



II ENCUENTRO INTERNACIONAL EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA AÑO 2017



ESTADO DEL ARTE ALREDEDOR DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN

Jeriserth Manrique

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Estudiante de Licenciatura en Matemáticas
Correo electrónico: nelcyjeriserthmj@ufps.edu.co

Ashley Gallo

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Estudiante de Licenciatura en Matemáticas
Correo electrónico: ashleymiyerethgs@ufps.edu.co

Henry De Jesús Gallardo Pérez

Universidad Francisco de Paula Santander Cúcuta, Colombia
Doctor en Educación
Correo electrónico: henrygallardo@ufps.edu.co

Resumen

La investigación en Educación Matemática ha centrado sus esfuerzos en identificar las dificultades de los procesos de enseñanza y aprendizaje alrededor de los saberes matemáticos. Siendo el concepto de función uno de los saberes más importantes que vincula la educación básica media con la educación superior y que presenta mayor dificultad en su enseñanza y aprendizaje. Es en estos cursos de inicio de programa académico dónde se presenta el mayor porcentaje de pérdida, repitencia y deserción estudiantil. Se realiza Esta investigación de tipo documental se pretende construir el estado del arte de los estudios que se han realizado a partir del año 2000 y que se han centrado en el tema de funciones como referente teórico, visto desde las dificultades de enseñanza y de aprendizaje.

Palabras Claves: Educación matemática, Concepto de función, procesos de enseñanza y aprendizaje, deserción estudiantil

Introducción

La Educación Matemática es un área que se enfoca en los procesos de enseñanza y en las dificultades de aprendizaje que presentan los estudiantes. Siendo los saberes matemáticos complejos de enseñar para el docente, de la misma forma son complejos de aprender para el estudiante. Por este motivo se encuentra que un número considerable de estudiantes poseen saberes básicos y limitados con relación al concepto de referencia. Haciendo una revisión de los conceptos matemáticos de mayor importancia nos encontramos con el concepto de *función*, el cual es fundamental

para la matemática moderna y es un vínculo en la educación básica media y la educación superior. En varias investigaciones resaltan la importancia que tiene la enseñanza del concepto de función por parte del docente, haciendo énfasis en su práctica pedagógica pero principalmente en su limitación a procesos algebraicos. Según el trabajo realizado por Hitt (2003) los docentes se limitan a la manipulación algebraica del concepto y no le dan importancia a conectar las diferentes representaciones, siendo estas las que permiten la apropiación total del concepto. Generando de esta forma que los estudiantes adopten un método específico de solución en ejercicios

estandarizados. Como expresa Fabra y Deulofeu (2000) con este tipo de enseñanza la representación de funciones se deduce como el trazado de la gráfica dada una expresión algebraica, dejando a un lado el uso de diferentes lenguajes proporcionando un conjunto de técnicas de solución.

En este sentido al presentar los docentes problemas en su enseñanza, esto tiene como consecuencia que los estudiantes tengan problemas en el aprendizaje. De acuerdo con Cuesta, Deulofeu y Mendéz (2010) los estudiantes tienen la capacidad de recitar el concepto de función pero al momento de identificar si una gráfica es una función no logran hacerlo. Siendo lo anterior un problema de aprendizaje. Se puede concluir que el estudiante no tiene la capacidad de analizar y aplicar el concepto en diferentes situaciones propuestas. Deulofeu y Fabra en su trabajo *construcción de gráficos de funciones: "continuidad y prototipos"* afirma que:

En el currículum de Matemáticas de la educación secundaria, el estudio de las funciones ocupa un lugar importante en la instrucción, especialmente en la educación postobligatoria (16-18 años), donde se introducen los conceptos básicos para el desarrollo del cálculo y se trabaja entre otros aspectos, la representación gráfica de funciones. No obstante, en la mayoría de los casos no se plantean secuencias didácticas dirigidas a la elaboración paulatina de los numerosos conceptos relacionados con las funciones y al manejo simultáneo de los distintos lenguajes de representación de una función, sino que lo que generalmente se hace, es proporcionar al alumnado un conjunto de técnicas que permitan resolver ejercicios y problemas estandarizados, olvidando una realidad contextualizada (situaciones concretas), la importancia del modo y el momento de presentar lo que se enseña y las situaciones y otros aspectos que acompañan (la existencia y valoración del currículum oculto) al carácter global de

las experiencias matemáticas. Sin embargo, si se actúa además de modo que el trabajo que se realice y los métodos que se usen se adaptan y varían en función de las capacidades, las necesidades y la disposición del alumnado, evitaremos la creación de un cuerpo de conocimiento inamovible y sobrehumano, que contribuye a la desmotivación y a la insatisfacción que se siente hacia las Matemáticas.

Como bien explican los autores el estudio de las funciones es fundamental para el aprendizaje del Cálculo en la Educación Superior y una mala enseñanza del mismo da paso a la aparición de concepciones que luego se convertirán en obstáculos que desencadenan en dificultades de aprendizaje. Por consiguiente podemos evidenciar que en los primeros semestres de la educación superior que se enfoca en la enseñanza del cálculo I, se presentan dificultades de aprendizaje lo cual genera un gran índice de deserción, según un estudio realizado por el Ministerio de Educación Nacional (2016) señala que el 45,3% de los estudiantes desertan en la educación superior, los cuales presentan problemas en los primeros semestres cursados donde el concepto de función se hace primordial para el estudio del cálculo diferencial. Por este motivo se hace necesario hacer un estudio de las investigaciones que se han realizado en educación matemática acerca de las dificultades que se presentan en el proceso de enseñanza y aprendizaje alrededor del concepto de función.

Metodología

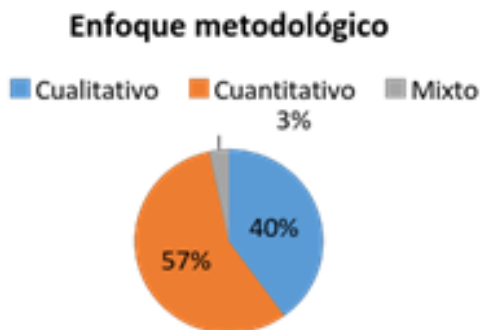
Este trabajo es una investigación documental donde se realiza la construcción del estado del arte alrededor del concepto de función. En un inicio se buscó cuarenta investigaciones haciendo uso de bases de datos como: Sciece Direct, Scopus, google académico y Gale, de igual manera en revistas educativas como Redalyc. De las cuarenta investigaciones seleccionadas se

tomaron como muestra treinta, debido que se seleccionaron aquellas que se hicieron entre los años 2000 y 2017. Seguidamente se hizo lectura de cada una de ellas para hacer la clasificación según los criterios seleccionados por los investigadores que son los siguientes: según el enfoque metodológico; según el tipo de escolaridad donde se ha realizado la investigación; según el proceso de enseñanza del concepto de función, según el proceso de aprendizaje del concepto de función y la importancia de la ejemplificación en el concepto de función. De los cuales se presenta un informe descriptivo tendiente a caracterizar las investigaciones realizadas.

Resultados

Para el análisis de las treinta investigaciones se tuvo en cuenta los siguientes criterios:

Criterio 1: Según el enfoque metodológico.



Enfoque Cuantitativo. De treinta investigaciones que componen el estudio, el 57% realizan su trabajo con un enfoque cuantitativo. Como es el caso de Fabra y Deulofeu (2000), López y Sosa (2008), Dolores y Valero (2004), Sánchez y Camacho (2013) Farfán y García (2005), Segul Y Senay (2013), Cuesta, Fernandez, Salinas (2005), Amaya, Pino, Medina (2016), Figueredo y Lorezo (2012), Crisologo y Guerrero (2004), Narvaiz (2012), Sanchez (2012), Vargas Nuñez (2011), Crisologo (2004) sus investigaciones se llevaron a cabo bajo este enfoque metodológico,

partiendo de una construcción del instrumento a aplicar para posteriormente obtener datos y hacer una clasificación. Dominguez (2007) en su trabajo *El análisis de información y las investigaciones cuantitativa y cualitativa* afirma que:

El producto de una investigación de corte cuantitativo será un informe en el que se muestre una serie de datos clasificados, sin ningún tipo de información adicional que le dé una explicación, más allá de la que en sí mismos conllevan. Viéndolo desde este punto de vista, se podría pensar que los estudios cuantitativos son arbitrarios y que no ayudan al análisis de los resultados más que lo que han mostrado por si solos. Esto no es tan así pues con un estudio de este tipo se muestra además las características de estos datos que han sido organizados.

En este orden de ideas en las investigaciones cuantitativas se recogen, procesan y analizan los datos que se obtienen al aplicar el instrumento seleccionado. Con los cuales se realiza el informe final dando resultados específicos, que en este caso se enfocaron las investigaciones analizadas para este trabajo en el concepto de función arrojando resultados donde se destacan concepciones en los estudiantes y profesores, además de problemas de análisis de las funciones presentadas entre otros.

Enfoque Cualitativo. En el análisis encontramos que el 40% de las treinta investigaciones se realizaron bajo un enfoque cualitativo. Donde fueron interesantes investigaciones como las de Hitt(2003), Abdullan (2010), Sureda y Otera (2013), Rodriguez, Alfaro, Espinoza, Rojas y Martinez (2016), Vanegas y Escalona (2010), Basurto (2013), Gonzales y Quintanilla (2011), Garulla y Gómez (2001), García y Azcarate (2006), Hitt (2003b), Prada, Hernandez y Ramirez (2017), Zodick, Zaslavsky (2008). Debido que en

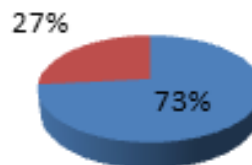
cada uno de sus estudios los resultados obtenidos aportaron en gran medida al problema del proceso de enseñanza y aprendizaje del concepto de función. Cada una de las investigaciones anteriormente mencionadas tomaron como instrumento la entrevista donde en algunas ocasiones se les pedía a los docentes presentar informes y luego explicar el porqué de los mismos, tal es el caso de Hitt (2003) el cual en su trabajo pide al docente elaborar una clase y a partir de su organización, realización y explicación determina si las variables o conjeturas propuestas inicialmente son verdaderas.

Enfoque Mixto. En las treinta investigaciones solo se encuentra una que equivale al 3% que tiene un enfoque mixto, es decir, trabaja desde el enfoque cuantitativo y cualitativo. El autor Llinares (2009) realiza su investigación aplicando una encuesta a docentes para determinar el conocimiento, creencias y el contexto alrededor del concepto de función. Donde al procesar cada uno de los datos y hacerles el respectivo análisis parte a aplicar un entrevista para conocer el porqué de cada respuesta, además de la entrevista el autor siente necesario pedir al docente un video de su clase para constatar que las respuestas estén acorde. Este tipo de investigaciones se pueden considerar más completas, debido que cuando se aplica la parte cuantitativa no solo se queda con una cantidad de datos numéricos que dan un resultado específico sino que se le hace un respectivo análisis a cada respuesta, de esta forma la investigación intenta hacer un estudio completo acerca del tema.

Criterio 2: Según el tipo de escolaridad donde se ha realizado la investigación

Escolaridad

■ E. básica media ■ E. superior



Las investigaciones que se escogieron para este trabajo tienen como objeto de estudio a docentes y estudiantes de educación básica media y educación superior.

Docentes y estudiantes de educación básica media. En el estudio realizado se encontró que el 73% de los trabajos toman como población a estudiantes y docentes de colegio. Investigaciones como Hitt (2000), Abdullan (2010), Sureda y Otera (2013), Rodriguez, Alfaro, Espinoza, Rojas y Martinez (2016), Basurto (2013), Gonzales y Quintanilla (2011), Garulla y Gómez (2001), Hitt (2003b), Zodick y Zaslavsky (2008), Fabra y Deulofeu (2000), López y Sosa (2008), Dolores y Valero (2004),) Farfán y García (2005), Segul Y Senay (2013), Búa, Fernandez y Salinas (2015),), Figueredo y Lorezo (2012), Crisologo y Guerrero (2004), Narvaiz (2012), Crisologo (2004), Dubinsky (2012) abordan el concepto de función desde la enseñanza y el aprendizaje, mostrando las dificultades que se presentan en el momento de enseñar, por las diferentes concepciones que tiene el docente que posteriormente serán transmitidas a los estudiantes.

Además en las investigaciones se hace énfasis en que los docentes definen el concepto de función solo como un proceso algebraico, preparando al estudiante para resolver cierto ejercicio sin ningún tipo de análisis. Teniendo como consecuencia un mal curso de precálculo que afectará al estudiante cuando inicie su educación

superior provocando en el mayor de los casos la deserción académica.

Docente y estudiantes de educación superior. El 27% de las investigaciones trabajan con una población que integra profesores y estudiantes de universidad. Autores como Vanegas y Escalona (2010), Garcia y Azcarate (2006), Prada, Hernández y Ramírez (2017), Sánchez y Camacho (2013), Cuesta, Deulofeu y Mendez (2010), Amaya, Pino, Medina (2016), Sanchez (2012), Llinares (2009) en sus investigaciones toman como población a estudiantes que están cursando sus primeros semestres de universidad, debido que es en ese tiempo donde más deserción académica se presenta y según los estudios de Prada, Hernandez y Ramirez (2017) y Cuesta, Deulofeu y Mendez (2010) los estudiantes salen del colegio sin la apropiación del concepto de función el cual es fundamental para el cálculo diferencial, generando de este modo la deserción. Es por este motivo que se hace una búsqueda de investigaciones que aborden el problema de enseñanza y aprendizaje del concepto de función, para conocer la problemática a través del tiempo.

Criterio 3: Proceso de enseñanza del concepto de función

Los artículos de este criterio se enfocan en estudiar al docente en su práctica pedagógica. Autores como Hitt (2000), Dolores y Valero (2004), Sánchez y Camacho (2013), Sureda y Otero (2013), Amaya, Pino y Medina (2016), Crisologo y Guerrero (2012), Rodriguez, Alfaro, Espinoza, Rojas y Martinez (2016), Carulla y Gómez (2001), Llinares (2009), Garcia y Azcarate (2006), Fabra y Deulofeu (2000), Farfan y Garcia (2005), Hitt (2003b), en sus trabajos hacen énfasis en la delimitación del concepto por parte del docente, el cual enseña el concepto de función como la manipulación algebraica de ecuaciones a partir de un método específico de solución y

ejercicios estandarizados. Además del objeto de estudio estas investigaciones hacen una crítica a la metodología usada por parte del docente para enseñar este concepto de gran importancia, afirmando que la educación tradicional donde los estudiantes solo repiten el concepto sin ninguna clase de entendimiento ya no funciona, de nada sirve que el estudiante pueda recitar un concepto de memoria si no sabe identificarlo cuando se lo presentan en diferentes situaciones.

Criterio 4: Proceso de aprendizaje del concepto de función

En este criterio los documentos se enfocan en el estudio del proceso de aprendizaje de los estudiantes. Haciendo un estudio profundo de las investigaciones realizadas por López y Sosa (2008), Sengul (2013), Dubinsky y Robin (2012), Cuesta, Deulofeu y Mendez (2010), Sureda y Otero (2013), Búa, Fernandez y Salinas (2015), Basurto (2013), Narvaiz (2012), Gonzales y Quintanilla (2011), Sanchez (2012), Dolores y Valero (2004), Farfan y Garcia (2005), Vanegas y Escalona (2010), Dolores (2004), se puede deducir que uno de los principales hallazgos que obtuvieron estas investigaciones fue la dificultad que tienen los estudiantes al analizar problemas y aplicar el concepto de función, debido que está acostumbrado como lo afirma Fabra y Deulofeu (2000) a recibir una expresión algebraica para posteriormente trazar la gráfica que le corresponde. Lo que lleva a limitar el concepto a procesos algebraicos que propician la falta de comprensión e interpretación de funciones. Debido a lo anterior mencionado los autores llegan a la conclusión que los estudiantes no tienen la apropiación del concepto, dando como justificación los inconvenientes que se presentan al querer articular diferentes registros de representación.

Para Hitt (2000), Fabra y Deulofeu (2000), que un estudiante logre realizar

articulaciones coherentes entre los diferentes registros es señal de que se tiene total apropiación del concepto, puesto que el estudiante tiene la capacidad de transformar un problema expresado en cualquier registro a otro. Sin embargo en la educación básica media los estudiantes solo adquieren un método de solución, propiciando como lo afirma López y Sosa (2008) el manejo arbitrario con funciones como si fueran ecuaciones.

Criterio 5: Importancia de la ejemplificación en el concepto de función

En este criterio se resalta la necesidad de contextualizar los conceptos, debido que el estudiante le toma sentido cuando sabe su utilidad. Siendo la investigación de Figueredo y Lorenzo (2012), Vargas (2011), Búa, Fernandez, Salinas (2015), Sengul y Senay (2013), se destaca que en su estudio además de priorizar la importancia del uso de ejemplos en la enseñanza del cálculo, también se enfoca en los ejemplos incoherentes que en ocasiones los docentes llevan al aula de clase, los cuales pueden identificar aspectos del conocimiento del docente. Por este motivo se le recomienda que en el momento de hacer la elección de ejemplos para trabajar en la clase, se escojan los mejores y coherentes con la realidad.

Conclusiones

Del análisis presentado en el trabajo es imprescindible resaltar la necesidad que se tiene que los docentes en su proceso de enseñanza no minimicen o den sin importancia la articulación entre diferentes registros de representación. Debido que en las investigaciones se prioriza que el estudiante aprenda a ir de un registro a otro de forma coherente y de esta manera se apropie con totalidad del concepto. Al tener un conjunto de investigaciones que van desde el 2000 hasta la fecha vigente se hace un panorama más cercano de lo que está

sucedido con la enseñanza y el aprendizaje del concepto de función, notando como desemboca y genera consecuencias llegando a la deserción estudiantil a nivel de educación superior, debido que este concepto es de gran importancia no se puede seguir enseñando igual. Donde al estudiante se le da a conocer una expresión algebraica para que el construya la gráfica a partir de una tabulación y al final no tenga la capacidad de interpretar lo que hizo porque simplemente se dedicó a seguir un método determinado para la solución de un ejercicio estandarizado. Siendo el docente el que propone los ejercicios para solucionar en las investigaciones enfatizan el uso de ejemplos contextualizados para lograr entender el concepto, pero haciendo la aclaración que estos deben ser ejemplos coherente con la realidad y además el docente para hacer la selección debe ser muy cuidadoso, porque por medio de ellos se puede identificar aspectos del conocimiento del docente. En este orden de ideas en el estudio hecho a cada uno de las investigaciones seleccionadas se evidencia los problemas que presenta la educación en los procesos de enseñanza y aprendizaje debido a la complejidad del concepto, metodología implementada por el docente, limitación a procesos algebraicos, entre otros que causan que se altere la tasa de deserción estudiantil en los primeros semestres de los programas académicos.

Referencias Bibliográficas

Hitt, F. (2003). Dificultades en el aprendizaje del cálculo. In *XI Meeting of Middle-Higher Level Mathematics Teachers, Michoacan University San Nicolás de Hidalgo, Morelia (Mexico)*.

Fabra Lasalvia, M., & Deulofeu Piquet, J. (2000). Construcción de gráficos de funciones: Continuidad y prototipos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 3(2).

López, J., & Sosa, L. (2008). Dificultades conceptuales y procedimentales en el aprendizaje de funciones en estudiantes de bachillerato.

Dolores, C., & Valero, M. D. S. (2004). Estabilidad y cambio de concepciones alternativas acerca del análisis de funciones en situación escolar.

Sánchez, B. I. (2013). *El concepto de función matemática entre los docentes a través de representaciones sociales* (Doctoral dissertation).

Farfán, R., & García, M. A. (2005). El concepto de función: Un breve recorrido epistemológico.

Sengul, S., & Senay, S. C. (2014). Assessment of Concept Maps Generated by Undergraduate Students about the Function Concept. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 116, 729-733.

Abdullah, S. A. S. (2010). Comprehending the concept of functions. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 8, 281-287.

Dubinsky, E., & Wilson, R. T. (2013). High school students' understanding of the function concept. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32(1), 83-101.

Cuesta Borges, A., Deulofeu Piquet, J., & Méndez Salazar, M. A. (2010). Análisis del proceso de aprendizaje de los conceptos de función y extremo de una función en estudiantes de economía. *Educación matemática*, 22(3), 5-21.

Sureda, P., & Otero, M. R. (2013). Estudio sobre el proceso de conceptualización de la función exponencial. *Educación matemática*, 25(2), 89-118.

Búa Ares, J. B., Fernández Blanco, T., & Salinas Portugal, M. (2015). Una modelización matemática como medio de detección de obstáculos y dificultades de los alumnos sobre el concepto de función: alargamiento de un muelle sometido a un peso. *Educación matemática*, 27(1), 91-122.

Amaya De Armas, T. R., Pino-Fan, L. R., & Medina Rivilla, A. (2016). Evaluación del conocimiento de futuros profesores de matemáticas sobre las transformaciones de las representaciones de una

función. *Educación matemática*, 28(3), 111-144.

Figueiredo, C. A., Contreras, L. C., & Blanco, L. J. (2012). La ejemplificación del concepto de función: diferencias entre profesores noveles y profesores expertos. *Educación matemática*, 24(1), 73-105.

Flores, C. D. (2004). Acerca del análisis de funciones a través de sus gráficas: concepciones alternativas de estudiantes de bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 7(3), 195-218.

Rodríguez-Flores, A., Picado-Alfaro, M., Espinoza-González, J., Rojas-González, N., & Flores-Martínez, P. (2016). Conocimiento común del contenido que manifiesta un profesor al enseñar los conceptos básicos de funciones: un estudio de caso. *Uniciencia*, 30(1), 1-16.

Vanegas, D., & Escalona, M. (2010). Representaciones de funciones matemáticas de una variable. *Omnia*, 16(3).

Basurto, E. (2013). Uso de tecnología digital en la comprensión de parámetros en funciones polinomiales.

Ancho Narváiz, G. (2012). Resolución de problemas e interpretación de sus gráficas de funciones polinómicas por estudiantes de 4° ESO.

Sánchez, E., Cantú, A., & Domínguez, A. (s.f.). *Concepciones de los estudiantes sobre dominio y rango de una función*.

Sánchez, G., & Alberto, C. (2012). *Propuesta didáctica para lograr aprendizaje significativo del concepto de función mediante la modelación y la simulación* (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín).

Vargas Núñez, M. E. *El concepto de función y sus aplicaciones en situaciones relacionadas con fenómenos físicos, que conducen a un modelo cuadrático, una propuesta para trabajar en el grado noveno* (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia).

Gómez, P., & Carulla, C. (2001). Enseñanza constructivista, conocimiento didáctico del profesor y análisis didáctico en matemáticas. El caso de la función cuadrática.

Linares, S. (2009). Conocimiento profesional del profesor de matemáticas: conocimiento, creencias y contexto en relación a la noción de función. *Colección Digital Eudoxus*, (15).

García, L., Azcárate, C., & Moreno, M. (2006). Creencias, concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñan cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 9(1), 85-116.

Gómez, P., & Carulla, C. (1998). Concepciones de los estudiantes sobre el dominio de la función cúbica.

Hitt, F. (2003). Una Reflexión Sobre la Construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes con Tecnología. *Edición Especial: Educación Matemática*, 213.

Zodik, I., & Zaslavsky, O. (2008). Characteristics of teachers' choice of examples in and for the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 165-182.

Oviedo, L. M. M. Las Funciones... un Obstáculo para Nuestros Alumnos. *Aula Universitaria*, 1(7), 89-97.

González, M. T., & Martín, E. (2004). Dificultades y concepciones de los alumnos de educación secundaria sobre la representación gráfica de funciones lineales y cuadráticas. In *Comunicaciones del XVI Simposio Iberoamericano de enseñanza Matemática*. Recuperado de http://www.iberomat.es/carpeta/comunicaciones/77_teresa_gonzalez_2.doc.

Sarduy Domínguez, Yanetsys. (2007). El análisis de información y las investigaciones cuantitativa y cualitativa. *Revista Cubana de Salud Pública*, 33(3) Recuperado en 29 de octubre de 2017, de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_artt

ext&pid=S0864-
34662007000300020&lng=es&tling=es