estimados de forma similar a las estimaciones del inciso 1) con el siguiente grupo de parámetros considerados en este caso como valores verdaderos $L_{inf} = 796.3$, $K = 1.9$ y $t_0 = -0.79$. En ambos grupos de distribuciones la tasa de crecimiento se mantuvo constante y fué diez veces mayor que su valor original.

Las distribuciones simuladas con los dos niveles de variación mostraron diferencias estructurales muy notorias. En Sigma1 las distribuciones obtenidas se caracterizaron por presentar al menos dos modas bien definidas y una tercera en proceso de formación (Figura 8). Aunque el agrupamiento causó un ligero traslapamiento en los grupos de edad que componen a las distribuciones, no tuvo un efecto marcado sobre su estructura puesto que prácticamente son idénticas aunque con ligeros cambios en los contornos. Cuando el nivel de variación en la distribución de las longitudes en cada grupo de edad fué más alto (Sigma2), las distribuciones simuladas mostraron una tendencia a ser unimodales, observándose nuevamente que los cambios en el tamaño de intervalo no tienen efecto sobre la forma de la distribución, aún cuando en este caso se presenta traslapamiento intenso en los grupos de edad (Figura 9).

En la Tabla 5 se presentan los valores de L_{inf} y K obtenidos con PROJMAT para cada una de las distribuciones analizadas, así como el parámetro (w). Por último se presenta un cálculo del porcentaje de error en las estimaciones con respecto a los valores verdaderos (vv). La comparación de los valores de L_{inf} y K indicaron un sesgo bastante grande en las estimaciones de los parámetros en una magnitud de hasta 30.22% del valor verdadero en el caso del primero y de un 89.1% en K (ambos en su valor más alto) y una tendencia marcada a subestimar (w) hasta en un 85.8% (también en su valor más alto). Este sesgo se incrementó con aumentos en el tamaño del intervalo en ambos grupos de distribuciones.

Tabla 5. Resultados del análisis de PROJMAT de las distribuciones de frecuencias de longitudes simuladas con dos niveles de variabilidad: Sigma1 (σ_1) y Sigma2 (σ_2) agrupadas en intervalos de 10, 20, 30, 40 y 50 mm.

SIGMA1	v.v	$\sigma_1(10)$	$\sigma_1(20)$	$\sigma_1(30)$	$\sigma_1(40)$	$\sigma_1(50)$
L_{inf}	796.3	809.9	772.5	668.3	638.5	702.6
K	1.90	0.304	0.328	0.427	0.451	0.404
w	1512	249.5	253.5	285.5	287.9	284.1
% error		1.72	2.98	16.1	19.8	11.7
L_{inf}						
% error		84.0	82.7	77.5	76.3	78.7
K						
SIGMA2	v.v	$\sigma_2(10)$	$\sigma_2(20)$	$\sigma_2(30)$	$\sigma_2(40)$	$\sigma_2(50)$
L_{inf}	796.3	1036.7	951.7	780.0	789.1	720.0
K	1.90	0.207	0.234	0.316	0.314	0.411
w	1512	214.6	222.7	246.3	247.9	295.6
% error		30.22	19.5	2.05	0.9	9.6
L_{inf}						
% error		89.1	87.4	83.4	85.4	78.4
K						

En ambos grupos de estimaciones, hubo una tendencias istemática de L_{inf} a disminuir como respuesta a aumentos en el tamaño del intervalo, obteniéndose valores más altos de este parámetro para σ_2 . Con respecto a K se observó una relación inversa, aumentos en el tamaño del intervalo causaron incrementos en el valor de K (Figura 10).

Por otra parte los resultados mostrados en la Tabla 5, también indican un efecto de la variabilidad sobre las estimaciones de L_{inf} y K. Comparando los valores obtenidos para cualquier par de distribuciones con niveles σ_1 y σ_2 y agrupadas en el mismo tamaño de intervalo, se obtuvieron estimaciones más grandes de L_{inf} y valores pequeños en las estimaciones de K con respecto a aumentos en el nivel de variabilidad. En ambos casos ninguna de las estimaciones sea proxímó a los valores estimados a partir de la DFL observada. Así mismo, se observó un fuerte efecto de correlación entre L_{inf} y K en las pruebas con diferente tamaño de intervalo.

DISCUSION

En el proceso de simulación de una DFL es común la suposición de que las longitudes en cada grupo de edad se encuentran normalmente distribuidas alrededor de su longitud media (Jones, 1987; Basson *et al.* 1988; Fournier *et al.* 1989; Erzini, 1990). En el caso de *E. morio* los resultados mostraron que esta suposición se cumple para los cinco primeros grupos de edad. Sin embargo para las restantes la prueba resultó negativa lo que se atribuyó a la poca representatividad de las longitudes en los grupos mayores.

La reconstrucción de los grupos de edad demostró claramente el traslapamiento intenso que hay en los grupos más grandes. Atribuir este comportamiento a la poca representatividad de estas tallas en las muestras puede ser factible si se considera el nivel de variabilidad observado en dichos componentes. Los últimos cuatro grupos de edad tuvieron valores muy similares en sus longitudes medias, lo cual hace pensar que los grupos 6 y 7 sean uno solo puesto que la variabilidad en ambos es muy semejante. Este caso no es muy claro para los grupos 8 y 9 puesto que aunque sus longitudes medias son muy aproximadas la variabilidad en las longitudes define la diferencia entre ambos grupos y esto probablemente sea debido a sesgos en el muestreo dirigido hacia esas edades que traen como consecuencia la poca representatividad de esos dos grupos en la muestra.

Con respecto al reclutamiento, hay quienes en el proceso de simulación lo consideran constante (Basson *et al.*, 1988) o quienes consideran que se aproxima a una distribución de tipo lognormal (Fournier y Breen, 1983) o bien a una del tipo gamma (Rosenberg y Beddington, 1987) e incluso con variación aleatoria o uniforme (Sainsbury, 1982). En este trabajo los cambios en el nivel del reclutamiento están en función de los cambios en la variabilidad de la distribución de las longitudes en los grupos de edad. Esto implica que cuando el período de reclutamiento es corto los grupos de edad en la distribución estarán perfectamente diferenciados, al contrario de lo que pudiera suceder cuando el período de reclutamiento es largo. Este es el caso de *E. morio*, donde las distribuciones tienen una tendencia a ser unimodales.

Basson *et al.* (1988) mencionan que PROJMAT es bastante robusto a los incrementos de la varianza en la longitud con la edad y que el método trabaja adecuadamente con tasas de crecimiento relativamente altas. Los resultados obtenidos en este trabajo sugieren lo contrario, además, no estudian los efectos en las estimaciones ocasionados por cambios en la amplitud del intervalo en las DFL lo cual estaría estrechamente relacionado con el algoritmo considerado en PROJMAT.

Los límites de los grupos de edad se modificaron sensiblemente y su efecto principal se notó sobre la distribución, alcanzando longitudes máximas más pequeñas. Todo esto condujo por un lado a pérdida de información básica en lo que respecta a las longitudes máximas observadas, información que puede ser

necesaria para hacer estimaciones previas de L_{inf} por otros procedimientos como preámbulo al análisis de las distribuciones con PROJMAT.

La simulación de las distribuciones con tres patrones de reclutamiento estuvo basada en el análisis de la tendencia de la variabilidad en los grupos de edad a partir de cambios en los niveles de variación principalmente a través del parámetro b de la ecuación 1. La justificación y el significado biológico de los cambios en los parámetros de dicha ecuación para modelar los patrones de reclutamiento considerados puede ser explicada mediante el siguiente ejemplo:

Considérese una población hipotética de peces con una área común de reproducción y características propias. En la época de reproducción, justo al momento del desove los organismos recién eclosionados muestran diferencias en la longitud que están determinadas por la magnitud e intensidad del desove en el tiempo. Dicha variabilidad en la longitud en cada grupo de organismos o cohorte -determinada por el parámetro a en la ecuación (1)- queda presente en ellos y no sufre cambios durante todo su desarrollo. La variabilidad en las longitudes de cada cohorte será alta cuando la intensidad del desove sea baja y se lleve a cabo en un período de tiempo prolongado (en este caso los componentes de las distribuciones son platicúrticos). Cuando el desove es intenso y en períodos de tiempo cortos, la variabilidad en las cohortes será muy baja y en consecuencia las distribuciones de las longitudes se caracterizarán por ser leptocúrticas.

La variabilidad dependiente de la edad, representada por el parámetro b está relacionada a los factores que determinan que el desarrollo de los individuos aún de una misma edad, sea diferente una vez que abandonan las áreas de reproducción para continuar su crecimiento en otros sitios. La variabilidad en el uso de gradientes óptimos de recursos (*e.g.* habitat, alimento, etc) definirá a su vez condiciones óptimas o marginales para el desarrollo de la población y se reflejará en la variabilidad entre los individuos. Así, dado que las características del medio que elige un grupo de organismos para vivir no son las mismas que las elegidas por otros, todos ellos se desarrollarán en diferentes condiciones. Entre los principales factores que contribuyen a esta diferencia podemos mencionar la variabilidad en las características del propio individuo y del entorno natural en el cual se desarrolla cada grupo de organismos lo cual en cierta forma determinará su crecimiento (disponibilidad de alimento, variaciones en la temperatura, características físicas y químicas que determinan las condiciones ecológicas del área donde habitan los organismos, deriva de huevos y larvas, etc).

Basson *et al.* (1988) interpretan al parámetro a como la variabilidad independiente de la edad (variación en las longitudes en cada edad) y la relacionan a un solo período de desove largo. En el caso de *E. morio* dicho parámetro puede involucrar variaciones independientes y dependientes de la edad dadas sus características reproductivas. De acuerdo a Mexicano-Cintora

(1990) esta especie tiene un período de maduración sexual de aproximadamente 8 meses que inicia en el mes de octubre y termina en el mes de mayo. La extensión de este proceso hace pensar la posibilidad de que ocurran varios desoves en ese período y por lo tanto una gran variabilidad en las longitudes de los grupos que provoca que las DFL sean principalmente unimodales debido a la amplitud de los grupos de edad que se originan en ese período y que causan sobre posición en la DFL.

Con respecto al análisis de los cambios en la variabilidad en la distribución de las longitudes en los grupos de edad, ninguno de los tres patrones de variabilidad simulados permitió la identificación de valores óptimos de L_{inf} y K . Aún cuando las características de las distribuciones simuladas sugerían que el análisis podría ser positivo puesto que algunas de ellas presentaban al menos alguna diferenciación en los grupos de edad sobre todo en las simuladas con patrón de variación constante y que se tenían estimaciones aproximadas de los parámetros para delimitar la áreas y facilitar la búsqueda de los mismos, los resultados siempre fueron negativos. Este comportamiento del método no fue determinado por ninguno de los tres patrones de reclutamiento puesto que la definición de las modas en la distribución estuvo en función del patrón de variación considerado. Majkowski y Hampton (1983) aseguran que cuando el número de grupos representados en la muestra es grande y no todos ellos son visibles en la distribución, pueden presentarse errores de estimación en los parámetros. Si bien el movimiento de las modas en las distribuciones simuladas es evidente, Jones *et al.* (1990) afirman que PROJMAT no es muy sensible al grado de definición que éstas tengan en la distribución aunque consideran que es importante en el procedimiento de estimación de los parámetros.

Los experimentos realizados en este trabajo permitieron demostrar que al menos para este caso no era necesario cumplir con la suposición de que las longitudes medias de los grupos de edad se distribuyen de acuerdo a la ECvB y que el comportamiento observado es ocasionado por los valores bajos de K característicos de *E. morio*. Debido a esto, puede esperarse que durante el crecimiento de estos organismos los cambios en longitud en un intervalo de tiempo a otro sean muy pequeños y por lo tanto se reflejen en las DFL sucesivas que se tomen durante ese intervalo. Esto explicaría la carencia de convergencia a una combinación óptima de L_{inf} y K . Puesto que PROJMAT utiliza estos cambios para estimar principalmente el valor de K , es lógico suponer que cuanto mayores sean estos cambios, aumentará la posibilidad de que el método permita obtener estimaciones de L_{inf} y K tal y como se comprobó en el último experimento realizado.

En base a todo lo anterior se ha demostrado que PROJMAT no es un procedimiento adecuado para hacer estimaciones de edad y crecimiento a partir del análisis de las DFL de *E. morio* principalmente por el tipo de crecimiento que caracteriza a la especie.

El último experimento tendiente a comprobar los efectos de diferentes tamaños del intervalo y de los cambios en la variabilidad en las longitudes de los grupos de edad, reprodujo adecuadamente el patrón que correspondería a una especie de crecimiento rápido. Se observó un efecto más marcado sobre la forma de la distribución ocasionado principalmente por los cambios en la variabilidad de la longitud en los grupos de edad que por los cambios en el tamaño del intervalo. Hubo convergencia hacia estimaciones de L_{inf} y K ; sin embargo niveles de variación más altos (σ^2) provocaron estimaciones de L_{inf} más alejadas del valor verdadero, en tanto que para K sucedió lo contrario: a menor nivel de variabilidad, la estimación de K fué más cercana a este valor. Esto está estrechamente relacionado con el tamaño del intervalo, puesto que aumentos en la amplitud provocaron la disminución en las estimaciones de L_{inf} manifestándose para K el efecto contrario.

En general el comportamiento del método mostró errores de estimación en L_{inf} y K con respecto a los valores verdaderos. La estrecha correlación que existe entre ambos parámetros hace difícil una comparación entre las estimaciones de crecimiento obtenidas. Sin embargo, los valores derivados del parámetro (w) mostraron un error de estimación mayor a un 80% con respecto al valor verdadero en todas las combinaciones de parámetros. Basson *et al.* (1988) señalan que PROJMAT es muy robusto a incrementos en la variabilidad de la distribución de las longitudes en cada edad. Los resultados encontrados en este trabajo parecen demostrar lo contrario dado que se ha comprobado que no sólo la variabilidad afecta a las estimaciones sino al parecer también el agrupamiento de las distribuciones en intervalos de talla diferentes. A este respecto dichos autores aclaran que de cierta forma la calidad de las estimaciones se deteriora conforme la forma de la distribución se hace más plana por ejemplo cuando hay un aumento en la variación en la longitud en cada edad, lo que correspondería a un período de desove prolongado o a la variación entre los individuos. Estas son precisamente las condiciones reales para *E. morio* que se buscaba simular en este trabajo, y este hecho viene a apoyar los resultados obtenidos. No se observaron efectos debidos a la mortalidad, ya que fué un parámetro que se consideró constante. Sin embargo con respecto al reclutamiento, recientemente Arreguín-Sánchez *et al.* (1991) observaron efectos en las estimaciones de L_{inf} y K obtenidas con PROJMAT debidas a variaciones en el reclutamiento y a los cambios estacionales en el crecimiento de *Mesodesma mactroides*.

No se obtuvieron conclusiones concretas acerca de los efectos en las distribuciones simuladas de *E. morio*, causados por los cambios en el tamaño del intervalo y en la variabilidad de las longitudes y las consecuencias que ésto tiene sobre las estimaciones de L_{inf} y k derivadas de su análisis con PROJMAT, puesto que en ambos casos no hubo convergencia hacia alguna combinación óptima de estos parámetros.

Se ha podido constatar que una estimación correcta de los parámetros de crecimiento a partir del ADFL en peces se resume a la búsqueda de la solución de dos problemas principales: a) la búsqueda de un intervalo de tallas adecuado para agrupar las distribuciones de frecuencias que refleje fielmente las características de la especie en la distribución; y b) la elección de un procedimiento de análisis cuyas suposiciones y algoritmos sean compatibles con las características en el crecimiento y el ciclo de vida de la especie en estudio. Algunos procesos importantes dentro del ciclo de vida de los peces se reflejan en las DFL. A través de éstas es posible relacionar la temporalidad de eventos tales como reclutamiento y el desove con la longitud y la edad de esos organismos. Si bien estos eventos se reflejan en las distribuciones por frecuencias, en la mayoría de los casos son oscurecidos por el traslapamiento de las modas causado por la variabilidad misma de esos procesos y por el inadecuado agrupamiento de los datos. Estos problemas ocurren en *E. morio* ya que sus DFL se caracterizan por llevar implícita una gran variabilidad en los grupos de edad que está determinada principalmente por el prolongado período de desove y por la tasa de crecimiento baja que caracteriza a la especie. Esto a su vez se reflejó en un traslapamiento intenso de los grupos de edad y en consecuencia la unimodalidad de la distribución.

Debido a esto, es necesario volver a recalcar la importancia de buscar la compatibilidad de las características del ciclo de vida de la especie estudiada con el algoritmo del procedimiento utilizado para determinar su aplicabilidad, lo que finalmente se reflejará en una estimación más confiable de los parámetros de crecimiento.

LITERATURA CITADA

- Arreguín-Sánchez, F., M.A. Cabrera y G. Mexicano. 1987. Dinámica de la población del mero (*Epinephelus morio*) del Banco de Campeche, pags. 81-88. En M. Ramirez (ed.). *Memorias del Simposium sobre Investigación en Biología y Oceanografía Pesquera en México*.
- Arreguín-Sánchez, F., M. Contreras, M.A. Cabrera y R. Burgos. 1990. Dinámica y evaluación de la pesquería de mero (*Epinephelus morio*) de la plataforma continental de Yucatán. Inf. Téc. CINESTAV-Unidad Mérida, CRIP-Yucalpetén, INP. México.
- Arreguín-Sánchez, F., O. Defeo y J. Sánchez. 1991. Growth of the yellow clam (*Mesodesma mactroides*): a comparative analysis of the application of three length-based methods *Scientia marina*, España (m.s).
- Basson, M., A. Rosenberg, y J.R. Beddington. 1988. The accuracy and reliability of two new methods for estimating growth parameters from length-frequency data. *J. Cons. int. Explor. Mer*, **44**: 277-285.

- Brey, T., y D. Pauly. 1986. Electronic Length Frequency Analysis. *A Revised and Expanded User's Guide to ELEFAN 0, 1 and 2*. ICLARM. Contribution **261**.
- Cabrera, M. A. 1991. Efecto de cambios en la varianza y tamaño del intervalo en la estimación de los parámetros de crecimiento del mero *Epinephelus morio*. Tesis de Maestría. CINVESTAV-IPN Unidad Mérida. 97 p.
- Cabrera, M.A. y F. Arreguín-Sánchez. (en prensa) Determinación del tamaño de intervalo óptimo para análisis de distribuciones de frecuencias de longitudes de *Epinephelus morio*. *Gulf Carib. Fish. Inst.* **44**.
- Doi, T., D. Mendizabal y M. Contreras. 1981. Análisis preliminar de la población de mero, *Epinephelus morio* (Valenciennes) en el Banco de Campeche. *Ciencia Pesquera*. Inst. Nal. Pesca. Dpto. Pesca. México **1**: 1-16.
- Erzini, K. 1990. Sample size and grouping of data for length-frequency analysis. *Fish. Res.* **9**: 355-366.
- Fournier, D.A., y P.A. Breen. 1983. Estimation of abalone mortality rates with growth analysis. *Trans. Am. Fish. Soc.* **112**: 403-411.
- Fournier, D.A., J.R. Sibert, J. Majkowski y J. Hampton. 1989. MULTIFAN a likelihood-based method for estimating growth parameters and age composition from multiple length frequency data sets with application to southern bluefin tuna (*Thunnus maccoyii*). Otter Software. 26 p.
- Gulland, J.A. 1983. Fish stock assessment. A manual of basic methods. John Wiley and sons, New York.
- Guzmán, V.E. 1986. Contribución al conocimiento de la pesquería de mero (*Epinephelus morio*) en el litoral del estado de Yucatán. Tesis Profesional. ENEP Iztacala, UNAM, México.
- Jones, R. 1987. An investigation of length composition analysis using simulated length compositions, pags. 217-238. En D. Pauly y G.R. Morgan (eds.) *Length-based methods in fisheries research*. ICLARM Conference Proceedings **13**.
- Jones, J.C., M. Basson, y S. Holden. 1990. LFDA (Length Frequency Analysis Data). A prototype software package for the estimation of growth parameters from length frequency distributions. User's manual (Version 2.0.). Ren. Res. Ass. Group. Imperial College. London U.K. 50p.
- MacDonald, P.D.M. 1987. Analysis of length-frequency distributions. pags. 371-384. En R.C. Summerfelt y G. E. Hall.(eds.). *The age and growth of fish*. The Iowa State University Press. Ames, Iowa.
- Majkowski, J., y J. Hampton. 1983. The effect of parameter uncertainties in an age-length relationship upon estimating the age composition of

- catches. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* **40**: 272-280.
- Martin, I., y R.M. Cook. 1990. Combined analysis of length and age-at-length data. *J. Cons. int. Explor. Mer.* **46**: 178-186.
- Mexicano-Cíntora G. 1990. Análisis preliminar de algunos aspectos reproductivos del mero (*Epinephelus morio*) de las costas de Yucatán. Reporte de Especialización Académica. CINVESTAV-IPN. Unidad Mérida. 42 p.
- Muhlia, F.M. 1976. Aspectos biológico-pesqueros de *Epinephelus morio* (Val.); "Mero". Mem. Simp. Nal. Rec. Pesq. Mas. México. INP/SIC: 223-264.
- Pauly, D., y N. David. 1981. ELEFAN I, a BASIC program for the objective extraction of growth parameters from length-frequency data. *Sonderduck aus Bd.*, **28**: 205-211.
- Rodriguez, S.H. 1986. Determinación de la edad y crecimiento del mero (*Epinephelus morio* Valenciennes) del Banco de Campeche utilizando dos estructuras óseas diferentes (Otolito y Hueso Mesopterigoides). Tesis licenciatura. UANL. Monterrey, México.
- Rosenberg, A.A., J.R. Beddington, y M. Basson. 1986. The growth and longevity of krill during the first decade of pelagic whaling. *Nature*, **324**: 152-154.
- Rosenberg, A.A., y J. R. Beddington. 1987. Monte Carlo testing of two methods for estimating growth from length frequency data, with general conditions for their applicability. pags. 283-298. En D. Pauly y G.R. Morgan (eds.) *Length-based methods in fisheries research*. ICLARM Conference Proceedings 13.
- Sainsbury, K. 1982. Population dynamics and fishery management of the paua, *Halotis iris*. II. Dynamics and management as examined using a size class population model. *New Zealand Journal of Marine and Freshwater Research*. Vol. **16**: 163-173.
- Shepherd, J.G. 1987a. A weakly parametric method for estimating growth parameters from length composition data, pags. 113-119. En D. Pauly y G.R. Morgan (eds.) *Length-based methods in fisheries research*. ICLARM Conference Proceedings 13.
- Shepherd, J.G. 1987b. Towards a method for short-term forecasting of catch rates based on length compositions, pags. 167-176. En D. Pauly y G.R. Morgan (eds.) *Length-based methods in fisheries research*. ICLARM Conference Proceedings 13.
- Sparre, P. 1987. Computer programs for fish stock assessment. Length-based fish stock assessment (LFSA) for Apple II computers. *FAO Fish. Tech. Pap.*, (101) *Suppl. 2*: 218 p. Sparre, P. 1987.

Whetherall, J.A., J.J. Polovina, y S. Ralston. 1987. Estimating growth and mortality in steady-state stocks from length-frequency data. pags. 53-74. En D. Pauly y G.R. Morgan (eds.) *Length-based methods in fisheries research*. ICLARM Conference Proceedings 13.