

「生きる力」を育成する数学の授業改善を目指して

## 中学校の数学学力診断調査の問題の検討と考察

### — 「数と式」を中心に —

高橋敏雄<sup>1</sup>、黒崎東洋郎<sup>2</sup>、洲脇史朗<sup>3</sup>、川上公一<sup>4</sup>、大月一泰<sup>5</sup>、平野圭一<sup>6</sup>、  
秋山 真<sup>7</sup>、小野仁美<sup>8</sup>、桐野彰子<sup>9</sup>、山本真道<sup>10</sup>、景山 勝<sup>11</sup>、小林武則<sup>12</sup>、  
高木理行<sup>13</sup>、高杉衣美<sup>14</sup>、林 俊雄<sup>15</sup>、村上有希子<sup>16</sup>、佐宮尚宏<sup>17</sup>

21世紀を展望して[ゆとり]の中で[生きる力]を育むことを重視することの提言がなされ、その意図実現のために教育内容の厳選が実行される。

中学校数学の「数と式」の領域では、文字を用いて考えることの必要性についての理解を深めたり、式の意味を読んだり説明したりすることなどの基礎的・基本的な能力や態度の育成に重点が置かれ、その一方で文字式の計算を軽減するとともに、一元一次不等式や二次方程式の解の公式の内容等は高等学校へ移行するなどの縮減が行われる。

そこで、本研究では中学生の「文字を用いて考えることへの興味・関心や理解度」「式の意味の理解」「式を活用して処理しようとする考え方」等の「数と式」の領域における数学の学力を「数学への関心・意欲」「数学的な考え方」「数学的な表現・処理」「数学の知識・理解」の観点から診断的に調査する問題を作成し、問題の妥当性を考察検討する。

#### 1 中学校数学「数学学力診断調査」の目的

生徒がゆとりをもって、数量や図形などに関する基礎的・基本的な知識を確実に理解できるようにするとともに、自ら課題を見つけて考える問題解決的な学習を進めることができる方針のもとに新中学校学習指導要領が告示された。

新中学校学習指導要領では、「数と式」の領域においては、

- ・「文字を用いて考えることの必要性についての理解」
- ・「式の意味を積極的に読み取り自分なりに説明したりする能力や態度」

に重点が置かれている。

一方、「文字を用いた式の計算」については軽減される。

新学習指導要領で重視される「文字を用いて考えることの必要性についての理解」は、これまで小学校から漸次指導されてきていた。しかし、新学習指導要領では「文字式」は小学校から中学校へ移行統合されることになり、小・中学校でのスパイラル学習を止める方向が示された。このため、文字を用いるよさ、文字を用いた式の意味等に関する学力の低下が危惧される。

実際に、今回の学習指導要領の改訂によって

- 1、2 岡山大学教育学部 3 岡山理科大学 4、5、6 岡山大学教育学部附属中学校  
7 岡山市立中山中学校 8 岡山市立吉備中学校 9 岡山市立富山中学校 10 岡山市立桑田中学校  
11 倉敷市立東陽中学校 12 倉敷市立多津美中学校 13 倉敷市立琴浦中学校 14 倉敷市立庄中学校  
15 玉野市立宇野中学校 16 灘崎町立灘崎中学校 17 御津町立御津中学校

こうした学力の低下が起こるかどうかは新旧学習指導要領に基づく数学学力診断調査を実施して比較をしてみないことには分からない。

むしろ、私たちは、こうした学力低下を招かないためには、どんな「数と式」の授業改善をすべきなのかについて、具体的な方策を構築することが大切であると考えている。

新学習指導要領では、「数と式」の領域において、文字を用いて考えることの必要性や式の意味の理解を強調している。「数と式」の授業改善を図るためには、実際の学習時において生徒の学習達成状況はどんな様相にあるのかを把握しておく必要がある。

そこで、本年度は研究領域を「数と式」の領域とし、「数と式」の領域における中学校生徒の数学の学力診断調査を行うことにした。

この中学校数学学力診断調査結果によって、「数と式」の領域において、どんな指導内容が達成不十分であるかを明らかにするとともに、その原因を分析究明し、授業改善のための新しい方策を具体的に提言することを目的とする。

## 2 中学校数学学力診断調査問題作成の基本的な考え

### (1) 教科書レベルの問題

中学校数学学力診断調査問題は、平成6年度に行った文部省の算数学力診断調査や日米共通調査による問題解決の問題等を参考にし、教科書レベルの問題にすることにした。

理由は、

- ①教科書は指導要領に示された内容について中学校数学の授業で取り扱うべき基礎的・基本的な問題や課題が示されていること。
- ②教科書レベルの問題にすれば、各学年の指導要領に示された指導内容の枠内にあり、調査内容が行き過ぎにならないこと。
- ③学校現場では教科書に即して数学の授業が行われており、現実の学校現場における数学の授業の問題点が捉えやすくなり、授業改善に直結すること。

④岡山大学算数・数学教育学会の会員等に数学学力診断調査を広く調査依頼しやすいこと。

### (2) 観点別学習状況の観点から学力を評価できる問題

数学の学力と一口に言っても、「数と式」に関する「知識・理解」の達成度が不十分なのか、あるいは「数学的な考え方」の達成度が不十分なのかでは、授業工夫改善の方向性や方策も違ってくる。すなわち、生徒がどんな数学の学力の側面が優れ、どんな数学の学力の側面に努力を要するのか、多角的な側面から生徒の数学の学力診断を行い、その傾向や実態を明確にする必要がある。

そこで、中学校数学学力診断調査問題は、

- ・「数学への興味・関心」
- ・「数学的な考え方」
- ・「数学的な表現・処理」
- ・「数学の知識・理解」

の4つの観点別学習状況から中学校数学の学力診断調査問題を作成することにした。

### (3) 新学習指導要領との関連

文部省から新しい学習指導要領が平成10年12月に告示された。

「数と式」の領域では、

- ・「文字を用いて考えることの必要性についての理解」
- ・「式の意味を積極的に読み取り自分なりに説明したりする能力や態度」

に重点を置く方向性が示された。

また、

- ・「文字を用いた式の計算」

については軽減され、

- ・「一元一次不等式、 $A=B=C$ の形の連立方程式、二次方程式の解の公式」

などについては、高等学校へ移行統合される。

そこで、本中学校数学学力診断調査問題の作成に当たっては、新学習指導要領の方向性を勘

案して、「内容の取り扱いが軽減されるもの」、「高等学校へ移行統合される内容」については深入りを避けることにした。

### 3 中学校数学の学力診断する調査問題作成のための手順と方策

#### (1) 4つの観点別学習状況から調査問題作成のための方策

中学校数学学力診断調査問題は、

- ・「数学への興味・関心」
- ・「数学的な考え方」
- ・「数学的な表現・処理」
- ・「数学の知識・理解」

の4つの観点別学習状況から数学学力診断調査問題を作成する。

問題作成上の困難点は、これらの4つの学力の側面は、竹を割ったようにはっきりと分離・独立できるものではなく、互いに関連し合っている点にある。しかし、1つの問題で4つの観点の全て面から学力を診断するような総花的な問題を作成できないし、例えできたとしても、数学の学力診断できる問題とはなり得ない。

そこで、4つの学力の全てに関連はすることを勘案するも、特に強調する数学の学力の観点に重みを付け、その観点に関する数学の学力を診断する問題を作成することにした。

#### (2) 4つの観点別学習状況から調査問題作成のための手順と方法

観点別学習状況の観点から中学校数学の学力診断調査問題を作成するに当たっては、「数と式」の各学年における指導事項と4つの観点別学習状況の観点とのマトリックスを考えて調査問題を作成することにした。

すなわち、表一1（観点別学力診断調査問題作成基礎表）に示すように、縦の行に「数と式」の領域における細分化した指導事項をとり、横の列に「数学への興味・関心」「数学的な考え

方」「数学的な表現・処理」「数学の知識・理解」の4つ観点別学習状況の観点をとることにした。

表一1 観点別学力診断調査問題作成基礎表  
○は学力診断対象項目

	数学への 関心 ・意欲	数学的 な考え 方	数学的 な表現 ・処理	数学の 知識・ 理解
負必 の要 数性 の	○			
正数 との 負意 の味			○	○
正計 と算 負の の意 数味 の		○	○	○

### 4 中学校数学の学力診断する調査問題の検討

前述した手順と方策に即して作成した問題が4つの学力の側面から数学の学力診断調査をする問題になっているかどうかを検討した。

#### (1) 「数学への関心・意欲」を調査する問題

数学への関心・意欲をペーパーテストで評価することは至難なことであるが、記述方式を採用することにより、「数学への関心・意欲」を診断的に評価することを考えた。

例えば、第1学年の問題④は、身の周りで正の数、負の数を探してその例を挙げるさせることによって、「正の数、負の数への関心・意欲の強さを捉えようとするものである。正の数、負の数への関心・意欲が高ければ高い程、生徒は具体的な場면을数多く取りあげるものと思われる。

④ 身のまわりで、正の数、負の数が使われているものを3つあげましょう。

- ① .....
- ② .....
- ③ .....

(2) 「数学的な考え方」を調査する問題

生徒が念頭で行う数学的な思考活動をペーパー調査で診断することは容易なことではない。

また、既に学習したことは思考ではなく、知識ではないかという人もいるが、数学的な思考をどのようにしたかを、再現する形で記述させることによって「数学的な考え方」を診断する問題考えた。

例えば、第3学年の問題②(2)は、整数  $a$  をどのような数学的なアイデアを使ったかを記述することで、数の平方根について理解を深める上での「数学的な考え方」を診断的に評価する問題である。

② 次の問いに答えましょう。

(1)  $3 < \sqrt{a} < 4$  にあてはまる整数  $a$  をすべて求めると  である。

(2) 整数  $a$  の求め方を書きましょう。

(3) 「数学的な表現・処理」を調査する問題

「数学的な表現・処理」に関する数学の学力診断調査問題は、「数学的な表現」に関する項目問題と「数学的な処理」に関する項目問題とに類を分けた。

「数学的な表現」に関する項目問題では、例えば、第1学年で「数量の関係」を文字を使って式に表す問題を作成した。これにより文字を使って数量の関係を簡潔に表現する力を診断的に評価することを考えた。

⑥ 次の問いに答えましょう。

(1) 1本120円の鉛筆  $a$  本と1個50円の消しゴム  $b$  個買ったときの代金は、 である。

また、「数学的な処理」に関する項目問題では、例えば、第1学年の「文字を使った式」における加減の計算がある。観点別状況からすれば、数量の関係を式に表すことは、「数学の知識・理解」や「数学的な表現・処理」の分野に位置付くが、計算処理ということになれば、「数学的な処理」の分野に位置付くことになる。新学習指導要領では、文字を使った式の計算については軽減する方向にあるので、本調査問題は簡単な一次式の加法と減法に留めることにした。こうした文字を用いた式の計算処理は「数学的な処理」能力を診断する代表的な調査問題の一つであると考え。

② 次の□にあてはまる式を答えましょう。

(1)  $5x + 2x$  を計算すると  になる。

(2)  $3x + 2 - x - 5$  を計算すると  になる。

#### (4) 「数学の知識・理解」を調査する問題

数学は、他の教科に比べて「知識・理解」の量が少ない教科である。少ないといっても、数学の基礎的・基本的な「数学の知識・理解」は、新しい数学の概念や原理を生み出す上で大切な要素である。知識偏重の教え込みの数学の授業は改善を図らなければならないが、数学の知識・理解を軽視してよいということとは別の問題である。

簡潔に計算処理する場合、計算に関して、どんな計算法則が成り立つのかを知識として理解しておけば、これら計算の法則を活用して簡潔に処理できるよさがある。従って、計算の法則を活用できるものとして理解しておくことは重要なことである。

こうした計算法則の一つが、分配法則である。分配法則については、小学校から具体的に即してインフォーマルに取り扱ってきているが、中学校第1学年では、数量などの関係や法則を文字を用いて式に表したり、読んだりすることを通して理解を深めることになっている。

次の第1学年の文字を使って分配法則を書く問題は、分配法則を理解し、これを身に付けているかどうかを診断調査問題である。

3 次の  にあてはまる式を答えましょう。

(3) 分配法則を、文字  $a$ 、 $b$ 、 $c$  を使って表すと、 になる。

また、第1学年の方程式についての理解では、ややもすれば方程式に表し、その方程式を解くことばかりに目を奪われ、方程式及びその中の文字や解の意味が軽視されがちになる。

そこで、本調査問題では、具体的な数量の関係を文字を使って表すのではなく、逆に文字を使った方程式から具体的な数量の関係を読みと

る問題を設定し、よりよく方程式の中の文字や解の意味を理解しているかどうかを診断的に調査することにした。

下記の第1学年の問題はその例であるが、この問題は方程式に関する知識・理解だけでなく、方程式を読もうとする関心・意欲を調査する上でも有効な問題であると考えている。

8  $3x - 2 = 10$  で表すことのできる問題をつくりましょう。

なお、中学校数学学力診断調査問題作成においては、岡山大学名誉教授 坂田 洸先生のご指導をいただいた。

#### 参考文献

- 1) 東京書籍；「数学1年、2年、3年」、平成8年度用教科書
- 2) 啓林館；「数学1、数学2、数学3」、平成8年度用教科書
- 3) 文部省；「中学校学習指導要領」、平成2年年
- 4) 文部省；「小学校学習指導要領」、平成10年12月
- 5) 文部省；「中学校学習指導要領」、平成10年12月
- 6) 文部省；「教育課程審議会の答申」、平成10年7月
- 7) 三輪辰郎；「日本とアメリカの数学的問題解決の指導」、1991
- 8) 北尾倫彦；「評価基準表」、図書文化、1993

1] 次の  にあてはまる数を答えましょう。

(1)  $(-7) - (-4)$  を計算すると  になる。

(2)  $-9 \times 7$  を計算すると  になる。

(3)  $-48 \div (-8)$  を計算すると  になる。

(4)  $(+5) + (-9) - (+2) - (-4)$  を計算すると  になる。

2] 次の  にあてはまる式を答えましょう。

(1)  $5x + 2x$  を計算すると  になる。

(2)  $3x + 2 - x - 5$  を計算すると  になる。

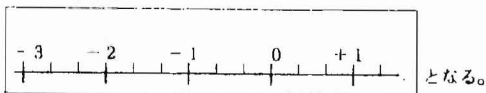
(3)  $(12x + 15) \div 3$  を計算すると  になる。

(4)  $(7x - 2) - (3x + 5)$  を計算すると  になる。

3] 次の  にあてはまる式を答えましょう。

(1)  $-3.9$  と  $1.2$  の間にある整数を小さい方から順に増くと  になる。

(2)  $-\frac{5}{3}$  を数直線に ↓ でしめすと



(3) 分配法則を、文字  $a$ ,  $b$ ,  $c$  を使って表すと  になる。

(4) 「0でない数を2倍するとその数よりいつも大きくなる。」  
 ということはいつも成り立ちますか。いつも成り立てば○とかき  
 そうでなければ、そのことを示す例をあげましょう。

4] 身のまわりで、正の数、負の数が使われているものを3つあげ  
 てみましょう。

- ① \_\_\_\_\_  
 ② \_\_\_\_\_  
 ③ \_\_\_\_\_

5] 次の方程式を解きましょう。どちらの計算も残しておきま  
 しょう。

(1)  $2x - 8 = 6$

$x =$

(2)  $7x - 5 = 4x - 3$

$x =$

6] 次の問いに答えましょう。

(1) 120円の鉛筆  $a$  本と50円の消しゴムを  $b$  個買ったときの  
 代金は  円である。

(2)  $3 \times a - b \times 2$  を文字の式の約束にしたがって書き直すと  
 と表せる。

(3)  $3x + 1$  に  $x = -2$  を代入すると  になる。

(4) ある数の2倍から3を引くと、もとの数より7大きくなります。  
 この数は  です。

7] 「ある中学校の生徒数は231人で、男子は女子より15人多  
 い。男子の人数は何人ですか。」という問題を方程式を使って求  
 めます。次の問いに答えましょう。

(1) 何を  $x$  としますか。

(2) 方程式を解いて、男子の人数を求めましょう。

式	
どちらの計算	
	人

8]  $3x - 2 = 10$  で表すことのできる問題をつくりましょう。

解答はすべてこの用紙に記入してください。

① 次の  にあてはまる式を答えましょう。

(1)  $(3a - 4b) + (2a - 6b)$  を計算すると  になる。

(2)  $2(x - 4y) - 3(x + 5y)$  を計算すると  になる。

(3)  $(-3a) \times (-4b)$  を計算すると  になる。

(4)  $10x^2 \div 5x^2$  を計算すると  になる。

② 次の連立方程式を代入法・加減法のどちらかの指示にしたがって解きましょう。とちゅうの計算も残しておきましょう。

(1) 代入法で解きましょう。  

$$\begin{cases} 4x + y = 55 \\ 2x + y = 29 \end{cases}$$

$x =$   
 $y =$

(2) 加減法で解きましょう。  

$$\begin{cases} 3x + 2y = 9 \\ 3x + 5y = 12 \end{cases}$$

$x =$   
 $y =$

(3) 代入法・加減法のどちらをつかってもしっかり。  

$$\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 3x - 8y = 17 \end{cases}$$

$x =$   
 $y =$

③ 次の  にあてはまる数や式を答えましょう。

(1)  $3x - 2y = 3$  を  $x$  について解くと  $x =$   になる。

(2)  $x = 3, y = \frac{1}{2}$  のとき、 $(x + 2y) - (3x - 4y)$  の式の値は  になる。

④ 連続する3つの整数の和は、いつでも3でわり切れます。まん中の整数を  $n$  として、そのわけを説明しましょう。

⑤ 「下の表は、食品Aと食品Bの100gあたりのエネルギーとタンパク質の量をしめたものです。この2つの食品でエネルギーが600kcal、タンパク質が40gになるようにするには、食品Aと食品Bをそれぞれ何gとればよいですか。」という問題を連立方程式を使って求めます。次の問いに答えましょう。

	A	B
エネルギー(kcal)	150	200
タンパク質 (g)	5	20

(1) 何を  $x$  としますか。何を  $y$  としますか。

$x :$

$y :$

(2) 方程式を解いて、食品Aと食品Bをそれぞれ何gとればよいか求めましょう。

式

---

とちゅうの計算

A

B

⑥ 次の問いに答えましょう。

(1) 不等式  $5x - 3 > 7x + 5$  を解きましょう。とちゅうの計算も残しておきましょう。

とちゅうの計算

(2)  $5x - 3 > 7x + 5$  という不等式で表すことができる問題をつくりましょう。

⑦  $a < b$  のとき、次の2つの式の大小関係を不等号を使って表しましょう。

(1)  $a + 2$  と  $b + 2$  の大小関係

(2)  $-2a$  と  $-2b$  の大小関係

① 次の  にあてはまる数を答えましょう。

(1) 49の平方根は、  である。

(2)  $x = \sqrt{3}$  のとき、 $2x^2 - 5$  の値は  になる。

(3)  $\sqrt{3} = 1.7$   $\sqrt{2} = 1.4$  とするとき  $\sqrt{6}$  は、  になる。

② 次の問いに答えましょう。

(1)  $3 < \sqrt{a} < 4$  にあてはまる整数  $a$  をすべて求めると  である。

(2) 整数  $a$  の求め方をかきましょう。

③ 次の計算をしましょう。とちゅうの式も残しておきましょう。

(1)  $4\sqrt{3} \div \sqrt{6}$

(2)  $3\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$

(3)  $3\sqrt{2} + \sqrt{3} + 4\sqrt{2}$

④ 次の  にあてはまる式を答えましょう。

(1)  $(x+2)(x+3)$  を展開すると  になる。

(2)  $(x-3)^2$  を展開すると  になる。

(3)  $x^2 + 4x - 5$  を因数分解すると  になる。

(4)  $x^2 - 9y^2$  を因数分解すると  になる。

⑤ 次の二次方程式を解きましょう。とちゅうの計算もかきましょう。

(1)  $x^2 = 5$   
   $x =$

(2)  $x^2 - 2x - 3 = 0$   
   $x =$

(3)  $x^2 - 3x - 1 = 0$   
   $x =$

⑥ 「横が縦より長く、面積が30 m<sup>2</sup>の花だんがあります。花だんのまわりにロープをはったら、ロープの長さはちょうど24 mでした。花だんの横の長さを求めましょう。」という問題を、方程式を使って求めます。次の問いに答えましょう。

(1) 花だんの横の長さを  $x$  m とするとたての長さはどう表せますか。  
 m

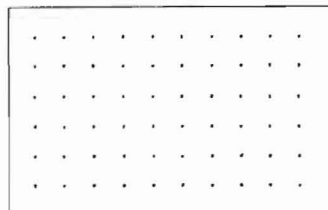
(2) 方程式を解いて、横の長さを求めましょう。とちゅうの計算も残しておきましょう。

式	
とちゅうの計算	
	横 <input type="text"/> m

⑦ 次の図の各点は1 cmの間隔でとっています。この点を使って面積がちょうど5 cm<sup>2</sup>の正方形をかこうと思います。次の問いに答えましょう。

(1) 面積が5 cm<sup>2</sup>の正方形の1辺はどのように表せますか。  
 cm

(2) 面積が5 cm<sup>2</sup>の正方形をかきましょう。



(3) 面積が5 cm<sup>2</sup>の正方形のかきかたを説明しましょう。