



## Open Archive Toulouse Archive Ouverte (OATAO)

OATAO is an open access repository that collects the work of Toulouse researchers and makes it freely available over the web where possible.

This is an author-deposited version published in: <http://oatao.univ-toulouse.fr/>  
Eprints ID: 9883

**To cite this document:** Prothin, Sebastien and Billard, Jean-Yves and Djeridi, Henda *Traitement d'image utilisant la POD et la DMD pour l'étude du développement de la cavitation sur un NACA0015*. (2013) In: 21ème Congrès Français de Mécanique, 26 August 2013 - 30 August 2013 (Bordeaux, France).

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository administrator: [staff-oatao@inp-toulouse.fr](mailto:staff-oatao@inp-toulouse.fr)

# TRAITEMENT D'IMAGE UTILISANT LA POD ET LA DMD POUR L'ETUDE DU DEVELOPPEMENT DE LA CAVITATION SUR UN NACA0015

S. PROTHIN\*, J-Y. BILLARD\*\*, H. DJERIDI\*\*\*

\* *Institut Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, (ISAE Toulouse), Département Aérodynamique, Energétique et Propulsion. BP 54032, 10 av. Edouard Belin, 31055 Toulouse, France. [sebastien.prothin@isae.fr](mailto:sebastien.prothin@isae.fr)*

\*\* *Institut de Recherche de l'Ecole Navale (IRENav EA 3634), Département Mécanique et Energétique en Environnement Naval, CC 400, 29240 BREST Cedex 9*

\*\*\* *Laboratoire de Physique des Océans (LPO, UMR 6523, CNRS, IFREMER, IRD, UBO), Université Européenne de Bretagne, Université de Brest / UFR Science, 6 Av. Le Gorgeu, BP 809, 29285 Brest Cedex*

## Résumé :

Le travail présenté ici concerne l'étude des instabilités de poche de cavitation se développant sur un profil bidimensionnel de type NACA0015 à haut nombre de Reynolds ( $Re=5 \cdot 10^5$ ). Les conditions expérimentales sont relatives à des poches quasi-statique, périodique, transitoire et apériodique correspondant à des valeurs de  $\sigma/2\alpha$  de 5.75, 5, 4.3 et 3.58. Le comportement dynamique de la cavité est étudié à l'aide d'outils mathématiques de type décomposition orthogonale en modes propres (POD) et décomposition en mode dynamique (DMD) appliqués à des images issus de visualisations rapides. L'originalité de ce travail est l'application de ces méthodes pour décrire le comportement dynamique (2D et 3D) spatio-temporel de la poche en fonction des conditions de cavitation dans le but de mettre en évidence les effets 3D inhérents à l'instabilité soit de jet rentrant soit de propagation d'une onde à l'interface de la poche à l'origine du caractère pulsant de celle-ci.

## 1 Introduction

Un grand nombre d'études concernant la cavitation qui apparaît sur l'extrados d'un profil hydrodynamique a été publié dans les 20 dernières années. Les caractéristiques du champ de pression régissent le type de cavitation qui va s'y développer. Pour un faible gradient de pression à proximité du bord d'attaque du profil, une cavitation par bulles sera observée et pour de forts gradients de pression, une cavité de vapeur attachée un peu en aval du bord d'attaque est observée. Dans ce dernier cas, de nombreuses études ont montré l'influence des différents paramètres qui régissent la forme et le comportement de cette cavité. En effet, ce type d'écoulement est fortement instationnaire engendrant un lâcher de structure de vapeur issu soit d'un mécanisme de jet rentrant arrachant une partie de la poche soit d'un mécanisme de propagation d'une onde à l'interface liquide/vapeur dont l'amplitude peut s'avérer suffisante pour couper la cavité de vapeur. On peut citer les travaux de Chahine et Hsiao [1], les observations de Kawanami [2] ou encore les travaux de Arndt et al. [3] ou Kjeldsen et al. [4] sur les instabilités de poche en fonction du paramètre  $\sigma/2\alpha$ . Des études récentes (Kjeldsen et Arndt [5] ou Kawakami et al. en 2008 [6]) attestent en effet un changement de dynamique de poche pour une valeur de  $\sigma/2\alpha = 4$  pour un profil NACA0015 correspondant à un changement de fréquence de lâcher de structures de vapeur associé à une longueur initiale de poche relativement importante. Même si le paramètre caractérisant le mécanisme de transition semble bien défini, les variations de fréquence de lâcher ainsi que la dynamique spatiale de la poche ne le sont pas. C'est pourquoi, nous proposons ici une étude spatio-temporelle d'une poche de cavitation se développant sur un profil NACA0015 bidimensionnel à l'aide d'outils d'analyse performant de type décomposition orthogonale en modes propres (POD, Sirovich [7]) ou décomposition en modes dynamiques (DMD, Shmidt [8]) appliqués à des signaux spatio-temporels issus de visualisations rapides. On se propose d'étudier quatre configurations de poche : quasi-statique  $\sigma/2\alpha = 5.75$ , périodique  $\sigma/2\alpha = 5$ , transitoire  $\sigma/2\alpha = 4.3$  et apériodique  $\sigma/2\alpha = 3.5$ . Différentes méthodes de traitement d'images ont été développées pour caractériser la dynamique spatiale, temporelle ainsi que le comportement 2D/3D de la poche. La première technique consiste de manière classique à extraire des signaux temporels (haute cadence) de niveau gris, issus de visualisations en vue de dessus de la poche et d'en reconstruire la moyenne sur la longueur de corde afin de caractériser d'une part la fréquence caractéristique de lâcher de poche et d'autre part de mettre en évidence la vitesse de convection des structures (constitution des diagrammes : espace-fréquences, espace-temps). Les deux autres méthodes (POD et DMD) permettent de mettre en évidence les modes les plus

énergétiques de lâcher de structures cavitantes, la dynamique 2D et 3D mais également de caractériser la fréquence correspondant à chaque mode et ainsi de caractériser en temps et en espace les bifurcations dynamiques de la cavitation.

## 2 Configuration expérimentale

### 2.1 Installation expérimentale et configuration de l'écoulement étudié

Les expériences ont été menées dans le tunnel de cavitation de l'institut de recherche de l'école navale. Le tunnel est équipé d'une veine d'un mètre de long pour une section de 196x196 mm<sup>2</sup>. Les vitesses dans la veine sont comprises entre 3 et 15 m/s et la pression peut être réglée entre 30 mbar et 3 bars à la section de mesure. Pour la présente étude un profil 2D NACA0015 a été fixé à mi-hauteur de veine, dont la longueur de corde  $c = 100\text{mm}$ , et l'envergure  $s = 192\text{mm}$ . La vitesse de référence a été fixée à 5 m/s correspondant un nombre de Reynolds de  $5 \cdot 10^5$  et l'angle d'incidence du profil par rapport à l'écoulement est de  $10^\circ$ . Les trois configurations étudiées correspondent à des valeurs du nombre de cavitation  $\sigma$  égales à 1.25, 1.75 et 2. Ces valeurs ont été obtenues par une modification de la pression de référence. Ces nombres permettent de balayer les différents comportements de la cavité, poche quasi-statique, périodique et apériodique et correspondent respectivement à des valeurs de  $\sigma/2\alpha$  de 3.58, 4.3, 5 et 5.75.

### 2.2 Description des données

Les images ont été prises à l'aide d'une caméra rapide, modèle Photron FASTCAM SA3 120K-M2 positionnée au-dessus de la section de mesure pour observer l'extrados du profil où la cavité se développe. La fréquence d'acquisition est de 2000 images par seconde. Chaque ensemble de données contient  $N_T$  images (5000) et représente 2.5 s d'observation. Chaque image brute est constituée par 512 x 256 pixels. Un exemple d'une de ces images est présenté sur la **figure 1**.

## 3 Présentation des méthodes

Trois méthodes différentes de traitement d'image ont été appliquées sur chaque ensemble de données et sont décrites par la suite. Un pré-traitement, commun pour les trois méthodes, a été mis en place:

- La première étape consiste en un redressement de l'image. Au cours de cette étape, la zone trapézoïdale entourée par un cadre blanc est projetée sur une zone rectangulaire dont le rapport est égal au rapport d'aspect du profil (voir **figure 1**).
- Dans la deuxième étape, les deux tourbillons cavitants qui peuvent être vus sur les deux parois latérales sont éliminés et la zone centrale de l'image est maintenue pour les étapes suivantes. Cette image est formée par  $N_s = 75000$  pixels (250 lignes x 300 colonnes). Chaque pixel est représenté par une valeur de gris comprise entre 0 et 255. L'image résultante est présentée sur la **figure 2**.

### 3.1 Moyenne 2D dans l'envergure

Une évolution moyenne de niveaux de gris sur la longueur de la corde est évaluée par l'intermédiaire de la moyenne spatiale de toutes les colonnes de pixels sur l'envergure du profil. Ainsi, chaque image est représentée par une seule colonne de pixels caractéristiques de la cavité (voir **figure 2**). Cette méthode consiste dans l'agrégation de ces colonnes dans un diagramme espace-temps, et un diagramme espace-fréquences. Les images résultantes sont représentatives du comportement de la poche au cours du temps. L'évolution en fonction du temps de la longueur de la cavité est clairement observable. On peut également remarquer que le comportement de la cavité est périodique et répétable dans le cas correspondant à  $\sigma/2\alpha = 5$ , on note également un caractère intermittent de celle-ci. L'image résultante est présentée sur la **figure 3** ( $N_T$  colonnes x 250 lignes). L'observation d'un motif entouré de cadre blanc, à côté de la **figure 3**, nous permet de décrire précisément le comportement cavité. La cavité apparaît près du bord d'attaque ① et augmente jusqu'au point ② correspondant au jet rentrant au bord de fuite de la cavité un peu en aval du bord d'attaque. Immédiatement, le motif suivant apparaît et suivra la même évolution. Juste après le détachement de la cavité, la vitesse du bord de fuite est modifiée ③ et la différence entre les vitesses du bord d'attaque et de fuite conduit à l'effondrement de la cavité. La période du phénomène est représentée par l'intervalle de temps entre les points ① et ②.

### 3.2 Décomposition en modes propres (POD)

La décomposition POD introduite par Lumley (1933) conduit à une décomposition énergétique et fournit un ensemble de fonctions orthogonales déterministes appelées mode  $\phi_n(X)$  et solution de l'équation de Fredholm. Cette méthode a été formalisée par Sirovich [6] et se réfère à la méthode des snapshots. Le tri décroissant des valeurs propres révèle les modes les plus dominants spatialement. Ainsi la reconstruction précédente peut être étendue à des modes les plus énergétiques ( $N_{\text{modes}} < N_T$ ) représentatifs du processus. Chaque snapshot peut donc être reconstruit en utilisant une partie des

modes. En particulier, lorsque le processus est dominé par un phénomène périodique, comme dans la présente étude, les premiers modes POD sont organisés en paires (Ma & Karniadakis [8]). Dans le cas présent nous obtiendrons un squelette énergétique spatial des nuages de vapeur engendrés par l'arrachement de la poche dans différentes configurations en fonction du paramètre  $\sigma/2\alpha$  (paramètre caractéristique de l'instabilité de poche).

### 3.3 Décomposition en modes dynamiques (DMD)

Schmid [9] a introduit une décomposition en mode dynamique (DMD) pour extraire des informations en mode dynamique à partir d'un champ d'écoulement basé sur l'analyse de Koopman d'un système dynamique (Rowley et al. [10]). Les modes extraits, qui peuvent être interprétés comme une généralisation des modes de la stabilité globale, peuvent être utilisés pour décrire le mécanisme physique sous-jacent qui est capturée dans la séquence de données. La pertinence du travail présenté ici consiste à coupler cette POD à la technique de décomposition modes dynamiques (DMD) car cela contribue non seulement à extraire des structures spatiales pertinentes (poches arrachées cycliquement et convectées le long du profil) mais également d'extraire les modes de Fourier correspondants. Cette information complémentaire permet donc de mettre en évidence la contribution spectrale des structures de vapeur longitudinales et transversales.

## 4 Résultats

### 4.1 Diagrammes spatio-temporels

On présente sur les **figures 4, 5, 6 et 7** les diagrammes spatio-temporels des signaux correspondant aux trois types d'instabilité de poche respectivement  $\sigma/2\alpha = 5.75, 5, 4.3$  et  $3.58$ . Les spectres correspondant à chacune des configurations. Concernant le paramètre  $\sigma/2\alpha > 4$  (correspondant à  $\sigma = 2$ ), on constate une cavité d'environ 25% de la longueur de corde qui reste attachée près du bord d'attaque comme l'a observé Arndt [3]. Des nuages de vapeur sont arrachés périodiquement de la cavité à une fréquence d'environ 40Hz. La modification de la longueur de la cavité reste faible. De temps en temps un comportement plus fluctuant peut être observé (zones encadrées), intervalles de temps au cours desquels le lâché est intensifié et la fréquence associée est de 50Hz. A chaque ligne de ces figures correspond un signal temporel, permettant d'extraire ses fréquences. Grace à ces spectres, nous retrouvons les fréquences précédemment estimées, 41 et 47Hz. Sur ce spectre un troisième pic peut être identifié à 51Hz (+/- .0.1Hz). Ces fréquences permettent de calculer un nombre de Strouhal basé sur la longueur de corde de l'ordre de 0.82 (cette valeur corrobore celles trouvées par Kawanami et al. [2] où  $St \sim 0.8$  ou Arndt et al. [3]). Pour  $\sigma = 1.75$  correspondant à  $\sigma/2\alpha = 5$ , la cavité à un comportement périodique et on peut observer une disparition totale de la cavité (**figure 5**), lorsque le jet rentrant vient couper la cavité au niveau du bord d'attaque. La fréquence mesurée étant de 32.4Hz correspondant à un nombre de Strouhal de 0.65 (Arndt [3] trouve une valeur de  $St = 0.3$ , correspondant au cas où la dynamique de la poche est gouvernée par la physique du jet rentrant). A la valeur du nombre de cavitation de 1.50 ( $\sigma/2\alpha = 4.3$ ), **figure 6**, correspond un écoulement pseudopériodique, où le phénomène de lâché est moins régulier on est ici en zone de transition d'instabilité. L'analyse fréquentielle donne une fréquence de 22.4Hz ( $St = 0.45$ ) Sur la **figure 7**, correspondant à un nombre de cavitation de 1.25 ( $\sigma/2\alpha = 3.58$ ), la diminution de la fréquence de lâché est notable. Chaque cycle est composé d'une phase de croissance de la cavité, suivie d'une période où le profil NACA0015 est complètement mouillée. Un phénomène complexe peut être observé pendant la phase d'extension de la cavité. Une analyse fréquentielle donne une fréquence principale de 7.2Hz (correspondant à un nombre de Strouhal de 0.14). Dans ce cas précis, d'après Arndt, c'est la physique de l'onde de choc qui gouverne la dynamique de la poche.

### 4.2 Comparaison POD et DMD

Si on observe les distributions de valeurs propres pour les 4 configurations choisies. Dans le cas quasi périodique ( $\sigma/2\alpha = 5.73$ ), les valeurs propres POD, correspondant à l'énergie de l'écoulement, sont uniformément repartis sur l'ensemble des modes, avec une très légère augmentation pour les modes 1 à 4. Les autres cas diffèrent sur les modes 1 et 2, qui sont renforcés avec la périodicité de l'écoulement, où un pourcentage important de l'énergie totale est reparti sur les premiers modes. On constate que pour  $\sigma/2\alpha = 5$ , les deux premiers modes sont les plus énergétiques, correspondant à un lâcher de structures de vapeur nettement périodique. Dans l'analyse POD, (ce qui est vrai aussi en DMD), le mode 0 est associé à l'écoulement moyen, les énergies de ces modes, sont respectivement pour les quatre cas, 87, 75, 79, et 82%. La plus grande valeur correspondant à  $\sigma = 2$  (cas quasi-stationnaire), et la valeur la plus faible correspond à  $\sigma = 1.75$ , avec une prédominance des deux premiers modes. Compte tenu de la signature énergétique des modes, on peut noter qu'un petit nombre de modes peut suffire à décrire la dynamique de la poche dans notre expérience. Les figures suivantes montrent les comparaisons entre le traitement POD et le traitement DMD. On présente sur les **figures 8, 10, 12 et 14**, les spectres DMD, pour respectivement,  $\sigma/2\alpha = 5.73, 5, 4.3$  et  $3.58$ . En ce qui concerne les spectres DMD, il est coutume de tracer la partie

réelle de la norme L2 des modes  $\alpha_i$  en fonction de la fréquence  $\omega_i^k$ , définit par :  $\omega^k = \frac{\ln \lambda_k}{2\pi \Delta t} = \omega_r^k + i\omega_i^k$ . Sur les

figures 9, 11, 13 et 15, on visualise spatialement les 6 premiers modes POD ( $\Phi_i$ ) et les parties réelles des modes DMD ( $\text{real}(\alpha_i)$ ), pour respectivement,  $\sigma/2\alpha = 5.73, 5, 4.3$  et  $3.58$ . Concernant les modes POD et de manière générale, le mode 1 est composé de structures contra-rotatives qui caractérisent le détachement spatial périodique de la poche le long de la corde. Le mode 2 quant à lui est spécifique du décalage spatial de ces mêmes structures de vapeur et si le lâcher est périodique on doit noter un décalage spatial d'un quart de longueur d'onde. Cela montre une alternance du signe ou de la trace des structures cohérentes vapeur. Ceci est notable pour la configuration  $\sigma/2\alpha = 5$ . Pour une valeur plus importante égale à 5.73 on observe une déflexion de l'axe de symétrie. Le mode 3 caractérise un phénomène de contraction ou d'étirement des structures et le mode 4 devrait introduire un phénomène de dissymétrisation caractéristique d'une instabilité due aux fluctuations tridimensionnelles de la zone de fermeture de poche. Les modes d'ordre supérieur, les moins énergétiques caractérisent la complexité de l'écoulement et la trace énergétique des structures à petite échelle qui sont convectées. On remarque ainsi que, pour toutes les valeurs de  $\sigma/2\alpha$  choisies et pour les deux premiers modes, le lâcher de poche engendre une alternance de structures convectées le long du profil de type quasi-bidimensionnel dont la trace énergétique varie spatialement le long de la corde. Cependant pour les modes d'ordre supérieur et pour  $\sigma/2\alpha < 4$  la contraction des structures est plus marquée et l'aspect 3D plus prononcé engendrant une dissymétrisation plus prononcée des structures à petite échelle. Ce phénomène est observable en particulier pour  $\sigma/2\alpha = 4.3$  correspondant à la transition des deux mécanismes prépondérants cités précédemment (onde de choc ou jet rentrant) associé à une brusque variation de la fréquence. La DMD, appliquée aux visualisations rapides de poche de cavitation, permet ici d'obtenir une relation entre la signature temps-fréquence des oscillations de poche et les structures de vapeur spatialement cohérentes qui les engendrent. Ceci permet de mettre en évidence la dynamique non-linéaire du lâcher de poche à la transition  $\sigma/2\alpha = 4$  (mise en évidence par Kjeldsen et Arndt en 2001 [4] par une analyse en ondelettes). Dans notre cas particulier, on a représenté les spectres de puissance obtenus par DMD ainsi que les modes spatiaux dynamiques associés. On constate que pour des valeurs de  $\sigma/2\alpha > 4$ , les structures associées aux pics fréquentiels les plus énergétiques sont représentatives de grosses structures contra-rotatives issues du lâcher périodique de poche de cavitation de caractère essentiellement bidimensionnel. Néanmoins, pour le troisième mode DMD à  $\sigma/2\alpha = 5$ , on constate des structures 3D à basse fréquence caractéristiques de l'instabilité d'arrachement engendrée non plus par le jet rentrant mais par l'onde de choc. Pour  $\sigma/2\alpha < 4$ , les modes DMD sont associés aux structures 3D longitudinales à basse fréquence.

## 5 Conclusion

Le couplage entre la POD et la DMD a permis de mettre en évidence et de comprendre les différences entre les deux mécanismes responsables de la production périodique de nuages de vapeur dans le sillage d'une poche de cavitation se développant sur un profil bidimensionnel de type NACA0015. Le paramètre prépondérant pour analyser ces instabilités de poche cavitante pulsante est  $\sigma/2\alpha$ , en fonction duquel soit le mécanisme de jet rentrant domine ( $\sigma/2\alpha > 4$ ), soit le mécanisme de propagation d'une onde choc en milieu diphasique domine ( $\sigma/2\alpha < 4$ ). Nous avons appliqué ici pour différentes valeurs de ce paramètre les outils d'analyse dans le but de caractériser la trace énergétique spatiale des structures de vapeur 2D et 3D ainsi que la trace fréquentielle de chacune de ces structures. Ainsi à la transition entre les deux mécanismes (correspondant au passage de la région I à la région II noté par Kawakami et al. 2008 [6]), les structures de vapeur ont des caractéristiques spectrales différentes. On retrouve, des valeurs de Strouhal basé sur la longueur de corde comprises entre 0.14 et 0.27 pour  $\sigma/2\alpha < 4$  et des valeurs de Strouhal basé sur la longueur de poche comprises entre 0.2 et 0.26 pour  $\sigma/2\alpha > 4$ . Avec une diminution brutale à la transition correspondant à une longueur de poche de l'ordre de 75 %. Il semblerait que cette transition soit due à une dynamique non-linéaire entre les échelles des structures de vapeur arrachées par l'un ou l'autre des mécanismes (jet rentrant ou onde de choc). En effet, les premiers modes POD et DMD, qui sont identiques, sont caractéristiques des grosses structures 2D qui se détachent et se propagent en aval alors que les modes supérieurs de la DMD montrent l'existence de structures à petite échelle qui se propagent presque orthogonalement aux grosses structures pour  $\sigma/2\alpha < 4$ . Ainsi la propagation à l'interface de la poche, d'une onde de choc engendre un processus de détachement de vapeur à petite échelle dans le sens longitudinal et dont la trace énergétique se fait à basse fréquence.

## Références

- [1] G.L. Chahine, C.T. Hsiao, « Modeling 3D unsteady sheet cavitaites using a coupled URANS-BEM code ». Proceedings of 23rd symposium on Naval Hydrodynamics. 17-22 September. Val de Reuil, France, (2000)
- [2] Y. Kawanami, H. Kato, H. Yamagushi, Y. Tagaya, M. Tanimura. « Mechanism and control of cloud cavitation ». J. Fluids Eng. – Vol., 119, Pages 788-794, (1997)
- [3] R. E. A. Arndt, C. C. S. Song, M. Kjeldsen, J. He and A. Keller. « Instability of partial cavitation : a numerical/experimental approach ». Proceedings of 23rd symposium on Naval Hydrodynamics, September. 17-22. Val de Reuil, France, (2001)
- [4] M. Kjeldsen et R. E. A. Arndt. « Joint time frequency analysis techniques : a study of transitional dynamics in sheet/cloud cavitation ». International symposium on cavitation CAV2001. (2001)
- [5] M. Kjeldsen, R. E. A. Arndt, M. Effertz. « Spectral characteristic of sheet/cloud cavitation » ASME, Journal of Fluid Engineering – Vol., 122, Pages 481-487, (2000)

[6] D. Kawakami, A. Fuji, Y. Tsujimoto, R.E.A Arndt. « An assessment of the influence of environmental factors on cavitation instabilities ». J. Fluids Eng. – Vol., 130/031303-1 to 8 (2008)

[7] L. Sirovich. « Turbulence and the dynamics of coherent structures ». Quart Appl. Math. -Vol., 45, Pages 561–590, (1987)

[8] Ma Xia., Karniadakis George Em. « A low-dimensional model, for simulating three dimensional cylinder flow ». J. Fluids Mech. - Vol., 304, Pages 285-319, (2002)

[9] P. J. Schmid, « Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data », J. Fluid Mech. – Vol., 656, Pages 5-28, (2010)

[10] C.W. Rowley, I. Mezic, S. Bagheri, P. Schlatter, D.S. Henningson, « Spectral analysis of nonlinear flows », J. Fluid Mech. – Vol., 64, Pages 115–127, (2009).

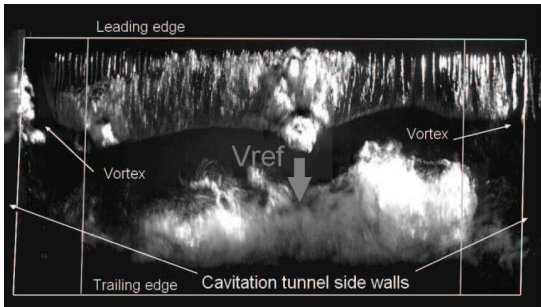


Figure 1 – Configuration d'écoulement

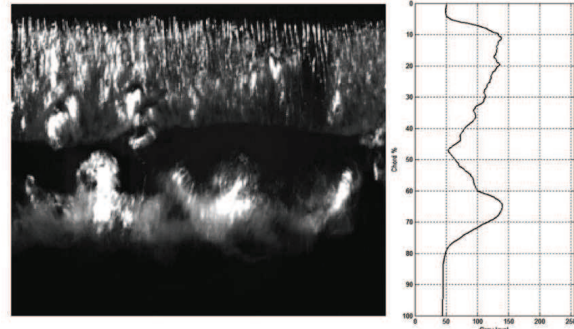


Figure 2 – Prétraitement des images et profil de niveau de gris moyen

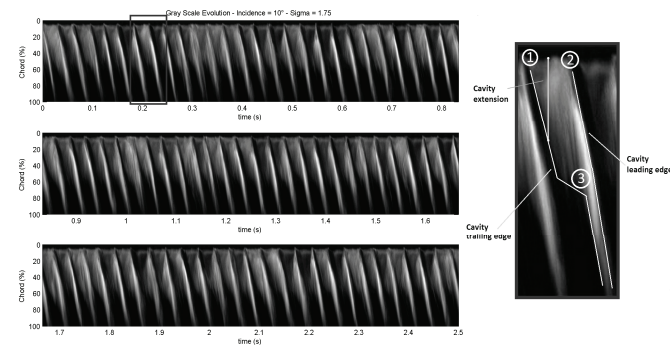


Figure 3 – Diagramme spatio-temporel caractéristique du comportement temporel de la cavité

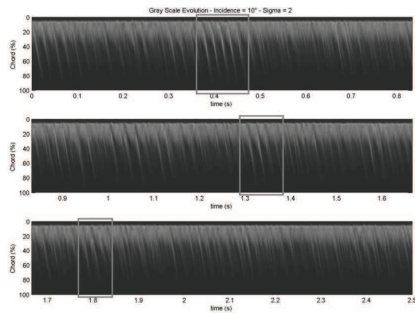


Figure 4 – Diagramme spatio-temporel ( $\sigma = 2, \alpha = 10^\circ$ )  
Cavité quasi stationnaire

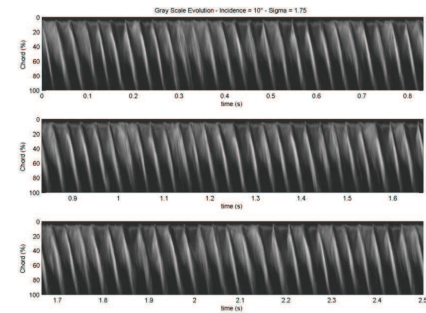


Figure 5 – Diagramme spatio-temporel ( $\sigma = 1.75, \alpha = 10^\circ$ )  
Cavité périodique

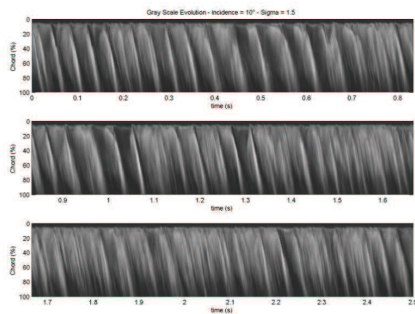


Figure 6 – Diagramme spatio-temporel ( $\sigma = 1.50, \alpha = 10^\circ$ )  
Cavité aperiodique

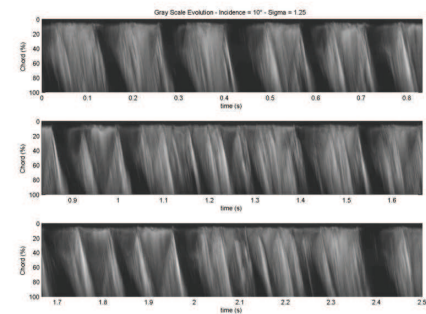


Figure 7 – Diagramme spatio-temporel ( $\sigma = 1.25, \alpha = 10^\circ$ )  
Cavité aperiodique

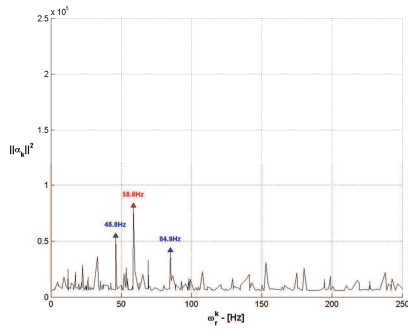


Figure 8 – Spectre de modes ( $\sigma = 2, \alpha = 10^\circ$ )

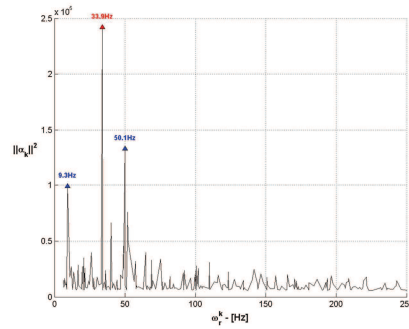


Figure 10 – Spectre de modes ( $\sigma = 1.75, \alpha = 10^\circ$ )

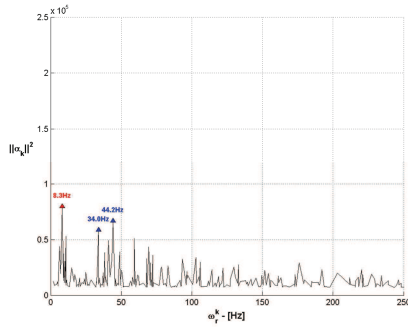


Figure 12 – Spectre de modes ( $\sigma = 1.50, \alpha = 10^\circ$ )

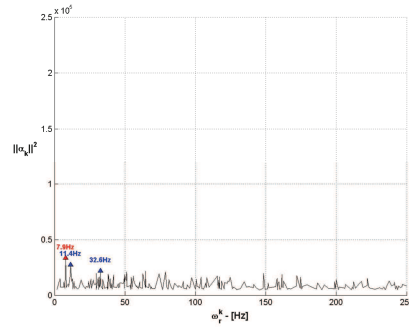


Figure 14 – Spectre de modes ( $\sigma = 1.25, \alpha = 10^\circ$ )

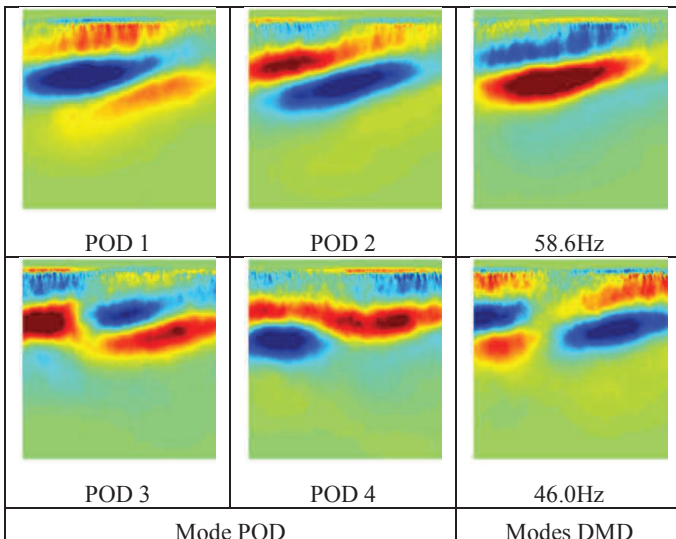


Figure 9 – Modes ( $\sigma = 2, \alpha = 10^\circ$ )

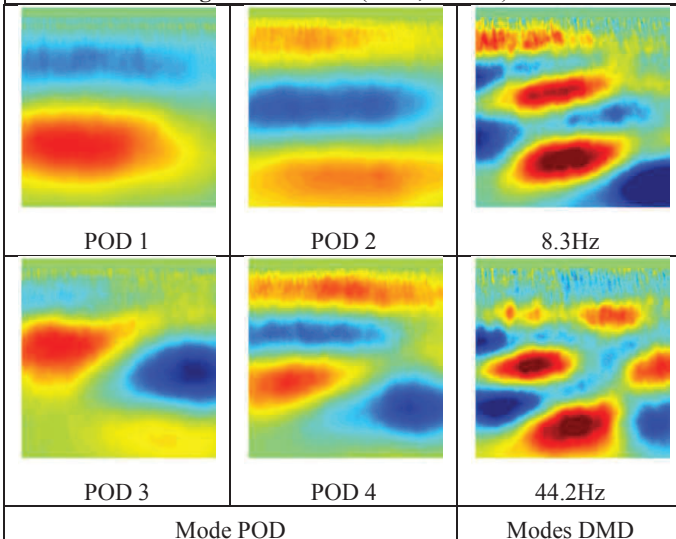


Figure 13 – Modes ( $\sigma = 1.5, \alpha = 10^\circ$ )

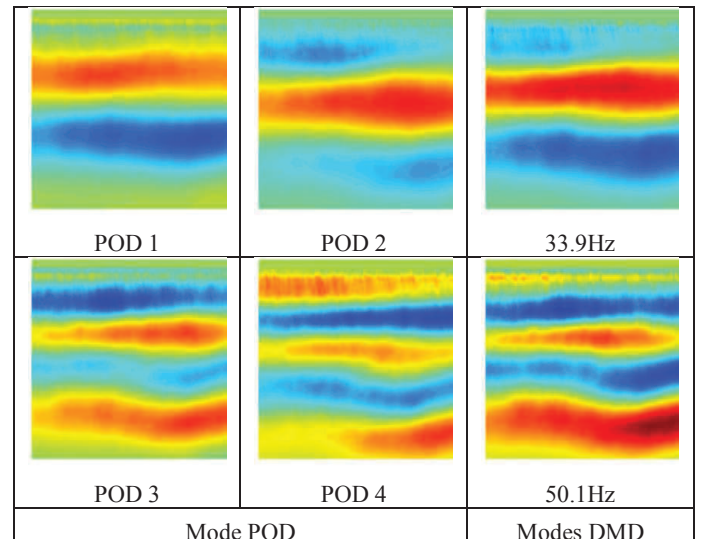


Figure 11 – Modes ( $\sigma = 1.75, \alpha = 10^\circ$ )

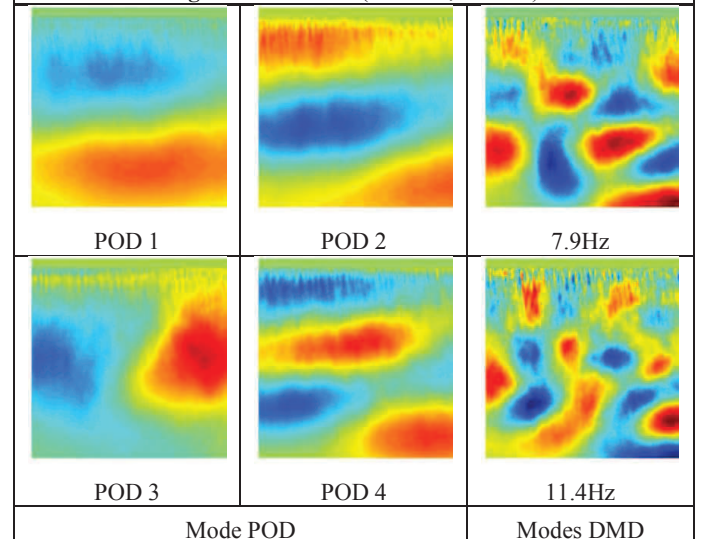


Figure 15 – Modes ( $\sigma = 1.25, \alpha = 10^\circ$ )