

# **FACULTAD DE HUMANIDADES**

## **LICENCIATURA EN FILOSOFÍA**

### **TESIS**

# **Conocimiento y realidad en los textos lógicos de Bertrand Russell**

Que para obtener el título de:  
**Licenciado en Filosofía**

Presenta:  
**Román Cárdenas Gil**

Asesor de Tesis:  
**Dr. Davide Eugenio Daturi**

**Toluca, México, 2018.**

## Índice

INTRODUCCIÓN .....	1
CAPÍTULO 1	
CONTEXTO INTELECTUAL DE LOS TEXTOS LÓGICOS DE B. RUSSELL.....	5
1.1 Contexto intelectual: idealismo inglés .....	6
1.2 contexto intelectual: Lógica y matemáticas .....	12
1.3 Contexto intelectual: Moore, Whitehead y Wittgenstein .....	17
CAPÍTULO 2	
REALIDAD Y CONOCIMIENTO EN <i>THE PRINCIPLES OF MATHEMATICS</i> .....	26
2.1 El logicismo de Russell en <i>The principles of mathematics</i> .....	27
2.2 Noción de realidad en <i>The principles of mathematics</i> .....	30
2.3 Noción de conocimiento en <i>The principles of mathematics</i> .....	35
CAPÍTULO 3	
ANÁLISIS LÓGICO Y TESIS FILOSÓFICAS DE RUSSELL .....	41
3.1 La paradoja Russell dentro de la filosofía russelliana .....	42
3.2 Teoría de los tipos lógicos.....	45
3.3 Teoría de las descripciones.....	53
CAPÍTULO 4	
REALIDAD Y CONOCIMIENTO EN <i>LA FILOSOFÍA DEL ATOMISMO LÓGICO</i> .....	63
4.1 Noción de realidad en <i>La filosofía del atomismo lógico</i> .....	64
4.2 Noción de conocimiento en <i>La filosofía del atomismo lógico</i> .....	73
CONCLUSIONES .....	80
BIBLIOGRAFÍA .....	84

## INTRODUCCIÓN

La obra de Bertrand Russell es extensa, tanto por la enorme cantidad de textos que escribió (más de 60 libros publicados), así como por el gran número de temas que trató; aquellos tópicos políticos, éticos, sociales y hasta religiosos le convirtieron en una figura bastante popular durante el siglo XX, especialmente en el ámbito político.

Como es sabido entre las contribuciones de este filósofo, se encuentra también su actividad de lógico, donde sus ideas fueron el pilar de futuras corrientes de pensamiento como el positivismo lógico.

No obstante, en la actualidad, Russell es un autor abandonado a pesar de sus aportes a la filosofía analítica contemporánea. Nuestra facultad de filosofía solo cuenta con una tesis sobre este autor, mientras aquellas sobre sus contemporáneos abundan. Es cierto que este abandono puede generalizarse a los estudios sobre lógica o filosofía analítica, pero incluso, algunos autores que parten del pensamiento de Russell como Wittgenstein, cuentan con más popularidad.

Se comprende que el estudio de un autor no debe quedar supeditado únicamente a la popularidad que tuvo, sino a la importancia y genialidad de sus ideas. Por ello, creo justamente que Bertrand Russell debe ser recuperado tanto en la enseñanza como en la investigación de su obra. Pues, reitero, la popularidad que Russell adquirió en su tiempo, tanto en el ámbito social como intelectual, no fue a causa de un mero accidente, sino que sus ideas estaban cargadas de una gran dosis de crítica y autocrítica, ideas dignas de ser estudiadas por cualquiera que se interese por la filosofía.

Así, el presente trabajo es resultado de una de las profundas críticas que Russell realizó a su propio trabajo. La carrera de Russell inició con el logicismo,

postura que trataba de deducir las matemáticas de la lógica. Ciertamente que este primer escalón estuvo lleno de polémica, pues para completar el logicismo hacía falta la teoría de conjuntos de Cantor la cual despertaba numerosas sospechas dentro de la comunidad matemática. Matemáticos y lógicos creían que el logicismo no podía continuarse por medio de la teoría de Cantor, pues sencillamente la teoría de los conjuntos no era vista como una teoría lógica o matemática sino como un tipo de descripción que era verdadera no por ser necesaria, sino por una casualidad de nuestro sistema matemático.

Intrínsecamente a ello, el logicismo tuvo que estar fundamentado por una filosofía que le diera un estatus ontológico y epistemológico a la propia lógica, es decir, el logicismo estaba subordinado a una filosofía en particular. Desde la Grecia antigua ya se podía apreciar que la filosofía y las matemáticas tenían una evidente relación, pasando por los Pitagóricos, Platón hasta Descartes y Leibniz; en continuación con dicho camino, entre el final del siglo XIX y el inicio del XX Russell plantea una filosofía totalmente dirigida al sustento de las matemáticas.

No obstante, ya durante la publicación de *The principles of mathematics* en 1903, Russell descubre una contradicción insalvable dentro de la teoría de Conjuntos, la cual limitaba la definición de número y, por lo tanto, invalidaba todo el proceso lógico posterior. En vista de tal problema, Russell se ve obligado a modificar parte del aparato lógico y, con ello, también la filosofía que sustenta su proyecto.

De este modo, la hipótesis que se sostiene en esta investigación es que los conceptos de realidad y conocimiento son una clave de lectura fundamental para entender la obra lógica de Russell. En este sentido, en nuestro trabajo se quiere sostener que dichos conceptos fueron modificándose en el curso de los años por la introducción en la obra de Russell del análisis lógico que comprendió la teoría de las descripciones definidas y la teoría de los tipos lógicos. Por ello, a lo largo de las siguientes páginas nos daremos a la tarea de explicar los conceptos de realidad y conocimiento en la etapa logicista de Russell en *The principles of mathematics* y, por otro lado, en la etapa atomista de *La filosofía del atomismo lógico*. También se

hará necesario introducirnos al análisis lógico y las implicaciones filosóficas que tuvo sobre los conceptos que ocupan a esta investigación.

El primer capítulo estará dedicado a hacer una contextualización general de Bertrand Russell, abarcará desde sus inicios en el idealismo neohegeliano, pasando por los matemáticos y lógicos que fueron la base técnica de sus trabajos logicistas hasta la capital importancia de Wittgenstein, que modeló la cúspide de la lógica russelliana: el atomismo lógico.

El segundo capítulo estará dedicado a explorar los conceptos de realidad y conocimiento en la primera obra logicista de Russell: *The principles of mathematics*; ésta, aunque es una obra enfocada a las matemáticas y la lógica, está basada en una concepción filosófica que podría denominarse “realismo extremo”, posición que el filósofo inglés adoptó de su amigo G. E. Moore. Por ello, se hará un breve resumen del logicismo aclarando los conceptos fundamentales de éste con el objetivo de separar la parte lógica de la parte filosófica.

El tercer capítulo introducirá la “paradoja Russell” con el objetivo de mostrar cómo la contradicción que conlleva, modificó el logicismo russelliano basado en la teoría de los conjuntos y una vez que éste fue trastocado, la filosofía que sustentaba las matemáticas también se vio modificada. De este modo, se presentarán las modificaciones a dicha lógica por medio de la teoría de los tipos lógicos y de las descripciones. Por una parte, se pretende mostrar la relación lógica entre la paradoja y las dos teorías lógicas y, por otro lado, trataremos extraer las consecuencias filosóficas de éstas, en torno a la ontología y epistemología.

Así, el cuarto capítulo tratará de investigar cómo los importantes descubrimientos en el área de la lógica modificaron los conceptos de realidad y conocimiento que quedaron plasmados en *La filosofía del atomismo lógico*. Para dicho objetivo, Russell supone que la realidad guarda una estructura lógica que puede copiarse en un lenguaje lógico, el cual está reflejado en los *Principia mathematica*. De este modo, el lenguaje no solo es una herramienta de comunicación, sino un medio para descubrir el mundo. Cabe resaltar que Russell

se apoya de las conversaciones que tuvo con su discípulo Wittgenstein para crear el atomismo lógico.

Usualmente, pueden clasificarse los estudios sobre Russell en dos principales grupos: por un lado, está aquel que trata su producción lógica y, por otro lado, aquel dedicado a su obra filosófica. Aunque es cierto que estos grupos no pueden ser totalmente excluyentes, sí es cierto que los estudios están enfocados a uno u otro grupo. Ello crea la ilusión de que durante el día había un Russell lógico-matemático y que por las noches se transformaba en su alter ego filósofo, con lo cual solo da una visión parcial de uno de los autores más geniales y prolíficos de la primera mitad del siglo XX y que, desde mi punto de vista, ha estado olvidado en estudios contemporáneos. Así, en una visión panorámica, el presente trabajo trata de unificar estos dos grupos e intenta hacer ver que, aunque sean disciplinas distintas, la lógica russelliana es parte imprescindible de su filosofía.

A pesar de que Russell modifica muchas de sus opiniones a lo largo de su trabajo, casi siempre es fiel a la tradición empirista inglesa. A lo largo de este trabajo, se puede notar que de fondo hay un tinte empirista que nuestro autor no abandona: para Russell, la realidad es independiente de la mente humana, por lo que ésta solo se encarga de percibirla mediante ciertas herramientas lógicas. En fin, el presente trabajo puede ser pensado también como una introducción debidamente argumentada de los estudios de Bertrand Russell durante el periodo de 1903 hasta 1918.

# CAPÍTULO 1

## CONTEXTO INTELECTUAL DE LOS TEXTOS LÓGICOS DE B. RUSSELL

En 1890, Bertrand Russell inició sus estudios formales en matemáticas en el Trinity Collage de Cambridge y al concluir, debió decidir si dedicar su vida a la política – como la había hecho su abuelo, quien fue primer ministro en dos ocasiones, sus padres y su hermano Frank– o dedicarse a la filosofía. Afortunadamente, eligió la segunda opción. Russell indicó que sus principales motivaciones para consagrarse a la filosofía fueron la búsqueda de una verdad indubitable y un sustituto a los impulsos religiosos que había perdido durante su niñez. Por un tiempo, la filosofía hegeliana cumplió dicho cometido, pero a medida que Russell se adentraba en el idealismo, le fue perdiendo confianza a tal doctrina; a razón de su lectura de Hegel, el autor británico indicó “[...] y hallé, en el mismo Hegel, un fárrago de confusiones que me parecieron un poco mejor que retruécanos. Por lo tanto, abandoné su filosofía”.<sup>1</sup> Así, nuevamente reiteró su búsqueda de la verdad desde la trinchera de las matemáticas, pero ya desde una perspectiva que iba en contra de los postulados del idealismo. En esta nueva travesía, Russell encontró soporte en los matemáticos alemanes y en una nueva generación de filósofos en Cambridge.

Así, en este capítulo se mostrará cuáles han sido los temas e ideas que influyeron en el pensamiento lógico de Bertrand Russell, por lo que se introducirán algunos aspectos del idealismo inglés, remarcando los aportes de Bradley y McTaggart; los lógicos de finales del siglo XIX con especial cuidado en Peano y

---

<sup>1</sup> RUSSELL, Bertrand (1976), *Retratos de memoria y otros ensayos*, Madrid: Alianza editorial, pág. 13.

Cantor, y, al finalizar, se mostrará a la nueva generación de filósofos de Cambridge donde se encuentra Wittgenstein quien influyó notablemente en movimientos analíticos posteriores.

### **1.1 Contexto intelectual: idealismo inglés**

Filósofo, escritor, lógico, matemático y activista inglés, Bertrand Arthur William Russell fue uno de los pensadores más importantes del siglo XX, vivió 97 años (1872-1970) y tuvo una extensa producción intelectual que le llevó a ganar el premio nobel de literatura en 1950. Tuvo origen en una familia aristocrática que le hizo tercer conde de Russell y vizconde de Amberley. Su infancia estuvo marcada por la rígida educación que recibió de su abuela lady Russell en Pembroke Lodge tras la muerte de sus padres. Debido a que no acudió a la escuela, fue educado en casa por diversos tutores, principalmente alemanes y franceses, a causa de ello, dominó a temprana edad esos dos idiomas. Se casó cuatro veces y tuvo tres hijos. Fue testigo de las dos guerras mundiales y parte de la guerra fría. Fue encarcelado en dos ocasiones, la primera por protestar contra la entrada de Inglaterra a la primera guerra mundial y la segunda ocasión, a sus 90 años de edad, debido a su fuerte activismo político en afán de evitar una guerra nuclear.

Russell nace durante el extenso reinado de la reina Victoria de 1837 a 1901. Este periodo se caracterizó por un rápido crecimiento de las ciudades impulsado por las invenciones de la primera revolución industrial. Los burgueses se hicieron cada vez más ricos y los pobres emigraron a las ciudades donde sus condiciones se volvieron aún más precarias. Sin embargo, a mediados del siglo XIX, se implantaron reformas educativas, laborales y sanitarias que permiten la aparición de la clase media y, a la larga, prepararon el terreno para la segunda revolución industrial.



Ideas como el marxismo y el materialismo no eran bien acogidas por la clase aristocrática del país y, en 1859, Charles Darwin (1809-1882) publicó *El origen de las especies* alcanzando una notable influencia, para cultivar el ateísmo fuera de los círculos intelectuales. El movimiento filosófico de Inglaterra tratará de reaccionar contra esas ideas adoptando como base el idealismo alemán.

El ambiente moral de la época victoriana era básicamente puritano en las clases altas. Se guardaba especial respeto a los valores familiares y religiosos, se repudiaba cualquier tipo de placer, sobre todo el sexual. Ese fue el entorno en que se desarrolló la infancia de Russell y su hermano Frank tras la muerte de sus padres. El filósofo inglés lo relata del siguiente modo: “*La atmósfera de la casa era de la piedad y la austeridad puritanas. Había plegarias familiares a las ocho en punto, todas las mañanas. [...] Solo se apreciaba la virtud; la virtud a costa del intelecto, de la salud, de la felicidad, de cualquier bien mundanal*”.<sup>2</sup> Russell logró liberarse de esta moral insana cuando, a la edad de 18 años, acude a la Universidad de Cambridge.

Los primeros años en la Universidad de Cambridge, Russell estudió matemáticas. No obstante, a medida que se introducía en el estudio de esta ciencia, iba creyendo que la matemática consistía en una serie de trampas astutas e ingeniosos sistemas sin fundamentación alguna.<sup>3</sup> Inmerso en el deseo de encontrar demostraciones cada vez más veraces, aceptó con buen gusto las medidas de la filosofía de Kant, a las que más tarde consideró insostenibles.

De esta manera, el joven Russell decidió olvidar las matemáticas provisionalmente y dedicarse al estudio de la filosofía. Fue alentado por dos razones, la primera aquella que lo incitaba a encontrar una fuente de certeza absoluta; la segunda sería hallar en la razón un sustituto a sus impulsos religiosos. A finales de siglo XIX casi todas las universidades de Inglaterra estaban dominadas por el idealismo, principalmente en un sentido hegeliano. “*En la década de 1890, la filosofía estaba en Cambridge dominada todavía por los idealistas absolutos que*

---

<sup>2</sup> RUSSELL, Bertrand (1976), *Retratos de memoria y otros ensayos*, Madrid: alianza editorial, pág. 6

<sup>3</sup> Véase RUSSELL Bertrand (2001), *Misticismo y lógica*, España: editorial Hasa, pág. 92

*aceptaban la idea de Hegel de que la realidad última reside en la mente, o en el espíritu, más que en la materia [...]»<sup>4</sup>* Por lo que Russell, en un principio, acepta dicha filosofía y prueba de ello es su libro *La socialdemocracia alemana* publicado en 1896.

El idealismo británico fue asimilado principalmente en las universidades de Inglaterra y Escocia. Se consideró, en términos generales, un derivado de la filosofía de Hegel, pues adoptó terminología propia de este escritor, doctrinas como la teoría del absoluto y lógica de relaciones internas. Por otra parte, este movimiento se caracterizó por un interés religioso, en el que el hegelianismo sirvió para sostener, en cierta medida, una postura teísta frente al materialismo y el agnosticismo derivado de la tradición empirista que había caracterizado a Inglaterra. Así, esta corriente británica se profesaba en contra de los postulados del empirismo de Locke y Hume y del utilitarismo de J. S. Mill; además, rechazaba en menor medida y con ciertas excepciones, el materialismo alemán, el evolucionismo de Herbert Spencer y el ateísmo en general.

El primer pensador inglés que introduce el idealismo como una corriente filosófica propiamente dicha, fue el filósofo T. H. Green (1836-1882) de la universidad de Oxford, pues, hasta él, el idealismo solo se había desarrollado en ámbitos religiosos y literarios. Según Green, el empirismo había llegado a su cúspide y muerte con Hume. Posterior a ello, la filosofía pasa al ámbito alemán con dos autores que lograron incorporar satisfactoriamente los problemas dejados atrás por el empirismo: Kant y Hegel.

Kant fue, para Green, el sustituto intelectual de la filosofía empirista. No obstante, aunque Kant logró reconciliar las problemáticas de dicha corriente con su innovadora teoría, la verdadera filosofía que logra sintetizar las ideas y pensamiento contemporáneo fue el hegelianismo. De esta manera, el criticismo es un antecedente a la filosofía absoluta de Hegel.

---

<sup>4</sup> CLARK Ronald (1985), *Russell*, Barcelona, Salvat, pág. 37

Green cree que puede darse la razón, en parte, a los materialistas de que la naturaleza es reducible a cuerpos físicos con extensión y una variedad de movimiento en el espacio; sin embargo, eso no explicaría la cuestión de cómo es posible el entendimiento de ésta. Pues, aunque el entendimiento sea parte de la naturaleza, no puede reducirse a los mismos factores que sintetiza. De esta manera, la naturaleza es formada por la actividad del entendimiento para hallar las relaciones internas. No obstante, el humano, como conciencia finita, no es suficiente para generar la naturaleza infinita. De este modo, es Dios quien genera en su mismo entendimiento la naturaleza y el humano participa de este conocimiento.

Respecto a su teoría moral y política, el Estado representa un ambiente donde el individuo pueda desarrollar sus potencialidades y permitir la autorrealización, y esta última es la finalidad de la vida humana. La autorrealización solo es posible mediante la libertad que se encuentra sujeta a la conciencia de sí mismo. Para Green, todos los actos que se hagan mientras estamos conscientes de ellos, son actos libres, dejando los actos impulsivos a la esfera natural que pertenecen al determinismo. Dicha autorrealización solo puede llevarse a cabo dentro del Estado, porque el humano es esencialmente social.

El Estado es el instrumento que debe promover los elementos necesarios para la libertad de acuerdo al bien y las condiciones humanas. Para tal objetivo existe la legislación estatal y las leyes morales. No obstante, aunque Green hable de libertad personal se mantiene en contra del dogma del *laissez faire*. El Estado puede imponer ciertas restricciones a los deseos de particulares, pero estas restricciones no limitan la libertad, sino que quitan obstáculos para que otros puedan ejercer su libertad y tener vidas meramente humanas.

Por otro lado, la filosofía de Francis H. Bradley de la universidad de Oxford, desarrolló la idea del absoluto, donde cualquier tipo de contradicción que existiese en la relación sujeto-objeto queda superada y relegada a la esfera de la apariencia. También el pensamiento de este idealista inglés tiene la influencia de los escritos de los alemanes J. F. Herbart (1776-1841) y especialmente de G. W. F. Hegel (1770-1831).

Para Bradley, el verdadero conocimiento de la realidad se encuentra en la comprensión de lo Absoluto, de lo Uno. Fuera de esta esfera, cualquier otro conocimiento solo nos presentaría una idea limitada de la realidad y es aquí, en el conocimiento fragmentado, donde se encuentran las antinomias del pensamiento. Por supuesto, alcanzar el total conocimiento de lo absoluto representa una tarea imposible para el entendimiento humano, no obstante, la metafísica significa un noble intento de llegar a dicho conocimiento. Por lo tanto, la metafísica, en su camino para comprender lo absoluto, nos presenta la manera en que el entendimiento puede satisfacerse plenamente eliminando las antinomias y contradicciones de la esfera de las apariencias.

Desde aquí cabe la pregunta ¿Qué es lo Absoluto para que pueda superar dichas apariencias?, de forma clara, Bradley respondió que lo Absoluto es Espíritu y con ello la realidad es también espiritual. En este sentido debe entenderse al Espíritu como la unidad de la multiplicidad, donde el externalismo que surge del dualismo sujeto-objeto queda superado. De igual modo, solo las relaciones internas quedan aceptadas en dicha teoría, pues aceptar las relaciones externas supone que puede haber entes independientes a lo Absoluto y cuyas relaciones sean accidentales. En última instancia, lo Absoluto coincide con todas sus formas de aparecer. Además, lo Absoluto es supra-personal, por lo que no puede ser identificado con el “yo” ni tampoco con Dios y Bradley entiende el concepto de Dios como un ser personal. Esta premisa influye sin duda en la idea que tiene Bradley respecto de la religión. La religión pertenece a la esfera de lo aparente, ésta es un intento, al igual que la metafísica, de comprender la totalidad. Si Dios es identificado con lo Absoluto, no puede ser el Dios del cristianismo. Así, para Bradley, la religión absoluta no está identificada con el cristianismo, idea contraria a lo que pensó Hegel.

En el campo de la lógica, Bradley tuvo el interés de separar esta disciplina de la psicología, hecho que le sumó méritos a ojos de los lógicos modernos. La lógica, según Bradley, había estado mezclada con la psicología por los autores empiristas desde Locke hasta J. S. Mill. Investigaciones sobre el origen de las ideas o las

asociaciones mentales pertenecían al campo de la psicología y el lógico no debía interesarse en dichas cuestiones a menos que hubiera querido dar respuestas lógicas a cuestiones psicológicas.

La lógica, entonces, solo debía interesarse por elementos simbólicos. En este sentido, cada término era para Bradley un símbolo y adquiría un significado en una proposición que podía ser verdadera o falsa. Por otra parte, la lógica de Bradley se encontraba insertada en su planteamiento metafísico y, por lo tanto, en su teoría, un juicio era referencia de una realidad ideal. Prueba de ello eran para él los juicios universales, en donde un racimo de cualidades se atribuía a toda una especie, lo cual únicamente se podía afirmar de manera hipotética. Por ejemplo, 'todos los reptiles son ovíparos', de modo que de un número específico de casos infero una conclusión universal y todo aquel ser que comparta las características de un reptil, tendrá también la cualidad de ser ovíparo. En este sentido, Bradley consideraba que la tendencia del intelecto humano a la generalización se debía más bien a la naturaleza espiritual del ser humano mediante la cual éste alcanzaba producir dichos juicios universales.

Aunque aún existen varios filósofos que pertenecen al movimiento idealista británico, el último pensador que se estudiará será J. M. E. McTaggart (1866-1925) de la Universidad de Cambridge pues fue profesor y amigo de Russell mientras éste era estudiante.

Dentro del movimiento idealista británico, McTaggart pertenece a la corriente del idealismo subjetivo, pero con una marcada tendencia a seguir las ideas de Hegel. Su sistema está dividido en dos partes: la primera pretende encontrar las características que tiene la realidad, la cual es, en esencia, espiritual; la segunda parte de su sistema demuestra la inexistencia del tiempo y la materia y cómo la realidad está compuesta de "yos espirituales".

Para McTaggart, todo lo que existe puede "agruparse" en un conjunto llamado universo, pero sin las características que tendría lo Absoluto de Bradley. Dicho universo está compuesto de una pluralidad de sustancias que consisten en las esencias de las cosas y que están compuestas de un conjunto de cualidades

que las diferencian unas de otras. Por lo tanto, el universo está conformado de sustancias y cualidades, al mismo tiempo, y si se aceptan estos dos constituyentes, para McTaggart también debe aceptarse la existencia de las relaciones de igualdad y diferencia.

La definición de cada uno de los constituyentes del universo debe realizarse por medio de las cualidades de otros constituyentes por medio de la relación de correspondencia determinante. Supóngase que los entes A y B están definidos por las cualidades a' y b' respectivamente, la relación de correspondencia determinante exige que una parte de A pueda ser definida en términos de b' y viceversa. De acuerdo con esta relación, respecto del tiempo, el pasado debería poder definirse en términos del futuro, situación que no es posible. De igual modo, respecto a la materia, no es posible definir la medida en términos de la forma. La materia y el tiempo no existen, sino son ilusiones de nuestra percepción. De esta manera, toda sustancia es espiritual.

La espiritualidad es el conjunto de los yos o los sujetos, la propia espiritualidad tiene cualidad, y ésta es que su contenido son los yos. De este modo, el Absoluto es, como única forma, la sociedad. La percepción de los sujetos a otros garantiza la relación de correspondencia determinante.

## **1.2 contexto intelectual: Lógica y matemáticas**

Los intereses matemáticos de Russell no pudieron ser alimentados por la corriente filosófica en turno. Pero al tiempo que iba abandonando la filosofía alemana tradicional, se encontraba con las investigaciones de matemáticos alemanes como Weierstrass y Dedekind que serían una influencia en sus obras posteriores. Aún más importante para Russell fueron los trabajos del alemán Georg Cantor y posteriormente del italiano Giuseppe Peano que marcaron profundamente las investigaciones del pensador inglés. Dentro del mismo ámbito se encontraba

Gottlob Frege (1848-1925), el primer logicista en sentido estricto, no obstante, sus trabajos eran casi desconocidos hasta que Russell llegó a las mismas conclusiones de manera independiente varios años después dándole, sin embargo, el crédito que merece.

Cantor no era lógico ni logicista, sino un matemático; no obstante, sus ideas en esta área diferían tanto de las de la época que algunos intelectuales las llegaron a considerar verdaderas extravagancias y hasta maléficas para la materia. En este sentido, el matemático alemán mantuvo una fuerte adversidad intelectual contra el matemático francés H. Poincaré (1854-1912). A motivo de esto, Russell relata: “[...] *Era un hombre muy belicoso, y estando trabado en gran controversia con el matemático francés Henry Poincaré, me escribió <<¡Yo no seré el vencido!>>[...]*”<sup>5</sup>

Sus primeros trabajos sobre la teoría de los conjuntos en 1874 inauguraron la corriente conjuntista en filosofía de las matemáticas y fueron de vital importancia para el desarrollo del logicismo y la lógica moderna; por otro lado, sus trabajos desde 1874 hasta 1897 estuvieron centrados en el estudio de los infinitos.

Cantor primeramente llegó a demostrar que, matemáticamente, no solo existe un infinito sino muchos, entendibles como maneras de ordenar todos los conjuntos que fueran posibles, y además que éstos pueden tener distintas magnitudes. Para llegar a esta conclusión partió del conjunto de números naturales  $N \{1, 2, 3, 4, \dots\}$  y estableció una relación biyectiva<sup>6</sup> o biunívoca con cualquiera de sus subconjuntos, por ejemplo el de números pares  $P \{2, 4, 6, 8\}$ , donde a cada elemento de  $N$  puede emparejarse con otro de  $P$ . De ahí, Cantor define el conjunto infinito como cualquier conjunto que tenga una relación biyectiva con cualquiera de sus subconjuntos. El mismo procedimiento pudo aplicarlo a los conjuntos de números enteros  $Z$  y racionales  $Q$  y estableció que son iguales en cantidad o, dicho

---

<sup>5</sup> RUSSELL, Bertrand (1976), *Retratos de memoria y otros ensayos, op. Cit.*, pág. 5

<sup>6</sup> La relación biyectiva se establece cuando a cada elemento del conjunto A le corresponde un elemento del conjunto B y si y solo si A y B tienen el mismo número de elementos. A esta relación también se le conoce como *cardinalidad*.

de otra forma, tienen la misma cardinalidad. A este primer conjunto de números transfinitos le denominó  $\aleph_0$ .

Ahora, respecto a los números reales  $R$ , Cantor demostró que tienen mayor cardinalidad que cualquiera de los conjuntos mencionados anteriormente y a dicha demostración se le denominó *el argumento de la diagonal*. Según éste, el método supone que efectivamente puede establecerse una biyección entre un elemento de  $N$  con algún otro de  $R$  solo en el intervalo  $[0, 1]$ , se establece la secuencia de reales  $r_1, r_2, r_3...$  donde se colocarían los decimales, sin embargo, puede construirse un número real distinto a cualquier otro que no tendrá una biyección con algún natural si se cambia el decimal de cada fila que ocupe el mismo lugar en el número de fila por otro distinto. El siguiente cuadro muestra la demostración que pretendo explicar:

N	R				
$r_1$	0.	<b>3</b>	3	3	3
$r_2$	0.	2	<b>2</b>	2	2
$r_3$	0.	1	1	<b>1</b>	1
$r_4$	0.	0	9	9	<b>9</b>
X	0.	4	3	2	0

De esta manera, Cantor encontró que el número  $x$  es distinto a cualquier otro porque difiere en al menos un decimal y no se le podrá asignar ningún natural ya que todos están emparejados. De esta manera, la serie de números reales es infinita, pero mayor que la de naturales, es decir,  $R > \aleph_0$ . Esto se debe a que los números reales no son numerables, como ocurre con  $\aleph_0$ .

El siguiente autor que influye notablemente en la obra de Russell fue el matemático italiano Giuseppe Peano, que contribuyó a concluir con la aritmetización de las matemáticas gracias a su teoría de los números y dotó a la lógica matemática



de un aparato simbólico eficiente. Peano, al igual que Cantor, no era un logicista, ni estaba interesado en tal proyecto, sin embargo, sí pensaba que la matemática pura podía aritmetizarse, esto es, que las nociones superiores de esta ciencia pueden reducirse a la aritmética, concretamente a la serie de números naturales; éstos, a su vez, pueden reducirse a una serie de nociones más elementales que quedarían resumidas en cinco proposiciones y tres ideas primitivas.

Las tres ideas son *número*, *ceros* ( $0$ ) y *sucesor*; éstas no son susceptibles de definición, sino que deben ser entendidas por mera intuición. Las proposiciones primitivas son:

- 1)  $0$  es un número.
- 2) El sucesor de cualquier número es un número.
- 3) Dos números distintos no tienen nunca el mismo sucesor
- 4)  $0$  no es sucesor de ningún número.
- 5) Toda propiedad perteneciente al  $0$  así como el sucesor de todo número que posea esa propiedad, pertenecerá igualmente a todos los demás números.<sup>7</sup>

Más adelante, el trabajo de Russell fue simplificar el trabajo de Peano a un nivel lógico, ya que demostró que toda progresión puede verificar las ideas y proposiciones primitivas, es decir, a parte de la serie de números naturales, algún otro subconjunto de ésta puede verificarlas. Un ejemplo sería suponer que por  $0$  se entiende  $2$  y por sucesión la suma de dos. Así, el subconjunto de números pares cumple las condiciones de Peano.

Para concluir este apartado haremos mención del trabajo de Gottlob Frege (1848-1925), no porque éste haya sido una influencia directa en la obra de Russell, sino porque fue el primer logicista en sentido estricto, es decir, estableció concretamente que las matemáticas son una prolongación de la lógica y fue el primero en dar una definición de número en términos meramente lógicos. Frege, a pesar de sus aportes, fue un autor casi desconocido durante su época, solo Russell,

---

<sup>7</sup> Véase, RUSSELL B. (1988), *Introducción a la filosofía matemática*, Barcelona: ediciones paidós, pág. 14

una vez que había llegado a las mismas conclusiones que el lógico alemán pudo darle el crédito que merecía. Quizá su obra fue ignorada al propósito debido al complicado aparato simbólico que utilizó en sus libros. Russell lo expresó de la siguiente forma: “*Leí la introducción con admiración apasionada; pero me repelió el enmarañado simbolismo que Frege había inventado y solo fui capaz de comprender lo que había escrito en el texto principal, después de haber hecho yo mismo igual trabajo*”<sup>8</sup>. Por otra parte, el desarrollo de su lógica abrió el estudio de la filosofía del lenguaje en un camino completamente nuevo.

Los objetivos de Frege no podían alcanzarse mediante la lógica tradicional que estaba plagada de elementos gramaticales y psicológicos, por lo que se vio obligado a reformar esta ciencia. La lógica fregeana, al contrario de la aristotélica, tenía como único objetivo la traducción en el lenguaje simbólico del lenguaje matemático<sup>9</sup>. Por lo tanto, hizo la distinción entre las formas lingüísticas y lógicas, reservando las primeras para el lenguaje cotidiano y la segunda para la ciencia, por lo que debe ser un lenguaje perfecto. La estructura tradicional de los juicios, sujeto y predicado fue sustituida por la noción de *función proposicional*, que dota al juicio de una parte constante (función) y una variable (argumento), las cuales Frege consideró, junto a otros seis elementos primitivos, las bases de su desarrollo lógico.

En el primer volumen de *Grundgesetze der Arithmetik* publicado en 1893, Frege crea su teoría sobre la denotación que incluye la diferenciación entre uso y mención y las múltiples referencias que puede tener un nombre como objetos, funciones o valores de verdad. Además, crea una definición de número apoyado por la teoría de conjuntos de Cantor y reduce la aritmética a unos cuantos axiomas primitivos. No obstante, el uso de la teoría de los conjuntos traía consigo un problema en apariencia irresoluble. En 1901, Russell le envió una carta donde descubrió una paradoja en la definición de número basada en conjuntos. La paradoja versa de la siguiente manera: Existen dos tipos de clases (o conjuntos), los que no se contienen a sí mismos y los que se contiene a sí mismo, por ejemplo,

---

<sup>8</sup> RUSSELL B., *Retratos de memoria y otros ensayos*, op. Cit. pág. 15

<sup>9</sup> Véase, SEGURA Felipe (2001), *la prehistoria del logicismo*, México: Plaza y Valdez, pág. 127-130.

la clase de todos los filósofos no es un filósofo, por lo que no se contiene a sí misma. Por otro lado, la clase de todas las clases es a su vez una clase, por lo que se contiene a sí misma. Ahora se añade la clase de todas las clases que **no** son miembros de sí mismos que denotaremos con  $M$ , entonces, ¿es  $M$  miembro de sí misma? Si la respuesta es no, entonces debe contenerse a sí misma; por otra parte, si la respuesta es sí, entonces  $M$  contradice su propia definición.

Tras esta cuestión, Frege abandona la justificación de las matemáticas por la vía lógica y en el segundo tomo de *Grundgesetze der arithmetik* publicado en 1903 añadió un apéndice explicando la paradoja de los conjuntos y declarando fallido su propósito de establecer bases firmes a la aritmética.

Hasta aquí concluye el apartado dedicado a lógicos y matemáticos, estos trabajos influyeron en Russell de manera directa, es decir, el autor los toma como referentes en *The Principles of Mathematics* y *Principia mathematica*, con la excepción de Frege, aunque en el primero Russell añade un apéndice en la segunda edición donde explica la obra de este filósofo olvidado.

### **1.3 Contexto intelectual: Moore, Whitehead y Wittgenstein**

Por otro lado, hay otros autores que influyeron en el pensamiento filosófico de Russell de manera más directa, cuyas ideas quedaron plasmadas en un collage que mezclaba las propias ideas de Russell con estos autores. Estos contactos filosóficos se llevaron a cabo durante la estancia de Russell en Cambridge. Moore, Whitehead and Wittgenstein dejaron una importante marca en el pensamiento lógico-filosófico del autor que se representan en las obras *The principles of mathematics*, *principia mathematica* y *La filosofía del atomismo lógico* respectivamente.

George Edward Moore (1873-1958) fue principalmente conocido por escribir en 1903 *Principia ethica*, donde inaugura los principios del emotivismo como posición analítica de la ética y demás ciencias valorativas como la estética y la

moral. No obstante, el principal interés de Moore para esta obra radica en la rebelión que lideró contra el idealismo hegeliano de Cambridge.

Russell y Moore fueron contemporáneos en Cambridge, sin embargo, fueron las ideas de Moore las que ayudaron a Russell a separarse del idealismo: "*Moore, como yo, estuvo influido por McTaggart y, por poco tiempo fue hegeliano. Pero se desprendió con más rapidez que yo del hegelianismo y, en gran parte, fueron las conversaciones que tuve con él las que me llevaron a abandonar tanto a Kant como a Hegel*".<sup>10</sup> Para Moore, las proposiciones que se basaban en el sentido común aportaban mayor credibilidad que las proposiciones filosóficas. Con respecto a ello, era una crítica a la idea de McTaggart de que el espacio y el tiempo no existían.

Moore, en su ataque al idealismo, profesó un realismo exagerado donde cualquier concepto tenía una realidad independiente de la mente humana, cada concepto es eterno e inmutable y se relacionan entre sí por medio de relaciones de la misma naturaleza. Así, la realidad no es como la creían los idealistas, sino que está conformada por múltiples cosas que se corresponden con cada uno de los términos del lenguaje común. Russell Adoptó esta filosofía en TPM como lo expresa en el siguiente pasaje: "*En cuestiones fundamentales de filosofía, mi posición, en sus principales características, es derivada del señor G. E. Moore*".<sup>11</sup>

El próximo autor a analizar es Alfred North Whitehead (1861-1947), que, en un principio, fue profesor de Russell en Cambridge y, posteriormente, fue su colega en la escritura del monumental *principia mathematica* publicado entre 1910 y 1913. Russell retrata a su mentor con suma admiración a su trabajo y vida personal, sin embargo, su relación quedó dañada después de iniciar la primera guerra mundial en 1914.

Whitehead fue conocido en Inglaterra por sus obras matemáticas más que por sus trabajos filosóficos, de hecho, desarrolló su producción filosófica en Estados Unidos mientras en Europa estaba reinando la posición anti metafísica del círculo de Viena. A pesar de que no contaba con estudios profesionales en filosofía,

---

<sup>10</sup> RUSSELL B., *Retratos de memoria y otros ensayos*, op. Cit. pág. 39

<sup>11</sup> RUSSELL Bertrand (1937), *The principles of mathematics*, London: George Allen & Unwin, preface, pág. XIV

Whitehead está a la cabeza del movimiento metafísico llamado “filosofía del proceso”. Esta corriente consiste en suponer que la realidad está constituida de procesos dinámicos en lugar de elementos individuales e inmutables. Pensaba que la visión reduccionista-materialista de la ciencia y la filosofía moderna de occidente se debe a que el lenguaje tiende a considerar a la realidad como formada de elementos individuales. Aunque, contrario a los filósofos analíticos, no creía que el problema de la filosofía fuera el lenguaje, sino el estudio de la realidad.

El próximo autor que trataré tiene una especial importancia en esta obra: L. Wittgenstein (1889-1951) fue quizá la influencia más importante para Russell durante la creación de *La filosofía del atomismo lógico*, la cual, a su vez, representa la cúspide del pensamiento lógico de Bertrand Russell. El pensamiento del filósofo austriaco quedó clasificado en dos filosofías casi opuestas, la primera la desarrolló en su única obra que publicó en vida el *Tractatus logico-philosophicus* publicado en 1921 y la segunda corresponde a su obra póstuma *Investigaciones filosóficas* de 1953. Para motivos de este trabajo estudiaremos brevemente la primera obra de Wittgenstein.

Es de sobra sabido que la obra de Wittgenstein es fría, rígida y esquemática, pero no lo es por mero capricho, sino que el autor austriaco pretendía que su propia obra fuera un reflejo de lo mismo que describe: isomorfismo mundo-lenguaje. El *tractatus* fue escrito bajo el pensamiento de que no deben faltar o sobrar palabras para expresar una idea, es decir, solo deben usarse los símbolos justos.

Este isomorfismo fue la base para el atomismo lógico de Russell, pues, dentro de un lenguaje perfecto, cada término corresponde a un elemento de la realidad, además, para mantener la cohesión entre los términos (existente en el ámbito lingüístico) se establece una relación lógica que también mantiene la realidad.

Por otro lado, las ideas de Wittgenstein en torno a la naturaleza tautológica de la lógica y la matemática también influyeron para que Russell pasara los entes matemáticos de objetos reales a ficciones lógicas, es decir, permitió el tránsito del realismo de *the principles* al atomismo. No obstante, Russell siempre se mostró

reacio a considerar tautológica a misma lógica: en ciertas ocasiones lo admitía, por ejemplo, al considerar no-lógico al axioma de reducibilidad; mientras en otras lo negaba, por ejemplo, al igualar la lógica con las ciencias naturales. Dada la influencia de Wittgenstein sobre Russell, se prosigue a la revisión de su obra.

El *Tractatus logico-philosophicus* está dividido en siete premisas principales. La primera “el mundo es todo lo que acaece” (1) se refiere a que solo pueden establecerse proposiciones sobre los hechos, no sobre las cosas. Lo que nosotros denominamos con la palabra *cosa* es en realidad un hecho que está constituido por diversos elementos que por sí solos no podrían mencionarse, por ejemplo, una mesa es un hecho constituido por una estructura, un color, una posición espacial y temporal.

La segunda premisa “lo que acaece, el hecho, es la existencia de los hechos atómicos”<sup>12</sup> (2) refiere a que la parte expresable más simple es la de hecho atómico, y éste a su vez está compuesto de elementos más simples, los objetos, pero que no pueden expresarse o pensarse individualmente. Los objetos son formas y no poseen características a menos que se unan a ellas y formen un hecho atómico que poseerá una estructura. Dicha estructura es lo que podemos pensar y Wittgenstein la denomina *figura*. Cabe resaltar que esta figura es una copia de la realidad que está presente en la mente humana de manera lógica, es decir, nosotros conocemos el mundo por las figuras mentales que nos hacemos de los hechos. En términos de Wittgenstein “*la figura está ligada a la realidad; llega hasta ella*”<sup>13</sup> y “es como una escala aplicada a la realidad”<sup>14</sup>.

La tercera premisa “la figura lógica de los hechos es un pensamiento” (3) se refiere a que solo podemos pensar dentro de los límites de la lógica, es decir, todo en el mundo es lógico y es imposible pensar algo ilógico. De esta estructura del mundo se desprende que a cada objeto existente en la realidad le corresponde un *signo simple* en el lenguaje, es decir, cada palabra debe *significar* un objeto. El

---

<sup>12</sup> El texto original es 'Was der fall ist, die Tatsache, ist das bestehen von sachverhalt' y tomo como traducción de 'sachverhalt' 'hechos atómicos', por motivos de interés en esta obra.

<sup>13</sup> WITTGENSTEIN L. (1987), *Tractatus logico-philosophicus*, Alianza editorial, España, §2.1511.

<sup>14</sup> *Ibidem* §2.1512.

símbolo es la expresión que se quiere dar a conocer mediante la palabra, aunque hay símbolos distintos que pueden expresarse por medio del mismo signo, un claro ejemplo sería 'ser' que designa igualdad, existencia y un verbo. Para Wittgenstein, ésta es una de las principales barreras del lenguaje común y de la filosofía, por lo que la única solución sería crear un simbolismo lógicamente perfecto. Él encuentra este simbolismo en los *Principia mathematica* de Russell y Whitehead.

La cuarta premisa “El pensamiento es la proposición con significado” (4) se refiere esencialmente a que el mundo puede ser descrito mediante el lenguaje (uno que estuviera estructurado mediante la gramática lógica cumpliría a la perfección su tarea) a partir del uso de las proposiciones verdaderas (lo que sucede); el conjunto de éstas se representa en las ciencias naturales y el trabajo de la filosofía es dilucidar las proposiciones con las que trabajan las ciencias.

Aquí Wittgenstein desarrolla su teoría del análisis lógico: las cosas comunes que vemos diariamente, conformadas en hechos atómicos, solo pueden expresarse lógicamente por medio de funciones proposicionales, las proposiciones elementales, por ejemplo '*x es una piedra*', o bien, "*f(x)*", donde se refleja la función '*ser piedra*' y la variable '*x*'. En palabras del filósofo austriaco: "*la proposición más simple, la proposición elemental, afirma la existencia de un hecho atómico*"<sup>15</sup> y en "*la proposición elemental consta de nombres. Es una conexión, una concatenación de nombres*"<sup>16</sup>. El análisis de Wittgenstein es, al igual que el de Russell y Frege, veritativo-funcional y bivalente, por lo que las proposiciones elementales determinan la verdad o falsedad de proposiciones más complejas y este análisis veritativo es resuelto mediante sus *tablas de verdad* que contienen reglas de combinaciones – las tablas de verdad como método de análisis veritativo-funcional es tomada de lógicos como Pierce y Schröder, pero a partir de Wittgenstein se toman como un elemento más recurrente. En este punto se establece que los dos extremos a los que puede llegar el análisis son la *contradicción* (donde es imposible que la proposición sea verdadera) y la *tautología* (donde la proposición siempre será

---

<sup>15</sup> *Ibidem* §4.21

<sup>16</sup> *Ibidem* §4.22

verdadera); para Wittgenstein a este último caso pertenecen las proposiciones de la lógica.

En la quinta premisa “*La proposición es un valor de verdad de la proposición elemental. (La proposición elemental es una función de verdad de sí misma)*” (5) se explica el carácter tautológico y apriorístico de la lógica, las leyes de inferencia de Russell basadas en la incompatibilidad (!) son muestras de ello. Es absurdo pensar que la lógica pueda proveernos de una verdad empírica. Fuera de la tautología, comprobar la certeza de una proposición bien estructurada depende de su composición interna y queda relegada a la esfera de la probabilidad; esta afirmación demuestra la postura de Wittgenstein de que la lógica es la estructura de todo lo posible en el mundo, aunque, reitero, no puede ofrecer certeza salvo en los casos de tautología. Todas las proposiciones de la lógica (reglas) tienen el mismo valor de verdad y son todas independientes entre sí. Esta afirmación de Wittgenstein va contra de los teoremas expuestos en *Principia mathematica*, principalmente el axioma de reductibilidad que se integra de argumentos no-lógicos y en este sentido podemos hablar de diferencias en algunos de los planteamientos de los dos autores a pesar de la reciprocas influencias que analizaremos posteriormente.

Dada la completa subordinación del lenguaje a la estructura lógica que Wittgenstein le atribuye, el solipsismo tiene cierta aceptación. El lenguaje es el reflejo del mundo y viceversa como si se estableciera una relación biunívoca entre ambos, es decir, no existe nada fuera de los límites del lenguaje y, al mismo tiempo, no puede pensarse nada que no esté en el mundo. Obviamente el lenguaje es meramente humano, por eso, éste representa el límite del mundo. Por supuesto que este tipo de lenguaje es inútil para la comunicación humana por dos razones: la primera y más evidente es que apuesta por un solipsismo, aunque éste no sea en un sentido radical donde solo coexista la conciencia consigo misma, sí es en términos lingüísticos donde la única comprensión del contenido del mundo es mediante uno mismo y solo podríamos comunicar la estructura. En segundo lugar, sería precisamente su carácter tautológico, ya que eliminaría la posibilidad de describir el mundo al estar contenido en el lenguaje.



La sexta premisa “*la forma general de una proposición de verdad es: [-p, -ξ N (-ξ)]*” (6) expone el carácter tautológico de la lógica mediante el uso de [-p, -ξ N (-ξ)] y que la lógica no puede ser generalizada como se expresaba en los trabajos de Russell. Para Wittgenstein la lógica es la estructura formal de todo lo posible, mientras que para Russell la lógica describe la forma de las cosas que ya existen. En este punto, el filósofo austriaco critica el axioma de reductibilidad al catalogarlo como un postulado que efectivamente funciona para este mundo, pero que al mismo tiempo puede ser superfluo en otro mundo. Solo la lógica tiene la característica de formular leyes, las demás ciencias solo pueden formular *hipótesis*. Cualquier proposición que posea un contenido no puede ser una proposición legítima de la lógica, por ello no puede ser una ley; casos especiales, como la causalidad, explica Wittgenstein, corresponden más bien a la estructura de nuestro pensamiento más que a la del mundo, por lo que deben ser estudiados por la psicología.

Entra la cuestión de ¿qué sucede con disciplinas como la ética, la estética y la misma filosofía donde sus proposiciones tienen el claro interés de formar leyes y con un contenido palpable que pueda repercutir sobre el mundo o, al menos, interpretarlo? En este sentido la respuesta de Wittgenstein es clara: de estas disciplinas no se puede hablar y, si no se puede hablar al respecto es porque no hay un problema. A una respuesta inexpresable, le corresponde una pregunta de la misma naturaleza. “*No hay enigma. Si se puede plantear la cuestión, también se puede responder*”<sup>17</sup>.

La última premisa “*de lo que no se puede hablar, es mejor callarse*” (7) se refiere, a partir de lo explicado anteriormente, a que el discurso humano puede enfocarse a dos ramas: la primera es al mundo (los hechos) y la segunda a su estructura (la lógica). La primera puede aumentar las proposiciones que tenemos de la realidad o aumentar el conocimiento y la segunda es estéril porque no crearía ningún dato nuevo, aunque es la base de la primera. Cualquier expresión fuera de estos dos rubros es un sinsentido como el caso de la metafísica.

---

<sup>17</sup> *Ibidem* §6.5

Para el Wittgenstein del *Tractatus* no hay nada fuera del lenguaje proposicional, al menos no para el humano. Deja claro que entre mundo y lenguaje lógico hay un isomorfismo que permite reducir al mundo a un tipo específico de lenguaje. Por tanto, el objetivo de esta obra fue establecer un límite a la función de verdad del lenguaje, es decir, dejar un marco en el que si determinada proposición no encaja, ésta no puede calificarse como verdadera o falsa. Su planteamiento llegó entonces a poner un límite a aquellas filosofías que se habían aprovechado de las inconsistencias del lenguaje para hacer pasar dudosas afirmaciones como verdaderas.

Las diferencias entre la filosofía del primer Wittgenstein y aquella de Russell en el periodo de 1903 - 1918 son muy notables, principalmente por la concepción que tiene cada uno de la naturaleza de la lógica. Por una parte, el filósofo austriaco asume que la lógica es una disciplina únicamente con valor formal, todas sus proposiciones son vacías en el sentido de que no pueden decir nada del mundo y, al mismo tiempo, son la representación de la estructura del mundo. Nada puede ser ilógico y cualquier proposición que se presuma de orden lógico debe ser tautológica y necesaria. Por otra parte, aunque Russell no expresa las características de su lógica, se pueden encontrar características que difieren de las de su discípulo, la primera es que, antes de la escritura de *La filosofía del atomismo lógico* (1918), la lógica no era una disciplina tautológica, sino que se podían descubrir nuevas leyes o teoremas a partir de otras ya dadas; esto justificaba que Russell pudiera hallar teoremas cada vez más elementales como reducir la reglas de inferencia una sola, la incompatibilidad. La segunda gran diferencia radica en que la lógica de Russell es una disciplina que se desprende del mundo, que funciona en este mundo, es decir, es una *lógica posible*, contrario a lo que cualquiera, incluido Wittgenstein, espera de esta disciplina. Ello queda demostrado en el axioma de infinitud, el axioma de reducibilidad y, paralelamente, la teoría de los tipos. Asumo que estas peculiaridades se deben a la trayectoria logicista del autor inglés, pues la teoría de los tipos y su consecuencia, el axioma de reductibilidad son resultado de hallar una respuesta a la paradoja que lleva su nombre y que, en caso contrario, hubiera desplomado prematuramente el logicismo como el caso de Frege.

A pesar de las diferencias descritas entre la lógica del primer Wittgenstein y aquella de Russell, no hay duda que ambos se influenciaron mutuamente. Del replanteamiento de algunos supuestos centrales de la lógica de Russell presente en *La filosofía del atomismo lógico*, daremos cuenta aquí, en la parte final de este trabajo.

## CAPÍTULO 2

### REALIDAD Y CONOCIMIENTO EN *THE PRINCIPLES OF MATHEMATICS*

*The Principles of Mathematics* (TPM desde aquí en adelante) es la primera obra logicista propiamente dicha de Russell; en ella se pretenden justificar los conceptos más básicos de la aritmética mediante los conceptos y las reglas de la lógica. En términos más simples, la tesis principal de la obra es que las matemáticas tienen su fundamento en la lógica. Tras esa suposición, el trabajo que emprende Russell es el de deducir la primera disciplina de la segunda.

Las nociones de “número”, “sucesor” y “cero” que Peano había considerado como indefinibles, son definidas mediante la lógica proposicional (ésta, a su vez, quedaría definida en la parte 1 de dicha obra mediante tres indefinibles y diez premisas lógicas) que, a su vez, está basada en la teoría de los conjuntos de Cantor.

Al ser ésta una obra dedicada únicamente a las matemáticas, no se encuentran definiciones concretas de los conceptos que interesan a nuestra investigación, a saber: *realidad* y *conocimiento*. Sin embargo, la labor de esclarecer nociones tan primitivas para las matemáticas como *número*, *orden*, *infinito*, entre otros, obliga a Russell a adoptar ciertas posturas ontológicas que le permitan retratar la “realidad” de la que está hablando. De este modo, nuestra labor se vuelve la de extraer del texto las necesidades ontológicas de Russell, como un minero al oro.

Por otro lado, es evidente que las ciencias formales, como las matemáticas y la lógica, son materias cognoscibles por lo que el autor británico no es ajeno a este argumento y establece un medio para conocer los enunciados de dichas ciencias. Fiel a la tradición empirista que le precedió, Russell basa su teoría del conocimiento en las premisas del empirismo. De tal modo, el presente capítulo tiene como principal objetivo extraer la concepción que tiene Russell respecto a la realidad y el conocimiento, las cuales no están separadas de su labor matemática. En este sentido, podría decirse que Russell hace *filosofía de las matemáticas*.

## **2.1 El logicismo de Russell en *The principles of mathematics***

El pensamiento filosófico de Bertrand Russell al principio de su carrera está implícito en su trabajo matemático. El propio Russell considera que su producción pertenece más al área de las matemáticas que de la filosofía, concretamente en el logicismo; es decir, en un principio lo que el autor pretende es deducir la matemática pura de unos cuantos postulados lógicos.

Como ya hemos dicho, TPM es la primera obra logicista de Russell, es decir, en esta obra enuncia concretamente cuáles son los postulados lógicos de los que se deducirán los conceptos matemáticos y, por supuesto, también realiza la deducción de estos. Sin embargo, esta obra no fue en absoluto contundente en sus objetivos, pues más tarde Russell colaboraría con su profesor Whitehead para crear la monumental *Principia mathematica* (1910-1913), una obra que tardó alrededor de una década para concluirse y de arduo trabajo para ambas partes. En un principio, Russell y Whitehead tenían la intención de que los *Principia* fueran una continuación de TPM, pero conforme el trabajo se iba desarrollando, muchas de las ideas sostenidas en la primera obra fueron desechadas, tanto en el ámbito matemático como en el filosófico.

En el aspecto logicista, TPM es una continuación de la aritmetización que había hecho Peano (que todas las matemáticas superiores como el cálculo, trigonometría, geometrías no-euclidianas, entre otros, fueran reducidas a la aritmética). En apariencia, la reducción de Peano era definitiva, en el sentido de que, como creían los intuicionistas, la noción de número como cantidad se fundamentaba en la noción mental de unidad. Sin embargo, Russell no estaba satisfecho con tal reducción. Aunque miraba con gran admiración el trabajo de Peano, el filósofo inglés sabía que la fundamentación de las matemáticas podía llevarse a niveles aún más profundos. Para este cometido usó la teoría de los conjuntos de Cantor que le permitía definir los números naturales en términos de clases o conjuntos.

De este modo, Russell, al igual que Frege, definió un número como el conjunto de todos los conjuntos que tienen la misma cantidad de elementos:

Los números se, esto se admitirá, aplican esencialmente a clases. Es cierto que, cuando el número es finito, los individuos pueden ser enumerados para formar el número dado y pueden ser contados uno a uno, sin mención de algún concepto-clase. [...] Así que lo que resulta de todos es el número de una clase. Y cuando el número es infinito, donde los individuos no pueden ser contados, debe ser definido por intención, *i.e.* por una propiedad en virtud de la cual forman una clase [...].<sup>18</sup>

Ahora bien, para determinar que dos o más conjuntos poseen la misma cantidad de elementos, se establece una relación biyectiva entre ellos, es decir, cada elemento del conjunto A se relaciona únicamente con otro elemento del conjunto B sin que sobre o falte algún miembro de cualquiera de las clases. En otros términos, los conjuntos en cuestión tienen la misma cardinalidad. De este modo, se podían definir los números en términos meramente lógicos, sin hacer uso de la capacidad de contar y cualquier número podía definirse siguiendo este método. El cero, aunque

---

<sup>18</sup> RUSSELL Bertrand (1937), *The principles of mathematics, op. cit.* §113.

no es estrictamente un número, y el infinito, podían definirse mediante clases vacías y clases con infinitos elementos respectivamente.

Consecuentemente, a partir de dicha definición de número se podían derivar nuevas definiciones lógicas. Por ejemplo las operaciones básicas se podían deducir de las constantes lógicas, como en la suma de dos números, la cual se identifica con la adición lógica de proposiciones.<sup>19</sup> Las series, por otro lado, hacían uso de constantes de la lógica de relaciones, la cual se explicará más adelante.

En vista de lo anterior debe entenderse que en TPM la aritmética se define en función de la teoría de los conjuntos con lo que se refuerza la importancia de la noción de clase para el logicismo russelliano “[...] *El proyecto de Russell (al igual que el de Frege) no es realizado sin intermediarios: la teoría de conjuntos está en el camino, y no es claro que ésta sea lógica [...]*”<sup>20</sup>. Así las clases representan un caso especial para Russell, por un lado, son necesarias para la definición de número y, por otro lado, presentan un gran problema ya que encierran contradicciones. De hecho, aunque las clases pueden expresarse intencional y extensionalmente no tienen una definición concreta. Sin embargo, Russell, en esta obra, prefiere las clases en sentido extensional (numeración de sus elementos), ya que su teoría sobre la denotación aún no estaba desarrollada por lo que no podía identificar clase con un concepto, al menos, no satisfactoriamente: “*Es esencial que las clases a las que nos referimos estén integradas por términos, y que no sean predicados o conceptos, pues una clase debe definirse cuando se dan sus términos*”.<sup>21</sup> Aunque, reitero, Russell sabe que ambas definiciones son válidas para algunos cometidos e inválidas para otros.

De este modo, se puede notar que el logicismo russelliano en TPM tiene como base el concepto de clase en sentido extensional, esto es, que la clase se

---

<sup>19</sup> Véase, *ídem*.

<sup>20</sup> RUIZ Ángel, *Russell y los problemas del logicismo*, Revista de divulgación e información en Filosofía e Historia de las Matemáticas, No 1, Volumen IV, Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional Autónoma de México, pág.3 Recuperado de: <http://www.centroedumatematica.com/aruiz/Articulos/Russell%20y%20los%20problemas%20del%20logicismo.pdf>

<sup>21</sup> RUSSELL Bertrand, *The principles of mathematics*, op. Cit. § 66.

debe a los elementos que la conforman; de este modo, se entiende que de los elementos se desprenden las clases, y éstas, a su vez, son base de la aritmética, por lo tanto, es importante preguntar ¿Qué son esos elementos? Para Russell, los elementos de las clases, también llamados “términos”, son lógicamente indefinibles, en el sentido de que ningún tipo de análisis puede descomponerlos más allá de como se presentan. El próximo subcapítulo intentará desvelar la naturaleza de estas entidades mediante lo que Russell entiende como “gramática filosófica”,

## **2.2 Noción de realidad en *The principles of mathematics***

Como indiqué anteriormente, el trabajo lógico-matemático de Russell está íntimamente relacionado a su filosofía, y al momento de tratar temas filosóficos, este autor da un salto a la gramática, pero en un sentido especial, puesto que no se refiere a una rama de la lingüística, sino a la estructura lógica de nuestro lenguaje. Es decir, para Russell, algunos de los problemas de la filosofía son en realidad problemas relacionados a la estructura lógica del lenguaje, aunque es una postura que mantiene moderadamente, sin caer en los tópicos del empirismo lógico.

[...] El estudio de la gramática, en mi opinión, es susceptible de dar más luz a los problemas filosóficos de lo que comúnmente creen los filósofos, aunque no puede admitirse a ciegas que una distinción gramatical corresponde a una genuina diferencia filosófica, sin embargo la una es prima facie evidencia de la otra, y a menudo puede emplearse con utilidad como fuente de descubrimientos [...] <sup>22</sup>

De este modo, la relación matemática-filosofía tiene de por medio a la lógica y la manera de expresarla es mediante el lenguaje. Así, lo que Russell llama “gramática

---

<sup>22</sup> *Ibidem*, §46



filosófica” es la extensión de la propia lógica al lenguaje corriente. En este sentido, no es de extrañar que algunos de los indefinibles de las matemáticas son también indefinibles de la realidad, pues ambos tienen una expresión lógica; éste es el caso de los términos. Un término, para Russell, engloba nombres propios y sustantivos, que tienen su representación en la realidad como “cosas”; mientras los conceptos engloban adjetivos y verbos, los cuales representan, propiedades y relaciones, respectivamente, además de que un concepto puede formarse a partir de más términos como ocurre en las descripciones.

En TPM, un término siempre denota algo, es decir, cualquier sustantivo o sujeto de una oración es un constituyente genuino de la realidad: *“Todo término para empezar es un sujeto lógico: es, por ejemplo, el sujeto de la proposición que él mismo es uno. Además todo término es inmutable o indestructible. Lo que un término es, eso es, y no puede concebirse en él ningún cambio que no destruya su identidad y lo transforme en otro término”*<sup>23</sup>. En otras palabras, un término representa unidad, cualquier palabra que se clasifique dentro del grupo de los términos está en representación de la cosa que denota, independientemente de si la cosa en cuestión existe o no. Esto se expresa en el siguiente pasaje *“Llamaré <<término>> a todo lo que puede ser objeto de pensamiento o pueda figurar en cualquier proposición verdadera o falsa, o pueda contarse como <<uno>> [...]”*<sup>24</sup>. En otras palabras, los términos son la unidad básica de la “realidad” russelliana dentro de TPM.

En este sentido, podemos hablar de una realidad superpoblada que puede comprender desde las cosas empíricamente perceptibles como una mesa o un perro, hasta aquellas otras que son intelectualmente alcanzables como los números o incluso seres de ficción como Mickey Mouse. Por lo tanto, para Russell todo aquello que puede ser nombrado es real, aunque algunos de estos nombres denoten seres que no existen. Por ejemplo, el “unicornio” es un término que refiere a un objeto de la realidad aunque no exista, éste también es el caso de los entes

---

<sup>23</sup> *Ibidem*, §47

<sup>24</sup> *Ídem*.

matemáticos: son reales, sin embargo, no hay substancia que los fundamente. “*Para Russell, todo aquello de lo que puede hablarse tiene unidad, individualidad y ser. Todos los términos tienen la misma realidad, aún si no existen [...]*”.<sup>25</sup>

Sin embargo, una de las condiciones para que una palabra sea un término en TPM es que debe poseer significación propia, es decir, el significado de la palabra en cuestión no debía depender de ningún otro término, de lo contrario, se trataría de una convicción lógica, lo que más adelante el autor llamaría “una ficción lógica”. Por lo tanto, ¿qué es la significación? Para Russell, que puede ser considerado un referencialista<sup>26</sup>, el significado de un término se agota en la cosa que denota, es decir, un término está en lugar de la cosa y refiere exactamente lo mismo. En otras palabras, la significación de un término está en el objeto denotado. Esta afirmación de Russell corrobora nuestra idea: “[...] *Todas las <<palabras>> tienen significación, en el sencillo sentido de que son símbolos que representan algo distinto de ellas [...]*”.<sup>27</sup>

En consecuencia, un término es una palabra que tiene como significado la cosa que denota, independientemente si la cosa denotada existe o no. Russell entiende por denotación lo siguiente: “*un término <<denota>> cuando, si figura en una proposición, la proposición no versa <<sobre>> el concepto, sino sobre un término relacionado de algún modo peculiar con el concepto. Si digo <<encontré a un hombre>> la proposición no versa sobre <<un hombre>> [...]. Lo que encontré fue una cosa, no un concepto [...]*”.<sup>28</sup>

Sin embargo, en la terminología de Russell, hay algunos conceptos que denotan términos, y estos a su vez, denotan una cosa. Éste es el caso de las descripciones definidas, las cuales se identifican por el artículo 'el', 'la', por ejemplo, 'el primer hombre en pisar la luna' es equivalente a 'Neil Armstrong' cuyo referente puede ser corroborado en los libros de historia espacial de Estados Unidos. Así,

---

<sup>25</sup> HURTADO Guillermo (1998), *Proposiciones russellianas*, UNAM, México, pág. 21.

<sup>26</sup> Se entiende por referencialismo el hecho de que un término lingüístico significa lo que refiere directamente, es decir, el significado de una expresión es la entidad referida.

<sup>27</sup> RUSSELL Bertrand, *The principles of mathematics*, op. cit. §51

<sup>28</sup> *Ibidem*, §56

casi todos los entes matemáticos comparten esta forma, por ejemplo 'el área de una función  $f(x)$  en un intervalo  $[a,b]$ ' equivale simplemente a  $\int_b^a f(x)$ .

Dicho de otra manera, en TPM, las descripciones son conjuntos de conceptos que, en virtud de la forma lógica, pueden denotar un término. Por lo tanto, una descripción es un objeto real, ya que su significación radica en el término que denota. La capacidad que tienen algunos conceptos para denotar términos es gracias a la relación lógica que tienen los conceptos con los términos.<sup>29</sup> De este modo, se pueden considerar reales los conceptos de las matemáticas.

Pero esta concepción extremadamente realista trae consigo el problema de que cualquiera puede afirmar tajantemente la existencia de cualquier ente con tan solo nombrarlo, justificándose de que existe en otra realidad. Es decir, yo puedo usar 'la montaña de oro' como sujeto de una proposición e indicar que posee tal y tales características. En un principio, aceptar tales entes no representa un problema, ya que es posible que en algún lugar de otro planeta exista una montaña de tales características, pero una proposición con una frase descriptiva de ese tipo incurre en ambigüedades lógicas, las cuales se harán notar más adelante. Russell entiende que su filosofía guarda este tipo de problemas y, por supuesto que no quiere aceptar ningún tipo de estatus ontológico para frases de ese tipo, sin embargo, tampoco quiere sacrificar el estatus de las proposiciones matemáticas.

Así, ¿Qué ocurre cuando una proposición *versa* sobre un objeto que no existe?, es decir, ¿Podemos *predicar* algo de algún "objeto" inexistente o del que no se tienen experiencias sensibles? La respuesta de Russell en TPM es que este tipo de proposiciones son asignificativas cuando el sujeto de la proposición es un "objeto" inexistente comprobado mediante una descripción. Es importante hacer notar que la descripción sirve para dar cuenta de su existencia, ya que toda frase descriptiva posee información en su contexto o, dicho de otra manera, ofrece una característica del objeto que se pretende describir.

---

<sup>29</sup> Véase, *Ibidem*, §57

Por ejemplo, (1) 'Mickey Mouse es un importante accionista de Disney' puede transformarse en (2) '<<La mascota animada de The Walt Disney Company>> es un importante accionista de Disney'. La proposición (1) puede ser veritativamente incierta para quien no tiene una impresión del sujeto, pero la proposición (2) es asignificativa porque se predica algo de una descripción que no tiene una existencia real.

En apariencia, puede pensarse que las proposiciones de las matemáticas son del mismo tipo de (2), porque tampoco tienen una denotación existente o en su defecto (2) debe ser verdadera. Russell salva esta dificultad mediante las proposiciones de proposiciones, es decir, que una proposición puede ser usada como sujeto en otra proposición por lo que lógicamente sería del tipo  $f[f(x)]$ . Puede decirse que '(2) es una proposición falsa' sin riesgo a considerar a Mickey Mouse como un inversionista. Por supuesto que esta solución obliga a Russell a considerar a las proposiciones entes igualmente reales, como se expresa en el siguiente fragmento, “[...] *Las proposiciones verdaderas e igualmente las falsas son en cierto sentido entidades, y son en cierto sentido capaces de transformarse en sujetos lógicos [...]*”.<sup>30</sup>

En resumen, la realidad de TPM está poblada tanto de los términos que denotan objetos (existentes o no existentes), de conceptos que denotan propiedades, relaciones e incluso descripciones y, por otro lado, también acepta proposiciones entre su inventario. Reiteramos, algunos de estos elementos de la realidad denotan objetos existentes, mientras otros no. Esto se debe a que la relación lógica de los conceptos y las proposiciones permite que éstas puedan transformarse en términos. “*Para Russell en TPM, todo lo que es, es un término*”.<sup>31</sup>

---

<sup>30</sup> *Ibidem*, §52

<sup>31</sup> HURTADO Guillermo (1998), *Proposiciones russellianas, op. Cit.*, pág. 20.

### 2.3 Noción de conocimiento en *The principles of mathematics*

La postura gnoseológica de Russell en TPM es reflejo de su guerra contra el idealismo y, por supuesto, también está relacionada con la lógica y la matemática, en el sentido de que se apoya en argumentos matemáticos para refutar el idealismo y, al mismo tiempo, justificar su posición, aunque no siempre es posible distinguirla. Explico: por una parte, Russell pretende que todo aquello que es objeto de conocimiento sea independiente de la mente que lo conoce, la cual es una postura realista que adopta de Moore; por otro lado, el conocimiento de entes no-existentes, como los matemáticos, sugiere una realidad ideal de la que aquellos se pueden extraer. Lo único inmutable en este aspecto es que Russell mantiene una posición empirista, aunque con toques realistas o idealistas.

La filosofía del pensador británico resulta situarse en contra del idealismo subjetivo, en tanto postula, por medio de ciertas inferencias, una realidad extramental, al modo clásico de Locke, que sería la causa o razón de nuestras percepciones, mientras que por otra parte caería, al menos hasta cierta época, en las garras de idealismo objetivo, al defender que las estructuras fundamentales que vertebran la materia física son relaciones y esencias matemáticas puras. Es a este idealismo objetivo al que conocemos como esencialismo. Y a él, en última instancia, deberíamos remitirnos cuando se habla del “matematicismo” o del “logicismo” de Russell.<sup>32</sup>

La tesis de Russell respecto al conocimiento es derivada de su noción de realidad; ya que ésta está constituida de múltiples elementos independientes entre sí llamados términos, pero que se relacionan por medio de conceptos como verbos y propiedades. Cada uno de estos elementos de la realidad es autosuficiente uno de otro y, por lo tanto, se puede tener un conocimiento de ellos por separado. Esta tesis es opuesta a la que sostenía el idealismo hegeliano; para esta corriente, todo el

---

<sup>32</sup> PÉREZ Jara Javier (2012), *La filosofía de Bertrand Russell*, Pinalpa ediciones, España, pág. 445

conocimiento que versa sobre cosas particulares es una ilusión, el único conocimiento verdadero es aquel que se refiere a la totalidad de las cosas, es decir, al absoluto.

Russell consideraba que el idealismo dificultaba el progreso de las matemáticas y de la filosofía. Notó que las conclusiones a las que llegan los idealistas de su tiempo eran equivocadas debido a que la lógica monista que utilizaban era obsoleta. Ejemplo de ello es que la lógica de los idealistas ignoraba el concepto de orden, el cual era un ingrediente indispensable para la justificación de las matemáticas. El orden para Russell es una combinación de tres tipos de relaciones: asimetría,<sup>33</sup> transitividad y conexidad.<sup>34</sup> Además la lógica idealista se basaba en las relaciones internas, esto es, en que existía un todo en el cual se dan las relaciones entre sus propios términos y al cabo de un análisis correcto de la misma unidad se podía dar cuenta de que no existe diferenciación entre los términos y las relaciones, pues ambas eran parte del mismo conjunto, es decir, el Absoluto. Russell lo muestra en el siguiente pasaje cuando se refiere a los idealistas: “*Toda noción de orden antes dada [...] será rechazada por aquellos filósofos [...] que sostienen que ninguna relación puede tener validez absoluta y metafísica*”.<sup>35</sup> Por lo tanto, dentro de un conjunto unitario como el Absoluto, no hay ninguna diferencia entre sus propios términos ni entre sus relaciones. En una lógica de relaciones internas no existe una diferenciación entre término-término ni relación-relación, por lo que todos están subsumidos en una única entidad, a su vez, distinta de sus partes. Ello implica que no hay diferencia de sentido entre términos, por lo que las relaciones asimétricas no pueden existir, ya que éstas son expresión del sentido de la serie, es decir, el sentido asegura la existencia de un antecesor y sucesor.

Russell ejemplifica esta cuestión con la relación  $aRb$ , donde  $R$  es ‘mayor que’ (el cual es asimétrico). Para los monistas, esta relación se representaría  $(ab)R$ , recordando que los términos  $a$  y  $b$  son un todo, por lo que diríamos que “ $(ab)$  tiene

---

<sup>33</sup> La asimetría también se le ha denominado relación aliorelativa, término que Russell acuñó de Peirce.

<sup>34</sup> Véase, RUSSELL Bertrand & WITHEHEAD Alfred N. (1927), *Principia mathematica*, Volume II, Cambridge at university press, second edition, pág. 497.

<sup>35</sup> RUSSELL Bertrand, *The principles of mathematics*, op. cit., §212.

la relación 'mayor que' o "(*ab*) contiene diversidad de magnitud". Pues bien, ambas opciones son simétricas. Las proposiciones no impiden que tanto *a* como *b* sean antecedentes o consecuentes, por lo que sería imposible formar una serie numérica mediante tal herramienta.<sup>36</sup>

En suma, la lógica monista no distingue entre clases y series porque carece de la noción de orden. Por una parte, las clases, en su significación más simple, son conglomerados de elementos susceptibles de uno o varios órdenes. Mientras las series son secuencias de términos ordenados por lo que es completamente necesario que una serie posea términos, en cambio, la clase puede prescindir de estos.

Para librar las dificultades del monismo, Russell propone una lógica de relaciones externas, que se desprende del instrumento simbólico de la lógica de Peano. En esta nueva concepción, las cosas ya no pertenecen a un único conjunto, sino que cada elemento de la realidad es independiente de los demás, pero que al mismo tiempo se relacionan entre sí. Estas relaciones, a su vez, son independientes de los objetos que relacionan. En el lenguaje corriente, se les conoce como verbos.

Las relaciones se expresan por medio de proposiciones. Aquellas relaciones que enlazan dos o más términos se consideran diádicas o poliádicas, como 'x está a la derecha de y' o 'y está entre x y z'. Otro tipo de relaciones expresan el enlace de un término con una propiedad como 'x es un número primo' o 'x es azul'. Todas las proposiciones expresan una relación entre términos independientes, por lo que el conocimiento de ellos es también independiente entre éstos.

El conocimiento de cada uno de los elementos de la realidad es posible y susceptible de ser verdadero o falso cuando es expuesto en una proposición. Cada elemento de la realidad puede ser conocido, sin importar si dicho término denota un ente percibido mediante los sentidos. El conocimiento matemático es de este tipo.

En TPM, todos los elementos de la realidad son conocidos directamente, es decir, sin ningún tipo de intermediario psicológico o lingüístico. Como indiqué

---

<sup>36</sup> Véase, *ibidem*, § 215

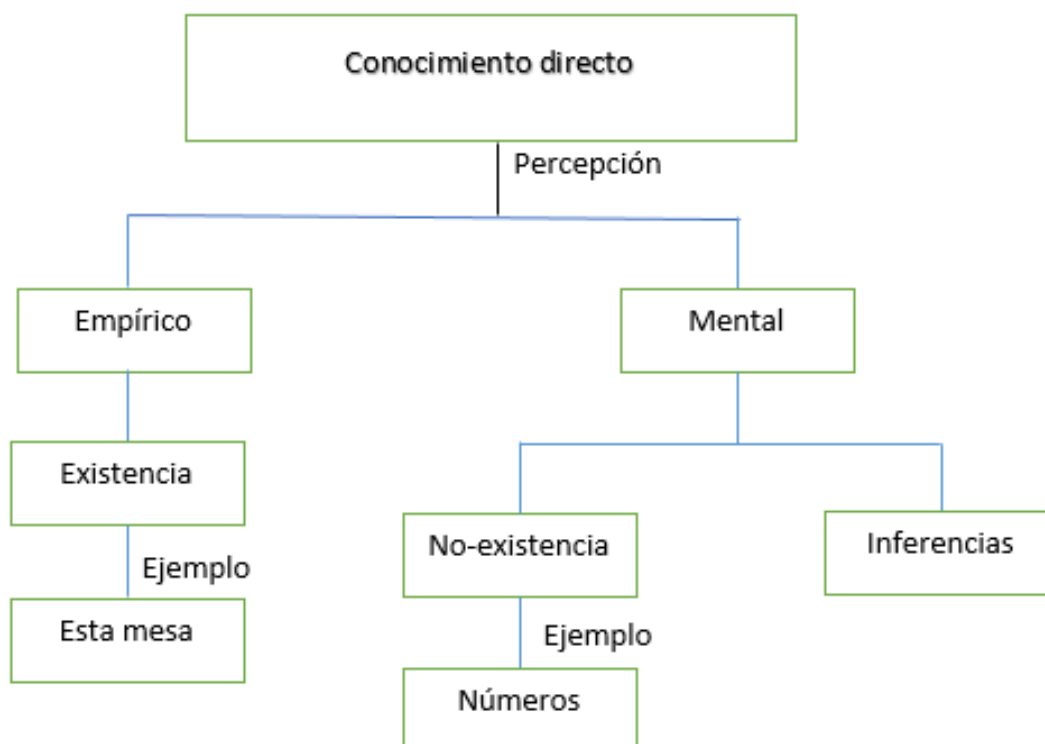
anteriormente, el universo está compuesto de entes que existen y otros que no existen (véase a la existencia como una propiedad de lo real), pero que ambos son reales. Pues bien, por un lado, el conocimiento de los entes que existen se da por medio de la experiencia sensible, es decir, se puede percibir la existencia de ciertos entes, “[...] *el conocimiento de lo existente se basa, siempre y en su totalidad, en la experiencia.*”<sup>37</sup> Por otro lado, el conocimiento de los entes que no poseen existencia se basa en la “percepción mental”, éste es el caso de los números y del conocimiento por inferencia. Dicha percepción mental puede dividirse en dos subtipos, una es el conocimiento directo de los entes no-existentes y otra es el conocimiento inferido; este último es posible gracias a la relación lógica entre los entes implicados. “[...] *la mente, de hecho, es tan puramente receptiva en la inferencia como el sentido común supone que lo es en la percepción de los objetos sensibles.*”<sup>38</sup>

---

<sup>37</sup> *Ibidem*, § 462

<sup>38</sup> *Ibidem*, § 37





En este sentido, así como todo término es real independientemente de su existencia, todo conocimiento es un acto de percepción, pero en el doble sentido que hemos visto, por un lado basado en los sentidos y por el otro en un acto del pensamiento: *“En suma, todo conocimiento debe ser reconocimiento [...] La aritmética es un descubrimiento, exactamente del mismo modo que Colón descubrió las Indias Occidentales, y nosotros no creamos los números más que él creó los indios. El número 2 no es puramente mental, sino que es una entidad <<sobre>> la que se puede pensar”*.<sup>39</sup>

A modo de resumen, se puede decir que en TPM la filosofía de Russell está estrechamente ligada a la lógica, es decir, no se puede entender la una sin la otra, es por ello que se introdujo un breve esbozo del logicismo russelliano. Como vimos, este logicismo introduce un realismo extremo donde cada uno de los términos a los

---

<sup>39</sup> *Ibidem*, § 427

que se les puede referir tiene una realidad, sea ésta empírica como los objetos corrientes que vemos a diario o *supra empírica* como los números y otras entidades matemáticas. Dado que todo es real, el conocimiento se puede dar para Russell solo de manera directa. Sin embargo, dado que la relación matemáticas-filosofía es muy estrecha, cualquier modificación a una afectará a la otra, este es el caso de la paradoja autorreferencialista.

## CAPÍTULO 3

### ANÁLISIS LÓGICO Y TESIS FILOSÓFICAS DE RUSSELL

Durante el capítulo anterior se indicó que la teoría de las matemáticas y la filosofía russelliana están relacionados por medio del logicismo; éste, como se hizo notar, requería de las clases para poder deducir los números naturales y, al mismo tiempo, las clases debían entenderse en un sentido extensional, es decir que quedaban definidas por sus miembros; a estos últimos Russell les llamó términos, dándole un lugar fundamental en su noción de realidad.

No obstante, la justificación matemática por medio del logicismo no tenía mucho futuro, pues finalmente llevaba a una versión contradictoria de la teoría de los conjuntos, como fue evidenciado por Russell mediante la conocida paradoja que tiene su nombre. En un principio, el filósofo británico pensó que alcanzaría una solución rápida y que la propia paradoja era únicamente un juego lingüístico al que no se le debía prestar demasiada importancia, pero, a medida que intentaba encontrar una solución, se dio cuenta de que el propio lenguaje jugaba en su contra y si quería tener una solución, debía realizar sutiles modificaciones a su planteamiento logicista.

Bien, el presente capítulo pretende mostrar dicha contradicción, conocida también como la paradoja Russell, que no solo representa un error lógico, sino que, como veremos, se trata de un punto crítico dentro del trabajo de Russell. Pues dada la relación lógica-filosofía, si una se modifica, la otra también sufre mutaciones.

La forma en la que Russell modifica la lógica es mediante lo que se llama *análisis lógico* el cual comprende, desde mi punto de vista, la teoría de los tipos lógicos y la teoría de las descripciones definidas. Aunque se trate de teorías lógicas, éstas tienen ciertas consecuencias que modifican, irremediabilmente, la

concepción de Russell respecto a la realidad y a cómo se conoce. Algunas de estas consecuencias son más bien problemas (como el de proposiciones universales o negativas) y no quedarán resueltas hasta que se conciliarían con el atomismo lógico o, como diría Tomasini el análisis lógico es la base del atomismo lógico: “*La tesis central de esta disertación es que la base de los sistemas de atomismo lógico [...] la constituye lo que podría quizá ser llamado <<el método de análisis>>*”.<sup>40</sup>

### **3.1 La paradoja Russell dentro de la filosofía russelliana**

Antes de comenzar con las teorías lógicas que dan forma al discurso filosófico russelliano, conviene estudiar brevemente la paradoja que motivó el cambio lógico de Russell. Como es de esperar, no es posible hablar de la teoría de los tipos lógicos sin introducir la paradoja autorreferencialista, ya que una es consecuencia directa de la otra.

La paradoja Russell – nombrada así, porque fue Bertrand Russell quien la descubrió en la teoría de conjuntos – es una versión del tipo de paradojas que comparten la autorreferencia, esto es, donde una determinada proposición o clase se define en términos de sí misma. Entre ellas se pueden hallar la paradoja del mentiroso, del barbero, de Burali-Forti, etcétera. La primera vez que se enuncia este problema es en TPM, haciendo alusión a las proposiciones:

La predicabilidad o propiedad de ser predicado [...] es predicable, es decir, es predicado de sí misma. Por lo tanto, los predicados que no son predicables de sí mismos son solo un grupo de entre los predicados, y es natural suponer que formen una clase que tenga un predicado definidor. Pero, si es así, examinemos si este predicado definidor pertenece o no a la clase. Si pertenece, no es predicable de sí mismo, ya que esta es una propiedad característica de la clase. Pero si no es predicable de sí mismo, entonces no pertenece a la clase de la que es predicado definidor, lo que es contrario a la hipótesis. De otra parte, si no

---

<sup>40</sup> TOMASINI B. Alejandro (1994), *Los átomos lógicos de Russell y Wittgenstein*, UNAM instituto de investigaciones filosóficas, México, pág. 19.

pertenece a la clase de la que es predicado definidor, entonces no es predicable de sí mismo, es decir, es uno de los predicados que no son predicables de sí mismos, y, por lo tanto, pertenece a la clase de la que es predicable definidor – de nuevo en contra de la hipótesis.<sup>41</sup>

Otra enunciación de la paradoja que hace alusión a las clases es del siguiente modo: considérese que hay clases de clases, es decir, existen clases cuyos elementos son otras clases, así, se pueden agrupar las clases en dos conjuntos: a) aquellas que no se contienen a sí mismas, por ejemplo la clase de todos los lápices no es un lápiz, por lo que no se contiene a sí misma la cuál recibe el nombre de *conjunto de Russell*, y 2) las clases que se contienen a sí mismas, por ejemplo, la clase de todas las cosas que no son un lápiz, este conjunto contiene los sacapuntas, los presidentes de las naciones... pero ningún lápiz, por lo que la misma clase estará contenida en sí misma.

Ahora bien, considérese la clase de todas las clases que no son miembros de sí mismas, es decir, todos los *conjuntos de Russell* reunidos en un único conjunto que denominaré **W**, entonces, ¿**W** es miembro de sí mismo? **W** no puede pertenecer a **W** por su definición, pero para cumplir con la misma definición debe estar en el conjunto **W** que, recordamos, contiene TODAS las clases que no son miembros de sí mismas. Formalmente, Russell la representa de este modo:

$$A = \{X/X \notin X\} \rightarrow [(A \in A \rightarrow A \notin A) \vee (A \notin A \rightarrow A \in A)]$$

Esta paradoja pone en jaque el logicismo ya que uno de los indefinibles de las matemáticas es contradictorio – hago hincapié en que los números cardinales son definidos mediante las clases de clases. Una resolución satisfactoria a esta dificultad tardaría cinco años más, sin embargo, el logicismo había empezado a levantar sospechas entre los matemáticos y en 1931, el matemático alemán Kurt

---

<sup>41</sup> RUSSELL Bertrand, *The principles of mathematics, op. cit.*, § 78

Gödel publicó dos teoremas de incompletitud<sup>42</sup> donde demostraba que ningún sistema formal puede ser al mismo tiempo completo y consistente, es decir, que la aritmética no podía fundamentarse por completo sin introducir una fuente externa al formalismo o, en su defecto, aceptar antinomias. Ello era lo que exactamente había pasado con la paradoja Russell.

Como ya se había indicado en el capítulo anterior, el proyecto logicista de Russell, al igual que el de Frege, pasa por reducir la aritmética – el trabajo de aritmetización de las matemáticas había sido realizado por Peano, por lo que las matemáticas superiores quedaban reducidas a la aritmética – a unos pocos principios lógicos, pero entre esos procesos está la teoría de los conjuntos de Cantor, es decir, la teoría de conjuntos es el puente entre la aritmética y la lógica, se trata de una herramienta indispensable para el logicismo russelliano.

Russell, en TPM, consideraba que los números tenían un estatus ontológico, esto es, que podían considerarse genuinos elementos de la realidad, aunque, como se vio en el capítulo anterior, no eran del mismo tipo que los objetos empíricos. Sin embargo, los números, entre otros entes matemáticos, se definían por medio de los conjuntos; estos a su vez también debían tener el mismo estatus que las matemáticas, es decir, tanto las clases como los números eran reales.

No obstante, la paradoja explicada en este apartado demuestra que la noción de clase utilizada en el logicismo producía paradojas que por lo tanto se proyectaban en todo el universo descrito por la ontología russeliana. ¿También la realidad que planteaba Russell en TPM era entonces paradójica?, ¿Nuestra realidad objetiva, basada en la relación entre cosas y conjuntos también podría llegar a ser paradójica? De ser esto cierto, la paradoja de los conjuntos no debería ser la única: nuestro mundo podría albergar infinitas paradojas de las que, al igual que la paradoja Russell, ni siquiera nos damos cuenta y solo mediante un estudio minucioso de nuestro mundo podríamos encontrar.

---

<sup>42</sup> Cfr: Gödel, Kurt (1931). «Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme, I». *Monatshefte für Mathematik und Physik* (en alemán), vers. En español: (2006). *Sobre proposiciones formalmente indecidibles de los Principia Mathematica y sistemas afines*. KRK Ediciones

Russell sabía que nuestra realidad no es paradójica, o al menos era poco probable que lo fuera, por lo que el error no radicaba en el mundo, sino en la filosofía que lo interpreta. Es por ello que el filósofo británico modificó la lógica mediante las dos teorías que se verán a continuación: la teoría de los tipos lógicos y de las descripciones definidas. Y a la vez que Russell modificó su lógica, también lo hizo su filosofía, sobre todo con respecto a su definición de la realidad y del conocimiento.

### **3.2 Teoría de los tipos lógicos**

En este apartado expondré la teoría de los tipos lógicos de Russell con el objetivo de hacer ver que esta teoría no solo tiene implicaciones lógicas sino también ontológicas, en el sentido de que modifica algunos de los postulados bases en el logicismo de Russell expuesto en TPM.

Hablar de la teoría de los tipos lógicos no es una tarea fácil, pues no existe una sola teoría, sino varias a las que Russell fue modificando por medio de anexionar principios y axiomas. Como tal, podría decirse que existen tres teorías de los tipos: 1) la primera es llamada teoría de los tipos simples que fue incluida a modo de *esbozo* en un apéndice de TPM; 2) la segunda podría encontrarse en su ensayo de 1908 titulado *Lógica matemática como fundamento de la teoría de los tipos*, donde incluye la simbología propia de esta teoría y añade el famoso axioma de reducibilidad; 3) por último, la tercera versión de esta teoría se encuentra en la introducción del primer tomo de *Principia Mathematica* donde Russell añade el principio de círculo vicioso. Por ello, trataré de explicar la teoría de los tipos lógicos de manera unificada basándome en las dos últimas versiones que acabo de mencionar.

En torno a las paradojas, Russell notó que todas las versiones de esta contradicción tienen en común un “círculo vicioso”, el cual consiste en asumir que

“una colección de objetos puede contener miembros los cuales únicamente pueden ser definidos por medio de la colección como un todo”<sup>43</sup>. Por ejemplo, 'todas las proposiciones son verdaderas' es de este tipo ya que se define a sí misma o, en términos de conjuntos, se pertenece a sí misma.

De este modo, Russell propone el “principio de círculo vicioso” el cual pretende limitar las totalidades que generan las contradicciones, pero la propia limitación debe enunciarse por fuera de la totalidad que pretende limitar, de lo contrario se incurriría nuevamente en el círculo vicioso. En otros términos, el principio de círculo vicioso establece la imposibilidad de que un todo se contenga a sí mismo. “*Estas falacias, como vimos, han de ser evitadas poniendo en práctica lo que podría llamarse <<el principio de círculo vicioso>>, esto es: <<Ninguna totalidad puede contener miembros definidos en términos de sí misma>>*”.<sup>44</sup>

Volviendo a la resolución de las contradicciones, más allá de la autorreferencia, las paradojas también tienen otro elemento en común que es la suposición de totalidades: 'el conjunto de todos los conjuntos...' o 'todos los cretenses son mentirosos' son ejemplos de ello. Por lo tanto, el principio de círculo vicioso es insuficiente, pues es necesario poder limitar las totalidades y poder expresarlas, si es que las hay, por medio de proposiciones que no dependan de la misma totalidad, un ejemplo de contradicción se encuentra en  $(\varphi) \cdot f(\varphi\hat{z})$  donde la totalidad  $(\varphi)$ . está determinada por la función proposicional  $f(\varphi\hat{z})$ . Por tal razón, Russell sugiere con su teoría que todas las funciones sean divididas en órdenes o tipos, donde, en cada tipo, no debe haber funciones que se refieran al mismo tipo como totalidad al que pertenecen. “*Las totalidades legítimas son aquellas que han sido limitadas para completar su totalidad y cualquier totalidad posterior que se refiera a esa totalidad debe caer por fuera de la totalidad primera*”.<sup>45</sup>

---

<sup>43</sup> RUSSELL B. y WHITEHEAD A. N. (1927), *Principia mathematica*, volume I, Cambridge at University press, second edition, pág. 37

<sup>44</sup> RUSSELL Bertrand (1966), *lógica y conocimiento*, Madrid: Taurus ediciones, pág. 102.

<sup>45</sup> PALACIO F. Jorge R., *Las paradojas y la teoría de los tipos lógicos*, Rev. Universitas philosophica, No. 50, Junio 2008, recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/3029466.pdf>



De este modo, la teoría de los tipos lógicos clasifica los objetos y las funciones en niveles dependiendo de la complejidad lógica que posean. Los individuos, por ejemplo, 'Cervantes', serán de nivel cero; las propiedades de individuos o funciones de individuos, como 'los escritores', serán de nivel uno y sucesivamente. Así, las funciones proposicionales más básicas serán aquellas que tienen variables las cuales únicamente pueden ser sustituidas por individuos, Russell las denomina como  $\varphi!$ .

Dicho lo anterior, la paradoja autopredicativa o del conjunto miembro de sí mismo, o, si se prefiere, todas las paradojas autorreferencialistas son pseudoproposiciones; procedo a explicar: Conforme a una clase cualquiera, por ejemplo, la clase de todos los lápices, éste es de nivel cero y como es un conjunto que no se pertenece a sí mismo, entonces pertenece al *conjunto Russell*, por lo que éste es de un nivel superior, a saber, nivel uno. Luego tenemos que **W** es el conjunto de todos los conjuntos que no son miembros de sí mismos, por lo que el *conjunto Russell* pertenece a **W**; por lo tanto, **W** es de nivel dos. La pregunta ¿**W** se pertenece a sí misma? O ¿**W** se pertenece a **W**? es carente de significado, porque, según la teoría de los tipos, estamos formulando una proposición donde ambos constituyentes son del mismo nivel lógico, es decir, nivel dos. Según Russell, las paradojas de este tipo son proposiciones que, aunque pueden formularse, carecen de significado.

Hasta aquí se ha explicado cómo la teoría de los tipos establece una regla sintáctica, si se me permite tal expresión, para formular proposiciones en función de los tipos a los que pertenecen sus términos o las funciones mismas, además de que denomina de *asignificativas* aquellas proposiciones que se refieren a totalidades, “[...] Así que una noción como <<todas las propiedades de a>>, significa <<todas las funciones las cuales son verdaderas con el argumento a>> será ilegítima [...]”.<sup>46</sup> Sin embargo, hay expresiones que se refieren a totalidades y que no incurren en contradicciones, un caso sería la inducción matemática: todas las propiedades de un número  $n$  se transfieren a otro  $n + 1$ . En otras palabras, por sí sola, la teoría de

---

<sup>46</sup> RUSSELL Bertrand & WITHEHEAD Alfred N., *Principia Mathematica*, volume I, Op. Cit., pág. 55

los tipos evita proposiciones del tipo 'todas las funciones -a', pero puede ser necesario hablar de dicha totalidad.

Tras ello, la teoría de los tipos se apoya en el axioma de reducibilidad, el cual indica que, en base a la equivalencia formal, para una función proposicional  $\varphi x$  habrá una función predicativa equivalente a la primera, esto es, en lugar de decir, 'todas las funciones -a' el axioma nos referirá a 'todas las propiedades predicativas de a'. El axioma se expresa:

$$\vdash: (\exists \psi): \varphi x. \equiv. \psi!x.$$

Este significa que existe una función predicativa  $\psi$  que es equivalente a la función  $\varphi x$ . Lo que el axioma de reducibilidad pretende es bajar la complejidad lógica de las proposiciones que se refieran a las totalidades: la proposición ya no debe referirse a la totalidad, sino a un caso particular, sin especificar cuál. Esta labor es idéntica a la distinción entre todo y cualquiera<sup>47</sup> donde no es necesario afirmar que todos los valores son válidos para una función, sino que cualquier valor que se tome de ese todo será válido para la función, sin tener que referirse a ese todo. “*Dado un enunciado que contenga la variable x, por ejemplo  $x=x$ , podemos afirmar que lo es en uno cualquiera de ellos sin determinar a qué caso referimos nuestra afirmación. [...]*”<sup>48</sup>

De este modo, el predicado de un objeto es la afirmación predicativa cuyo predicado es verdadero para el objeto, así los predicados serán propiedades del objeto, con ello se logra que la proposición que se refiere a la totalidad de las propiedades o de los predicados no sea un predicado de la misma totalidad, ya que los predicados del objeto al que se refiera la función predicativa solo serán las propiedades del objeto. Ello se puede entender mejor con el siguiente ejemplo:

---

<sup>47</sup> “All” y “any”

<sup>48</sup>RUSSELL Bertrand, *lógica y conocimiento, Op. Cit.* pág. 85

- (1) 'Napoleón tenía todas las características que hacen a un gran general', teniendo en cuenta que las propiedades de un objeto se expresan por medio de un predicado, se sigue a
- (2) 'Napoleón tenía todos los predicados que hacen a un gran general', se toma cualquier propiedad del total
- (3) ' $\varphi!z$  es un predicado requerido para hacer un gran general' por lo que simbólicamente se tiene  $f(\varphi!z)$
- (4) por lo tanto,  $(\varphi): f(\varphi!z)$  implica  $\varphi!$  (Napoleón)

De este modo (4) refiere a la totalidad de predicados de Napoleón, sin ser a su vez, una de las características de Napoleón, es decir, se evita el círculo vicioso y se habla de una totalidad. En suma, el axioma de reducibilidad dice que para toda función  $\varphi z$ , siempre hará una función predicativa que afirma que  $z$  pertenece solo a cierto tipo de objetos.

El axioma de reducibilidad tiene varias críticas, entre ellas se encuentra la realizada por Wittgenstein, la cual dice que no hay ninguna necesidad lógica de aceptar el axioma, pues, se trata de un axioma verdadero, pero no necesario, por lo tanto, no es un postulado lógico. En el *Tractatus* el filósofo austriaco lo explica del siguiente modo:

La validez lógica general podría llamarse esencial en contraposición a la accidental; por ejemplo: la de la proposición <<todos los hombres son mortales>>. Propositiones como el <<Axioma de reducibilidad>> de Russell no son proposiciones lógicas, y esto explica nuestro sentimiento de que aunque fuesen verdaderas solo podrían serlo por una feliz casualidad. (6.1232)

Dicha crítica solo puede ser efectuada desde la posición de que la lógica es una disciplina tautológica, pero Russell, en cierta medida, piensa que la lógica puede reinterpretar o descubrir la realidad, de cierto modo, equiparable a las ciencias naturales. Sin embargo, se trata de una idea de la que Russell nunca estuvo seguro.

A partir de ahora comenzaré a indagar en las consecuencias ontológicas de la teoría de los tipos en contraste con las ideas mantenidas en TPM. Según mi lectura, encuentro tres de estas consecuencias que modifican la concepción de realidad que Russell mantenía en TPM.

1) Comenzaré con la más obvia de todas y es que la teoría de los tipos marca una distinción de tipo ontológico entre la clase o conjunto y los miembros que contiene, esto es, si un conjunto contiene particulares, la clase no puede ser un particular, es decir, son de distinto tipo lógico, esto es completamente distinto a lo que Russell planteó en TPM, donde las clases estaban al mismo nivel que las cosas que contenían. Esta idea se expresa con mejor claridad en *La filosofía del atomismo lógico*:

No diremos que hay clases y que hay particulares con el mismo sentido, puesto que si el sentido de ambas afirmaciones fuese el mismo, un mundo en el que hubiera tres particulares y, por lo tanto, ocho clases, sería un mundo en el que habría once cosas al menos. Según el viejo dicho del filósofo chino, una vaca castaña y un caballo bayo sumarían tres cosas: tomadas separadamente, serían una cada uno; juntos una tercera y, por lo tanto, tres.<sup>49</sup>

La diferenciación entre clases y miembros es esencial a la teoría de los tipos lógicos, sin embargo, queda poco clara la distinción en niveles lógicos más elevados, es decir, es fácil reconocer que las clases son distintas de los particulares, porque estos pueden ser percibidos directamente. Pero al tratarse de clases de clases, la situación se complica, puesto que una clase de clases no contiene particulares, sino que parece que contiene miembros de su mismo tipo ya que no hay una distinción real entre una y otra clase, lo que me lleva a la siguiente consecuencia:

---

<sup>49</sup>*Ibidem*, pág.366

2) La teoría de los tipos presupone una complejidad lógica que se manifiesta en la realidad.

Russell entiende que la teoría de los tipos está relacionada a cierta complejidad lógica, mientras mayor sea el tipo lógico, mayor será su complejidad en el sentido de que se aleja de los particulares o de funciones simples, es decir, que se alejan de  $\varphi!x$ . Esto puede evidenciarse en proposiciones del tipo:

a) 'Cervantes era un escritor'  $\varphi!x$

b) 'Todos los escritores son humanos'  $(x). \varphi x$  implica  $\psi x$

En ellas, a cada proposición sus elementos van subiendo de nivel, pero la proposición b) es universal, por lo que cabría preguntarse si existe algo a lo que se refieran este tipo de proposiciones o, en términos del atomismo lógico, ¿existen hechos universales?

En este punto me he visto obligado a introducir el término “hecho”, para poder diferenciar un concepto (que denota algo universal) de una proposición universal, porque la proposición a) tiene un concepto que se entiende por medio de la función 'x es escritor', por lo que 'escritor' es un término que refiere a universales (a la clase de todos los escritores de la que x es miembro), pero no en el mismo sentido a como lo refiere el cuantificador 'todos' de la proposición b). Se entiende por hecho “*aquello que hace verdadera o falsa una proposición*”<sup>50</sup>. Durante el siguiente capítulo expondré qué opiniones tiene Russell respecto a la existencia, si es que la hay, de los hechos universales.

3) Respecto a la noción russelliana de realidad, la tercera consecuencia que logro encontrar en la teoría de los tipos es que ésta se basa en el uso de las funciones proposicionales como una manera de definir a las clases: Una clase o conjunto está usualmente determinado por los elementos que contiene, es decir, todos y cada uno de los perros que hay en el mundo puede ser enumerado e introducirse en un único conjunto que se denomina 'conjunto de todos los perros',

---

<sup>50</sup> *Ibidem*, p. 256

éste es un caso de definición extensional. Sin embargo, esta labor es imposible, al menos para el ser humano, cuando se trata de elementos infinitos, como lo pueden ser los puntos en el espacio o los números naturales. No obstante, la definición intensional es aquella que permite definir una clase o conjunto, no por medio de sus elementos, sino mediante una función proposicional que establece una condición para que un elemento pueda pertenecer al conjunto dado. Por ejemplo, 'para cualquier  $x$ , tal que  $x$  es el actual rey de Francia' es una función proposicional que determinará los objetos que pertenecen a un conjunto, en este caso el conjunto estará vacío o en términos de funciones, no hay un  $x$  que satisfaga el argumento.

Dicho lo anterior, las funciones proposicionales permiten definir conjuntos vacíos e infinitos, además de que hace innecesaria la extensionalidad, con ello los elementos de un conjunto no son los que determinan al conjunto mismo, sino que es el conjunto, mediante la función proposicional, la que define a sus elementos. Sin embargo, las funciones proposicionales no están exentas de problemas, uno de ellos es que dos funciones diferentes pueden denotar el o los mismos elementos, provocando que se vuelvan ambiguas, por ejemplo, 'el primer número par natural' es idéntico a 'el único número primo par' ambas frases (denotativas) denotan al mismo objeto, si es que el número dos puede ser considerado objeto, pero lo hacen de distinta manera. En otras palabras, se hace presente el problema de la denotación en frases descriptivas: ¿Qué naturaleza tienen las frases descriptivas? Y si es que denotan algo, ¿qué naturaleza tiene aquello que denotan las frases descriptivas? pero esta cuestión será tratada en el siguiente apartado dedicado a la teoría de las descripciones.

### 3.3 Teoría de las descripciones

La teoría de las descripciones es una de las pautas para el análisis del lenguaje en la filosofía analítica y también para resolver algunas dificultades en torno a la paradoja Russell.

Puede afirmarse que la teoría de las descripciones tiene casi toda la filosofía de Russell. Fue concebida para resolver (y lo hace) problemas en las provincias de lógica filosófica, metafísica, filosofía del lenguaje y filosofía de la lógica. Pero, sobre todo, es la mejor justificación del análisis y proporciona la justificación de que el análisis funciona<sup>51</sup>.

Esta teoría pretende solucionar los problemas relacionados a la significación de proposiciones donde se predica algo de una descripción. Russell no fue el primero en formular una teoría para las descripciones, antes de él Frege y Meinong ya habían establecido sus posturas frente a proposiciones del tipo “el actual rey de Francia”, pero sin resultados definitivos. Frege, del cual Russell aceptó por un tiempo sus conclusiones, estableció la diferencia entre sentido y significado, afirmando que proposiciones como la de “el actual rey de Francia...” tienen sentido, pero no significado. Meinong, por su parte, arguyó que debe aceptarse toda una baraja de entes inexistentes.

En primera instancia, puedo adelantar que en *On denoting* (1905), el filósofo inglés resuelve los problemas de la denotación quitando significado propio a las frases denotativas, es decir, crea los símbolos incompletos, y ya en *Principia mathematica*, este concepto se define del siguiente modo: “Por un símbolo <<incompleto>> nos referimos a un símbolo el cual no tiene significado en solitario, pero es definido en ciertos contextos. En matemáticas ordinarias, por ejemplo  $\frac{d}{dx}$  e  $\int_a^b$  son símbolos incompletos: algo tiene que ser proporcionado antes de que

---

<sup>51</sup> TOMASINI B. Alejandro (1994), *Op. cit.* pág. 47

tengamos algún significado".<sup>52</sup> Por lo tanto, las frases denotativas o descripciones definidas no tienen significado por sí mismas, sino que su significado viene dado por otros términos que sí lo poseen, es decir, las frases denotativas no tienen un referente, aunque parece que sí lo hacen.

Al analizar lógicamente las proposiciones que cuentan con una descripción por sujeto, Russell notó que no hay una manera clara de simbolizarlas; es decir, lógicamente, las frases denotativas son incompletas, en el sentido que para simbolizar una proposición que cuenta con una descripción como sujeto, los datos que la misma proposición nos ofrece son insuficientes para establecer un valor veritativo. Además de ello, la teoría de las descripciones de Russell está enfocada en resolver tres dificultades básicas: la primera respecto a la validez de una sustitución de una denotación por un nombre propio, por ejemplo, 'Scott es el autor de Waverley'  $(\lambda x)(x \text{ es autor de Waverley})$ <sup>53</sup>, si Scott lo era realmente, entonces Scott es Scott, es decir, si  $\alpha = (\lambda x)(\phi x)$ , entonces  $\alpha = \alpha$ . Esta misma dificultad podemos hallarla en la descripción 'el primer hombre en pisar la luna' donde ésta no es lo mismo que Neil Armstrong.

La segunda intentará resolver el estatus lógico de frases que no denotan nada, por ejemplo, tómesese la proposición 'el actual rey de Francia es calvo'. Si nos preguntamos por el valor veritativo de esta proposición, nuestra primera respuesta será "no-verdadera". De igual modo, si nos preguntamos por su negación el actual rey de Francia no es calvo, nuestra respuesta también será "no-verdadera". En virtud de la ley del tercero excluido, ¿Cuál es el estatus de dicha proposición?

La tercera dificultad a la que se enfrentará es la de considerar la subsistencia de frases denotativas negativas. Tómesese como ejemplo 'el caballo con un cuerno es manso' y decir de ésta que 'el caballo con un cuerno no existe', formalmente,  $\neg \exists! \alpha$ <sup>54</sup> y, por lo tanto, no se puede afirmar que sea verdadera ni falsa. Pero ¿cómo podemos afirmar la no-existencia de algo? Éstas son las tres principales dificultades

---

<sup>52</sup> RUSSELL Bertrand & WITHEHEAD Alfred N., *principia mathematica*, volume I, *Op. Cit.*, pág. 66

<sup>53</sup> La forma canónica es  $(\lambda x)(\phi x)$  que significa el x que satisface  $\phi x$ . La iota invertida significa una descripción. Por ejemplo  $(\lambda x)$  es una descripción de x.

<sup>54</sup>  $\alpha$  no existe



[puzzles] que debe resolver cualquier teoría de la denotación que pueda considerarse satisfactoria.

La primera dificultad se resuelve considerando que todas las proposiciones que contengan el símbolo  $(\exists x)(\phi x)$  serán asignificativas en solitario y únicamente tendrán un significado en un determinado contexto, por lo que una frase como 'el autor de Waverley', 'el primer hombre en pisar la luna' 'un caballo con un solo cuerno' etc. no tienen ningún significado, es decir, no representan ningún individuo, mientras los nombres propios sí representan a un determinado individuo, a saber Scott o Neil Armstrong eran un poeta y un astronauta respectivamente. De este modo las descripciones solo pueden adquirir significado con alguna expresión que lo tenga en solitario. Considérese la proposición 'el primer hombre en pisar la luna era estadounidense', cuyo símbolo  $(\exists x)$  (x es el primer hombre sobre la luna) debe tener tres implicaciones:

- I) Que exista un determinado objeto/individuo que haya pisado la luna respecto de lo que se predica de él, es decir,  $\exists x. (\phi x)$
- II) Que exista uno y solo un individuo que haya pisado la luna, es decir, "es siempre verdadero que 'si x e y fueron los primeros en pisar la luna, x e y son idénticos'"
- III) Que la relación (el condicional en este caso) exista o en su defecto que sea verdadero, es decir, "es siempre verdadero que 'si x fue el primer hombre en pisar la luna, entonces x era estadounidense'"

Dadas estas tres suposiciones que debería tener la proposición 'el primer hombre en pisar la luna era estadounidense' tendríamos la siguiente proposición, "existe un c tal que 'x es el primer hombre en pisar la luna, es siempre verdadero para x' si y solo si x es idéntico a c", nosotros diremos con razón del ejemplo que c es Neil Armstrong; formalmente:

$$E! (\exists x)(\phi x) = (\exists c): \phi x. \exists x. x=c$$

De este modo, Russell demuestra que  $(\exists x)(\phi x)$  no es un significante y que es distinto del ente al que intenta denotar pues pudo eliminarse completamente y sustituirse por una proposición formalmente significativa. Así se puede notar que no hay un constitutivo  $(\exists x)(\phi x)$  que pueda sustituirse por Neil Armstrong.

Entonces, ¿cuál es la condición para que un término o frase tenga significado? Para Russell toda palabra debe referirse a algún objeto<sup>55</sup>, por lo que, si la frase en cuestión no refiere a alguna entidad, entonces no tiene significado. A todo objeto de la realidad le corresponde un nombre, por ejemplo, libro, mesa, televisión, en otras palabras, el nombre está en lugar de la cosa. "[...] *si <<a>> es un nombre, tiene que nombrar algo; aquello que no nombra nada no es un nombre y, por lo tanto, si se presenta como un nombre, es un símbolo desprovisto de sentido [significado]*"<sup>56</sup>. De este modo, como se indicó en la definición de símbolo incompleto de los *Principia mathematica*, algunas nociones de la aritmética son de este tipo, por lo tanto, se puede concluir que no son objetos, independientemente de si se les quiere atribuir una realidad distinta a la empírica.

La segunda dificultad corresponde al estatus lógico de proposiciones del tipo 'el actual rey de Francia es calvo' y tipo 'el actual rey de Francia no es calvo', donde, como expliqué anteriormente parece que violan la ley del tercero excluido (se forma una proposición del tipo  $P \vee \neg P$ , donde todos los valores de la disyunción son verdaderos).

Para la resolución volveremos a utilizar funciones de funciones; las formas más básicas de éstas serán ' $\phi x$  es siempre verdadera' que es válida para todos los valores de  $x$  (universal) y ' $\phi x$  a veces es verdadera' que es válida para algunos valores de  $x$  (existencial). De igual modo, otra función de función es la que permite de uno u otro modo la intervención de una función que tiene una expresión denotativa, esto es, que  $f[(\exists x)(\phi x)]$  es parte de otra función, por ejemplo, 'yo pensaba que el primer hombre en pisar la luna era toluqueño'. Esta última proposición es lo

---

<sup>55</sup> A Russell se le puede considerar un referencialista pues sostiene la tesis de que el significado de una entidad lingüística consiste en referir a otra entidad, por lo que el significado de una palabra se agota en aquello que nombra.

<sup>56</sup> RUSSELL Bertrand, *introducción a la filosofía matemática, Op. Cit.* Pág. 156

que Russell llamará ocurrencia [*occurrence*] secundaria y de la sustitución de la descripción por una constante resultará una proposición ambigua. En cambio, una ocurrencia primaria será aquella en que la descripción pueda sustituirse por una constante y resultará una proposición completamente significativa como 'el primer hombre en pisar la luna era estadounidense'.

De esta consideración se desprenden las siguientes consecuencias: La primera es que una proposición que tiene una descripción en ocurrencia primaria, la cual no describe nada, será siempre falsa, por ejemplo 'el caballo de un solo cuerno es manso'. La segunda consecuencia es que una proposición en la que aparezca una descripción que figure como ocurrencia secundaria puede ser verdadera incluso si la descripción no describe nada, por ejemplo 'no hay un ser como un caballo con un cuerno', esto es,  $\neg[E!(\exists x)(\phi x)]$  cuyo valor será verdadero. La razón de que éste último ejemplo tenga una ocurrencia secundaria está en su forma de análisis.

Siguiendo el ejemplo del unicornio, si 'el caballo de un solo cuerno es manso' tiene una descripción con ocurrencia *primaria* y de acuerdo al párrafo anterior, será falsa. Esta proposición no tiene mayor dificultad. Sin embargo 'el caballo de un solo cuerno es manso' es una proposición ambigua que dará distintos resultados dependiendo del análisis y dichos resultados no será formalmente equivalentes ya que la descripción no existe. En el lenguaje ordinario, no hay una manera de diferenciar si una frase está funcionando como una ocurrencia primera o secundaria, las dos posibles interpretaciones serán las siguientes:

- 1) Supongamos 'x es manso', luego procedemos a la sustitución de x por la descripción, en este caso 'el caballo de un solo cuerno' y negamos el total, por lo que tenemos "es siempre falso que 'el caballo de un solo cuerno es manso'". Dado que el caballo de un solo cuerno es una proposición falsa, entonces la negación resultará una proposición verdadera. La descripción en este ejercicio tiene una ocurrencia secundaria.

2) Supongamos 'x no es manso', luego se sustituye la variable por la descripción, por lo que 'el caballo de un solo cuerno no es manso. Dado que la ocurrencia de la descripción es primaria y no existe, entonces la proposición será falsa.

Bien, para Russell, tales proposiciones encierran dicho problema debido a que las especificaciones que se tiene de ellas no son suficientes, es decir, un lenguaje que fuera lógicamente perfecto, desaparecería el problema de su estatus lógico. Teniendo en cuenta las ocurrencias que puede tener una descripción, la proposición 'el actual rey de Francia no es calvo' es ambigua en el lenguaje corriente ya que, al tratarse de una función de función y no puede determinarse la ocurrencia de la frase 'el actual rey de Francia', por lo tanto, dicha proposición puede ser verdadera en caso de que la frase denotativa tenga una ocurrencia primaria y falsa en caso de que tenga una ocurrencia secundaria.<sup>57</sup>

En resumen, la proposición 'el actual rey de Francia no es calvo' y muchas otras de este tipo, puede ser verdadera o falsa dependiendo de la estructura lógica que se le haya querido dar. El lenguaje cotidiano no puede diferenciar entre ocurrencias primarias y secundarias, por lo que el problema del tercero excluido solo existe gracias a las ambigüedades del lenguaje. Este dilema es un ejemplo de que algunos problemas de la filosofía son derivados de la deficiencia lógica del lenguaje cotidiano.

La resolución del tercer *puzzle* es un tanto curiosa: hasta ahora, en su artículo *On denoting*, Russell había acostumbrado a sus lectores a dar soluciones basadas en el estricto uso de la lógica. Pero, cuando se enfrenta al problema de la "existencia" de frases denotativas que no denotan nada, resuelve el dilema mediante el mero referencialismo, es decir, si no hay una cosa x tal que sea un caballo con un cuerno, entonces el unicornio no existe. En el caso de la diferencia entre A y B, si éstos *no* difieren, entonces no existe tal entidad como la diferencia. Sin embargo, si es cierto que A y B son diferentes, entonces tal diferencia existe.

---

<sup>57</sup> Véase, RUSSELL Bertrand, *lógica y conocimiento*, Op. Cit. pág. 70.

Para Russell, la palabra está en representación de la cosa que nombra. Sería un sinsentido decir, por ejemplo, que 'Sócrates existe' o la 'humanidad existe', porque ambos términos, 'Sócrates' y 'humanidad' son palabras que están por los objetos de la realidad. Si a alguien le queda alguna duda sobre la existencia de Sócrates, entonces se puede hacer uso de la descripción. 'El maestro de Platón' o 'el filósofo que creó la mayéutica' son frases de las que se puede extraer la existencia de tales ententes, esto es, "“existe un x tal que' x fue maestro de Platón". Solo mediante las descripciones se puede preguntar acerca de la existencia de un objeto dado.

Volviendo a la disputa acerca de la existencia de entidades referidas por alguna frase denotativa, la teoría de las descripciones se vuelve para Russell un modo de comprobar la existencia o no-existencia de ciertas entidades. Por lo que, si tengo duda acerca de la existencia de un unicornio o, por otro lado, quiero afirmar la inexistencia de tal animal fantástico, debo hacerlo por medio de la descripción, ya que una proposición como 'los unicornios no existen' es un sinsentido. La existencia, por lo tanto, no puede predicarse de algún objeto, sino que, en caso de que se requiera afirmarse o negarse, debe usarse mediante frases denotativas.

La anterior consideración se debe a que la predicación de la existencia sobre un objeto o nombre no descriptivo es un sinsentido porque la predicación solo puede realizarse sobre un símbolo genuino y del que tenemos conocimiento directo. Por ejemplo, sería algo completamente antinatural que dudara de la existencia del teclado donde estoy plasmando estas ideas mediante 'este teclado no existe' (al menos para mí y las otras personas que me están mirando a mí y a mi teclado), de igual manera, es ridículo que afirme su existencia por medio de 'este teclado existe'. No obstante, la descripción, que es un símbolo incompleto y una manera de conocimiento indirecto, sí admite afirmaciones respecto de la existencia. Por ejemplo, un unicornio, del que no tengo un conocimiento directo, pero que conozco por medio de la descripción que he leído por internet; puedo indicar su existencia o no-existencia mediante 'existe un x, tal que, x es un caballo con un solo cuerno', pero nunca mediante 'un unicornio no existe'. De este modo, si A y B son realmente

diferentes, entonces la diferencia entre A y B existe por medio de 'hay una, y solo una, entidad x tal que "x es la diferencia entre A y B"'; por el caso contrario, si la proposición es falsa, entonces no existe dicha diferencia. "Así pues, y de acuerdo con el sentido que antes atribuimos a la denotación <<la diferencia entre A y B>> tendrá denotación cuando difieran A y B, pero no en otro caso".<sup>58</sup>Entiéndase que la 'la diferencia entre A y B' refiere a una relación (aRb) entre dos términos, la cual se da (existe) cuando efectivamente se presente una diferencia.

En resumen, las frases denotativas no funcionan como términos referencialistas, es decir, no son símbolos genuinos, sino símbolos incompletos y dicha propiedad se extenderá a los números; esto significa que no tienen significado en sí mismas, sino solo dentro de un determinado contexto; en obras posteriores<sup>59</sup>, Russell se referirá a ellos como *ficciones lógicas*. Las clases, de las que se desprenden los números, y las descripciones son ficciones lógicas. Esto quiere decir que en un listado de cosas que hay en el universo, las clases ni las descripciones figurarían en dicha lista. Pecando de las conclusiones lingüísticas anteriores, podemos decir que las clases ni las descripciones existen. El primer hombre en pisar la luna no existe, existe Neil Armstrong, pero no la descripción de éste.

Con ello, me remonto al apartado anterior donde mencioné un problema que surgía en torno a las funciones proposicionales, y es que distintas funciones pueden, en apariencia, *referir* a una misma cosa, por ejemplo 'existe un x, tal que, x es el maestro de Platón' y 'existe un x, tal que, x es el filósofo que bebió la cicuta' refieren al mismo objeto. No obstante, la teoría de las descripciones nos indicaría que, en realidad, ninguna de las anteriores refiere a algo, simplemente porque no tienen significado propio. Si en realidad se quisiera referir a algo debería ser por medio de un nombre propio, en este caso, simple y llanamente 'Sócrates'.

En efecto, las funciones proposicionales tampoco tienen un significado porque tampoco refieren a algo; de hecho, la propia naturaleza de las funciones nos

---

<sup>58</sup> *Ibidem*, págs. 70-71

<sup>59</sup> Cfr. RUSSELL B. y WHITEHEAD A. N. (1927), *Principia mathematica*, volume I, *op cit.*; RUSSELL, B., la filosofía del atomismo lógico (1918). En RUSSELL Bertrand, *lógica y conocimiento*, *Op. Cit.* págs. 245-396.

indica que no deben referir a algo, esto es porque los valores deben ser ambiguos. En caso de que sus valores estén definidos, se llamarían proposiciones, las cuales, como se verá en el próximo capítulo, refieren a hechos. En este sentido, la teoría de las descripciones ha despojado de significado y, por lo tanto, del estatus de “real” a las funciones; mientras la teoría de los tipos lógicos hizo lo mismo con las clases. Así, todo aquello que derive de las clases o las funciones queda reducido a meras ficciones lógicas.

Por otro lado, la limitación ontológica que marca esta teoría es extrema, pues los entes quedan limitados únicamente a los objetos que podemos percibir directa y actualmente: como ya habíamos indicado, para Russell, el significado de una palabra radica en la cosa que denota y todas aquellas expresiones que no refieren nada, son, por lo tanto, asignificativas. El caso de los nombres propios presenta la mayor prueba de su teoría, pues parece que éstos se agotan precisamente en la cosa que nombran, sin embargo, hay nombres propios que no tienen una referencia, como aquellos que intentan referir a seres de ficción o incluso personajes históricos como Mickey Mouse u Homero.

Russell, consciente de aquella situación, sostiene que los mismos nombres propios son en realidad descripciones abreviadas que se construyen de predicados y de otros símbolos genuinos. Por ejemplo, nadie actualmente tiene un conocimiento directo del término ‘Homero’, pero sabemos que se refiere a un poeta griego que escribió la *Ilíada* y la *Odisea*. Esos datos nos vienen de las descripciones que encontramos en libros de historia, las cuales, a su vez, están compuestas de símbolos aún más básicos de los que sí tenemos un conocimiento directo. Russell llamará a esos símbolos *átomos lógicos*.

Considerando lo anterior, la teoría de las descripciones limita el número de entidades en el universo mediante la capacidad que tienen los términos de significar, y ésta, a su vez, está limitada a la referencia, ello quiere decir que todas aquellas entidades semánticas que no poseen referencia no son objetos, por lo tanto, no son reales, sino meras convenciones lingüísticas o, en su defecto, ficciones lógicas. Así, ¿existe algún nombre propio genuino que no deje de tener referencia? Russell

piensa que sí existen y son aquellos que lo refieren directamente, es decir, los términos deícticos, como *aquí*, *ahora*, *yo*, entre otros.

Dicho lo anterior, el filósofo británico sabía que tenía que reformular su concepción filosófica del mundo para dar cabida a las conclusiones obtenidas por estas teorías. De hecho, no consideraba estas teorías como una producción filosófica, sino como una producción meramente lógica o pre-filosófica, en el sentido de que a partir de estas pautas se debe filosofar, es decir, si se pretende hacer una filosofía consistente, se debe tener en cuenta las reglas de la lógica. Éstas son las bases para el atomismo lógico.



## CAPÍTULO 4

# REALIDAD Y CONOCIMIENTO EN LA FILOSOFÍA DEL ATOMISMO LÓGICO

El presente capítulo mostrará las nociones de realidad y conocimiento en la fase de la filosofía russeliana del atomismo lógico, que consideramos la cúspide de su pensamiento. Puesto que el atomismo lógico se basa en la lógica modificada por las dos teorías descritas en el capítulo anterior, queremos argumentar que, en cierto sentido, el atomismo lógico es producto de los intentos de Russell por justificar las matemáticas mediante la lógica, es decir, se trata de un logicismo hecho filosofía. En palabras de Beuchot “*el cálculo lógico o la lógica matemática será el lenguaje perfecto que sigue una gramática filosófica o una gramática lógica; con ella se evitarán los proliferantes errores metafísicos y se tendrá un instrumento ideal para la exacta argumentación filosófica.*”<sup>60</sup>

Lo anterior se justifica con las siguientes dos proposiciones:

- 1) Russell mantiene una relación lógica-filosofía: Durante el transcurso del logicismo, Russell, mediante su lógica, nota que muchos de los filósofos idealistas sufrían de numerosas deficiencias lingüísticas, es decir, los problemas del idealismo eran producidos por fallas en el lenguaje corriente. Por ello, el primer paso de Russell fue modificar la lógica para crear un lenguaje correcto a los intereses de su filosofía.
- 2) La filosofía russelliana supone una relación lógica-mundo: Es importante entender que Russell no considera a la lógica como la ciencia que trata de las correctas formas del pensamiento o el estudio de las inferencias. Para

---

<sup>60</sup> BEUCHOT M. *Lenguaje perfecto y logicismo en Bertrand Russell*, Rev. Elementos, No. 8, vol. 2, año 2, recuperado de <http://www.elementos.buap.mx/num08/pdf/35.pdf>.

Russell, la lógica va más allá de la mente humana, se trata de una ciencia que imita la estructura del mundo de la que la propia mente humana es parte. En este sentido, la lógica, para Russell, es casi una ciencia natural, aunque siempre tuvo reservas respecto a esta idea.

La filosofía del atomismo lógico es una serie de ocho conferencias que Russell dictó en Londres, en 1918 y que se publicaron en la revista *The mosnit*. La reedición de estas conferencias se recoge el texto *Lógica y conocimiento* (1956) a modo de ensayo. Las ideas que expresa en este texto son producto de las construcciones lógicas de *Principia mathematica* (1910-1913) y de las conversaciones que tuvo con su discípulo y colega austriaco L. Wittgenstein, mientras éste residía en Cambridge.

#### **4.1 Noción de realidad en *La filosofía del atomismo lógico***

Estas conferencias constituyen una obra meramente filosófica, a diferencia de TPM que era casi exclusivamente lógico-matemática, y que pretende llegar a los constituyentes últimos de la realidad mediante el aparato lógico de *Principia mathematica*. En este sentido, se trata de una metafísica, pues dichos constituyentes no son físicos, sino lógicos: “*La razón de que denomine a mi doctrina atomismo lógico es que los átomos a que trato de llegar [...] son átomos lógicos, no átomos físicos [...]*.”<sup>61</sup>

La manera de descubrir los elementos lógicos del mundo se hace por medio del lenguaje. Sin embargo, este análisis no se realiza sobre el lenguaje cotidiano, sino el lenguaje creado por Russell y Whitehead en *Principia mathematica*, el cual, a modo de ver de Russell, es una perfecta representación de la realidad sin las ambigüedades del lenguaje corriente. En otros términos, el análisis lógico del mundo es, al mismo tiempo, el análisis lógico del lenguaje.

---

<sup>61</sup> RUSSELL Bertrand, *lógica y conocimiento*, Op. Cit. pág. 252.

Russell propone en su atomismo que el mundo está constituido por la totalidad de hechos atómicos: “*La primera verdad incontestable hacia la que deseo llamar la atención de ustedes [...] es que el mundo contiene hechos*” [...]”<sup>62</sup>; estos son representados en el lenguaje por medio de proposiciones atómicas que, a su vez, son símbolos complejos (aquellos símbolos compuestos de otros símbolos). Un hecho atómico, al igual que una proposición, está constituido de otros elementos más simples; éstos son los particulares, propiedades y relaciones. Cabe recalcar que, a pesar de que existen proposiciones formadas de dos o más proposiciones (proposiciones moleculares), los hechos son simples y no se puede haber hechos formados por más hechos, es decir, no existen los hechos moleculares, por ejemplo, 'si llueve, saco mi paraguas' ( $p \rightarrow q$ ), este hecho en conjunto no existe, sino que existen por separados el hecho de que 'llueve' y, por otro lado, hecho de que 'saque mi paraguas'

Todos los hechos con los que nos encontremos son objetivos, en el sentido de que pueden ser percibidos por medio de nuestros sentidos, sean estos por medio del cuerpo o de las sensaciones psicológicas: “*Es importante reparar en que los hechos pertenecen al mundo objetivo. No han sido creados, salvo en casos especiales, por nuestros pensamientos o creencias [...]*”<sup>63</sup>. En esta nueva fase, dentro del inventario ontológico de Russell, existen diferentes tipos de hechos que guardan distintos niveles de realidad. Los más básicos son aquellos hechos que corresponden a la naturaleza objetiva como del tipo 'Está lloviendo' o 'Esto es blanco' y de los que se encargan las ciencias naturales.

Las creencias también son un tipo de hecho atómico, pero, a un nivel psicológico. “*Me refiero al efectivo acaecimiento de una creencia en la mente de una persona determinada en un momento determinado [...]. Lo que me interesa [...] es esta cuestión: la de qué forma corresponde al hecho que tiene lugar cuando una persona cree algo. [...]*”<sup>64</sup>. Todas aquellas proposiciones que expresen deseos o

---

<sup>62</sup> *Ibidem*, pág. 255

<sup>63</sup> *Ibidem*, pág. 257

<sup>64</sup> *Ibidem*, págs. 303 – 304.

creencias o cosas por el estilo son representaciones de hechos del tipo 'deseo p' o 'creo en la proposición p'.

Los hechos generales son otro tipo de hechos, es decir, aquellas que llevan el cuantificador relativo a “todos”, como 'Todos los hombres son mortales'. “[...] *está claro que contamos con proposiciones generales en el mismo sentido en que contamos con proposiciones atómicas [...], pero no solo tenemos proposiciones: también tenemos hechos de este género [...]*”<sup>65</sup>. La consideración de este tipo de hechos por parte de Russell se debe a que no es posible inferir una proposición general por medio de la inducción, sin antes haber considerado la misma proposición general dentro de las premisas. En otras palabras, la inducción no se completa únicamente de proposiciones particulares, sino que necesita de una proposición general que determine el final de la enumeración.

En torno a las proposiciones generales, Russell nos aclara dos pautas lógicas: 1) una proposición general no implica nunca una proposición de tipo existencial, por ejemplo, 'Todos los hombres son mortales' no implica que haya hombres; si se quiere dar a entender que estos existen, se debe añadir por separado 'y existen hombres', esto se hace con el objetivo de evitar la multiplicación innecesaria de seres. 2) Las proposiciones generales tienen implícita una proposición hipotética, por ejemplo, 'Todos los hombres son mortales' significa “x es un hombre' implica 'x es mortal' cualquiera que x pueda ser”<sup>66</sup>; esta distinción se hace, por una parte, para evitar asumir que existen seres llamados hombres y, por la otra, para evitar la paradoja autoreferencialista, que se presenta en las totalidades.

El último de los hechos que hay que considerar son los hechos negativos; estos deben su existencia de acuerdo a las proposiciones atómicas negativas verdaderas. Un hecho atómico se corresponde con una proposición atómica, por ejemplo 'el agua marina es salada' (p), cuya verdad se corroborará con un hecho. Ahora, la proposición molecular 'el agua marina es salada o picosa' (p ∨ q) son dos

---

<sup>65</sup> *Ibidem*, pág. 329.

<sup>66</sup> Véase, *Ibidem*, pág. 333.

proposiciones atómicas a cada cual le debería corresponder un hecho. Sin embargo, cuando voy a la playa y por alguna distracción ingiero agua marina, me percataré de que ésta es salada y bajo ninguna situación encontraré alguna otra que sea picosa, entonces ¿cuál es el hecho que se corresponde con 'el agua marina es picosa'? Hay dos opciones, o existe un hecho molecular que sintetice la disyunción o existe un hecho para  $q$ . En este caso, Russell acepta la existencia de un hecho que niegue  $q$ , es decir,  $\neg q$ . "[...] *en cuanto llevo dicho hasta el presente, se halla implícita la admisión de que hay hechos negativos [...]*"<sup>67</sup>. Con esto, hay un hecho negativo que me permita corroborar la negación de  $q$ . Ambas opciones presentan graves dificultades, por un lado, aceptar que existen hechos moleculares equivale a aceptar la existencia de las constantes lógicas y más grave aún, aceptar que el mundo puede tener casos contradictorios y tautológicos. Por otro lado, los hechos negativos representan un número mayor que los hechos positivos, por ejemplo, si afirmo que el agua marina es salada, niego los otros sabores que pueda percibir, ello crea un universo superpoblado de hechos negativos, donde solo una pequeña parte de la totalidad son conocidos afirmativamente. Ambas opciones son completamente descabelladas, pero creo que los hechos negativos son el menor de los males. A raíz de esto, Russell relata "[...] *Cuando hablé en Harvard de este tema sostuve que había hechos negativos, y tal afirmación estuvo a punto de provocar un tumulto: la concurrencia no quería oír hablar, bajo ningún concepto, de la existencia de hechos negativos. Por mi parte, sigo inclinado todavía a pensar que los hay [...]*"<sup>68</sup>.

Los hechos, independientemente del grupo al que pertenezcan, son los elementos de la realidad que hacen verdadera o falsa una proposición, pero, como indiqué anteriormente, las proposiciones son símbolos complejos, es decir, que están constituidos de otros elementos más simples. Estos elementos más simples son los particulares, los verbos y las propiedades. Sin embargo, Russell no los considera verdaderos elementos objetivos: lo que nosotros llamamos objetos particulares, como una mesa o un lápiz, son ciertamente una serie de sensaciones

---

<sup>67</sup> *Ibidem*, pág. 296

<sup>68</sup> *Ídem*

con una duración temporal casi instantánea. A diferencia de lo que el lenguaje común nos hace intuir, los particulares no son las cosas que usualmente nombramos como tal. Ocurre –nos dice– “[...] *que nosotros aceptamos como particulares, en la vida cotidiana, toda suerte de cosas que lo son realmente [...]*”<sup>69</sup>. Un particular debe ser conocido directamente. Así, lo que Russell llamará particulares son, entonces, fugaces percepciones de las cosas, y éstas, a su vez, son una serie de particulares correlacionados, de los que nos es posible predicar. El particular tiene una realidad objetiva, en cambio, las cosas, o lo que nosotros llamamos como tal, no la tienen. Lo que nosotros conocemos como *cosas* son una especie de película en *stopmotion* y cada particular no es más que una fotografía de la secuencia, una entre los miles de fotogramas que componen esta película que llamamos objeto:

[...] Lo que me es dado conocer es una cierta serie de apariencias enlazadas las unas con las otras, serie esta de apariencias que he de definir como un pupitre [por ejemplo]. Con lo cual, el pupitre resultará una ficción lógica, ya que una serie lo es. De esta manera, los objetos corrientes de la vida diaria quedan en su totalidad excluidos del mundo de lo que hay. Como lo que hay tendremos, en lugar suyo, multitud de fugaces particulares asequibles a nuestro conocimiento empírico inmediato. [...] <sup>70</sup>.

En suma, la realidad en el atomismo lógico queda constituida por la totalidad de los hechos y los elementos constitutivos de los hechos, los particulares, son ciertamente una percepción directa y momentánea, es decir, los particulares se conocen directamente sin dar cabida a error. Lo que llamamos objeto es, en realidad, una serie de particulares y como cualquier serie, es también una ficción lógica. No obstante, ¿qué pasa con aquellas cosas que conocemos, pero que nunca hemos percibido directamente?; por ejemplo, hasta ahora nadie ha podido observar directamente partículas cuánticas o ningún historiador moderno ha podido conocer directamente a Napoleón. En estos casos, donde hay un aparente particular que no

---

<sup>69</sup> *Ibidem*, pág. 281

<sup>70</sup> *Ibidem*, pág. 384

se ha conocido directamente, Russell resuelve por considerarlo una descripción y, en consecuencia, como un símbolo incompleto o ficción lógica. “[...] *Los nombres de que comúnmente nos servimos, como <<Sócrates>>, no son en realidad otra cosa que descripciones abreviadas; más aún, lo que éstas describen no son particulares, sino complicados sistemas de clases o de series [...]*”.<sup>71</sup>

Una ficción lógica, como Sócrates, es una construcción de una cuasi-entidad por medio de descripciones definidas del tipo *el tal y tal* de los particulares que sí conocimos directamente. En este sentido, “*los nombres propios son sustitutos de descripciones, es decir, tienen descripciones implícitas [...]*”.<sup>72</sup> Como indiqué en el capítulo anterior, las descripciones son símbolos complejos que pueden describir perfectamente un objeto, sin embargo, tal entidad descrita no implica la existencia de lo que describe, pues no tiene significado por sí misma.

Los únicos componentes que tienen un significado propio y que, por lo tanto, pueden ser un verdadero componente, son, únicamente, los nombres propios; estos deben aprenderse exclusivamente en presencia del particular que constituye su legítimo significado. Las descripciones definidas no son sujetos lógicos, sino símbolos complejos.

En este sentido, la gran mayoría de las definiciones matemáticas presentadas en *Principia mathematica* son ficciones lógicas, al igual que cualquier otra “cosa” de la que no poseamos un conocimiento directo. Así, la teoría de las descripciones limita la cantidad de particulares en el mundo considerando reales solo a aquellos que tengan significado propio. En contraste con TPM donde cada término era real independientemente de si existiera o no su referente. “*El generoso platonismo de ‘Los principios de las matemáticas’, en el cual se concebía que todo objeto del pensamiento era real, es cercenado hasta el punto de juzgar que entidades abstractas como las clases y las proposiciones son meras ficciones lógicas [...]*”.<sup>73</sup>

---

<sup>71</sup> *Ídem.*

<sup>72</sup> AYER A. J., (1973), *Russell*, España: Grijalbo, págs. 60-61

<sup>73</sup> *Ibidem*, pág. 39

Mientras en TPM se podían distinguir dos tipos de realidades: aquella de los objetos empíricos, es decir, los que se perciben empíricamente, y aquella de los objetos no-existentes como los símbolos matemáticos o lógicos; en *La filosofía del atomismo lógico* esta distinción es rechazada gracias a la teoría de las descripciones y solo se distingue una realidad: aquella donde están contenidos los particulares, que forzosamente deben ser percibidos. Aquellas cuasi-entidades a las que se refieren la lógica y las matemáticas son ficciones lógicas. Ello se debe a que un término es directamente aquello que nombra, es decir, el significado de un término es la serie de particulares empíricos que le componen. Las ficciones lógicas no pueden ser particulares porque no tienen un significado propio.

Dado que los particulares son datos sensoriales simples con una corta duración, los símbolos para referirse a ellos también deben ser simples. Cualquier entidad que sobrepase los datos sensoriales es una construcción lógica o mental que corresponde al conocimiento por descripción, pero hablaremos de ello más adelante. Dichas entidades simples deben ser correspondidas con un símbolo simple que son los nombres propios. Los símbolos del lenguaje deben dar crédito de la existencia de las entidades a las que refieren. En otros términos, el lenguaje debe reflejar exactamente la realidad.

Para Russell, el lenguaje ordinario no cumple la función antes descrita o, en el mejor de los casos, el lenguaje refiere al mundo de manera equívoca. Un lenguaje que cumpla esta función debe tener las pautas marcadas por la teoría de los tipos y de las descripciones y evitar el uso de constantes, es decir, debe ser un lenguaje hecho a partir de funciones proposicionales, en suma, debe ser el lenguaje como el de los principia. “[...] *Un lenguaje de este tipo sería completamente analítico, y mostraría a simple vista la estructura lógica de los hechos afirmados o negados. El lenguaje empleado en los ‘Principia mathematica’ pretende ser un lenguaje de estas características*”.<sup>74</sup>

La razón de que un lenguaje así exista es que, para Russell, el mundo tiene una estructura intrínseca, la cual puede ser descubierta por medio de la lógica, es

---

<sup>74</sup> RUSSELL Bertrand, *Lógica y conocimiento*, Op. Cit. pág. 277.



decir, hay un isomorfismo mundo-lenguaje. El contenido de la realidad se corresponde a las pautas de significado establecidas por la teoría de las descripciones, mientras la estructura lógica de la realidad se corresponde a la sintaxis en un lenguaje formal que se expresa con la teoría de los tipos lógicos. La teoría de los tipos lógicos establece una jerarquía de términos donde no es posible crear proposiciones entre términos de tipos idénticos. Si formulamos una proposición que no obedece a tal estructura, se incurren, no en proposiciones falsas, sino en pseudo-proposiciones. Algunos de los ejemplos más claros de estas violaciones se encuentran en la metafísica clásica. A razón de ello, Rudolf Carnap (1891-1970) muestra cómo algunas de las proposiciones de la metafísica tradicional incurren en faltas sintácticas de esta categoría: “[...] *aquí tenemos una violación de las reglas de la llamada Teoría de los tipos. Un ejemplo artificial es la proposición anteriormente analizada: 'César es un número primo'. Los nombres de personas y los nombres de números pertenecen a diferentes tipos lógicos [...]*”.<sup>75</sup> Aunque el ejemplo del autor está claramente exagerado, muestra que este tipo de violaciones pueden llegar a ser evidentes bajo la lupa de un aparato lógico adecuado.

En este punto de mi trabajo quiero mencionar algo que probablemente se ha hecho evidente a lo largo de éste: todos los problemas que surgen en el logicismo y que se han examinado en favor del análisis lógico han sido en torno al lenguaje, por ello, la filosofía de Russell, aunque con intereses meramente lógicos, es una filosofía del lenguaje. De este modo, se hace necesaria la pregunta, ¿qué papel juega el lenguaje que pretende Russell con las pautas del método analítico, es decir, de las teorías antes descritas? Previamente quiero aclarar que el filósofo británico no pretendía crear un método para depurar el lenguaje natural, sino crear las bases que le permitieran continuar satisfactoriamente el logicismo que había dejado Frege, como se demuestra en *Principia mathematica*; en otros términos, los intereses de Russell eran matemáticos, no filosóficos.

---

<sup>75</sup> CARNAP R., *Superación de la metafísica mediante el análisis lógico del lenguaje*, en AYER A. J. (comp.), (1973), el positivismo lógico, México: fondo de cultura económica, págs. 81-82

Bien, un lenguaje que respete las teorías antes mencionadas y siga la forma descrita en *Los Principia mathematica*, será un lenguaje meramente formal. Así, aunque un lenguaje como el de los *Principia* evada las complicaciones recurrentes de la metafísica clásica, sería inútil a la comunicación humana. A raíz de las discusiones con Wittgenstein, Russell adopta la postura de que la lógica y, con ello, las matemáticas son tautológicas, es decir, no puede decirse nada que no esté ya contenido en el sistema: “[...] *toda proposición perteneciente al dominio de la lógica habrá de equivaler en uno u otro sentido a una tautología*”<sup>76</sup>. Por ende, un lenguaje de estas características tornaría a la comunicación humana en un intercambio de sinónimos. Russell lo expresó de esta forma:

[...] Consideren, por ejemplo, el caso del término <<Piccadilly>>. Nosotros, que tenemos un conocimiento directo de Piccadilly, asignamos a esa palabra un significado notablemente diferente del que le asignaría una persona que nunca hubiese estado en Londres; y, suponiendo que viajaran ustedes al extranjero y se pusieran a hablar de Piccadilly, comunicarían a sus oyentes proposiciones enteramente diferentes de las que ustedes tienen en mente. Dichos oyentes cobrarían noticia de Piccadilly como de una importante calle de Londres; podrían enterarse de un buen número de detalles acerca de ella; pero no llegarían a conocer precisamente aquellas cosas que uno conoce cuando se pasea por Piccadilly. Si se atuvieran ustedes a un lenguaje libre de ambigüedades, serían incapaces de contar a los demás, a su regreso, lo que hayan visto en su viaje al extranjero. Sería incalculablemente enojoso tener que servirnos de un lenguaje libre de ambigüedades y podemos, por tanto, congratularnos de no contar con él.<sup>77</sup>

En obras posteriores, el autor británico, intentaría salvar esta conclusión otorgando al lenguaje distintos niveles de operación: “[...] *El lenguaje es práctico y sirve para comunicar, sin embargo, tiene otra función más abstracta como en la matemática y la lógica [...]*”<sup>78</sup> La similitud que comparte este lenguaje perfecto y la realidad es la

---

<sup>76</sup> RUSSELL Bertrand, *lógica y conocimiento*, Op. Cit. pág. 338

<sup>77</sup> *Ibidem*, pág. 274

<sup>78</sup> Russell Bertrand, *El conocimiento humano. Sus alcances y sus límites*, op. Cit., pág. 74

estructura lógica. El lenguaje natural, por otro lado, debe ser reformado mediante esta estructura para eliminar los errores de los que la metafísica tradicional ha abusado.

#### **4.2 Noción de conocimiento en *La filosofía del atomismo lógico***

Las ideas epistemológicas en el atomismo lógico son producto del análisis lógico y no son parte de una investigación separada de éste. La teoría denotativa de Russell arrojó que las formas lingüísticas no son iguales a las formas lógicas, como diría Wittgenstein:

El mérito de Russell es haber mostrado que no es necesario que la forma lógica aparente de la proposición sea su forma real. (4.0031)

En este sentido, el análisis ha puesto en duda nuestro conocimiento de la realidad. Lo que nosotros llamamos cosas son, en realidad, apariencias, mientras el verdadero conocimiento está vedado por el lenguaje cotidiano. En este texto, Russell se opone a dos teorías gnoseológicas: el psicologismo evolutivo y, nuevamente, al idealismo.

Como hemos mencionado, los particulares en el atomismo lógico no son a lo que usualmente nos referimos como objetos, sino fugaces percepciones de las que es necesario tener conocimiento directo, mientras cualquier otro tipo de conocimiento se engloba en la descripción (*kwonledge about*). En este sentido, se puede decir que Russell es fiel al empirismo inglés, Ayer expresa este punto del siguiente modo: “[...] *la concepción de la filosofía de éste está pasada de moda. Me he referido a Russell como una figura dentro de la más clásica tradición empirista inglesa: de hecho, está más cerca de Locke, Berkeley, Hume y John Stuart Mill que de los seguidores de Moore, Wittgenstein o Carnap [...]*”<sup>79</sup>.

---

<sup>79</sup> AYER A. J., (1973), *Russell, op. cit.*, pág. 49

Ya que el conocimiento de los particulares es mediante la percepción directa, estos no tienen un estatus veritativo, es decir, no pueden ser verdaderos ni falsos, sino que simplemente son. “[...] Sócrates mismo, como cualquier cosa particular por sí sola, no determina la verdad o falsedad de proposición alguna [...]”<sup>80</sup>. En este sentido, el alcance de la percepción y de lo percibido es de gran amplitud: es posible percibir desde una mesa o cualquier “objeto” físico, hasta una alucinación o cualquier otra cosa inventada por nuestra mente. La única diferencia entre la percepción de la mesa sobre la que me apoyo y del fantasma con el que alucino, es que el primero tiene una serie de relaciones espaciales, temporales y con otros objetos de la misma naturaleza y otras percepciones, mientras el fantasma solo mantiene relación en mi mente.

Los fantasmas e imágenes existen, indudablemente, en el sentido, cualquiera que éste sea, en que lo hacen los objetos ordinarios. [...] Las correlaciones de sus imágenes unas con otras son muy diferentes de las correlaciones entre los que damos en llamar objetos 'reales'. Pero esto no es decir que las imágenes sean irreales. Es decir solo que no pertenecen al dominio de la física. [...] <sup>81</sup>

En este sentido, Russell considera que no solo se tiene conocimiento directo de los datos que ofrecen los sentidos, sino también de nuestra propia mente. La memoria, los deseos, las voliciones entre otros son parte de nuestra psique, de la que tenemos conocimiento directo. En *Los problemas de la filosofía* lo expresaba del siguiente modo:

[...] Hay que considerar el conocimiento inmediato por introspección. No solo tenemos un conocimiento de las cosas, sino que con frecuencia nos damos cuenta de nuestro conocimiento de las cosas. [...] Del mismo modo podemos ser

---

<sup>80</sup> RUSSELL Bertrand, *lógica y conocimiento*, Op. Cit. pág. 256

<sup>81</sup> *Ibidem*, pág. 361

conscientes de nuestro sentimiento de placer o de pena, y, en general, de los acaecimientos que ocurren en nuestro espíritu. [...] <sup>82</sup>.

Del mismo modo que tenemos conocimiento directo de nuestros pensamientos y sentimientos, también lo tenemos de los universales o de las ideas abstractas. Anteriormente había indicado que la inducción no estaría completa sin que existiera una proposición general que sintetizara todo el proceso y concluí que debía haber hechos que correspondieran con tales proposiciones, es decir, hechos universales. Bien, el conocimiento de los universales también es directo, es decir, que son símbolos simples.

Toda proposición lleva consigo algún término que represente una idea universal, éste es el caso de los verbos y los conceptos, principalmente. Los universales son percibidos directamente debido a su simplicidad simbólica. Russell indica que los universales no existen en el tiempo o el espacio, sin embargo, que son “algo” del que se pueden desprender las cualidades de los objetos, por ejemplo, la blancura es un universal de que se desprenden las cosas blancas.

Los universales son conocidos por medio de una abstracción mental de ciertas cualidades o relaciones presentes en los particulares, en efecto, “*cuando vemos una mancha blanca, conocemos directamente, en primer lugar, esta mancha particular; pero al ver varias manchas blancas, aprendemos fácilmente a abstraer la blancura que tienen todas en común, y al hacerlo, aprendemos a tener conocimiento directo de la blancura*”<sup>83</sup>. Según Russell los universales existen en independencia de la mente que los percibe; no es necesario conocer todos los casos de caída de libre para saber que, si suelto un objeto, caerá. Del mismo modo, basta con que me exponga a unos cuantos objetos blancos para poder reconocer en el futuro nuevos casos de blancura.

---

<sup>82</sup> RUSSELL Bertrand (1982), *Los problemas de la filosofía*, México, ediciones selectas p.58-59

<sup>83</sup> *Ibidem*, pág. 62

Recapitulando, los tipos de hechos atómicos, a saber, básicos (particular y propiedad), deseos, universales y negativos tienen elementos como los particulares, las relaciones (verbos) y las propiedades que los constituyen como reales, y como objetos de conocimiento directo, a excepción de las negaciones. Hasta el periodo del atomismo lógico, Russell no dio argumentos para suponer que la partícula negativa fuera real y que pudiera conocerse directamente. A excepción de la negación, todos los constituyentes de los hechos atómicos son conocidos de manera directa y, por lo tanto, son también símbolos simples.

Ahora bien, en torno al estatus veritativo, únicamente las proposiciones lo poseen, ya sean atómicas o moleculares, éstas últimas serán veritativo-funcional, en el sentido de que la verdad o falsedad depende de la verdad de sus componentes y de las relaciones que guardan entre sí. Así, reitero, los particulares por sí solos, no son verdaderos o falsos, por ejemplo, un fantasma no es verdadero ni falso; solo mediante una proposición que establezca una relación entre el particular con algún otro o con alguna propiedad se puede establecer un estatus veritativo.<sup>84</sup> Los hechos tampoco tienen este estatus, sino que epistemológicamente son idénticos a los particulares. *“Es evidente que no se da división alguna de los hechos en verdaderos o falsos: solo hay hechos a secas [...]”*<sup>85</sup>

Los particulares son, como he mencionado, símbolos simples, en el sentido de que no están compuestos de otros símbolos, mientras las proposiciones son símbolos complejos. Al igual que las proposiciones, las descripciones también son símbolos complejos, pues, lógicamente, pueden descomponerse en elementos más simples, es decir, en elementos de los que se tenga conocimiento directo. Es por ello que las descripciones no cuentan como símbolos con un significado propio. En otros términos, una descripción no tiene qué significar, a diferencia de los nombres propios donde su significado es directamente el particular que enuncian. *“[...] Un nombre, entendido en su estricto sentido lógico de la palabra cuyo significado es un particular, solo podrá aplicarse a algún particular directamente conocido por el que*

---

<sup>84</sup> Véase, RUSSELL Bertrand, *lógica y conocimiento*, Op. Cit. pág. 292-293

<sup>85</sup> *Ibidem*, pág. 259

*habla, puesto que no es posible nombrar nada de lo que no se tenga conocimiento directo [...]”.*<sup>86</sup>

La percepción de los particulares trae consigo un elemento lógico que es común a todos los particulares: debido a la naturaleza del particular, dos personas no pueden tener la misma percepción; el sujeto X percibe la mesa de distinta manera a como la percibe el sujeto Y, por lo que el sujeto X y el sujeto Y están frente a distintos hechos. Un ejemplo más claro sería la percepción de nosotros mismos, de nuestras creencias, deseos y pensamientos, cada una de estas percepciones son intransferibles, por lo que solo nosotros tenemos experiencia de nosotros mismos. Bien, independientemente de la percepción que se tenga, todas son una relación específica del tipo  $xRy$ , donde el sujeto es siempre el dominio y el objeto es el dominio converso de la relación R llamada experiencia. Ésta es la forma básica de la experiencia según Russell del atomismo lógico.

Formalizar la experiencia (dar una estructura lógica a un fenómeno mental) refuerza dos ideas de la filosofía atomista de Russell: Por un lado, demuestra que los fenómenos mentales pueden ser expresados en formulas lógicas, por lo que rebate el psicologismo; por otro lado, demuestra que cualquier fenómeno del universo tiene una estructura lógica que puede ser descubierta mediante un lenguaje apropiado.

El otro tipo de conocimiento que considera Russell es el conocimiento por descripción, el cual está ligado a la teoría denotativa russelliana. El conocimiento por descripción o por referencia engloba el conocimiento de todos los símbolos complejos, en resumen, es todo aquello que no sea lo descrito anteriormente (hechos atómicos) a excepción de las negaciones, que representan un acaso especial.

Así tanto los símbolos complejos como las descripciones y las proposiciones están formados por símbolos más simples, de igual manera, el conocimiento por descripción está basado en el conocimiento directo. “*Todo nuestro conocimiento, lo*

---

<sup>86</sup> *Ibidem*, pág.281

*mismo que el conocimiento de cosas que el de verdades, se funda en el conocimiento directo [...]*.<sup>87</sup> El conocimiento por referencia tiene ciertos “grados” de certeza, en medida que se acerca o aleja del conocimiento directo: no es lo mismo 'Neil Armstrong era estadounidense' a 'el primer hombre en pisar la luna era estadounidense' a pasar de que ambas proposiciones se refieren al mismo particular y son verdaderas. La primera, diría Russell, está muy cerca del conocimiento directo porque pretende enunciar directamente el particular, aunque no logra conseguirlo – recordemos que los nombres propios también son descripciones –, mientras la segunda establece una relación más compleja entre el particular y ciertas propiedades que se le atribuyen a una descripción del tipo *el tal y tal*.

Los objetos que usualmente creemos conocer son ciertamente conocidos por referencia, ya que lo que llamamos mesa o casa son una serie de particulares que guardan ciertas relaciones, como una relación espacial o una relación con otros objetos, incluido el sujeto que la percibe. Cuando me refiero a la mesa como un objeto, lo que en realidad hago es reunir todos los particulares como su color, textura, posición, etcétera en un solo conjunto que enuncio como mesa. Al emitir una proposición sobre la mesa versará sobre dicho conjunto y establecerá una relación que, dependiendo del hecho a que se refiera, será verdadera o falsa. Por lo tanto, nuestro conocimiento de los objetos es un conocimiento por descripción, aunque estas descripciones estén disfrazadas.

Los nombres propios también tienen el mismo destino. Supongamos algún relato sobre Sócrates. El mismo Sócrates tenía unos datos concretos sobre sí mismo que le permitía referirse a sí con su nombre. En una proposición que verse sobre Sócrates, él mismo era el elemento constitutivo del juicio que emitió. Ahora bien, Platón, al retratar a su maestro, solo tenía ciertos datos de los sentidos que usó en relación de su cuerpo y su espíritu, pero nunca a su maestro en sí, es decir, se tiene un conocimiento de Sócrates por referencia. El punto es que una serie de

---

<sup>87</sup> BERTRAND Russell (1982), *Los problemas de la filosofía*, op. Cit. pág. 57



referencias se aplican a una entidad sin que tengamos el conocimiento directo de tal.

Así, actualmente, cuando enuncio una proposición sobre Sócrates, la referencia que tengo de este personaje es una serie de conocimientos históricos más o menos vagos. Si digo 'Sócrates es mortal', el único término que tengo como conocimiento directo es 'mortal'. Pero el término 'mortal' tiene diferentes sentidos dependiendo del sujeto: para mí, la mortalidad es muy distinta a como la vería un biólogo o un dictador soviético; para uno sería el cese de ciertas funciones vitales, para otro una simple estadística. Es por ello que lo que llamamos nombres u objetos descansan en ciertas particularidades, es decir, en los particulares que se tomen para formar la serie que llamo 'mesa' o 'Sócrates' o 'mortal'.

En suma, todo nuestro conocimiento por referencia debe estar formado por conocimiento directo, del mismo modo que los símbolos complejos están formados por símbolos simples. Nuestro lenguaje debe, en teoría, reflejar esta estructura, tanto de la realidad como del conocimiento, *“Toda proposición que podamos entender debe estar compuesta exclusivamente por elementos de los cuales tenemos un conocimiento directo”*<sup>88</sup>. Estas ideas, además del análisis lingüístico, serán aprovechadas por algunos miembros del círculo de Viena tan solo unos años después.

---

<sup>88</sup> *Ibidem*, pág.69

## CONCLUSIONES

El objetivo de este trabajo era el de mostrar que la teoría de los tipos lógicos y de las descripciones cambiaron los conceptos de *realidad y conocimiento* que Russell había establecido en *The principles of mathematics*. El modo en que esto se logró fue reformulando su teoría relacionada con la *significación* de los términos. Para Russell, un término debe significar la cosa a la que se refiere, es decir, la palabra está en representación de la cosa, por lo que, al entender una palabra, estamos también entendiendo la cosa a la que hace referencia. En este sentido, el lenguaje está en medio del mundo y del sujeto, es el camino para conocer el mundo.

Así, los cambios en la noción russelliana de significación han sido estudiados para comprobar la transformación que fue objeto de esta tesis. En *The principles of mathematics*, un término siempre era capaz de significar algo, por lo que, independientemente de la existencia de su referente, podíamos juzgar de “real” al término en cuestión, por ejemplo, un 'unicornio' significa a un caballo con un cuerno, pero en el mundo no hay una cosa de este tipo. Ello, para Russell, no representaba un problema, sino que el unicornio es real, aunque no posee la propiedad de existencia. Todo término es sujeto de ser conocido por medio de la percepción, en este caso ¿Cómo percibir algo que no existe? El autor británico nos diría que hay una “percepción mental” que nos permite constatar el significado “unicornio”, si bien nunca lleguemos a percibirlo mediante los sentidos y a interactuar con él.

A la llegada, en 1918, de *La filosofía del atomismo lógico*, la concepción de realidad y, por lo tanto, de conocimiento cambian radicalmente: Russell descubre que hay términos que poseen una falsa significación, esto es, que aparentan tener un referente, pero que no lo denotan directamente, sino por medio de cualidades (en el caso de las descripciones) o simplemente no hay algo a lo que referir (como nociones lógicas). Ello se debe a que un término común tiene una estructura lógica más profunda de lo que nos permite ver el lenguaje corriente.

Las proposiciones han estado sujetas a la lógica tradicional de sujeto-predicado, lo que en un principio no es problemático para la comunicación humana, pero que, para la filosofía y otras disciplinas, incluida la ciencia, son desastrosas. La teoría de las descripciones y de los tipos lógicos fueron las encargadas de mostrar la verdadera estructura que posee una oración lógicamente correcta, ¿Cómo sucede dicho proceso?

En un principio, los intereses de Russell eran justificar las matemáticas por la vía lógica, pero notó una paradoja en los planteamientos más básicos del logicismo: si una clase se define por medio de sus elementos, incurre en contradicciones. Así que la nueva interrogante es ¿Cómo definir una clase sin sus elementos? Para ello entró en acción la teoría de las descripciones definidas, que a grandes rasgos nos indica que las clases están definidas por predicados y no por sujetos; por ejemplo: la clase de los lápices no se define como un conjunto que posee lápices, sino como una condición para que los lápices puedan ser nombrados como tal, es decir, que tengan punta, que sirvan para escribir..., en otras palabras, las clases son descripciones.

Sin embargo, la teoría de las descripciones no evita por sí misma que las paradojas se generen, es decir, no evita que existan clases definidas por sus elementos, solo indica que pueden ser definidas por otros medios. Para ello surge la teoría de los tipos, la cual enuncia tajantemente que no se pueden definir las clases en términos de sus elementos y lo hace creando niveles o tipos de palabras donde, lógicamente, no pueden enunciarse proposiciones con palabras del mismo nivel; por lo que, si quiero definir el conjunto de los lápices, no puede hacerlo por medio de los lápices.

Por una parte, el análisis lógico, comprendido por las teorías descritas, salva el proyecto logicista de Russell al evitar las paradojas autorreferencialistas, sin embargo, también modifica la filosofía que sustentaba a las matemáticas en TPM. De este modo, la filosofía del atomismo lógico recoge las consecuencias ontológicas y epistemológicas del análisis lógico y las reúne en una filosofía coherente.

El atomismo lógico, a diferencia de lo que encontramos en TPM, niega el estatus de real a todos aquellos términos derivados de frases denotativas, es decir, todas aquellas expresiones del tipo *el tal y tal* serán *símbolos incompletos* en el sentido de que no poseen una denotación que los haga unos símbolos genuinos. Ello deriva en que muchas de las nociones de la lógica y la matemática sean *ficciones lógicas*.

Así, queda la pregunta: ¿cuáles son los símbolos genuinos resultado del análisis lógico? Para Russell atomista, los símbolos genuinos son aquellas nociones que parten de un conocimiento directo, es decir, que parten de los particulares, y estos, a su vez, son simplemente los datos que nos ofrecen los sentidos. A diferencia de lo promulgado en TPM donde cada particular estaba directamente ligado al término que lo nombraba, en el atomismo lógico los particulares no son idénticos a los términos, sino que son una fugaz percepción. Un ejemplo aclarará mejor esta distinción: partamos del término 'mesa', en TPM el término corresponde directamente a un objeto de la realidad, es decir, a un particular cuya existencia continuará independientemente del observador, pero en el atomismo lógico, el término 'mesa' corresponde a una serie de particulares como el color, la textura, el sonido que produce al golpearla etc. Por lo tanto, lo que comúnmente se denomina como objeto es una serie de particulares y como cualquier otra serie, es una ficción lógica.

La tesis central de este trabajo es que el cambio de los conceptos de realidad y conocimiento fueron producto del análisis lógico, el principal argumento a favor de esta disertación se encuentra en cómo significan los términos tras el análisis lógico: tanto la teoría de los tipos como de las descripciones marcan una limitación para que los términos puedan significar algo. Por un lado, los tipos lógicos nos indica que un término solo puede ser significativo cuando su complejidad lógica es mínima o, en otros términos, cuando el nivel lógico al que pertenece es del nivel más bajo, o sea, que debe ser un individuo de  $\varphi!x$ , por lo que nociones lógicamente más complejas no poseerán un significado, como el caso de las clases o las proposiciones. Por otro lado, la teoría de las descripciones nos indica que los

términos solo pueden adquirir significado cuando refieran directamente a un particular, es decir, que frases que refieran una cualidad del particular no son significativas. En el atomismo lógico, esta idea se lleva al extremo al considerar que solo los términos deícticos pueden denotar directamente.

En suma, el atomismo lógico es un intento de llevar las matemáticas a la filosofía, específicamente, trata de hacer filosofía desde el logicismo. Ello quiere decir que los problemas a los que estaba enfocado el proyecto de Russell no eran filosóficos, sino matemáticos. Sin embargo, durante el camino para resolver algunas de las interrogantes de la matemática, también se resuelven algunas interrogantes de la filosofía. Ello se debe a que muchos de estos problemas eran problemas lingüísticos, por lo que la filosofía de Russell durante el periodo estudiado es una filosofía del lenguaje, aunque el autor británico nunca lo expresó explícitamente.

## BIBLIOGRAFÍA

AYER A. J., (comp.), *El positivismo lógico*, Fondo de cultura económica, México, 1973.

—, *Russell*, Grijalbo, España, 1973.

BEUCHOT M., *Lenguaje perfecto y logicismo en Bertrand Russell*, Rev. Elementos, No. 8, vol. 2, año 2, recuperado de <http://www.elementos.buap.mx/num08/pdf/35.pdf>.

CLARK Ronald W., *Russell*, Salvat, Barcelona, 1985.

HURTADO Guillermo, *Proposiciones russellianas*, -UNAM, México, 1998.

PALACIO F. Jorge R., *Las paradojas y la teoría de los tipos lógicos*, Rev. Universitas philosophica, No. 50, Junio 2008, recuperado de: <https://repository.javeriana.edu.co/bitstream/handle/10554/6798/tesis129.pdf?sequence=1>

PÉREZ Jara Javier, *La filosofía de Bertrand Russell*, Pintalpa ediciones, España, 2012.

RUIZ Ángel, *Russell y los problemas del logicismo*, Revista de divulgación e información en Filosofía e Historia de las Matemáticas, No 1, Volumen IV, Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional Autónoma de México, Recuperado de: <http://www.centroedumatematica.com/arui3/Articulos/Russell%20y%20los%20problemas%20del%20logicismo.pdf>

RUSSELL, B., *El conocimiento humano. Sus alcances y sus límites*, Planeta-De Agostini, España, 1992.

- , *Introducción a la filosofía matemática*, Ediciones Paidós, Barcelona, 1988.
- , *Lógica y conocimiento*, Taurus ediciones, Madrid, 1966.
- , *Los problemas de la filosofía*, Centro mexicano de estudios culturales, México, 2001.
- , *Misticismo y lógica*, editorial Hasa, España, 2001.
- , *Retratos de memoria y otros ensayos*, alianza editorial, Madrid, 1976.
- , *The principles of mathematics*, George Allen & Unwin, London, 1937.
- RUSSELL B. y WHITEHEAD A. N., *Principia mathematica*, volume I, Cambridge at University press, second edition, 1927.
- , *Principia mathematica*, Volume II, Cambridge at University press, second edition, 1927.
- SEGURA Felipe, *La prehistoria del logicismo*, Plaza y Valdez, México, 2001.
- TOMASINI B. Alejandro, *Los átomos lógicos de Russell y Wittgenstein*, UNAM instituto de investigaciones filosóficas, México, 1994.
- ULLOA C. Ana Lilia, *La naturaleza de los particulares en la filosofía de Bertrand Russell*, Universidad veracruzana, México, 1997.
- WILLARD V. O. Quine, *Los métodos de la lógica*, Planeta-De Agostini, España, 1993.
- WITTGENSTEIN L., *Tractatus logico-philosophicus*, Alianza editorial, España, 1987.
- ZÜRCHEN BLEN DE CARRILLO Joyce M., *Lenguaje y realidad en la filosofía del atomismo lógico de Bertrand Russell*, Rev. Fil. Univ. Costa Rica, No. 40, 1977, recuperado de <http://www.inif.ucr.ac.cr/recursos/docs/Revista%20de%20Filosof%C3%ADa%20U CR/Vol.%20XV/No.%2040/lenguaje%20y%20realidad%20en%20la%20filosofia%20del%20atomismo%20logico%20de%20bertrand%20russell.pdf>