

APLIKASI PEMBENTUKAN PORTOFOLIO SAHAM LQ-45 MENGUNAKAN MODEL BLACK LITTERMAN DENGAN ESTIMASI THEIL MIXED

Nuraini Kusumawati¹ dan Retno Subekti

^{1,2}Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

¹renz_yumycake@yahoo.com, ²retnosubekti@uny.ac.id

Abstrak

Model Black Litterman merupakan salah satu model pembentukan portofolio. Terdapat beberapa pendekatan yang dapat digunakan dalam model Black Litterman, salah satunya adalah estimasi theil mixed. Model ini mengkombinasikan dua informasi, yaitu informasi pertama adalah nilai *expected return Capital Asset Pricing Model* (CAPM) dan informasi kedua adalah model tinjauan yang berdasarkan *feeling* investor, menggunakan metode *mixed estimation* yang merupakan teknik *generalized least squares* (GLS).

Tahapan dalam pembentukan portofolio menggunakan model Black litterman dengan estimasi theil mixed, yaitu menghitung nilai *expected return* CAPM, menentukan model tinjauan, mengkombinasikan model tinjauan dengan nilai *expected return* CAPM menggunakan metode *mixed estimation* untuk mendapatkan *expected return* Black Litterman, dan menyusun pembobotan portofolio.

Pada aplikasi pembentukan portofolio saham LQ-45 menggunakan model Black Litterman dengan estimasi theil mixed dipilih empat saham dan didapatkan bobot masing-masing saham, yaitu ITMG 28,97%, GGRM 5,20 %, INTP 55,69 %, dan AKRA 10,14% serta tingkat risiko portofolio sebesar 0,022% dan *expected return* portofolio sebesar 2,16%.

Kata kunci : Portofolio, Black Litterman, Theil Mixed

A. PENDAHULUAN

Portofolio merupakan suatu bentuk investasi di berbagai perusahaan yang terbentuk dari kombinasi aset-aset yang dimiliki dari perusahaan-perusahaan untuk mendapatkan hasil yang optimal dengan risiko seminimal mungkin. Saat ini terdapat dua model pembentukan portofolio yang paling banyak digunakan, yaitu model *Mean-Variance* dan *Capital Asset Pricing Model* (CAPM). Namun, kedua model tersebut hanya didasarkan pada data historis untuk mendapatkan *return* yang diharapkan, sedangkan beberapa investor memiliki *feeling* tersendiri tentang aset-aset yang membentuk portofolionya sehingga diperlukan suatu model pembentukan portofolio yang dapat menampung informasi baru berupa *feeling* investor.

Pada tahun 1991, Fisher Black dan Robert Litterman mengembangkan suatu model yang dimaksudkan untuk membuat penyusunan portofolio dapat ditambahkan dengan *feeling* yang dimiliki investor. Model tersebut mengkombinasikan *feeling* investor dengan informasi sampel berupa data historis menggunakan pendekatan bayes, yang kemudian dikenal dengan model Black Litterman. Kemudian pada tahun 2009, Jay Walter menjabarkan model Black Litterman selain menggunakan pendekatan bayes, yaitu model Black Litterman menggunakan estimasi theil mixed. Model estimasi theil mixed mengkombinasikan dua informasi menggunakan

Makalah dipresentasikan dalam Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika dengan tema " *Penguatan Peran Matematika dan Pendidikan Matematika untuk Indonesia yang Lebih Baik*" pada tanggal 9 November 2013 di Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

metode *mixed estimation* yang merupakan teknik *generalized least square* (GLS). Model Black Litterman dengan estimasi theil mixed mengkombinasikan feeling investor dengan model keseimbangan *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) yang kemudian diselesaikan dalam bentuk model regresi linear.

Pembentukan portofolio menggunakan model Black Litterman dengan estimasi theil mixed dapat diterapkan untuk berbagai kombinasi *asset class* maupun yang berada dalam satu *asset class*, seperti hanya pada saham. Untuk membentuk portofolio yang berupa kombinasi dari beberapa saham dapat digunakan indeks untuk memantau perdagangan saham, salah satunya adalah *Indeks Liquid Quality* (LQ-45). Pada pembahasan dalam makalah ini akan dijabarkan aplikasi pembentukan portofolio saham pada LQ-45 menggunakan model Black Litterman dengan estimasi theil mixed.

B. PEMBAHASAN

Model Black Litterman dengan Estimasi Theil Mixed

Model Black Litterman mengidentifikasi dua jenis informasi *expected return* yang kemudian dikombinasikan menjadi satu *expected return*. Jenis informasi pertama adalah *expected return* equilibrium yang diperoleh dari CAPM dan jenis informasi kedua adalah *feeling investor* yang dibentuk dalam model matematika menjadi model tinjauan. Kedua jenis informasi tersebut kemudian dikombinasikan menghasilkan *expected return* baru yang disebut *expected return* Black Litterman.

Untuk membentuk model Black Litterman menggunakan estimasi theil mixed maka model awal CAPM dan model tinjauan dari masing-masing saham disusun menjadi bentuk matriks dan dikombinasikan dalam bentuk persamaan regresi linear. Jenis informasi pertama merupakan nilai *expected return* CAPM yang disusun menjadi persamaan regresi sebagai berikut :

$$\pi = I \cdot E(r_{BL}) + e$$

dengan

π = vector $k \times 1$ untuk *expected return* CAPM

I = matriks identitas $k \times n$

$E(r_{BL})$ = vector $n \times 1$ untuk nilai *expected return* BL yang belum diketahui

e = matriks residual $k \times 1$ dengan $E(e) = 0$ dan $E(ee') = \tau \Sigma$

Kemudian jenis informasi kedua merupakan model tinjauan investor yang disusun menjadi persamaan regresi sebagai berikut :

$$q = P \cdot E(r_{BL}) + v$$

dengan

q = vector $k \times 1$ untuk *return* tinjauan yang diberikan oleh investor

P = matriks $k \times n$ untuk tinjauan yang berkaitan dengan *return*

$E(r_{BL})$ = vector $n \times 1$ untuk nilai *expected return* BL yang belum diketahui

v = matriks $k \times 1$ untuk residual dengan $E(v) = 0$ dan $E(vv') = \Omega$

Langkah selanjutnya adalah mengkombinasikan nilai *expected return* CAPM dengan model tinjauan menjadi :

$$\begin{bmatrix} \pi \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ P \end{bmatrix} E(r_{BL}) + \begin{bmatrix} e \\ v \end{bmatrix}$$

dengan $E \begin{bmatrix} e \\ v \end{bmatrix} = 0$ dan $V \left(\begin{bmatrix} e \\ v \end{bmatrix} \right) = E \left(\begin{bmatrix} e \\ v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e' & v' \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} \tau \Sigma & 0 \\ 0 & \Omega \end{bmatrix}$ dan nilai $\tau = 0,05$ serta Σ adalah matriks varians kovarians *return* saham. Sedangkan nilai Ω didapatkan dari rumus varians model tinjauan sebagai berikut :

$$\Omega = \text{diag}(P(\tau \Sigma)P')$$

Dengan menggunakan prosedur GLS diperoleh estimasi $E(r_{BL})$ yaitu

$$E(\widehat{r_{BL}}) = [(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau\Sigma)^{-1}\pi + P'\Omega^{-1}q]$$

Aplikasi Portofolio Model Black Litterman dengan Estimasi Theil Mixed

Dalam makalah ini digunakan data penutupan harga saham harian (*closing price*) yang kemudian dicari *return* dari saham-saham yang masuk dalam LQ-45 untuk periode Agustus 2012 sampai Juli 2013, yaitu sebanyak 32 saham. Kemudian dilakukan uji normalitas dari *return* harian 32 saham yang masuk dalam LQ-45 yang dimulai pada tanggal 01 Oktober 2012 sampai 01 April 2013. Uji normalitas perlu dilakukan karena dasar pembentukan portofolio menggunakan model Black Litterman adalah data yang digunakan merupakan data yang berdistribusi normal sesuai asumsi CAPM sebagai model keseimbangan. Dari uji normalitas yang dilakukan terhadap 32 saham, didapatkan 16 saham berdistribusi normal.

Tahap pertama untuk membentuk sebuah portofolio menggunakan model Black Litterman adalah mencari nilai *expected return* CAPM dari masing-masing saham. Dari hasil perhitungan *expected return* CAPM dari 16 saham berdistribusi normal didapatkan 8 saham dengan nilai *expected return* CAPM positif. Namun, dikarenakan keterbatasan penelitian dalam makalah ini maka hanya dipilih 4 saham dengan nilai *expected return* CAPM terbesar untuk masuk dalam portofolio. Data *expected return* CAPM 4 saham perusahaan terpilih sebagai berikut :

Tabel 1 : Data *expected return* CAPM

No	Kode	Perusahaan	$E(r_i)$
1	ITMG	PT. Indo Tambangraya Megah Tbk	0,0213
2	GGRM	PT. Gudang Garam Tbk	0,0152
3	INTP	PT Indocement Tunggul Prakarsa Tbk	0,0113
4	AKRA	PT. AKR Corporindo Tbk	0,0098

Tahap kedua untuk membentuk sebuah portofolio menggunakan model Black Litterman adalah menentukan tinjauan dari investor untuk masing-masing saham dengan tinjauan pasti maupun relatif. Pada makalah ini, penulis bertindak juga sebagai investor yang menyatakan pendapatnya secara subjektif dengan cara membandingkan *mean return* dan membaca plot pergerakan *return* saham dari masing-masing saham sehingga didapatkan tinjauan sebagai berikut :

1. Tinjauan 1 : *return* saham INTP akan memberikan *return* 4% lebih besar dibandingkan saham ITMG.
2. Tinjauan 2 : Saham GGRM akan memberikan *return* sebesar 0,8%.
3. Tinjauan 3 : Saham AKRA akan memberikan *return* sebesar 5%.

Jika $E(r)$ adalah estimasi *return* investor dengan 4 saham terpilih, yaitu ITMG, GGRM, INTP, dan AKRA, maka ketiga tinjauan yang diberikan penulis tersebut dapat dinyatakan dengan :

$$\begin{aligned} E(r_{INTP}) - E(r_{ITMG}) &= 0,04 \\ E(r_{GGRM}) &= 0,008 \\ E(r_{AKRA}) &= 0,05 \end{aligned}$$

Setelah didapatkan nilai *expected return* CAPM dan model tinjauan kemudian masing-masing dibentuk menjadi bentuk regresi sebagai berikut :

Model CAPM :

$$\pi = I.E(r_{BL}) + e$$

dengan

$$\pi = \begin{bmatrix} 0,0213 \\ 0,0152 \\ 0,0113 \\ 0,0098 \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$E(r_{BL})$ = vector 4 x 1 untuk nilai *expected return* BL yang belum diketahui
 e = matriks residual 4 x 1 dengan $E(e) = 0$ dan $E(ee') = \tau\Sigma$

Model tinjauan

$$q = P \cdot E(r_{BL}) + v$$

dengan

$$q = \begin{bmatrix} 0,04 \\ 0,008 \\ 0,05 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$E(r_{BL})$ = vector 4 x 1 untuk nilai *expected return* BL yang belum diketahui
 v = matriks 4 x 1 untuk residual dengan $E(v) = 0$ dan $E(vv') = \Omega$

Kemudian kedua informasi tersebut dikombinasikan menjadi :

$$\begin{bmatrix} \pi \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ P \end{bmatrix} E(r_{BL}) + \begin{bmatrix} e \\ v \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0,0213 \\ 0,0152 \\ 0,0113 \\ 0,0098 \\ 0,04 \\ 0,008 \\ 0,05 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} E(r_{BL}) + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

dan menggunakan persamaan estimasi parameter $E(r_{BL})$ (3.9) :

$$E(\widehat{r_{BL}}) = \mu_{BL} = [(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau\Sigma)^{-1}\pi + P'\Omega^{-1}q]$$

dengan

Σ = matriks varians kovarians *return* saham 4 x 4

$$= \begin{bmatrix} 0,00032730 & 0,00004855 & 0,00003773 & -0,00004343 \\ 0,00004855 & 0,00181584 & 0,00000393 & 0,00002697 \\ 0,00003773 & 0,00000393 & 0,00046134 & 0,00005697 \\ -0,0000434 & 0,00002697 & 0,00005697 & 0,00303920 \end{bmatrix}$$

Ω = matriks diagonal varians model tinjauan

$$= \begin{bmatrix} 0,00003566 & 0 & 0 \\ 0 & 0,00009079 & 0 \\ 0 & 0 & 0,000152 \end{bmatrix}$$

dihasilkan *expected return* Black Litterman untuk masing-masing saham sebagai berikut:

Tabel 2 : Data *expected return* Black Litterman

Saham	$E(r_{BL})$
ITMG	0,010950313
GGRM	0,010898844
INTP	0,026316668
AKRA	0,031597584

Dari *expected return* Black Litterman pada tabel 2 diketahui bahwa saham AKRA diharapkan akan memberikan keuntungan terbesar dibandingkan ketiga saham lainnya, sedangkan saham GGRM diperkirakan akan memberikan keuntungan terendah. Setelah didapatkan *expected return* Black Litterman kemudian dihitung proporsi untuk masing-masing saham dalam portofolio. Perhitungan bobot portofolio menggunakan rumus :

$$W_{BL} = (\delta \Sigma)^{-1} \mu_{BL}$$

menghasilkan bobot untuk masing-masing saham dalam portofolio sebagai berikut :

Tabel 3 : Bobot saham dalam portofolio

Saham	Bobot Saham	Persentase Saham
ITMG	0,289674362	28,97 %
GGRM	0,051996425	5,20 %
INTP	0,556909526	55,69 %
AKRA	0,101419686	10,14 %

Tabel 3 menunjukkan kontribusi saham paling besar dalam portofolio adalah saham Indocement Tunggal Prakarsa sebesar 55,69 %, kemudian diikuti saham Indo Tambangraya Megah sebesar 28,97 %. Sedangkan saham dengan kontribusi paling sedikit adalah saham Gudang Garam sebesar 5,20 %. Bobot masing-masing saham yang telah didapatkan tersebut kemudian digunakan untuk mencari *return* portofolio menggunakan rumus sebagai berikut :

$$R_p = \sum_{i=1}^n w_i \cdot R_i$$

$$= 0,289674362 * 0,01095031 + 0,051996425 * 0,01089884 + 0,556909526 * 0,02631667 + 0,101419686 * 0,03159758$$

$$R_p = 0,0215993$$

Sedangkan besar risiko portofolio dengan memasukkan rumus sebagai berikut :

$$\sigma_p^2 = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \dots & w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}$$

$$\sigma_p^2 = W' \Sigma W = 0,0002247$$

Ilustrasi Keuntungan Portofolio Black Litterman dengan Estimasi Theil Mixed

Diilustrasikan investor akan menginvestasikan uang sebesar Rp 100.000.000,00 terhadap 4 saham terpilih pada tanggal 01 April 2013. Dengan investasi dana sebesar Rp 100.000.000,00 maka dapat diketahui perkiraan keuntungan dan risiko portofolio investor, yaitu :

$$\begin{aligned} \text{Keuntungan Portofolio } (R_p) &= 0,0215993 \times \text{Rp } 100.000.000,00 \\ &= \text{Rp } 2.159.935,00 \end{aligned}$$

$$\text{Risiko Portofolio } (\sigma_p^2) = 0,0002247 \times \text{Rp } 100.000.000,00$$

$$= \text{Rp } 22.475,00$$

Kemudian dicari besar proporsi dana serta lembar untuk masing-masing saham yang harus dibeli oleh investor jika investor akan membeli empat saham tersebut pada tanggal 01 April 2013 maka didapatkan jumlah lembar masing-masing saham dengan rumus sebagai berikut :

$$\text{Lembar saham} = \frac{[\text{jumlah dana} \times \text{bobot harga saham}]}{\text{harga penutupan saham terakhir}}$$

Tabel 4 : Proporsi Dana dan Jumlah Lembar Saham

SAHAM	Dana tiap saham	Harga Beli 01-04-2013 (Rp)	Lembar Saham
ITMG	Rp 28.967.436,00	35.150	824
GGRM	Rp 5.199.642,00	52.950	100
INTP	Rp 55.690.953,00	23.000	2421
AKRA	Rp 10.141.969,00	5.300	1914

Selanjutnya akan dicari keuntungan yang didapatkan oleh investor apabila saham dijual kembali. Jika investor berencana untuk menjual saham tersebut pada periode 02 April 2013 sampai 01 Mei 2013 maka investor juga dapat memprediksi keuntungan yang didapatkan dari portofolio saham yang dibentuk dengan terlebih dahulu meramalkan harga saham untuk periode 02 April 2013 sampai 01 Mei 2013 menggunakan metode ARIMA. Berikut perbandingan keuntungan real dengan keuntungan prediksi portofolio :

Tabel 5 : Perbandingan Keuntungan Real dan Prediksi

TANGGAL	REAL	PREDIKSI
02/04/2013	1.113.786	291.350
03/04/2013	1.113.786	825.069
04/04/2013	4.329.269	661.467
05/04/2013	4.886.867	849.500
08/04/2013	5.490.404	1.177.813
09/04/2013	5.184.321	1.499.665
10/04/2013	4.009.954	1.657.727
11/04/2013	3.841.409	1.815.466
12/04/2013	4.529.915	2.038.042
15/04/2013	3.061.059	2.198.740
16/04/2013	5.731.043	2.298.531
17/04/2013	9.366.758	2.429.901
18/04/2013	8.279.046	2.567.920
19/04/2013	6.854.335	2.659.234
22/04/2013	5.760.745	2.741.994
23/04/2013	5.760.745	2.843.369
24/04/2013	8.721.258	2.931.216
25/04/2013	7.111.764	2.998.390
26/04/2013	7.082.251	3.071.381
30/04/2013	9.004.131	3.148.313
01/05/2013	9.695.375	3.212.547

Berdasarkan hasil prediksi pada table 5 terlihat bahwa untuk periode 02 April 2013 sampai 01 Mei 2013 portofolio yang dibentuk investor memberikan keuntungan yang stabil dan untuk memaksimalkan keuntungan lebih baik waktu penjualan saham dilakukan pada tanggal 01 Mei 2013 ketika keuntungan portofolio diprediksi sebesar Rp 3.212.547,00. Sedangkan untuk keuntungan real maksimal diperoleh pada tanggal 01 Mei 2013 yaitu sebesar Rp 9.695.375,00. Ternyata investor mendapat keuntungan maksimal pada waktu yang sama dari perhitungan keuntungan prediksi dan real yaitu pada tanggal 01 Mei 2013. Terlihat bahwa portofolio yang dibentuk investor cenderung memberikan keuntungan baik dari perhitungan prediksi maupun real sehingga bisa dikatakan bahwa permalan harga saham menggunakan metode ARIMA dapat membantu memprediksi keuntungan yang didapatkan investor di masa mendatang.

C. SIMPULAN

Analisis pembentukan portofolio menggunakan model Black Litterman dengan estimasi Theil Mixed merupakan model pembentukan portofolio yang menambahkan informasi tambahan berupa tinjauan (*feeling*) investor pada model pembentukan portofolio modern. Model ini mengkombinasikan informasi awal yang berupa model keseimbangan CAPM dengan informasi tambahan yang berupa model tinjauan investor menggunakan estimasi Theil Mixed. Kombinasi dua informasi tersebut akan menghasilkan *expected return* baru yang dikenal dengan *expected return* Black Litterman. Tahapan dalam pembentukan portofolio menggunakan model Black litterman dengan estimasi theil mixed, yaitu menghitung nilai *expected return* CAPM, menentukan model tinjauan, mengkombinasikan model tinjauan dengan nilai *expected return* CAPM menggunakan metode *mixed estimation* untuk mendapatkan *expected return* Black Litterman, dan menyusun pembobotan portofolio.

Penerapan pembentukan portofolio menggunakan model Black Litterman dengan Estimasi Theil Mixed yang dibahas dalam skripsi ini diperoleh hasil pembobotan saham yaitu PT. Indo Tambangraya Megah (28,97%), PT. Gudang Garam (5,20%), PT. Indocement Tunggul Prakarsa (55,69%), dan PT. AKR Corporindo (10,14%). Dengan tingkat risiko sebesar 0,0002247 dan *expected return* sebesar 0,0215993. Saham-saham yang masuk dalam portofolio Black Litterman tersebut merupakan saham yang memiliki *return* berdistribusi normal dan nilai *expected return* CAPM positif terbesar.

Berdasarkan hasil peramalan harga penutupan saham menggunakan metode ARIMA maka dapat diprediksi keuntungan portofolio yang didapatkan investor. Jika diilustrasikan investor membeli saham pada tanggal 01 April 2013 sebesar Rp 100.000.000,00 maka berdasarkan hasil peramalan harga saham yang dilakukan, investor diprediksi akan mendapat keuntungan maksimal pada tanggal 01 Mei 2013 sebesar Rp 3.212.547,00. Sedangkan berdasarkan hasil perhitungan keuntungan dari harga saham real maka investor akan mendapatkan keuntungan maksimal pada waktu yang sama, yaitu tanggal 01 Mei 2013 sebesar Rp 9.695.375,00. Ternyata investor mendapat keuntungan maksimal pada waktu yang sama dari perhitungan keuntungan prediksi dan real yaitu pada tanggal 01 Mei 2013. Terlihat bahwa portofolio yang dibentuk investor cenderung memberikan keuntungan baik dari perhitungan prediksi maupun real sehingga dapat dikatakan bahwa permalan harga saham menggunakan metode ARIMA dapat membantu memprediksi keuntungan yang didapatkan investor di masa mendatang.

D. DAFTAR PUSTAKA

- Black, Fischer and Litterman, Robert. (1992). *Global Portfolio Optimization*. Financial Analyst Journal; Sep/Oct 1992; 48.
- He, Guangliang and Litterman, Robert. (1999). *The Intuition Behind Black Litterman Model Portfolios*. London : Goldman Sachs & Co.
- Mankert, Charlotta. (2003). *The Black Litterman Model-Mathematical and Behavioral Finance Approaches Toward It Use in Practice*. Stockholm : Royal Institute of Technology.

-
- Retno, S. (2011). Model Black Litterman dengan Estimasi Theil Mixed. *Prosiding*, Seminar Nasional. Yogyakarta: FMIPA UNY.
- Salomons, Anisa. (2011). *The Black-Litterman Model Hype Or Improvement?. Thesis*. Netherland : Vrije Universiteit Amsterdam.
- Theil, H. And A.S. Goldberger. (1961). *On pure and mixed statistical estimation in econometrics*. International Economic Review 2, 2, 65-78.
- Walters, J. (2009). *The Black-Litterman Model In Detail*. rev.ed.