

Entstehung des Erdkerns:
Laborexperimente und numerische Modelle zum
Perkulationsmechanismus und zum Rayleigh-Taylor Diapirismus

Diplomarbeit
vorgelegt beim Institut für Geowissenschaften
Facheinheit Geophysik

der Johann Wolfgang Goethe-Universität
in Frankfurt am Main

von

Gregor Golabek

aus

Darmstadt

Frankfurt, den 31.01.2007

Was wir wissen ist ein Tropfen, was wir nicht wissen ein Ozean.

Sir Isaac Newton

Für meine Eltern

Abstract

The diploma thesis 'Formation of Earth's core: Laboratory experiments and numerical models for the percolation mechanism and the Rayleigh-Taylor instability' includes some laboratory experiments and numerical modelling which implement the percolation and Rayleigh-Taylor instability mechanisms.

The laboratory experiments have been performed on a fertile peridotite with the addition of iron sulfide by the use of a centrifuge furnace in order to model a percolation flow. In some experiments in-situ performed electrical conductivity measurements have been done in order to access a connectivity of iron sulfide melts. The numerical experiments have been done with the use of a two-dimensional finite difference method applied to the sinking of iron diapirs through a silicate matrix in the case of the temperature and stress-dependent rheology.

Peridotite samples containing different amounts of iron sulfide (5-15 vol%) were prepared from powders of the fertile peridotite and chemicals of Fe-FeS of the eutectic composition. They were placed in the centrifuge piston cylinder at the ETH Zürich to determine a percolation velocity of Fe-FeS through the peridotite matrix. It was found that the segregation velocity of Fe-FeS is far too slow in a partially molten silicate matrix to be accounted for the core formation alone. Additionally, the electrical conductivities of samples consisting of fertile peridotite and Fe-FeS were measured in-situ in order to revise the experimental results of Yoshino et al. (2003, 2004). These papers describe an interconnection threshold in a solid silicate matrix at about 5 vol% of iron sulfide. In the present work it was shown that more than 15 vol% Fe-FeS are needed to reach an interconnectivity of Fe-FeS in a peridotite matrix.

In the numerical modelling the computer code FDCON was modified and extended to resolve more realistic cases for the evolution of the Rayleigh-Taylor instability at the top of a cold, undifferentiated and less dense protocore. This unstable gravitational configuration was used as a starting point in numerical models. Differing rheologic laws (temperature-independent, temperature-dependent and power law) were used to explore the parameter

space consisting of initial temperature and viscosity of the protocore and the non-dimensional temperature scaling factor of viscosity b to find a realistic scenario in an agreement with the Hf/W isotopic ages of the core in which the core formation is prescribed to be largely completed within the first 33 Ma (Kleine et al., 2002). It was found that only for $b \leq 10$ the iron diapir is able to penetrate fast enough through the protocore and to fulfill the isotopic restrictions. The required central protocore temperature is in a good agreement with the numerical models performed by Merk et al. (2002), which included the heating during the accretion stage and heating due to the radioactive decay of a short-lived isotope ^{26}Al .

In a less advanced model without the application of a power law, it is shown that the dissipation plays only a second order role on the sinking depth of a diapir. Numerical experiments including the power law rheology may be useful in order to revise this result for a more realistic case.

Finally, it was shown that the introducing of the melt effect in the calculation scheme is relevant to the core formation models due to the intensive development of stress-induced melt channelling in localities surrounding the incipient iron diapir. For simplicity an isothermal model with a temperature independent viscosity of a solid phase and with a rheology depending on a melt-fraction in the partially molten region surrounding a diapir was used. As a result of this model, the intensive development of iron-rich melt channels within a region approximately 2-3 times larger than a diapir size has been observed for sufficiently small melt retention numbers, i.e. the ratio of a Stokes sinking to a Darcy flow velocity. This mechanism enhanced the melt accumulation and accelerated the process of the core formation. The introduction of more realistic temperature profiles, the use of a power-law rheology and a stress-dependent porosity are possible in future numerical models which could lead to a better understanding of the core formation mechanism.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Die Entstehung der Erde	1
1.2	Szenarien der Erdkernbildung	3
1.3	Ziel der Arbeit	9
2	Theoretischer Hintergrund der Untersuchungen	13
2.1	Segregation des Eisens in der Frühphase der Akkretion	13
2.2	Abhängigkeit des Perkulationsmechanismus vom Dihedralwinkel	23
2.3	Die Rayleigh-Taylor-Instabilität	25
2.4	Gesteinsrheologie	28
2.5	Hydrodynamische Gleichungen	31
2.5.1	Kontinuitätsgleichung	31
2.5.2	Navier-Stokes-Gleichung	31

2.5.3	Wärmetransportgleichung	33
2.6	Die Kanalisierungsinstabilität	34
2.6.1	Physikalische Formulierung	34
2.6.2	Die Stromfunktion Ψ	36
2.6.3	Die Compaction Boussinesq Approximation	37
2.6.4	Entstehung der Kanalisierungsinstabilität	38
2.6.5	Viskositätsgesetze beim Auftreten von Schmelzen	42
2.6.6	Die Permeabilitäts-Porositätsbeziehung	43
3	Experimentelle Durchführung	45
3.1	Vorbereitung der Proben	45
3.2	Statische Experimente	46
3.3	Berechnung der Materialparameter	50
3.3.1	Bestimmung der elektrischen Leitfähigkeit	50
3.3.2	Bestimmung der Aktivierungsenergie	50
3.3.3	Das Referenzmodell SEO3	52
3.4	Experimente an der Zentrifuge	53
3.5	Präparation und Analyse der Proben	54
3.5.1	Ermittlung der Verteilung von FeS in den Proben	55
3.5.2	Kompaktionsgetriebene Perkolation im porösen Medium	56
4	Darstellung und Interpretation der Messergebnisse	59
4.1	Ergebnisse der Impedanzmessungen	59
4.2	Ergebnisse der Zentrifugenexperimente	66

5	Modellrechnungen	73
5.1	Modellrechnungen ohne Schmelzbildung	74
5.1.1	Rand- und Anfangsbedingungen	74
5.1.2	Resultate der Modelle ohne Schmelzbildung	81
5.2	Modellrechnungen mit ausgebildeter Schmelze	100
5.2.1	Rand- und Anfangsbedingungen	100
5.2.2	Resultate der Modelle mit Schmelzbildung	106
6	Diskussion der Ergebnisse	117
A	Liste der Laborproben	129
B	Herleitungen	133
C	Software	141
D	Literaturverzeichnis	143

Die vorliegende Arbeit behandelt das Forschungsthema der Entstehung des flüssigen Eisenkerns im Zentrum unseres Planeten. Dieses bislang wenig verstandene Gebiet ist reich an Fragestellungen, sowohl für Experimentatoren als auch für die Geodynamik. Es gibt sehr viele Arbeiten, die den Bildungsprozess experimentell untersuchen, jedoch wurde in den letzten Jahren die numerische Untersuchung in diesem Gebiet kaum vorangetrieben. Der experimentelle Teil der Arbeit stellt sich hierbei der aktuellen Frage nach der Perkolationschwelle¹ von Eisenschmelze in der Silikatmatrix der Protoerde, während numerisch die Effekte von Potenzgesetzkriechen, Dissipation und Schmelzsegregation beim Absinken eines Eisendiapirs nach Ausbildung eines ersten flachen Magmazozeans in der Protoerde behandelt werden. Die genauen Fragestellungen können dabei im letzten Abschnitt der Einleitung gefunden werden.

1.1 Die Entstehung der Erde

Die Geschichte der Geburt unseres Heimatplaneten ist untrennbar mit derjenigen unseres Sonnensystems verknüpft. Unsere Sonne entstand mit einer Anzahl weiterer Sterne als Folge einer gravitativen Störung in einer dichten interstellaren Molekülwolke. In Bereichen wie

¹Die Perkolation ist hier das Durchfließen von flüssiger Eisenschmelze durch eine höchstens partiell geschmolzene Silikatmatrix.

dem späteren Sonnensystem, in denen die Rotationsgeschwindigkeit der gesamten Wolke gering war, blieb das Drehmoment des kollabierenden Systems gering und ein einzelner Stern konnte sich bilden. Ein kleiner Teil des Gases und Staubs, in etwa 2-10%, bildeten eine abgeflachte Scheibe, die den entstehenden Stern umgab und einen Großteil des Drehimpulses des Gesamtsystems enthielt. Eine solche Scheibe aus Gas und Staub wird als „solarer Nebel“ bezeichnet.

Nach dem Modell der Akkretion (Wetherill, 1990), das größtenteils auf numerische N-Körper-Simulationen, und astronomische Untersuchungen an Sternentstehungsgebieten zurückgeht, wachsen Planeten durch Agglomeration von Planetesimalen, die sich im solaren Nebel bilden. In der Umgebung des heutigen Erdbits werden danach Temperaturen erwartet, die niedrig genug waren, um die Kristallisation von sowohl eisen- und magnesiumreichen Silikaten als auch diejenige von metallischem Eisen, zu gestatten. Dies wird möglich, da sowohl Eisen als auch Silikate ähnliche Kondensationstemperaturen aufweisen. Die Partikel wachsen zu Planetesimalen von einigen Kilometern Größe. Durch nichtgravitative Kohäsion kann eine Größe von etwa 0,1-10 km erreicht werden, im nachfolgenden Stadium ist das Wachstum durch gravitative Störungen bedingt. Größere Körper, die als „planetare Embryos“ bezeichnet werden und im Massenbereich von 10^{22} - 10^{23} kg - also zwischen den heutigen Massen des irdischen Mondes und der des Merkur - liegen, bilden sich infolge von Kollisionen und durch die Vereinigung von Planetesimalen. Die Wachstumsrate der Planetesimale zu planetaren Embryos wird durch ihre relativen Geschwindigkeiten festgelegt, die durch die wechselseitigen gravitativen Störungen gegeben sind. Diese sind ihrerseits von der Massenverteilung des Planetesimal-Schwarms abhängig. Während des Wachstums der Planetesimale zu Embryos müssen die Körper genügend dicht zueinander stehen, um Kollisionen untereinander zu ermöglichen, die eine notwendige Bedingung für das weitere Wachstum darstellen. In dieser Phase setzt das „runaway growth“ ein, ein Vorgang, bei dem in der Akkretionsscheibe einige wenige dominante Embryos entstehen, die um bis zu zwei Größenordnungen massereicher sind als der Rest des Schwarms. Die große Masse und damit verbunden, auch die starke gravitative Wirkung dieser Embryos sorgen für ein Wachsen der „feeding zone“, des Bereiches auf den der Embryo gravitativ einwirkt,

und beschleunigen das Wachstum weiter. Dynamische Modelle zeigen auf, dass sich durch diesen Effekt einige wenige merkur- bis marsgroße Körper (10^{23} - 10^{24} kg) innerhalb von $\approx 10^5$ a nach der Entstehung des Sonnensystems bilden können. Danach verlangsamt sich die Wachstumsrate und die anschließende Hauptwachstumsphase der terrestrischen Planeten, das Wachstum von mars- zu erdgroßen Planetenembryos, erfolgt innerhalb von etwa 10-20 Ma. Diese Phase umfasst sogenannte „giant impacts“, Kollisionen der Embryos untereinander. Diese Einschläge werden auch in Zusammenhang gebracht mit der Entstehung des Erdmondes (Wetherill, 1990). Diese Wachstumsphase ist charakterisiert durch das Auftreten der beiden dominanten Planetenembryos Venus und Erde, die sich bereits nach etwa $5 \cdot 10^6$ a auf ähnlichen Umlaufbahnen wie befinden. Numerischen N-Körper-Simulationen nach, müsste die Bildung der terrestrischen Planeten mit der Akkretion, oder Entfernung der verbliebenen Planetesimale aus dem Bereich des inneren Sonnensystems, nach etwa 80-90 Ma beendet werden (Chambers, 2004).

1.2 Szenarien der Erdkernbildung

Während des Akkretionsprozesses der terrestrischen Planeten setzt in den Planetenembryos die Separation des Eisens von den Silikaten, aus denen sie ursprünglich homogen zusammengesetzt sind, ein.

Als potentielle Wärmequellen für die Erdkernbildung stehen den entstehenden Planeten im Allgemeinen folgende Mechanismen zur Verfügung (Coradini et al., 1983; Melosh, 1989; Zahnle, 1988; Abe, 1997):

- Zerfall lang- und kurzlebiger radioaktiver Isotope
- Erwärmung durch adiabatische Kompression

- Freisetzung potentieller Energie
- Impaktenergie
- Treibhauseffekte einer solaren Uratmosphäre

Jedoch kann ein großer Teil der Mechanismen als Wegbereiter der Erdkernbildung ausgeschlossen werden.

So konnten Sasaki & Nakazawa (1986) zeigen, dass sich der Beitrag der langlebigen radioaktiven Isotope zur Temperaturerhöhung in der Protoerde, während der Hauptphase der Erdkernbildung auf nur etwa ≈ 20 K beläuft.

Mutterisotop	Tochterisotop	Halbwertszeit[Ma]
^{146}Sm	^{142}Nd	103
^{235}U	^{207}Pb	704
^{40}K	$^{40}\text{Ar}, ^{40}\text{Ca}$	1270
^{238}U	^{206}Pb	4469
^{232}Th	^{208}Pb	14010
^{176}Lu	^{176}Hf	35700
^{187}Re	^{187}Os	41600
^{87}Rb	^{87}Sr	48800
^{147}Sm	^{143}Nd	106000
^{190}Pt	^{186}Os	450000

Tabelle 1.1: Langlebige Radioaktive Isotope im frühen Sonnensystem (nach Carlson & Lugmair, 2000)

Die sehr langen Halbwertszeiten dieser im frühen Sonnensystem verfügbaren Isotope stützen das obige Resultat und deuten darauf hin, dass der Beitrag der langlebigen Isotope zum Wärmehaushalt, erst im Zeitraum nach der Bildung des Erdkerns ins Gewicht fällt. Dies wird durch Resultate von Stacey (1983) bestätigt, die zeigen, dass ^{235}U als Isotop mit einer geringeren Halbwertszeit, nur eine Konzentration von $C_U=0,01\cdot 10^{-5} \text{ kg}^{-1}$ aufweist, während signifikant vertretene Isotope, wie ^{40}K und ^{232}Th mit Konzentrationen von $C_K=4,67\cdot 10^{-5} \text{ kg}^{-1}$ und $C_{Th}=7,00\cdot 10^{-5} \text{ kg}^{-1}$ weitaus längere Zerfallszeiten haben.

Eine neuere Studie von Kunihiro et al. (2004) brachte das Resultat, dass in den beiden häufigsten Chondritengruppen², die Anteile der zwei wichtigsten kurzlebigen radioaktiven Isotope, nämlich diejenige von ^{26}Al und ^{60}Fe , zu gering sind, um das Innere eines Planetesimals aufzuschmelzen.

Die Temperaturanstieg scheint jedoch genügend hoch zu sein, um Perkolation von geschmolzenem Eisen durch die Silikatmatrix in Kleinkörpern zu ermöglichen.

Mutterisotop	Tochterisotop	Halbwertszeit[Ma]
^{26}Al	^{26}Mg	0,73
^{60}Fe	^{60}Ni	1,5
^{53}Mn	^{53}Cr	3,7
^{107}Pd	^{107}Ag	6,5
^{182}Hf	^{182}W	9,0
^{129}I	^{129}Xe	15,7

Tabelle 1.2: Kurzlebige radioaktive Isotope im frühen Sonnensystem (nach Carlson & Lugmair, 2000)

Da die weiteren kurzlebigen Isotope deutlich seltener im frühen Sonnensystem vertreten sind, ist hieraus zu schließen, dass die weiteren kurzlebigen Isotope nicht in der Lage sind,

²Undifferenziertes Material meteoritischen Ursprungs von dem man annimmt, dass es bis auf die leicht flüchtigen Elemente, das Ursprungsmaterial unseres Sonnensystems darstellt

einen signifikanten Beitrag zum Energiebudget der Protoerde zu leisten.

Da der Radius R (≈ 3800 km) der frühen Protoerde und damit verbunden auch der interne Druck zum Zeitpunkt der Kernbildung relativ gering ist, kann der Einfluss des Beitrags der adiabatischen Kompression vernachlässigt werden. Der Temperaturanstieg kann nach Coradini et al. (1983) folgendermaßen berechnet werden:

$$T(r) = T_0 \cdot \exp\left(\left(\frac{2\pi}{3c_p}\right) \alpha \rho G (R^2 - r^2)\right)$$

T_0 Temperatur bei $r = R(t)$, c_p Wärmekapazität, α Volumenausdehnungskoeffizient, ρ mittlere Dichte des Planetenembryos, G Gravitationskonstante, $R(t)$ Radius des Planetenembryos, r Abstand vom Mittelpunkt des Planetenembryos

Unter der Annahme, dass vor dem Auftreten von Schmelzen und der Ausbildung einer Protoatmosphäre an der Oberfläche der Protoerde, die Temperatur derjenigen im interplanetaren Medium entspricht (≈ 100 K), ergibt sich eine Temperaturerhöhung nur um $T=10$ K bedingt durch die adiabatische Kompression.

Die Freisetzung potentieller Energie, kommt erst im Zuge der Separation des Eisens von den Silikaten zum Tragen, und kann deshalb als initialer Bildungsmechanismus ausgeschlossen werden.

Ein Protoplanet kann nach Resultaten von Sasaki & Nakazawa (1986) den solaren Nebel erst ab einer Masse von 10^{23} kg, was einem Radius von ≈ 3600 - 3800 km entspricht, gravitativ als Protoatmosphäre binden. Etwa zur gleichen Zeit sind auch Planetesimal-Einschläge, nach Ergebnissen von Melosh (1989) und Davies (1990) energiereich genug, um zur Bildung von Schmelzen in oberflächennahen Gesteinen und zur Ausbildung einer CO_2 - H_2O -Impaktatmosphäre zu führen. Deshalb lässt sich der Einfluss der solaren H_2 -He-Protoatmosphäre auf die oberflächennahe Temperatur nur schwer einschätzen. Aus astronomischen Beobachtungen ist jedoch bekannt, dass durch den einsetzenden starken

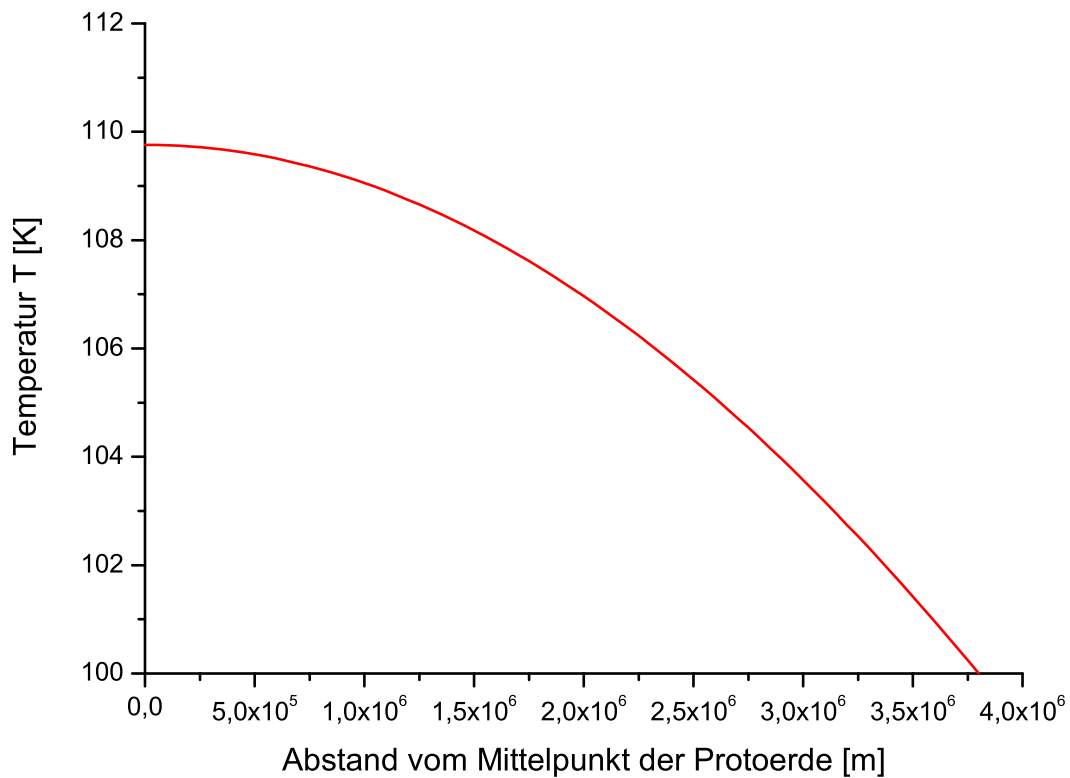


Abbildung 1.1. Einfluss der adiabatischen Kompression zu Beginn der Kernbildung

Verwendete Werte: $T_0 = 100 \text{ K}$, $c_p = 1,3 \cdot 10^3 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$, $\alpha = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ (nach Steinberger & Calderwood, 2006), $R(t) = 3,8 \cdot 10^6 \text{ m}$

Sonnenwind in der T-Tauri-Phase der Sternentwicklung, der solare Nebel nach spätestens 10^7 a aus dem entstehenden Sonnensystem in den interstellaren Raum entfernt wird. Daher ist davon auszugehen, dass die solare Uratmosphäre nur zu Beginn der Kernbildungsphase zur Verfügung steht, und im Folgenden graduell durch eine impaktinduzierte Atmosphäre ersetzt wird.

Beide Atmosphärentypen sind jedoch in der Lage, durch Treibhauseffekte die Temperatur an der Oberfläche der Protoerde nach einem Einschlag über einen längeren Zeitraum genügend hoch zu halten, um eine Separation des chondritischen Ursprungsmaterials un-

terhalb des Impaktkraters zu ermöglichen. Da es zu diesem Zeitpunkt, bedingt durch die „runaway“-Akkretion eine Potenzgesetz-Verteilung der Masse unter den Planetesimalen gibt, existieren nur wenige große und sehr viele kleinere und mittlere Körper im inneren Sonnensystem.

Daher ist davon auszugehen, dass Einschläge genügend großer Körper auf der Protoerde zu dieser Zeit häufig genug stattfinden, um die Oberfläche der Protoerde aufzuschmelzen. Im hierbei entstehenden Magmaozean ist eine Separation der Eisen- von der Silikatphase möglich. Im Zuge dieser Trennung, kommt es auch zur Bildung eines chemischen Gleichgewichts zwischen den absinkenden Eisentröpfchen und der umgebenden Silikatschmelze. Das dichtere Eisen lagert sich schließlich als Schicht oder „Eisensee“ auf dem Grund des Magmaozeans, der durch die Solidus-Temperatur des peridotitischen Ursprungsmaterials markiert wird, ab. Da der sich bis zum Mittelpunkt der Protoerde erstreckende Protokern als Gemisch aus Eisen und Silikaten, eine geringere Dichte als die Eisenschicht aufweist, ist diese Konstellation gravitativ instabil. Deshalb kommt es unter Ausnutzung lokaler Perturbationen der Gestalt der Protoerde, die auf frühere Impakte zurückzuführen sind, zur Ausbildung von Rayleigh-Taylor-Instabilitäten. Mit deren Hilfe sinkt das Eisen in Form von sphärischen Diapiren in Richtung des Inneren des Planetenembryos ab und verdrängt dabei das chondritische Ursprungsmaterial. Es ist davon auszugehen, dass sich dieser Vorgang während des voranschreitenden Akkretionsvorganges, nach jedem größeren Impact eines Planetesimals wiederholt, bis er nach dem „giant impact“, dem Einschlag eines Planetenembryos von etwa $0,1 M_{Erde}$, und der damit verbundenen Bildung des irdischen Mondes ein Ende findet.

Da die heißen Diapire in dieser Phase das umgebende, bis dahin kühle Material, erwärmen und bei ihrem Abstieg potentielle Energie freigesetzt wird, kann sich bis zum Ende der Akkretionsphase, der bekannte heiße Eisenkern der Erde ausbilden.

Diese These wird durch moderne Daten aus der Hf/W-Chronometrie, die an Mantelsilikaten durchgeführt wurden, bestätigt. Diese nutzt hierbei das unterschiedliche Verhalten von Mutter- und Tochterisotop. Während Hafnium lithophil³ ist und im Verlauf der Ei-

³lithophil: gesteinsliebend

sensegregation vollständig im Silikatmantel zurückbehalten wird, ist Wolfram mäßig siderophil⁴ und wird vorwiegend in die Metallphase partitioniert. Daher wird der chondritische Hf/W-Vorrat der Protoerde intern bei der Kernbildung getrennt. Wenn nun die Kernbildung vor dem Zerfall von ^{182}Hf stattfindet, so wird sich als Konsequenz des erhöhten Hf/W-Verhältnisses ein Überschuss an ^{182}W in der silikatischen Protoerde ausbilden (Jacobsen, 2005). Die Daten deuten hierbei, auf ein Bildungszeitraum des Erdkerns von (33 ± 2) Ma nach Beginn des Sonnensystems hin (Kleine et al., 2002).

1.3 Ziel der Arbeit

Das Verständnis der Erdkernbildung ist wichtig, um die Geschichte des Sonnensystems und die chemische Zusammensetzung des heutigen Erdmantels zu begreifen. Erfolgreiche Modelle der Erdkernbildung müssen hierbei einen physikalisch fundierten Mechanismus, durch den Eisen von den Silikaten getrennt werden kann, liefern. Dabei müssen Aspekte, wie die aus Hf/W-Isotopie ermittelte Dauer der Erdkernbildung, mitberücksichtigt werden. Da die Ausbildung eines planetaren metallischen Kerns auf allen Körpern des Sonnensystems, sofern sie dazu in der Lage waren, abgeschlossen ist, bleibt die direkte Untersuchung des Prozesses verwehrt. Die einzigen verbleibenden Möglichkeiten, sind die Untersuchung von Gesteinen, Laborexperimente und numerische Modelle.

Jedoch sind nur 5% der Gesteine auf der heutigen Erde im ersten Drittel ihrer Geschichte gebildet worden. Keines dieser Gesteine weist ein höheres Alter als 3,96 Milliarden Jahre auf. Somit sind nur Untersuchungen an Meteoriten zielführend. Laborexperimente erlauben dagegen in kleinem Maßstab die betreffenden Prozesse zu simulieren. Ihnen sind jedoch durch die technische Undurchführbarkeit extrem hoher Drücke und Temperaturen für lange Zeiträume, Grenzen gesetzt.

Numerische Modelle dagegen können wegen ihrer durch die Prozessorleistung begrenzten

⁴siderophil: Eisen liebend

Auflösung nicht für die Untersuchung von kleinräumigen Prozessen⁵ verwendet werden. Sie bieten jedoch die Möglichkeit, das großräumige Geschehen in der Protoerde, auch unter extremen Temperatur- und Druckbereichen, die den Laborexperimenten entzogen sind, zu untersuchen.

Die Perkolation von Metall durch das chondritische Ausgangsmaterial ist der erste Segregationsmechanismus⁶, der nach der Schmelzbildung einsetzt. Die Bildung und Perkolation des Eisens in einem homogenen Ausgangsmaterial wurden deshalb in Experimenten unter Verwendung einer Hochdruck-Stempelzylinderpresse untersucht.

Die Laborexperimente wurden an primitivem Peridotit und FeS, dem Ursprungsmaterial des Sonnensystems, durchgeführt. Die Aufgabenstellung hierbei war, den FeS-Schmelzgehalt und damit verbunden den Temperaturbereich zu bestimmen, in dem es zur Verbindung der Schmelztropfen zu einem Netzwerk von Schmelzkanälen kommt. Diese können das Eisen, vor der Ausbildung eines Magmaozeans, in die Tiefe transportieren. Die Daten sind mit Resultaten von Yoshino et al. (2003, 2004) zu vergleichen.

Außerdem soll die Perkulationsgeschwindigkeit bestimmt werden, um die Effektivität dieses Mechanismus zu ermitteln.

Da, wie oben beschrieben, die Protoerde bereits nach 0,1 Ma genügend Masse aufweist, um die Bildung eines Schmelzozeans zu ermöglichen, ist davon auszugehen, dass zu diesem Zeitpunkt das Eisen in Form von kleinen Eisensphären aus dem entstandenen Magmaocean ausfällt. Es sammelt sich als Schicht oder „See“ am Boden desselben, sinkt aber durch den Mechanismus der Rayleigh-Taylor-Instabilität, weiter in den kalten Protokern ab. Wegen der gravitativen Instabilität des Systems ist es unwahrscheinlich, dass das Einsetzen des Vorganges bis in die Spätphase der Akkretion verzögert werden kann (Davies, 1990; Honda et al., 1993). Deshalb wird in den numerischen Modellen, der frühestmögliche Zeitpunkt in der Akkretionsphase der Protoerde bei der Untersuchung des Absinkens der Eisendiapire

⁵Die begrenzte Auflösung des Gitters verhindert die Modellierung kleinräumiger Prozesse, wenn ein Großteil der Protoerde modelliert wird.

⁶Die Segregation bezeichnet hier die Entmischung des Eisens von den Silikaten.

verwendet.

Neuere experimentelle Arbeiten kommen zum Schluss, dass die letzte chemische Gleichgewichtsbildung in einem Druckbereich, der einem etwa 700 km oder noch tieferen Magmazoan entspricht, stattgefunden haben muss (z. B. Richter, 2003). Dieses numerische Modell kann somit nicht die gesamte Entwicklung der Erdkernbildung wiedergeben, sondern kann nur auf den physikalischen Vorgang der initialen Kernbildung eingehen. Moderne Ergebnisse (z.B. Stevenson, 1990) deuten darauf hin, dass bei der Kernbildung wahrscheinlich mehrere Mechanismen gleichzeitig in Erscheinung treten und dabei in ihrer Wirkung aufeinander aufbauen. Die Untersuchung sowohl experimenteller als auch numerischer Experimente ermöglicht es somit die verschiedenen physikalischen Effekte, die zur Bildung des Eisenkerns der Erde beigetragen haben, in einem gemeinsamen Kontext zu verstehen.

Für die numerische Modellierung wird der Finite-Differenzen Code FDCON (Schmeling, 2000) verwendet.

Die Hauptfragestellung der numerischen Experimente war, unter welchen physikalischen Bedingungen, das Eisen in Form von Diapiren im durch Hf/W-Isotopie definierten Zeitraum den Mittelpunkt der Protoerde erreichen kann.

Die zweite Fragestellung befasste sich mit der Bedeutung der Dissipation auf das Absinken der Diapire:

Kann die Dissipation in der Frühphase der Differentiation einen entscheidenden Beitrag zur Erwärmung des Protokerns in der Umgebung der Diapire liefern und ihren Abstieg beschleunigen?

Die Fragen zum realistischsten Szenario, nämlich demjenigen unter Berücksichtigung von Schmelzen, waren:

Weist der Diapir ein anderes Sinkverhalten als im schmelzlosen Modell auf?

Unter welchen Bedingungen können sich, infolge der durch den Diapir induzierten de-

viatorischen Spannungen, Schmelzkanäle ausbilden? Können diese das Eisen mit höherer Geschwindigkeit durch die Matrix transportieren als der Diapir?

Hierbei wurden schrittweise die Modelle im Bezug auf die physikalische Realitätsnähe verfeinert, indem nacheinander die Effekte der Temperatur- und Spannungsabhängigkeiten der Viskosität, der tiefenabhängigen Schwerebeschleunigung, der Einfluss von adiabatischer Kompression und Dissipation, sowie der Bildung von Schmelzen mitberücksichtigt wurden.

Theoretischer Hintergrund der Untersuchungen

2.1 Segregation des Eisens in der Frühphase der Akkretion

Auf kleinen Körpern (>100 km) ereignet sich die Silikataufschmelzung, vielleicht angetrieben durch kurzlebige radioaktive Isotope innerhalb weniger Millionen Jahre (Yoshino et al., 2004). Nach Yoshino et al. (2004) kann in einer teilgeschmolzenen Silikatmatrix ab einer Beimengung von (13 ± 2) Vol% FeS im peridotitischen Ausgangsmaterial Interkonnektivität ausgebildet werden. Dabei fließt das Eisen in feinen Kanälen, bedingt durch die Wirkung der Schwerkraft, in Richtung des Planetesimalenzentrums. Dies wird durch die Erkenntnis bestärkt, dass alle bekannten Eisenmeteoriten innerhalb von 5 Ma entstanden sind, und somit in kleinen Körpern eine frühe Differenzierung des Eisens von den Silikaten möglich ist. Dies wird durch die Kernbildungszeit im Asteroiden Vesta¹ von $(4,2\pm 1,3$ Ma) bestätigt (Kleine et al., 2002). Dagegen scheint in größeren Planeten die Bildung eines Eisenkerns verzögert zu sein, und somit auf anderen Mechanismen zu beruhen. So hat die Erde gar erst nach $(33\pm 2$ Ma) einen signifikanten Eisenkern ausgebildet (Kleine et al., 2002).²Dies

¹Vesta ist mit ca. 516 km mittlerem Radius der drittgrößte Himmelskörper im heutigen Asteroidengürtel zwischen Mars und Jupiter.

²Eine endgültige Erklärung für diesen Effekt steht noch aus.

zeigt aber, dass die Perkolation von Eisen durch eine Silikatmatrix als Kernbildungsmechanismus in großen Körpern nicht effektiv zu sein scheint. Diese kleinen segregierten Objekte bilden möglicherweise mit undifferenzierten Körpern größere Körper. Die Metallkerne der akkretierten Planetesimale stranden hierbei im oberen Mantel des größeren Körpers. Es ist davon auszugehen, dass die Protoerde 5-10 Ma nach Beginn der Akkretion dieses separierte Material aufgesammelt hat, welches bereits eine Differenzierung bei geringen Drücken und Temperaturen im Inneren von Planetesimalen durchlaufen ist. Diese werden jedoch beim Aufschlag wieder aufgeschmolzen (Stevenson, 1981). Deshalb liegt das Eisen auf der Protoerde, bedingt durch die Zerstörung der Kerne, wahrscheinlich als fein verteilte Körner vor.

Zusätzlich ist von Bedeutung, dass für einen signifikanten Beitrag zur Erdkernbildung die Halbwertszeit von ^{26}Al , dem häufigsten kurzlebigen radioaktiven Isotop, mit 0,73 Ma zu gering ist, denn daraus ergibt sich, dass dieses Isotop nur während der ersten 5 Ma nach der Entstehung des Sonnensystems in signifikanten Mengen vorhanden war (Kleine et al., 2002). Neuere Messungen des Gehalts von ^{26}Al -Isotopen in den zwei häufigsten Klassen von Chondriten durch Kunihiro et al. (2004) zeigen jedoch, dass die maximale Aufheizung eines Körpers durch den Zerfall dieser Isotope maximal 960 K erreichen kann. Berücksichtigt man zusätzlich noch das zweithäufigste kurzlebige radioaktive Isotop ^{60}Fe , so ist nur eine Erwärmung um weitere 160 K möglich.

Die erste Schmelze im Inneren eines Planetesimals ist eutektisches Fe-FeS bei Temperaturen von etwa ≈ 1260 K. Albit-Plagioklase sind die ersten Silikate, die bei Temperaturen im Bereich 1390 K schmelzen. Es werden etwa 20% Schmelze in kleinen Körpern (≈ 100 km Radius) gebraucht, um das Eisen von den Silikaten zu trennen. Hierzu werden Temperaturen von etwa 1500 K bis 1600 K benötigt.

Diese Isotopenhäufigkeiten sind damit eindeutig zu gering, zur Bildung von Eisen- und Silikatschmelzen im Inneren eines Planetesimals, um Segregation des Eisens zu erlauben.

Die Grundgleichung, die das Gleichgewicht der kinetischen und potentiellen Energie ei-

nes Impaktors und der Abstrahlung und Wärmeleitung beschreibt, ist nach Melosh (1990) gegeben durch:

$$\rho \cdot \left(\frac{GM(t)}{R(t)} + \frac{v_\infty^2}{2} \right) \frac{dR(t)}{dt} = \varepsilon \sigma [T^4(R, t) - T_a^4] + \rho c_p T(R, t) \frac{dR(t)}{dt} + k \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R} \quad (2.1)$$

ρ Dichte des Planetenembryos, G Universelle Gravitationskonstante, $M(t)$ Masse des Planetenembryos zum Zeitpunkt t , $R(t)$ Radius des Planetenembryos zum Zeitpunkt t , v_∞ Annäherungsgeschwindigkeit eines Impaktors, ε Emissionsvermögen ($= 1$), $T(R, t)$ Temperatur an der Oberfläche des Planetenembryos, T_a effektive Temperatur der Atmosphäre, σ Stefan-Boltzmann Konstante, c_p Wärmekapazität, k Wärmeleitfähigkeit

Die Abstrahlung und die Wärmeleitung werden nach der Integration von Gl.(2.1) im Faktor h mitberücksichtigt. Nun kann die Temperatur an der Oberfläche der Protoerde als

$$T(R, t) = \frac{h}{c_p} \left(\frac{GM(t)}{R(t)} + \frac{v_\infty^2}{2} \right) \quad (2.2)$$

h numerischer Faktor³ ($h \approx 0,5$) (nach Stevenson, 1981), c_p Wärmekapazität, G Universelle Gravitationskonstante, $M(t)$ Masse der Protoerde zum Zeitpunkt t , $R(t)$ Radius des Planetenembryos zum Zeitpunkt t , v_∞ Annäherungsgeschwindigkeit eines Impaktors vor der Einwirkung der Gravitation

berechnet werden.

Laut Akkretionstheorie, ist die Annäherungsgeschwindigkeit eines Impaktors v_∞ bei fortgeschrittener Akkretion zu jedem Zeitpunkt t proportional zur Fluchtgeschwindigkeit des benachbarten Planetenembryos $v_{esc} = (2GM/R)^{1/2}$. Für ein Wachstum des Planetenembryos, kann die mittlere Annäherungsgeschwindigkeit nicht viel höher sein, als die Fluchtgeschwindigkeit des Körpers (Wetherill, 1990). Somit ist die Gleichung (2.2) proportional zu GM/R . Da aber M unter der Annahme eines radialsymmetrischen Körpers proportional zu $R^3(t)$

³Der unbekannt dimensionlose Faktor h muss zwischen dem Wert 0 (Impaktwärme wird nicht eingelagert) und 1 (die gesamte Impaktwärme wird gespeichert) liegen.

ist, ergibt sich daraus, dass die Oberflächentemperatur T zum Zeitpunkt t proportional zu $R^2(t)$ ist, was zur Ausbildung einer Temperaturverteilung im Inneren des Planetenembryos der Form $T(r) \sim r^2$ führt.

Während des Wachstums der Protoerde nimmt ihre Schwerebeschleunigung ebenfalls zu. Laut Akkretionstheorie wächst wegen der stärkeren gravitativen Einwirkung durch den wachsenden Planeten (Davies, 1990) auch die Impaktgeschwindigkeit und die kinetische Energie eines Impaktors proportional zum Quadrat des Planetesimal-Radius.

Diese Beziehung gilt bis die Temperatur T die Solidustemperatur in den äußeren Bereichen des Körpers, bedingt durch Einschläge, überschreitet. Zu dieser Zeit setzt Konvektion ein und die Temperatur verbleibt in der Folgezeit nahe der Solidustemperatur.

Die Bildung des Magmaozeans setzt damit in der Stufe der Planetenbildung ein, in der Planetesimale gravitativ zu planetaren Embryos im Massenbereich 10^{23} - 10^{24} kg akkumulieren, was einem Planetenembryo von ungefähr 0,16-0,20 M_{Erde} und dem Durchmesser des heutigen Mars (≈ 3800 km) entspricht (Coradini et al., 1983; Nakazawa, 1987; Sasaki, 1990). Der Zeitraum der Magmaoceanbildung nach Erreichen der Mindestgröße des Planetenembryos ist etwa 10^5 a nach dem Bildung des Sonnensystems anzusetzen (Kortenkamp et al., 2000). Die Protoerde kann leicht aufgeschmolzen werden, selbst wenn nur ein geringer Anteil der Impaktwärme im Inneren der Protoerde gefangen bleibt. Studien zeigen, dass effektiv 5-15% der kinetischen Energie des Impaktors als Wärme gespeichert werden, während ein Großteil in kleinen Fragmenten, die aus dem Impaktkrater ausgeworfen werden, verloren geht (Davies, 1990).

Die Einlagerung der Impaktwärme von Planetesimaleinschlägen in einer signifikanten Tiefe unterhalb der Oberfläche, aus der sie nicht effektiv abgestrahlt werden kann, da der Radiationsterm obiger Grundgleichung zu vernachlässigen ist, führt zur Bildung eines Magmaozeans unterhalb der Oberfläche der Protoerde (Coradini et al., 1983). Unter diesen Bedingungen ist die Abstrahlung der Wärme in den Weltraum stark eingeschränkt, wobei die Effizienz des Wärmetransports ins Innere mit der Größe des Impaktors zunimmt. Das Gestein direkt unterhalb des Kraters und das ausgeworfene Material werden direkt durch den Impaktschock erhitzt, was abhängig von der Impaktgeschwindigkeit zur Bildung von

Schmelzen führen kann.

Dementprechend muss man davon auszugehen, dass in den ersten Aufschmelzphasen, bei noch relativ geringer Größe und Energie der Impaktoren nur der oberste Bereich komplett, ein Großteil des Silikatmatrix jedoch nur teilgeschmolzenen wäre. So ist es möglich, dass die Separation des Eisens von den Silikaten in der Tiefe mittels Perkolation durch eine partiell geschmolzene silikatische Matrix erfolgt, während in den oberen Schichten Segregation durch einen Magmaozean stattfindet.

Damit die Trennung erfolgreich ablaufen kann, muss der entstandene Magmaozean hinreichend lange aufgeschmolzen bleiben.

Dies ist durch zwei Mechanismen möglich:

- Ausbildung einer Treibhaus-Protoatmosphäre
- Hohe Anzahl genügend massereicher und schneller Impaktoren

Das Ausgasen von atmophilen Elementen setzt bei Einschlägen auf Planetesimalen ein, wenn diese $0,01 M_{Erde}$ erreichen (Tyburczy et al., 1986). Das häufigste atmophile⁴ Element in chondritischem Material ist hierbei H_2O . Nach Sasaki & Nakazawa (1986) kann davon ausgegangen werden, dass ein Planet, der eine Masse von 10^{23} kg übersteigt, in der Lage ist Gas aus dem protosolaren Nebel gravitativ einzufangen, um eine dichte Uratmosphäre auszubilden. Untersuchungen von Edelgasisotopen deuten darauf hin, dass die Protoerde eine beträchtliche Uratmosphäre solarer Zusammensetzung (H_2 -He) während eines Teils der Hauptaufbauphase aufweist (Harper & Jacobson, 1996b). Da die Häufigkeiten der Edelgase in der heutigen Atmosphäre deutlich niedriger sind als im solaren Gas, muss die primäre H_2 -He Atmosphäre, verloren gehen. Dies geschieht durch den starken Sonnenwind in der T-Tauri-Phase der frühen Sonne. Auch kann ein terrestrischer Planetenembryo

⁴In der Atmosphäre angereichert vorkommend.

leichte Gase wie Wasserstoff und Helium nicht halten. Es ist also davon auszugehen, dass die Uratmosphäre solarer Zusammensetzung bereits während der Akkretionsphase entfernt, und ab einem gewissen Zeitpunkt, graduell durch eine impaktinduzierte Atmosphäre ersetzt wurde. Die Fluchtrate der Impakt-Atmosphäre ist deutlich kleiner anzusetzen, da sie große Mengen an schwereren chemischen Verbindungen wie CO , CO_2 und N_2 enthält (Sasaki, 1990).

Dass ausreichend viele Einschlagskörper zur Verfügung stehen, zeigt die Größenverteilung der Planetesimale zum Zeitpunkt des Einsetzens der Kernbildung (Abb. 2.1). Laut Melosh (1990) lässt sie sich anhand folgendem empirischen Potenzgesetz wiedergeben:

$$N(D) = CD^{-b} \quad (2.3)$$

N Anzahl der Planetesimale mit Durchmessern größer oder gleich D , C Konstante, $b \approx 2$

Hierbei sind die meisten Planetesimale relativ klein, während ein Großteil der Masse und Energie in den wenigen großen Körpern konzentriert ist. Diese Bedingung wird durch numerische Resultate der Planetenembryo-Bildung im Bereich zwischen $0,5 \text{ AE}$ - $1,5 \text{ AE}$ ⁵ bestätigt. Diese zeigen, dass nach einer Million Jahren zwar etwa 90% der Masse dieser Region in wenigen Embryos konzentriert ist, jedoch die restlichen 10% auf viele kleinere Körper verteilt sind (Weidenschilling et al., 1997).

Durch gravitative Interaktion werden diese Körper auf stark exzentrische Bahnen gebracht, die sich mit denen der Embryos kreuzen, und können somit auf den Embryos, inklusive der Protoerde, stochastisch verteilt aufschlagen. Wenn das Impaktintervall kurz genug ist, d.h. die einschlagenden Körper relativ klein sind ($\approx 100 \text{ km}$ Durchmesser), kann der Magmazoan aufrechterhalten werden (Abe, 1997). Auch muss mitberücksichtigt werden, dass die durchschnittliche Größe eines aufschlagenden Planetesimals, mit zunehmender Dauer der Akkretion größer wird (Wetherill, 1990), was die Aufrechterhaltung des Magmazoans

⁵Die AE (Astronomische Einheit) ist der Radius einer kreisförmigen Umlaufbahn, welche ein hypothetisches, masseloses Teilchen beschreiben würde, das einen Zentralkörper mit einer Sonnenmasse ungestört in exakt einem siderischen Jahr (365,2568983 d) umkreist: $1 \text{ AE} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$

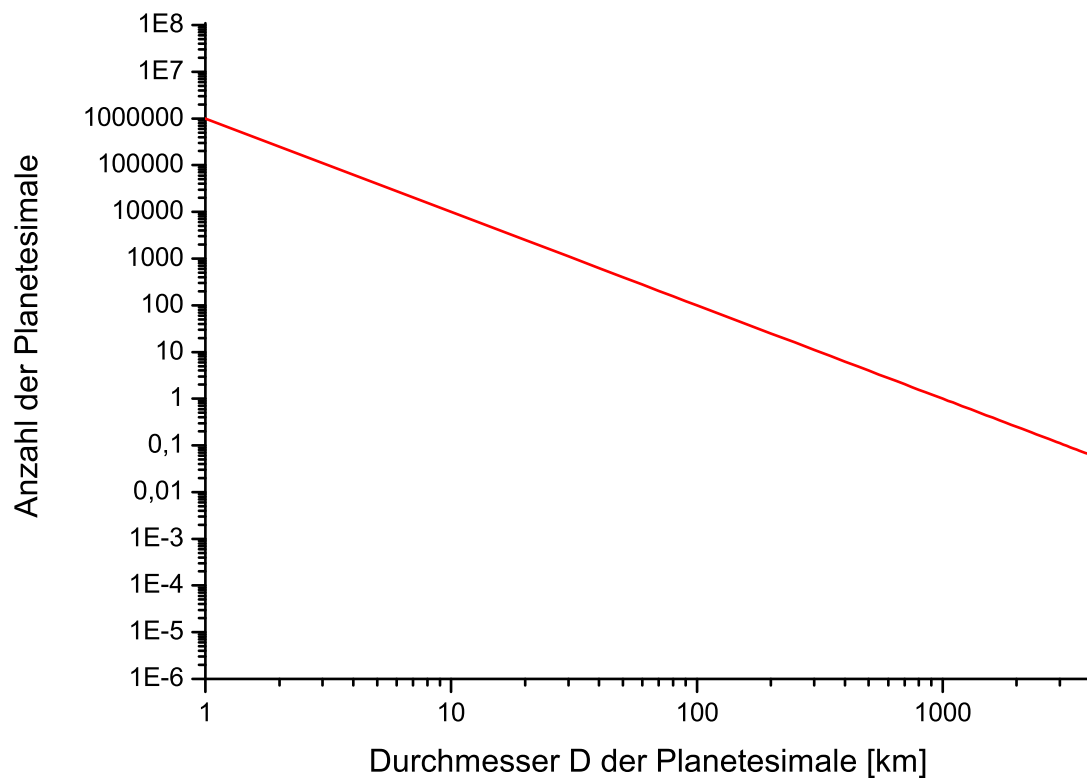


Abbildung 2.1. Größenverteilung der Planetesimale zu Beginn der Kernentstehung
Verwendete Werte: $C = 10^6$, $b = 2$

fördert.

Wahrscheinlich kann von einer Kombination beider Prozesse im Zeitraum der Eisenkernbildung ausgegangen werden. Der Magmaozean kann dann über einen längeren Zeitraum existent bleiben, was die Separation der Eisen- von der Silikatphase erlaubt, während er ohne abschirmende Atmosphäre in wenigen tausend Jahren abkühlen und erstarren würde.

Wie durch Stevenson (1981) und Rubie et al. (2003) gezeigt wurde, wird eine bereits bestehende Differenzierung der einschlagenden Körper im Magmaozean wieder zerstört.

Im verwendeten Modell werden die Aufschlagsgeschwindigkeiten der Fluchtgeschwindigkeit gleichgesetzt:

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = 7 \text{ km/s}$$

G Allgemeine Gravitationskonstante, M Masse der Protoerde, r Radius der Protoerde

Verwendete Werte: $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$, $M = 1,40 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, $r = 3,8 \cdot 10^6 \text{ m}$

Durch die hohen Geschwindigkeiten wird ein flüssiger Eisenkern beim Einschlag zerstreut und bildet mit der Silikat-Schmelze eine Emulsion. Unter Annahme eines senkrechten Impakts beschichtet das Eisen den Rand des wachsenden Kraters und seine Mächtigkeit wird dabei stark reduziert. Hierbei spaltet die niedrigste Mode der Rayleigh-Taylor-Instabilität die dichten Eisendiapire nach nur kurzer Fallstrecke. Weitere kleinräumige Anomalien spalten die flüssige Eisenmasse bis einer weiteren Reduzierung der Größe durch die Oberflächenspannung Einhalt geboten wird (Rubie et al., 2003). Die Fallstrecke, die benötigt wird, um den flüssigen Eisenkern eines Planetesimals im Magmaozean zu spalten, kann folgendermaßen berechnet werden:

$$l = \sqrt{\rho_{Fe}/\rho_{Si}} \cdot d \quad (2.4)$$

ρ_{Fe} Dichte der flüssigen Sphäre, ρ_{Si} Dichte des Magmaozeans, d Durchmesser der flüssigen Sphäre

Wird die Sphäre bei diesem Vorgang in zwei gleich große Gebilde geteilt, so ergibt sich eine Fallstrecke von $l/2$ für die Tochttersphären. In der m -ten Generation beträgt die Fallstrecke somit noch $l/2^m$. Die gesamte Fallstrecke ergibt sich somit zu:

$$l = l \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^m}\right) \rightarrow 2l \quad m \rightarrow \infty \quad (2.5)$$

Somit muss der Kern eines Impaktors die Ausmaße des Magmaozeans selbst erreicht haben, um nicht im Magmaozean zerstört zu werden (Rubie et al., 2003). Ein direktes Durchschla-

gen des Magmaozeans durch den Impaktor, wie von Benz et al. (1990) vorgeschlagen wird, ist erst in der finalen Phase der Akkretion in Form von „Giant impacts“ möglich.

Die durch die Silikatmatrix eines nur teilweise aufgeschmolzenen Magmaozeans absinkenden Metallsphären, werden unter dem Auflastdruck im Magmaocean mit den Silikaten ins Gleichgewicht kommen, wenn die Schmelzkörper im Magmaocean klein sind. Dieses Szenario des „Metall-Regens“ kann die Konzentration von moderat siderophilen Elementen im oberen Erdmantel, die durch chemische Gleichgewichtsbildung zwischen Eisen und Silikaten im Magmaocean bedingt sind, erklären (Rubie et al., 2003). Da eine hohe Oberflächentemperatur aufrecht erhalten wird, kann die Ausbildung von Konvektionsströmen unterdrückt und die Differentiation von Eisen und Silikaten gefördert werden (Abe, 1997), was von Höink et al. (2006) bestätigt wird. Heftige, möglicherweise sogar turbulente Konvektion im Magmaocean würde die gravitative Differentiation verzögern, oder sogar verhindern (Stevenson, 1990). Die experimentelle Untersuchung der Wachstumskinetik von FeS durch Yoshino & Watson (2005) bestätigt, dass die Eisenschmelze einen Radius von 10^{-1} m, auch unter Berücksichtigung von Diffusionsprozessen in der Schmelze, nicht überschreiten kann. Die Konvektionsbewegung ist nicht in der Lage ist die Eisentropfen in der Emulsion zu halten. Weil die Konvektionsgeschwindigkeit an der unteren Grenzschicht auf Null absinken muss, während die Stokes-Geschwindigkeit v_s bestehen bleibt, sinken Metalltropfen mit etwa 10^{-2} m Radius mit der Stokes-Geschwindigkeit von etwa $0,46-0,55 \text{ ms}^{-1}$ in Richtung des Grundes des Magmaozeans. Dies wird durch die geringe Viskosität des Magmaozeans ermöglicht (Stevenson, 1990; Karato & Murthy, 1997a; Rubie et al., 2003; Höink et al., 2006).

Das Eisen wird sich am Grund des Magmaozeans ansammeln, der durch einen rapiden Anstieg der Viskosität mit der Tiefe gekennzeichnet ist, und es wird sich eine Schicht oder ein „See“ aus geschmolzenem Eisen bilden (Karato & Murthy, 1997a). Als eine mögliche natürliche untere Grenze des Magmaozeans wird durch Zerr et al. (1998) und Richter (2003) die Solidustemperatur von Peridotit vorgeschlagen. Die Eisenschicht erhält während des gesamten Akkretionsprozesses durch weitere Impakte stetigen Nachschub an Material. Der darunter befindliche kalte Protokern ist höchstwahrscheinlich aus primitivem undifferen-

zierten Material aufgebaut. Die Viskosität an der Oberkante des Protokerns kann auf etwa $10^{18\pm 2}$ Pas geschätzt werden und erreicht im Zentrum Werte im Größenbereich $10^{26\pm 2}$ Pas (Karato & Murthy, 1997a). Die Bildung der dichten Eisenschicht am Boden des Magmaozeans geschieht in einer charakteristischen Zeitskala, der sogenannten Absetzzeit. Deshalb ist davon auszugehen, dass die Trennung des Eisens von den flüssigen Silikaten in wenigen Tausend Jahren stattfinden kann (Höink et al., 2006)

Die Rolle der rheologischen Grenze liegt somit darin, die Größenverteilung des Eisens von der hydrodynamischen stabilen Größe von 10^{-2} m durch die Ansammlung von Eisentropfen in eine Schicht zu überführen, aus der eine Separation in großen Maßstab über Diapire erfolgen kann.

Die Konzentration der meisten siderophilen Elemente im oberen Mantel der Erde ist zu hoch, um mit einem Eisen-Silikat-Gleichgewicht bei niedrigen Drücken (10^5 Pa), und moderaten Temperaturen (1470 - 1870 K), wie es vom Perkolationszenario und dem flachen Magmaocean nahegelegt wird, zu entsprechen. Die beobachtete Häufigkeitsverteilung von siderophilen Elementen kann durch mehrer Trennstufen des Eisens von den Silikaten im Gleichgewichtszustand bei unterschiedlichen Drücken (maximal 25-50 GPa) und Temperaturen (maximal 2000-3600 K) erklärt werden. Dies ist möglich, da die Partitionskoeffizienten vieler dieser Elemente unter extremen Bedingungen erheblich reduziert sind (Li & Agee, 2001). Wie aus dem relativ großen Schwankungsbereich der Drücke und Temperaturen zu schließen ist, muss noch ermittelt werden, ob ein mitteltiefer oder tiefer Magmaocean in der Endphase der Akkretion vorhanden sein muss (Righter, 2003). Dadurch erhält die Idee großen Zuspruch, welche die Existenz mehrerer zeitlich getrennter terrestrischer Magmaozeane postuliert, die im Verlauf der Akkretion in der Tiefe zunehmen (Höink et al., 2006).

2.2 Abhängigkeit des Perkulationsmechanismus vom Dihedralwinkel

Im Allgemeinen wird die Schmelztopologie unter hydrostatischer Spannung, durch die relativen Energien der fest-fest (γ_{ss}) und fest-flüssig Grenzflächen (γ_{sl}) kontrolliert, die den Dihedralwinkel θ der Schmelze in den Tripelpunkten bestimmen. Der Dihedralwinkel ist wie folgt definiert:

$$\theta = 2 \cdot \cos^{-1} (\gamma_{ss}/2\gamma_{sl}) \quad (2.6)$$

Es sollte beachtet werden, dass θ wegen der Anisotropie der Grenzflächen-Energien, nicht durch einen festen Wert gegeben ist. Für partielle Schmelzen mit $\theta < 60^\circ$, ist die Schmelzphase für alle Schmelzgehalte vollständig verbunden, wodurch das Gestein für alle Schmelzgehalte eine Permeabilität ungleich Null aufweist (von Bargen & Waff, 1986). In Systemen mit $\theta > 60^\circ$, gibt es jedoch einen kritischen Schmelzgehalt, unterhalb dessen die Schmelzphase in isolierten Taschen vorliegt (s. a. Abb. 2.2). Hierbei sinkt die Länge der unbenetzten Korngrenze kontinuierlich mit ansteigendem Schmelzgehalt bis die beiden Schmelztaschen einander berühren und die Schmelze sich verbindet. Der Durchmesser der Schmelzkanäle springt zu diesem Zeitpunkt vom Wert Null auf einen finiten Wert. Experimente, die unter hydrostatischen Druckbedingungen durchgeführt wurden, zeigen, dass im gesamten Temperatur- und Druckbereich, wie sie im heutigen oberen Mantel vorliegen, keine Benetzung der Eisenschmelze ($\theta \gg 60^\circ$) entlang der Korngrenzen möglich ist (Minarik et al., 1996). Bei genügend hohen Schmelzanteilen, verbinden sich auch nicht-benetzende Schmelzen. Der Eisensulfid-Schmelzanteil, bei dem eine Verbindung möglich wird, kann mittels folgender theoretischer Relation nach von Bargen & Waff (1986), die jedoch von homogen verteilter Schmelze ausgeht, ermittelt werden:

$$f_c = 0,009 (\theta - 60)^{1/2} \quad \theta = 60^\circ < \theta < 180^\circ \quad (2.7)$$

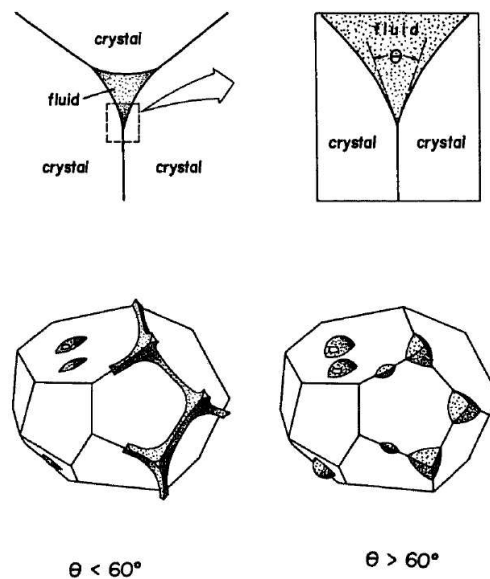


Abbildung 2.2. Definition des Dihedralwinkels und resultierende Schmelzverteilung (nach Stevenson, 1990)

Die Verteilung der Schmelze bleibt bei so hohen Werten des Öffnungswinkels θ jedoch nicht homogen. Bei Werten zwischen θ zwischen 90° - 100° , sollte sich die Schmelze bei etwa 5 Vol% beginnen zu verbinden. In diesem Fall sind jedoch schmelzfreie Korngrenzen energetisch begünstigt. Dies führt dazu, dass sich die Schmelztaschen zu größeren Blasen verbinden, wobei sie von unbenetzten Korngrenzen umgeben bleiben. Die Permeabilität bleibt somit klein. Beobachtungen deuten darauf hin, dass der Schmelzanteil in etwa 40% erreichen muss, bevor sich die Schmelze verbindet (Minarik et al., 1996, Rushmer et al., 2000). Dagegen deuten Resultate von Yoshino et al. (2004) auf einen kritischen Schmelzgehalt von 3-5% für eine ungeschmolzene Silikatmatrix hin. Diese experimentellen Ergebnisse sollen einer kritischen Untersuchung unterzogen werden. Die Leitfähigkeit von kleinen Mengen an Fe-FeS-Schmelze kann nachgewiesen werden, da die elektrische Leitfähigkeit von FeS in der Größenordnung von 10^5 - 10^8 Sm^{-1} liegt, was etwa zehn Größenordnungen höher ist als diejenige von Silikaten ($<10^{-3} \text{ Sm}^{-1}$).

2.3 Die Rayleigh-Taylor-Instabilität

Die Entwicklung der Eisenschicht am Grunde des Magmaozeans lässt sich folgendermaßen beschreiben:

Ist der Dichtegradient zwischen zwei übereinander liegenden Medien, die genau antiparallel zur Schwerebeschleunigung, so ist das System labil. Ist jedoch die Grenzfläche zwischen den beiden nicht mehr planparallel, was auf der Protoerde durch die Bildung von Impaktkratern zu erwarten ist, so steht im Bereich der Perturbation eine Komponente des Dichtegradienten genau senkrecht zur Schwerebeschleunigung.

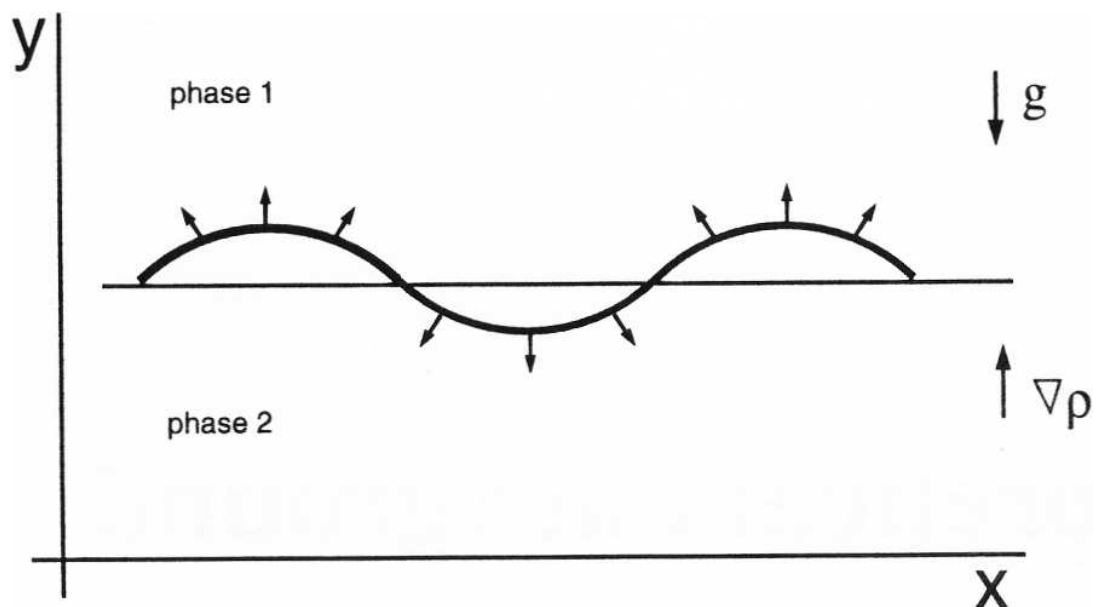


Abbildung 2.3. Entstehung der Rayleigh-Taylor-Instabilität (nach Ziethe, 2003)

Es kommt zu einer Bewegung der beiden Medien gegeneinander und zu einer Verstärkung der ursprünglichen Störung. Dies wiederum vergrößert die Komponente der Schwerebeschleunigung entlang der Grenzschicht, was zu einem beschleunigten Wachstum der Instabilität führt. Die potentielle Energie des aufliegenden Mediums, wird bei dessen Sinken in kinetische Energie umgewandelt oder dissipiert. Dabei kommt es zur Ausbildung von

fingerförmigen Strukturen.

Da die Amplitude der Störung wächst, und das System sich aus dem Ausgangszustand bewegt, liegt eine Instabilität vor. Sie wird als *Rayleigh-Taylor-Instabilität* bezeichnet.

Die Form der entstehenden Intrusion hängt sehr stark vom Viskositätskontrast zwischen beiden Medien ab (Woidt, 1978). Hat wie im Fall des absinkenden Eisens, die eindringende Schicht die deutlich kleinere Viskosität, so bildet sich eine fast perfekte Sphäre aus (s. a. Abb. 2.4), die nur über einen geringmächtigen Schlauch mit der Ausgangsschicht verbunden ist. Es ist jedoch zu erwarten, dass dieser dünne Schlauch während des Absinkens durch Konvektionsprozesse im Protokern abreißt.

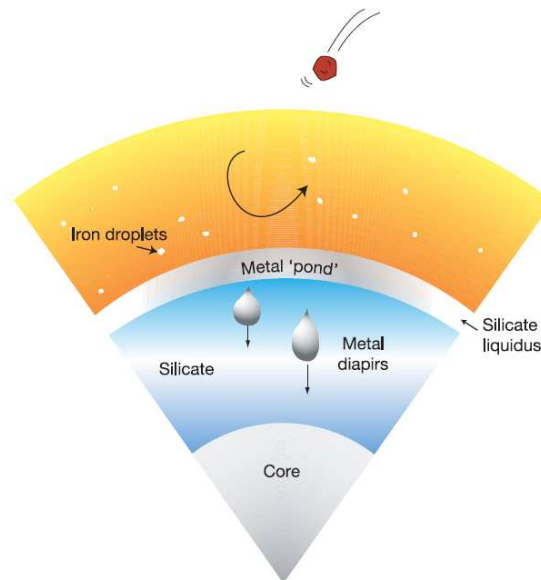


Abbildung 2.4. Bildung von Eisendiapiren (nach Wood et al., 2006)

Es wird das Szenario untersucht, das die Rayleigh-Taylor-Instabilität der Moden $l \geq 2$ bei der Kernentstehung als dominant ansieht. Ein alternativer Ansatz ist, dass die Translationsmode $l=1$ für die Kernbildung verantwortlich sein könnte (Stevenson, 1981; Ida et al., 1987), wobei der kalte silikatreiche Protokern sich seitwärts, durch die aufliegende geschmolzene Eisen-Schicht bewegen würde. Diese Instabilität würde zum Zerbrennen des

Protokerns und der darauffolgenden rapiden Abwärtsbewegung des geschmolzenen Eisens entlang der Bruchzonen, oder bedingt durch den auftriebsbedingten Aufstieg der Protokernfragmente, führen.

Da aber die Viskosität des Protokerns, bedingt durch die kleine Korngröße mit maximal $10^{26\pm 2}$ Pas im Mittelpunkt der Protoerde (Karato & Murthy, 1997a) relativ gering ist, kann dieser Mechanismus ausgeschlossen werden.

Die Kernbildungszeit aus der Hf/W-Chronometrie (Kleine et al., 2002) und die Instabilität des Systems schließen aus, dass die Kernbildung bis zum Ende der Akkretionsphase verzögert wird. Es ist deshalb davon auszugehen, dass sich das Eisen nach größeren Impakten vom Grund des Magmaozeans löst und in den Protokern abtaucht, was die Ausbildung einer Eisenschicht großer Mächtigkeit verhindert (Honda et al., 1993).

Generell kann die Entwicklung der Rayleigh-Taylor-Instabilität nach Chandrasekhar (1961) charakterisiert werden, indem man ihr eine Wellenlänge zuordnet, die vom Verhältnis der Mächtigkeiten und Viskositäten der involvierten Schichten, sowie deren Dichten und der Schwerebeschleunigung abhängt.

Ist eine der Schichten jedoch geringmächtig, hier die Eisenschicht, so nimmt die Wachstumsrate der Amplitude für bestimmte Wellenlängen einen maximalen Wert an. Die berechnete Wellenlänge mit dem maximalen Wert für die Wachstumsrate ζ wird als charakteristische Wellenlänge λ_{char} bezeichnet. Sie bestimmt die weitere Entwicklung der Instabilität.

Aufgrund des exponentiellen Zuwachses der Amplitude mit voranschreitender Zeit, wird diese Wellenlänge die Entwicklung bald dominieren. Die charakteristische Wellenlänge wird im vorliegenden Dreischichtenfall aus Magmaozean (Index 1), Eisenschicht (Index 2) und Protokern (Index 3) mittels der von Ramberg (1968) und Schmeling (1987) aufgestellten Gleichungen ermittelt. Es wird hierbei eine sinusoidale Perturbation der Eisenschicht der Form

$$A = A_0 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

A_0 Anfangsamplitude der Perturbation, λ Wellenlänge

angenommen.

Die charakteristische Wachstumsrate ζ wird mit der Dichtedifferenz der beiden unteren Schichten ($\rho_2 - \rho_3$), der gemeinsamen Mächtigkeit dieser Schichten (h_2+h_3), der Schwerebeschleunigung g und der Viskosität der untersten Schicht η_3 skaliert.

Die verwendeten Werte und die ermittelte charakteristische Wellenlänge λ_{char} für die numerischen Modelle können Kapitel 5.1 entnommen werden.

2.4 Gesteinsrheologie

Im Fall temperatur- und spannungsabhängiger Rheologie, kann die Viskosität durch zwei unterschiedliche Gleichungen ausgedrückt werden:

Die erste Möglichkeit lautet:

$$\eta = \eta_0 \cdot \exp\left(\frac{E_a + PV_a}{RT}\right) \cdot \tau^{1-n} \quad (2.8)$$

η_0 Skalierungsviskosität [$Pa \cdot s$], E_a Aktivierungsenergie [J/mol], P Druck [Pa], V_a Aktivierungsvolumen [m^3/mol], R Allgemeine Gaskonstante [$J/K \cdot mol$], T absolute Temperatur [K], τ Zweite Invariante der deviatorischen Spannung⁶, n Potenzgesetz-Exponent

Die Aktivierungsenergie beschreibt hierbei die Barriere, die überwunden werden muss, um den Kriechprozess einzuleiten. Der Term PV_a berücksichtigt den Effekt, dass der Druck die Anzahl an Leerstellen im Kristallgitter reduziert und somit die Aktivierungsenergie erhöht.

⁶Die zweite Invariante ist hier am Beispiel der deviatorischen Spannung folgendermaßen definiert:

$$\tau = \left(\frac{1}{2} \sum_{i,j} \tau_{ij}^2 \right)^{1/2}$$

Sowohl E_a als auch V_a sind von der Zusammensetzung des Materials abhängig und können radial mit der Tiefe variieren, was durch den hydrostatischen Druck P berücksichtigt wird.

Unter Verwendung einer Abhängigkeit von der Schmelztemperatur T_m , kann für $T < T_m$ sowohl für das Diffusions- als auch das Dislokationskriechen die Viskosität folgend geschrieben werden:

$$\eta = \eta_0 \cdot \exp\left(\frac{b \cdot T_m}{T}\right) \cdot \tau^{1-n} \quad (2.9)$$

η_0 Skalierungsviskosität [$Pa \cdot s$], b dimensionsloser Skalierungsfaktor der Viskosität, T_m Schmelztemperatur [K], T absolute Temperatur [K], τ Zweite Invariante der deviatorischen Spannung, n Potenzgesetz-Exponent

Die Schmelztemperatur T_m kann laut Honda et al. (1993), durch die Solidustemperatur des Erdmantels nach folgender Formel von Ohtani (1983) approximiert werden:

$$T_m = 1500 \text{ K} + 5,417 \cdot 10^{-8} P - 2,17 \cdot 10^{-19} P^2 \quad (2.10)$$

Diese Formel gilt für Drücke unterhalb von $P_{cr} = 1,4 \cdot 10^{11}$ Pa. Dies ist deutlich unterhalb des Druckes, den man für den Mittelpunkt der akkretierenden Protoerde ermittelt.

Die Berechnung des Drucks geschieht unter der Annahme hydrostatischen Gleichgewichts für eine homogene Dichteverteilung nach Honda et al. (1993):

$$P(r) = \frac{2}{3} \pi G \bar{\rho}^2 (R(t)^2 - r^2) \quad (2.11)$$

$P(r)$ Druck in der Tiefe r , $\bar{\rho}$ mittlere Dichte der Protoerde, $R(t)$ Radius der akkretierenden Protoerde, r Tiefe in der Protoerde

Es ist jedoch zu beachten, dass das Einsetzen der Solidustemperatur als T_m nicht vollkommen gerechtfertigt ist.

Dieses Gesetz berücksichtigt, dass sich bei hohen Temperaturen, Drücken und Dehnungsraten das gewohnte spröde Verhalten von Gesteinen hin zu duktilem Verhalten verändert. Bei hohen Temperaturen werden Atome und Fehlstellen in einem kristallinen Festkörper ausreichend beweglich, um bei kleinen deviatorischen Spannungen und einem Potenzgesetz-Exponenten (power law) nahe 1 zu Diffusionskriechen zu führen. Beim Diffusionskriechen diffundieren die Atome und Fehlstellen, bedingt durch Spannung auf die Körner durch das Korninnere oder entlang der Korngrenzen (Turcotte & Schubert, 2002). Der Festkörper verhält sich wie ein Newtonsches Fluid, wobei die Viskosität exponentiell vom Druck und der inversen absoluten Temperatur abhängig ist.

Bei höheren deviatorischen Spannungen und einem Potenzgesetz-Exponenten größer 1 dominiert das thermisch aktivierte Dislokationskriechen, das zu nicht-Newtonischem oder auch nicht-linearem Verhalten des Fluids führt. Hierbei wird das Kristallgitter durch die Dislokationen deformiert. Auch hier ist die Deformationsrate abhängig vom Druck und der inversen absoluten Temperatur, aber für das Dislokationskriechen ist im Gegensatz zum Diffusionskriechen die Beziehung zwischen Dehnungsrate $\dot{\epsilon}$ und deviatorischer Spannung τ stark nicht-linear, was zu nicht-linearer Rheologie führt. Die Viskosität erniedrigt sich also mit zunehmender Spannung beträchtlich.

Die Dislokation kann auf zwei Wege zum Kriechprozess beitragen: Dislokationsgleiten (dislocation glide) und Dislokationssteigen (dislocation climb).

Beim Dislokationsgleiten bewegt sich die Dislokationslinie durch das Gitter, wobei interatomare Verbindungen durch die Bewegung zerstört werden.

Beim Dislokationssteigen bewegt sich die Dislokation durch Ergänzung von Atomen. Dabei werden die Atome mittels Diffusion durch das Gitter ersetzt.

2.5 Hydrodynamische Gleichungen

In diesem Abschnitt werden die Gleichungen vorgestellt, die für die fluiddynamische Beschreibung des Absinkens eines Diapirs *ohne* Berücksichtigung von Schmelzbildung unerlässlich sind. Dies sind die Erhaltungssätze der Masse, des Impulses und der Energie. Zwar ist der Großteil des Inneren der frühen Erde fest, insbesondere der kalte Protokern, doch kann er unter Betrachtung geologischer Zeiträume ($>10^5$ a) als eine hochviskose Flüssigkeit beschrieben werden.

Wichtig im Rahmen dieses Verhaltens sind die Interaktion von Fluidpartikeln untereinander oder die Kräfte von fließenden Materialien auf ruhende Körper. Die Ursache dieser Kräfte ist die Viskosität, die zur Ausbildung von Reibungskräften auf die Fluide führt.

2.5.1 Kontinuitätsgleichung

Die Kontinuitätsgleichung wird auch als Massenerhaltungsgleichung bezeichnet.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \rho \vec{v} = 0 \quad (2.12)$$

ρ Dichte des Fluids, t Zeit, \vec{v} Geschwindigkeitsvektor des Fluids

Die Gleichung besagt, dass ein divergenter Massenfluss zu einer Dichteabnahme führt.

Nimmt man nun aber weiterhin Inkompressibilität an, so ergibt sich:

$$\vec{\nabla} \vec{v} = 0 \quad (2.13)$$

2.5.2 Navier-Stokes-Gleichung

Navier-Stokes-Gleichung ist nur ein anderer Name für die Impulserhaltungsgleichung. Unter Betrachtung des Gleichgewichts zwischen Trägheits-, Oberflächen- und Volumenkräften,

stellt man zu ihrer Herleitung die Bewegungsgleichung einer Flüssigkeit auf. Unter der oben getroffenen Annahme von Inkompressibilität und konstanter Viskosität, erhält man nun die allgemeine Form der Navier-Stokes-Gleichung:

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\vec{\nabla}P + \eta \vec{\nabla}^2 \vec{v} + \rho g \vec{e}_z \quad (2.14)$$

ρ Dichte, P Druck, η dynamische Viskosität, g Schwerebeschleunigung, \vec{e}_z Einheitsvektor in z -Richtung

Hierbei versteht man unter dem Ausdruck $D\vec{v}/Dt$ des Trägheitsterms der linken Seite der Gleichung die *konvektive Ableitung*, die sich folgendermaßen ausdrücken lässt:

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \vec{v} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$$

Der erste Term auf der rechten Seite beschreibt hierbei die Beschleunigung entlang der Stromlinien, während der zweite Ausdruck die Beschleunigung durch lokale Geschwindigkeitsvariationen in einem raumfesten Euler-Bezugssystem darstellt.

Der erste Term auf der rechten Seite der Navier-Stokes-Gleichung $\vec{\nabla}P$ steht abkürzend für:

$$\vec{\nabla}P = \vec{\nabla}(P_{hydr} + P_{dyn})$$

P_{hydr} hydrodynamischer Druck, P_{dyn} dynamischer Druck

Der zweite Term auf der rechten Seite $\eta \vec{\nabla}^2 \vec{v}$ lässt sich wie folgt, unter Annahme konstanter Viskosität, ausdrücken:

$$\eta \vec{\nabla}^2 \vec{v} = \sum_j \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$$

τ_{ij} Komponenten des deviatorischen Spannungstensors

So erhält man, unter Berücksichtigung von Auftriebskräften, folgende Form der Navier-Stokes-Gleichung:

$$\rho_0 \left(\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \vec{v} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right) = -\vec{\nabla} P + \eta \vec{\nabla}^2 \vec{v} + \rho g \vec{e}_z \quad (2.15)$$

In dieser Gleichung wird überall die Dichte ρ konstant gehalten. Man spricht hierbei von der *Boussinesq-Approximation (BA)*.

Im vorliegenden Fall ist die Reynolds-Zahl $Re = \frac{\rho v l}{\eta}$ ⁷ wegen der hohen Viskosität η und der kleinen Geschwindigkeiten v (kriechende Strömung) sehr klein, weshalb Trägheitskräfte keine Rolle spielen und folgende Navier-Stokes-Gleichung verwendet werden kann:

$$0 = -\vec{\nabla} P + \eta \vec{\nabla}^2 \vec{v} + \rho g \vec{e}_z \quad (2.16)$$

Die Einführung der Stromfunktion Ψ , die auch hier verwendet wird, erfolgt im folgenden Abschnitt.

2.5.3 Wärmetransportgleichung

Bei der Wärmetransportgleichung handelt es sich um die Energieerhaltungsgleichung. Es sei erneut Inkompressibilität und zudem eine variable Wärmeleitfähigkeit k angenommen. Änderungen des Wärmeinhaltes durch Leitung, Wärmeproduktion und durch Materialtransport werden in dieser allgemeinen Form der konvektiven Wärmeleitungsgleichung folgendermaßen berücksichtigt:

$$\rho c_P \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T \right) = \vec{\nabla} k \vec{\nabla} T + \chi + \rho H \quad (2.17)$$

⁷Die Reynolds-Zahl stellt das Verhältnis von Trägheits- zu viskosen Kräften dar. Hierbei sind ρ die Dichte, v die mittlere Geschwindigkeit, l die charakteristische Länge und η die Viskosität.

\vec{v} Strömungsgeschwindigkeit, c_P Wärmekapazität bei konstantem Volumen, k Wärmeleitfähigkeit, χ Dissipationsrate⁸, H Wärmeproduktionsrate

2.6 Die Kanalisierungsinstabilität

2.6.1 Physikalische Formulierung

Ein wichtiger Punkt dieser Arbeit ist die Untersuchung der Ausbildung der Kanalisierungsinstabilität, die im Gegensatz zum bislang beschriebenen Fall, in einer *schmelzgefüllten* Matrix im Spannungsfeld eines absinkenden Eisendiapirs stattfindet.

McKenzie (1984) hat die elementaren Gleichungen für die Beschreibung eines solchen Zweiphasensystemes, unter der Annahme hoher Prandtl-Zahl⁹, aufgestellt. Die wichtigsten sind hierbei, ähnlich wie im Falle ohne Schmelzausbildung, die Erhaltungsgleichungen der Masse und des Impulses für jeweils zwei Phasen und zusätzlich die Energieerhaltung. Es sollte beachtet werden, dass der Einfachheit halber keine transiente Veränderung des Schmelzgehaltes untersucht werden soll.

Erhaltungsgleichungen der Masse

Massenerhaltung der Schmelze

Die Gleichung für die Massenerhaltung kann folgendermaßen dargestellt werden:

$$\frac{\partial \rho_f \phi}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_f \phi \vec{u}_f) = \frac{DM}{Dt} = 0 \quad (2.18)$$

⁸ $\chi = \sum_{i,j} \tau_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}$ mit τ_{ij} als Komponente des deviatorischen Spannungstensors und $\dot{\epsilon}_{ij}$ als Komponente des Dehnungsratentensors.

⁹Die Prandtl-Zahl $Pr = \nu/\kappa$ gibt das Verhältnis von viskoser zu thermischer Diffusivität an. Sie ist sowohl für den heutigen Erdmantel als auch für den Protokern sehr groß.

ρ_f Dichte des Fluids, ϕ Porosität/Schmelzanteil, t Zeit, \vec{u}_f Perkolationsgeschwindigkeit des Fluids, DM/dt Schmelzproduktionsrate eines Volumenelements der Matrix

Hierbei stehen die Indizes f und s für „fluid“ (Schmelze) und „solid“ (Matrix). Bei D/Dt handelt es sich um die konvektive Ableitung der Form $D/Dt = \partial/\partial t + \vec{u}_s \cdot \vec{\nabla}$

Massenerhaltung der Matrix

Die Gleichung der Massenerhaltung für die Matrix lautet:

$$\frac{\partial \rho_s (1 - \phi)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_s (1 - \phi) \vec{u}_s) = -\frac{DM}{Dt} = 0 \quad (2.19)$$

Diese beiden Massenerhaltungsgleichungen zeigen, wie sich eine der Phasen innerhalb einer beliebigen Fläche aufgrund des Ein- und Ausflusses verändert. Zusätzlich berücksichtigen sie im allgemeinen Fall ebenfalls die Porositätsänderung aufgrund von Schmelzerzeugung bzw. Rekristallisation.

Erhaltungsgleichungen des Impulses

Impulserhaltung der Schmelze

Die Impulserhaltungsgleichung der Schmelze lautet:

$$\vec{u}_f - \vec{u}_s = -\frac{k_\phi}{\eta_f \phi} \left(\vec{\nabla} P + \rho_f g e_{i2} \right) \quad (2.20)$$

k_ϕ Permeabilität, η_f Viskosität der Schmelze, P Schmelzdruck, g Schwerebeschleunigung und e_{i2} Einheitsvektor in z -Richtung

Es wird die relative Strömungsgeschwindigkeit der Schmelze gegenüber der Matrix, bedingt durch das Auftreten eines Druckgradienten und des Auftriebs, beschrieben. Der Ausdruck in der Klammer stellt hierbei den nicht-hydrostatischen Druck innerhalb der Schmelze dar.

Im Falle einer ruhenden Matrix ($\vec{u}_s = 0$), vereinfacht sich diese Gleichung zum bekannten Darcy-Gesetz.

Impulserhaltung der Matrix

Die Impulserhaltung der Matrix kann wie folgt formuliert werden:

$$-\bar{\rho}g e_{i3} - \vec{\nabla}P + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (2.21)$$

$\bar{\rho}$ mittlere Dichte aus Matrix und Schmelze, e_{i3} Einheitsvektor in z -Richtung, τ_{ij} Komponenten des deviatorischen viskosen Spannungstensors, x_j Koordinate in j -Richtung

Der deviatorische Spannungstensor ist definiert als

$$\tau_{ij} = \eta_s \left(\frac{\partial u_{si}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{sj}}{\partial x_i} \right) + \delta_{ij} \left(\eta_b - \frac{2}{3}\eta_s \right) \vec{\nabla} \vec{u}_s \quad (2.22)$$

η_s effektive Scherviskosität, η_b effektive Volumenviskosität, \vec{u}_s Geschwindigkeit der Matrix

Die Gleichung beschreibt somit, welchen Einfluss die Änderung der viskosen Spannung auf den Druckgradienten hat, und wie hoch der Auftrieb des Gesamtkörpers auf die beiden Terme ausfällt. Der verwendete Druck P ist hier der interne Druck in der Matrix und wird nicht durch viskose Kompaktion hervorgerufen.

2.6.2 Die Stromfunktion Ψ

Der Geschwindigkeitsvektor kann im vorliegenden zweidimensionalen Fall durch eine skalare Funktion ersetzt werden. Hierbei wird die Stromfunktion gewählt, so dass $u_x = \frac{\partial \Psi}{\partial z}$ und $u_z = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}$ erfüllt sind. Im inkompressiblen Fall ($\rho_f = \rho_s = const.$) ergibt sich aus den beiden Massenerhaltungsgleichungen (Glg. 2.18 & 2.19) die Bedingung $\vec{\nabla} \vec{u} = 0$. Das Einsetzen des deviatorischen Spannungstensors mit variabler Scher- und Volumenviskosität in

die Impulserhaltungsgleichung der Matrix unter Mitberücksichtigung der Stromfunktion ergibt die biharmonische Gleichung, eine Differentialgleichung 4. Ordnung, die nur eine Variable umfasst.

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \eta_s \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} - \frac{\partial \Psi}{\partial x^2}\right) + 4 \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \eta \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial z} = g \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (2.23)$$

Die Inkompressibilität steht in Kontrast zu den benötigten Dichteveriationen. Beide Forderungen, Inkompressibilität und Dichteveriationen, lassen sich jedoch mit Hilfe der *Compaction Boussinesq Approximation* erfüllen.

2.6.3 Die Compaction Boussinesq Approximation

Um die von der Stromfunktion Ψ geforderte Inkompressibilität sicherzustellen, muss die Dichte in den beiden Massenerhaltungsgleichungen (Glg. 2.18 & 2.19) als konstant angenommen werden. Eine konstante Dichte steht jedoch im Kontrast zu den Erfordernissen der Konvektion, für die Dichteunterschiede notwendig sind. Durch die Anwendung der Boussinesq Approximation (BA) können beide Kriterien erfüllt werden. Nicht gravitativ verknüpfte Dichteveriationen werden hierbei vernachlässigt, womit die Inkompressibilität der Matrix in den Erhaltungsgleichungen gewährleistet ist. Bedingt durch die Annahme der Matrixkompressibilität in der Impulserhaltungsgleichung der Schmelze, findet keine Segregation der Schmelze durch Kompaktion der Matrix statt. Um diesen Vorgang dennoch berücksichtigen zu können, wurde die BA durch Schmeling (2000) zur Compaction Boussinesq Approximation erweitert. Hierbei wird in der Impulserhaltungsgleichung der Schmelze auf die Inkompressibilität der Matrix verzichtet. Dadurch können sowohl die Dichteveriationen, als auch die Kompaktion der Matrix in der Impulserhaltungsgleichung der Schmelze (Gl. 2.20) verwendet werden, um die Segregation der Schmelze zu ermöglichen.

Die Impulserhaltungsgleichung der Matrix bleibt gegenüber der BA unverändert: Die Matrix wird als inkompressibel betrachtet und nur Dichteveriationen im Auftriebsterm finden Berücksichtigung. Diese Approximation ist laut Schmeling (2000) anwendbar, solange nur

geringe Schmelzmengen $\phi < 20\%$ verwendet werden. Die bei Anwendung der CBA erforderlichen Randbedingungen werden im Verlauf dieses Kapitels geschildert.

2.6.4 Entstehung der Kanalisierungsinstabilität

Wie bereits von Müller (2005) beschrieben, wird ein Zweiphasensystem, das aus einer viskosen, deformierbaren Matrix und einer niederviskosen Schmelzkomponente besteht einer Deformation ausgesetzt. Es kommt zur Ausbildung der selbstverstärkenden Kanalisierungsinstabilität. Im Fall Reiner Scherung kann der Bildungsprozess stattfinden, da gilt

$$\dot{\epsilon}_{xx} = -\dot{\epsilon}_{zz} = \pm\dot{\epsilon}_0 = \text{const} > 0. \quad (2.24)$$

Wenn es nun zu keiner Schmelzmigration kommt, fordert laut Stevenson (1989) der Erhaltungssatz der Kräfte, dass unter Vernachlässigung der Schwerebeschleunigung, von Oberflächenspannungen zwischen den beiden Phasen und von Variationen in z -Richtung, die Normalspannung σ_{xx} konstant sein muss.

$$\sigma_{xx} = -P + 2\eta_0\dot{\epsilon}_0 \quad (2.25)$$

P Druck, η_0 Scherviskosität der Matrix und $\dot{\epsilon}_0$ Dehnungsrate

Unter der Voraussetzung kleiner Variationen der Porosität in x -Richtung, die durch leichte Temperaturschwankungen erklärbar sind, und derjenigen von Kohlstedt (2000), dass eine niedrige Porosität mit hoher Viskosität korreliert, folgt:

$$\eta_1(\phi_1) > \eta_2(\phi_2) \quad (2.26)$$

unter der Bedingung $\phi_1 < \phi_2$. Für den deviatorischen Spannungstensor folgt daraus:

$$\tau_{xx} = \sigma_{ixx} + P = 2\eta_i\dot{\epsilon}_0 \rightarrow \tau_{1xx} > \tau_{2xx} \quad (2.27)$$

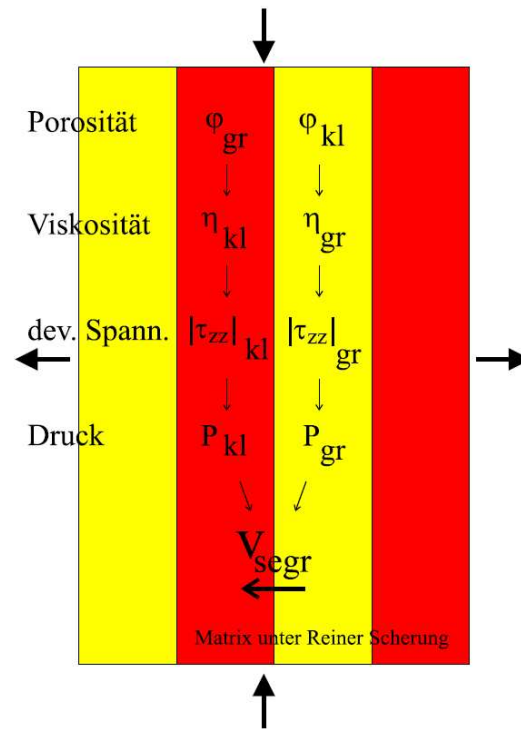


Abbildung 2.5. Schematische Darstellung der Kanalisierungsinstabilität (nach Müller, 2005)

Unter Anwendung der obigen Gleichung und der weiteren Bedingung, dass die Normalspannung σ_{xx} an der Grenzfläche zwischen den beiden Phasen stetig ist, ergibt sich

$$2\eta_1\dot{\varepsilon}_0 = \sigma_{1xx} + P_1 > \sigma_{2xx} + P_2 = 2\eta_2\dot{\varepsilon}_0 \quad (2.28)$$

Somit müssen die Regionen höherer Porosität ϕ_2 einen geringeren Druck P_2 aufweisen. Es gilt damit:

$$P_1 > P_2 \quad (2.29)$$

Dadurch sammelt sich die Schmelze in den Regionen geringen Drucks in einem selbstverstärkenden Effekt an, was zu einer zusätzlichen Erhöhung der Porosität führt. Es kommt in der Folgezeit zur Bildung von Schmelzkanälen, die parallel zur maximalen Kompressionsspannung liegen.

Numerische eindimensionale (Stevenson, 1989) und zweidimensionale (Richardson, 1998) Untersuchungen bestätigten das Bild. Sie zeigen eine Längenskala größer als die Korngröße und kleiner als die Kompaktionslänge für die Schmelzbänder. Führt man eine 1D Stabilitätsanalyse für die Annahme, dass die ausgebildete Instabilität als 1D sinusförmige Störung approximiert werden kann durch, so ergibt sich nach Müller (2005) die normierte Wachstumsrate α' zu

$$\alpha' = \frac{2a_1 (1 - \phi_0) \frac{k_{\phi 0}}{\eta_f} \eta_{s0} k^2}{1 + \eta_{b0} \frac{k_{\phi 0}}{\eta_f} k^2} \quad (2.30)$$

ϕ_0 Hintergrundporosität, $k_{\phi 0}$ Hintergrundpermeabilität, η_f Hintergrundschmelzviskosität, η_{b0} Hintergrundvolumenviskosität, η_{s0} Hintergrundmatrixviskosität, a_1 Kohlstedtfaktor, k dimensionierte Wellenzahl¹⁰

Bei der Verwendung sehr kleiner Wellenzahlen, kann der Nenner der obigen Gleichung vernachlässigt werden. Da die CBA nur im Nenner Einfluss fand, kann die CBA bei großräumigen Prozessen im Protokern verwendet werden. So wird es möglich die Segregation des Eisens, das durch die Kompaktion der Matrix ausgelöst wird, in den Modellen mitzubersichtigen. Im Falle kleiner Porositäten ist das Wachstum der Kanäle deutlich abgeschwächt. Bei $\phi=0$ findet keinerlei Wachstum mehr statt.

Die Porosität der Kanäle wächst proportional $ak^2/(1+bk^2)$. Dadurch verbleibt die Wachstumsrate für Wellenzahlen $k \gg \delta_c^{-1} = \xi$ auf einem konstant hohen Wert. Die hier eingeführte Kompaktionszahl ξ bestimmt den Übergang von der ansteigenden zur horizontal verlaufenden Wachstumsrate. Richardson (1998) stellte jedoch fest, dass für die konstante Wachstumsrate diese auch abhängig von der verwendeten Gitterauflösung ist. Es bleibt jedoch der unbefriedigende Punkt, dass es physikalisch nicht sinnvoll ist, dass sich ein Netzwerk ausbilden kann, dessen Kanäle einen geringeren Abstand als die Korngröße aufweisen. Dies wird jedoch durch die gleichmäßige Verstärkung für Wellenzahlen k größer als die Kompaktionszahl ξ theoretisch gefordert. Zwei Theorien stehen zur Lösung hierbei zur Disposition. Die Idee von Hall & Parmentier (2000) setzt das Vorhandensein von Wasser voraus. Unter

¹⁰Die Wellenzahl ist folgendermaßen definiert: $k = 2\pi/\lambda$. Hierbei steht λ für die Wellenlänge der Kanalisierungsinstabilität.

der Berücksichtigung der Diffusion des Wassers und einer Aufschmelzrate $\partial\phi/\partial t$ wird ein Prozess induziert, der dem Wachstum der Kanäle entgegenwirkt. In einer weiteren Theorie schlagen Rabinowicz & Vigneresse (2004) vor, dass in der Impulserhaltungsgleichung der Schmelze ein weiterer Term eingefügt werden soll, um die Partitionierung der Oberflächenenergie zwischen Schmelze und Matrix zu berücksichtigen. Für eine genauere Erläuterung der beiden Theorien, sei auf die Arbeit von Müller (2005) hingewiesen. Die beiden Theorien werden im weiteren Verlauf der Arbeit nicht mehr aufgegriffen, da die Auflösung des Gitters zu grob ist, um Kanäle im Größenbereich der Korngröße zu modellieren.

Die Kompaktionslänge δ_c und -zahl ξ

Mit Hilfe der von McKenzie (1984) eingeführten Kompaktionslänge δ_c können fluiddynamische Prozesse charakterisiert und Längen normiert werden.

Die Kompaktionslänge δ_c ist wie folgt definiert:

$$\delta_c = \sqrt{k_\phi \frac{(\eta_b + \frac{4}{3}\eta_s)}{\eta_f}}. \quad (2.31)$$

k_ϕ porositätsabhängige Permeabilität, $\eta_{b,s}$ effektive Volumen-, Matrixviskosität, η_f Schmelzviskosität

Die physikalische Bedeutung der Kompaktionslänge kann qualitativ folgendermaßen beschrieben werden: Findet innerhalb einer porösen Matrix ein Netto-Ausstrom einer Flüssigkeit (z. B. Schmelze) statt, so wird die Matrix an einer impermeablen Schicht kompaktieren. Bedingt durch die höhere Auflast kompaktieren Bereiche, die näher an der impermeablen Schicht liegen, stärker als solche, die sich weiter entfernt befinden.

Eine Analyse der unterschiedlichen Kompaktionsraten zeigt, dass der Abfall der Kompaktionsrate zu höher liegenden Schichten exponentiell ist. Dieser Gradient definiert die Kom-

paktionslänge δ_c , die so den Abstand zwischen der Kompaktionsrate an der impermeablen Schicht und deren e-tem Teil angibt.

Eine effektive Schmelzsegregation findet nur dann statt, wenn δ_c klein ist, folglich sich der Porenraum beim Verlassen der Schmelze entsprechend schließt, so dass keine partiell gefüllten Porenräume entstehen können. Entsprechendes gilt für den umgekehrten Fall.

Die Kompaktionszahl ist dann hierbei als inverse Kompaktionslänge definiert:

$$\xi = \delta_c^{-1} \quad (2.32)$$

2.6.5 Viskositätsgesetze beim Auftreten von Schmelzen

Die effektive Scherviskosität η_s

Da beim Vorgang der Ausbildung der Kanalisierungsinstabilität eine poröse Matrix Anwendung findet, ist es physikalisch sinnvoll, im viskosen deviatorischen Spannungstensor anstatt der intrinsischen porositätsabhängige Viskositäten zu verwenden. In FDCON sind nach Schmeling (2000) und Kohlstedt et al. (2000) die Scherviskosität η_s und die Volumenviskosität η_b eine Funktion der Porosität ϕ . Nach Kohlstedt et al. (2000) kann die effektive, porositätsabhängige Scherviskosität η_s aus der porositätsunabhängigen intrinsischen Scherviskosität $\eta_m(T)$ anhand folgender empirischer Formel ermittelt werden:

$$\eta_s(T, \phi) = \eta_m(T) e^{-a_1 \phi} \quad (2.33)$$

a_1 Konstante im Größenbereich 26 – 45, $\eta_m(T)$ temperaturabhängige intrinsische Scherviskosität, ϕ Porosität.

In FDCON wird der von Kohlstedt et al. (2000) aus Deformationsexperimenten an trockenen und wasserhaltigen, synthetisch hergestellten Mantelgesteinen bestimmte Wert von $a_1=28$ verwendet.

Die effektive Volumenviskosität η_b

Nach McKenzie (1984) kann der Einfachheit halber die Volumenviskosität gleich der Scherviskosität gesetzt werden. Im Programm FDCON bedeutet dies

$$\eta_b(\phi) = \eta_s(\phi) = \eta_m e^{-a_1 \phi} \quad (2.34)$$

a_1 Konstante aus dem Bereich 26 – 45, η_s effektive Scherviskosität, η_m effektive Scherviskosität der Matrix, ϕ Porosität

Hierbei berücksichtigt das Gesetz die Unterschiede dieser beiden Viskositäten, die aufgrund der geometrischen Verteilung von Schmelzkanälen und Körnern auftreten, nicht. Dies führt im Falle einer gegen Null strebenden Porosität zu einem endlichen Wert der Volumenviskosität. Ergebnisse von Müller (2005) zeigen, dass die Gesetzmäßigkeit nach McKenzie (1984) die stärkste Wachstumsrate der Kanalisierungsinstabilität zur Folge hat, gegenüber Gesetzmäßigkeiten nach Schmeling (2000) und Richardson (1998), die die Unterschiede zwischen Scher- und Volumenviskosität berücksichtigen. Diese werden im weiteren Verlauf der Arbeit nicht weiter untersucht.

2.6.6 Die Permeabilitäts-Porositätsbeziehung

Die Permeabilität wird von der Anordnung, Form und Größe der Körner des Gesteins bestimmt. Unter der Annahme, dass die anisotrop verteilten Schmelzinklusionen ein Kanalnetzwerk in Röhrenform bilden, das entlang der Korngrenzen verläuft und sich die Matrix aus einheitlich großen regelmäßig geformten Körnern zusammensetzt (Turcotte & Schubert, 2002), ist der Zusammenhang zwischen Permeabilität und Porosität durch folgenden Zusammenhang gegeben:

$$k_\phi = \frac{a^2}{b} \phi^n \quad (2.35)$$

a Korngröße, $b = 100 - 3000$ Geometriefaktor, $n \geq 2$

Folgend werden die von Schmeling (2000) vorgeschlagenen Werte $n=3$ und $b=648$ verwendet, die Schmelzfilmen entsprechen, die um das gesamte Korn verlaufen.

Die Retentionzahl R_{tn}

Die Retentionzahl

$$R_{tn} = \frac{\eta_f b h^2}{\eta_0 a^2} \quad (2.36)$$

η_f Schmelzviskosität, b geometrischer Faktor, h Höhe der betrachteten Box, η_0 Skalierungsviskosität, a Korngröße

gibt an, wie stark die Schmelze beim Durchfließen der Matrix behindert wird.

Die Schmelz-Rayleighzahl R_m

Die Schmelz-Rayleighzahl ist als

$$R_m = \frac{\delta \rho g h^3}{\eta_0 \kappa} \quad (2.37)$$

$\delta \rho$ Dichtekontrast, h Höhe der betrachteten Box, η_0 Skalierungsviskosität, κ thermischer Diffusionskoeffizient

definiert. Eine hohe R_m -Zahl führt sowohl zu hohen Matrix- als auch Schmelzperkolationsgeschwindigkeiten.

Experimentelle Durchführung

3.1 Vorbereitung der Proben

Als Ausgangsmaterial für alle Experimente wurde eine Mischung aus natürlichem Peridotit (Xenolith aus dem Jericho Kimberlit, Northern Territories, Kanada) (s. a. Tab. 3.1) und synthetischem Fe-FeS-Pulver verwendet. Der Peridotit wurde zuerst gemörsert und im Anschluss gemahlen, bis ein Pulver mit einer Korngröße von 20-30 μm gewonnen war. Dies ist dem Material von Yoshino et al. (2004) (30 μm durchschnittliche Korngröße) ähnlich gewählt, um deren Resultate überprüfen zu können.

Es wurde Eisensulfid-Pulver hergestellt, das eine chemische Zusammensetzung von $\text{Fe}_{70}\text{S}_{30}$ aufweist. Hierzu wurde reines Eisenpulver Fe_{100} mit natürlichem $\text{Fe}_{63,5}\text{S}_{36,5}$ gemischt.

Es hat bei einem Druck von 1 GPa die Eigenschaften eines Eutektikums¹.

Das vorliegende Material weist eine Solidustemperatur von 1253 K bei einem Druck von 1 GPa auf.

Das Eisensulfid wurde vor dem ersten Experiment einmal aufgeschmolzen, so dass die Korngröße dieses Materials in der Größenordnung des Peridotitmaterials liegt. Die gewünschte Masse an Eisensulfid, wurde mit einer definierten Masse an Peridotit vermischt und

¹Ein Eutektikum hat die niedrigste Solidustemperatur aller Mischungen aus denselben Bestandteilen.

Minerale	Häufigkeit [Gew.%]
Olivin	59,9
Orthopyroxen	16,7
Klinopyroxen	10,9
Spinell	0,0
Granat	12,5
Gesamt	100,0

Tabelle 3.1. Zusammensetzung des Peridotits (nach Kopylova & Russell, 2000)

gemörsert.

Die Bestimmung der gewünschten Massen war nach folgender Formel möglich:

$$q = \frac{m_{FeS}/\rho_{FeS}}{m_P/\rho_P + m_{FeS}/\rho_{FeS}} \Leftrightarrow m_{FeS} = \frac{qm_P\rho_{FeS}}{\rho_P - q\rho_P} \quad (3.1)$$

q Beimengung an Vol% FeS, m_{FeS} Masse FeS, m_P Masse Peridotit, ρ_{FeS} Dichte FeS ($\rho_{FeS} = 5190 \text{ kgm}^{-3}$), ρ_P Dichte Peridotit ($\rho_P = 3300 \text{ kgm}^{-3}$)

Das Wägen der zu verwendenden Materialien erfolgte unter Verwendung einer Präzisionswaage. Es wurden Proben mit 5, 7,5, 10 und 15 vol.% Fe-FeS vorbereitet.

Im verwendeten Peridotit-FeS Ausgangsgemisch wurde ein mittlerer Dihedralwinkel von $\theta=74^\circ$ gemessen. Die Schmelze konnte somit nicht verbunden sein, falls der Schmelzgehalt kleiner als der kritische war. Die Proben mit 7,5 und 15 vol.% wurden vor dem jeweiligen Experiment mit Hilfe eines elektrischen Mörsers nochmals verkleinert, um der Bildung von Hohlräumen zu Beginn des Experiments vorzubeugen. Die erreichten Korngrößen betragen weniger als $10 \mu\text{m}$.

3.2 Statische Experimente

Moderne Impedanzanalytoren bieten die Möglichkeit, die frequenzabhängige Leitfähigkeit $\sigma(\nu)$, im Frequenzbereich von einigen mHz bis in den MHz-Bereich hin, zu bestimmen.

Elektrische Impedanzmessungen wurden an den synthetischen Peridotit-Fe-FeS-Pulvern, bei einem Druck von 1 GPa und Temperaturen bis zu 1558 K, an einer Auflast-Stempelzylinderpresse durchgeführt.

Die Stempelzylinderpresse besteht aus zwei hydraulischen Zylindern: Der erste wird zur Übertragung der Auflast verwendet, während der andere dazu dient den Stempel zu bewegen. Der Durchmesser des Hochdruckbehälters liegt bei 1/2 Zoll (s. a. Abb. 3.1).

Der hydraulische Öldruck in der Stempelramme wurde durch einen Servomotor, der den Stempel in einem separaten hydraulischen Zylinder auf und ab schob, reguliert.

Die Zelle für Impedanzmessungen in der Stempelzylinderpresse nutzte einen coaxialen zylindrischen Kondensator mit zwei Elektroden aus purem Rhenium bzw. Molybdän mit einer Dicke von jeweils 0,1 mm. Sowohl die äußere als auch die innere Elektrode bestanden aus Re/Mo-Röhrchen mit einem Durchmesser von jeweils $D=3,8$ mm und $d=2,2$ mm.

Das Ausgangsmaterial in Form von synthetischem Peridotit-Eisensulfid-Pulver, wurde in den coaxialen Zwischenraum zwischen den beiden Rhenium/Molybdän-Elektroden eingebracht und dort gestanzt.

Die innere Elektrode war mit einem Typ B Pt-Rh-Thermoelement verbunden, das nach außen führte und bei den späteren Messungen als Anschluss verwendet werden konnte. Die äußere Elektrode war von einer thermischen Isolierung aus Bornitrid (BN) umgeben.

Der Vorteil bei der Nutzung einer coaxialen zylindrischen anstatt einer planparallelen Geometrie in einer Stempelzylinderpresse, ist die geringe Wahrscheinlichkeit einer Veränderung des geometrischen Faktors während der Druckbelastung der Zelle.

Der geometrische Faktor

$$G = \frac{2,5\pi \cdot l_{Probe}}{\ln\left(\frac{D}{d}\right)} \quad (3.2)$$

l_{Probe} Länge des Probenzylinders [cm], d Durchmesser der inneren Elektrode [cm], D Durchmesser der äußeren Elektrode [cm]

variierte hierbei von Experiment zu Experiment zwischen 5-7 cm.

Vor der Durchführung der Hochdruckexperimente, wurde die Messzelle anhand von Impe-

danzmessungen im Falle von Kurzschluss und offenem Stromkreis im Frequenzbereich von 0,01 Hz bis 100 kHz kalibriert. Signale bei höheren Frequenzen (>100 kHz), waren von der Impedanz der Kabel betroffen und bei niedrigeren Frequenzen ($<0,01$ Hz), war das Signal-/Rausch-Verhältnis zu gering, weshalb auf Messungen in diesen Frequenzbereichen verzichtet wurde.

Bei den Messungen wurde ein Wechselstrom von bis zu 305 A bei 12 V Spannung an das Graphit-Heizelement angelegt, um das Probenmaterial zu erhitzen. Die gewünschte Temperatur wurde von Hand mittels eines Transformators eingestellt. Die Genauigkeit der Temperatureinstellung lag bei ± 3 K. Der radiale Temperaturgradient wurde mit etwa 1 K/mm und der vertikale Temperaturgradient auf 2 K/mm bei einer Temperatur von 1173 K abgeschätzt. Während der Experimente wurde das Innere der Stempelzylinderpresse mit fließendem Wasser gekühlt, um die Temperatur der Apparatur niedrig zu halten. Zur Druckkalibrierung der Zelle wurden ausgewählte Referenzmaterialien, hier Bismut, Natriumchlorid und Cäsiumchlorid, verwendet (Bagdassarov et al., 2001). Der Druck war mit einer Genauigkeit von $\pm 0,05$ GPa bekannt.

Die Bestimmung der elektrischen Impedanz wurde dann mit Hilfe eines Solartron 1260 Phasenanalysators (Gain-Phase analyzer), der an einen PC angeschlossen ist, durchgeführt.

Die elektrische Impedanz von Peridotit-Eisensulfid-Proben wurde in Abhängigkeit von der Temperatur in-situ gemessen. In dieser Studie wurde ein 1 V-Sinussignal auf das Frequenzspektrum von 0,01 Hz bis 100 kHz angewandt. Typischerweise wurde die Abtastung der Frequenzen mit einer logarithmischen Schrittweite von 1,5 Log-Einheiten durchgeführt. Um Rauschen zu verhindern, wurde die Frequenz $\nu=50$ Hz bei den Messungen aus dem Spektrum jeweils ausgelassen.

Während der Impedanz-Messungen in der Stempelzylinderpresse, war sie von der Erdung des Solartron 1260 getrennt. Drähte aus dem Thermoelement und der ungeerdeten Masse der Hochdruckpresse wurden verwendet, um das Messgerät und die Zellenelektroden miteinander zu verbinden.

Die Impedanzmessungen wurden bei abgeschaltetem Servomotor durchgeführt, um dessen elektrisches Rauschen zu vermeiden.

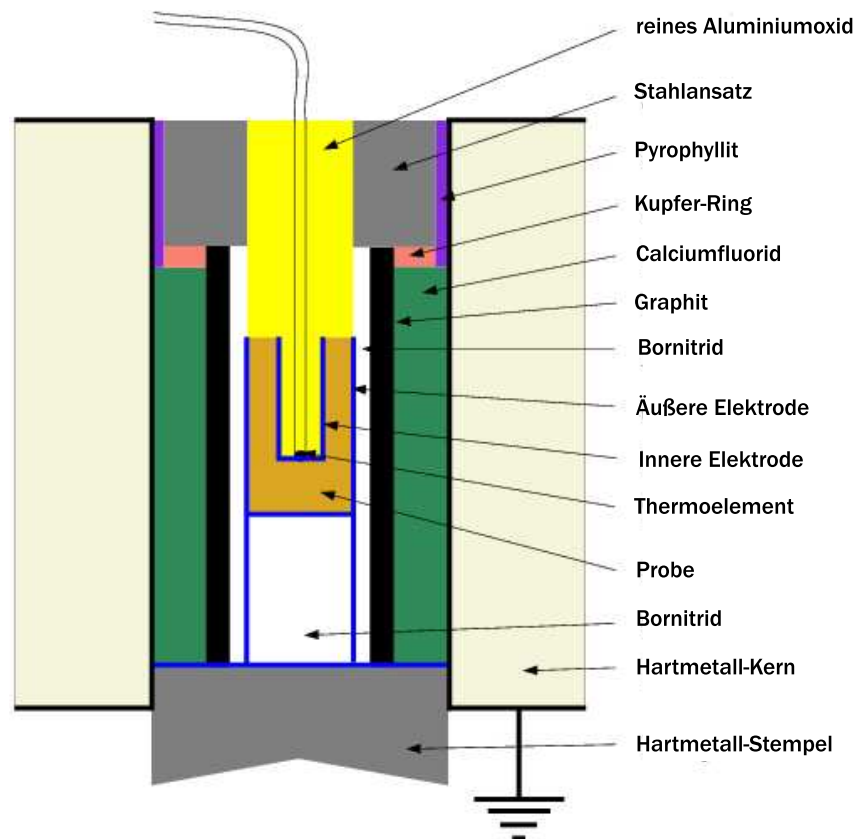


Abbildung 3.1. Schematischer Aufbau der Stempelzylinderpresse

Mit Hilfe des Softwarepaketes von Novocontrol, wurde die elektrische Impedanz bei der gewählten Temperatur als Funktion der Frequenz dargestellt.

Bei Abschluss des jeweiligen Experiments wurden die Texturen in der Probe durch ein rasches Abschalten des Stromes und damit verbunden einem schnellen Rückgang der Temperatur eingefroren.

Eine Serie von Experimenten mit 5, 7,5, 10 & 15 Vol% Fe-Fes wurde bei Drücken von stets 1 GPa durchgeführt.

Für eine ausführliche Beschreibung der Methode der Impedanzspektroskopie sei der Leser auf die Zusammenstellung von Macdonald (1987) verwiesen.

3.3 Berechnung der Materialparameter

3.3.1 Bestimmung der elektrischen Leitfähigkeit

Die elektrische Leitfähigkeit konnte aus den experimentell ermittelten Impedanzen Z über folgende Gesetzmäßigkeit bestimmt werden:

$$\sigma = \frac{1}{0,01GZ} \quad (3.3)$$

σ elektrische Leitfähigkeit [$S\text{m}^{-1}$], Z gemessene Impedanz, G geometrischer Faktor [cm]

3.3.2 Bestimmung der Aktivierungsenergie

Die Aktivierungsenergie ließ sich aus der Arrhenius-Gleichung

$$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-E_a/k_B T} \quad (3.4)$$

σ Elektrische Leitfähigkeit [S/m], σ_0 Häufigkeitsfaktor [S/m], E_a Aktivierungsenergie [J], k_B Boltzmann-Konstante [J/K], T absolute Temperatur [K]

ermitteln. Für die Bestimmung der Aktivierungsenergie wurde die elektrische Leitfähigkeit σ in natürlich logarithmischer Darstellung gegen die inverse Temperatur in Kelvin aufgetragen. Durch diese Ergebnisse wurde eine lineare Ausgleichskurve gelegt:

$$\ln(\sigma/S\text{m}^{-1}) = -m \cdot \frac{1}{T} + \ln(\sigma_0)$$

m Steigung der Geraden

Die Steigung m dieser approximierten Funktion steht dabei physikalisch für den Quotienten der Aktivierungsenergie E_a und der Boltzmann-Konstanten k_B . Um die Aktivierungsenergie in Elektronenvolt (eV) bestimmen zu können, wendet man die Definition der Einheit Elektronenvolt

$$1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

auf die Boltzmann-Konstante ($k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$) an.

Es ergibt sich:

$$k_B = 8,617 \cdot 10^{-5} \text{ eVK}^{-1}$$

Die Aktivierungsenergie kann bestimmt werden zu:

$$E_a = m \cdot k_B$$

Der Fehler bei der Bestimmung der Aktivierungsenergie E_a ergibt sich nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung zu:

$$\Delta E_a = \sqrt{\left(\ln\left(\frac{\sigma_0}{\sigma}\right) \cdot k_B \Delta T\right)^2 + \left(\frac{k_B T}{\sigma} \cdot \Delta \sigma\right)^2}$$

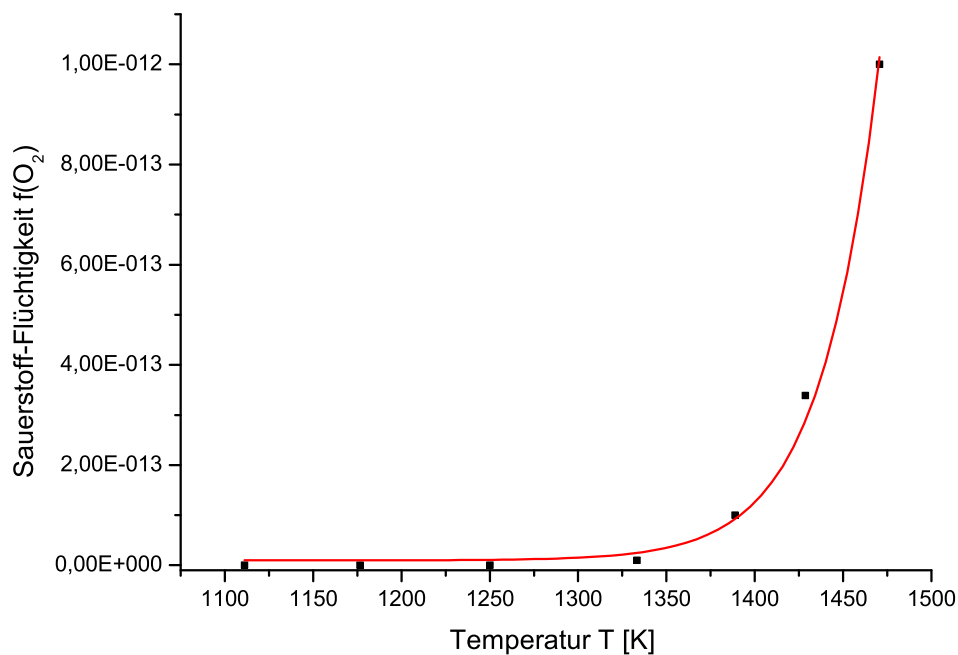


Abbildung 3.2. Anpassung der Sauerstoffflüchtigkeit des IW-Puffers mittels Exponentialfunktion

3.3.3 Das Referenzmodell SEO3

Zur besseren Einschätzung der Messdaten wurde die Referenzleitfähigkeit des empirischen Modells SEO3 für trockenen Olivin nach Constable (2006) berechnet.

Hierfür wurde die Sauerstoffflüchtigkeit (oxygen fugacity) $f(O_2)$ des Eisenwüstit(IW)-Puffers, der bevorzugt für Vorgänge in der Protoerde verwendet wird, aus Daten von Darken & Gurry (1945) ermittelt und mittels einer exponentiellen Ausgleichsfunktion gut angepasst:

$$f(O_2) = 3 \cdot 10^{-32} \exp(T/33)$$

T absolute Temperatur [K]

3.4 Experimente an der Zentrifuge

Das jeweilige Probenmaterial wurde im ersten Schritt bei einer konstanten Temperatur im Bereich 1423-1533 K bei einem Druck von 1 GPa in einer Stempelzylinderpresse für 24 - 85 h gesintert². Die Experimente an der Zentrifuge, wurden nachfolgend stets unter Verwendung der gleichen Drücke und Temperaturen, wie in der Stempelzylinderpresse, jedoch unter Verwendung einer fünfhundertfach höheren Schwerebeschleunigung \vec{g} , durchgeführt (s. a. Abb. 3.3). Obwohl die Stempelzylinderpresse in der Zentrifuge verkleinert ist, enthält sie das Peridotit-FeS Probengemisch in einem Ofen von 36 mm Länge, 8 mm äußerem und 6 mm innerem Durchmesser. Der Temperaturgradient lag bei 5-10 K (bei 1373-1523 K) über die Länge der Kapsel.

Die Temperatur wurde mittels eines B-Typ Pt-Rb-Thermoelements gemessen und von einer Eurotherm Steuereinheit mit einer Genauigkeit von ± 1 K kontrolliert.

Bis zu einer Stromstärke von 400 A, wurde der Strom durch einen Ring bestehend aus vierzig wassergekühlten Graphitbürsten (slipping stack ring) geschickt, die sich am unteren Ende der Rotationshohlachse befanden.

Die Stempelzylinderpresse wurde durch das Zentrum des „slipping stack ring“ durch ein Rohr, das sich exakt in der Achse befindet, mit Kühlwasser versorgt. Es floss radial durch den Druckbehälter der Stempelzylinderpresse und wurde schließlich nach außen hin zentrifugiert, wo das Wasser in einem kegelförmigen Ring, der die Rotationsbank umschloss, aufgesammelt wurde.

Der Öldruck im hydraulischen Stempel wurde mittels eines Druckmessumformers überwacht. Dieser war vertikal in der Achse montiert und an die hydraulische Presse mittels einer NovaSuisse 4000 Druckkapillare angeschlossen, die dem Öldruck von 400 GPa standhalten konnte. Die hydraulische Presse war hierbei wiederum in die Grundplatte der Stempelzylinderpresse integriert. Der Druck konnte während des Zentrifugierens nicht verändert werden, sondern nur im statischen Zustand unter Verwendung einer Handpumpe.

²Durchgeführt von N. Bagdassarov und G. Solferino

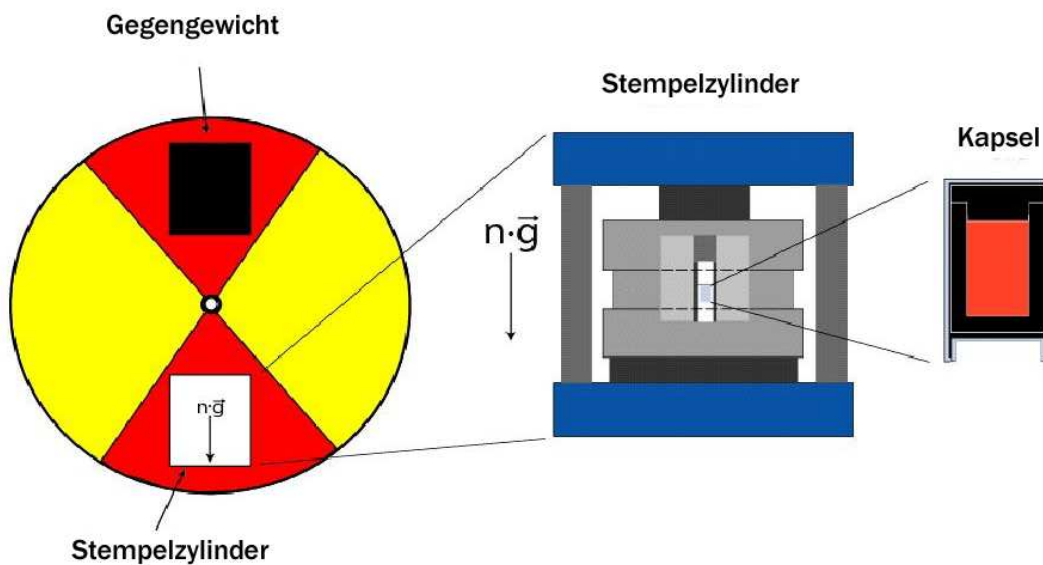


Abbildung 3.3. Schematischer Aufbau der Zentrifuge

3.5 Präparation und Analyse der Proben

Die Proben wurden nach Beendigung des Experiments aus der jeweiligen Presse herausgenommen. Die Proben der Impedanzmessungen wurden von der Bornitrid-Ummantelung befreit, blieben aber von der äußeren Elektrode umgeben. Währenddessen wurden die Zentrifugenproben komplett freigelegt. Alle Proben wurden der Höhe nach (z -Achse) aufgeschnitten und in Epoxydharz eingebettet. Dieses wurde dann ausgehärtet.

Nachfolgend wurden diese Proben dann poliert. Hierzu wurden die Proben mit immer feineren Politurpasten (Grid=200, 400, 600 & 1000) behandelt. Abschließend erfolgte eine maschinelle achtundvierzig Stunden dauernde Feinpolitur, wodurch die Ebenheit der Probenoberflächen mit einer Genauigkeit von $\pm 5 \mu\text{m}$ erreicht werden konnte.

Die Proben wurden nachfolgend unter Verwendung von Petrolbenzin einer mehrfachen Ultraschallreinigung unterzogen, um Verunreinigungen durch zurückgebliebenes Politurmittel zu entfernen. In einem Trockenschrank wurden sie getrocknet und zwischengelagert.

Unter Verwendung einer Bedampfungsanlage wurden nachfolgend alle Probenoberflächen mit einer etwa 2 \AA dicken Goldschicht überzogen, um eine ausreichende elektrische Leitfähigkeit der Proben für die Untersuchung mit Hilfe einer Mikrosonde sicherzustellen.

Die einzelnen Proben wurden mit Hilfe einer Mikrosonde vom Typ JEOL 8900, die nach dem Prinzip der Detektion von Elektronenrückstreuung (BSE³) funktioniert, untersucht.

Für die Untersuchung wurden eine Beschleunigungsspannung von 15 keV und ein Strahlungsstrom von 3-4 nA verwendet. Diese Werte wurden entsprechend gewählt, um eine Beschädigung der Proben während der Untersuchung zu vermeiden, aber gleichzeitig eine ausreichende Auflösung zu gewährleisten.

Die Proben aus den Experimenten an der Zentrifuge wurden hierbei systematisch bei hohen Vergrößerungen (140-160 \times) fotografiert, um nachfolgend den Schmelzgehalt untersuchen zu können.

Bei den Proben, an denen die Leitfähigkeit gemessen wurde, wurden Aufnahmen der Grenzregionen zwischen Probenmaterial und Elektroden gemacht, um die Interaktion zwischen den unterschiedlichen Materialien zu analysieren.

Zusätzlich wurden sowohl die statischen als auch die Zentrifugenproben stichprobenartig, unter Verwendung der EDS⁴-Methode, auf ihre chemische Zusammensetzung hin untersucht.

3.5.1 Ermittlung der Verteilung von FeS in den Proben

Die digitale Bildanalyse der Aufnahmen der Zentrifugenproben erfolgte mit Hilfe des Programms DiAnaTM. Hierzu wurden an der Mikrosonde gewonnene Fotografien zuerst in Schwarz-Weiß-Aufnahmen (Binary-Format) konvertiert. Im Anschluss wurde an diesen Aufnahmen eine Spektralanalyse durchgeführt, wobei die unterschiedlichen Farben⁵ der Materialien auf den BSE-Aufnahmen genutzt wurden. Dadurch war eine Bestimmung der Häufigkeit der unterschiedlichen Materialien (Eisensulfid, silikatische Schmelze und Ma-

³BSE steht hierbei für **B**ack **S**cattered **E**lectrons

⁴EDS steht hierbei für **E**nergy **D**ispersive **X**-ray **S**pectroscopy

⁵In BSE-Aufnahmen ist die Farbe des Materials von seiner Dichte abhängig.

trix) in den einzelnen Aufnahmen möglich.

Mit dem Programm SurferTM 7.0 konnte schließlich die Verteilung der einzelnen Komponenten in der jeweiligen Probe graphisch dargestellt werden. Hierbei wurden die in jeder Aufnahme gemessenen Konzentrationen an Eisensulfid- bzw. Silikatschmelze in der Graphik dem Ort, der dem geometrischen Mittelpunkt der jeweiligen Aufnahmen in der Gesamtprobe entspricht, zugeordnet.

3.5.2 Kompaktionsgetriebene Perkolation im porösen Medium

Für das Modell der Kompaktion der Silikatmatrix der Proben betrachtet man die kompressible poröse Matrix. Unter Verwendung der Massenerhaltungsgleichung der Schmelze (s. a. Gl. 2.18) gelangt man zur folgenden generellen 1D-Modell-Gleichung:

$$\frac{\partial \rho_f \phi}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_f \phi u_f)}{\partial z} = 0 \quad (3.5)$$

ρ_f Dichte der Schmelze, ϕ Porosität/Schmelzanteil, t Zeit, u_f Perkolationsgeschwindigkeit der Schmelze, z Höhe der Probe

Nimmt man an, dass in der jeweiligen Probe die Schmelzdichte ρ_f weder von der Zeit t , noch von der Tiefe z abhängig ist und berücksichtigt man, dass z als Raumkoordinate in Richtung Probenunterkante zeigen soll, so vereinfacht sich die Gleichung zu:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial (\phi u_f)}{\partial z}$$

Nimmt man ferner an, dass die Porosität ϕ zu Beginn des Experiments lateral konstant ist folgt:

$$\frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial u_f}{\partial z} \quad (3.6)$$

Bestimmung der Perkolationsgeschwindigkeit in den Proben

Wandelt man nun in Gl. (3.6) die Ableitungen in Differenzenquotienten um, so folgt für u_f :

$$u_f = \frac{1}{\phi} \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \cdot \Delta Z \quad (3.7)$$

u_f Perkolationsgeschwindigkeit der Schmelze, ϕ Porosität, t Zeit, ΔZ Höhe der Probe

Dabei wird eine lineare Änderung der Porosität in den Proben angenommen.

Man verwendete alle in einer Zeile ermittelten Anteile von Eisensulfid- bzw. silikatischer Schmelze und bildete daraus den *arithmetischen Mittelwert*. Dies geschah gleichfalls für alle weiteren Spalten, woraus ein laterales Profil von der Spitze bis zur Unterkante der Probe ermittelt werden konnte.

Darstellung und Interpretation der Messergebnisse

4.1 Ergebnisse der Impedanzmessungen

In den graphischen Darstellungen der elektrischen Leitfähigkeiten der Proben (s. a. Abb. 4.1a-c) kann man erkennen, dass bei ähnlichen inversen Temperaturen $(7,5-8,0) \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$, was Temperaturen von 1250-1333 K entspricht (s. a. Abb. 4.1 hellblaue Pfeile), ein Rückgang der elektrischen Leitfähigkeit um zwei bis fünf Größenordnungen stattfindet.

Die Proben mit 5,0 Vol% Fe-FeS und 7,5 Vol% Fe-FeS (s. a. Abb. 4.1a+b) zeigen nach dem Rückgang der Leitfähigkeit eine ähnliche Steigung wie das SEO3-Leitfähigkeitsmodell für trockenen Olivin (s. a. Abschnitt 3.3.2). Jedoch zeigen beide Proben im Vergleich zum Modell SEO3 eine Abweichung von mehreren Größenordnungen im Betrag der Leitfähigkeit. Dies deutet darauf hin, dass nach dem Rückgang der Leitfähigkeit der Olivin, der Hauptbestandteil des verwendeten Peridotits (s. a. Tab. 3.1) die elektrische Leitfähigkeit dominiert. Die Abweichungen können dabei von der Nebenbestandteilen des Peridotits (Granat und Klino-/Orthopyroxen) herrühren. Nur die Probe mit 10 Vol% Fe-FeS (s. a. 4.1c) weist eine andere Steigung als das SEO3-Modell auf und konvergiert mit diesem bei Temperaturen oberhalb von 1300 K.

Alle drei Proben zeigen nach dem Leitfähigkeitssprung ein reversibles Verhalten, wobei die Leitfähigkeit mit zunehmender Temperatur steigt, jedoch stets vom Betrag her kleiner

bleibt als vor dem Sprung. Daten einer hier graphisch nicht dargestellten Probe mit 15 Vol% Fe-FeS zeigen, dass auch nach Beginn des Aufschmelzens der Silikatmatrix ($T > 1390$ K) die Leitfähigkeit geringer bleibt. Das lässt sich dahin interpretieren, dass eine Beimengung von 15 Vol% Fe-FeS ungenügend ist, um die Perkolationsschwelle in einer partiell geschmolzenen Silikatmatrix zu überschreiten. Der von Yoshino et al. (2004) beobachtete Perkolationsgrenzwert von (13 ± 2) Vol% für niedrige bis moderate Anteile von Silikatschmelze im Probenmaterial kann aus den vorliegenden Messdaten somit nicht bestätigt werden.

Auch die von Yoshino et al. (2004) vorgestellte Interkonnektivitätsschwelle von 5 Vol% für ein System oberhalb der Solidustemperatur des eutektischen Fe-FeS ($T = 1253$ K) und unterhalb der Solidustemperatur der Silikate ($T = 1390$ K) steht im Widerspruch mit den vorliegenden Messdaten.

Die ermittelten Aktivierungsenergien E_a nach dem Sprung der elektrischen Leitfähigkeit nach unten liegen im Größenbereich von 1,6-2,3 eV. Der Unterschied der elektrischen Leitfähigkeiten in Abb. 4.1b (rote und blaue Kurve) sind hierbei durch eine zu kurze Wartezeit bei der Variation der Temperatur zu erklären. Die Dominanz von Olivin über die elektrische Leitfähigkeit wird bestätigt durch Resultate von Xu et al. (1998) von $(1,73 \pm 0,05)$ eV bei einem Druck von 4 GPa im Temperaturbereich $T = 1273$ -1573 K. Auch Messergebnisse von 1,26-1,60 eV, ermittelt durch Schock et al. (1989), die unter Umgebungsdruck und bei Temperaturen von 1473 bis 1523 K bestimmt wurden, liegen im gleichen Größenbereich. Beide Messreihen wurden hierbei an reinem Olivin durchgeführt.

Da das Eisensulfid deutlich weicher (Härte 3,5-4) ist als das Olivin (Härte 6,5-7) kann die anfänglich höhere Leitfähigkeit aller Proben (s. a. Abb. 4.1a-c) auf die Interkonnektivität des Eisensulfids zurückgeführt werden, wobei das Eisensulfid während der Präparation der Proben in die Hohlräume zwischen den Olivinkörnern gelangen und feine FeS-Filme ausbilden konnte.

Der drastische Rückgang der elektrischen Leitfähigkeit kann dann als Abreißen der Vernetzung beim Erreichen der Solidustemperatur von eutektischem Eisensulfid ($T = 1253$ K) gedeutet werden.

Nach Ausbildung von FeS-Schmelzen ist es für das System energetisch günstiger das FeS

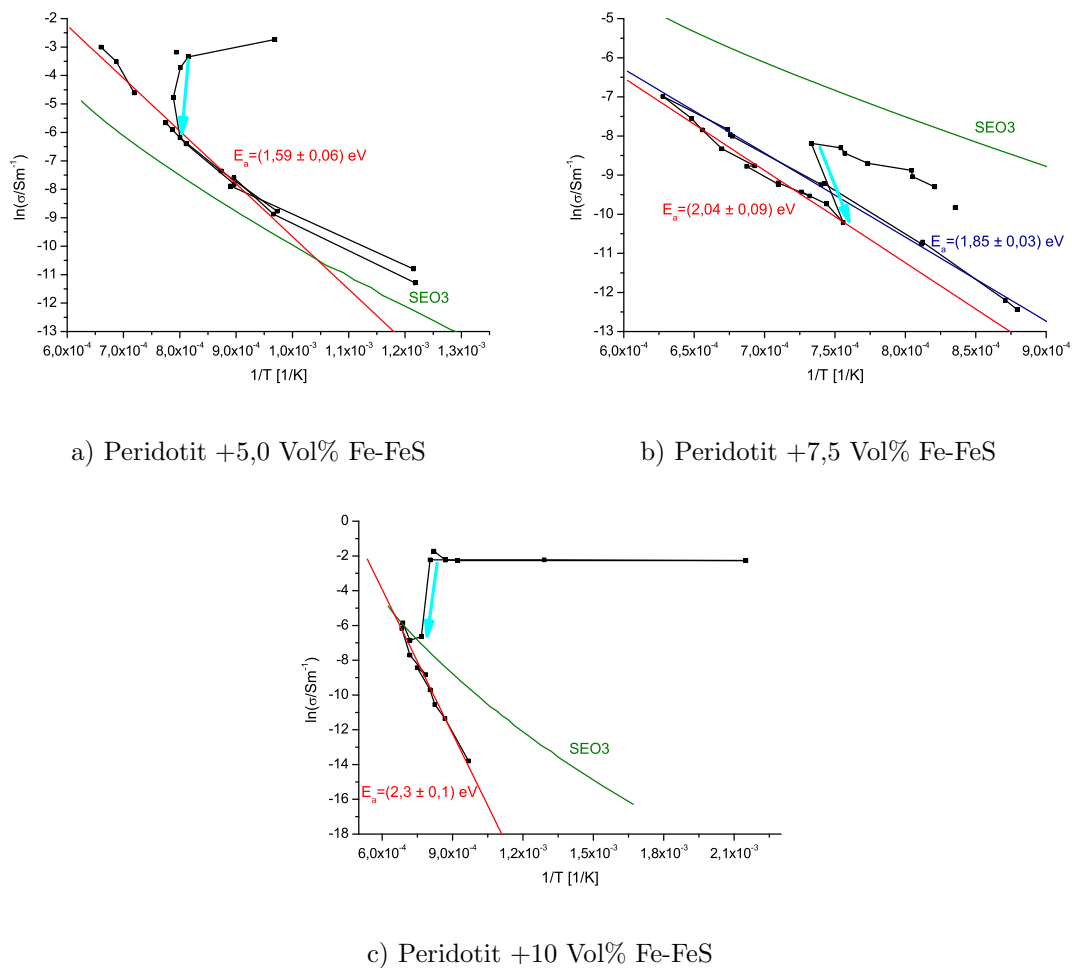


Abbildung 4.1. Elektrische Leitfähigkeiten σ und Aktivierungsenergien E_a
 schwarz: Messwerte, rot: Aktivierungsenergien nach dem Rückgang der Leitfähigkeit,
 grün: SEO3-Referenzmodell der elektrischen Leitfähigkeit von trockenem Olivin

anstatt in Schmelzfilmen in Form von Tropfen zu konzentrieren. Dies ist nach Yoshino & Watson (2005) auf die Minimierung der Grenzflächenenergien zurückzuführen, wobei die Eisensulfid-Phase versucht runde Sphären auszubilden.

Auch der Einfluss der größeren Dihedralwinkel von Ortho- und Klinopyroxen gegenüber dem von Olivin, könnte die Ausbildung eines Schmelznetzwerks verhindert und zur Bildung großer Schmelztropfen geführt haben.

Die Existenz der filigranen FeS-Filme wird durch Aufnahmen an der Mikrosonde bestätigt.

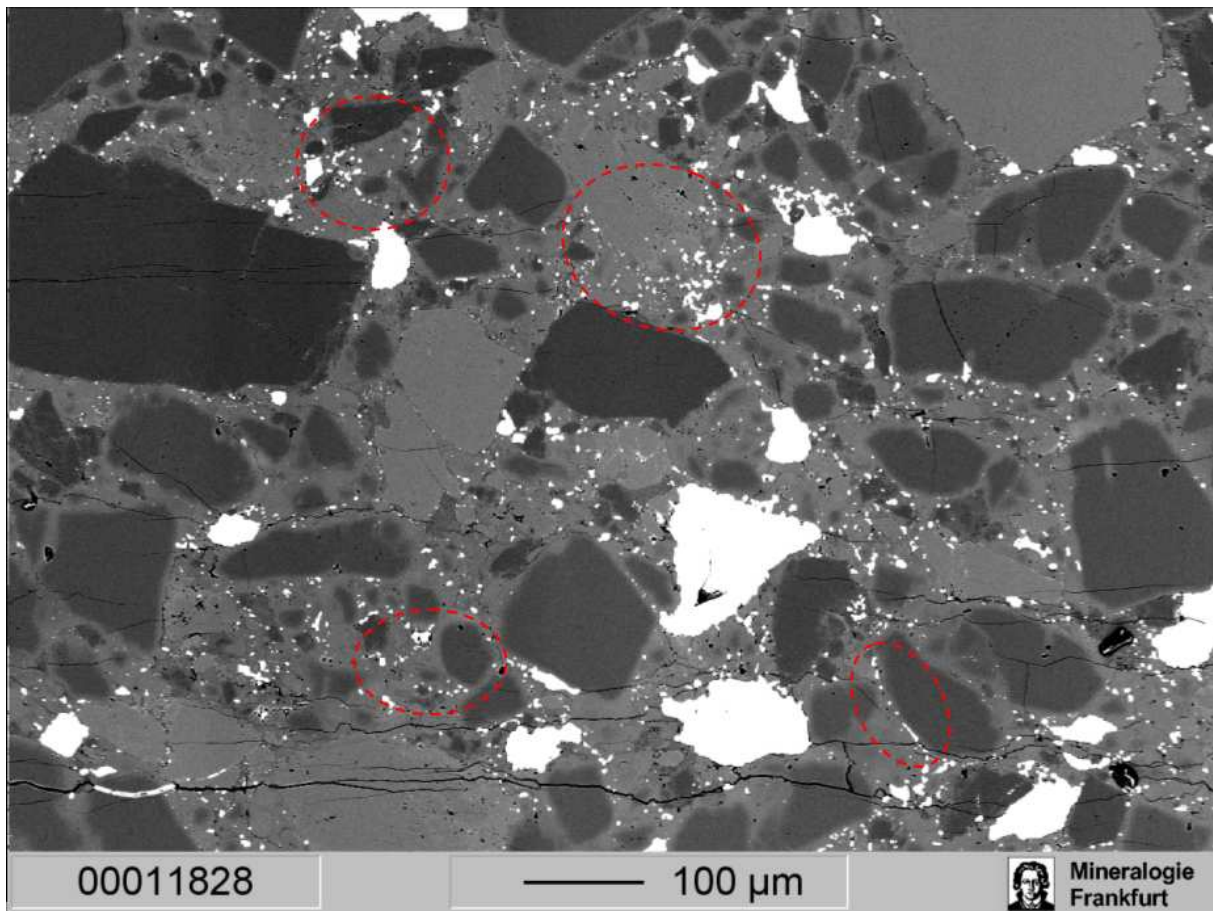


Abbildung 4.2. Mikrosondenaufnahme der Probe mit 10 Vol% Fe-FeS und $T_{max}=1453$ K rote Ellipsen: perlschnurförmig aufgereihete Schmelzinklusionen an Korngrenzen

Sie zeigen viele kleine Eisensulfid-Tröpfchen, die sich in Dreifachkreuzungen (triple junctions) und an den Korngrenzen zwischen Silikatkörnern befinden und in einer Art „Perlschnur“ aneinander gereiht sind (s. a. Abb. 4.2).

Auch sind große FeS-Schmelzinklusionen zwischen den Silikaten zu beobachten. Deren Existenz deckt sich gut mit der Annahme, dass die Ortho- und Klinopyroxene die Eisensulfidverteilung in der Probe beeinflussen. Die beobachteten Texturen von großen FeS-Schmelztaschen, die von silikatischer Schmelze umgeben sind, deuten in den vorliegenden Proben darauf hin, dass der Prozess der Ostwald-Reifung eingesetzt haben könnte. Dieser Vorgang wird durch die Unterschiede im chemischen Potential zwischen den

Eisensulfid-Einschlüssen angetrieben. Dabei schrumpfen die kleinen Partikel, während die großen Inklusionen anwachsen.

So kann man in der Umgebung großer FeS-Tropfen, wie Abbildung (4.2) zu entnehmen, neben den etwa 100 μm großen Tropfen nur noch sehr kleine FeS-Inklusionen erkennen. Währenddessen fehlen FeS-Körner mittlerer Größe in der direkten Umgebung der großen Schmelztaschen.

Die Ostwald-Reifung tritt aber nur im Falle von runden Körnern, die keine Kontakte zu anderen Körnern haben und bei einem Dihedralwinkel $\theta=0^\circ$ auf. Das vorliegende FeS befindet sich aber in irregulären Strukturen. Auch erreicht der Dihedralwinkel zwischen den FeS-Taschen und den Silikaten etwa 74° . Deshalb kann dieser Prozess als Ursache ausgeschlossen werden.

Eine andere Erklärungsmöglichkeit ist nach Yoshino & Watson (2005), dass eine Vereinigung und ein Wachstum von Schmelztaschen auch beim direkten Kontakt der Partikel stattfinden. Wegen des hohen Dihedralwinkels des Systems sind FeS-Inklusionen, die sich an Korngrenzen befinden, energetisch instabil, was auf die hohen Oberflächenenergien zwischen den Silikatmineralen und dem Eisensulfid zurückgeht (s. a. Abb. 4.3).

Die Korngröße des verwendeten Materials kann zu ungleichmäßigem Sintern des Probenmaterials geführt haben, so dass keine homogenen Ausgangsbedingungen vorlagen. Bedingt durch die ungleichmäßige Verteilung des FeS können sich FeS-Inklusionen unterschiedlicher Größe ausbilden.

Wenn man davon ausgeht, dass vor dem Rückgang der elektrischen Leitfähigkeit das FeS verbunden ist, kann deshalb eine Diffusion entlang der Korngrenzen (grain boundary migration) zu den großen Körnern stattfinden (s. a. Abb. 4.3a). Hierbei kommt es zur Verkleinerung der kleinen Körner und zur Agglomeration des Eisensulfids in großen Körnern. Auch nach dem Abreißen des FeS-Films nach Überschreiten der Temperatur von 1253 K ist, bedingt durch das Einsetzen von Silikatschmelze, ein Diffusionstransport von FeS-Schmelze durch die Silikatschmelze denkbar (s. a. Abb. 4.3b). Dies lässt sich mit der steigenden Leitfähigkeit des Probenmaterials mit zunehmender Temperatur und damit zu-

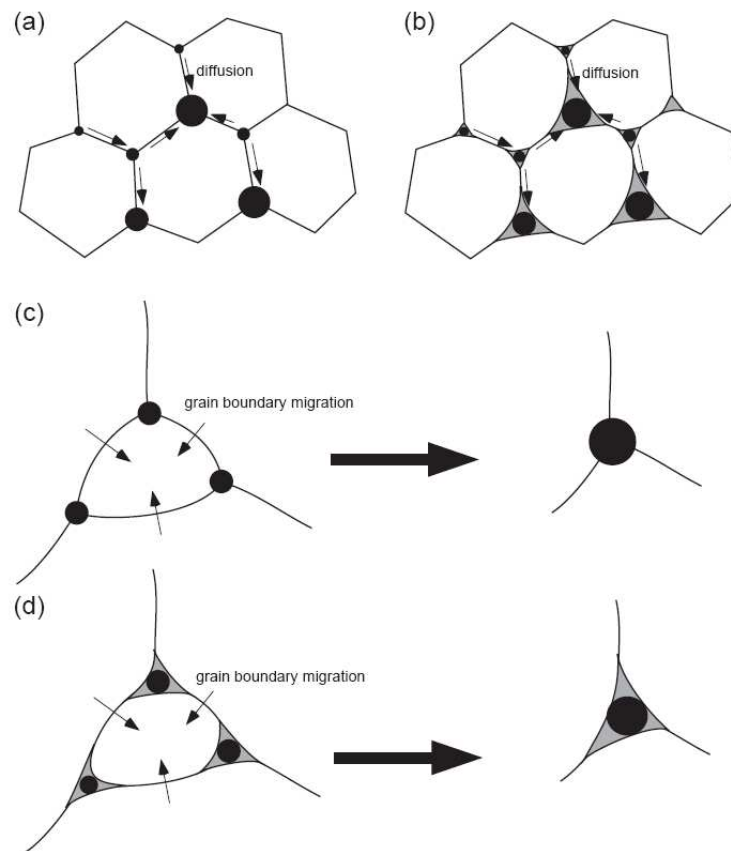


Abbildung 4.3. Zwei Fälle des Wachstums von FeS-Inklusionen mit und ohne Silikatschmelze (nach Yoshino & Watson, 2005):

- (a) Wachstum durch grain boundary diffusion
- (b) Wachstum mittels Diffusion durch die Schmelzphase
- (c) und (d) Systeme mit und ohne Silikatschmelze

nehmender Silikatschmelzbildung in Einklang bringen. Die Ausbildung eines neuen FeS-Films kann aber durch die stets geringeren elektrischen Leitfähigkeiten als vor dem Sprung und die hohen Dihedralwinkel ausgeschlossen werden.

Die kleineren Schmelztaschen werden bei hohen Temperaturen herausgedrückt und eine Vereinigung mit benachbarten FeS-Schmelztaschen ist möglich.

Die im Vergleich zu reinen Olivinproben besonders hohen Oberflächenenergien des verwendeten peridotischen Materials können diesen Mechanismus zusätzlich verstärkt haben.

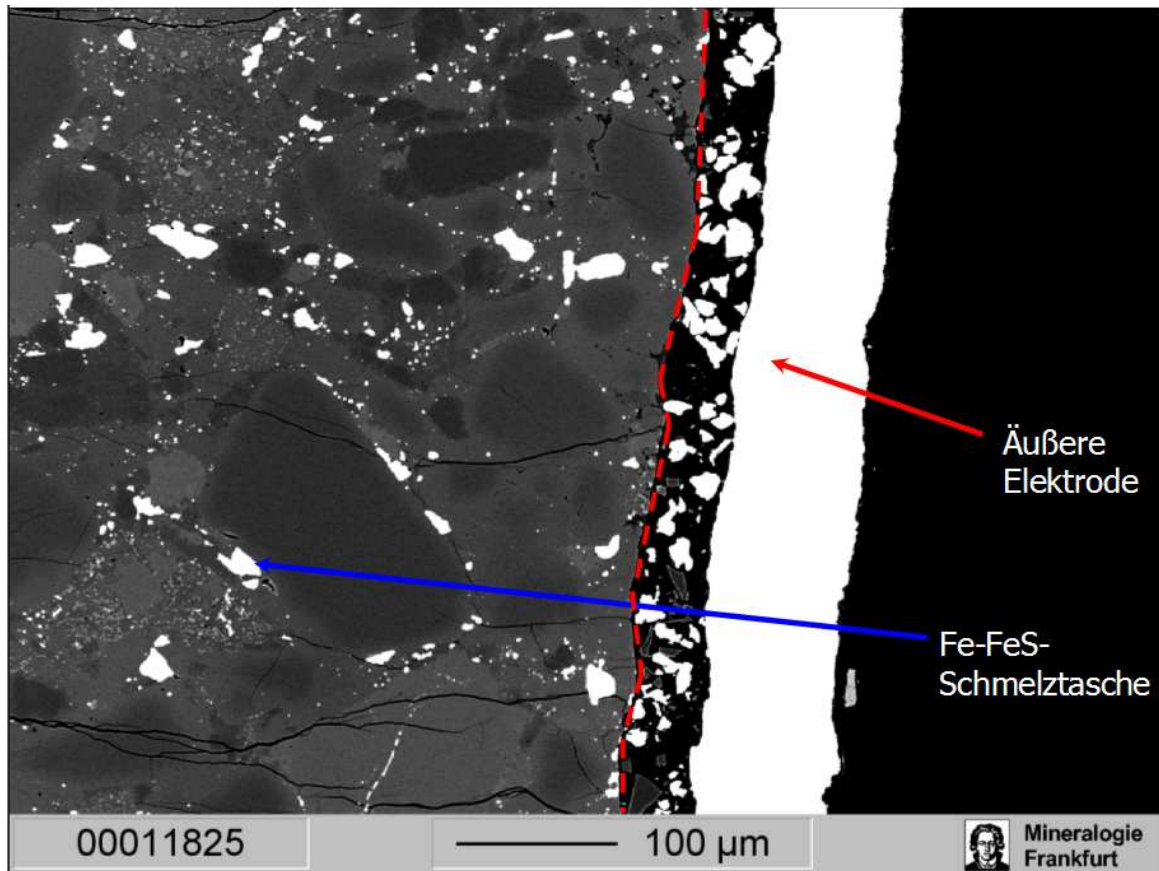


Abbildung 4.4. Mikrosondenaufnahme der Grenzfläche zwischen Molybdän-Elektrode und Probe mit 5 Vol% Fe-FeS und $T_{max}=1513\text{ K}$

Die abschließende Untersuchung der chemischen Zusammensetzung der Elektroden mittels EDS-Methode ergibt, dass Molybdän als Elektrodenmaterial bei Impedanzmessungen besser als Rhenium geeignet ist, um eventuelle chemische Reaktionen der Elektroden mit dem Eisensulfid zu verhindern.

Trotz direktem Kontakt zwischen dem Eisensulfid und dem Elektrodenmaterial kam es zu keiner Kontamination der Molybdän-Elektroden (s. a. Abb. 4.4). Auch wurde keine Oxidation der Elektroden festgestellt.

Währenddessen wurde bei einem Experiment an der inneren Rhenium-Elektrode Interaktion der Materialien registriert.

4.2 Ergebnisse der Zentrifugenexperimente

Anhand der graphischen Darstellungen der Proben (s. a. Abb. 4.5a-d) kann man erkennen, dass in Peridotit mit 10-30 Gew.% FeS eine Separation des Eisensulfids von den Silikaten einsetzt. Die Resultate einer Referenzprobe ohne FeS (Probe 4) lassen erkennen, dass die Silikatschmelze in Richtung Probenoberkante aufsteigt. Da Probe 4 nur aus Peridotit zusammengesetzt ist, wird sie nicht weiter untersucht.

Deshalb ist es möglich, dass durch den Aufstieg der Silikatschmelze die Perkolation des Eisensulfids durch die Kompression der verbleibenden Matrix verursacht wird.

Diese Idee wird jedoch durch Probe 7 (Peridotit+30 Gew.% FeS), die nur bis 1423 K erhitzt wurde und damit nur wenig silikatische Schmelze enthielt, widerlegt. Diese Probe zeigt nämlich eine deutlich ausgeprägte Separation des Eisensulfids in Richtung des Bodens der Probe (s. a. Abb. 4.5d). Die Messdaten zeigen die Tendenz, dass mit zunehmendem Schmelzgehalt die Geschwindigkeit der beiden Schmelzphasen gleichfalls ansteigt. Aber sie zeigen auch, dass sich die Einschätzung der Verteilung von Schmelze bei Proben, die sowohl silikatische als auch FeS-Schmelze aufweisen (Proben 2 und 6 - s. a. Abb. 4.5a+c), wegen der Interaktion beider Schmelzen schwieriger gestaltet als bei den Proben 4 und 7 (s. a. Abb. 4.6b+d), die jeweils nur eine Schmelzphase aufweisen.

Aufschlussreicher ist deshalb die Analyse der horizontalen Mittelwerte der Schmelzkonzentrationen, weil dadurch der Einfluss von Randeffekten auf die Daten zur Schmelzverteilung in den Proben reduziert wird.

Probe 2 (Peridotit+10 Gew.% FeS) zeigt hierbei über etwa 2/3 der Probenhöhe einen kontinuierlichen Anstieg der Häufigkeit von FeS-Schmelze (s. a. Abb. 4.6 blaue Kurve), sinkt aber im unteren Drittel wieder auf das Niveau der Probenoberkante von etwa 4 Vol% ab. Dies lässt sich auf die kurze Dauer der Zentrifugation von nur 2 h zurückführen, wodurch der Rückgang der Schmelzhäufigkeit bedingt ist durch die Tatsache, dass die Perkolationgeschwindigkeit u_f zu gering war, um die komplette Durchquerung der Probe innerhalb von 2 h zu erlauben.

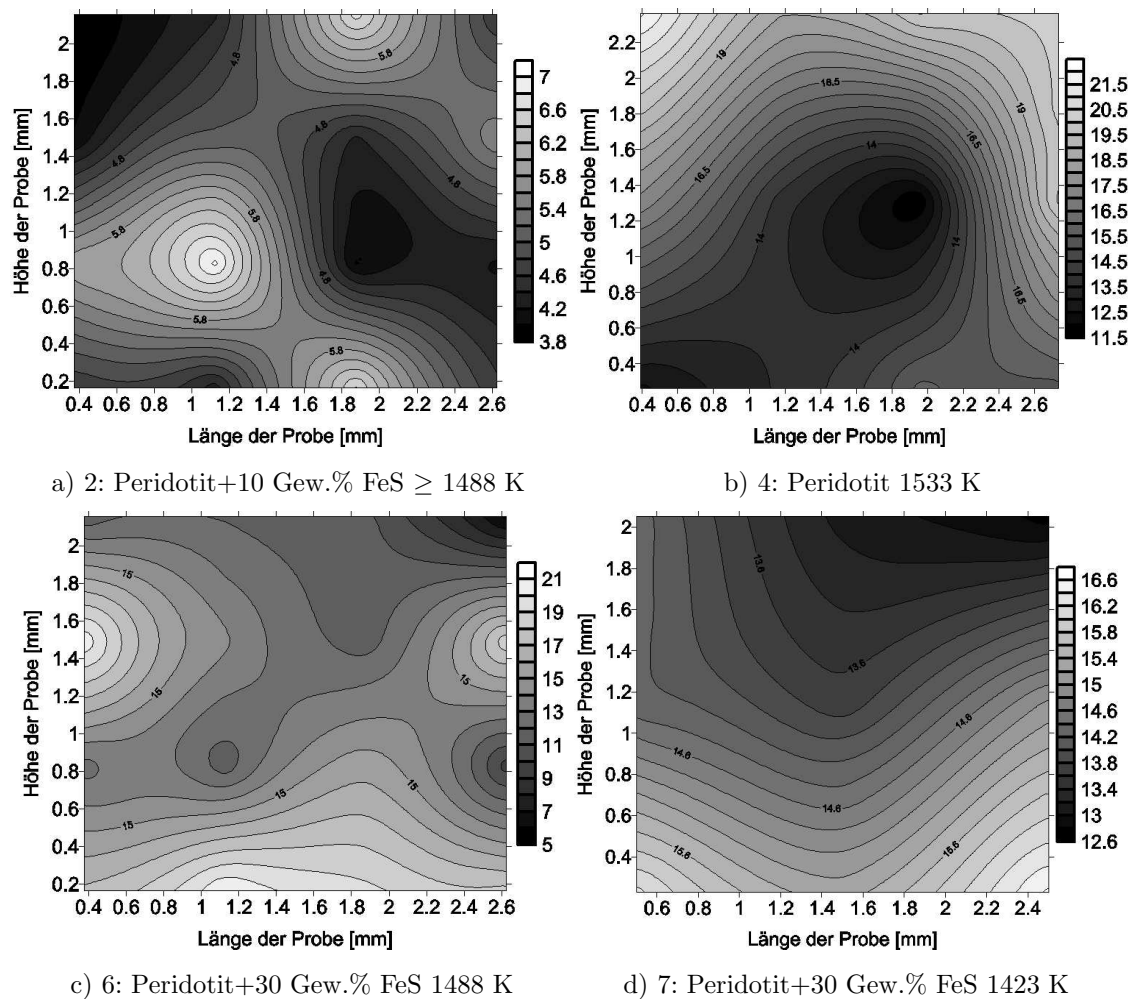


Abbildung 4.5. Schmelzverteilung in den Zentrifugenproben

Die Schwerebeschleunigung in der Zentrifuge zeigt in den Darstellungen stets nach unten. Man beachte, dass für alle Proben (bis auf Probe 4 - kein FeS, deshalb Verteilung silikatischer Schmelze), die Schmelzverteilung von FeS dargestellt ist.

Für die Bestimmung der Perkolationsgeschwindigkeit werden deshalb nur die fünf oberen Messpunkte verwendet (s. a. Abb. 4.6 blaue Kurve).

In Probe 6 (Peridotit+30 Gew.% FeS) erkennt man, dass im oberen und unteren Abschnitt eine hohe Perkolationsgeschwindigkeit von Eisensulfid in Richtung Probenboden vorliegt (s. a. Abb. 4.6 rote Kurve). Sie geht im zentralen Bereich der Probe in eine negative Perkolationsgeschwindigkeit über. Dies könnte auf die große Häufigkeit von sowohl FeS- als auch

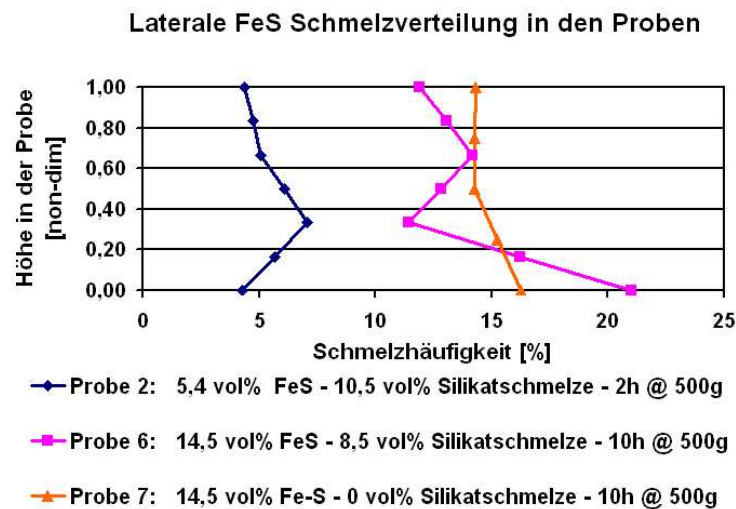


Abbildung 4.6. Profile der FeS-Schmelzverteilung in den Proben 2,6 und 7

Silikatschmelze in dieser Probe zurückgehen, die sich, bedingt durch ihre unterschiedlichen Dichten, in entgegengesetzte Richtungen bewegen und dabei gegenseitig behindern.

Dagegen bestätigt Probe 7 (Peridotit+30 Gew.% FeS) das erwartete Verhalten einer in Richtung der Schwerebeschleunigung gerichteten Perkolation der FeS-Schmelze (s. a. Abb. 4.6 orange Kurve). Es fällt jedoch auf, dass die Perkulationsgeschwindigkeit ohne Silikatschmelze deutlich geringer ausfällt als in den beiden anderen Fällen. Dies bestätigt die Annahme, dass die Perkulationsgeschwindigkeit von Eisensulfid von der Menge an silikatischer Schmelze in der Matrix abhängig ist.

Anscheinend ist, bedingt durch die hohen Dihedralwinkel von über 70° , die Perkolation von Eisensulfid-Tropfen durch die ungeschmolzene Matrix erschwert, da keine Interkonnektivität auftritt, und nur durch grain boundary migration (s. a. Kap. 4.1) möglich. Dagegen ist sie beim Auftreten von Silikatschmelzen bereits bei FeS-Schmelzmengen von nur 5 Vol% vereinfacht. Die Diffusion durch eine teilgeschmolzene Matrix scheint ein effizienter Transportmechanismus für Eisensulfidschmelzen zu sein.

Gehalt an Silikatschmelze	Probe 7 0 Vol%	Probe 6 8,5 Vol%	Probe 2 10,5 Vol%
$g' [m/s^2]$	4905	4905	4905
$R [m]$	$5 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-6}$
$\eta_f [Pas]$	$6 \cdot 10^{12}$	$1 \cdot 10^{12}$	$6 \cdot 10^{11}$
$\rho_s - \rho_f [kg/m^3]$	3000	3000	3000
$v_S [m/s]$	$1,36 \cdot 10^{-17}$	$8,18 \cdot 10^{-17}$	$1,36 \cdot 10^{-16}$
$\Delta t [s]$	36000	36000	7200
$\Delta Z [m]$	$2,28 \cdot 10^{-3}$	$2,32 \cdot 10^{-3}$	$2,32 \cdot 10^{-3}$
$u_f [m/s]$	$1,17 \cdot 10^{-8}$	$4,06 \cdot 10^{-8}$	$1,21 \cdot 10^{-7}$

Tabelle 4.1. Theoretische und gemessene Geschwindigkeiten in den Proben bei 500g. Es sollte beachtet werden, dass der Schmelzgehalt obiger Tabelle sich auf die silikatische Schmelze bezieht.

Zur Überprüfung der Hypothese und zur Eingrenzung des Segregationsmechanismus von Eisensulfid, kann die Stokes-Geschwindigkeit

$$v_S = \frac{2(\rho_s - \rho_f)g'R^2}{9\eta_f} \quad (4.1)$$

v_S Stokes-Geschwindigkeit, ρ_s Dichte der Silikatmatrix, ρ_f Dichte der FeS-Schmelztropfen, g' Schwerebeschleunigung in der Zentrifuge, R Radius der Schmelztropfen (aus Aufnahmen an der Mikrosonde), η_f Viskosität der Silikatmatrix (nach Scott & Kohlstedt, 2006 bei T=1523 K)

von FeS-Sphären ermittelt werden. Damit kann einmittleit werden, ob es sich beim beobachteten Prozess um die Sedimentation des Eisensulfids in Richtung des Schwerfelds handelt.

Der Vergleich der gemessenen mit den theoretischen Stokes-Geschwindigkeiten (s. a. Tab. 4.1) zeigt, dass diese Erklärung ausgeschlossen werden kann. Die berechnete Geschwindigkeit ist stets um mehrere Größenordnungen kleiner als die Messresultate.

Dies unterstützt die Diffusionshypothese.

Konsequenzen für die Erdkernbildung

Es sei die Protoerde mit Radius R und einer konstanten Dichte ρ angenommen. Um aus den gewonnenen Perkolationsgeschwindigkeiten u_f Kernbildungszeiten zu bestimmen, müssen sie durch den Faktor $g'=500g$ geteilt und zur Berücksichtigung der Abnahme der Schwerebeschleunigung mit der Tiefe mit einer tiefenabhängigen Schwerebeschleunigung skaliert werden.

Es ergibt sich folgende Gleichung¹:

$$t_{Kern} = \frac{1}{-4u_f/3g' \cdot \pi G \rho} \cdot \ln \left(\frac{R_0}{R} \right) \quad (4.2)$$

u_f Perkolationsgeschwindigkeit, g' In der Zentrifuge verwendete Schwerebeschleunigung, ρ Dichte, R_0 Abstand zum Erdmittelpunkt, R Radius der Protoerde; Herleitung s. a. Anhang B

Unter der Annahme, dass die Schmelzperkolation einsetzt, sobald die Einschläge von Planetesimalen energiereich genug sind, um die oberflächennahen Schichten der Protoerde aufzuschmelzen, wird für die Rechnung ein Radius von $R=3,6 \cdot 10^6$ m (nach Davies, 1990) und eine Protokerndichte $\rho=6000 \text{ kgm}^{-3}$ (nach Honda et al., 1993) angenommen.

Aus den Aufnahmen an der Mikrosonde wird $\Delta R \approx 10 \mu\text{m} = 10^{-5}$ m abgeschätzt.

Nehme man an, dass sich nahe der Oberfläche eine Eisensulfid-Schicht mit diesem Radius ΔR ausbildet. Im Erdmittelpunkt wird diese Schicht den Radius R_0 aufweisen. Es kann angenommen werden, dass sich die Schmelztropfen in dieser berechneten Tiefe vereinigen und einen Eisenkern ausbilden. Dieser Wert wird als obere Integrationsgrenze R_0 (Abstand

¹Es sollte beachtet werden, dass in dieser vereinfachten Gleichung die Rolle der experimentell bislang nicht bestimmbareren Kompaktionslänge unberücksichtigt bleibt.

Silikatschmelze	Probe 7 0 Vol%	Probe 6 8,5 Vol%	Probe 2 10,5 Vol%
$t_{Kern}[s]$	$2,13 \cdot 10^{18}$	$6,13 \cdot 10^{17}$	$2,06 \cdot 10^{17}$
$t_{Kern}[Ga]$	67,5	19,4	6,5

Tabelle 4.2. Theoretisch ermittelte Kernbildungszeiten

zum Erdmittelpunkt) in Gl. (4.2) verwendet:

$$R_0 = \sqrt[3]{3R^2\Delta R - 3\Delta R^2R + \Delta R^3} = 729,9 \text{ m}$$

Die Resultate zeigen, dass selbst im Fall einer Beimengung 30 Gew.% FeS und dem Auftreten von 10,5 Vol% Silikatschmelze die Perkulationsgeschwindigkeit zu langsam ist, um den Eisenkern der Erde in der durch Hf/W-Isotopie vorgegebenen Zeit auszubilden (s. a. Tab. 4.2). Verwendet man die experimentellen Daten, um eine grobe Extrapolation durchzuführen, erkennt man, dass unter der Annahme exponentieller Zunahme der Perkulationsgeschwindigkeit diese erst hoch genug ist, um den Vorgaben der Hf/W-Chronometrie zu genügen, wenn der Gehalt an silikatischer Schmelze deutlich vergrößert wird (>35 Vol%). Bei einer solch hohen Schmelzmenge kann der Segregationsmechanismus jedoch nicht mehr als Perkulation bezeichnet werden, sondern muss als „Rain Fall“, das Absinken von flüssigen Eisentropfen im partiell aufgeschmolzenen *Magmaocean*, angesprochen werden. Um dies zu überprüfen sind jedoch zukünftige Experimente bei hohen Silikatschmelzgehalten notwendig.

Modellrechnungen

Zur Untersuchung der Ausbildung und des Absinkens von Eisendiapiren, wird der von Schmeling (2000) entwickelte 2D Finite-Differenzen Code FDCON verwendet. Dieser Code wurde für die Simulation vertikal spiegelsymmetrischer, großskaliger fluid-dynamischer Prozesse entworfen. Der Code ist konzipiert, sowohl das Fließverhalten eines Ein- als auch eines Zwei-Phasen-Systems, welches aus einer hochviskosen Phase, der Matrix, und einer nieder-viskosen Phase, der Schmelze, besteht, zu bestimmen. Dies geschieht durch die Lösung der Erhaltungsgleichungen für die Masse (Glg. 2.13 bzw. 2.18 & 2.19), den Impuls (Glg. 2.14 bzw. 2.20 & 2.21) und die Energie (Gl. 2.17 bzw. Schmeling (2000), Glg. 9). Zur Lösung der zeitabhängigen Gleichungen wird ein Voll-Implizites-Differenzenschema in Verbindung mit einer ADI¹-Methode verwendet; die Advektion wird durch ein Upwind-Verfahren durchgeführt. Als obere und untere Randbedingungen wird stets free slip (scherspannungsfreier Rand) verwendet.

Die Anzahl der Gitterpunkte ist so festgelegt, dass das Verhältnis der Abstände zwischen den Gitterpunkten in horizontaler und vertikaler Richtung etwa 1:1 beträgt.

¹ADI steht hierbei für **A**lternative **D**irect **I**mplicit

Skalierung der Modelle

Um Modelle miteinander vergleichbar zu machen, werden sie üblicherweise normiert. In dieser Arbeit wird für alle numerischen Modelle die von Schmeling (2000) vorgestellte Normierung verwendet. Hierbei stehen gestrichene Größen für dimensionslose Größen.

$$x = hx' \qquad \vec{u} = \frac{\kappa}{h} \vec{u}' \qquad t = \frac{h^2}{\kappa} t' \qquad (5.1)$$

$$T = \Delta T T' \qquad \eta = \eta_0 \eta' \qquad \rho = \rho_0 \rho' \qquad (5.2)$$

$$\tau = \frac{\kappa \eta}{h^2} \tau'$$

5.1 Modellrechnungen ohne Schmelzbildung

5.1.1 Rand- und Anfangsbedingungen

Es wird für die Modellrechnungen ein Szenario verwendet, dass kurz nach der Ausbildung von impaktbedingten Schmelzen nahe der Oberfläche der Protoerde einsetzt. Um die entstehende Eisenschicht numerisch auflösen zu können, wird nicht direkt die Entwicklung eines ersten dünnen Eisenfilms untersucht, sondern die Annahme getroffen, dass die Rayleigh-Taylor-Instabilität wenige 10^4 a später einsetzt, wenn sich bereits ein 100 km tiefer Magmaozean (Sasaki & Nakazawa, 1986; Honda et al., 1993) an der Oberfläche ausgebildet hat. Es wird angenommen, dass sich das Eisen von den geschmolzenen Silikaten trennen und eine Eisenschicht von ebenfalls 100 km Mächtigkeit (Honda et al., 1993) formen konnte. Es wird ein Gesamtradius von 3800 km angenommen (Coradini et al., 1983). Bei den Rechnungen wird ein zweidimensionaler planparalleler Ausschnitt der frühen Erde mit dem Längen-/Breitenverhältnis von $c=0,3233$ verwendet, der die Hälfte der charakteristischen Wellenlänge λ_{char} umfasst.

Es wurde eine sinusförmige Anfangsperturbation der Amplitude A verwendet, wobei diese in der Modellbox halb erfasst ist. Durch die Anwendung der symmetrischen Randbedingung an beiden Seiten muss nur der halbe Diapir ohne Veränderung des fluiddynamischen

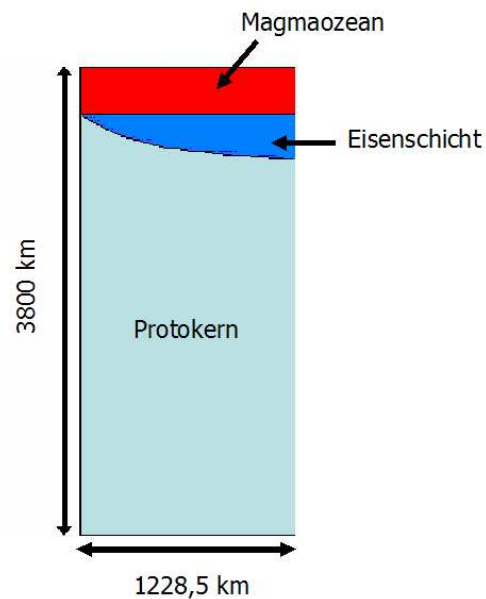


Abbildung 5.1. Anfangskonfiguration der schmelzfreien Modelle

Problems modelliert werden. Dies erlaubt es unter Aufwendung ähnlicher Rechenzeit die Auflösung des Gitters erhöhen zu können.

Folgende Parameter wurden bei den Modellrechnungen ohne Ausbildung von Schmelzen, sofern nicht anders angegeben, verwendet:

Längenskala der Modellbox h	$3,8 \cdot 10^6 \text{ m}$
Längen-/Breitenverhältnis c	0,3233
Gitterpunkte in horizontaler Richtung nx	52
Gitterpunkte in vertikaler Richtung nz	160
Mächtigkeit Silikatschicht d_{Si}	$1 \cdot 10^5 \text{ m}$
Mächtigkeit Eisenschicht (unperturbiert) d_{Fe}	$1 \cdot 10^5 \text{ m}$
Mächtigkeit Protokern d_{PK}	$3,6 \cdot 10^6 \text{ m}$
Amplitude der Perturbation A	$1,0 \cdot 10^5 \text{ m}$
Dichte Silikatschicht ρ_{Si}	3500 kg m^{-3}

Dichte Eisenschicht ρ_{Fe}	10000 kg m^{-3}
Dichte Protokern ρ_{PK}	6000 kg m^{-3}
Viskosität Silikatschicht η_{Si}	10^{22} Pas
Viskosität Eisenschicht η_{Fe}	10^{22} Pas
Viskosität Protokern η_{PK}	10^{24} Pas
Temperatur Oberfläche T	1764 K
Temperaturgradient Magmaozean (dT_M/dz)	$-7,6 \cdot 10^{-3} \text{ Km}^{-1}$
Temperaturgradient oberer Protokern (dT_{PK_1}/dz)	$-5,2 \cdot 10^{-4} \text{ Km}^{-1}$
Temperaturgradient mittlerer Protokern (dT_{PK_2}/dz)	$-2,4 \cdot 10^{-4} \text{ Km}^{-1}$
Temperaturgradient unterer Protokern (dT_{PK_3}/dz)	0 Km^{-1}
Schwerebeschleunigung an der Oberfläche g	7 ms^{-2}
Gradient Schwerebeschleunigung im Protokern (dg/dz)	$-1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-2}$
Temperaturleitfähigkeit κ	$1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
Thermischer Expansionskoeffizient	$1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$
Wärmekapazität, c_P	$1,3 \cdot 10^3 \text{ Jkg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

Tabelle 5.1: Werte der physikalischen Parameter in der Protoerde

(nach Daten von Sasaki & Nakazawa, 1986; Honda et al., 1993; Karato & Murthy, 1997a und Steinberger & Calderwood, 2006)

Temperaturprofil

Für die Modelle wird ein Temperaturprofil verwendet, das berücksichtigt, dass der zentrale Bereich des Protokerns durch die Akkretion kleiner Planetesimale entstanden ist. Deshalb ist die Temperatur dort niedrig, während sie zur Oberfläche hin ansteigt (Davies, 1990). Als Anfangstemperaturprofil wird ein von Sasaki & Nakazawa (1986) numerisch ermitteltes

Temperaturprofil verwendet, das dem Zeitpunkt der Ausbildung eines flachen, etwa 100 km tiefen Magmaozeans entspricht. Hierzu wird das vorgegebene Temperaturprofil von Sasaki & Nakazawa (1986) mittels linearer Regressionskurven in den Abschnitten tiefer Protokern (0-1000 km Radius), mittlerer Protokern (1000-1410 km Radius), oberer Protokern (1410-3600 km Radius), Eisenschicht (3600-3700 km Radius) und Magmaozean (3700-3800 km Radius) jeweils angepasst. Die Unterteilung des Protokerns in drei Zonen soll hierbei die Abnahme des Temperaturgradienten in der Tiefe möglichst genau berücksichtigen.

Im Temperaturprofil werden Sprünge durch Phasengrenzen vernachlässigt, da der Druck im Mittelpunkt der Protoerde nur wenig höher ist als 12 GPa; der Druck, der für den Phasenübergang Olivin/ α -Spinell bei im Protokern zu erwartenden Anfangstemperaturen ($T \approx 600$ K, s. a. Abbildung (5.2)) notwendig ist (Wu et al., 1993).

Viskosität

Das Temperaturprofil im oben aufliegenden Magmaozean und der Eisenschicht weist eine Temperatur oberhalb der Liquidustemperatur auf. Damit muss ein sehr hoher Schmelzanteil vorliegen und entsprechend die Viskosität niedrig sein. So haben ultramafische Magmen, die den Schmelzen des Magmaozeans ähnlich sein dürften, Viskositäten im Bereich von 10-100 Pas (Bottinga and Weill, 1972). Doch können solche Werte in der numerischen Simulation keine Anwendung finden, da die Resultate bei der Iteration nicht konvergieren, wenn die Viskositäten der beiden in Kontakt stehenden Medien um mehr als zwei bis drei Größenordnungen voneinander abweichen. Auch auf einen Viskositätsunterschied zwischen komplett und partiell geschmolzenem Magmaozean (Sasaki & Nakazawa, 1986; Karato & Murthy, 1997a) wird verzichtet.

Dies hat aber keinen Einfluss auf die Resultate, da die oberste Schicht im Modell gravitativ stabil ist und somit von nicht von der Rayleigh-Taylor-Instabilität betroffen ist. Doch dürfte die deutlich höher gewählte Viskosität der Eisenschicht ($\eta=10^{22}$ Pas) den Kernbildungsvorgang verlangsamen. Die ermittelten Absinkzeiten sind deshalb als eine *Abschätzung der*

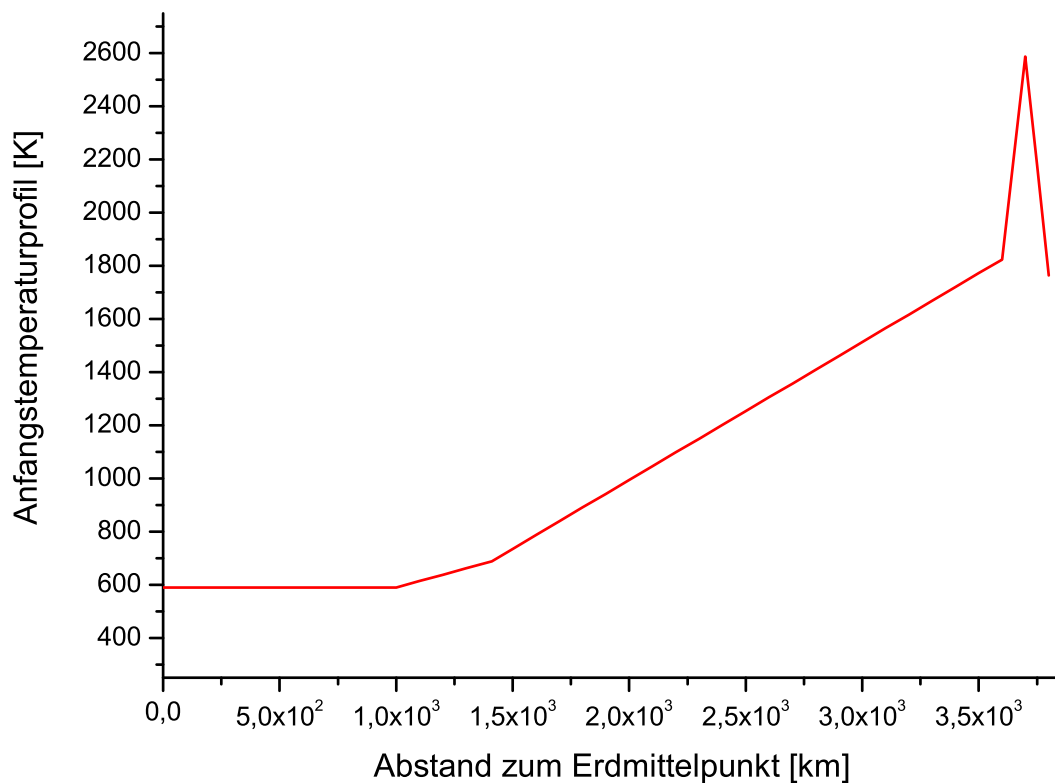


Abbildung 5.2. Anfangstemperaturprofil (nach Sasaki & Nakazawa, 1986)

Kernbildungszeit nach oben anzusehen.

In den Modellen wird zur Bestimmung der Gitterviskosität auf diejenigen der Marker im betreffenden Gitter der *geometrische Mittelwert* angewendet.

Für den Protokern wird im temperaturunabhängigen Fall eine konstante Viskosität von 10^{24} Pas angesetzt.

Im Falle von temperaturabhängiger Rheologie finden im Modell die Resultate von Karato & Murthy (1997a) Anklang, die besagen, dass die Viskosität des Protokerns einen Wert von $\eta=10^{26\pm 2}$ Pas nicht überschreiten kann. Dies ist bedingt durch die geringe Korngröße im Protokern. Sie ist auf das langsame Korngrößenwachstum bei niedrigen Temperaturen zurückzuführen. Die Viskosität wird bei Erreichen dieses kritischen Wertes in Gl. (2.9) ge-

kappt und mit weiter zunehmender Tiefe und der damit verbunden fallenden Temperatur konstant gehalten.

Es ist bekannt, dass wenn die Spannung einen kritischen Wert überschreitet, der Deformationsmechanismus von Diffusionskriechen zu Potenzgesetzkriechen übergeht. In diesem Regime schreitet die Deformation schneller voran als beim Diffusionskriechen. Dieser zweite Deformationsmechanismus reduziert dabei die Viskosität des Protokerns. Hierbei wird jedoch im Modell eine Mindestviskosität an der perturbierten Oberkante des Protokerns von 10^{22} Pas angesetzt. Dies kann erreicht werden, indem in den Gleichungen (2.8) und (2.9) neben der Anfangstemperatur T_0 an der Oberkante des Protokerns angewendet wird, dass gilt:

$$\tau_0 = (\rho_{Fe} - \rho_{PK}) g A$$

τ_0 deviatorische Spannung zum Zeitpunkt 0, ρ_{Fe} Dichte von Eisen, ρ_{PK} Dichte des Protokerns, g Schwerebeschleunigung an der Oberkante des Protokerns, A Amplitude der Anfangsperturbation

Schwerebeschleunigung

Im Modell wird die gesamte Protoerde untersucht. Deshalb kann die Abnahme der Schwerebeschleunigung mit der Tiefe nicht vernachlässigt werden. Dies muss entsprechend im letzten Term der rechten Seite der Navier-Stokes-Gleichung (Gl. 2.16) mitberücksichtigt werden.

Für das anfängliche Schwereprofil gilt im Protokern ($r < d_{PK}$):

$$g(r) = \frac{4}{3} \pi G \rho_{PK} r$$

In der Eisenschicht ($d_{PK} < r < d_{PK} + d_{Fe}$) gilt dann:

$$g(r) = \frac{4\pi G}{3} \frac{1}{r^2} (\rho_{Fe} r^3 + (\rho_{PK} - \rho_{Fe}) d_{PK}^3)$$

Im Bereich des Magmaozeans ($d_{PK} + d_{Fe} < r < h$) folgt entsprechend:

$$g(r) = \frac{4\pi G}{3} \frac{1}{r^2} (\rho_{PK} d_{PK}^3 + \rho_{Fe} ((d_{PK} + d_{Fe})^3 - d_{PK}^3) + \rho_{Si} (r^3 - (d_{PK} + d_{Fe})^3))$$

Die Nomenklatur ist Tabelle (5.1) entnommen.

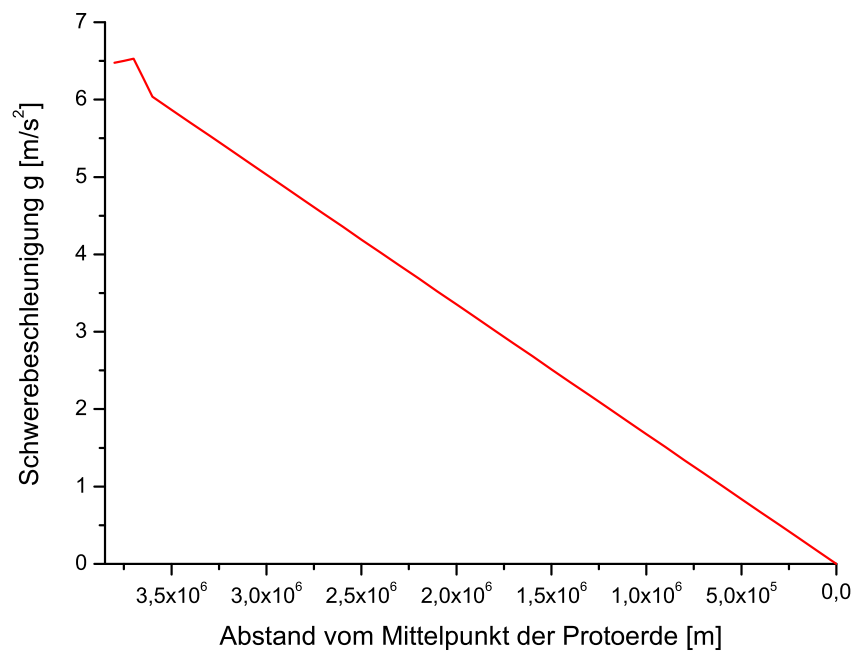


Abbildung 5.3. Änderung der Schwerebeschleunigung in der Protoerde

Dissipation

Um unrealistisch hohe Dissipationsraten², bedingt durch die hohen Viskositäten der sich gegeneinander bewegenden Medien zu vermeiden, wird die Dissipation in Gittern, die Marker unterschiedlicher Chemie enthalten, künstlich auf Null gesetzt. Deshalb wird kein Abschneidewert für die Dissipation definiert, um den maximalen Effekt im verbleibenden Gitter zu ermitteln.

Um den Einfluss dieser Einschränkung auf das Gesamtergebn gering zu halten, ist es dementsprechend erforderlich, eine möglichst hohe Auflösung des Finiten Differenzen (FD)-Gitters zu verwenden.

5.1.2 Resultate der Modelle ohne Schmelzbildung

Parameterstudie: Viskosität des Protokerns

Wie in Abbildung (5.4) gezeigt, wird zuerst eine *temperaturabhängige* Viskosität verwendet. Dadurch ist es möglich die geeignete Viskosität der Protokernoberkante zu ermitteln, die den Abstieg eines heißen Diapirs innerhalb der durch Hf/W-Chronometrie vorgegebenen Zeit ermöglicht. Bei der angegebenen Viskosität handelt es sich jeweils um diejenige an der Oberkante des Protokerns unter Auflast der perturbierten Eisenschicht. Es werden Startviskositäten an der Grenzschicht verwendet, die nicht mehr als drei Größenordnungen von derjenigen des Eisens ($\eta=10^{22}$ Pas) entfernt sind. Die Daten zeigen, wie erwartet, einen Anstieg der Sinkgeschwindigkeit mit abnehmender Viskosität der Protokernoberkante.

Es wird der für Modelle des heutigen Mantels angegebene Potenzgesetzexponent von $n=3$ verwendet. Dieser führt zur spannungsbedingten Absenkung der Viskosität des Protokerns.

²Die Stromfunktion Ψ wird zweifach abgeleitet, was zu einer Unstetigkeit an der Phasengrenze führt. Aus dem Viskositätskontrast an dieser resultiert eine Unstetigkeit der Spannung an der Grenzfläche. Zudem ist die Navier-Stokes-Gleichung streng genommen jeweils nur in einer Schicht gültig. Dadurch werden unrealistische Werte der Dissipation an der Grenzfläche erreicht.

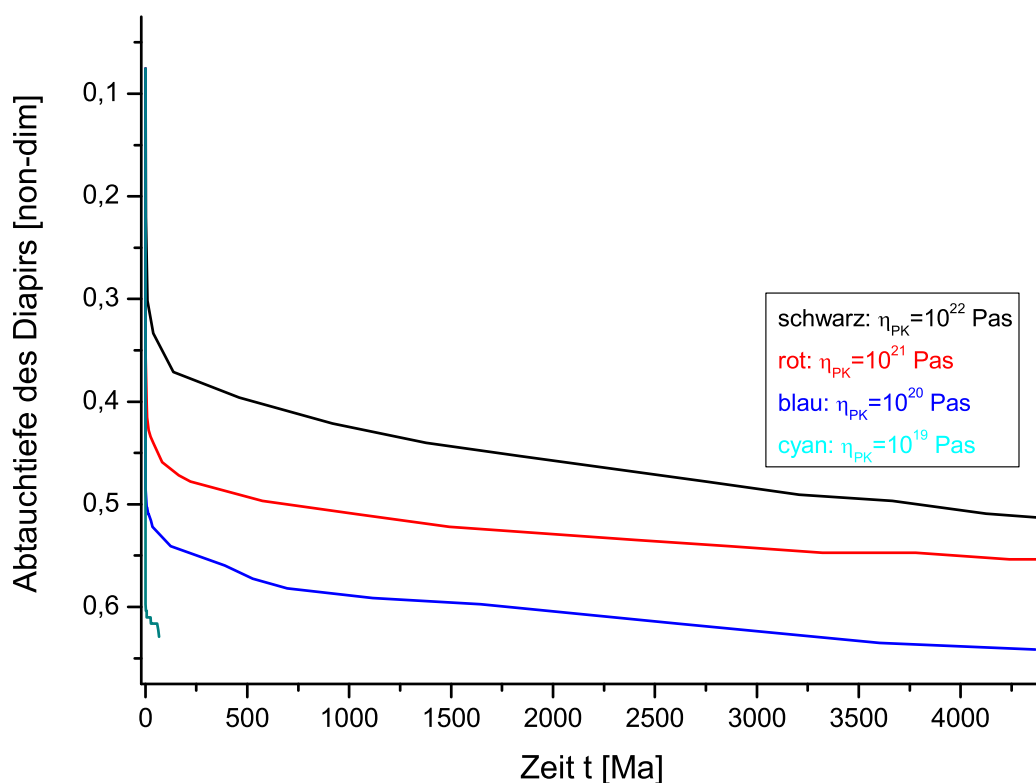


Abbildung 5.4. Bestimmung der geeigneten Viskosität des Protokerns (temperaturabhängig)

$$\begin{array}{cccc}
 \eta_{Si} = 10^{22} \text{ Pas} & \eta_{Fe} = 10^{22} \text{ Pas} & \eta_{PK}^{Ok} \text{ variabel} & \eta_{trunc}^{unten} = 10^{19} \text{ Pas} \\
 \eta_{trunc}^{oben} = 10^{26} \text{ Pas} & b = 20 & n = 3 &
 \end{array}$$

Verwendete Parameter:

Der Diapir zeigt in der anfänglichen Phase des Abstiegs, in der er sich aus einer Rayleigh-Taylor-Instabilität entwickelt, die höchste Sinkgeschwindigkeit. Dies ist darauf zurückzuführen, dass stets die charakteristische Wellenlänge als Anfangsbedingung verwendet wird. Dies führt zu einem anfänglichen schnellen Wachstum der Perturbationsamplitude (s. a. Kap. 2.3).

Zu Beginn des Absinkens des Eisens wird ein Teil der oberen Silikatschicht vom absinkenden Eisen mitgerissen, trotz deren positivem Auftrieb. Neben der hohen anfänglichen

Sinkgeschwindigkeit ist auch die hohe Viskosität, sowohl der Silikat- als auch Eisenschicht im Modell dafür verantwortlich. Dementsprechend zeigen alle Modelle, dass sich diese Silikate im Verlauf der Zeit wieder vom Eisendiapir lösen und zur Grenzschicht aufsteigen. Im Verlauf der Zeit nimmt die Geschwindigkeit des Diapirs ab, was sich teilweise durch die Abnahme der Schwerebeschleunigung mit der Tiefe erklären lässt. Größtenteils ist die Reduktion der Geschwindigkeit jedoch darauf zurückzuführen, dass die Temperatur in Richtung des Zentrums stark abnimmt, was zu einem starken Anstieg der Viskosität führt. Die Modelle mit den kleinsten Startviskositäten können dabei einen größeren Tiefenbereich überwinden, bevor die obere Abschneideviskosität (cut-off viscosity) von 10^{26} Pas erreicht wird. Das Erreichen dieser Grenze zeigt sich durch eine Anpassung der Absinkgeschwindigkeiten der Modelle mit Anfangswerten von 10^{20} - 10^{22} Pas im unteren Teil des Protokerns (Abb. 5.4 blaue, rote & schwarze Kurve).

Vergleich mit der Stokes-Geschwindigkeit

Die Geschwindigkeit der absinkenden Diapire kann, laut Honda et al. (1993) und Ziehe (2003), näherungsweise mittels der Stokes-Gleichung (4.1) bestimmt werden.

Diese aus Abb. (5.4) für den Diapir mit $\eta=10^{20}$ Pas (blaue Kurve) repräsentativ in einer nicht-dimensionierten Tiefe von 0,6 ermittelte Sinkgeschwindigkeit von $v=2,21 \cdot 10^{-12} \text{ ms}^{-1}$ des Diapirs entspricht etwa 80% der zu erwartenden Stokes-Geschwindigkeit von:

$$v_S = \frac{2}{9} \frac{\Delta \rho g r^2}{\eta} = 2,76 \cdot 10^{-12} \text{ ms}^{-1}$$

Verwendete Werte:

$\Delta \rho = 4000 \text{ kgm}^{-3}$, $g = \frac{4}{3} \pi G \rho_{Si} R = 3,82 \text{ ms}^{-2}$, $R = 0,6 \cdot 3,8 \cdot 10^6 \text{ m} = 2,28 \cdot 10^6 \text{ m}$, $\eta = 10^{26} \text{ Pas}$,
 $r = 2,85 \cdot 10^5 \text{ m}$ (aus Modell ermittelt)

In der Rechnung wird die Abnahme der Schwerebeschleunigung nicht mitberücksichtigt. Dadurch ist die berechnete Stokes-Geschwindigkeit eine Abschätzung nach oben. Für den Unterschied hauptverantwortlich ist aber, dass die Geschwindigkeit des Diapirs in FDCON diejenige eines unendlich langen Zylinders ist, während die Stokes-Gleichung strenggenommen nur für radialsymmetrische Sphären gilt.

Das Gesamtergebn belegt, dass keine Kernbildung für Viskositäten an der Protokernoberkante von $\eta > 10^{19}$ Pas innerhalb der vorgegebenen Zeit von 33 Ma möglich ist.

Dies deckt sich gut mit dem Wert von Karato & Murthy (1997a) vorgelegten Wert von 10^{18} Pas für die Viskosität der Oberkante des Protokerns.

Größe des Diapirs

Der für die Stokes-Gleichung ermittelte Radius des Diapirs von $r = 2,85 \cdot 10^5$ m deckt sich recht gut mit dem Resultat:

$$r = \sqrt{\frac{(A + d_{Fe}) \lambda}{\pi^2}} = 315,6 \text{ km} \quad (5.3)$$

A Amplitude der sinusförmigen Perturbation, d_{Fe} Mächtigkeit der Eisenschicht, λ Wellenlänge der Perturbation

Verwendete Werte sind Tabelle (5.1) zu entnehmen; Herleitung s. a. Anhang B

Dieses nimmt an, dass sich die gesamte Eisenschicht, bestehend aus der sinusförmigen Perturbation, von der Oberkante des Protokerns ablöst. Die Diskrepanz ist darauf zurückzuführen, dass einige Eisenmarker in den beiden anderen Schichten gelöst werden und somit nicht zum Diapirradius beitragen. Auch muss die Messungenauigkeit, bedingt durch die Art der Mittelwertbildung, in den FD-Gittern mitberücksichtigt werden.

Somit scheint es nach jedem größeren Impakt zur Ausbildung und zur anschließenden

gravitativen Umwälzung (overturn) der Eisenschicht zu kommen. Deshalb kann davon ausgegangen werden, dass die Schichtung so instabil ist, dass für die hier angenommenen Viskositäten an der Oberkante des Protokerns kein Eisen über einen längeren Zeitraum ($t \gg 10^4$ a) an dieser zu verbleiben vermag. Es kann keine Eisenschicht großer Mächtigkeit am Grund des Magmaozeans entstehen. Die Kernbildung kann deshalb nicht durch einen einzigen großen Diapirs am Ende der Akkretionsphase stattfinden. Stattdessen erfolgt sie episodisch nach größeren Einschlägen. Diese Ergebnisse unterstützen Resultate von Honda et al. (1993), die für einen ähnlichen Viskositätsbereich, nämlich Protokernviskositäten an der Oberkante von $\eta \leq 10^{23}$ Pas, ebenfalls dieses Szenario vorschlagen.

Parameterstudie: Einfluss des Potenzgesetzexponenten auf die Absinkgeschwindigkeit des Diapirs im Protokern

Es wird zuerst der Fall *temperaturunabhängiger* Viskosität angenommen. Hierzu wird der dimensionslose Faktor b in Gl. (2.9) gleich Null gesetzt. In Abbildung (5.5a) erkennt man, dass, wie zu erwarten, die Absinkgeschwindigkeit des Diapirs mit steigendem Potenzgesetzexponenten und damit zunehmender Spannungsabhängigkeit stark zunimmt. Dies ist auf eine Reduzierung der Viskosität des den Diapir umgebenden Protokerns zurückzuführen. Diese Daten deuten darauf hin, dass im *temperaturunabhängigen* Fall bereits eine geringe Spannungsabhängigkeit der Viskosität von $n=1,2$ zu einer deutlichen Reduktion der Viskosität beitragen kann. In diesen Modellrechnungen wäre somit ein Diapir mit einem Potenzgesetzexponenten von $n > 1,2$ in der Lage, den Mittelpunkt der Protoerde innerhalb von 33 Ma zu erreichen.

Mit weiterer Zunahme von n steigt entsprechend die Absinkgeschwindigkeit weiterhin an bis für $n > 2,0$ eine Sättigung erreicht wird. Diese ist aber nicht physikalischer Natur, sondern auf die untere Abschneideviskosität von $\eta = 10^{22}$ Pas zurückzuführen.

Dadurch ist keine weitere Erweichung des Materials möglich, wodurch die Sinkgeschwindigkeit unverändert bleibt.

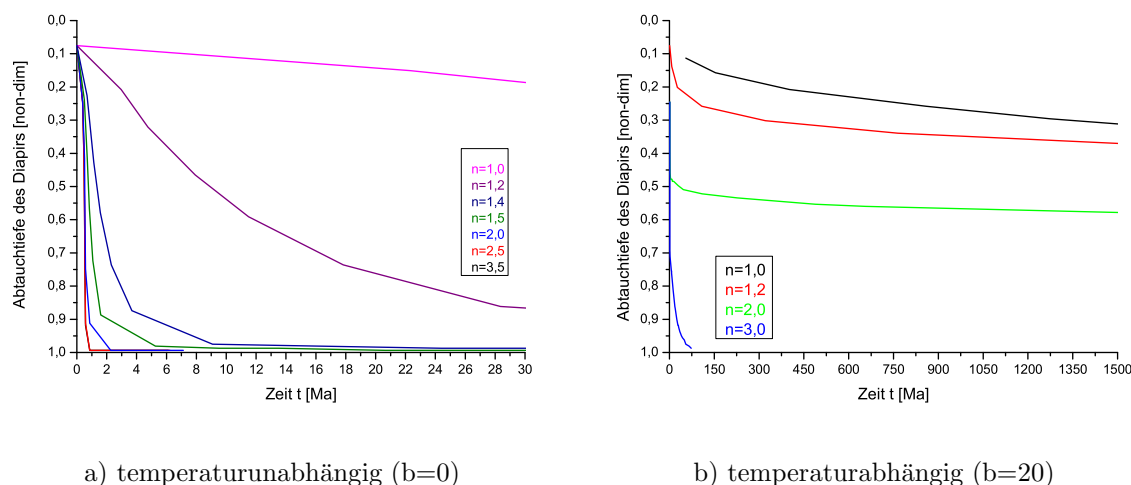


Abbildung 5.5. Abhängigkeit der Absinktiefe vom Exponenten des Potenzgesetzes

Verwendete Parameter:

$$\eta_{Si} = 10^{22} \text{ Pas} \quad \eta_{Fe} = 10^{22} \text{ Pas} \quad \eta_{PK}^{Ok} = 10^{24} \text{ Pas}$$

$$\eta_{trunc}^{unten} = 10^{20} \text{ Pas} \quad \eta_{trunc}^{oben} = 10^{26} \text{ Pas} \quad n \text{ variabel}$$

für b) $b = 20$ $T_Z = 570 \text{ K}$

Folgend wird das Szenario einer *temperaturabhängigen* Viskosität angewendet. Es wird hierbei im Exponentialterm der Gleichung (2.9), wie von Honda et al. (1993) vorgeschlagen, der Wert $b=20$ verwendet.

Die in Abbildung (5.5b) dargestellten Ergebnisse der Variation des Potenzgesetzexponenten n zeigen, dass bedingt durch die Temperaturabhängigkeit der Viskosität die Abstiegs geschwindigkeit durch die hohe Viskosität im kalten unteren Abschnitt des Protokerns stark reduziert wird. Der Einfluss der Spannung auf die Viskosität ist gegenüber dem vorherigen Fall erheblich reduziert. Dies zeigt sich an den ähnlichen Absinkgeschwindigkeiten der Diapire unterschiedlicher Exponenten n im Spätstadium. Die Wirkung der Spannungsabhängigkeit ist auf das Anfangsstadium der Rayleigh-Taylor-Instabilität beschränkt, weil bei der Ausbildung des Eisendiapirs die höchsten deviatorischen Spannungen auftreten. Es ist ein Exponentialfaktor von $n > 3,0$ notwendig, um die Kernbildungszeit von 33 Ma zu einzuhalten, was höher ist als die Abschätzungen für den heutigen Mantel. Die Ergebnisse

belegen, dass die unter der stark vereinfachenden Annahme *temperaturunabhängiger* Viskosität gewonnenen Absinkzeiten die Kernbildungszeit unterschätzen.

„Tunnel“ *niedrigerer Viskosität*

Die Daten *temperaturabhängiger* Modelle belegen die Entwicklung des von Ziethe (2003) erstmals beschriebenen „Tunnels“ niedriger Viskosität, der durch den absinkenden Diapir erzeugt wird. Dieser entsteht dadurch, dass der Diapir das umgebende kühlere Protokernmaterial durch Wärmeleitung erhitzt, was zur Reduktion der Viskosität im durch den Diapir passierten Material führt.

Die in Abb. (5.6) beobachtete starke Deformation des Diapirs ist auf den Viskositätskontrast von nur einigen Größenordnungen zurückzuführen und kann in der Protoerde nicht erwartet werden. Die am rechten Rand der numerischen Box beobachtete Einwölbung des Diapirs ist hierbei, wie von Batchelor (1967) zuerst beschrieben, auf die Wanderung des Stagnationspunktes ins Innere des Diapirs zurückzuführen.

Berechnet man die potentiellen Energien vor und nach dem Absinken eines einzelnen Diapirs und einer Reihe simultan absinkender Diapire

$$E_1 = -\frac{16}{15}\pi^2 G \rho_{PK}^2 R^5$$

$$E_2 = -\frac{16}{15}\pi^2 G \rho_{Fe}^2 R_K^5 - \frac{16}{3}\pi^2 G \left[(\rho_{Fe} - \rho_{PK}) R_K^3 \rho_{PK} \cdot \frac{1}{2} (R^2 - R_K^2) + \rho_{PK}^2 \cdot \frac{1}{5} (R^5 - R_K^5) \right]$$

Verwendete Werte: $\rho_{PK} = 6000 \text{ kgm}^{-3}$, $\rho_{Fe} = 10000 \text{ kgm}^{-3}$, $R_K^{Schicht} = 1,587 \cdot 10^6 \text{ m}$ bzw. $R_K^{Diapir} = 3,156 \cdot 10^5 \text{ m}$ (s. a. vorhergehender Abschnitt), $R = 3,6 \cdot 10^6 \text{ m}$, Herleitung s. a. An-

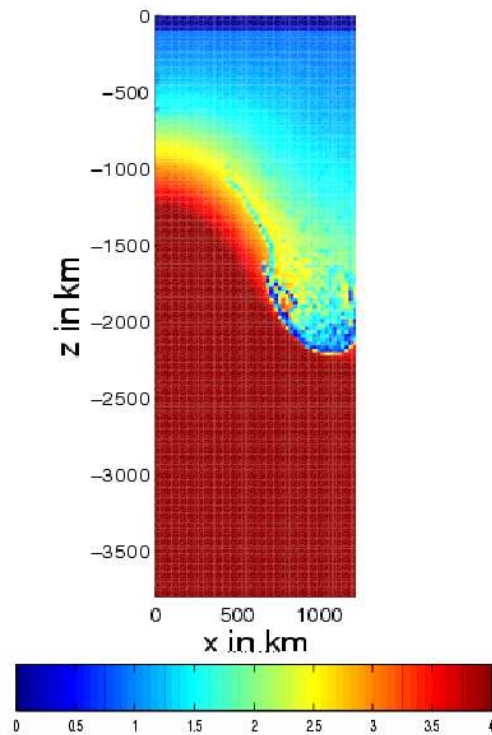


Abbildung 5.6. Entstehung von „Tunneln“ niedrigerer Viskosität im Protokern
Die Darstellung zeigt das Absinken eines Diapirs unter Verwendung temperaturabhängiger Viskosität mit $n=1$.

hang B

und berechnet aus der Differenz dieser Werte den Temperaturanstieg, so ergibt sich:

$$\Delta T_{Diapir} = \frac{E_1 - E_2^{Diapir}}{c_P \cdot M_{PE}} = 9,4 \text{ K}$$

$$\Delta T_{Schicht} = \frac{E_1 - E_2^{Schicht}}{c_P \cdot M_{PE}} = 1215 \text{ K}$$

$c_P = 1300 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ Wärmekapazität, $M_{PE} = 1,4 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ Masse der akkretierenden Protoerde

Dies zeigt, dass ein einzelner Diapir kaum einen Beitrag zum Temperaturhaushalt der Protoerde liefern kann. Im Gegensatz dazu steigt bereits nach dem Abstieg einer Reihe von Diapiren der ersten Generation, verteilt über die gesamte Protoerde, die Temperatur im Inneren der Protoerde um mehr als zwei Größenordnungen stärker an als beim Einzeldiapir. In Übereinstimmung mit Davies (1990) muss deshalb nach dem Absinken der ersten Diapire der kalte Protokern genügend erhitzt sein, um in der Folgezeit akkretiertem Eisen das Absinken zu erleichtern, das seinerseits den Mantel weiter aufheizt. Dies sorgt für eine beträchtliche Reduktion der Umgebungsviskosität und erhöht die Geschwindigkeit der Diapire in den entstehenden „Tunneln“, da ihre Geschwindigkeit nach der Stokes-Gleichung (4.1) umgekehrt proportional zur Umgebungsviskosität ist.

Dadurch können im Zentrum der Protoerde Bedingungen geschaffen werden, die auch für $n < 3,0$ ein Absinken von Diapiren innerhalb der vorgegebenen Frist von 33 Ma ermöglichen.

Parameterstudie: Temperatur im Protokern

Eine Möglichkeit der Reduktion der Viskosität ergibt sich, indem die Temperatur im tiefen Bereich des Protokerns erhöht wird. Dies ist durchaus möglich, da die initiale Temperaturverteilung nicht genau bekannt ist. Dies lässt sich physikalisch, durch die Akkretion größerer Planetesimale in der Frühphase, erklären.

Hierzu wird der Gradient (dT_{PK_1}/dz) (s. a. Tab. 5.1) im oberen Abschnitt des Protokerns kontinuierlich erhöht, während diejenigen im mittleren und unteren Bereich des Protokerns unverändert bleiben. Dadurch steigt die Temperatur im Protokernmittelpunkt in 100 K-Schritten.

Zusätzlich wird im Potenzgesetz der dimensionslose Faktor b variiert. Die Startviskosität an der Oberkante des Protokerns wird unter Verwendung des präexponentiellen Faktors η_0 der Gl. (2.9) stets konstant gehalten.

Die Daten (s. a. Abb. 5.7a-f) zeigen, dass insbesondere für Werte von $b=10-20$ der Temperaturanstieg zu einer deutlichen Reduktion der Viskosität im Protokern führt. Dement-

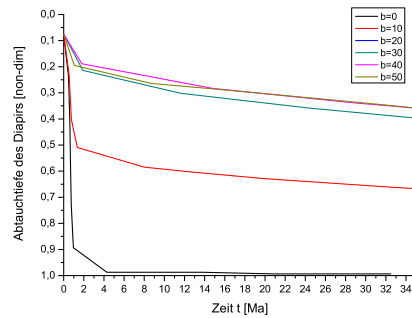
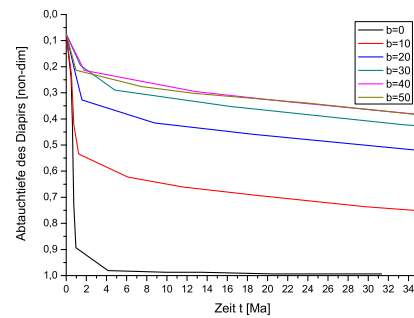
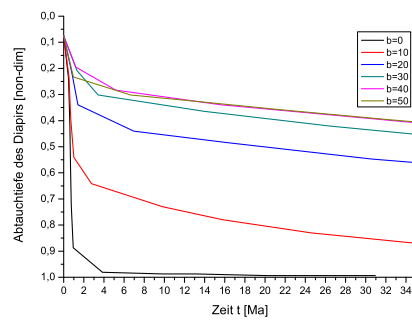
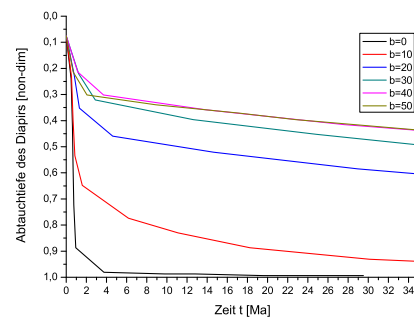
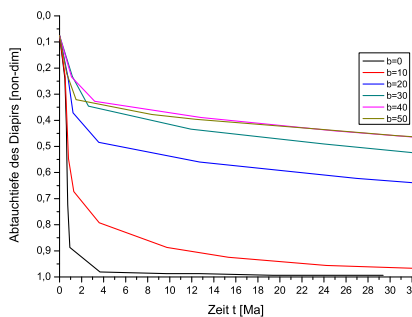
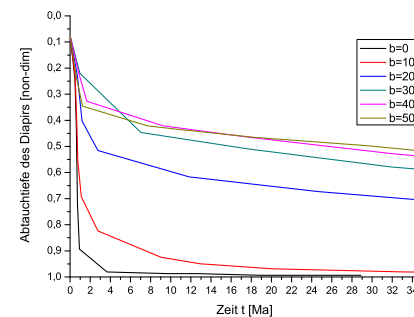
a) $T_Z=470$ Kb) $T_Z=570$ Kc) $T_Z=670$ Kd) $T_Z=770$ Ke) $T_Z=870$ Kf) $T_Z=970$ K

Abbildung 5.7. Einfluss der Temperatur im Protokern auf die Absinktiefen des Diapirs bei variablem Faktor b

sprechend sinken diese Diapire mit zunehmender Temperatur schneller ab. So vermögen, neben dem unrealistischen Fall von $b=0$, auch Diapire unter Verwendung von $b=10$ für Kerntemperaturen von $T > 970$ K einen ersten Eisenkern innerhalb von 33 Ma zu bilden

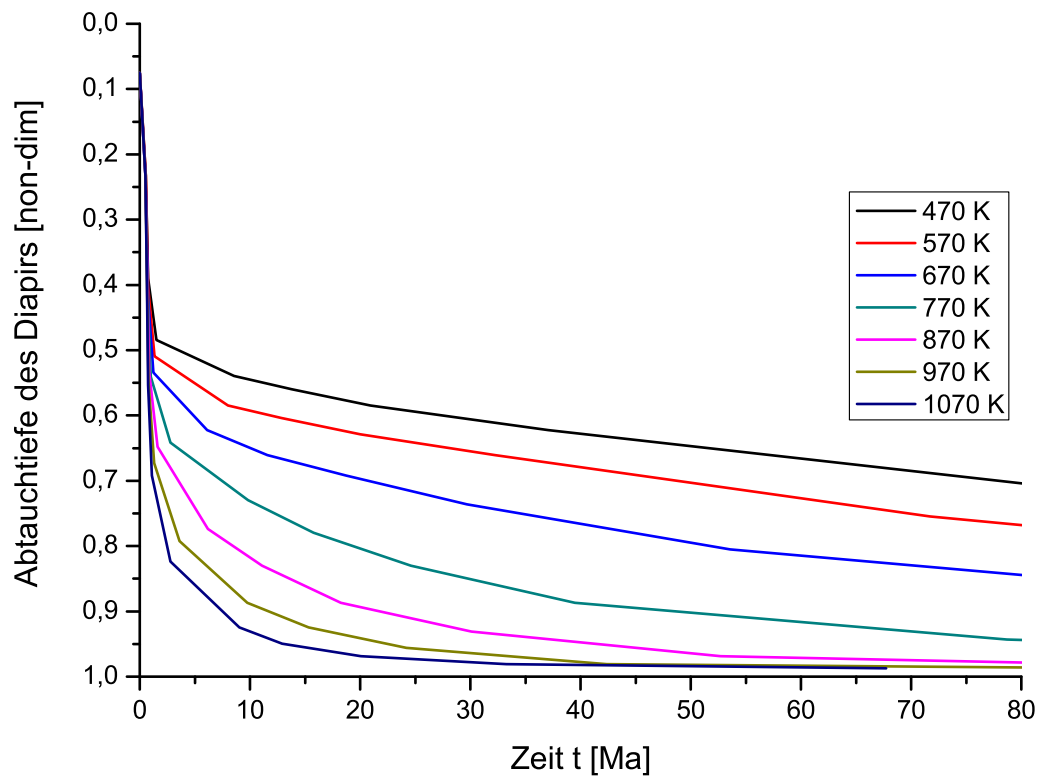


Abbildung 5.8. Beschleunigung des Absinkprozesses mit steigender Temperatur im Protokern für $b=10$

Verwendete Parameter:

$$\begin{array}{lll}
 \eta_{Si} = 10^{22} \text{ Pas} & \eta_{Fe} = 10^{22} \text{ Pas} & \eta_{PK}^{Ok} = 10^{24} \text{ Pas} \\
 \eta_{tr}^{unt} = 10^{20} \text{ Pas} & \eta_{tr}^{ob} = 10^{26} \text{ Pas} & b = 10 \\
 n = 3 & T_Z \text{ variabel} &
 \end{array}$$

(s. a. Abb. 5.8). Dagegen profitieren Modelle, die die Faktoren $b=30-50$ verwenden, in geringerem Maße vom Temperaturanstieg. Auch sind diese Modelle in der Abtauchtiefe einander viel ähnlicher als diejenigen mit kleinerem Faktor b . Das lässt sich dadurch erklären, dass bei diesen Modellen die Abschneideviskosität von 10^{26} Pas, auch nach dem Temperaturanstieg, in einer deutlich geringeren und hierbei ähnlichen Tiefe erreicht wird. Dadurch bewegen sich diese Diapire mit ähnlichen Geschwindigkeiten im gleichen Tiefenbereich,

während bei Verwendung kleinerer Faktoren für b die Tiefenlage der Abschneideviskosität mit der Temperatur stärker variiert.

Außerdem ist das Absinken der Diapire mit kleinerem b ein selbstbeschleunigender Prozess, da gravitative Energie bei diesem Prozess in Wärme umgesetzt wird, wodurch die Viskosität weiter abgesenkt wird. Damit wird das weitere Absinken vereinfacht (Davies, 1990) und es bildet sich eine „Schmierschicht“ (lubrication layer) um den Diapir. Dagegen ist dieser Mechanismus bei Diapiren, die bereits in geringer Tiefe steckenbleiben ineffektiver, da weniger potentielle Energie freigesetzt wird.

Diapir-Schwarm

Unter der Annahme auf einer 2D Protoerde würden im selben Zeitraum Diapire mit gleichem Radius absinken, ergibt sich folgender Wert für die benötigte Abtauchtiefe:

$$1 - \frac{r_K}{h} = 1 - \frac{2}{h} \sqrt{\frac{(A + d_{Fe}) R_{PK}}{\pi}} = 0,75$$

h Höhe der numerischen Box, A Amplitude der Perturbation, d_{Fe} Mächtigkeit der Eisenschicht, R_{PK} Radius des Protokerns; Herleitung s. a. Anhang B

Verwendete Werte:

$$h = 3,8 \cdot 10^6 \text{ m}, A = 1 \cdot 10^5 \text{ m}, d_{Fe} = 1 \cdot 10^5 \text{ m}, R_{PK} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Hierbei wird angenommen, dass die Diapire nicht bis zum Zentrum des Protokerns absinken müssen, sondern sich mit anderen bereits vorher vereinigen können, um den Kern auszubilden.

Es zeigt sich, dass eine Gruppe simultan absinkender Diapire, unter Verwendung des Faktors $b=10$, bereits ab einer Zentraltemperatur im Protokern von $T > 670 \text{ K}$ die Kernbildungszeit von 33 Ma einhalten kann. Hierbei ist jedoch, die im vorigen Abschnitt erwähnte Freisetzung potentieller Energie der Diapir-Schwarms nicht berücksichtigt. Dadurch ist die

ser Wert eine obere Schranke für die benötigte Zentraltemperatur im Modell.

Erwartete Zentraltemperatur

Durch Kunihiro et al. (2004) wurde gezeigt, dass die häufigsten Chondriten deutlich geringere $^{26}\text{Al}/^{27}\text{Al}$ -Verhältnisse von $(3,8 \pm 0,7) \cdot 10^{-6}$ aufweisen als in älteren Veröffentlichungen angenommen. Nun wendet man diese Erkenntnis auf die Ergebnisse von Merk et al. (2002) (s. a. Abb. 5.9) an, die als Basis ihrer numerischen Rechnungen zur Bestimmung der Zentraltemperatur eines akkretierenden Planetesimals den Wert $^{26}\text{Al}/^{27}\text{Al} = 5 \cdot 10^{-5}$ angenommen haben. Es ergibt sich unter Verwendung des Zerfallsgesetzes

$$C = C_0 \cdot 2^{-t/t_{1/2}}$$

C Anfangsverhältnis von $^{26}\text{Al}/^{27}\text{Al} = 5 \cdot 10^{-5}$ (nach Merk et al., 2002), C_0 Anfangsverhältnis von $^{26}\text{Al}/^{27}\text{Al} = 3,8 \cdot 10^{-6}$ (nach Kunihiro et al., 2004), $t_{1/2} = 0,73 \text{ Ma}$ Halbwertszeit (nach Carlson & Lugmair, 2000)

ein Ordinatenwert von $t/t_{1/2} = 3,72 \pm 0,25$ in Abb. (5.9). Die für diesen Wert dargestellten Zentraltemperaturen für große Radien der Planetesimale von $T \approx 600\text{-}800 \text{ K}$ stehen in guter Übereinstimmung mit der ermittelten Mindesttemperaturen von $T_Z = 670\text{-}970 \text{ K}$ im Zentrum der Protoerde. Dies erlaubt die Kernbildung für $b \neq 0$ innerhalb der erforderlichen Zeit.

Für den Planetesimal, der die Protoerde formen wird, wird ein großer Radius (Abszisse) im Diagramm (5.9) angenommen. Dies lässt sich durch das von der Akkretionstheorie geforderte schnelle Wachstum des dominant werdenden Planetesimals rechtfertigen.

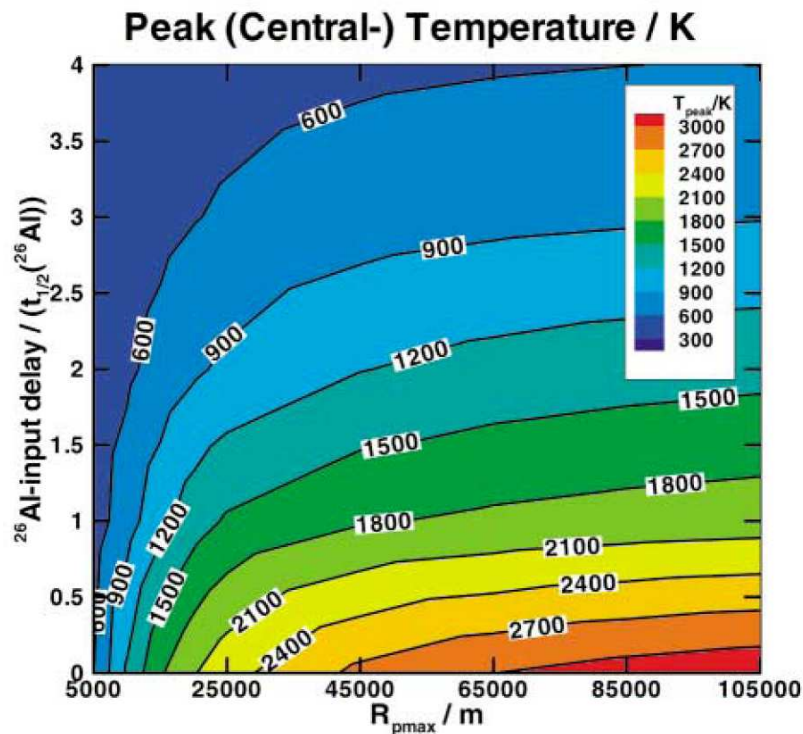
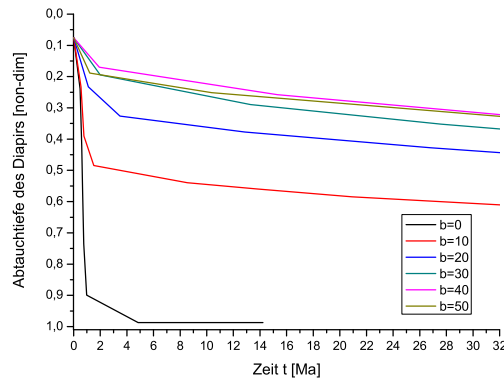


Abbildung 5.9. Temperatur im Zentrum eines akkretierenden Planetesimals (nach Merk et al., 2002)

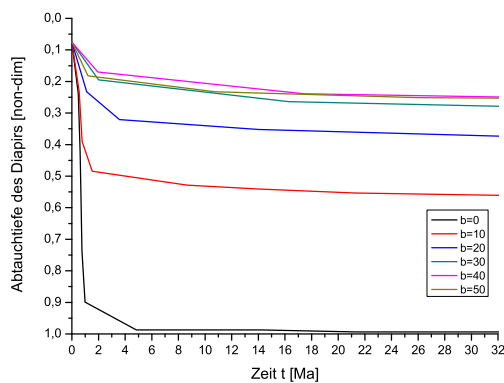
Abszisse: Radius des akkretierenden Körpers, Ordinate: Konzentration von ^{26}Al im Körper

Diese Ergebnisse scheinen jedoch darauf hinzudeuten, dass der von Honda et al. (1993) vorgeschlagene Wertebereich von $b=20-25$ aus Daten des Basaltic Volcanism Study Project, 1981 zu hoch gewählt ist. Für ein erfolgreiches Absinken der Diapire mit $b>10$ ist eine weitere Temperaturerhöhung im Protokern notwendig, was sich jedoch nicht mit der Akkretionstheorie vereinbaren lässt. Denn hierzu müssten größere Impaktoren angenommen werden, die jedoch zu Beginn der Akkretionsphase nicht zur Verfügung standen.

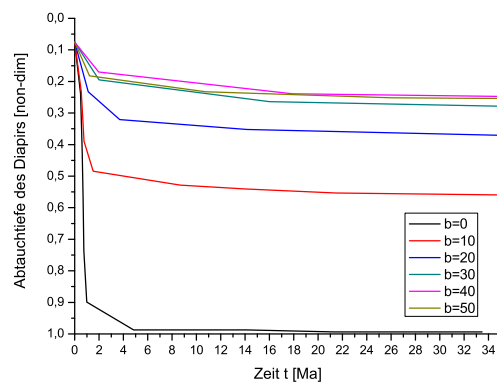
Einfluss der Abschneideviskosität



a) $\eta_{tr}^{ob}=10^{24}$ Pas



b) $\eta_{tr}^{ob}=10^{25}$ Pas



c) $\eta_{tr}^{ob}=10^{26}$ Pas

Abbildung 5.10. Einfluss der Abschneideviskosität η_{tr}^{ob} auf die Absinktiefe des Diapirs

Verwendete Parameter:

$$\eta_{Si} = 10^{22} \text{ Pas} \quad \eta_{Fe} = 10^{22} \text{ Pas} \quad \eta_{PK}^{Ok} = 10^{24} \text{ Pas}$$

$$\eta_{tr}^{unt} = 10^{20} \text{ Pas} \quad \eta_{tr}^{ob} \text{ variabel} \quad b \text{ variabel}$$

$$n = 3 \quad T_Z = 570 \text{ K}$$

Um den Einfluss der Abschneideviskosität abzuschätzen, werden Modellrechnungen mit unterschiedlicher oberer Abschneideviskosität, aber ansonsten gleichbleibenden Anfangs-

und Randbedingungen, durchgeführt. Die Ergebnisse zeigen (s. a. Abb. 5.10a-c), dass die Abtauchtiefen nur geringfügig vom weiteren Anstieg der Viskosität im unteren Protokern beeinflusst werden. Aus diesem Grund wird deshalb stets eine obere Abschneideviskosität von $\eta_{trunc}^{oben}=10^{26}$ Pas verwendet.

Parameterstudie: Einfluss der Dissipation

Für die Bestimmung des Einflusses der Dissipation, muss das Modell vereinfacht werden und die Spannungsabhängigkeit unberücksichtigt bleiben. Bedingt durch den verwendeten Viskositätskontrast von nur zwei Größenordnungen, kann ansonsten ohne das Einführen einer künstlichen Abschneideviskosität nicht gewährleistet werden, dass der Protokern stets die höhere Viskosität aufweist. Dies wäre im Widerspruch zu den heutigen Theorien der Erdkernbildung, die von einer zu *jedem* Zeitpunkt um mehrere Größenordnungen geringviskosen Eisenschmelze ausgehen. Dies hätte zur Folge, dass sich die Eisensphäre durch Dissipationseffekte erhitzen würde. Währenddessen würde das umgebende Medium nur durch Wärmediffusion erhitzt werden, anstatt durch die zu erwartende Dissipation im umliegenden Protokernmaterial.

Die Dissipationszahl Di ergibt sich aus den Werten der Tabelle (5.1) dabei folgendermaßen:

$$Di = \frac{\alpha gh}{c_P}$$

Es werden mehrere Modellrechnungen unter Berücksichtigung der Dissipation und unter Annahme *temperaturabhängiger* Viskosität durchgeführt. Dabei wird der Einfluss der Dissipation verändert, indem die Dissipationszahl von $Di=0$ bis $Di=0,99$ variiert wird. Für den non-dimensionalen Faktor b werden Werte zwischen $b=5-10$ verwendet.

Die verwendeten Faktoren b sind als Konsequenz der vorhergehenden Resultate, die ein erfolgreiches Absinken des Diapirs nur für $b \leq 10$ gestatten, gewählt. Dadurch besteht ei-

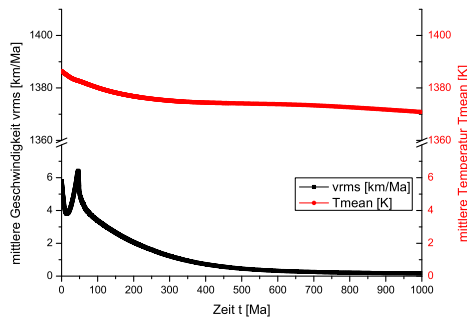
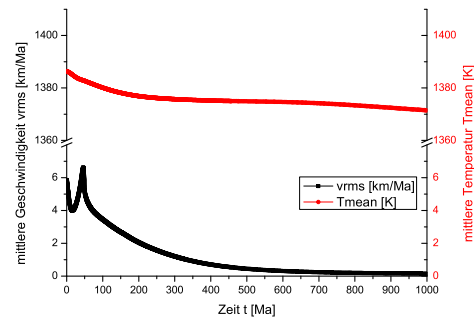
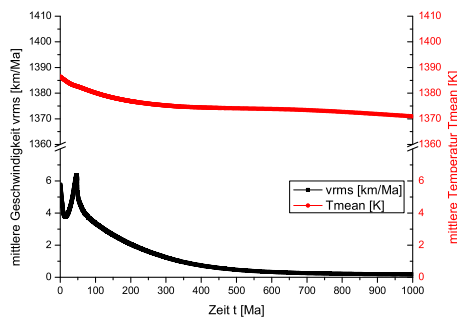
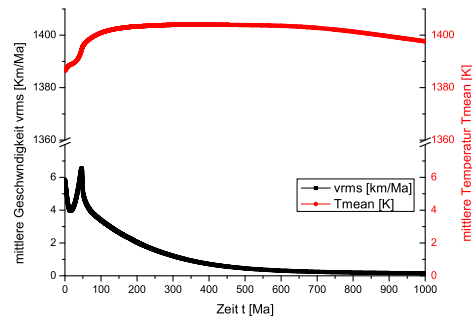
a) $b=5$, $Di=0,0$; 104×320 Gitterb) $b=5$, $Di=0,99$; 104×320 Gitterc) $b=10$, $Di=0,0$; 104×320 Gitterd) $b=10$, $Di=0,99$; 104×320 Gitter

Abbildung 5.11. Einfluss der Dissipation auf mittlere Temperatur und die mittlere Geschwindigkeit

Verwendete Parameter:

$$\begin{aligned} \eta_{Si} &= 10^{22} \text{ Pas} & \eta_{Fe} &= 10^{22} \text{ Pas} & \eta_{tr}^{unt} &= 10^{20} \text{ Pas} \\ \eta_{tr}^{ob} &= 10^{24} \text{ Pas} & T_Z &= 1070 \text{ K} & b &\text{ variabel} \\ n &= 1 & Di &\text{ variabel} \end{aligned}$$

ne geringe Abhängigkeit der Viskosität von der Schmelztemperatur und der Anstieg der Temperatur im Nenner des Exponentialterms der Gl. (2.9), kann einen größeren Einfluss entwickeln. Für diese Modellreihe wird eine Zentraltemperatur von $T_Z=1070$ K verwendet. Es wird ein Auflösungstest der Dissipationswirkung durchgeführt, da für ein verfeinertes Gitter eine Verkleinerung des Bereichs mit Dissipation zu erwarten ist. Es soll überprüft werden, ob dies einen Einfluss auf das Absinken des Diapirs hat. Hierbei wird n_x und n_z so variiert, dass ihr Quotient annähernd konstant bleibt. Die Zahl der Marker wird gleichfalls

modifiziert, so dass in den jeweiligen Gittern zu Beginn stets annähernd gleich viele Marker vorhanden sind.

Gitterauflösung	Markeranzahl
52×160	505×1563
65×200	632×1954
78×240	758×2345
91×280	884×2736
104×320	1010×3126

Tabelle 5.2. Auflösungstest der Dissipationswirkung

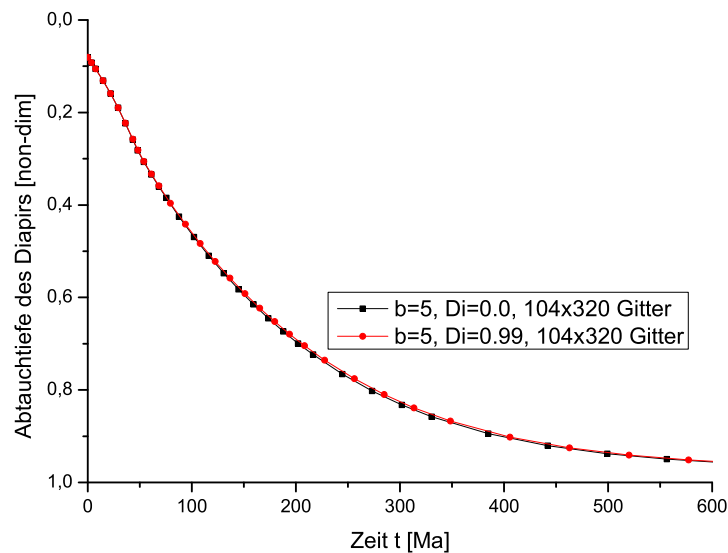


Abbildung 5.12. Auflösungstest der Dissipation

Verwendete Parameter:

$$\begin{aligned} \eta_{Si} &= 10^{22} \text{ Pas} & \eta_{Fe} &= 10^{22} \text{ Pas} & \eta_{tr}^{unt} &= 10^{20} \text{ Pas} \\ \eta_{tr}^{ob} &= 10^{24} \text{ Pas} & n &= 1 & T_Z &= 1070 \text{ K} \\ b &= 5 & Di &= \text{variabel} \end{aligned}$$

Die Ergebnisse zeigen, dass der Einfluss der Dissipation auf die Abtauchgeschwindigkeit des Diapirs gering bleibt (s. a. Abb. 5.12) und mit reduziertem Faktor b weiter abnimmt.

Zwar ist bei kleinem b der Einfluss der Temperatur auf die Viskosität in Gl. (2.9) größer, jedoch zeigt Abb. (5.11b), dass die mittlere Temperatur bei $b=5$ und $Di=0,99$ nur geringfügig gegenüber dem Fall *ohne* Dissipation (Abb. 5.11a) ansteigt. Währenddessen ist für $b=10$ (Abb. 5.11c+d) ein deutlicher Anstieg der mittleren Temperatur zwischen $Di=0,0$ und $Di=0,99$ zu erkennen. Hierbei steigt, insbesondere in der Grenzschicht zwischen dem Diapir und dem Protokern, die Temperatur deutlich an. Aber die Daten der mittleren Absinkgeschwindigkeit der Diapire v_{rms} zeigen, dass dieser Temperaturunterschied in beiden Fällen auf eine schmale Zone um den Diapir herum beschränkt bleibt. Dadurch ist die Wirkung der Dissipation auf die Geschwindigkeit des Gesamtdiapirs stark eingeschränkt und bewirkt, auch in der Frühphase bei hohen Dissipationsraten nur einen sehr geringen Geschwindigkeitsanstieg.

Der Rückgang der mittleren Temperatur (Abb. 5.11d) im Verlauf der Zeit deutet darauf hin, dass wegen der geringen Dissipationsrate der späteren Abstiegsphase, die Diapirumgebung, bedingt durch Wärmeleitung insgesamt auskühlt, wie auch im Fall *ohne* Dissipation (Abb. 5.11c) zu beobachten ist.

Auch der Auflösungstest zeigt keine signifikanten Unterschiede weder in der Abtauchtiefe, noch in der Entwicklung der mittleren Temperatur bzw. der mittleren Geschwindigkeit des Diapirs.

Dies lässt den Schluss zu, dass für die erforderlichen Faktoren b , die von den vorhergehenden Modellen vorhergesagt werden, die Dissipation keinen signifikanten Beitrag leistet.

Es muss jedoch beachtet werden, dass diese Ergebnisse einem vereinfachten Modell entstammen und unter Verwendung spannungsabhängiger Rheologie durchaus ein anderes Ergebnis erwartet werden kann.

Hierzu müsste aber ein Viskositätskontrast von mehreren Größenordnungen an der Grenzfläche sichergestellt werden. Es wäre auch sinnvoll in zukünftigen Modellen ein lokal verfeinertes Gitter in der Grenzschicht zwischen Diapir und Protokern zu verwenden.

Deshalb wäre auch die Verwendung eines Lagrange-Gitters denkbar, in dem auch an den Grenzschichten die Dissipation, ohne künstliche Grenzen berechnet werden kann.

5.2 Modellrechnungen mit ausgebildeter Schmelze

5.2.1 Rand- und Anfangsbedingungen

Im Gegensatz zu den vorhergehenden Modellen ohne Ausbildung von Schmelze wird nun auf eine Aufteilung in Magmaozean, Eisenschicht und Protokern verzichtet. Stattdessen wird der Protokern mit einem darin absinkenden, bereits ausgebildeten Eisenschmelzdiapir modelliert (s. a. Abb. 5.13).

Es wird ein 2000 km tiefer Ausschnitt des Protokerns verwendet, wobei die Gesamtmächtigkeit jenes, wie in den Modellen ohne Schmelzen, mit 3600 km angenommen wird. Ebenfalls wird hier eine tiefenabhängige Schwerebeschleunigung verwendet, die vom undifferenzierten Protokern herrührt. Es wird davon ausgegangen, dass das Modell den oberen Teil des Protokerns darstellt, so dass die Schwerebeschleunigung am unteren Rand des Modells nicht auf Null absinkt, sondern einen endlichen Wert beibehält (s. a. Tab. 5.3).

Der gesamte Protokern und der Diapir sind vereinfachend *isotherm* mit einer Temperatur oberhalb der Solidustemperatur gewählt, die nahe der Temperatur an der Grenze Protokern-/Eisenschicht der vorhergehenden schmelzfreien Modelle liegt (s. a. Abb. 5.2). Aus diesem Grund befinden sich im ganzen Protokern, der ein Gemisch aus Eisen und Silikaten darstellt, 10% Eisenschmelzen. Auf diese isotherme Temperaturverteilung wird eine zufällige Temperaturfluktuation von ± 1 K addiert, wodurch die Schmelzmenge in den Gittern leicht um 0,5% variiert. Dies ermöglicht die Ausbildung der Kanalisierungsinstabilität. Es wird keine Dissipation berechnet. Um die gute Auflösung der zu erwartenden Strukturen sicherzustellen, wird die Auflösung des Temperaturgitters erhöht, indem n_x und n_z in FDCON mit dem Faktor $itres=4$ multipliziert werden. Dadurch kann eine Auflösung der Temperatur- und Porositätsfelder von 2×2 km erreicht werden.

Im Modell wird außerdem angenommen, dass das Eisen bereits vor dem ersten Zeitschritt aufgeschmolzen wurde und mit Beginn der Modellrechnung keine neue Schmelze entstehen und gleichfalls keine ausfrieren kann.

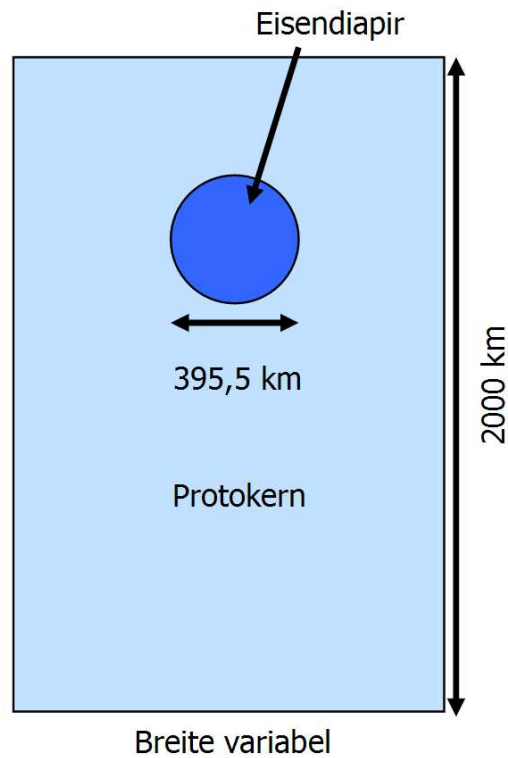


Abbildung 5.13. Anfangskonfiguration der Modelle mit ausgebildeter Schmelze

Der Diapir

Im vorliegenden Fall wird der Gesamtdiapir modelliert. Um numerische Randeffekte an den Seiten zu minimieren, wird im Vergleich zu den früheren Modellen das Längen-/Breitenverhältnis verändert, so dass an beiden Seiten beinahe ein Abstand von einem Diapirradius zu den Boxrändern vorliegt.

Der verwendete Diapirradius ergibt sich nach Gl. (5.3) aus der Annahme eine 2D Eisenschicht habe sich in Form dieses Diapirs von der Unterkante des Magmaozeans gelöst zu:

$$r = \sqrt{\frac{(A + d_{Fe}) \lambda}{\pi^2}} = 197,8 \text{ km} \quad (5.4)$$

Verwendete Werte: $d_{Fe} = 1 \cdot 10^5$ m Mächtigkeit der Eisenschicht, $A = 1 \cdot 10^5$ m Amplitude der Perturbation (s. a. vorhergehender Abschnitt), $\lambda = 1,93 \cdot 10^6$ m Wellenlänge der Perturbation

Deshalb sind die in beiden Modellreihen entstandenen Diapire unterschiedlichen charakteristischen Wellenlängen λ_{char} zuzuordnen und nicht direkt miteinander vergleichbar.

Um weiterhin numerische Randeffekte der Oberkante der Box zu reduzieren, wird die Diapiroberkante zu Modellbeginn in einer dimensionslosen Tiefe von 0,151 angenommen. Dies entspricht mehr als einem Diapirradius Abstand.

Dichten

Mittels Markern wird den beiden Medien die Dichte von Festkörpern verliehen. Die zusätzliche Eisenschmelze im Protokern und Diapir mit der Dichte ρ_m wird folgendermaßen mit den Dichten, die den Markern zugewiesen werden, zusammengeführt:

$$\rho_i = \phi \rho_m + (1 - \phi) \cdot [d_p \rho_{d_p} + (1 - d_p) (c_{PK} \rho_{PK} + c_{Fe} \rho_{Fe})] \quad (5.5)$$

ρ_i Gesamtdichte des Mediums i , ϕ Porosität, d_p Verarmung an Eisen, ρ_m Dichte des geschmolzenen Eisens, ρ_{d_p} Dichte des an Eisen verarmten Mediums, ρ_{PK} Dichte des Protokerns, ρ_{Fe} Dichte im Eisendiapir, c_{PK} Häufigkeit von Protokern-Markern, c_{Fe} Häufigkeit von Eisendiapir-Markern

Aus den notwendigen Gesamtdichten $\rho_1 = 6400 \text{ kgm}^{-3}$ (Protokern mit Eisenschmelze) und $\rho_2 = 10000 \text{ kgm}^{-3}$ (Eisendiapir mit festem und flüssigem Eisen) lassen sich mittels Umformung der Gleichung (5.5) die benötigten Dichten beider Medien ermitteln.

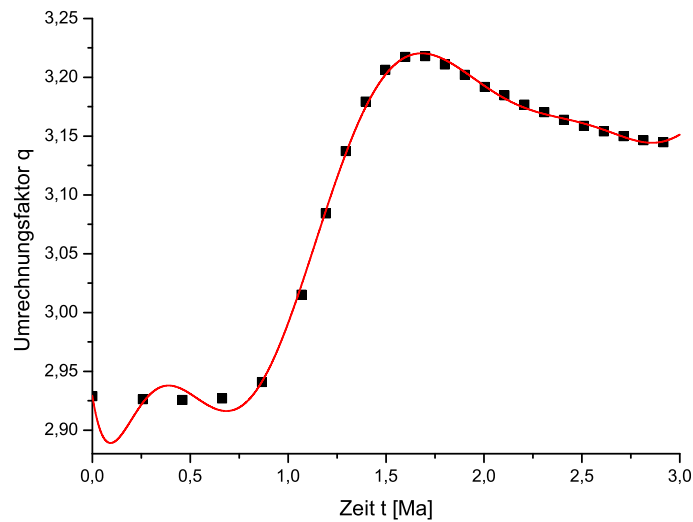


Abbildung 5.14. Anpassung des Umrechnungsfaktors q mit Hilfe eines Polynoms 9. Grades

Umrechnungsfaktor q

Um die Effektivität der Schmelzsegregation gegenüber dem Eisen-Transport mittels Diapir zu untersuchen, ist es sinnvoll die vertikale Maximalgeschwindigkeit des Diapirs v_{\max} zu bestimmen.

Dazu verwendet man die für *jeden* Zeitschritt verfügbaren mittleren Geschwindigkeiten des Diapirs v_{rms} . Es wird ein Umrechnungsfaktor q als Quotient aus v_{\max} und v_{rms} berechnet. Die maximale Vertikalgeschwindigkeit ist jedoch nur zu bestimmten Zeitschritten gegeben. Um den Umrechnungsfaktor für alle Zeitschritte verfügbar zu machen, wird die zeitliche Veränderung des Faktors q mittels eines Polynoms 9. Grades der Form

$$q = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 + a_6 t^6 + a_7 t^7 + a_8 t^8 + a_9 t^9$$

q Umrechnungsfaktor, a_i Vorfaktoren, t Zeit

angepasst. Unter Annahme von Stetigkeit des Faktors q , liegen die resultierenden Fehler in der Anpassung in der Größenordnung von nur wenigen Prozent (s. a. Abb. 5.14).

Viskosität

Wie bei den vorhergehenden Modellen kann auch hier nicht die realistische Viskosität des Eisens im Modell verwendet werden. Der Einfachheit halber wird deshalb beiden Medien nach Gl. (2.8) eine temperatur- und spannungsunabhängige Viskosität von 10^{24} Pas zugeordnet. Diese Viskosität wird jedoch nach dem Kohlstedt-Gesetz (s. a. Gl. (2.33)) von der Porosität des Mediums beeinflusst. Dies führt zu einer erheblichen Reduktion der Viskosität um den Faktor 16 zu Beginn der Modellrechnung. Im Zeitverlauf ist mit einem weiteren Rückgang der Viskosität in Gebieten mit hohen Schmelzkonzentrationen und einem erheblichen Anstieg in schmelzarmen zu rechnen.

Um damit verbundenene Konvergenzprobleme zu verhindern werden künstliche obere und untere Abschneideviskositäten (cut-off viscosities) von 10^{22} Pas und 10^{26} Pas angenommen. Als obere Grenze für die Permeabilität wird der Wert $\phi=0,2$ gewählt, damit die Gültigkeit der CBA gewährleistet ist, während in der Natur ein weiterer Anstieg bis $\phi=1,0$ möglich ist. Bedingt durch die Wahl der unteren Abschneideviskosität, kann die effektive Scherviskosität für Permeabilitäten $\phi > 0,164$ im Kohlstedt-Gesetz nicht mehr korrekt wiedergegeben werden.

Folgende Parameter wurden zusammenfassend bei den Modellrechnungen mit ausgebildeten Schmelzen, sofern nicht anders angegeben, verwendet:

Längenskala der Modellbox h	$2,0 \cdot 10^6$ m
Längen-/Breitenverhältnis c	0,375
Gitterpunkte in horizontaler Richtung nx	81
Gitterpunkte in vertikaler Richtung nz	216

Verfeinerungsfaktor $itres$	4
Mächtigkeit Protokern d_{PK}	$3,6 \cdot 10^6 \text{ m}$
Radius Eisendiapir r	$1,98 \cdot 10^5 \text{ m}$
Dichte Eisen ρ_{Fe}	10444 kgm^{-3}
Dichte Protokern ρ_{PK}	6000 kgm^{-3}
Schmelzdichte Eisen ρ_m	10000 kgm^{-3}
Schmelzdichte eisenverarmte Silikate ρ_{dp}	6000 kgm^{-3}
Viskosität Eisendiapir η_{Fe}	10^{24} Pas
Viskosität Protokern η_{PK}	10^{24} Pas
Rayleigh-Melt-Zahl Rm	$-2,24 \cdot 10^5$
Solidustemperatur T_S	1832 K
Temperatur in der Box T	1852 K
Temperaturintervall Solidus-Liquidus T_{SL}	200 K
Weißes Rauschen der Temperatur ΔT	1 K
Temperaturgradient Protokern (dT_{PK}/dz)	0 Km^{-1}
Anfangsporosität ϕ	0,1
Verarmung (depletion) d_p	0,1
Schwerebeschleunigung an der Oberkante g_{OK}	7 ms^{-2}
Schwerebeschleunigung an der Unterkante g_{UK}	$2,7 \text{ ms}^{-2}$
Gradient Schwerebeschleunigung im Protokern (dg/dz)	$-1,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-2}$
Temperaturleitfähigkeit κ	$1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
Thermischer Expansionskoeffizient	$1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$
Wärmekapazität, c_P	$1,3 \cdot 10^3 \text{ Jkg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

Tabelle 5.3: Werte der physikalischen Parameter im Schmelzmodell

5.2.2 Resultate der Modelle mit Schmelzbildung

Parameterstudie: Ausbildung der Kanalisierungsinstabilität in Abhängigkeit von der Retentionzahl R_{tn}

Für eine kleine Schmelz-Retentionzahl³ $R_{tn} \leq 25$, die als Quotient der Stokes- zur Darcy-Geschwindigkeit definiert ist, entwickeln sich, wie in Abb. (5.16) zu erkennen und von Holtzman et al. (2003) und Hustoft & Kohlstedt (2006) experimentell beobachtet, aus den ursprünglichen Temperaturfluktuationen Kanäle hoher und entsprechend Zwischenbereiche niedriger Schmelzkonzentration und Dichte. Diese Zonen entsprechen Regionen niedrigen bzw. hohen Druckes.

Dabei wird das an den absinkenden Diapir angrenzende Protokernmaterial durch die Wärmediffusion erwärmt und kann in einer gewissen Sphäre mit einem Radius $e \cdot r$ auf Temperaturen oberhalb der Solidustemperatur von Eisen aufgeheizt werden. Im Modell wird dies vereinfachend als in der gesamten numerischen Box gegeben angenommen. Die Daten zeigen, dass falls sich diese Eisenschmelze zusätzlich auch innerhalb der Region oberhalb der kritischen Spannung τ_{krit} , die der Diapir erzeugt, befindet, alle Voraussetzungen für die Ausbildung der Kanalisierungsinstabilität gegeben sind.

Bedingt durch die geringe Viskosität (s. a. Gl. 2.33) des geschmolzenen Eisens in den Kanälen kann sich dieses Material für $R_{tn} \leq 1$ schneller durch die entstandenen Schmelzkanäle bewegen als der spannungsinduzierende Diapir.

Die Abbildung (5.15) zeigt, dass die Zunahme der Porosität, die hier mit der Entwicklung von schmelzfokussierenden Kanälen gleichgesetzt werden kann, sowohl eine Veränderung der Schmelz- als auch der Diapirgeschwindigkeit bewirkt. Man erkennt, dass die zunächst deutlich kleinere horizontale Segregationsgeschwindigkeit u_{sgr} enorm ansteigt, da der Anstieg der Porosität die Permeabilität des Mediums (s. a. Gl. 2.35) erhöht. Entsprechendes gilt auch für die vertikale Segregationsgeschwindigkeit w_{sgr} , deren Wert, aber in der ersten Entwicklungsphase unsicher ist, bedingt durch das Auftreten von Randeffekten, die

³Die Schmelz-Retentionzahl R_{tn} kontrolliert die Perkolationsgeschwindigkeit der Schmelze

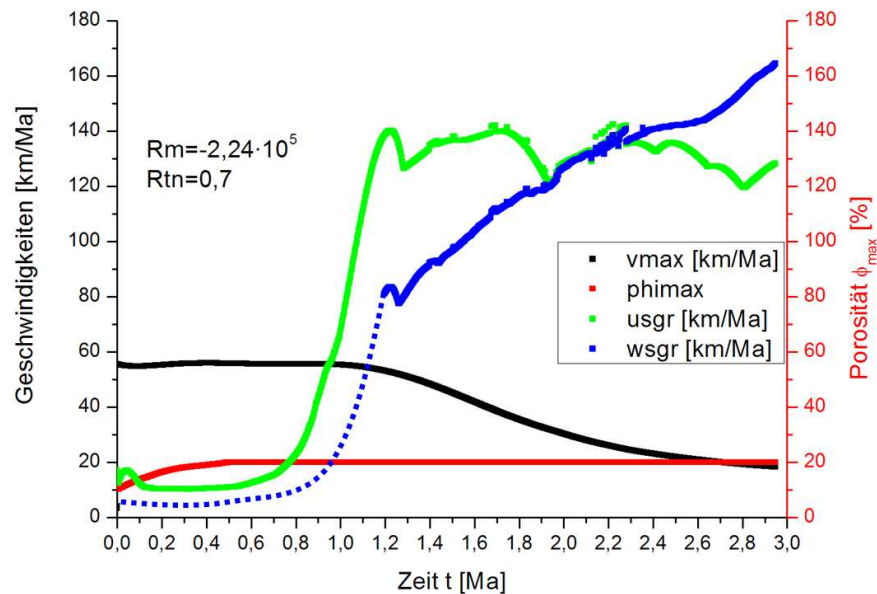


Abbildung 5.15. Entwicklung der Segregations- und Diapirgeschwindigkeiten bei ansteigender Porosität

schwarz: vertikale Maximalgeschwindigkeit des Diapirs v_{max} , rot: maximale Porosität ϕ_{max} , grün: horizontale Segregationsgeschwindigkeit u_{sgr} , blau: vertikale Segregationsgeschwindigkeit w_{sgr} , blau gestrichelt: erwarteter Verlauf von w_{sgr} bis 1,21 Ma

zunächst eine höhere vertikale Segregationsgeschwindigkeit entwickeln. Aus den Daten lässt sich erkennen, dass zuerst verstärkt die horizontalen Kanäle entstehen, so dass zu vermuten ist, dass die reale vertikale Segregationsgeschwindigkeit bei einem ähnlichen, wenn nicht gar bei einem geringeren Ausgangswert einsetzt. Es ist erkennbar, dass nach einer für die horizontale Komponente zu Beginn nur geringen Geschwindigkeitszunahme, zum Zeitpunkt 0,8 Ma nach Modellbeginn die Änderungsrate der horizontalen Komponente drastisch ansteigt. Dies stimmt mit dem Zeitpunkt der Ausbildung der ersten numerisch auflösbaren Schmelzkanäle überein. Das kann auch für die vertikale Segregationsgeschwindigkeit aus den gespeicherten Feldern ab 1,21 Ma belegt werden und ist ebenfalls in Abb. (5.15) zu erkennen, da ab diesem Zeitpunkt die vertikale Perkolationsgeschwindigkeit, innerhalb der Kanäle stets höher ist, als in den randeffektbedingten Anomalien. Auffällig ist, dass die vertikale Geschwindigkeitskomponente auch nach 3 Ma die Sättigung, im Gegensatz zur

horizontalen, noch nicht erreicht hat. Dies lässt sich aber damit erklären, dass wie oben erwähnt, bei dem hier betrachteten Längen-/Breitenverhältnis, zunächst die horizontalen Kanäle angeregt werden und somit schneller voll entwickelt sind. Währenddessen kommen die vertikalen Kanäle erst später voll zur Geltung, was mehr als 3 Ma in Anspruch nimmt, so dass die Sättigung höchstwahrscheinlich noch nicht erreicht ist.

Diese Geschwindigkeitszunahme hat eine direkte Auswirkung auf die vertikale Geschwindigkeit des Diapirs (s. a. Abb. 5.15 schwarze Kurve), die auf ein Drittel des Ausgangswertes zurückgeht. Da dieser Rückgang erst nach 1,0 Ma einsetzt, kann ein Einfluss des Umrechnungsfaktors q auf die Diapirgeschwindigkeit ausgeschlossen werden, da dieser ab 0,9 Ma sehr gut angepasst ist (s. a. Abb. 5.14).

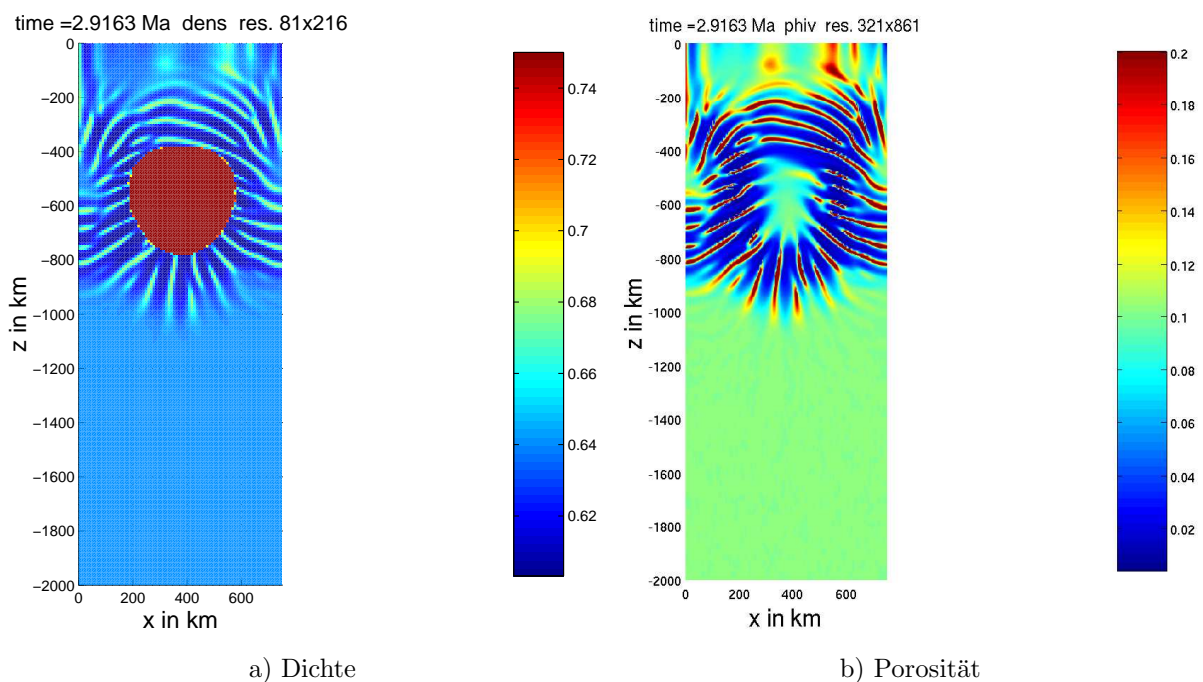


Abbildung 5.16. Verarmung an Eisen zwischen den entwickelten Kanälen
Die Korrelation zwischen hoher Porosität und hoher Dichte in den Kanälen wird erkennbar.

Dies lässt sich auf die Entwicklung einer anisotropen Viskosität in der Umgebung des Diapirs zurückführen. Wegen der Verwendung einer porositätsabhängigen Viskosität, entstehen

in den Kanälen Gebiete sehr niedriger Viskosität, im Modell eingeschränkt durch die untere Abschneideviskosität von 10^{22} Pas, während in den zwischen den Kanälen befindlichen Bereichen durch Schmelzentzug die Viskosität ansteigt. Bedingt durch die Ausrichtung der hoch- und niederviskosen Regionen, in der kanaldurchzogenen Region direkt unter- und oberhalb des Diapirs, kann die auf den Diapir wirkende Gesamtviskosität als arithmetischer (steifer) Mittelwert der Komponentenviskositäten aufgefasst werden (rheological drainage hardening). Da sich die Eisenschmelze in den Kanälen sehr schnell in Richtung Protoerdzentrum vom Diapir entfernt und wie oben gezeigt, die Sättigung der vertikalen Kanäle gegenüber den horizontalen zeitverzögert ist, hält die Verarmung der Regionen zwischen Kanälen an Schmelze weiterhin an. Dadurch steigt die Gesamtviskosität des Gebietes kontinuierlich an (Abb. 5.17), bis die gesamte Schmelze entfernt worden ist. Dies korreliert sehr gut mit der weiterhin anhaltenden Abnahme der vertikalen Absinkgeschwindigkeit des Diapirs.

Währenddessen können die Zonen reduzierter und gesteigerter Viskosität an beiden Seiten des Diapirs, die fast orthogonal zur Bewegungsrichtung dieses ausgerichtet sind, als harmonischer (weicher) Mittelwert die Gesamtviskosität, die auf den Diapir an den Seiten wirkt, absenken (rheological drainage softening). Dies führt zur Ausbildung einer Schmierschicht (lubrication layer) an beiden Seiten des Diapirs.

Da jedoch die Absinkgeschwindigkeit des Diapirs in Abb. (5.15), auch nach der raschen Ausbildung der horizontalen Kanäle kaum variiert, ist davon auszugehen, dass dieser Effekt nur eine geringe Wirkung hat. Bevor dieser zur Geltung kommen kann, wird er durch die Abnahme der Schwerebeschleunigung mit der Absinktiefe in geringer Weise abgeschwächt. Durch die nur etwa 0,26 Ma später verstärkt einsetzende Ausbildung der vertikalen Kanäle, wird der Effekt dann vollkommen aufgehoben.

Insgesamt führt dies dazu, dass innerhalb von etwa 3 Ma der Diapir selbst, nur eine Strecke von 100 km zurücklegt, während in den Kanälen Eisenschmelze 300 km tiefer absinkt. Wenn man bedenkt, dass durch die Verwendung der unteren Abschneideviskosität die ermittelten Perkolationsgeschwindigkeiten nur eine untere Grenze darstellen, so wird deutlich, dass

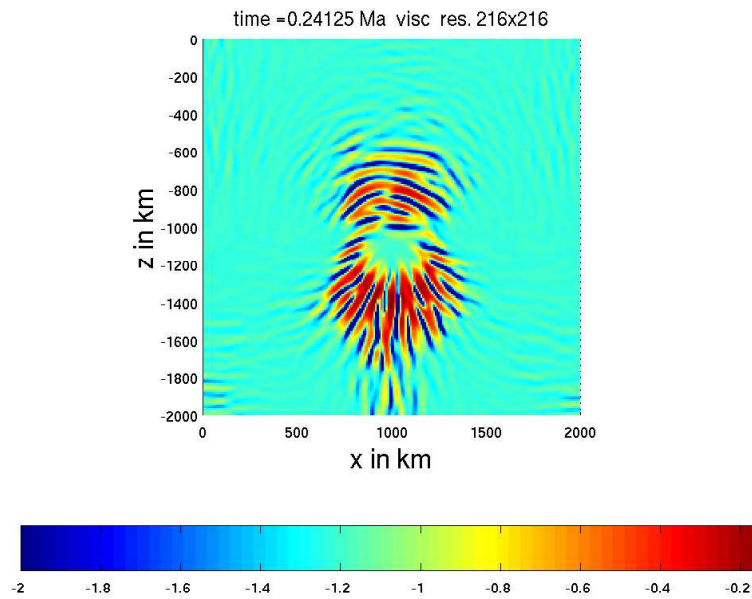


Abbildung 5.17. Modifizierung der effektiven Scherviskosität bedingt durch die Kanalisierungsinstabilität

dieser Mechanismus die Möglichkeit bietet Eisenschmelze effektiv und schnell zum Zentrum der Protoerde zu transportieren.

Im Größenbereich $7 \leq R_{tn} \leq 25$ sind die Geschwindigkeiten der Schmelzen in den Kanälen definitionsgemäß geringer als diejenige des Diapirs. Deshalb werden diese Kanäle nach ihrer Bildung unter einem Winkel von -45° bzw. 225° , stärker als im vorangegangenen Fall zu flacheren Winkeln, bedingt durch das fortschreitende Absinken des Diapirs und die daraus resultierende Veränderung des Spannungsfeldes, reorientiert.

Auch nimmt die Segregationsgeschwindigkeit zu und resultierend die Diapirgeschwindigkeit ab. Jedoch verlängert sich in diesen Fällen die Zeitskala der Entwicklung der Schmelzkanäle erheblich.

Für $R_{tn} \geq 25$ fehlen die Kanäle gänzlich, da ihre Ausbildung durch das nun dominante Strömungsfeld des Diapirs unterbrochen wird. Dadurch entwickelt sich das Feld der Segre-

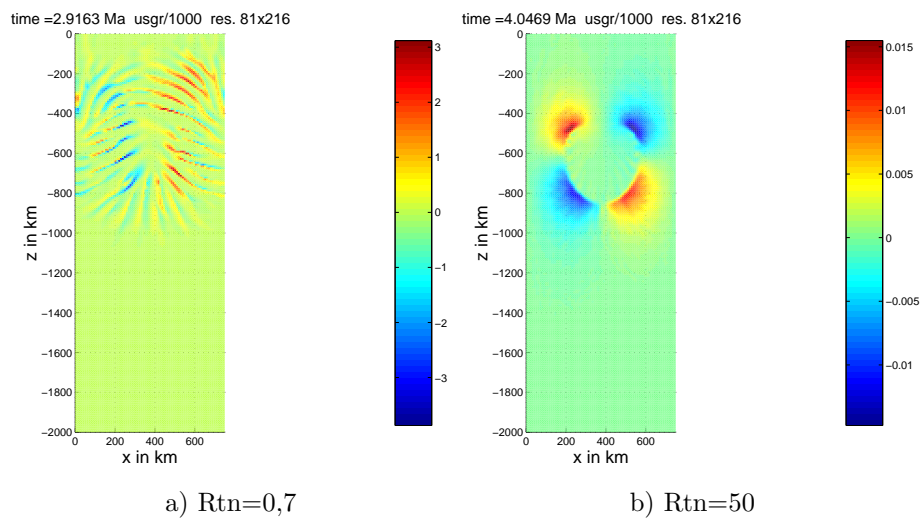


Abbildung 5.18. Horizontales Strömungsfeld in Abhängigkeit von der Rtn-Zahl

gationsgeschwindigkeit, nach Abb. (5.18a+b), vom kanaldominierten hin zu einem dipolartigen Strömungsfeld, das für das Absinken einer einzelnen Sphäre erwartet werden kann. Auch ist in der horizontalen Segregationsgeschwindigkeit ein Unterschied von mehreren Größenordnungen zwischen Modellen mit geringer und hoher Rtn-Zahl ($R_{tn}=0,7$ bzw. $R_{tn}=25$) zu erkennen (s. a. Abb. 5.18a+b). Dies lässt sich durch die Eigenschaft der Rtn-Zahl bei hohen Werten die Perkolationsgeschwindigkeit der Schmelze zu verlangsamen, begründen.

Rm-/Rtn-Zahl	$-2,24 \cdot 10^5$
0,7	+
7	+
15	+
25	+
50	-
70	-

Tabelle 5.4. Versuchsreihenliste für die Ausbildung der Kanalisierungsinstabilität
 +: Ausbildung der Kanäle, -: Unterdrückung der Kanäle

Abhängigkeit der Kanalisierungsinstabilität vom deviatorischen Spannungsfeld

Da im Modell für die beiden seitlichen Begrenzungen der numerischen Box vertikale Spiegelsymmetrie verwendet wird, befindet sich jeweils in der Entfernung $c \cdot h$ vom Mittelpunkt eines Diapirs das Zentrum eines weiteren. Für kleine Werte des Längen-/Breitenverhältnisses c wirkt, wie oben beobachtet, somit das Spannungsfeld dieser Nachbardiapire zu beiden Seiten hin auf das modellierte Spannungsfeld ein. Dies führt für kleine c -Werte zur Entstehung von deutlich ausgeprägten Ästen der deviatorischen Spannung, die in einem flachen Winkel in Richtung der Boxseite verlaufen (Abb. 5.19a). Währenddessen ist das deviatorische Spannungsfeld in vertikaler Richtung ober- und unterhalb des Diapirs schwächer ausgeprägt.

Das deviatorische Spannungsfeld fällt in der Box mit einem c -Wert von 0,375 bereits innerhalb von zwei Diapirradien unterhalb der kritischen Spannung, so dass keine Schmelzkanäle in größerer Entfernung ausgebildet werden können. Dies fördert die Entstehung der beobachteten schmelzfokussierenden Kanäle in horizontaler Richtung, wobei diese dann mit den auch in etwa horizontal fließenden Schmelzkanälen der Nachbardiapire interagieren können.

Variiert man den Faktor c des numerischen Modells, so ist erkennbar, dass das deviatorische Spannungsfeld des Diapirs unter Verwendung von $c=1,0$ gleich zu Beginn stärker in vertikaler Richtung ausgerichtet ist (s. a. Abb. 5.19b). Es überschreitet die erforderliche Spannung τ_{krit} in einem Umkreis von etwa $e=3$ Diapirradien. Die Kanalbildung wird nur in vertikaler Richtung begünstigt, da seitliche Äste der deviatorischen Spannung fehlen. Dies erlaubt die Perkolation der Eisenschmelze mit hoher Geschwindigkeit in vertikaler Richtung.

An der Außenseite der Spannungssphäre scheint sich die Schmelze zu sammeln. Dies könnte durch Verschmelzung der Kanäle zu einem neuen Diapir führen, was jedoch aus den Modelldaten nicht ersichtlich ist.

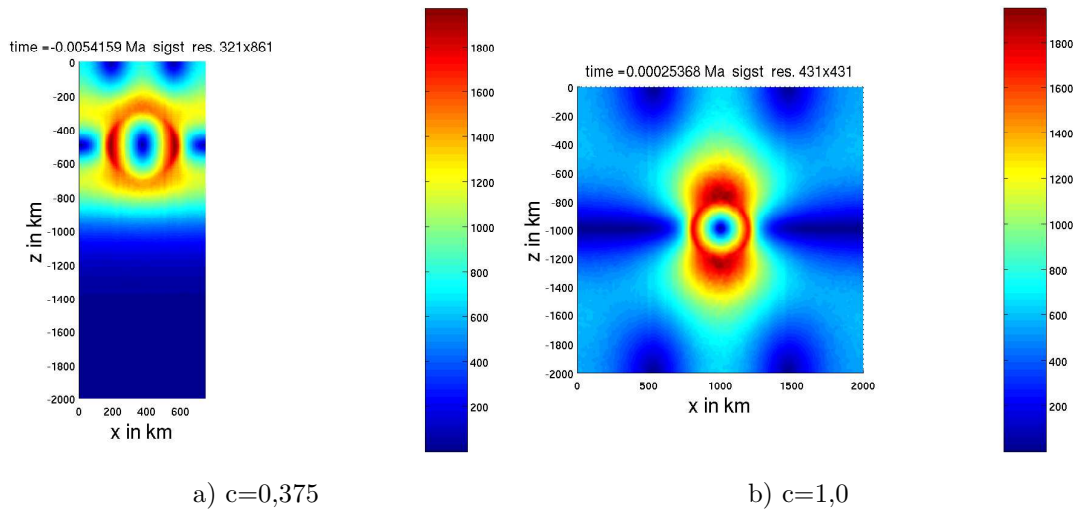


Abbildung 5.19. Einfluss der symmetrischen Randbedingung auf das deviatorische Spannungsfeld

Aus diesen Daten kann unter Erweiterung der Modelle auf 3D das Volumen der Schmelze in den Kanälen ermittelt werden:

$$V_{Fe} = \frac{4}{3}\pi r_{Dia}^3 \cdot (e^3 - 1) \phi \quad (5.6)$$

r_{Dia} Diapirradius, e Radius, in dem Kanäle entstehen, skaliert mit r_{Dia} , ϕ Porosität; Herleitung s. a. Anhang B

Es ergibt sich aus Gl. (5.6) für die oben ermittelten Werte $e=2-3$, dass das Eisenvolumen in den Kanälen etwa die gleiche Größenordnung hat, wie der induzierende Diapir selbst. Wenn nun diese Schmelzkanäle erneut zu einem Diapir verschmelzen würden, hätten sie somit eine vergleichbare Effizienz durch das resultierende Spannungsfeld die Bildung neuer Kanäle anzuregen.

Dies könnte zu einem *Kaskaden-Mechanismus* führen, bei dem ein erster Eisendiapir Schmelzkanäle induziert, die erneut einen oder mehrere Diapire erzeugen. Diese wiederum

regen die Bildung neuer schmelzfokussierender Kanäle an. Dadurch ist es möglich flüssiges Eisen über eine Teilstrecke hinweg schneller zu transportieren, als es mittels eines Diapirs vonstatten geht. Dies könnte die Kernbildungszeit erheblich verkürzen.

Dieses Modell kann insbesondere nahe der Oberkante des Protokerns Anwendung finden, wo in der Protoerde ein Wert von $Rtn \leq 1$ erwartet werden kann. Dort ist die Temperatur hoch genug, um durch Wärmediffusion vom heißen Diapir die Solidustemperatur von Eisen, unter dem gegebenen Druck, zu überschreiten.

Chemisches Gleichgewicht

Eine Schwierigkeit der Diapirhypothese, nämlich dass der Diapir während des Absinkens mit seiner Umgebung kein chemisches Gleichgewicht erreicht (Karato & Murthy, 1997a), kann durch die beobachteten Schmelzkanäle ebenfalls beseitigt werden.

Durch Karato & Murthy (1997a) konnte unter der Annahme von konstantem Diapirradius gezeigt werden, dass gilt:

$$\beta \sim \frac{1}{2} r_{PK} D^{1/2} r^{-3/2} \left(\frac{\Delta \rho g r^2}{3\eta} \right)^{-1/2} \quad (5.7)$$

β Grad des chemischen Gleichgewichts, r_{PK} Radius des Protokerns, D chemische Diffusion, r Radius des Diapirs, η Viskosität der Matrix

Für den Eisendiapir erhält man somit:

$$\beta_{Diapir} \sim 3,39 \cdot 10^{-4}$$

Verwendete Werte:

$r_{PK} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ m}$, $D = 1 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ (nach Hofmann, 1980), $r = 1,9778 \cdot 10^5 \text{ m}$, $\eta = 10^{22} \text{ Pas}$
(partiell geschmolzene Matrix im Modell)

Währenddessen gilt für die großen Kanäle, die als Sphären approximiert werden können:

$$\beta_{Kanal} \sim 0,59$$

Verwendete Werte:

$r_{PK} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ m}$, $D = 1 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ (nach Hofmann, 1980), $r \approx 1,0 \cdot 10^4 \text{ m}$ (aus Modelldaten ermittelt), $\eta = 10^{22} \text{ Pas}$ (partiell geschmolzene Matrix im Modell)

Daraus folgt, dass die großen Kanäle, wie von Holtzman et al. (2003) argumentiert, gleichfalls kein chemisches Gleichgewicht mit der Umgebung während des Absinkens in Richtung Zentrum der Protoerde erreichen. Auch bewegt sich die Schmelze mit hoher Geschwindigkeit in den Bändern, was eine Gleichgewichtsbildung ebenfalls behindert (Rushmer et al., 2005). Aber die Beobachtung abnehmender Dichte zwischen den Kanälen, die sich als eine Verarmung an Eisen in den Regionen zwischen den Hauptkanälen erklären lässt, deutet darauf hin, dass es auch kleinere Kanäle geben muss. Diese können wegen ihrem geringeren Radius numerisch nicht aufgelöst werden. Ihre Existenz ist möglich, da es nach Stevenson (1989) und Richardson (1998) keinen Abfall der Wachstumsrate mit steigenden Wellenzahlen⁴ gibt.

Es ist deshalb davon auszugehen, dass sich in diesem Fall ein „root tree system“⁵, ein fraktal verzweigtes Netzwerk von Schmelzkanälen ausbildet. Diese Kanäle mit kleinem Radius r transportieren das Eisen, bedingt durch die Druckdifferenz, durch die teilgeschmolze-

⁴Die Wellenzahl ist definiert als: $k=2\pi/\lambda$. Hierbei gibt λ die Wellenlänge der Kanalisierungsinstabilität an.

⁵Ein Kanalsystem, das dem Wurzelwerk eines Baumes ähnelt.

ne Silikatmatrix zu den breiten Hauptkanälen und können nach Gl. (5.7) das chemische Gleichgewicht erreichen.

Es muss aber beachtet werden, dass die ermittelten Faktoren β , eine Abschätzung des erreichbaren chemischen Gleichgewichts in den Kanälen und deren Umgebung nach *oben* darstellen, da der gewählte Wert D nach Hofmann (1980) für geschmolzene Silikate nahe der Liquidustemperatur gilt. Dagegen kann man im vorliegenden Fall Temperaturen nahe der Solidustemperatur erwarten.

Trotzdem bestärkt dieses Ergebnis die Theorie, dass die heutige Häufigkeit der chemischen Elemente im Erdmantel, durch die mehrfache chemische Gleichgewichtsbildung während der Erdkernentstehung, bei unterschiedlichen Drücken und Temperaturen erklärt werden kann (Li & Agee, 2001).

Die Kanalisierungsinstabilität könnte somit die chemische Gleichgewichtsbildung im Bereich des oberen Protokerns erklären.

Diskussion der Ergebnisse

Die in einer Zentrifugen-Stempelzylinderpresse durchgeführten Experimente, unter Verwendung eines Gemischs aus Peridotit und Fe-FeS, zeigen, dass die Perkolation von Eisenschmelze durch eine partiell geschmolzene Silikatmatrix als Separationsmechanismus bei Schmelzgehalten unter 35 Vol% unzureichende Geschwindigkeiten aufweist, um alleine die Erdkernbildung zu erklären. Dies wird durch die fehlende Interkonnektivität von Eisensulfid bei in-situ Messungen der elektrischen Leitfähigkeit bestätigt. Das Resultat, dass oberhalb der Solidustemperatur von Eisensulfid, unter Verwendung von bis zu 15 Vol% FeS in der Silikatmatrix, keine Benetzung der Eisensulfidschmelze stattfindet, widerspricht den Resultaten von Yoshino et al. (2003, 2004). Dies alles unterstützt aber Theorien, die eine teilweise oder gar vollständige Aufschmelzung der Protoerde verlangen (Richter, 2003), denn ein Bereich mit über 35 Vol% Silikatschmelze muss als teilweise geschmolzener Magmaozean angesprochen werden.

Experimentelle Daten von Rubie et al. (2003) und numerische Modelle von Höink et al. (2006) zeigen, dass unter den Bedingungen des Magmaozeans auf einer Zeitskala von 10^4 - 10^5 a, je nach Tiefe des Magmaozeans, die Trennung von geschmolzenem Eisen von den Silikaten möglich ist. Die entstehende Schichtung von dichtem Eisen, das auf dem kalten undifferenzierten Protokern aufliegt ist den numerischen Modellen nach so instabil, dass nach jedem größeren Einschlag eine Rayleigh-Taylor-Instabilität gebildet wird. Die Er-

gebnisse belegen, dass der entwickelte Diapir, wie bereits von Honda et al. (1993) gezeigt wurde, ähnliche Absinkgeschwindigkeiten entwickelt, wie sie nach der Stokes-Gleichung für eine Sphäre im hochviskosen Medium erwartet wird.

Die numerischen Modelle zeigen, dass unter Verwendung temperatur- und spannungsabhängiger Rheologie ein einzelner Diapir nur für Zentraltemperaturen von $T > 970$ K in der Lage ist einen ersten Eisenkern innerhalb von 33 Ma auszubilden. Unter der Annahme einer Gruppe von Diapiren, die über die gesamte Protoerde verteilt ihre Ausgangsorte haben und im selben Zeitraum absinken, ist es möglich, dass sie sich bereits in gewisser Distanz zum Zentrum verbinden und einen Kern ausbilden. Die dann erforderliche Temperatur im unteren Bereich des Protokerns kann mit $T > 670$ K angesetzt werden. Dies steht in guter Übereinstimmung mit den revidierten Resultaten von Merk et al. (2002). Diese sagen eine Zentraltemperatur von etwa $T_Z \approx 600-800$ K in großen akkretierenden Planetesimalen, die zusätzlich durch den radioaktiven Zerfall von ^{26}Al erhitzt werden, voraus.

Allerdings zeigen die Resultate, dass der dimensionslose Skalierungsfaktor der Viskosität b , welcher nach den Daten des Basaltic Volcanism Study Project (1981) für den Protokern in etwa bei $b=20-25$ liegen müsste, von den vorliegenden Daten nicht unterstützt werden kann. Alle Modelle, die eine erfolgreiche Erdkernbildung innerhalb des Zeitraumes von 33 Ma bewerkstelligen, verwenden Werte von $b \leq 10$.

Die Daten bestätigen ferner die Ergebnisse von Ziethe (2003), die zeigen, dass durch vom Diapir während des Abstiegs konduktiv abgegebene Wärme die Temperatur im kalten chondritischen Material erhöht wird. Dadurch bildet sich oberhalb des Diapirs ein „Tunnel“ niedrigerer Viskosität, der die Entstehung und das Absinken nachfolgender Diapire in dieser Region vereinfacht.

Die Untersuchung des Einflusses der Dissipation auf die Abtauchtiefe des absinkender Diapire werden an einem vereinfachten Modell, ohne Spannungsabhängigkeit der Viskosität, durchgeführt. Unter Verwendung der Werte $b=5-10$, was einer geringen Abhängigkeit von der Schmelztemperatur entspricht, zeigt sich, dass nur in der Anfangsphase des Diapirabstiegs eine hohe Dissipationsrate an den Grenzflächen beider Medien zu erwarten ist. Diese geht im weiteren Verlauf des Absinkens erheblich zurück. Dies zeigt sich an den nur mar-

ginal veränderten Absinktiefern von Diapiren mit und ohne Anwendung der Dissipation. Hierbei wäre es aber wünschenswert in der Zukunft zusätzliche Modellrechnungen unter Berücksichtigung des Potenzgesetzes durchzuführen, um die bisherigen Resultate zu überprüfen und zu bestimmen, ob die Absinkzeit dadurch verkürzt wird.

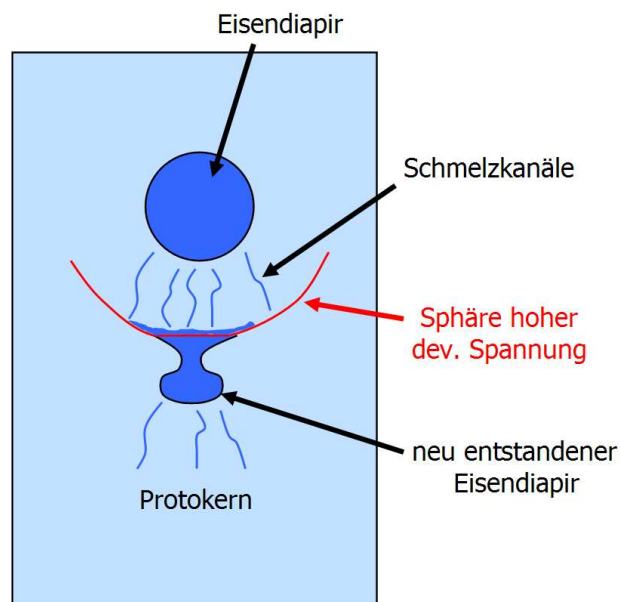


Abbildung 6.1. Konzept des Kaskaden-Mechanismus

Unter Berücksichtigung von Schmelzen entwickeln sich in vereinfachten Modellen, unter Verwendung von Schmelz-Retentionzahlen $R_{tn} < 1$, bedingt durch das Spannungsfeld des absinkenden Diapirs, Kanäle hoher Schmelzkonzentration. Diese bilden sich bevorzugt bei einem Winkel von -45° und 225° , was dem Winkel maximaler Verstärkung entspricht. Dies deckt sich gut mit den theoretischen Vorhersagen Stevensons (1989). Die Perkolationsgeschwindigkeit innerhalb dieser Kanäle übertrifft in diesem Fall die maximale vertikale Absinkgeschwindigkeit des Diapirs um fast eine Größenordnung. Die Schmelze scheint sich hierbei am Rand der Sphäre hoher deviatorischer Spannungen anzusammeln und einen neuen Diapir auszubilden. Aus dem Radius der Spannungssphäre lässt sich das Volumen dieses neu entstandenen Diapirs berechnen. Das Resultat ist, dass die Größenordnung des

Ausgangsdiapirs erreicht wird.

Dies ermöglicht die Anregung neuer Schmelzkanäle und führt zu einem *Kaskaden-Mechanismus* (s. a. Abb. 6.1), der solange Schmelzen ausgebildet werden können, das Eisen in immer größere Tiefen transportieren kann.

Um Temperaturen oberhalb der Solidustemperatur des Eisens sicherzustellen, sind die Mechanismen der Wärmediffusion aus dem Diapir und der Freisetzung von potentieller Energie während des Absinkens verfügbar. Dabei ist davon auszugehen, dass durch die rasche Segregation in den Kanälen ebenfalls negative potentielle Energie freigesetzt wird, die sich nach von Bagen & Waff (1986) folgendermaßen abschätzen lässt:

$$\Delta E_g = \frac{Agh_s^2}{2} \cdot \phi(\phi - 1) \Delta\rho$$

ϕ Schmelzgehalt, A Grundfläche, h_s Höhe der Schmelzsäule

Die quadratische Abhängigkeit von der Höhe der Schmelzsäule erlaubt es beachtliche Energie freizusetzen, da im Modell Schmelzbänder mit bis zu $3 \cdot 10^5$ m Höhe und über $1 \cdot 10^4$ m Durchmesser beobachtet werden können. Unter der Annahme röhrenförmiger Kanäle ergibt sich dann:

$$\Delta E = -1,58 \cdot 10^{22} \text{ J}$$

Verwendete Werte:

$A = \pi r_K^2$, $r_K = 0,5 \cdot 10^4 \text{ m}$, $g = 7 \text{ ms}^{-2}$ (nahe der Oberkante des Protokerns), $h_s = 3 \cdot 10^5 \text{ m}$,
 $\phi = 0,2$, $\Delta\rho = 4000 \text{ kgm}^{-3}$

Nimmt man nun ein zylinderförmige Umgebung des Kanals an, die erwärmt wird, so folgt für den Temperaturanstieg in der direkten Umgebung des Kanals:

$$\Delta T = \frac{\Delta E}{c_P \cdot M_{Zyl}} = 28,7 \text{ K}$$

$c_P = 1300 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ Wärmekapazität, $M_{Zyl} = \pi h_S \rho_{PK} \cdot (r_{Zyl}^2 - r_K^2) = 4,24 \cdot 10^{17} \text{ kg}$ Masse des kanalumgebenden Zylinders mit $r_{Zyl} = 1,0 \cdot 10^4 \text{ m}$ als Radius des umgebenden Zylinders

Bedenkt man, dass es keinen Abfall der Wachstumsrate der Kanalisierungsinstabilität mit steigenden Wellenzahlen gibt, so müssen sehr viele filigrane Kanäle den Protokern durchziehen und erwärmen. So ist die obige Annahme von $r_{Zyl} = 1,0 \cdot 10^4 \text{ m}$ konservativ.

Es ist deshalb davon auszugehen, dass die oben genannten Prozesse zusammen die neugebildeten Diapire heiß genug halten können, um deren Umgebung partiell aufzuschmelzen, so dass der Kaskaden-Mechanismus nicht zum Erliegen kommt.

Es wird zudem eine Anisotropie der Viskosität um den Diapir beobachtet, die auf die Veränderung der Viskosität durch die Schmelzsegregation zurückzuführen ist. Dies führt zu einer Reduktion der Geschwindigkeit des Diapirs und kann dabei zu einem selbstverstärkenden Mechanismus werden. Da der Diapir durch die Reduktion seiner Absinkgeschwindigkeit das umgebende Material stärker erwärmen kann, führt dies zu vermehrter Schmelzbildung. Dies wiederum induziert die Kanalisierungsinstabilität und führt zu einer weiteren Zunahme der Gesamtviskosität in der Umgebung des Diapirs.

Modelle mit einem realistischen Temperaturprofil und spannungsabhängiger Rheologie und Porosität sind wichtige, weiterführende Entwicklungsschritte für die zukünftige Untersuchung dieses Mechanismus. Hierbei wäre der Einsatz eines lokal verfeinerten Gitters in der Umgebung der Kanäle gleichfalls ein großer Fortschritt.

Die Erdkernentstehung bleibt noch immer eines der großen Rätsel der Geowissenschaften. Die vorliegenden Resultate deuten darauf hin, dass viele unterschiedliche Mechanismen zur Erdkernbildung beigetragen haben:

Es ist daher sinnvoll anzunehmen, dass der langsame Perkolationsmechanismus, nach den ersten größeren Einschlägen, die Schmelzen nahe der Oberfläche bilden, einsetzt. Im weiteren Verlauf der Akkretion wird dieser, durch die schnellere Segregation im Magmaozean und die anschließende Rayleigh-Taylor-Instabilität, als dominanter Mechanismus abgelöst. Diese wiederum, könnten durch den in dieser Arbeit vorgestellten *Kaskaden-Mechanismus* unterstützt werden, der die Schmelzen mit nochmals höherer Geschwindigkeit als der Diapir durch den Protokern transportieren kann. Die Kernbildungszeit aus der Hf/W-Isotopie kann durch diesen Mechanismus eingehalten werden.

Neue Ergebnisse von Takafuji et al. (2004) deuten aber an, dass der Perkolationsmechanismus durch eine teilgeschmolzene Matrix im späteren Verlauf der Akkretion, wieder interessant werden kann. Bedingt ist dies durch die Abnahme des Dihedralwinkels zwischen Eisenschmelze und den Silikaten. Der Wert sinkt auf $(51 \pm 4)^\circ$ unter hydrostatischer Auflast im Druckbereich 47 GPa bei Temperaturen von ≈ 3000 K. Dies entspricht dem Übergang von γ -Spinell $(\text{Mg,Fe})_2\text{SiO}_4$ zu Magnesiowüstit $(\text{Mg,Fe})\text{O}$ und Perovskit $(\text{Mg,Fe})\text{SiO}_3$. Hierbei wird eine Vernetzung der unter oberflächennahen Bedingungen unverbundenen Schmelze möglich, was zu hoher Perkolationsgeschwindigkeit führen kann.

Dies ist ein Beispiel, warum die Einschätzung der jeweiligen Bedeutung und Effektivität der einzelnen Mechanismen der Kernbildung schwierig bleibt.

Die Kernbildung muss deshalb in einzelne Zeit- und Tiefenabschnitte gegliedert werden, die jeweils verschiedene dominante Segregationsmechanismen aufweisen können.

Deren Grenzen zu bestimmen und die jeweiligen Mechanismen zu untersuchen sollte deshalb ein wichtiges Thema bleiben.

Es bleibt viel zu tun!

Abbildungsverzeichnis

1.1	Einfluss der adiabatischen Kompression zu Beginn der Kernbildung	7
2.1	Größenverteilung der Planetesimale zu Beginn der Kernentstehung	19
2.2	Definition des Dihedralwinkels und resultierende Schmelzverteilung (nach Stevenson, 1990)	24
2.3	Entstehung der Rayleigh-Taylor-Instabilität (nach Ziethe, 2003)	25
2.4	Bildung von Eisendiapiren (nach Wood et al., 2006)	26
2.5	Schematische Darstellung der Kanalisierungsinstabilität (nach Müller, 2005)	39
3.1	Schematischer Aufbau der Stempelzylinderpresse	49
3.2	Anpassung der Sauerstoffflüchtigkeit des IW-Puffers mittels Exponentialfunktion	52
3.3	Schematischer Aufbau der Zentrifuge	54
4.1	Elektrische Leitfähigkeiten σ und Aktivierungsenergien E_a	61

4.2	Mikrosondenaufnahme der Probe mit 10 Vol% Fe-FeS und $T_{max}=1453$ K .	62
4.3	Zwei Fälle des Wachstums von FeS-Inklusionen mit und ohne Silikatschmelze (nach Yoshino & Watson, 2005)	64
4.4	Mikrosondenaufnahme der Grenzfläche zwischen Molybdän-Elektrode und Probe mit 5 Vol% Fe-FeS und $T_{max}=1513$ K	65
4.5	Schmelzverteilung in den Zentrifugenproben	67
4.6	Profile der FeS-Schmelzverteilung in den Proben 2,6 und 7	68
5.1	Anfangskonfiguration der schmelzfreien Modelle	75
5.2	Anfangstemperaturprofil (nach Sasaki & Nakazawa, 1986)	78
5.3	Änderung der Schwerebeschleunigung in der Protoerde	80
5.4	Bestimmung der geeigneten Viskosität des Protokerns	82
5.5	Abhängigkeit der Absinktiefe vom Exponenten des Potenzgesetzes	86
5.6	Entstehung von „Tunneln“ niedrigerer Viskosität im Protokern	88
5.7	Einfluss der Temperatur im Protokern auf die Absinktiefe des Diapirs	90
5.8	Beschleunigung des Absinkprozesses mit steigender Temperatur im Proto- kern für $b=10$	91
5.9	Temperatur im Zentrum eines akkretierenden Planetesimals (nach Merk et al., 2002)	94
5.10	Einfluss der Abschneideviskosität η_{tr}^{ob} auf die Absinktiefe des Diapirs	95
5.11	Einfluss der Dissipation auf die mittlere Temperatur und die mittlere Ge- schwindigkeit	97
5.12	Auflösungstest der Dissipation	98
5.13	Anfangskonfiguration der Modelle mit ausgebildeter Schmelze	101
5.14	Anpassung des Umrechnungsfaktors q mit Hilfe eines Polynoms 9. Grades	103

5.15	Entwicklung der Segregations- und Diapirgeschwindigkeiten bei ansteigender Porosität	107
5.16	Verarmung an Eisen zwischen den entwickelten Kanälen	108
5.17	Modifizierung der effektiven Scherviskosität bedingt durch die Kanalisierungsinstabilität	110
5.18	Horizontales Strömungsfeld in Abhängigkeit von der Rtn-Zahl	111
5.19	Einfluss der symmetrischen Randbedingung auf das deviatorische Spannungsfeld	113
6.1	Konzept des Kaskaden-Mechanismus	119

Tabellenverzeichnis

1.1	Langlebige Radioaktive Isotope im frühen Sonnensystem (nach Carlson & Lugmair, 2000)	4
1.2	Kurzlebige radioaktive Isotope im frühen Sonnensystem (nach Carlson & Lugmair, 2000)	5
3.1	Zusammensetzung des Peridotits (nach Kopylova & Russell, 2000)	46
4.1	Theoretische und gemessene Geschwindigkeiten in den Proben bei 500g	69
4.2	Theoretisch ermittelte Kernbildungszeiten	71
5.1	Werte der physikalischen Parameter in der Protoerde	76
5.2	Auflösungstest der Dissipationswirkung	98
5.3	Werte der physikalischen Parameter im Schmelzmodell	105
5.4	Versuchsreihenliste für die Ausbildung der Kanalisierungsinstabilität	111

Liste der Laborproben

Statische Experimente (Frankfurt):

Verwendetes Material	Druck [GPa]	Max. Temperatur [K]
Peridotit +5,0 Vol% $Fe - Fe_{70}S_{30}$	1	1411
Peridotit +5,0 Vol% $Fe - Fe_{70}S_{30}$	1	1513
Peridotit +7,5 Vol% $Fe - Fe_{70}S_{30}$	1	1238
Peridotit +7,5 Vol% $Fe - Fe_{70}S_{30}$	1	1593
Peridotit +10 Vol% $Fe - Fe_{70}S_{30}$	1	1357

Peridotit +10 Vol% Fe– <i>Fe</i> ₇₀ <i>S</i> ₃₀	1	1373
Peridotit +10 Vol% Fe– <i>Fe</i> ₇₀ <i>S</i> ₃₀	1	1453
Peridotit +10 Vol% Fe– <i>Fe</i> ₇₀ <i>S</i> ₃₀	1	1553
Peridotit +15 Vol% Fe– <i>Fe</i> ₇₀ <i>S</i> ₃₀	1	1361

Experimente an der Zentrifuge (ETH Zürich):

Verwendetes Material	Zentrifugieren [h]	Druck [GPa]	Temperatur [K]
Peridotit +10 Gew.% $Fe-Fe_{70}S_{30}$	0	1	1488
Peridotit +10 Gew.% $Fe-Fe_{70}S_{30}$	2	1	1488
Peridotit +10 Gew.% $Fe-Fe_{70}S_{30}$	10	1	1488
Peridotit +30 Gew.% $Fe-Fe_{70}S_{30}$	10	1	1488
Peridotit +30 Gew.% $Fe-Fe_{70}S_{30}$	10	1	1423

Perkolationszeit der Schmelze bei variabler Schwerebeschleunigung

Die gemessene Perkolationsgeschwindigkeit der FeS-Schmelze u_f wurde bei einem Wert von 500g ermittelt. Dieser Faktor wird entfernt und durch die variable Schwerebeschleunigung in der jeweiligen Tiefe ersetzt. Es wird die Annahme getroffen, dass das darunterliegende Material ein undifferenzierter Chondrit sei.

$$\int_0^{t_{Kern}} dt = \frac{1}{\frac{-u_f}{g'} \cdot \frac{4}{3}\pi G \rho_{PK}} \int_R^{R_0} \frac{dx}{x}$$

Mittels Integration ergibt sich folgende Gleichung:

$$t_{Kern} = \frac{1}{-4u_f/3g' \cdot \pi G \rho_{PK}} \cdot \ln \left(\frac{R_0}{R} \right)$$

Die obere Integrationsgrenze R_0 kann hierbei folgendermaßen gewonnen werden, wenn man annimmt, dass in der Protoerde nach der Bildung erster Schmelzen sich eine globale geringmächtige FeS-Schmelzschicht der Tiefe ΔR ausbildet. Dieser Wert wird mit dem

Durchmesser der größten Schmelztropfen aus den Aufnahmen an der Mikrosonde gleichgesetzt.

Nun wird berechnet, wie groß der Radius einer FeS-Sphäre im Mittelpunkt der Protoerde wäre, wenn sie aus diesem Schmelzfilm entstanden wäre.

$$\frac{4}{3}\pi(R + \Delta R)^3 - \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi R_0^3 \Rightarrow R_0 = \sqrt[3]{3R^2\Delta R - 3\Delta R^2R + \Delta R^3}$$

Diese Annahme ermöglicht es eine sinnvollere Absinkzeit zu berechnen, da gilt:

$$\lim_{R_0 \rightarrow 0} \ln R_0 \rightarrow -\infty$$

Radius des Zylinderquerschnitts gebildet aus der perturbierten Schicht

Die Fläche der Eisenschicht lässt sich mittels folgendem Integral darstellen:

$$F = (A + d_{Fe}) \int_0^{\lambda/4} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right) dx$$

Hierbei ist $(A + d_{Fe})$ die Gesamtamplitude der perturbierten Eisenschicht, zusammengesetzt aus der unperturbierten Schichtmächtigkeit und der Perturbationsamplitude.

Da aber nur der halbe Diapir in den Modellen ohne Schmelzbildung modelliert wird, muss gelten:

$$\frac{1}{2}\pi r^2 = (A + d_{Fe}) \int_0^{\lambda/4} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right) dx$$

Es ergibt sich:

$$r = \sqrt{\frac{(A + d_{Fe}) \lambda}{\pi^2}}$$

Erwarteter Radius des 2D-Eisenkerns

Für den non-dimensionalen Radius des 2D-Protokerns muss, unter Annahme, dass die gleich große Diapire zeitgleich absinken, gelten:

$$\frac{r_K}{h} = \frac{1}{h} \sqrt{\frac{s \pi r_{Dia}^2}{\pi}}$$

s steht hierbei für die Anzahl der absinkenden Diapire und lässt sich folgendermaßen aus Umfang und Wellenlänge bestimmen:

Zur Bestimmung der Anzahl der Diapire verwendet man den Umfang der Protoerde:

$$s = \frac{2\pi R_{PK}}{\lambda/2} = \frac{4\pi R_{PK}}{\lambda}$$

Für r_{Dia} wird die im vorhergehenden Paragraphen ermittelte Gleichung verwendet. Es ergibt sich für die Gesamtfläche der Diapire:

$$A = s \pi r_{Dia}^2 = \frac{4\pi^2 R_{PK}}{\lambda} \frac{(A + d_{Fe}) \lambda}{\pi^2}$$

Dies entspricht einem nondimensionalen Eisenkernradius r_K/h von:

$$\frac{r_K}{h} = \frac{2}{h} \sqrt{\frac{(A + d_{Fe}) R_{PK}}{\pi}}$$

Temperaturerhöhung durch Freisetzung potentieller Energie

Nach Schmeling gilt:

Für die Änderung der potentiellen Energie ΔE eines Massenelements δm zwischen ∞ und r gilt:

$$\Delta E = \int_{\infty}^r \delta m g(r') dr' = \delta m \int_{\infty}^r \frac{GM(r)}{r'^2} dr'$$

Hierbei wird angenommen, dass sich das Massenelement in das Gravitationsfeld einer Masse $M(r)$ bewegt, für das gilt: $g = GM(r)/r'^2$.

Nach der Integration folgt:

$$\Delta E = \int_{\infty}^r \delta m g(r') dr' = \delta m GM(r) \cdot \left(-\frac{1}{r} + \frac{1}{\infty} \right) = -\delta m GM(r) \frac{1}{r}$$

Für eine Kugelschale gilt entsprechend:

$$\delta m = 4\pi\rho(r)r^2 dr$$

Einsetzen in obige Gleichung ergibt:

$$\Delta E = -4\pi\rho(r)r^2 GM(r) \frac{1}{r} dr = -4\pi\rho(r)r GM(r) dr$$

Für eine homogene undifferenzierte Protoerde gilt nun:

$$E_1 = \int_0^R -4\pi G M(r) \rho(r) r dr$$

Unter Annahme konstanter Dichte lässt sich die Masse als $M(r) = \frac{4}{3}\pi\rho_{PK} r^3$ ausdrücken:

$$E_1 = -\frac{16}{3}\pi^2 G \rho_{PK}^2 \int_0^R r^4 dr$$

Als Endergebnis erhält man:

$$E_1 = -\frac{16}{15}\pi^2 G \rho_{PK}^2 R_{PK}^5$$

Für eine Zweischicht-Protoerde, bestehend aus Eisenkern mit Radius R_K und ehemaligem Protokernmaterial, dem jetzigen Erdmantel, ergibt sich:

$$E_2 = -4\pi G \int_0^R \rho(r) M(r) r dr$$

Unter der Annahme konstanter Dichten in den beiden Schichten folgt:

$$E_2 = -4\pi G \left[\int_0^{R_K} \rho_{Fe} M(r) r dr + \int_{R_K}^R \rho_{PK} M(r) r dr \right]$$

Setzt man nun, wie im homogenen Fall, $M(r) = \frac{4}{3}\pi\rho_K r^3$ im ersten Term ein, so ergibt sich:

$$E_2 = \underbrace{-\frac{16}{15}\pi^2 G \rho_{Fe}^2 R_K^5}_{=E_K} + (-4\pi G) \int_{R_K}^R \rho_{PK} M(r) r dr$$

Da die Dichte im zweiten Term nicht überall gleich ρ_{Fe} ist, muss $M(r)$ hier aufgespalten werden.

$$E_2 = E_K + (-4\pi G) \int_{R_K}^R \left[\int_0^{R_K} 4\pi\rho_{Fe} r'^2 + \int_{R_K}^r 4\pi\rho_{PK} r'^2 \right] \rho_{PK} r dr$$

Es ergibt sich:

$$E_2 = E_K + (-4\pi G) \int_{R_K}^R \left[\frac{4}{3}\pi\rho_{Fe} R_K^3 + \frac{4}{3}\pi\rho_{PK} (r^3 - R_K^3) \right] \rho_{PK} r dr$$

Das Ergebnis lässt sich nun zusammenfassen zu:

$$E_2 = E_K + \left(-\frac{16}{3}\pi^2 G \right) \int_{R_K}^R [(\rho_{Fe} - \rho_{PK}) R_K^3 + \rho_{PK} r^3] \rho_{PK} r dr$$

Die Aufspaltung des verbliebenen Integrals liefert:

$$E_2 = E_K - \frac{16}{3}\pi^2 G \int_{R_K}^R \left[(\rho_{Fe} - \rho_{PK}) R_K^3 \rho_{PK} \int_{R_K}^R r dr + \rho_{PK}^2 \int_{R_K}^R r^3 r dr \right]$$

Die letzte Integration ergibt schlussendlich:

$$E_2 = E_K - \frac{16}{3}\pi^2 G \left[(\rho_{Fe} - \rho_{PK}) R_K^3 \rho_{PK} \cdot \frac{1}{2} (R^2 - R_K^2) + \rho_{PK}^2 \cdot \frac{1}{5} (R^5 - R_K^5) \right]$$

Die freigesetzte potentielle Energie ergibt sich nun aus der Differenz $E_1 - E_2$.

Das Potential ist hierbei negativ, da bei der Kernbildung Energie frei wird.

Volumen der Schmelze in den Kanälen

Das Volumen der Umgebung des Diapirs sei folgendermaßen definiert:

$$V_u = \frac{4}{3}\pi (er_{Dia})^3 - \frac{4}{3}\pi r_{Dia}^3 = \frac{4}{3}\pi r_{Dia} \underbrace{(e^3 - 1)}_{=V_{Dia}}$$

r_{Dia} Diapirradius, e Radius skaliert mit r_{Dia} in dem Kanäle entstehen

Für den undifferenzierten chondritischen Protokern muss jedoch beachtet werden, dass nur 10% Eisen zu Verfügung stehen:

$$V_{Fe} = V_{Dia} (e^3 - 1) \cdot \phi$$

ϕ Porosität

ProgrammROUTINEN

Die Programmierarbeiten umfassten die Erweiterung vorhandener FORTRAN-Subroutinen des Programms FDCON und die Erstellung von Auswertungsprogrammen.

Modifizierte und erstellte FORTRAN-Routinen:

anfw.f *datout.f* *den.f* *diss.f*
ini.f *outfield.f* *pressegr.f* *segropt.f*
tlast.f *tmelt.f* *tribu2.f* *vola.f*
diapirpar.f90

Verwendete Software

DiAna v2.0	Programm zur digitalen Bildanalyse
FDCON	2D Finite Differenzen Code
MATLAB v6.1	Graphikprogramm
Origin v7.5	Graphikprogramm
Surfer v7.0	Graphikprogramm

Literaturverzeichnis

- Y. Abe, Thermal and chemical evolution of the terrestrial magma ocean, *Phys. Earth Planet. Int.*, 100, 27-39, 1997.
- N. Bagdassarov, H.C. Freiheit & A. Putnis, Ionic conductivity and pressure dependence of trigonal-to-cubic phase transition in lithium sodium sulphate, *Solid State Ionics*, 285-296, 2001.
- G.K. Batchelor, An introduction to fluid dynamics, *Cambridge Univ. Press*, London, 1967.
- W. Benz & A.G.W. Cameron, Terrestrial effects of the giant impact, in: *Origin of the Earth*, ed. H.E. Newsom, J.H. Jones, Oxford Un. Press, 61-67, 1990.
- Y. Bottinga & D.F. Weill, The viscosity of magmatic silicate liquids: A model calculation, *Am. J. Sci.*, 272, 438-475, 1972.
- R. W. Carlson & G.W. Lugmair, Timescales of Planetesimal Formation and Differentiation Based on Extinct and Extant Radioisotopes, *Origin of the Earth and Moon*, ed: R.M. Canup, K. Righter, Arizona Un. Press, 25-44, 2000.
- J. E. Chambers, Planetary accretion in the inner Solar System, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 223, 241-252, 2004.
- S. Chandrasekhar, Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability, *Clarendon Press reprint by Dover*, 1981.
- S. Constable, SEO3: A new model of olivine electrical conductivity, *Geophys. J. Int.*, 166,

435-437, 2006.

A. Coradini, C. Federico & P. Lanciano, Earth and Mars: early thermal profiles, *Phys. Earth Planet. Int.*, 31, 145-160, 1983.

L. S. Darken & R.W. Gurry, The system iron-oxygen I. The wüstite field and related equilibria, *J. Amer. Chem. Soc.*, 67, 1398-1412, 1945.

G.F. Davies, Heat and Mass Transport in the Early Earth, in: *Origin of the Earth*, ed. H.E. Newsom, J.H. Jones, Oxford Un. Press, 175-194, 1990.

N. Groebner & D.L. Kohlstedt, Deformation-induced metal melt networks in silicates, Implications for core-mantle interactions in planetary bodies, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 245, 571-580, 2006.

C. Hall & E. Parmentier, Spontaneous melt segregation in a deforming solid with viscosity variations due to water weakening, *Geophys. Res. Lett.*, 27, 9-12, 2000.

C.L. Harper & S.B. Jacobsen, Noble gases and Earth's accretion, *Science*, 273, 1814-1818, 1996b.

A.W. Hofmann, Diffusion in natural silicate melts: A critical review, *Physics of Magmatic Processes*, ed. R.B Hargraves, Princeton Univ. Press, Princeton, NJ, 385-417, 1980.

T. Höink, J. Schmalzl & U. Hansen, Dynamics of metal-silicate separation in a terrestrial magma ocean, *Geochem. Geophys. Geosyst.*, 7, Q09008, doi:10.1029/2006GC001268, 2006.

B.K. Holtzman, N.J. Groebner, M.E. Zimmerman, S.B. Giusterberg & D.L. Kohlstedt, Stress-driven melt segregation in partially molten rocks, *Geochem. Geophys. Geosyst.*, 4, 8607, doi:10.1029/2001GC000258, 2003.

R. Honda, H. Mizutani, T. Yamamoto, Numerical simulation of earth's core formation, *J. Geophys. Res.*, 98, B2, 2075-2089, 1993.

J.W. Husoft & D.L. Kohlstedt, Metal-silicate segregation in deforming dunitic rocks, *Geochem. Geophys. Geosyst.*, 7, Q02001, doi:10.1029/2005GC001048, 2006.

S. Ida, Y. Nakagawa & K. Nakazawa, The Earths Core Formation Due to the Rayleigh-Taylor Instability, *Icarus*, 69, 239-248, 1987.

S.B. Jacobsen, The Hf-W isotopic system and the origin of the Earth and Moon, *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.*, 33, 531-570, 2005.

- S.-i. Karato & V.R. Murthy, Core formation and chemical equilibrium in the Earth I. Physical considerations, *Phys. Earth Planet. Int.*, 100, 61-79, 1997a.
- T. Kleine, C. Münker, K. Mezger, & H. Palme, Rapid accretion and early core formation on asteroids and the terrestrial planets from Hf-W chronometry, *Nature*, 418, 952-955, 2002.
- D. Kohlstedt, Q. Bai, Z. Wan & S. Mei, Rheology of partially molten rocks, in: *Physics and Chemistry of Partially Molten Rocks*, ed. N. Bagdassarov, D.Laporte & A.B. Thompson, Kluwer Academic Publishers, 1-28, 2000.
- M.G. Kopylova & J.K. Russell, Chemical stratification of cratonic lithosphere: Constraints from the Northern Slave craton, Canada, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 181, 71-87, 2000.
- S.J. Kortenkamp, E. Kokubo & S.J. Weidenschilling, Formation of Planetary Embryos, *Origin of the Earth and Moon*, ed: R.M. Canup, K. Righter, Arizona Un. Press, 25-44, 2000.
- T. Kunihiro, A.E. Rubin, K.D. McKeegan & J.T. Wasson, Initial $^{26}\text{Al}/^{27}\text{Al}$ in carbonaceous-chondrite chondrules: Too little to melt asteroids, *Geochim. Cosmochim. Acta*, 68, 2947-2957, 2004.
- J. Li & C.B. Agee, The effect of pressure, temperature, oxygen fugacity and composition on partitioning of nickel and cobalt between liquid Fe-Ni-S alloy and liquid silicate: Implications for the Earth's core formation, *Geochim. Cosmochim. Acta*, 65, 1821-1832, 2001.
- J.R. Macdonald (ed.), Impedance spectroscopy, *J. Wiley & Sons*, New York, 1987.
- H.J. Melosh, Impact cratering: A geologic process, *Oxford Univ. Press*, New York, 1989.
- H.J. Melosh, Giant impacts and the thermal state of the early earth, in: *Origin of the Earth*, ed. H.E. Newsom, J.H. Jones, Oxford Un. Press, 69-83, 1990.
- R. Merk, D. Breuer & T. Spohn, Numerical Modeling of ^{26}Al -Induced Radioactive Melting of Asteroids Considering Accretion, *Icarus*, 159, 183-191, 2002.
- W.G. Minarik, F.J. Ryerson & E.B. Watson, Textural Entrapment of Core-Forming Melts, *Science*, 272, 530-533, 1996.
- K. Müller, Numerische Untersuchung der spannungsangetriebenen Schmelzsegregation mit Anwendung auf einen Plume unter einem Mittel-Ozeanischen Rücken, *Dissertation Univ. Frankfurt*, 2005.

- E. Ohtani, Melting temperature distribution and fractionation in the lower mantle, *Phys. Earth Planet. Int.*, 33, 12-25, 1983.
- M. Rabinowicz & J.-L. Vigneresse, Melt segregation under compaction and shear channeling: Application to granitic magma segregation in a continental crust, *J. Geophys. Res.*, 109, 2004.
- H. Ramberg, Fluid dynamics of layered systems in the field of gravity, a theoretical basis for certain global structures and isostatic adjustment, *Phys. Planet. Int.*, 1, 63-87, 1968.
- C.N. Richardson, Melt flow in a variable viscosity matrix, *Geophys. Res. Lett.*, 25, 1099-1102, 1998.
- K. Righter, Metal-Silicate partitioning of siderophile elements and core formation in the early Earth, *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.*, 31, 135-174, 2003.
- D.C. Rubie, H.J. Melosh, J.E. Reid, C. Lieske & K. Righter, Mechanisms of metal-silicate equilibration in the terrestrial magma ocean, *Earth and Planet. Sci. Lett.*, 205, 239-255, 2003.
- T. Rushmer, W.G. Minarik & G.J. Taylor, Physical processes of core formation, in: *Origin of the Earth and Moon*, ed: R.M. Canup, K. Righter, Arizona Un. Press, 227-243, 2000.
- T. Rushmer, N. Petford, M. Humayun & A.J. Campbell, Fe-liquid segregation in deforming planetesimals: Coupling Core-Forming compositions with transport phenomena, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 239, 185-202, 2005.
- S. Sasaki & K. Nakazawa, Metal-Silicate Fractionation in the Growing Earth: Energy source for the Terrestrial Magma Ocean, *J. Geophys. Res.*, 91, 9231-9238, 1986.
- S. Sasaki, The primary solar-type atmosphere surrounding the accreting Earth: H₂O-induced high surface temperature, in: *Origin of the Earth*, ed. H.E. Newsom, J.H. Jones, Oxford Un. Press, 195-209, 1990.
- R.N. Schock, A.G. Duba & T.J. Shankland, Electrical conduction in olivine, *J. Geophys. Res.*, 94, 5829-5839, 1989.
- H. Schmeling, On the relation between initial conditions and late stages of Rayleigh-Taylor instabilities, *Tectonophysics*, 133, 65-80, 1987.
- H. Schmeling, Partial melting and melt segregation in a convecting mantle, in: *Physics and*

- Chemistry of Partially Molten Rocks*, ed. N. Bagdassarov, D.Laporte & A.B. Thompson, Kluwer Academic Publishers, 141-178, 2000.
- H. Schmeling, Geodynamik I & II, Vorlesungsskript.
- H. Schmeling, Numerische Methoden der Geodynamik, Vorlesungsskript.
- T. Scott & D.L. Kohlstedt, The effect of large melt fraction on the deformation behavior of peridotite, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 246, 177-187, 2006.
- F.D. Stacey, Physics of the Earth, *J. Wiley*, New York, 1977.
- B. Steinberger & A.R. Calderwood, Models of large-scale viscous flow in the Earth's mantle with constraints from mineral physics and surface observations, *Geophys. J. Int.*, 167, 1461-1481, 2006.
- D.J. Stevenson, Models of the earth's core, *Science*, 214, 611-619, 1981.
- D.J. Stevenson, Spontaneous small-scale melt segregation in partial melts undergoing deformation, *Geophys. Res. Lett.*, 16, 1067-1070, 1989.
- D.J. Stevenson, Fluid dynamics of core formation, in: *Origin of the Earth*, ed. H.E. Newsom, J.H. Jones, Oxford Un. Press, 231-249, 1990.
- N. Takafuji, G. Xu, J. Mitome, Y. Bando, K. Hirose & S. Ono, Segregation of core melts by permeable flow in the lower mantle, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 224, 249-257, 2004.
- D.L. Turcotte & G. Schubert, Geodynamics, *Cambridge Univ. Press*, 2002.
- J.A. Tyburczy, B. Frisch & T.J. Ahrens, Shock-induced volatile loss from a carbonaceous chondrite: Implications for planetary accretion, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 80, 201-207, 1986.
- N. Von Bargen & H.S. Waff, Permeabilities, interfacial areas and curvatures of partially molten systems: Results of numerical computations of equilibrium microstructures, *J. Geophys. Res.*, 91, 9261-9276, 1986.
- G.W. Wetherill, Formation of the earth, *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.*, 205-256, 1990.
- W.D. Wooldt, Finite element calculations applied to salt dome analysis, *Tectonophysics*, 50, 369-386, 1978.
- T.-C. Wu, W.A. Bassett, P.C. Burnley & M.S. Weathers, Shear-promoted phase transitions in Fe_2SiO_4 and Mg_2SiO_4 and the mechanism of deep earthquakes, *J. Geophys. Res.*, 98, 19767-19776, 1993.

- Y. Xu, B.T. Poe, T.J. Shankland & D.C. Rubie, Electrical conductivity of olivine, wadsleyite and ringwoodite under upper-mantle conditions, *Science*, 280, 1415-1418, 1998.
- T. Yoshino, M.J. Walter & T. Katsura, Core formation in planetesimals triggered by permeable flow, *Nature*, 422, 154-157, 2003.
- T. Yoshino, M.J. Walter & T. Katsura, Connectivity of molten Fe alloy in peridotite based on in situ electrical conductivity measurements: Implications for core formation in terrestrial planets, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 222, 625-643, 2004.
- T. Yoshino & E.B. Watson, Growth kinetics of FeS melt in partially molten peridotite: An analog for core-forming processes, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 453-468, 2005.
- K.J. Zahnle, J.E. Kasting & J.B. Pollack, Evolution of a steam atmosphere during Earth's accretion, *Icarus*, 74, 62-97, 1988.
- R. Ziethe, Sinking Iron Diapirs: A Model for Planetary Core Formation, *Dissertation Univ. Münster*, 2003.

Danksagung

Ich möchte mich bei Herrn Prof. Harro Schmeling und Herrn Dr. Nickolai Bagdassarov für die Aufgabenstellung und sehr gute Betreuung meiner Diplomarbeit bedanken.

Ihre Anregungen und Denkanstöße haben entscheidend zu dieser Arbeit beigetragen.

Auch möchte ich all denen, die mir mit Rat und Tat zur Seite standen, insbesondere Herrn Dr. Kristian Müller, ein herzliches Dankeschön aussprechen.

Für die Unterstützung der Herren Wolfgang Schiller und Herrn Alfred Schaub der Facheinheit Geologie bei der Präparation und diejenige von Herrn Giulio Solferino (ETH Zürich) bei der Analyse der Proben sei besonderer Dank ausgesprochen.

Meinen Eltern danke ich für die finanzielle Unterstützung meines Studiums, welche die stetige Arbeit an diesem Projekt ermöglichte.

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und nur unter Benutzung der angegebenen Literatur angefertigt habe.

Frankfurt, den 31.01.2007