
Desarrollo del pensamiento geométrico-espacial en niños de segundo de primaria desde la situación “viaje alrededor del mundo geométrico en ocho días”

Oscar Javier González Pinilla
Tujavi10@hotmail.com

Camilo Arévalo Vanegas
Kmilo741@hotmail.com

Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemática (LEBEM)
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá. Colombia

Resumen. Esta experiencia de aula hace alusión a un proceso seguido por cuatro estudiantes para profesor dentro del espacio de formación de práctica docente, en el que todo inicia como un reto de ocho días para abordar la enseñanza de la geometría y del pensamiento espacial en estudiantes de segundo de primaria, desde la propuesta de Linda Dickson (1991), la cual centra su atención al estudio de los objetos tridimensionales, analizando sus propiedades y características físicas-visuales para proporcionar el camino hacia el aprendizaje de las representaciones bidimensionales de los mismos; ésta metodología de enseñanza enmarcada en una situación fundamental desde Brousseau (1986), llamada “viaje alrededor del mundo geométrico en ocho días” fue lo que resultó ser una experiencia inolvidable y sin duda de maravillosos aprendizajes.

Palabras clave: Materiales manipulativos, Medios audiovisuales, Metodología de trabajo en el aula, Enseñanza de la geometría, Resolución de problemas.

1. Introducción

En la formación de estudiantes para profesor de matemáticas está sin duda el de la práctica docente, en la cual el estudiante se enfrenta a lo que será su futuro profesional. Es el espacio de formación que le brinda las experiencias suficientes para que éste comprenda y reflexione frente a su ejercicio como docente. Precisamente es el espacio que la Universidad Distrital Francisco José de Caldas y el proyecto curricular de LEBEM privilegia, dado su enfoque de formación de profesores investigadores, innovadores y

reflexivos de su propia práctica, de allí que este eje de formación se empieza a ejercer desde cuarto semestre de la carrera. Ésta experiencia vivida por cuatro estudiantes para profesor se enmarca en el espacio de formación de práctica intermedia III (sexto semestre). El enfoque principal de la práctica, es el uso de recursos didácticos que faciliten la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde la propuesta de Godino (2006) y la implementación de la situación fundamental que plantea Brousseau (1986), generando una metodología libre que deba ser pensada por los estudiantes para profesor. El reto estaba en planear, diseñar y ejecutar una unidad didáctica enfocada a desarrollar el pensamiento espacial, la enseñanza de los sólidos geométricos y las figuras planas en estudiantes de segundo que pudiera ser aplicada en ocho días. Lo fundamental no era que los estudiantes aprendieran una cantidad de figuras con sus propiedades y características, sino que a partir de los recursos didácticos utilizados y de la misma situación fundamental el estudiante reconociera la importancia y necesidad de desarrollar su pensamiento espacial y de reconocer en su entorno el mundo geométrico que lo rodea. La pregunta orientadora del curso era ¿Cuáles son los problemas del profesor que le permiten reflexionar sobre la función de los recursos didácticos en la planeación, diseño y ejecución de una secuencia didáctica en grado segundo en cuanto a la enseñanza y el aprendizaje de la geometría espacial? Es a partir de ella que empieza a diseñarse una situación fundamental que envuelva al estudiante, lo cautive y lo ayude a generar aprendizajes frente al pensamiento espacial y geométrico sin olvidar el contacto con recursos didácticos que lo ayuden a que su aprendizaje sea interesante y enriquecedor.

2. Referentes Teórico – prácticos

Las propuestas de varios autores frente al aprendizaje de la geometría espacial en niños preescolares, dicen que debe hacerse partiendo de las figuras tridimensionales y su comparación con los objetos físicos de la realidad, hacia la geometría bidimensional trabajada como atributos de la geometría tridimensional o a lo que Linda Dickson (1991) se refiere cuando habla de la representación bidimensional del espacio tridimensional. Es así como se hace alusión a autores como Lappan y Wibter (1979) quienes afirman que

“A pesar de que vivimos en un mundo tridimensional, la mayor parte de las experiencias matemáticas que se proporcionan a los estudiantes son bidimensionales, además nos valemos de libros matemáticos que contienen figuras bidimensionales de objetos tridimensionales”. (p. 123)

Para que los estudiantes vayan identificando las características bidimensionales que tienen los objetos tridimensionales,

“la percepción es el conocimiento de objetos resultante del contacto directo con ellos y la representación es una evocación de los objetos en ausencia de ellos”. (Piaget, 1964, p.28)

Desde este punto de vista, el desarrollo de representaciones mentales en el estudiante no solo será proporcionarle por medio del objeto un punto de vista global de este, por el contrario se pretende que ellos construyan esquemas mentales del objeto cuando a este se le hacen transformaciones, es decir, acciones como rotar, trasladar, girar, ordenar, moldear, cortar, pegar etc. es aquí donde se hace imprescindible el uso de recursos didácticos para el estudiante.

3. Recursos didácticos

En la enseñanza de las matemáticas y en lo que a nosotros concierne en el desarrollo del pensamiento geométrico y espacial, es muy importante tener en cuenta los métodos que utilizan los maestros para lograr los propósitos educativos, así como los medios a los que acuden y que otorgan a los estudiantes para facilitar el proceso de aprendizaje en ellos. A continuación presentamos la clasificación que hace Godino (2006), a los recursos didácticos:

Instrumentos semióticos	
<i>manipulativos tangibles</i>	<i>materiales grafico – textuales y verbales</i>
Objetos físicos que sirvieron para identificar características propias de los sólidos y que ponen en juego la percepción táctil. El estudiante tiene un acercamiento al objeto siendo esta acción o momento reflexivo, en el que se pueden construir conocimiento, ya que se identifican características del objeto y se ve la conservación de sus propiedades	Aquellos recursos en los que se hace presente la percepción visual y/o auditiva, que básicamente en nuestra secuencia de actividades tenían por propósito generar y despertar el interés y la motivación por parte del estudiante hacia la búsqueda de nuevos conocimientos; además también ayudaban a que el estudiante se involucrara de forma activa y dinámica a la situación didáctica propuesta.

Tabla 1: *Clasificación de los recursos didácticos Godino (2006)*

4. Referente metodológico

Diseñar actividades que despierten el interés y la motivación de adquirir nuevos y útiles conocimientos no es tarea fácil, en la propuesta de Guy Brousseau (1986), y su teoría de las situaciones didácticas, en donde intervienen tres entes importantes en el proceso educativo de las matemáticas: el maestro, el estudiante y el medio didáctico; y como lo considera él “...el profesor debe imaginar y proponer a los alumnos situaciones que ellos puedan vivir y en las cuales los conocimientos aparecerán como la solución óptima a los

problemas propuestos, solución que el alumno debe descubrir... ”¹ donde es indispensable crear una situación que involucre activa y emotivamente al estudiante, lo que él llama situación fundamental: ”una determinada organización de las interacciones provocadas por el maestro en las clases, entre el alumno y el saber, entre los alumnos a propósito del saber y entre alumnos y maestro sobre el mismo saber”.

5. Recurso disciplinar

Las ideas básicas del modelo Van Hiele (1984) y Hoffer (1981), pretenden establecer que la geometría es aprendida por una secuencia de niveles del pensamiento, el cual se caracteriza por ser progresivo y ordenado y como ellos mismos planteaban: “*No hay un método panacea para alcanzar un nivel nuevo pero, mediante unas actividades y enseñanza adecuadas se puede predisponer a los estudiantes a su adquisición*”². Atendiendo al intervalo de edad en el que se encuentran los estudiantes (6-8 años), podemos ubicarlos según el modelo Van hiele en el nivel de reconocimiento, con las cinco habilidades que plantea Hoffer (1981), y que deberían ser desarrollados por los niños de esta edad:

VAN HIELE	HOFFER	DESCRIPCION
Visualización o Reconocimiento	Visual	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocer diferentes figuras de un dibujo • Reconocer información contenida en una figura
	Verbal	<ul style="list-style-type: none"> • Asociar el nombre correcto con una figura dada • Interpretar frases que describen figuras
	Dibujo	<ul style="list-style-type: none"> • Hacer dibujos de figuras interpretando las partes
	Lógica	<ul style="list-style-type: none"> • Darse cuenta que hay diferencias y similitudes entre figuras • Comprender la conservación de las figuras en diferentes situaciones
	Aplicada	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar formas geométricas en objetos físicos

Tabla 2: *Modelo Van Hiele (1984) con aportes de Hoffer (1981) para la enseñanza de geometría en niños preescolares*

¹ Tomado de la Web <http://www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno2/Cuadernos%202%20c%203.pdf>
Brousseau, Guy. Teoría de las situaciones didácticas (1997)

² Tomado de A.P. Jaime y A.R. Gutiérrez, *Una propuesta de Fundamentación para la Enseñanza de la Geometría: El modelo de van Hiele*, Práctica en Educación Matemática: Capítulo 6o, pág. 295-384. Ediciones Alfar, Sevilla, 1990.

6. Descripción de la experiencia

El reto de lograr construir una secuencia didáctica enfocada a niños de segundo de primaria, donde prevalece el uso de recursos didácticos tanto tangibles como gráfico-textuales desde una situación fundamental se convierte en una experiencia fascinante e inolvidable para los niños, ya que se emergen en lo que los maestros llamaron “*viaje alrededor del mundo geométrico en ocho días*”. Ésta situación trataba de crear en los estudiantes la idea de un viaje alrededor del mundo donde se conocerían nuevas y fascinantes construcciones, además de lugares, costumbres y países diferentes. En cada uno de los países en los que se viajó debería aprenderse algo nuevo referente a la geometría, pues la idea de los maestros-practicantes era mostrarles construcciones en diferentes países asociadas a algunos sólidos geométricos para que finalmente desarrollaran la capacidad de descomponer los sólidos trabajados en sus propiedades bidimensionales, y desde allí envolverlos y trabajar sobre sus propiedades y características.

VUELTA AL MUNDO OCHO DIAS		
1. Pirámide de Giza Egipto  Pirámide	2. Cubo de agua China  Cubo	3. Torre inclinada de Pisa-Italia  Cilindro
4. El misterio de las Rocas esféricas de Costa Rica  Esfera	5. Torre Colpatria Colombia  Paralelepípedo	6. Galería de arte Rusia  Figuras Planas

Figura 3: Países visitados en los viajes al mundo geométrico

Como se ve en el cuadro anterior, se viajó a seis países diferentes, contemplando construcciones propias del lugar. Una buena estrategia para cautivar la atención de los estudiantes frente al aprendizaje de cierto sólido geométrico y algunas características físicas de los mismos. Cada una de las sesiones correspondía a un viaje diferente y el aprendizaje de una nueva construcción asociada a un sólido geométrico. Para simular el viaje se hacía uso de material gráfico-textual como lo son *Videos e imágenes de los países y construcciones de cada lugar*: Estos recursos gráfico-textuales ayudaban a involucrar al estudiante en la situación propuesta, los constantes viajes que hacíamos a países lejanos para mirar las imágenes de construcciones arquitectónicas en forma de sólidos, generaban entusiasmo para el trabajo activo con los recursos tangibles. Es por ello que el uso de éste recurso resultó importante en cada una de las clases ya que sirvió como actividad de iniciación para el posterior trabajo activo con los recursos tangibles.

Se recurría a recursos tangibles y manipulativos durante todas las sesiones, los cuales correspondían a *Sólidos construidos*, realizados por los profesores encargados y el objetivo principal era el motivar al estudiante a la exploración táctil y visual de los mismos para que proporcionaran las primeras informaciones sobre las características de los mismos y *Materiales para caracterizar propiedades del sólido*, donde básicamente se llevaban materiales con los cuales el estudiante tenía la oportunidad de realizar acciones como moldear, construir, pegar para representar el sólido a trabajar y establecer las comparaciones pertinentes de los sólidos trabajados a partir de sus características, así se trabajaron materiales como: palitos, chaquiras, plastilina, lana, cartulina, pegante, colores, etc. Siguiendo la idea de Jean Piaget (1964) quien hace distinguir este proceso y dice: “*la percepción es el conocimiento de objetos resultante del contacto directo con ellos, para que posteriormente la representación sea una evocación de los objetos en ausenta de ellos*”³

7. Logros y fracasos



El objetivo final después del reconocimiento de sólidos y su caracterización de los mismos, se pretendía que los estudiantes estuvieran en la capacidad de descomponer los sólidos en sus propiedades bidimensionales, logrando así evidenciar las formas planas que componían a un sólido. Esta actividad que corresponde a la última de la secuencia se desarrolló durante el viaje a Rusia, donde el aula de clase se convirtió en una galería de arte geométrico Ruso, simulando el arte abstracto geométrico del siglo XVIII donde se usaban configuración de figuras planas para crear valiosas y bonitas obras. En ésta sesión el estudiante debía crear su propia obra pero no con pincel sino con los mismos sólidos (material tangible) anteriormente trabajados, pues debían usar cada una de las caras planas de los sólidos para simular un sello y plasmarlas sobre una cartulina evidenciando las propiedades tridimensionales de los sólidos que ya habían trabajado. Así creaban sus obras con figuras planas y a la par comprendían la composición bidimensional de objetos tridimensionales

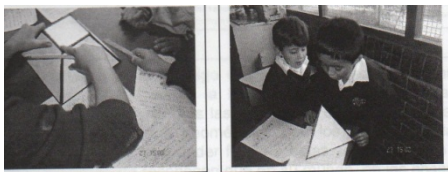


La manipulación y visualización de los sólidos como lo plantea el modelo Van Hiele ayudó a reconocer algunas de sus características físicas; pues los estudiantes hacían alusión a sus bordes y sus puntas, realizaban conteos para saber cuántas puntas poseía, cuántas caras la constituían, etc. Sin embargo a la



³ Tomado de la Web: <http://www.correodelmaestro.com/antiores/2007/julio/libros134.htm> Piaget, J., *La representación del espacio*, 1948.

hora de realizar un dibujo que representara un sólido, los estudiantes manifiestan la dificultad de realizarlo, ya que sus dibujos son un intento fallido de representar objetos tridimensionales.



En cuanto a las características físicas de un sólido como las aristas, ellos empezaban a asociar esas propiedades según lo que percibían y podían tocar; por ejemplo al mostrarles los vértices de la pirámide decían que ese nombre era muy raro que preferían llamarle “*puntas o las cositas que chuzaban*”, lo que

ayudo a su mejor reconocimiento y posterior conteo para saber cuántas poseía. En cuanto a las aristas, que también consideraban un nombre muy raro y no lo relacionaban con nada, las caracterizaban como los *bordes* que se podían sentir con los dedos y finalmente las caras las reconocían como aquello sobre lo cual la pirámide podía quedar de pie “*Pues si intentas ponerlo de pie sobre una punta se cae igualmente si intentas pararla sobre el borde, el único lugar sobre queda quieta es sobre sus caras planas. La esfera no tiene caras planas ya que por donde quieras que lo colocas sobre una superficie nunca se pone de pie fijamente*”. Finalmente gracias a estas



características que ellos mismos de manera curiosa les atribuían a la pirámide, lograban realizar los conteos de cada una de las partes, lo que no se dificultó en ningún sentido. Reconocían igualmente la representación bidimensional de la pirámide, pues identificaban figuras como triángulos y cuadrados en la misma, dibujándolas de acuerdo a la cantidad.

8. Reflexión final

Los materiales manipulativos tangibles ayudan a la comprensión de conceptos gracias a que hacen una conexión con el estudiante permitiéndole a partir de situaciones nuevas para él, adquirir nuevos conocimientos, donde el material por sí mismo no es nada, lo es cuando se le da un enfoque por parte del maestro para tratar conceptos y llegar a la concepción en este caso de la geometría – espacial, así la enseñanza y el aprendizaje se dota de una forma dinámica y comprensible para el estudiante.

Uno de los aspectos que se consideran valiosos en la práctica, es hacer que los estudiantes comprendieran la importancia de las matemáticas en la vida cotidiana. Llevarlos a un proceso en el cual generan un pensamiento crítico y flexible, gracias a las situaciones en las que se veían involucrados y a las decisiones que tomaron para poder solucionarlas.

Es importante hacer mención a la importancia que tienen los recursos gráfico-textuales como lo son los videos y las imágenes interactivas, haciendo uso de nuevas tecnologías, ya que en la educación matemática actual no se tienen muy en cuenta y por lo que se logró en esta experiencia de aula, se puede concluir que son recursos agradables e interesantes a la vista del estudiante, gracias a éste, el estudiante crea nuevos interés por los procesos de aprendizaje, motiva el trabajo activo e involucran al estudiante en una situación donde debe acceder a nuevos conocimientos gracias a la propia acción y descubrimientos que realiza.

Recurrir a situaciones de aprendizaje en el aula, teniendo en cuenta la realidad y la cotidianidad del estudiante es un método efectivo para garantizar el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que se genera en el estudiante la importancia que tiene la matemática en el mundo en el que vive que gracias a los saberes que descubre y construye a partir de la situación le ayudan a desenvolverse en su entorno, y además recurrirá a nuevas situaciones de aprendizaje posteriores y construidas por él mismo con el fin de crear conocimientos nuevos y autónomos.

La plantación, diseño y ejecución de actividades para una secuencia didáctica debe estar fundamentada en que los estudiantes puedan formular razonamientos, construir y descubrir de forma autónoma los conocimientos que permitan contribuir a la solución de una situación que se ha planteado para motivar procesos metales y de acción en ellos.

Referencias bibliográficas

- Brousseau.G. (1986). *Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas*. Francia: Universidad de Burdeos.
- Dickson, L., Brown, M. & Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: M.E.C. & Labor
- Godino J. (2009). *Uso de material tangible y gráfico textual en el estudio de las matemáticas; superando algunas posiciones ingenuas*. En: Machado y Cois. Guimarães, Portugal: Actas do profmat 98 Págs. 117-124. Associação de profesores de matemática:
- Piaget, J. (2005). *La representación del espacio*. México: Reseña del libro Reflexiones sobre la geometría y su enseñanza, correo del maestro y ediciones la vasija.

Volver al índice
Experiencias de Aula