

## Concepciones de la probabilidad en dos contextos académicos

*Christian Camilo López Mora\**

*William Jiménez Gómez\*\**

### RESUMEN

En el programa de licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, se realiza una práctica educativa denominada: "práctica en aula", en la cual los profesores en formación realizan propuestas para la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos. En este trabajo se presenta de manera general el desarrollo de una propuesta de enseñanza

y aprendizaje de las concepciones de la Probabilidad en grado undécimo del Instituto Pedagógico Nacional en la ciudad de Bogotá. Esta propuesta generó incentivo para ahondar en el estudio de las concepciones de la probabilidad de estudiantes de secundaria con el fin de iniciar la validación de actividades para este tema como aporte a un currículo específico.

---

\* Estudiante Licenciatura en Matemáticas. Universidad Pedagógica Nacional. Dirección electrónica: [Camilopez777@gmail.com](mailto:Camilopez777@gmail.com)

\*\* Docente Instituto Pedagógico Nacional. Universidad Pedagógica Nacional. Dirección electrónica: [williamajg@gmail.com](mailto:williamajg@gmail.com)

## CONTEXTUALIZACIÓN

En el 2011-II, el estudiante Camilo López cursa el espacio académico; “*Práctica en aula*” en el Instituto Pedagógico Nacional con el profesor tutor William Jiménez, práctica que se implementa en la materia de Probabilidad en dos cursos: énfasis en Ciencias Sociales (1101) y énfasis en Matemáticas (1102); en el primer curso (1101) se evidencia en el desarrollo de las clases realizadas una preferencia de los educandos a problemas en contextos vivenciales o cercanos a ellos, mientras que en el curso (1102) prima la participación de estudiantes que generan un ambiente para la justificación de conjeturas, la propuesta de diferentes estrategias de solución a un problema; el interés de los educandos se encuentra en la solución de problemas en diferentes contextos, pero con una preferencia en el uso del lenguaje simbólico matemático. Es de aclarar que en este Colegio, existen a partir de grado décimo, cuatro énfasis: énfasis en sociales, matemáticas, artes o biología, en los cuales los estudiantes optan de manera voluntaria y relativa a su desempeño académico formar parte de estos grupos.

Una actividad propuesta, al inicio del curso, para el contenido temático: “*concepciones de la probabilidad*” implementada en los dos cursos, permitió indagar y construir algunas hipótesis en la preferencia de las concepciones de asignación de la probabilidad: subjetiva, frecuentista y clásica, relativa al contexto, hipótesis que a la luz de un marco teórico competente permiten ser contrastadas, clarificadas con un motivo de permitir el inicio a un proceso de indagación en trabajos posteriores.

## MARCO TEÓRICO-PRÁCTICO BÁSICO

Para el desarrollo de esta propuesta, se consolidó un marco teórico compuesto por un marco didáctico y un marco matemático, en donde se estableció la metodología de enseñanza como un proceso activo y dinámico, la importancia del aprendizaje y la evaluación como procesos igualmente inherentes para la educación Matemática con sentido, objetivo y formalidad en un ámbito escolar. Se proponen situaciones que involucren al educando para que reconozca la importancia de relacionar conocimientos nuevos con otros de anclaje para acoplarlos y generar un aprendizaje significativo, (Rodríguez, 2004).

En la propuesta de enseñanza, se proyectó la interacción activa por parte del alumno en donde plantee conjeturas, discuta sus ideas tanto con el profesor como con otros compañeros, para validarlas, refutarlas o reformularlas, sin olvidar la reflexión que se debe tener para evaluar y contrastar

resultados obtenidos (verificación), con base en un ambiente de la resolución de problemas; lo anterior desde el punto de vista del marco didáctico. En el marco matemático para la propuesta de “*concepciones de la probabilidad*”, se tuvieron en cuenta las siguientes definiciones, tomadas de (Fernández, en prensa), y (Chávez, 1995).

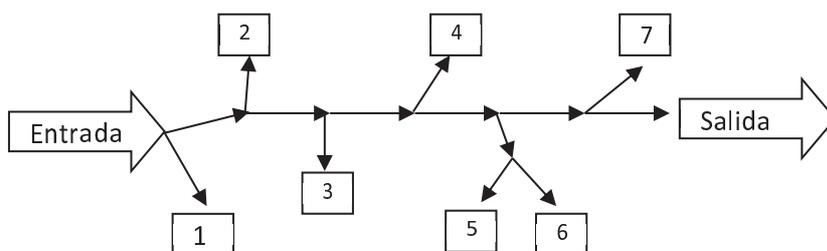
<i>Concepciones de la probabilidad</i>	
<i>Clásica</i>	<i>Frecuencial</i>
<p>“La visión clásica de la probabilidad posibilita el cálculo de las probabilidades antes de que cualquier prueba sea realizada. Bajo esta concepción la probabilidad se define como el cociente entre los resultados favorables y todos los resultados posibles que se puedan determinar en un espacio muestral, en el que se asume la equiprobabilidad de los resultados. <math>P = \frac{\text{Resultados favorables}}{\text{Resultados posibles}}</math>” (Fernández, En prensa, Cap.3)</p> <p>“Si A es un suceso que acontece si se verifica cualquiera de h sucesos <math>A_1, \dots, A_h</math> y que no acontece si se verifica cualquiera de los sucesos <math>A_{h+1}, \dots, A_n</math>, entonces:</p> $p(A) = \frac{h}{n} = \frac{\text{Número de casos favorables del suceso A}}{\text{Número de casos probables}}”$ (Chávez, 1995, p.202)	<p>“Utiliza la frecuencia relativa de un evento, en la repetición de una serie de pruebas, para determinar la probabilidad de un evento. Los seguidores de esta concepción utilizan una aproximación experimental a posteriori para estimar las probabilidades luego de que muchas pruebas hayan sido realizadas. Bajo esta mirada, se debe realizar un número suficiente de pruebas para observar todos los posibles resultados y para obtener suficientes datos para establecer patrones en los resultados, esperando que las frecuencias relativas reflejen las probabilidades teóricas, si es que se pueden asignar desde la concepción clásica” (Fernández, En prensa, Cap.3)</p> <p>“Si A es un suceso de un cierto experimento aleatorio, al repetir el experimento n veces y hacer que <math>n \rightarrow \infty</math>, la frecuencia relativa f de A tiende a un límite”. (Chávez, 1995, p.202)</p>
<i>Subjetiva</i>	
<p>“Esta concepción de la asignación de probabilidades incluye la evaluación de probabilidades basada en creencias personales, que usualmente se sustentan en patrones implícitos de preferencias entre decisiones e intuiciones primarias, basadas en un conocimiento ingenuo o en experiencias previas. Para un subjetivista, las probabilidades proporcionan un grado de confianza en eventos inciertos. Aunque los subjetivistas también consideran la simetría desde una concepción clásica y la frecuencia desde una concepción frecuencial, ellos usualmente revisan sus probabilidades basados en un modelo de “experiencia del aprendizaje” (Fernández, En prensa, Cap.3)</p>	

## DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA EXPERIENCIA EDUCATIVA

Para el desarrollo de la propuesta titulada: “*Concepciones de la probabilidad*”, se propusieron varios problemas, sin embargo miremos el siguiente:

- Laura es una estudiante del Instituto Pedagógico Nacional que decide ir almorzar al centro comercial Unicentro. En total existen 7 restaurantes
- 1280

a los cuales ella puede ingresar y cada uno está ubicado como lo muestra el siguiente gráfico:



Laura se encuentra en la entrada; si ella decide avanzar ya no puede regresar (siguiendo siempre el orden de las flechas). Considerando que ella ha comido 2 veces en el restaurante 1, una vez en el restaurante 5, y tres veces en el restaurante 3, ¿a cuál restaurante entraría Laura? ¿Por qué? ¿Qué aspectos se podrían tener en cuenta para que Laura decida ir al restaurante número 3 y no al restaurante número 7?

## RESULTADOS

*En el curso (1101):* Se planteó la hipótesis de que los estudiantes se posicionarían en una única concepción de la probabilidad (clásica, frecuentista o subjetiva), pero las respuestas observadas y propuestas en clase muestran la relación de dos o más concepciones para darle una mayor justificación a la respuesta propuesta. La mayoría de alumnos buscan en sus conocimientos de anclaje, herramientas que les sean útiles para proponer y construir estrategias de solución dentro de un marco matemático en otras ramas, por ejemplo: la búsqueda constante de una sucesión, (entablar relaciones entre las frecuencias o los números impares), son procesos mentales realizados por los educandos para construir, interpretar, comprender, organizar y aplicar tanto la información que existe en el medio que los rodea como aquellos conocimientos de ya construidos en su estructura cognitiva, (Cruz , 2006).

*En el curso (1102):* Se inicia la socialización con la respuesta de un grupo que puede ser clasificada en una concepción subjetiva, ya que se habla de la importancia del gusto de Laura para elegir un restaurante en donde almorzar; sin embargo, el curso no acepta dicha respuesta, ya que se evidencia la necesidad de referirse a un gusto por un restaurante pero basándose en las frecuencias o en los datos propuestos en el problema, se concluye que se habla del gusto de Laura dependiente de las frecuencias dadas, y por lo tanto

se referencia una asignación de probabilidad en un inicio de la concepción subjetiva, pero el fortalecimiento y la relación con la concepción frecuentista. Un grupo da la siguiente respuesta que permite ubicarse fijamente en la concepción frecuentista para la solución del problema. **Respuesta del grupo:** “Viéndolo desde la estadística se hablaría de la frecuencia relativa”; se presenta luego la relación de una concepción frecuentista con una concepción clásica, para esto se observa la figura 1:

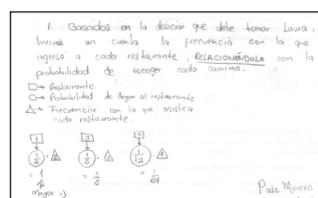


Figura 1

Por último los grupos empiezan a referenciar asignación de probabilidad desde una concepción clásica, en la figura 2:

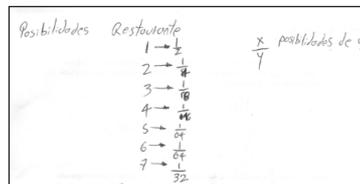


Figura 2

## REFLEXIÓN FINAL

Después del desarrollo de la propuesta, se evidenció que en el curso (1101), se priorizaron las respuestas guiadas a la concepción subjetiva y frecuentista de la probabilidad, mientras que en el curso de (1102), se priorizaron las respuestas guiadas a la concepción frecuentista y clásica de la probabilidad. Por esta razón, pensamos que el contexto académico en el que se encuentran los estudiantes puede ser un factor de importancia en las preferencias de las concepciones de la probabilidad.

Por medio de esta propuesta se reveló la importancia del trabajo de las concepciones de la probabilidad para el desarrollo competente de un curso de probabilidad con estudiantes de secundaria, partiendo de los distintos significados que poseen los estudiantes en torno a la noción de probabilidad en un problema de incertidumbre; en este mismo sentido, se reveló un in-

centivo al diseño de actividades encaminadas a identificar y caracterizar las concepciones de la probabilidad en un suceso aleatorio.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Chávez, H. (1995). "Cálculo", Capítulo 5: "Probabilidad". Santillana. Bogotá. Colombia.
- Cruz, M. (2006). "La enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas". Tomo 1. La Habana. Cuba. Documento recuperado el 25 de octubre del 2011 de [http://www.matematicaparatodos.com/variros/resolucion\\_de\\_problemas.pdf](http://www.matematicaparatodos.com/variros/resolucion_de_problemas.pdf)
- Fernández, F. (en prensa). "Curso de probabilidad". Capítulo 3. En prensa. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá. Colombia. Documento entregado por el profesor Felipe Fernández curso de probabilidad en septiembre del 2010. UPN. Bogotá. Colombia.
- Instituto Pedagógico Nacional, (2011). "Plan de área de Matemáticas" .Instituto Pedagógico Nacional. Bogotá. Colombia. Documento de trabajo entregado por el profesor tutor William Jiménez en Agosto del 2011. IPN. Bogotá. Colombia
- Rodríguez, M. (2004). "La teoría del aprendizaje significativo". Pamplona. España. Documento recuperado el día 12 de mayo del 2009 de <http://cmc.ihmc.us/papers/cmc2004-290.pdf>