

APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE OPCIONES A LA EVALUACIÓN DEL RIESGO DE CRÉDITO EN EL MERCADO BURSÁTIL ESPAÑOL

Antonio Trujillo Ponce
José Luis Martín Marín

RESUMEN

El Comité de Supervisión Bancaria de Basilea ha publicado recientemente un Nuevo Acuerdo de Capital, conocido como Basilea II, que sustituye al actualmente en vigor, de 1988.

Uno de los objetivos del nuevo Acuerdo es la búsqueda de la convergencia entre capital económico y capital regulatorio, permitiendo e incentivando a las entidades financieras a emplear sus propios modelos de medición del riesgo crediticio. En este artículo se analizan los denominados modelos estructurales, cuya inspiración teórica la constituye el modelo de Merton (1974), según el cuál el impago de las obligaciones de una empresa es una variable endógena relacionada con la estructura de capital de la compañía, produciéndose éste en el caso de que el valor de los activos de la firma se sitúe por debajo de un cierto nivel crítico, relacionado con la deuda pendiente de pago.

PALABRAS CLAVE: Riesgo de crédito, probabilidad de impago, modelos estructurales, valoración de opciones, Basilea II.

ABSTRACT

The Basel Committee on Banking Supervision has recently issued a New Capital Accord, commonly known as Basel II, that will replace the current 1988 Accord.

The New framework is intended to align regulatory capital requirements more closely with underlying risks, and to provide banks and their supervisors with several options for the assessment of capital adequacy. Banks with more advanced risk management capabilities can make use of an internal ratings-based approach. Under this approach, some of the key elements of credit risk, such as the probability of default of the borrower, will be estimated internally by a bank.

In this paper, we focus on the option pricing, or structural approach, as proposed by KMV and which is based on the asset value model originally proposed by Merton (1974). In this model the default process is endogenous, and relates to the capital structure of the firm. Default occurs when the value of the firm's assets falls below some critical level.

KEYWORDS: Credit Risk, Option pricing, Rating, Default, Banking.

1. INTRODUCCIÓN

En estos últimos años se viene observando un creciente interés por nuevas y mejores metodologías de medición del riesgo de crédito. Ello es consecuencia, principalmente, de las diferentes propuestas del Comité de

Supervisión Bancaria de Basilea para un nuevo Acuerdo de Capital, conocido como Basilea II, cuya entrada en vigor se espera para finales de 2006¹⁴. A lo anterior habría que añadir, además, el interés de los investigadores por analizar la relación entre el diferencial de rendimiento en bonos corporativos y el riesgo de crédito o el espectacular crecimiento que vienen experimentando los nuevos derivados crediticios.

Una pieza clave en la gestión del riesgo crediticio la constituye la estimación de la probabilidad de impago, lo que ha supuesto la necesidad de buscar diferentes alternativas para medir la tasa de insolvencia de un eventual prestatario.

Tal estimación no es, sin embargo, una tarea sencilla, sino que, por el contrario, presenta grandes obstáculos. Tres son las posibilidades que, en principio, se nos presentan para determinar la tasa de insolvencia (Trujillo, 2002): utilizar la experiencia histórica de fallidos derivada de sistemas de *rating* internos, basados en la clientela, propia o compartida, de la entidad financiera; asociar el sistema de *rating* del banco con la probabilidad de impago derivada de la experiencia histórica de alguna de las agencias de calificación; o finalmente, emplear algún modelo estadístico o financiero para, a partir del conocimiento de una serie de datos de fácil acceso para el analista, derivar la probabilidad de impago de forma individualizada para cada activo, sin necesidad de vincularla a categorías de riesgo discretas.

Esta última alternativa es la que exploramos en este trabajo, donde analizamos una serie de modelos, para determinar la probabilidad de fallido, cuya inspiración teórica la constituye el modelo de Merton (1974), según el cuál el impago es una variable endógena relacionada con la estructura de capital de la compañía, produciéndose éste en el caso de que el valor de los activos de la firma se sitúe por debajo de un cierto nivel crítico, relacionado con la deuda pendiente de pago. De ahí el nombre de modelos estructurales, como se les conoce.

Merton considera que la posición de los accionistas puede asimilarse a la compra, por parte de éstos, de una opción *call* sobre los activos de la compañía cuyo precio de ejercicio, a partir del cual ejercerán su opción de compra, es igual a la deuda pendiente de pago en el horizonte temporal definido. De esta forma, fue el primero en demostrar que la opción de impago de una firma puede modelizarse de acuerdo con los supuestos de Black y Scholes (1973).

Una vez conocido el valor de mercado de la empresa y el de la deuda pendiente de pago en un horizonte temporal definido, debería ser fácil obtener la probabilidad de que una empresa quiebre en un momento dado de tiempo.

La restricción más importante del modelo de Merton es que asume que el pasivo de una empresa está compuesto por una única emisión de bonos y que la insolvencia de la misma puede producirse sólo al vencimiento de tal obligación. Ello impediría, en principio, determinar la probabilidad de impago para un horizonte temporal inferior al vencimiento de la deuda. Esta hipótesis se relaja en trabajos posteriores, como el de Black y Cox

¹⁴ En junio de 2004 se ha publicado por el Comité de Supervisión Bancaria de Basilea el documento “*International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: a Revised Framework*”, comúnmente denominado Acuerdo de Basilea II. La inspiración teórica de este nuevo Acuerdo de Capital, que sustituiría al actualmente en vigor, de 1988, es la búsqueda de la convergencia entre capital económico y capital regulatorio. En este sentido, uno de los aspectos más favorables del nuevo Acuerdo es la apuesta decidida por mejores y más sofisticados sistemas de medición del riesgo de crédito, permitiendo e incentivando a las entidades financieras a desarrollar sus propios modelos y emplearlos en la determinación del capital bancario.

(1976) o el más reciente de Zhou (1997). En ambos trabajos se puede considerar el impago antes del vencimiento de la deuda, por ejemplo, en el caso de que el valor de los activos alcance un cierto límite inferior. A estos enfoques se les conoce con el nombre de modelos “de primer paso” o *first-passage models*.

Geske (1977) propone una generalización del modelo de Merton usando la idea de que si una acción es una opción sobre los activos de la empresa, entonces una opción sobre una acción es una opción sobre otra, es decir, un activo derivado compuesto. De esta forma, se pueden incluir múltiples tipos de deuda con diferentes plazos de vencimiento.

Leland (1994, 1998), Anderson et al. (1996) y Mella-Barral y Perraudin (1997) extienden los modelos de Merton y Geske para tener en cuenta la posibilidad de renegociar la deuda y la presencia de costes de agencia y de quiebra. En un trabajo reciente, Forte y Peña (2002) introducen el concepto de contrato de refinanciación, que permite el pago de la deuda con emisión de nuevas obligaciones.

Finalmente, una hipótesis poco realista, común a varios de los modelos, es la de que los tipos de interés libres de riesgo son deterministas. Esto es una limitación clara porque los cambios no anticipados en los tipos de interés pueden afectar al valor de la deuda a través de dos vías. En primer lugar, un aumento en los tipos de interés reduce el valor actual de los pagos de la deuda y, por tanto, su valor de mercado. En segundo lugar, un aumento en los tipos de interés tenderá a disminuir el valor de la empresa debido a la evidencia empírica de correlación negativa entre tipos y rentabilidad de las acciones. Este efecto también disminuirá el valor de la deuda. La generalización del modelo de Merton al caso de tipos de interés estocásticos, que siguen el modelo de Vasicek (1977), se presenta en Shimko et al. (1993). En Longstaff y Schwartz (1995) encontramos esta extensión para el modelo de Black y Cox (1976).

Otro enfoque que la literatura financiera ha venido barajando para determinar la probabilidad de impago es aquél cuya base de análisis la constituye, fundamentalmente, una serie de ratios extraídos de los estados financieros del cliente.

En este sentido, las principales técnicas de análisis utilizadas por los diferentes autores en la predicción de la solvencia empresarial son, esencialmente, el análisis de regresión múltiple, el análisis discriminante, los modelos de regresión cualitativa (probit y logit) y los más recientes modelos de red neuronal.

Desde Altman (1968), con su conocido modelo Zeta, son numerosos los investigadores que han aplicado algunas de las técnicas anteriores en un intento por determinar la probabilidad de fallido de un eventual prestatario. La mayoría de los autores han optado por la utilización de los modelos de probabilidad condicional, logit y probit. Ambas técnicas estadísticas tienen como objetivo proporcionar la probabilidad de que una determinada observación pertenezca a un cierto grupo, conocidos los valores de las variables independientes para esa observación. Están basados en una función de probabilidad acumulada y no exigen ni la normalidad en la distribución de las variables independientes ni la igualdad de las matrices de varianzas-covarianzas.

Dichos modelos constituyen una alternativa valiosa en situaciones donde se hace necesario derivar las probabilidades de impago de empresas que no cotizan en mercados organizados. En este sentido, Moody's Investors Service (2002) utiliza un modelo logit (RiskCalc®) para derivar las probabilidades de impago de empresas no cotizadas. De igual forma, Carey y Hrycay (2001), Westgaard y van der Wijst (2001) o Martín y Trujillo (2004) optan por un modelo logit para, a través del conocimiento de una serie de ratios financieros, conseguir las tasas de insolvencia.

Para Vassalou y Xing (2004) las desventajas más importantes de este tipo de modelos “contables” provienen, por un lado, de que la información que toman como input es de carácter histórico, frente a los modelos estructurales, que extraen los datos del mercado de capitales, lo que, en teoría, al incorporar las expectativas de los inversores acerca del desarrollo próximo de la empresa, les debería proporcionar una ventaja de partida para determinar la probabilidad de insolvencia en el futuro. Por otro lado, tales modelos no tienen en cuenta la volatilidad del activo de la empresa en su estimación del riesgo de impago, lo que implicaría que dos compañías con similares ratios financieros, pero diferentes volatilidades de sus activos, tuvieran parecidas probabilidades de impago. Dicha variable, sin embargo, debería jugar un papel importante en la determinación de la probabilidad de insolvencia y, en este sentido, constituye una pieza clave en el modelo de Merton y sus posteriores revisiones.

Por último, un enfoque, más moderno, para determinar la probabilidad de fallido engloba a los denominados modelos de forma reducida. Bajo este enfoque, la probabilidad de impago se extrae de la prima de riesgo crediticio, determinada a través de los precios de mercado de los bonos negociados en los mercados financieros. Entre los estudios de este tipo cabe destacar los de Litterman e Iben (1991), Jarrow y Turnbull (1995) o Duffie y Singleton (1999), entre otros.

Este enfoque, no obstante, se encuentra con una serie de problemas. En primer lugar, es difícil separar, sin hipótesis adicionales, que parte de la prima de riesgo crediticio corresponde a la probabilidad de fallido y que parte a la tasa de recuperación. A ello habría que añadir que autores como Elton et al. (2001) o Delianedis y Geske (2001) han encontrado que los componentes asociados al riesgo de fallido explican una proporción muy pequeña de la prima, atribuyéndole a factores asociados a efectos fiscales y de riesgo sistemático una parte importante de la misma. En cualquier caso, el número de empresas que negocian sus bonos en mercados organizados es sensiblemente inferior al de las empresas que cotizan sus acciones en tales mercados.

El artículo que presentamos trata de analizar la bondad de los denominados modelos estructurales y sus posibilidades de aplicación al mercado español. Para ello, en el epígrafe siguiente se expone brevemente la base teórica del modelo de Merton (1974). A continuación, se describe la operativa de un modelo estructural desarrollado por la empresa KMV, recientemente adquirida por Moody's. Finalmente, en el epígrafe cuarto del trabajo, presentamos las probabilidades de impago a un año vista, a 31 de diciembre de 2003, de las empresas que componían el índice del mercado bursátil español IBEX-35 a dicha fecha, mediante la aplicación de la teoría de opciones. En el apartado quinto se establecen una serie de conclusiones.

2. EL MODELO DE MERTON Y LA PROBABILIDAD DE IMPAGO

Merton (1974) considera las acciones de la empresa como una opción europea de compra sobre sus activos, cuyo precio de ejercicio es el valor contable de la deuda pendiente de pago en el horizonte temporal definido.

Si el valor del activo supera al de la deuda en la fecha de vencimiento, cualquiera que sea éste, los accionistas pagarán el crédito. El valor total de la compañía es suficiente para hacer frente al mismo. Si la empresa no tiene bastante dinero en efectivo, los propietarios pueden vender una parte de los activos a su valor de mercado. Es más, los accionistas desearán pagar el préstamo, puesto que el no hacerlo podría forzar la quiebra de la empresa.

En el caso de que el valor de mercado de la empresa sea inferior a la cantidad pendiente de amortización, los accionistas no harán frente al reembolso de la deuda, limitando su pérdida a la cuantía inicialmente aportada.

Trataremos, a continuación, de exponer brevemente las bases del modelo. Supongamos, para ello, una empresa apalancada que ha realizado una única emisión de deuda, consistente en bonos cupón cero que vencen en T . Dicha empresa no paga dividendos. Asumimos además que los mercados son perfectos y no hay fricciones, tales como impuestos o costes de quiebra.

En este caso, el valor del capital propio (acciones), E , en el momento T del vencimiento de la deuda es:

$$E_T = \max(V_T - D, 0) \quad [1]$$

donde V_T es el valor de los activos de la empresa y D (precio de ejercicio) es el valor nominal de la deuda que vence en T . Nótese que [1] representa el pago de una opción call de tipo europeo cuyo subyacente es el valor de la empresa. Por tanto, podemos emplear la formulación de Black y Scholes (1973) para obtener la probabilidad de que la empresa quiebre en un momento dado de tiempo.

Si asumimos las hipótesis habituales del modelo Black-Scholes-Merton (lognormalidad del subyacente, volatilidad y tipos de interés constantes, contratación continua y mercados perfectos) podemos relacionar el valor de las acciones hoy, E_0 , con el valor de sus activos, V_0 , y la volatilidad de la rentabilidad de los mismos, σ_V , usando las conocidas expresiones del modelo:

$$\begin{aligned} E_0 &= V_0 N(d_1) - D e^{-rT} N(d_2) \\ d_1 &= \frac{\ln(V_0 / D) + (r + \sigma_V^2 / 2)T}{\sigma_V \sqrt{T}} \\ d_2 &= \frac{\ln(V_0 / D) + (r - \sigma_V^2 / 2)T}{\sigma_V \sqrt{T}} = d_1 - \sigma_V \sqrt{T} \end{aligned} \quad [2]$$

donde N es la función de distribución de una Normal estándar, r el tipo de interés libre de riesgo en términos continuos y las demás variables ya han sido definidas.

Obsérvese que el modelo tiene dos incógnitas, V_0 y σ_V . Para estimar estos parámetros, necesitamos una ecuación adicional que relacione la volatilidad de la opción con la del subyacente¹⁵:

$$\sigma_E = \frac{V_0}{E_0} \frac{\partial E}{\partial V} \sigma_V \quad [3]$$

Esta ecuación, conjuntamente con las anteriores, recogidas en [2], permite determinar V_0 y σ_V mediante un algoritmo numérico usando los valores de E_0 y σ_E , variables de fácil cuantificación en empresas cotizadas.

¹⁵ Podemos expresar la volatilidad de los recursos propios en función de la volatilidad de los activos como $\sigma_E = \eta_{E,V} \cdot \sigma_V$, donde $\eta_{E,V}$ denota la elasticidad de los recursos propios frente al valor del activo, esto es, $\eta_{E,V} = (V/E)(\partial E / \partial V)$. Esta última derivada parcial, $\partial E / \partial V$ es, simplemente, la delta de una opción call, $\Delta = N(d_1)$, que tiene como subyacente los activos de la empresa.

En este modelo, la probabilidad riesgo neutral¹⁶ de que el valor de la empresa sea superior al valor de la deuda en la fecha T , es decir $V_T \geq D$, es $N(d_2)$. Por tanto, la probabilidad riesgo neutral de que la deuda resulte impagada en T determinada en cualquier momento t es:

$$q_t(T) = 1 - N(d_2) = N(-d_2) \quad [4]$$

Esta probabilidad de fallido neutral al riesgo, es la “prevista” por el mercado y puede considerarse como la frecuencia esperada de fallido condicional al valor actual de la empresa, a su apalancamiento, volatilidad, estructura de deuda y tipo libre de riesgo. Si la empresa tiene una estructura de deuda más compleja que una simple emisión de bonos cupón cero, se podría utilizar como aproximación una emisión cuya duración fuese la media ponderada de las duraciones de todos los pasivos exigibles.

También puede calcularse la probabilidad “natural” de fallido, pero para ello hace falta disponer de la tasa esperada de crecimiento de la empresa, μ . En este caso, la probabilidad que buscamos es:

$$p_t(T) = N \left[- \frac{\ln(V_t / D) + \left(\mu - \frac{\sigma_V^2}{2} \right) (T - t)}{\sigma_V \sqrt{T - t}} \right] \quad [5]$$

resultado de sustituir el tipo libre de riesgo por la tasa esperada de crecimiento del activo en la ecuación [4].

3. LOS MODELOS DE OPCIONES EN LA PRÁCTICA: EL MODELO KMV

La aplicación empírica de este tipo de modelos es relativamente reciente, siendo en estos últimos años cuando están empezando a alcanzar cierta popularidad. De los modelos que actualmente se están desarrollando en esta área de análisis destaca el desarrollado por la empresa KMV Corporation, recientemente adquirida por Moody's,

La insolvencia se define, tal como explicamos anteriormente, como la situación en que el valor de mercado del activo de la empresa es insuficiente para hacer frente al pago de la deuda.

Las variables que se utilizan en el cálculo de las *Expected Default Frequency*, *EDF* o probabilidades de insolvencia son fundamentalmente cuatro:

¹⁶ Un principio muy importante en la valoración de activos financieros derivados es el conocido como “valoración neutral al riesgo”. Dicho principio no establece que los inversores sean neutrales al riesgo, sino que los activos financieros derivados, como las opciones, pueden valorarse bajo el supuesto de que tales inversores son neutrales al riesgo. Ello significa que las preferencias sobre el riesgo de los inversores no influyen sobre el precio de la opción cuando se expresa como función del precio de los activos subyacentes. La valoración neutral al riesgo es una herramienta poderosa porque supone dos resultados particularmente sencillos: 1) El rendimiento esperado de todos los activos financieros es el tipo de interés libre de riesgo y 2) El tipo de interés libre de riesgo es la tasa de descuento apropiada para aplicar a cualquier flujo de caja esperado.

1. Activo de la empresa a valores de mercado.
2. Volatilidad de los valores futuros del activo.
3. “Forma” que sigue la distribución de valores futuros del activo.
4. Cuantía de la deuda pendiente de vencimiento en el horizonte temporal definido, a valor contable, deducida de los estados financieros de la empresa.

A estas variables hay que añadir la tasa esperada de crecimiento del activo y el horizonte temporal del estudio, que debe ser definido por el analista. La relación entre las variables aparece representada en la figura 1.

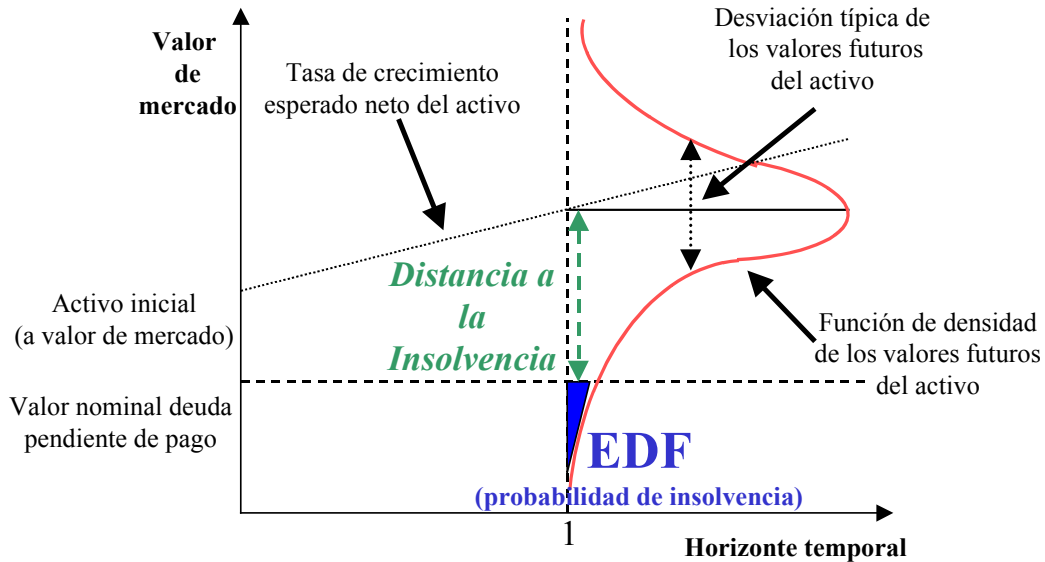


Figura 1: Cálculo de la *Expected Default Frequency*.

En dicha figura, el valor de la empresa, en una fecha futura, viene configurado por una distribución de probabilidad Normal, definida por su correspondiente media y desviación típica. El área sombreada de la función de densidad, debajo de la línea discontinua representativa de la deuda pendiente de pago, es la probabilidad de insolvencia que buscamos.

De forma sencilla, podemos resumir la mecánica del modelo KMV en tres pasos:

Primera etapa: Estimación del valor de mercado y de la volatilidad de los activos de la empresa.

El valor de mercado del activo se obtiene de sumar la cuantía de los diferentes recursos que componen el pasivo de la empresa, ajenos y propios, también a valores de mercado. Desgraciadamente, pocas compañías comercializan su deuda, con lo que se hace necesario adoptar un enfoque alternativo.

Este problema es resuelto por el modelo al considerar la relación existente entre, por un lado, el valor de mercado del activo y el de las acciones que componen el capital propio y, por otro, entre sus volatilidades, resultado de contemplar la posición del accionista en una empresa endeudada como equivalente a la del

comprador de una opción *call* sobre los activos de la misma, con un precio de ejercicio igual al valor nominal de la deuda de la compañía, tal como en su día sugirió Merton. Así, si la empresa cotiza en algún mercado organizado, podemos utilizar la teoría de valoración de opciones para derivar tanto el valor de mercado como la volatilidad del activo, segunda variable del modelo, a partir del conocimiento del valor de las acciones que componen el capital propio de la empresa analizada y su volatilidad. Este proceso puede asimilarse al utilizado por los inversores en la determinación de la volatilidad implícita de una opción a partir de la prima.

Los valores buscados, el del activo (V_0) y su volatilidad (σ_V), resultan de resolver el siguiente sistema de ecuaciones para la empresa analizada:

$$E_0 = f(V_0, \sigma_V, L, c, r) \quad [6]$$

$$\sigma_E = g(V_0, \sigma_V, L, c, r) \quad [7]$$

donde, siendo f la función que determina el precio de una opción y g la función que define su volatilidad¹⁷,
 E_0 : Valor de mercado (actual) de los recursos propios.

σ_E : Volatilidad de las acciones que componen el capital propio.

L : Estructura de pasivo de la empresa, definida por su ratio de apalancamiento.

c : Cupón pagado por la deuda a largo plazo.

r : tipo de interés libre de riesgo

El analista, por tanto, puede utilizar las expresiones anteriores para determinar tanto el valor del activo como su volatilidad, una vez conocidos el valor de las acciones que componen el capital propio de la empresa estudiada, su volatilidad, la estructura de pasivo de la compañía y el tipo de interés libre de riesgo.

Segunda etapa: Cálculo de la “distancia a la insolvencia”.

Una vez conocidos los parámetros que definirán la función de probabilidad, el modelo determina el “punto de insolvencia”, que no es otra cosa que la deuda pendiente de vencimiento en el horizonte temporal considerado¹⁸.

Cuando el horizonte temporal definido por el usuario es de un año, la deuda a tener en cuenta para determinar el “punto de insolvencia” es aquella que compone el pasivo circulante¹⁹. En caso de que el vencimiento de

¹⁷ Ninguna de estas funciones han sido dadas a conocer por KMV, si bien ambas pueden considerarse una derivación del modelo Black-Scholes-Merton. Este nuevo modelo, utilizado por KMV, es conocido por el apellido de sus autores, Vasicek-Kealhofer (VK).

¹⁸ Como hemos comentado anteriormente, la restricción más importante del modelo de Merton (1974) es que asume que el pasivo de una empresa está compuesto por una única emisión de bonos y que la insolvencia de la misma puede producirse sólo al vencimiento de tal obligación. Ello impediría, en principio, determinar la probabilidad de impago para un horizonte temporal inferior al vencimiento de la deuda. Para superar esta limitación, en la práctica, se supone que el pasivo puede resultar fallido al final de cualquier horizonte temporal dado. Esto es, para estimar la probabilidad de insolvencia a un año vista, se asume que el bono exclusivamente puede resultar impagado al final de ese año; para valorar la tasa de insolvencia a cinco años vista, se presupone que la deuda sólo puede resultar impagada al final del quinto año, etc.

¹⁹ En este caso, KMV ha observado empíricamente que la insolvencia suele producirse antes de que el valor de la empresa descienda por debajo del pasivo circulante, posiblemente debido a que es posible que alguna deuda a largo plazo presente garantías que exijan el anticipo del pago en situaciones de crisis. Por tanto, el modelo suele utilizar como punto de insolvencia una cuantía situada entre la deuda a corto y el total del pasivo, por ejemplo, $D = \text{Pasivo circulante} + \frac{1}{2} \text{Pasivo a largo plazo}$.

éste sea superior a una anualidad, se va produciendo un proceso de acumulación de la deuda pendiente de pago.

El modelo desarrollado por KMV permite actualmente incluir cinco clases diferentes de pasivo: deuda a corto y largo plazo, bonos convertibles y acciones, tanto ordinarias como preferentes, frente al carácter más limitado de los modelos iniciales de Merton o Geske.

Después de haberse establecido el nivel de insolvencia y fijada la tasa de crecimiento esperada del activo, que nos permitirá estimar su valor futuro, V_T , ambas variables se emplean para calcular lo que KMV denomina “distancia a la insolvencia” o “*distance to default*” (DD), esto es, la cuantía en la que debe disminuir el valor de una empresa para llegar a la insolvencia, en la forma que hemos definido, dividido por la desviación típica o volatilidad del activo.

Al dividir por esta última, estamos situando a las empresas en una misma escala y, de esta forma, una empresa con escasa volatilidad, cuya diferencia entre el valor de mercado del activo y la deuda pendiente de vencimiento, en el horizonte que hayamos definido, sea inferior al de otra más volátil, podría tener la misma e, incluso, una distancia a la insolvencia superior.

$$DD = \frac{V_T - D}{\sigma_V \cdot V_T} \quad [8]$$

En este caso, la desviación típica se mide en unidades monetarias, $\sigma_V(\%) \times V_T$. Una distancia a la insolvencia de valor 2 nos indica que sería necesario una disminución en el valor del activo de dos veces su desviación típica para que la empresa resultase fallida. Cuánto mayor es la “*distance to default*”, más baja será la probabilidad de insolvencia y viceversa.

Tercera etapa: Determinación de la probabilidad de insolvencia (EDF).

Conocida la distancia a la insolvencia de una empresa en particular y asumiendo que los valores futuros del activo siguen una distribución de probabilidad Normal, es fácil determinar la probabilidad “teórica” de impago. Así, continuando con el ejemplo anterior, una compañía cuya distancia a la insolvencia resulte ser igual a 2, tiene un 2,5% de probabilidad de resultar fallida o, lo que es lo mismo, de que el valor de mercado de su activo se reduzca por debajo de dos veces su desviación típica (2σ). Recordemos que, en una función de densidad normal, existe un 95% de probabilidad de que la variable aleatoria tome uno de los valores del intervalo $\mu \pm 2\sigma$, por tanto, un 2,5% de que este valor sea superior o inferior.

Por tanto, si la forma de la función de probabilidad fuese conocida, la probabilidad de insolvencia o *Expected Default Frequency* sería simplemente la posibilidad de que el valor del activo se situase por debajo del “punto de insolvencia”, por lo que la empresa resultará fallida. Dicha probabilidad aparece representada por la zona sombreada en la figura 2. No obstante, en la práctica, la distribución del valor de los activos es difícil de medir, lo que lleva a KMV a desestimar las funciones de densidad normal o normal logarítmica.

Para determinar la probabilidad de insolvencia, KMV estudia la relación entre la distancia a la insolvencia y la probabilidad de impago sobre una serie histórica de falencias; en concreto, se analizaron cerca de 250.000 datos de empresas, de las que cerca de 4.700 resultaron fallidas o generaron problemas de impago. A partir de dichos datos, se generó una tabla de frecuencias para relacionar probabilidad de impago con diferentes niveles de distancia a la insolvencia, la cual es fácil de obtener conocidos el valor de mercado de la empresa,

su volatilidad y el punto de insolvencia. Obtenemos así una probabilidad “empírica” cuya cuantía puede diferir significativamente de la teórica anteriormente calculada.

De esta forma, si estamos interesados en calcular la probabilidad de impago a un año vista para una empresa, cuya distancia a la insolvencia (DD) es siete veces la variabilidad de su activo, acudimos a la serie histórica de empresas en la misma situación que resultaron fallidas al año siguiente, lo que, dividiendo su número por la población total de las mismas, nos da una probabilidad del 0,05%, equivalente a una calificación AA de Standard & Poor’s.

4. APLICACIÓN EMPÍRICA A LAS EMPRESAS QUE COMPONEN EL IBEX-35

En la última parte del trabajo que presentamos vamos a estimar las probabilidades de impago a un año vista, a 31 de diciembre de 2003, de las empresas que componían el índice del mercado bursátil español IBEX-35 a dicha fecha, mediante la aplicación de la teoría de opciones. El procedimiento que seguiremos será similar al empleado por la empresa KMV, cuya base teórica la constituye el modelo de Merton (1974).

El número de compañías analizadas asciende a 29, puesto que hemos eliminado del estudio las empresas del sector de servicios financieros ya que sus particularidades hacen muy difícil la aplicación del enfoque que venimos tratando. En estos casos, no está claro que la situación de impago se corresponda con el momento en que el valor del activo se sitúe por debajo de su pasivo (Crosbie y Bohn, 2003).

El hecho de que sean empresas cotizadas nos facilitará el acceso a los datos que necesitamos, que se recogen en la expresión anterior [5], que volvemos a reproducir:

$$p_t(T) = N \left[- \frac{\ln(V_t / D) + \left(\mu - \frac{\sigma_V^2}{2} \right) (T - t)}{\sigma_V \sqrt{T - t}} \right]$$

En nuestro caso $t = 0 = 31/12/03$ y $T = 1 = 31/12/04$ ²⁰.

Obsérvese como la ecuación que utilizamos incorpora la tasa de crecimiento de la empresa, μ , en lugar del tipo libre de riesgo, r . Con ello, obtenemos una probabilidad “natural” de fallido, diferente de la probabilidad riesgo neutral recogida en [4].

La determinación de la tasa de crecimiento del activo no es una tarea sencilla. Du y Suo (2003) utilizan la variación media de los valores del activo durante los doce meses anteriores al momento de la estimación de la probabilidad de impago. En nuestro caso, hemos optado por emplear como *proxy* la tasa de crecimiento del PIB español que, para 2004, se estima en torno al 3%. En cualquier caso, dicha variable parece tener escaso poder discriminante en el impago de una firma (Crosbie y Bohn, 2003).

²⁰ Aunque el modelo de Merton asume que la insolvencia únicamente puede producirse al vencimiento de la deuda, en la práctica esta limitación suele superarse suponiendo que el pasivo puede resultar fallido al final de cualquier horizonte temporal dado. En nuestro caso, a un año vista.

Puesto que nuestro objetivo es determinar la probabilidad de insolvencia a un año vista, asumiremos que la deuda resulta exigible dentro de un año por una cuantía igual al pasivo circulante más la mitad de la deuda a largo plazo²¹. Tales datos han sido extraídos de los estados financieros que periódicamente han de suministrar las diferentes compañías cotizadas en el mercado continuo español. La información la hemos referido a 31 de diciembre de 2003.

Finalmente, respecto al cálculo de los valores del activo, V_0 , y sus volatilidades, σ_V , estos han sido estimados a través de las expresiones [2] y [3] mediante un algoritmo numérico, usando el valor de las acciones, E_0 , durante el mes de diciembre de 2003²² y su volatilidades diarias anualizadas durante dicho año, σ_E .

Una vez estimada la probabilidad de impago de la firma mediante la ecuación [5], es fácil cuantificar la distancia a la insolvencia (DD) de la misma a través de la expresión (Vassalou y Xing, 2004):

$$DD_t = \frac{\ln(V_t / D) + \left(\mu - \frac{\sigma_V^2}{2} \right) (T - t)}{\sigma_V \sqrt{T - t}} \quad [9]$$

La ecuación anterior nos indica cuántas desviaciones típicas es necesario que disminuya el logaritmo del ratio valor del activo/deuda respecto a su media para que se produzca una situación de impago²³. Cuánto mayor sea la distancia a la insolvencia de una empresa menor será su probabilidad de impago, y viceversa, relacionándose ambas a través de la ecuación [10]:

$$p_i(T) = N(-DD) = N \left[- \frac{\ln(V_t / D) + \left(\mu - \frac{\sigma_V^2}{2} \right) (T - t)}{\sigma_V \sqrt{T - t}} \right] \quad [10]$$

En la tabla 1 se recogen las probabilidades de impago a un año y sus correspondientes distancias a la insolvencia, a 31/12/2003, de las empresas que componían el IBEX-35 a dicha fecha, exceptuando las compañías del sector financiero.

Además, en las figuras 2 a 7 se representan gráficamente las distancias a la insolvencia de tales empresas según la clasificación sectorial empleada por la Bolsa de Madrid.

²¹ Si bien estamos determinando la probabilidad de impago a un año vista, la inclusión de parte de la deuda a largo es habitual en los estudios sobre el tema. KMV argumenta que se observa empíricamente que la insolvencia suele producirse antes de que el valor de la empresa descienda por debajo del pasivo circulante, como ya señalábamos en la nota 6. En el mismo sentido se pronuncian Du y Sou (2003) y Vassalou y Xing (2004). Todos ellos añaden a la deuda a corto el 50% de la deuda a largo plazo.

²² Aunque queremos determinar la probabilidad de impago de la compañía a 31/12/2003, nos pareció más adecuado emplear el valor medio de sus acciones durante el mes de diciembre, en lugar de referirlo al último día de negociación, tratando de evitar con ello posibles anomalías de mercado.

²³ La expresión [9] se deriva del modelo de Black-Scholes y es diferente a la recogida en [8], utilizada por KMV.

CITIES IN COMPETITION

Tabla 1: Probabilidad de impago a 1 año de las empresas del IBEX-35 mediante la aplicación del modelo de Merton (a 31/12/03).

Empresa	Valor de las acciones (E_0)*	Volatilidad de las acciones (σ_E)	Deuda (D)*	Valor del activo (V_0)*	Volatilidad del activo (σ_V)	Probabilidad de impago (p_i)	Distancia a la insolvencia (DD)
ABERTIS	6.204.307,14	17,55%	1.580.832,00	7.751.204,47	14,05%	0,0000E+00	11,46127194
ACCIONA	3.004.961,75	17,66%	1.273.646,50	4.251.268,08	12,48%	0,0000E+00	9,833889064
ACERINOX	2.492.284,67	26,50%	412.174,50	2.895.611,66	22,81%	0,0000E+00	8,564628614
ACS	4.424.047,22	20,73%	2.051.363,00	6.431.374,93	14,26%	2,2204E-16	8,152371831
ALTADIS	6.477.664,67	20,17%	2.178.138,50	8.609.047,04	15,21%	0,0000E+00	9,159580659
AMADEUS	14.359.880,12	36,39%	502.788,50	14.851.875,52	35,18%	0,0000E+00	9,532074892
ARCELOR	7.161.403,09	39,52%	864.615,50	8.007.458,45	35,34%	2,7331E-10	6,205746332
ENAGAS	1.990.378,41	20,17%	1.052.412,50	3.020.199,15	13,29%	3,3307E-16	8,090313063
ENDESA	15.304.848,36	26,96%	8.634.228,00	23.753.731,51	17,37%	1,6978E-09	5,91178746
FCC	3.802.981,49	19,88%	1.026.583,50	4.807.527,60	15,73%	0,0000E+00	10,05709853
FERROVIAL	3.743.984,55	22,45%	1.841.974,50	5.546.419,22	15,15%	2,5979E-14	7,528074008
GAMESA	691.467,61	29,74%	79.108,50	768.878,34	26,75%	0,0000E+00	8,481136274
GAS NATURAL	7.968.920,21	22,68%	1.630.434,50	9.564.355,19	18,90%	0,0000E+00	9,532557128
IBERDROLA	13.467.138,62	15,30%	6.121.051,50	19.456.794,47	10,59%	0,0000E+00	11,3395317
IBERIA	2.089.231,98	37,44%	1.703.758,00	3.756.416,71	20,82%	4,1992E-05	3,932837185
INDITEX	10.541.549,18	38,72%	723.239,50	11.249.263,26	36,28%	2,7645E-14	7,519808846
INDRA	1.556.130,05	28,21%	717.365,50	2.258.096,35	19,44%	6,8965E-10	6,058475227
METROVACESA	1.525.643,66	33,01%	1.595.516,50	3.086.789,25	16,31%	9,7006E-06	4,271826685
NH HOTELES	1.109.067,02	29,34%	430.744,50	1.530.565,03	21,26%	5,5787E-10	6,092516253
PRISA	2.470.520,33	34,06%	397.990,00	2.859.966,65	29,42%	8,7823E-12	6,725770021
R.E.E.	1.683.510,30	15,90%	1.300.990,50	2.956.567,27	9,05%	0,0000E+00	9,574156767
REPSOL YPF	18.190.180,44	21,68%	4.866.445,00	22.952.160,68	17,18%	0,0000E+00	9,232284205
SACYR VALLE.	2.921.600,30	23,06%	735.275,50	3.641.091,89	18,50%	0,0000E+00	8,823711516
SOGECABLE	3.312.155,14	52,41%	1.190.531,00	4.477.082,99	38,77%	4,0238E-04	3,351193657
TELEFONICA	56.263.129,21	27,04%	21.084.337,00	76.894.864,37	19,78%	1,0941E-11	6,693683047

FINANCE MANAGEMENT CHALLENGES

TELF.MOVILES	35.573.070,60	24,00%	3.454.965,00	38.953.870,86	22,00%	0,0000E+00	11,12893555
TPI	1.641.096,19	26,74%	242.875,50	1.878.757,87	23,36%	0,0000E+00	8,856029045
UNION FENOSA	4.351.662,45	25,11%	4.718.961,50	8.968.848,28	12,18%	9,4972E-09	5,621387533
ZELTIA	1.076.788,84	51,05%	36.481,00	1.163.815,88	47,23%	3,0143E-13	7,200790522

* Datos en miles de euros.

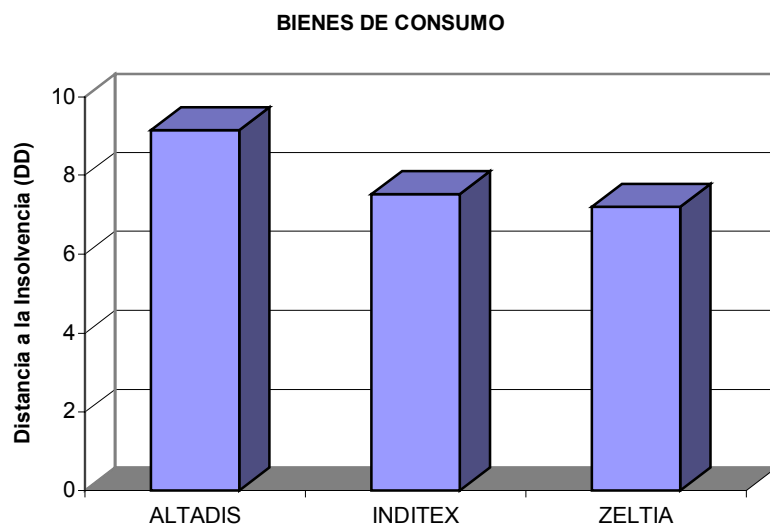


Figura 2: **Distancia a la Insolvencia sector Bienes de Consumo.**

CITIES IN COMPETITION

CONSTRUCCIÓN

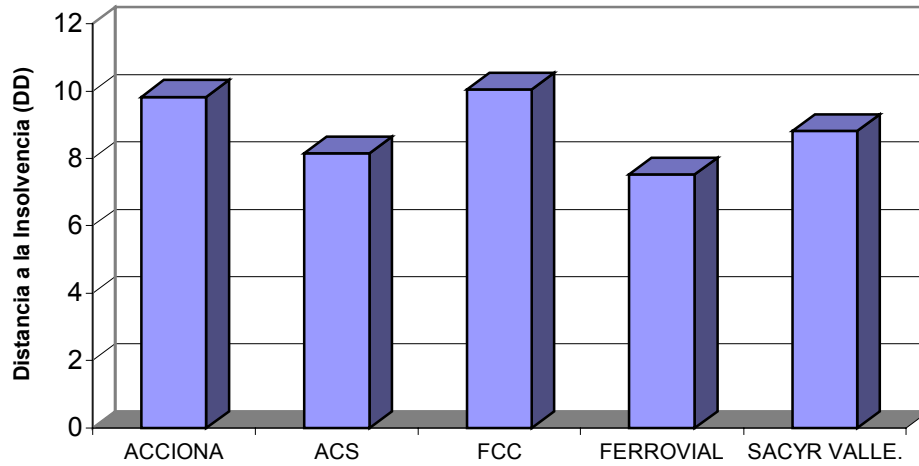


Figura 3: **Distancia a la Insolvencia sector Construcción.**

COMUNICACIONES Y SERV. INF.

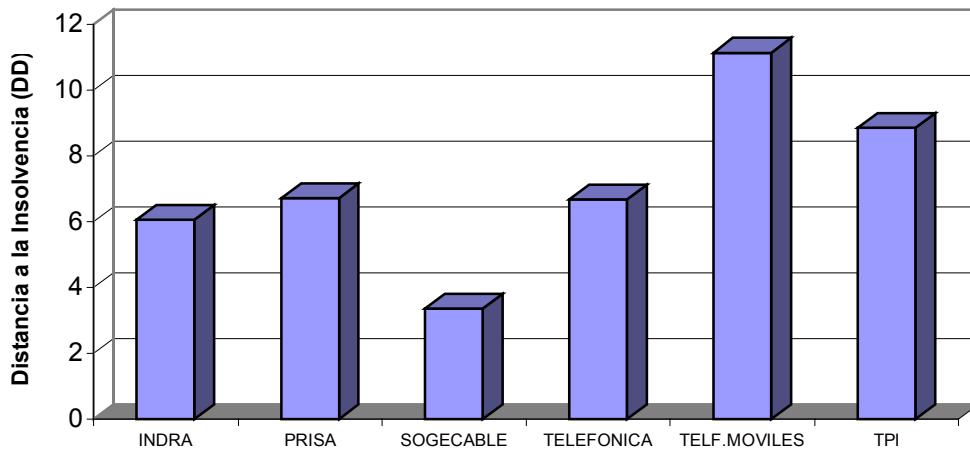


Figura 4: **Distancia a la Insolv. sector Comunicaciones y Servicios de Información.**

FINANCE MANAGEMENT CHALLENGES

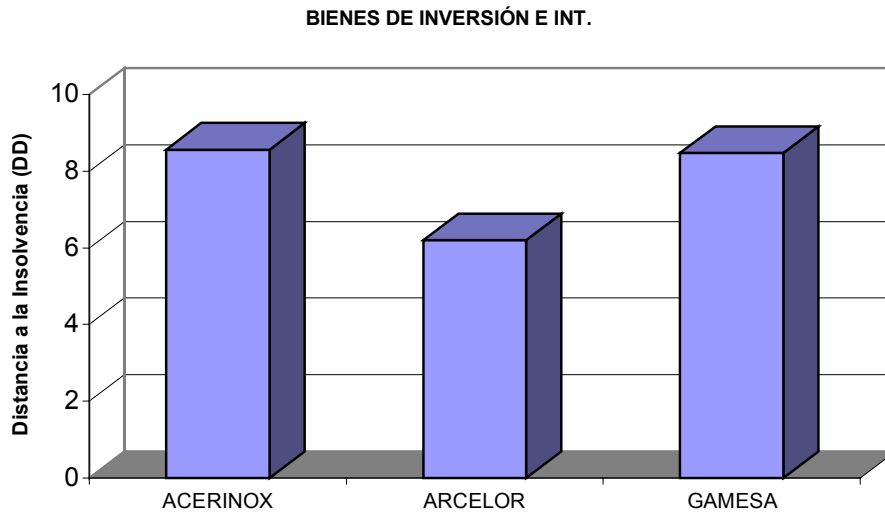


Figura 5: **Distancia a la Insolvencia sector Bienes de Inversión e Intermedios.**

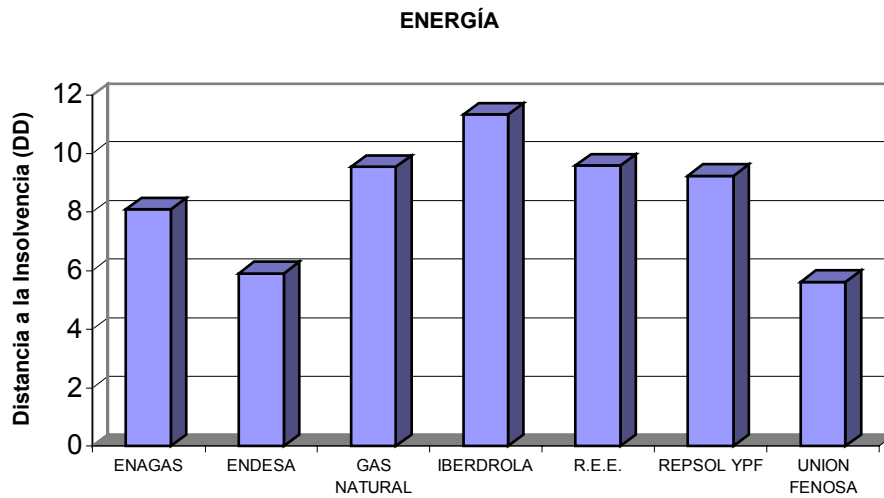


Figura 6: **Distancia a la Insolvencia sector Energía.**

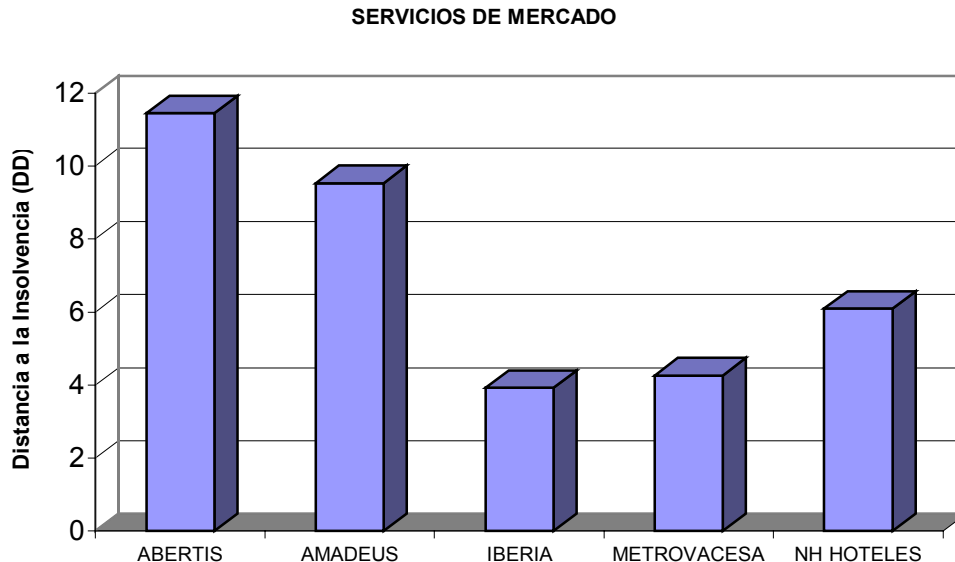


Figura 7: **Distancia a la Insolvencia sector Servicios de Mercado.**

Sobre los resultados obtenidos debemos realizar las siguientes observaciones:

- La calidad crediticia de las empresas que componen el IBEX-35 es muy elevada, situándose la probabilidad de impago a un año muy próxima a cero en todos los casos analizados. Este dato resulta coherente, habida cuenta que la mayoría de las empresas que componen el citado Índice son de probada solvencia y se mantienen dentro del grado de inversión en las calificaciones otorgadas por las principales agencias internacionales de *rating*.
- Entre las diferentes compañías, las menores probabilidades de impago corresponden a ABERTIS, con una distancia a la insolvencia de 11,46, IBERDROLA, con 11,33 y TELEFÓNICA MÓVILES, con una distancia de 11,12. En el otro extremo, las menores distancias a la insolvencia se presentan en el sector de los servicios de mercado, donde IBERIA y METROVACESA obtienen unos valores de 3,93 y 4,27, respectivamente; y en el sector de las comunicaciones y servicios de información, destacando SOGECABLE con una distancia a la insolvencia de 3,35 desviaciones típicas.
- Hemos asumido que los valores futuros del activo siguen una función de distribución de tipo Normal. No obstante, en la práctica, dicha función de probabilidad es difícil de contrastar. Una posible solución consistiría en analizar la relación entre la distancia a la insolvencia y la probabilidad de impago sobre una serie histórica de fallidos, generando una tabla de frecuencias para relacionar ambas variables, tal como hace KMV. Se conseguiría así una probabilidad “empírica” cuya cuantía puede diferir significativamente de la teórica anteriormente calculada, si bien cabría esperar que ambas estuviesen fuertemente correlacionadas.

5. CONCLUSIONES

La teoría de opciones nos proporciona un marco alternativo muy interesante para estimar el riesgo de impago de una firma. Dicha estimación es una valoración objetiva, basada en datos de mercado, lo que permite además su actualización de forma frecuente. En este sentido, el modelo presentado constituye una alternativa valiosa y no debe ser ignorado.

No obstante, pese a su robustez teórica evidente, el enfoque se encuentra con un fuerte obstáculo en países como España, donde el número de empresas que tienen admitidas sus acciones a cotización, principal *input* del modelo, sigue siendo aún muy reducido.

A ello habría que añadir que la distribución de probabilidad de la que el modelo teórico hace uso es difícil de mantener en la práctica, lo que ha llevado a empresas como KMV a desestimarla. En este caso, se hace necesario cartografiar (*mapping*) la distancia a la insolvencia y la probabilidad real de fallido, obtenida a través de la experiencia histórica. Sin embargo, esta última alternativa es poco viable en mercados tan acotados como el español. Por otra parte, la aplicación de los resultados recopilados en el mercado norteamericano por la empresa KMV a nuestro caso implicaría asumir que las características de las empresas de ambos países son similares o, dicho de otra forma, presentan niveles de riesgo parecidos, lo que no está exento de inconvenientes.

A pesar de ello, el modelo analizado es uno de los que se vienen barajando por las entidades financieras para el establecimiento de sistemas de *rating* interno, que les permitirían, en última instancia, adoptar un enfoque de riesgos avanzado, de acuerdo con el nuevo Acuerdo de Capital, recientemente aprobado por el Comité de Supervisión Bancaria de Basilea. Tal como está configurado dicho Acuerdo, ello supondría una mejora sustancial en las cifras de requerimientos de capital y, por ende, en la rentabilidad obtenida, frente a sistemas basados en *ratings* otorgados por agencias de calificación.

BIBLIOGRAFÍA

- ALTMAN, E. I. (1968): “Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy”. *The Journal of Finance*, Vol. 23, págs. 589-609.
- ANDERSON, R.; SUNDERESAN, S. y TYCHON, P. (1996): “Strategic Analysis of Contingent Claims”. *European Economic Review*, 12, págs. 871-881.
- BOHN, J. R. (2000a): “A Survey of Contingent-Claims Approaches to Risky Debt Valuation”. *The Journal of Risk Finance*. Spring. Págs. 53-70.
- (2000b): “An Empirical Assessment of a Simple Contingent-Claims Model for the Valuation of Risky Debt”. *The Journal of Risk Finance*. Summer. Págs. 55-77.
- BLACK, F.; COX J. C. (1976): “Valuing Corporate Securities: Some Effects of Bond Indenture Provisions”. *Journal of Finance*, 31, págs. 351-367.
- BLACK, F.; SCHOLES, M. (1973): “The Pricing of Options and Corporate Liabilities”. *Journal of Political Economy*, 81, págs. 399-418.
- CAREY, M.; HRYCAY, M. (2001): “Parameterizing Credit Risk Models with Rating Data”. *Journal of Banking and Finance*, 25, págs. 197-270.
- CORZO, T. (1998): “Aplicación de la Teoría de Opciones a la Evaluación del Riesgo de Crédito: Relación entre Probabilidad de Impago y Rating mediante un Probit Ordenado”. *Ponencia presentada en el VI Foro de Finanzas*. Úbeda (Jaén). Noviembre.
- CROSBIE, P. y BOHN, J.R. (2003): *Modeling Default Risk*. KMV Corporation.
- CROUHY, M.; GALAY, D y MARK, R. (2000): “A Comparative Analysis of Current Credit Risk Models”. *Journal of Banking & Finance*, 24. Págs. 59-117.
- DELIANEDIS, G. y GESKE, R. (1998): “Credit Risk and Risk Neutral Default Probabilities: Information about Rating Migrations and Defaults”. *UCLA, Anderson School, Finance Working Paper*.
- (2001): “The Components of Corporate Credit Spreads: Default, Recovery, Tax, Jumps, Liquidity, and Market Factors.” *UCLA, Anderson School, Finance Working Paper*.
- DU, Y. y SUO, W. (2003): “Assessing Credit Quality from Equity Markets: Is Structural Approach a Better Approach?”. Disponible en www.defaultrisk.com.
- DUFFIE, D.; SINGLETON, K. J. (1999): “Modelling Term Structures of Defaultable Bonds”, *Review of Financial Studies* 12, 687-720.
- ELTON, E.; GRUBER, M. J.; AGRAWAL, D y C. MANN (2001): “Explaining the Rate Spread on Corporate Bonds”. *The Journal of Finance*, Vol. 56, 1, págs. 247-277.
- FONS, J (1994): “Using Default Rates to Model the Term Structure of Credit Risk”. *Financial Analysts Journal*, Septiembre – Octubre, págs. 25-32.
- FORTE, S.; PEÑA, J.I. (2002): “The Design of Refinancing Contracts”. Mimeo. Universidad Carlos III.
- GESKE (1977): “The Valuation of Corporate Liabilities as Compound Options”. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 3, págs. 541-552.
- JARROW, R.; TURNBULL, S. (1995): “Pricing Derivatives on Financial Securities Subject to Credit Risk”. *Journal of Finance*, 50. Págs. 53-85.
- KEALHOFER, S. (1995): “Managing Default Risk in Portfolios of Derivatives” en *Derivative Credit Risk: Advances in Measurement and Management*. Risk Publications.
- (2000): Comment on “A New Capital Adequacy Framework”. KMV Corporation, San Francisco. Marzo.
- (2001): *Portfolio Management of Default Risk*. KMV Corporation, San Francisco. Mayo.
- KEALHOFER, S.; KWOK, S. y WENG, W. (1998): *Uses and Abuses of Bond Default Rates*. KMV Corporation. Marzo.
- LELAND, H. (1994): “Corporate Debt Value, Bond Covenants and Optimal Capital Structure”. *Journal of Finance*, 49, págs. 1213-1252.
- (1998): “Agency Costs, Risk Management and Capital Structure”. *Journal of Finance*, 52, págs. 1214-1242.
- LITTELMAN, R.; IBEN, T. (1991): “Corporate Bond Valuation and Term Structure of Credit Spreads”, *Financial Analysts Journal*, Spring, págs. 52-64.
- LONGSTAFF, F. A.; SCHWARTZ, E. S. (1995): “A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate Debt”. *Journal of Finance*, 50, págs. 789-819.
- LUCAS, D. J. (1995): “Default Correlation and Credit Analysis”. *The Journal of Fixed Income*. Marzo, págs. 76-87.
- MARTÍN MARÍN, J. L. y TRUJILLO PONCE, A. (2000): “El Riesgo de Crédito en la Gestión de Carteras de Renta Fija”. *Cuadernos Aragoneses de Economía*. 2ª Época. Vol. 10. Nº 2. Págs. 403-429.
- (2003): “Los Modelos de Valoración de Opciones en la Gestión del Riesgo de Crédito: ¿Una Alternativa?”. *Boletín de Estudios Económicos de Deusto*. Vol. LVIII, nº 179. Agosto. Págs. 329-365.
- (2004): “El Rating y la Fijación de Precios en Préstamos Comerciales”. *Revista Europea de Dirección y Economía de la Empresa*. Vol. 13, nº 2. (en prensa)
- MELLA-BARRAL, P.; PERRAUDIN, W. (1997): “Strategic Debt Service”. *The Journal of Finance*, 51, págs. 531-556.
- MERTON, R. C. (1973): “Theory of Rational Option Pricing”. *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4, págs. 141-183.

FINANCE MANAGEMENT CHALLENGES

- (1974): "On the Pricing of Corporate Debt". *Journal of Finance*. Págs. 449-470.
- MOODY'S INVESTORS SERVICE (2002): *RiskCalc® for Private Companies: Moody's Default Model*. Global Credit Research. Mayo.
- PEÑA, J. I. (2002): *La Gestión de Riesgos Financieros de Mercado y de Crédito*. Ed. Prentice Hall. Madrid. 203 págs.
- SAUNDERS, A. (1999): *Credit Risk Measurement: New Approaches to Value at Risk and Other Paradigms*. John Wiley & Sons. 226 págs.
- SHIMKO, D; TEJIMA, N. y VAN DEVENTER, D. (1993): "The Pricing of Risky Debt when Interest Rates are Stochastic". *Journal of Fixed Income*, Septiembre, págs. 58-65.
- TRUJILLO PONCE, A. (2002): *Gestión del Riesgo de Crédito en Préstamos Comerciales*. Ed. Instituto Superior de Técnicas y Prácticas Bancarias. Madrid. 276 págs.
- VASICEK, O. (1977): "An Equilibrium Characterization of the Term Structure". *Journal of Financial Economics*, 5, págs. 177-188.
- VASICEK, O. (2001): *EDF Credit Measure and Corporate Bond Pricing*. KMV Corporation, San Francisco. Noviembre.
- VASSALOU, M. y XING, Y. (2004): "Default Risk in Equity Returns". *The Journal of Finance*. Vol. LIX, Nº 2. Abril. Págs. 831-868.
- WESTGAARD, S. y VAN DER WIJST (2001): "Default Probabilities in a Corporate Bank Portfolio: A Logistic Model Approach". *European Journal of Operational Research*. Nº 135, págs. 338-349.
- ZHOU, C. (1997): *A Jump Diffusion Approach to Modelling Credit Risk and Valuing Defaultable Securities*. Federal Reserve Board of Governors.

Direcciones en Internet:

Bolsa de Madrid: www.bolsamadrid.es

Default Risk: www.defaultrisk.com

KMV Corporation: www.moodyskmv.com