

Segmentación de Imágenes de Ultrasonido por medio de un algoritmo rápido de contornos activos

Ignacio Bisso¹, Juliana Gambini^{2,3}

¹Instituto de Ciencias, Universidad Nacional de General Sarmiento
Juan M. Gutierrez 1150 Los Polvorines, Pcia. de Buenos Aires, Argentina

² Dpto. de Ingeniería Informática-Instituto Tecnológico de Buenos Aires
Madero 399 (C1106ACD) - Buenos Aires - Argentina

³ Dpto. de Ingeniería en Computación-Universidad Nacional de Tres de Febrero
Valentín Gómez 4828, Caseros, Pcia. de Buenos Aires, Argentina

ibisso@ungs.edu.ar

mgambini@itba.edu.ar

Resumen El estudio e interpretación de imágenes de ultrasonido es un desafío en el área de procesamiento de imágenes, debido al ruido que este tipo de imágenes posee. En este trabajo se propone la utilización de un método de segmentación basado en conjuntos de nivel pero que no resuelve ecuaciones diferenciales sino que ajusta el contorno del objeto de interés por medio del intercambio de elementos entre dos listas de píxeles vecinos. Se propone utilizar la distribución Gaussiana para modelar los datos provenientes de la imagen y estimar los parámetros correspondientes en cada paso del algoritmo, actualizando la información de la región que se desea segmentar. Con esta propuesta logramos una mejora significativa en la precisión del ajuste del borde del objeto de interés, comparado con el método original.

Keywords: Segmentación de imágenes de ultrasonido, Contornos Activos, Conjuntos de Nivel

1. Introducción

Las imágenes de ultrasonido son muy utilizadas en diagnóstico médico porque permiten el examen clínico del cuerpo de una persona en forma no invasiva. Las imágenes de ultrasonido o ecografías, son capturadas con un sistema de ondas de sonido de alta frecuencia que producen imágenes del interior del cuerpo humano en tiempo real y por lo tanto permiten, no solamente tomar imágenes estáticas de un órgano sino también observar su funcionamiento y movimiento a lo largo de un tiempo. Existen imágenes de ultrasonido 2D, 3D y 4D en las cuales el método de adquisición transforma las ondas en imágenes 2D, 3D o imágenes 3D a lo largo del tiempo, respectivamente [4]. Además, en los últimos años se han utilizado con gran éxito para operaciones e intervenciones guiadas por imágenes y para terapias especiales. Por estas razones es de suma importancia desarrollar

métodos automáticos de segmentación e interpretación de este tipo de imágenes, que además sean eficientes, muy precisos y funcionen en tiempo real.

Sin embargo, estas imágenes tienen los inconvenientes de que contienen ruido speckle (el cual es muy difícil de eliminar) y que poseen bajo contraste, que dificulta la tarea [15].

Existen diversos enfoques para la segmentación de imágenes ecográficas, basados en métodos clásicos de detección de bordes y aplicados a un problema clínico concreto, como por ejemplo el estudio de la próstata [20,25], estudios relacionados con ginecología y obstetricia [28,13,10,1] o investigaciones sobre las arterias coronarias y enfermedades del corazón [27,7]. En los artículos [23,15,14] se discuten varias alternativas de segmentación de este tipo de imágenes.

Otro enfoque para la detección de bordes y objetos de interés en imágenes son los métodos basados en contornos activos o también llamados *snakes* desde que fueron presentados en [9]. Estos métodos se basan en curvas que evolucionan por medio de la minimización de una ecuación diferencial, hasta adaptarse al borde del objeto de interés. Fueron posteriormente mejorados en artículos que utilizan conjuntos de nivel [19,5,16] y operadores morfológicos [3], todos ellos basados en la resolución de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, lo cual posee un alto costo computacional y no puede utilizarse en aplicaciones que requieran tiempo real.

Existen muchos métodos en la literatura para segmentación de imágenes ecográficas basadas en contornos activos y conjuntos de nivel, en el artículo [12] se utilizan contornos activos basados en *snakes*, en el artículo [8] se proponen modelos de curvas deformables, también con minimización de energía aplicados a estudios de las venas. En [11] se utilizan conjuntos de nivel combinados con conocimientos a priori de la forma del objeto de interés y también el espacio-escala. En el artículo [24] los autores presentan un enfoque que combina difusión anisotrópica con contornos activos basados en curvas B-spline, en el cual la evolución de la curva se realiza utilizando un coeficiente de variación local y el error de la norma de Turkey. En los artículos [26,6] se presentan métodos de detección de objetos en imágenes de ultrasonido utilizando contornos activos basados en la resolución de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

Debido al ruido speckle que este tipo de imágenes posee, es muy útil utilizar distribuciones estadísticas para modelar los datos, por ejemplo, en el artículo [18] se utiliza la distribución Rayleigh para modelar los datos, combinada con un método de detección de bordes basado en máxima verosimilitud.

Todos estos métodos resultan robustos y eficientes, sin embargo tienen serias limitaciones en aplicaciones que requieran detección de contornos en tiempo real y por lo tanto no pueden ser aplicados al diagnóstico médico utilizando secuencias de imágenes.

Por otro lado, en los artículos [21,22], los autores proponen un método de seguimiento de objetos en video, que utiliza la teoría de conjuntos de nivel pero en el cual no es necesario resolver ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, sino que la evolución se realiza por medio de intercambio de píxeles. Este método también puede utilizarse para segmentación de una imagen estática y es la

base del presente trabajo para segmentar las imágenes de ultrasonido. Una variación de este método se presenta en [2] donde los autores combinan la evolución por medio del intercambio de pixels con la representación de curvas B-Spline y realizan una aplicación a imágenes médicas de diferente tipo.

Las imágenes de ultrasonido o ecográficas, plantean importantes desafíos a los algoritmos de detección de contornos debido a que las mismas presentan bajo contraste y son muy ruidosas. Por esa razón, el algoritmo de [21] como fue planteado originalmente para seguimiento de objetos en video que no posean ruido, no sirve para ajustar el borde de un órgano u objeto imágenes ecográficas.

En este trabajo se propone mejorar el algoritmo de ajuste de contornos mediante intercambio de pixeles presentado en [21] agregándole la capacidad de considerar información de los pixeles fuera del objeto y de la región que se desea ajustar y modelando los datos con una distribución Gaussiana. Presentamos las dificultades que posee el método [21] cuando es aplicado a imágenes de ultrasonido y se proponen modificaciones para mejorar su comportamiento cuando es aplicado a este tipo de imágenes.

Este trabajo está compuesto de la siguiente manera: en la Sección 2 se presenta una síntesis del método original de detección de bordes que es utilizado como base en este trabajo. En la Sección 3 se explican los problemas que aparecen en su aplicación a imágenes de ultrasonido y las modificaciones realizadas al algoritmo original, constituyendo el aporte más importante de este trabajo. En la Sección 4 se muestran los resultados obtenidos al aplicar el algoritmo nuevo. Finalmente, en la Sección 5 se extraen conclusiones y se presentan trabajos futuros.

2. Intercambio de pixels para detección de bordes

Con el objetivo de que este trabajo sea autocontenido, explicamos en esta sección el método de detección de bordes utilizado, presentando los aspectos teóricos, la forma de representar las curvas y los pasos del método. Para mayor información sobre este tema ver [19,21].

2.1. Representación de las regiones

Sean $\{\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_M\}$, con $\Omega_i \cap \Omega_j = \emptyset$ si $i \neq j$ el conjunto de M regiones de interés, las cuales son seleccionadas inicialmente por el usuario, el fondo $\{\Omega_1 \cup \Omega_2 \dots, \Omega_M\}^C$ y el conjunto de contornos de las M regiones $\{C_1, C_2, \dots, C_M\}$. Cada una de las regiones tiene asociado un vector $\Theta^i = (\theta_1^i, \theta_2^i, \dots, \theta_n^i)$, con $i \in \{1, 2, \dots, M\}$ que contiene información representativa de la región y por eso se dice que es su *vector de características*. Ejemplos de este vector son la tupla RGB correspondiente al color, o el vector cuyas componentes son los parámetros estimados de una distribución de probabilidad con la que se modela los datos provenientes de una región. Dado un pixel \mathbf{x} , la probabilidad de que el mismo pertenezca a la región i se denota como $P(\Theta^i(\mathbf{x}) | \Omega_i)$.

Dada una escena, las M curvas que corresponden a las regiones de interés están dadas por el conjunto $\{C_0, C_1, \dots, C_M\}$ que minimiza la función

$$E(C_0, C_1, \dots, C_M) = - \sum_{i=0}^M \int_{\Omega_i} \log(p(\Theta^i(\mathbf{x}) \mid \Omega_i)) d\mathbf{x} + \lambda \int_{C_i} ds \quad (1)$$

El primer término es menor en la medida en que la probabilidad de que el pixel pertenezca a la región es alta. El segundo término es menor cuando las curvas tienen menos píxeles; esto hace que se vean favorecidas aquellas curvas más suaves.

2.2. Representación y Evolución de las Curvas

Con el fin de simplificar la explicación, se analiza el caso de una única curva C que rodea a la región Ω_1 ; el fondo es denotado con Ω_0 .

Ecuaciones paramétricas La curva cerrada C que representa el borde del objeto de interés puede escribirse en forma paramétrica:

$$C(s) = (x(s), y(s)) \text{ con } 0 \leq s \leq S \text{ y } C(0) = C(S) \quad (2)$$

Dada una curva inicial, consideramos su evolución dentro de la imagen agregando una variable temporal a la ecuación de la curva, con lo que se tiene $C(s, t)$. Si la evolución de la curva se realiza por una fuerza G , se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t}(s, t) &= G(s, t) \cdot \hat{N} \quad s \in [0, 1], t \in (0, \infty) \\ C(s, 0) &= C_0(s) \quad s \in [0, 1] \end{aligned} \quad (3)$$

donde \hat{N} es el vector unitario normal a la curva.

Conjuntos de nivel En este caso, la curva se expresa en forma implícita como el conjunto de nivel cero de una función $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$. Esta función debe verificar:

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{x}) &< 0 \quad \text{si } \mathbf{x} \in \Omega_1 \\ \varphi(\mathbf{x}) &> 0 \quad \text{si } \mathbf{x} \in \Omega_0 \\ \varphi(\mathbf{x}) &= 0 \quad \text{si } \mathbf{x} \in C \end{aligned} \quad (4)$$

Al tener en cuenta el paso del tiempo en la evolución de la curva se agrega un parámetro más a la expresión, obteniendo $\varphi(\mathbf{x}, t)$. Considerando que la evolución está gobernada por un campo $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \mathbf{F} \cdot \nabla \varphi &= 0 \\ \varphi(\mathbf{x}, 0) &= \varphi_0 \end{aligned} \quad (5)$$

donde φ_0 es la curva inicial.

El campo \mathbf{F} puede descomponerse en sus componentes tangencial y normal de la siguiente manera: $\mathbf{F} = \mathbf{F}_N \hat{N} + \mathbf{F}_T \hat{T}$ donde \hat{N} y \hat{T} son los vectores unitarios normal y tangencial a la curva, respectivamente. Es posible demostrar que la evolución en la componente tangencial es despreciable, con lo cual la Ec. 5 queda

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \mathbf{F}_N \hat{N} \cdot \nabla \varphi &= 0 \\ \varphi(\mathbf{x}, 0) &= \varphi_0 \end{aligned} \quad (6)$$

El vector \hat{N} puede escribirse como $\hat{N} = \frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|}$ y por lo tanto

$$\hat{N} \cdot \nabla \varphi = \frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|} \cdot \nabla \varphi = \frac{|\nabla \varphi|^2}{|\nabla \varphi|} = |\nabla \varphi| \quad (7)$$

Así pues, se obtiene para la Ec. 6

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \mathbf{F}_N |\nabla \varphi| &= 0 \\ \varphi(\mathbf{x}, 0) &= \varphi_0 \end{aligned} \quad (8)$$

2.3. Algoritmo rápido de detección de bordes

En lo que sigue explicamos la evolución de la curva por intercambio de pixels, la cual está inspirada en la teoría explicada en las secciones anteriores; utilizando una sola región de interés en la escena para su mejor comprensión.

Dada una imagen I compuesta por una región de interés Ω_1 , cuyo borde se quiere encontrar, y por la región Ω_0 correspondiente al fondo, donde $\Omega_0 \cup \Omega_1 = I$ y $\Omega_0 \cap \Omega_1 = \emptyset$. Cada una de las regiones está caracterizada por los parámetros Θ_m de una función de distribución $P(\mathbf{x}|\Theta_m)$ ($m = 0, 1$).

Se elige una función $\phi : R^2 \rightarrow R$ tal que

$$\begin{aligned} \phi(\mathbf{x}) &< 0 \text{ si } \mathbf{x} \in \Omega_1 \\ \phi(\mathbf{x}) &> 0 \text{ si } \mathbf{x} \in \Omega_0 \end{aligned}$$

Sea C_1 el borde de la región Ω_1 que se quiere encontrar. Se definen dos listas de pixels vecinos L_{in} y L_{out} de la siguiente forma:

$$L_{in} = \{\mathbf{x} | \phi(\mathbf{x}) < 0 \text{ y } \exists \mathbf{y} \in N_4(\mathbf{x}), \phi(\mathbf{y}) > 0\}$$

$$L_{out} = \{\mathbf{x} | \phi(\mathbf{x}) > 0 \text{ y } \exists \mathbf{y} \in N_4(\mathbf{x}), \phi(\mathbf{y}) < 0\}$$

donde $N_4(\mathbf{x}) = \{\mathbf{y} | |\mathbf{x} - \mathbf{y}| = 1\}$ es el conjunto de pixels 4-vecinos de \mathbf{x} .

L_{in} y L_{out} son los bordes interno y externo del contorno C_1 , respectivamente. La Figura 1 muestra un objeto en una imagen y sus bordes interno y externo, representados en diferentes tonos de gris.

En este método la ecuación de evolución está dada por

$$\phi_t(\mathbf{x}, t) = |\nabla \phi(\mathbf{x}, t)| (F_d + F_s) \quad (9)$$

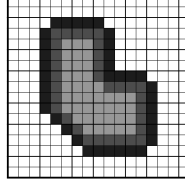


Figura 1. Objeto en una imagen, el borde interno (gris claro) y el externo (gris oscuro).

donde

$$F_d(\mathbf{x}) = \log (P(\theta^1(\mathbf{x})|\Omega_1) / P(\theta^0(\mathbf{x})|\Omega_0)) \quad (10)$$

es el término que hace que la curva se ajuste al borde del objeto de interés y

$$F_s(\mathbf{x}) = -2\lambda\kappa(\mathbf{x}) \quad (11)$$

siendo κ la curvatura, es el término que corresponde a realizar el suavizado.

Un pixel \mathbf{x} es interior si $\mathbf{x} \in \Omega_1$ y $\mathbf{x} \notin L_{in}$. Un pixel \mathbf{x} es exterior si $\mathbf{x} \in \Omega_0$ y $\mathbf{x} \notin L_{out}$. Entonces se define ϕ de la siguiente manera:

$$\phi(\mathbf{x}) = \begin{cases} 3 & \text{si } \mathbf{x} \text{ es un pixel exterior} \\ 1 & \text{si } \mathbf{x} \in L_{out} \\ -1 & \text{si } \mathbf{x} \in L_{in} \\ -3 & \text{si } \mathbf{x} \text{ es un pixel interior} \end{cases} \quad (12)$$

Luego se intercambian los pixels según un algoritmo de dos ciclos: en el primer ciclo se hace evolucionar el contorno siguiendo el signo de la fuerza $F_d(\mathbf{x})$. Como la fuerza $F_d(\mathbf{x})$ depende de datos de la imagen y de la caracterización del objeto, hace que la curva inicial evolucione adaptándose al contorno del objeto. El segundo ciclo es idéntico al primero, pero utilizando la fuerza $F_s(\mathbf{x})$, que como depende de la curvatura, suaviza el contorno.

El algoritmo comienza con la especificación de una curva inicial dada por el usuario. El método consiste en expandir y contraer el contorno por medio del intercambio de los pixels entre los conjuntos L_{in} y L_{out} siguiendo los siguientes pasos,

1. Para cada $\mathbf{x} \in L_{out}$, si $F_d(\mathbf{x}) > 0$ entonces, eliminar \mathbf{x} de L_{out} y agregarlo a L_{in} . Luego, $\forall \mathbf{y} \in N_4(\mathbf{x})$, con $\phi(\mathbf{y}) = 3$, agregar \mathbf{y} a L_{out} y poner $\phi(\mathbf{y}) = 1$.
2. Después de aplicar el paso 1 algunos de los pixels \mathbf{x} en L_{in} pasaron a ser interiores y por lo tanto deben ser eliminados de L_{in} y modificar $\phi(\mathbf{x}) = -3$.
3. Para cada $\mathbf{x} \in L_{in}$, si $F_d(\mathbf{x}) < 0$ entonces, eliminar \mathbf{x} de L_{in} y agregarlo a L_{out} . Luego, $\forall \mathbf{y} \in N_4(\mathbf{x})$, con $\phi(\mathbf{y}) = -3$, agregar \mathbf{y} a L_{in} y poner $\phi(\mathbf{y}) = -1$.
4. Después de aplicar el paso 3 algunos pixels \mathbf{x} se transformaron en pixels exteriores y por lo tanto deben ser eliminados de L_{out} y poner $\phi(\mathbf{x}) = 3$.

Notar que $F_d(\mathbf{x}) > 0$ implica que $P(\theta^1(\mathbf{x})|\Omega_1)/P(\theta^0(\mathbf{x})|\Omega_0) > 0$ y por lo tanto \mathbf{x} es un pixel interior de Ω_1 y $F_d(\mathbf{x}) < 0$ implica que \mathbf{x} es un pixel exterior de Ω_1 .

En el primer ciclo se ejecutan los pasos un número N_a de veces, donde $0 < N_a < \text{máx}(\text{columns}, \text{rows})$. Este parámetro determina el límite de expansión o contracción que la curva puede tener en un entorno de la curva inicial. En el segundo ciclo se ejecutan los pasos un número N_g de veces y se produce el suavizado de la curva por medio de una convolución con un filtro Gaussiano, el cual imita el comportamiento de la evolución por curvatura dado en la Ec. 11 (ver [17]) y por lo tanto la velocidad de evolución es $F_s(\mathbf{x}) = G \otimes \phi(\mathbf{x})$.

3. Problemas y Soluciones

Modelamos los datos provenientes de la imagen con una distribución Gaussiana y estimamos los parámetros μ_{Ω_1} , σ_{Ω_1} , μ_{Ω_0} y σ_{Ω_0} correspondientes a cada una de las regiones Ω_1 y Ω_0 , respectivamente utilizando los estimadores

$$\mu_{\Omega_i} = \frac{\sum_{x \in \Omega_i} x}{k_i} \text{ y } \sigma_{\Omega_i} = \frac{\sum_{x \in \Omega_i} (x - \mu_{\Omega_i})^2}{k_i - 1} \quad (13)$$

donde k_i es la cantidad total de pixels en la región Ω_i .

En el algoritmo original, se realiza la estimación de los parámetros tomando una muestra de la región de interés en forma supervisada por el usuario, eligiendo un rectángulo con el mouse, llamado R_1 , dentro del objeto de interés y estimando los parámetros para el objeto utilizando el color de los pixels pertenecientes a R_1 y los parámetros del fondo utilizando el color del resto de los pixels en la imagen. La idea en ese caso es que todos los parámetros se estiman una sola vez. La Figura 4(a) muestra una imagen de ultrasonido correspondiente a un hígado donde se desea encontrar el objeto que aparece más oscuro. En la Figuras 2(a) y 2(b) pueden verse los resultados de aplicar el algoritmo original con diferentes regiones iniciales generando distintos resultados poco satisfactorios. En ambas Figuras, la región inicial se muestra del lado izquierdo. En esta figuras puede observarse que el resultado de aplicar el método depende en gran medida de la región inicial elegida. La Figura 3 muestra el resultado de aplicar el algoritmo a una imagen fetal de 7 semanas. Puede observarse que el resultado es mejor que los anteriores pero también tiene deficiencias en el ajuste.

La primer modificación que introducimos está relacionada con la estimación de los parámetros para la región del fondo. En el algoritmo original se estiman los parámetros μ_{Ω_0} y σ_{Ω_0} utilizando el complemento de la región R_1 , lo cual considera todos los pixeles de la imagen, salvo los de R_1 . Esto lleva a estimaciones erróneas en imágenes de ultrasonido debido a la naturaleza de las mismas, puesto que en este tipo de imágenes existen areas que no son parte de la imagen capturada mediante ultrasonido y que poseen pixeles de color negro como puede verse en la Figura 4(a). Incluir estos pixeles en la estimación no es conveniente porque que generan valores de los parámetros que no son adecuados para modelar la distribución de los pixeles del contorno de la región de interés.

En el presente trabajo se propone estimar los parámetros para el fondo μ_{Ω_0} y σ_{Ω_0} tomando una región en forma supervisada por el usuario, considerando solamente pixeles presentes fuera de la región de interés R_{Ω_0} . En la Figura 4(b)

se muestra una región inicial delimitada por el usuario. Los valores de los estimadores obtenidos con esa imagen por el método original (MO) y el nuevo (MN) pueden verse en el Cuadro 1 donde se observa la diferencia entre ambos.

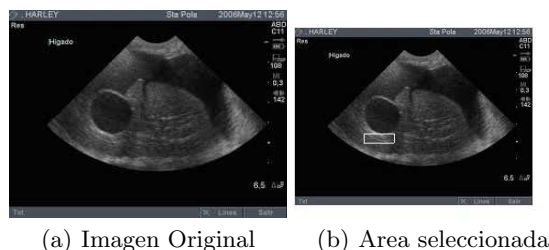


Figura 4. Imagen Original y área marcada en forma supervisada para estimar los parámetros de la distribución Gaussiana fuera del objeto de interés.

	μ_{Ω_0}	σ_{Ω_0}
MO	29	35,8
MN	82	20,2

Cuadro 1. Tabla de parámetros estimados fuera de la región de interés utilizando dos regiones diferentes.

La segunda propuesta consiste en actualizar la estimación de los parámetros μ_{Ω_1} y σ_{Ω_1} en cada ciclo del algoritmo, es decir luego de cada intercambio de píxeles volver a calcular los parámetros con la nueva región encontrada. De esta manera a medida que el contorno evoluciona, también evolucionan los parámetros μ_{Ω_1} y σ_{Ω_1} . Si bien aumenta el costo computacional, realizar esta tarea incrementa la precisión del resultado que se obtiene en el ajuste del contorno del objeto de interés, lo cual es de suma importancia en imágenes utilizadas en diagnóstico médico.

4. Resultados

En esta sección se muestran los resultados de aplicar algoritmo con las modificaciones propuestas. Las Figuras 5(a) y 5(b) corresponden al resultado de aplicar el algoritmo modificado utilizando dos regiones iniciales diferentes para estimar los parámetros del objeto de interés. Puede observarse que en ambos casos el resultado es un ajuste correcto al borde del objeto y que mejora notablemente los resultados obtenidos en las Figuras 2(a) y 2(b).

La Figura 6 muestra el resultado de aplicar el nuevo algoritmo a la imagen de la Figura 3, obteniendo un resultado más preciso.



(a) Región inicial R_1



(b) Región inicial R_1'

Figura 5. Resultado de aplicar el algoritmo con las modificaciones propuestas.



Figura 6. Resultado de aplicar el algoritmo con las modificaciones propuestas a la imagen de la Figura 3.

5. Conclusiones y Trabajos Futuros

En el presente trabajo se propone la utilización de un método de ajuste de contornos de objetos en imágenes de ultrasonido por medio de curvas. Como este tipo de imágenes son muy ruidosas y poseen bajo contraste, se propone utilizar la distribución Gaussiana para modelar los datos provenientes de la imagen, de forma tal que no solamente se tiene en cuenta la información del color del pixel sino también la forma en que los mismos están distribuidos. Esto provoca que se pueda encontrar el borde de los objetos dentro de la imagen con mayor precisión.

Como trabajos futuros pensamos utilizar otras distribuciones para modelar los datos con la distribución Γ o la \mathcal{G}^0 , medir la bondad de la localización de la curva para poder comparar el algoritmo con otros métodos y aplicarlo a secuencias de imágenes evaluando su comportamiento en términos de tiempo.

Referencias

1. J. Anquez, E.D. Angelini, G. Grange, and I. Bloch. Automatic segmentation of antenatal 3-D ultrasound images. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 60(5):1388–1400, 2013.
2. O. Bernard and D. Friboulet. Fast medical image segmentation through an approximation of narrow-band B-spline level-set and multiresolution. In *IEEE International Symposium on Biomedical Imaging: From Nano to Macro, 2009. ISBI '09.*, pages 45–48, 2009.
3. M. Bertalmío, G. Sapiro, and G. Randall. Morphing active contours: A geometric approach to topology-independent image segmentation and tracking. In *ICIP (3)*, pages 318–322, 1998.
4. S.L. Bridal, J.M. Correias, A. Saied, and P. Laugier. Milestones on the road to higher resolution, quantitative, and functional ultrasonic imaging. *Proceedings of the IEEE*, 91(10):1543–1561, 2003.
5. T. Chan and L. Vese. Active Contours without Edges. *IEEE Transactions on Image Processing*, 10(2):265–277, 2001.
6. M. Y. Choong, M. C. Seng, S.S. Yang, A. Kiring, and K. T K Teo. Foetus ultrasound medical image segmentation via variational level set algorithm. In *Third International Conference on Intelligent Systems, Modelling and Simulation (ISMS)*, pages 225–229, 2012.
7. L. Christodoulou, C.P. Loizou, C. Spyrou, T. Kasparis, and M. Pantziaris. Full-automated system for the segmentation of the common carotid artery in ultrasound images. In *5th International Symposium on Communications Control and Signal Processing (ISCCSP)*, pages 1–6, 2012.
8. O. Husby and H. Rue. Estimating blood vessel areas in ultrasound images using a deformable template model. *Statistical Modelling*, 4:211–226, 2004.
9. M. Kass, A. Withkin, and D. Terzopoulos. Snakes: Active contour model. *International Journal of Computer Vision*, 1(1):321–333, March 1988.
10. Y. Li, Q. Huang, and L. Jin. A parameter-automatically-optimized graph-based segmentation method for breast tumors in ultrasound images. In *31st Chinese Symposium on Control Conference (CCC)*, pages 4006–4011, 2012.
11. N. Lin, W. Yu, and JS. Duncan. Combinative multi-scale level set framework for echocardiographic image segmentation. *Medical Image Analysis*, 7(4):529–537, 2003.

12. Ivana Mikic, Slawomir Krucinski, James D. Thomas, and Associate Member. Segmentation and tracking in echocardiographic sequences: Active contours guided by optical flow estimates. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 17:274–284, 1998.
13. H. Neemuchwala, A. Hero, and P. Carson. Feature coincidence trees for registration of ultrasound breast images. In *International Conference on Image Processing*, volume 3, pages 10–13 vol.3, 2001.
14. J. A. Noble. Ultrasound image segmentation and tissue characterization. In *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine*, 2010.
15. J.A. Noble and D. Boukerroui. Ultrasound image segmentation: a survey. *IEEE Transaction on Medical Imaging*, 25(8):987–1010, 2006.
16. S. Osher and N. Paragios. *Geometric Level Set Methods in Imaging, Vision and Graphics*. Springer, first edition, 2003.
17. P. Perona and J. Malik. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 12(7):629–639, 1990.
18. A. Sarti, C. Corsi, E. Mazzini, and C. Lamberti. Maximum likelihood segmentation of ultrasound images with Rayleigh distribution. *IEEE Transactions on Ultrasound Ferroelectric Frequency Control*, 52(6):947–960, 2005.
19. J.A. Sethian. *Level Set Methods and Fast Marching Methods: Evolving Interfaces in Geometry, Fluid Mechanics, Computer Vision and Materials Sciences*. Cambridge University Press, Cambridge, 1999.
20. F. Shao, K.V. Ling, W.S. Ng, and R.Y. Wu. Prostate boundary detection from ultrasonographic images. *Journal Ultrasound Medical*, 22:605–623, 2003.
21. Y. Shi and W.C. Karl. Real-time tracking using level sets. In *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, volume 2, pages 34–41, 2005.
22. Y.G. Shi and W.C. Karl. A real-time algorithm for the approximation of level-set-based curve evolution. *Image Processing*, 17(5):645–656, May 2008.
23. S. Sridevi and M. Sundaresan. Survey of image segmentation algorithms on ultrasound medical images. In *International Conference on Pattern Recognition, Informatics and Mobile Engineering*, 2013.
24. C. Tauber, H. Batatia, and A. Ayache. Robust B-spline snakes for ultrasound image segmentation. *Journal of Signal Processing Systems for Signal Image and Video Technology*, 54:159–169, 2009.
25. V. Wasson and B. Singh. Prostate boundary detection from ultrasound images using ant colony optimization. *International Journal of Research in Computer Science*, 1(1):39–48, 2011.
26. S. Yan, J. Yuan, and C. Hou. Segmentation of medical ultrasound images based on level set method with edge representing mask. In *3rd International Conference on Advanced Computer Theory and Engineering (ICACTE)*, volume 2, pages 85–88, 2010.
27. X. Zhang, C.R. McKay, and M. Sonka. Tissue characterization in intravascular ultrasound images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 17(6):889–899, 1998.
28. Y. Zimmer and S. Akselrod. Image segmentation in obstetrics and gynecology. *Ultrasound Medical Biolpgy*, 26(1):39–40, 2000.