Dificultades para la transferencia en el aprendizaje del concepto de integral

UNIVERSIDAD DE CARTAGENA
ESCUELA NAVAL DE CADETES
ALFONSO GÓMEZ MULETT

La enseñanza del concepto de integral para estudiantes que empiezan estudios universitarios obedece a varios enfoques metodológicos. Históricamente la introducción del concepto de integral como iniciación al estudio del cálculo puede hacerse independientemente del concepto de derivada, pero con apoyo de los conceptos de límite y funciones escalonadas (Apóstol, 1973); también se presenta dicho concepto como una continuación de la noción de área apoyándose hoy en día con visualizaciones a través del computador (Turégano, 1997), y en otros casos el concepto se construye a través de sumas de Riemann muchas veces de una manera no muy formal.

Al utilizar el concepto de área bajo una curva como punto de partida para introducir la integral definida surgen inmediatamente tres interrogantes:

1. ¿Cómo resolver una integral definida planteada como área bajo una curva?
2. ¿Cómo generalizar la integral definida para realizar otros cálculos como volumen, longitud de una curva, trabajo, etc?
3. ¿cómo lograr la transferencia del concepto de integral?

En el primer interrogante el concepto de integral definida se obtiene para una clase muy particular de funciones, aquellas que son continuas, positivas y permiten un cálculo mas o menos inmediato de la integral conociendo una antiderivada. Subyacen aquí dos problemas que son el concepto de antiderivada o primitiva y el hecho de que la función debe ser continua.

Para un estudiante con dificultades o ritmo de aprendizaje lento, es difícil aceptar que una suma de Riemann se transforme en una integral, convirtiéndose en una dualidad la expresión:

$$A = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Necesitamos entonces establecer una conexión cognitiva entre lo que cobija el símbolo de la integral y la parte derecha de la igualdad, a fin de que el alumno elimine la dualidad entre lo expresado por la integral y el cálculo de la misma. La mayoría siderando la integral definida como una función de su límite superior:

$$F(x) = \int_a^x f(t)dt$$

se demuestra que F es derivable y que además que $F'(x) = f(x)$; a partir de aquí se deduce el teorema fundamental del cálculo integral.

Resuelto en parte el primer interrogante, ya que quedan algunos aspectos por aclarar, nos enfrentamos al segundo interrogante.

Ahora, el punto de vista que se le impone al estudiante es que el área ya no es definida como un objeto geométrico si no como el resultado de un cálculo según un procedimiento dado (Turégano, 1991). ¿Porqué no pensamos en la dificultad que puede suponer para el estudiante el relacionar el área con el proceso de sumación que permite sumar infinitas cantidades infinitamente pequeñas?, y, ¿Realmente podemos atribuir un significado exacto al concepto de cantidad infinitamente pequeña? (Schneider-Gilot, 1988).

La integral como área tiene presente tres elementos: los rectángulos, los segmentos a los que se reducen y el área curvilínea a determinar (Turégano, 1995); en la abstracción del concepto de integral están presentes también tres elementos: la función a integrar, el intervalo de integración y el diferencial; a su vez, estos elementos están ligados a los conceptos de partición, sumas superior o inferior (o suma de Riemann según el enfoque) y límite. Solamente a partir de estos elementos y estos conceptos podemos abstraer el concepto de integral.

Para responder el último interrogante, recordemos que la transferencia de aprendizaje ocurre cuando el aprender en un contexto determinado o con un conjunto de recursos, impacta en el rendimiento de otro contexto o con otros materiales. . Si un alumno aprende métodos de integración, le resultará más fácil el cálculo de integrales definidas (Perkins-Salomón, 1992).

Si no se logra la transferencia, el aprendizaje es incompleto ya que este es el fin último del aprendizaje, es labor del profesor conducir el aprendizaje de los alumnos hacia la transferencia.

Son muchas las causas para que se dificulte la transferencia del concepto de integral, entre ellas está en primer lugar la no abstracción del concepto de integral y luego deficiencias en la aplicación de la transferencia cercana o en la falta u olvido de conceptos previos. Nuestro trabajo docente debe procurar que el alumno progresivamente avance de la transferencia cercana a la lejana hasta comprender el concepto reintegral, y no dedicar demasiado tiempo a la mecánica de encontrar antiderivadas ni quedarnos en problemas donde se busca la aplicación inmediata del concepto.

Referencias bibliográficas

APOSTOL, T. (1973). Calculus vol I. Reverté

PERKINS, D. y SOLOMON, G. Transfer of learning. International encyclopedia of education. Second edition. Pergamon pres.

PURCELL, Edwin y otros. (2001). *Cálculo*. Ed. Prentice Hall.

SCHNEIDER-GILOT, M. (1988). *Des objets mentaux "aire" el "volume" au calcul des primitives*. (Tesis doctoral). Université Catholique de Louvain.

TUREGANO, P. (1991). *Propuesta didáctica para la integral definida*. IV Jornada de enseñanza de las matemáticas. Castellón.

_________ (1995). *El currículo y las dificultades de aprendizaje del cálculo integral*. Ensayos, 10. Universidad de Castilla-La Mancha.

__________ (1997). *El aprendizaje del concepto de integral*. En: Suma, nº 20.

___________ (1998). *Del área a la integral. Un estudio en el contexto educativo*. En: Enseñanza de las ciencias 16 (2).

Formación de profesores en la transición aritmética al álgebra: el caso de la variable y los universos numéricos

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

FERNANDO GUERRERO R.

Objetivos:

1. Describir, analizar y reflexionar didácticamente en torno a una experiencia de aula en torno a la construcción del objeto matemático número racional en estudiantes para profesor.
2. Analizar teóricamente los resultados de la experiencia desde el marco de la Transición Aritmética al álgebra.

Referentes teóricos

La construcción del significado de la noción de variable esta vinculado a los obstáculos cognitivos, epistemológicos y didácticos en marcados en el periodo de escolarización comprendido entre el grado cero y el de inicio al álgebra escolar de los niños de las instituciones publicas y privadas del Distrito Capital.

Siguiendo a Pretexto (1996) los problemas didácticos vinculados con la noción de variable tienen relación con distintos ámbitos (interpretación de la letra, sistemas posicionales de numeración, marco aritmético de referencia, universos numéricos, entre otros), así como el análisis de las labores escolares y de los errores y procedimientos que efectúan los niños.

En el presente contexto se indaga en la experiencia como se manifiesta esta problemática en la formación inicial de profesores de matemáticas, en particular la construcción del significado del número racional a partir de la idea de fracción en estudiantes de tercer semestre de la Licenciatura en educación básica con énfasis en Matemáticas, así mismo se analiza el papel de los sistemas semióticos de representación al introducir tal idea en la reflexión didáctica.

Resultados esperados

A nivel del conocimiento profesional del profesor de matemáticas se espera que los participantes reflexionen sobre las implicaciones didáctico cognitivas en la construcción del significado de número racional y sus posibilidades de trabajo en el aula.

A nivel de la investigación en el aula, la incorporación en la reflexión didáctica del uso de instrumentos y la generación de nuevos aprendizajes en torno a la relación entre los universos numéricos y la idea de variable a partir de la fracción como mecanismo constructivo.

Participantes: Estudiantes para profesor, profesores en ejercicio de la Educación básica y media, formadores de profesores

Referencias bibliográficas

LURDUY, Orlando y ROMERO, Jaime (1999). *Estructuras multiplicativas y formación de profesores*. En: GRUPO MESCUD (1999). Enseñanza de la Aritmética y formación de profesores. Bogotá: ASOCOLME-Gaia.

LLINARES, Salvador y SÁNCHEZ, María. (1986). *Fracciones: la relación parte-todo*. Madrid: Síntesis.

ROJAS, Pedro y otros (1999). *Las fracciones y los niños*. En: GRUPO MESCUD (1999). Enseñanza de la Aritmética y formación de profesores. Bogotá: Universidad Distrital. Ed. Gaia.

________ (1996). *Transición aritmética al álgebra*. Bogotá: Universidad Distrital Ed. Gaia.