



## ANEXO 2. OBSERVACIÓN Y REGISTRO DE LA PRÁCTICA DE AULA

Además del registro de las opiniones del alumnado y las anotaciones del profesorado en sus diarios, los registros de información de tipo auditivo o audiovisual pueden completar esta panorámica de datos con nuevos aspectos que no quedan bien reflejados en los instrumentos anteriores. La presencia de otros profesores como observadores también podría complementar esta perspectiva. Entre la inmensa cantidad de publicaciones relacionadas con metodologías de uso de registros audiovisuales en el aula hemos seleccionado dos ejemplos que pueden reflejar la potencia de este tipo de registros.

Por una parte el estudio que hace TIMSS en 1999 sobre prácticas de aula en diferentes países proporcionará estrategias metodológicas para manejar e interpretar registros audiovisuales de sesiones de clase. Por otra, un artículo sobre la calidad en las prácticas de aula (Arbaugh, Lannin, Jones y Park-Rogers, 2006) proporciona criterios para caracterizar dimensiones de buenas prácticas del profesor en el aula obtenidas de observaciones audiovisuales y otros registros de la planificación docente.

### 1. ESTUDIO EN TIMSS

Este importante esfuerzo investigador divulgado en la web<sup>1</sup> y publicado en (Hiebert, 2003) justifica el uso de los registros audiovisuales por seis argumentos:

- ◆ se pueden analizar muchos procesos a la vez,
- ◆ aumenta la fiabilidad de las observaciones,
- ◆ permite codificar desde múltiples perspectivas,
- ◆ almacena datos que se pueden analizar con posterioridad,
- ◆ facilita la integración de información cualitativa y cuantitativa y
- ◆ facilita la comunicación de resultados.

<sup>1</sup> <http://timssvideo.com/videos/Mathematics>

El estudio permitió a los investigadores extraer información sobre:

### **1.1 La preparación del profesorado.**

- ◆ Las características de las lecciones.
- ◆ Las expectativas pretendidas.
- ◆ La relación entre lo que pretendían los profesores y lo que realizaron en el aula.

### **1.2 Duración.**

- ◆ ¿Cómo se organizó la clase? Repaso, nuevos conceptos, trabajo individual.
- ◆ ¿Cómo se hicieron los agrupamientos y la interacción entre profesor y alumnos.
- ◆ ¿Qué papel jugaron los deberes de casa?

### **1.3 ¿Qué contenidos se trabajaron?**

- ◆ ¿Qué complejidad tenían?
- ◆ ¿Qué tipo de razonamiento matemático hubo por los problemas propuestos?
- ◆ ¿Cómo evolucionó el contenido a través de la lección?

### **1.4 ¿Situaciones de los problemas?**

- ◆ ¿Se resuelven los problemas por varios métodos o uno solo? ¿Cómo apoya el profesor?
- ◆ ¿Qué tipos de tareas se les pide a los alumnos?

Para hacer este estudio se manejan como instrumentos básicos las grabaciones audiovisuales. Con ellas, se hacen transcripciones de los diálogos y aparte se añaden tres documentos: los comentarios que hace el propio profesor a sus grabaciones, los comentarios del investigador que contextualiza las lecciones grabadas y un diagrama del desarrollo de la sesión.

El documento suministrado en la quinta sesión presencial del módulo 6 contiene la traducción parcial de las transcripciones de una sesión de clase que se trabajó en esta sesión. El ejemplo escogido es una clase de razones aritméticas en Australia para alumnos de octavo grado. Es la cuarta lección de una unidad de siete lecciones. El grupo tiene una ratio de 30 alumnos por profesor y la sesión duró 69 minutos.

El diagrama de desarrollo de la sesión contiene una línea del tiempo transcurrido y el tipo de trabajo que se fue realizando durante la sesión de clase con especificaciones sobre el desarrollo de la sesión. La Figura 1 muestra un ejemplo de diagrama de la sesión para la clase citada.

[69 minute lesson]

Australia Public Release Lesson 4 Lesson Graph [8<sup>th</sup> grade]



17 minutes

**Public Class Work**

**Reviewing Yesterday's Work**

The teacher asks students to divide twelve blocks into different ratios similar to what they did the day before. Examples, 5:7 (separate into 2 groups of 5 and 7), 1:2 (2 groups of 4 and 8). The teacher asks students which number is written first and reminds them that order is important with ratios. Today she wants equal piles. She asks, "How many piles of blocks should you have? Set them up with 3 piles—one on your left and two on your right. Create a ratio of 1:3. How many piles?" Now do a ratio of 2:5. How many boxes? What about money? Divide \$200 into ratio of 1:3; \$210 into 2:5.

*On the Blackboard...*

1:2 = 4:8  
3 piles = 12  
1 pile = 4  
2 piles = 8

1:3  
4 shares  
boxes  
piles

2 : 5  
7 boxes

4 shares = \$200  
\$50: \$150

7 shares = \$210  
2 boxes = \$60 : 5 boxes \$150

**Posing/Clarifying the Task**

The teacher asks students to create for a friend a question, then swap books to see if they can do it.

**Private Class Work: Students Work Individually/Pairs on Task**

Students create questions individually, then swap them with a partner. The teacher circulates answering questions and helping students.



5 minutes

**Public Class Work**

She asks the students to think of something besides money to represent 210. A student suggests Smarties. She asks them to create a story to explain why I would want to divide Smarties in the ratio 2:5. She asks the students to think of another quantity. A student suggests bodyboards: 210 bodyboards divided into a ratio of 2:5. Write a story now about the ratio you created for your friend to do.

*On the Blackboard...*

2 : 5     210  
Smarties



7 minutes

**Private Class Work: Students Working Individually/Pairs**

Students work on creating stories for their ratios to read to their partner.



4 minute

**Public Class Work**

The students are asked to share their stories in the order chosen by the teacher. The teacher demonstrates another way of writing these questions out [fraction method]. After demonstrating the use of this method on other problems already on the board, she asks "a sample" of four students which method they prefer. The 7 shares-1 share method [unitary method- go down to one and then back up to two and five] or the fraction method? (All 4 students prefer the unitary method.)

*On the Blackboard...*

Divide  
\$210 in 2 : 5  
1<sup>st</sup> share =  $\frac{2}{7} \times \$210$   
= \$60  
2<sup>nd</sup> share =  $\frac{5}{7} \times \$210$   
= \$150



10 minutes

**Private Class Work: Students Work Individually.**

Students work on Exercise 10.04, Questions 1 & 2, every 2<sup>nd</sup> one.

*Exercise 10.04*

1 (a) Divide 16 in the ratio 5 : 3.     (b) Divide 200 in the ratio 1 : 4.  
(c) Divide 420 in the ratio 7 : 5.     (d) Divide 1510 in the ratio 3 : 2.  
(e) Divide 585 in the ratio 1 : 3 : 5.     (f) Divide 41 400 in the ratio 6 : 4 : 5.

- 2 (a) Protein is made by mixing tin and lead in the ratio 4 : 1. How much of each metal would there be in 20kg of protein?
- (b) To a town the ratio of adults to children is 2 : 5. How many children are there in the town if the population is 4000?
- (c) A tin of two-wheeler petrol mixture holds 9 L. If the mixture is made from petrol and oil in the ratio 2 : 1, find the amount of oil in the mixture.
- (d) A tin of 5000 is made by mixing zinc and iron in the ratio 3 : 1. How much zinc would be needed to make 1000 kg of alloy?
- (e) A brand of tins of milk is made by mixing cream, milk and phosphate in the ratio 2 : 3 : 3. How many kilograms of each tin in a 10 kg bag of the milk?
- (f) A certain range of books is sold by mixing three different types of books in the ratio 4 : 1 : 3. If 20 000 books are needed to build a house, how many of each type will be needed?
- (g) A dry concrete mix is made by mixing gravel, sand and cement in the ratio 4 : 4 : 1 by mass. Find the mass of each ingredient to make 40 kg of the dry concrete mix.
- (h) The lengths of the sides of a triangle are in the ratio 1 : 2 : 3. Find the lengths of the sides, if the longest has a perimeter of 42 cm.



11 minutes

**Public Class Work** The teacher instructs the students to finish questions 1 & 2 for homework and to start on the Smarties sheet, then finish it also for homework. She tells them to follow the instructions on the sheet, making a prediction first.

She asks the students to keep the sheets because they will be using them down the road on statistics.



3 minutes

**Private Class Work: Students Work Individually**

The teacher circulates around the room answering questions, checking work, and helping students.

**Investigation**

**Smarties statistics**

Equipment: several small packets of Smarties (one per group of 4-5 students) (200 g). Smarties come in many colours, usually 6 in total.

**Prediction:** How many Smarties do you think there are in your packet?

1. Have one small bag of Smarties. Do not open packets. Open and complete the following table for your bag of Smarties.

Colour	Number	Percentage of total
Red		
Orange		
Yellow		
Green		
Blue		
Purple		
White		
Other		

NOTE: Have this sheet open supported.

10 1/2 minutes

1 1/2 minutes

**Public Class Work** The teacher reminds students of homework: Exercise 10.04, questions 1 & 2.

Figura 1. Ejemplo del diagrama de desarrollo de una sesión de clase

Análogamente se muestra un corte de los comentarios del profesor de la misma sección.

### 1.5 Lección Código AU4

00:00:10 Prior to this class we did work on the meaning of ratios, equivalent ratios and simplifying ratios. It took a while to **give out** the connecting blocks but they do help students to develop the concept - dividing a given quantity in a given ratio.

*Antes de esta clase trabajamos sobre el significado de las razones, las razones equivalentes y simplificación de razones. Nos llevó un tiempo dar a los estudiantes los “bloques conectables” pero ayudaron a los estudiantes a desarrollar el concepto dividir una cantidad dada en una razón dada.*

00:00:25 It would be a common practice among teachers to give 10 or so revision questions to start the lesson. I don't do this so often now as I find I can take too long to get to the main goal of the lesson. Given that handing out the blocks took a while, it would have been a better strategy here. I knew this lesson was full of activities and a new concept and was keen to get straight into it.

*Sería una práctica común entre los profesores poner 10 preguntas de repaso aproximadamente para empezar la lección. Ahora no lo hago tan a menudo porque tardo demasiado para conseguir el principal objetivo de la lección. Tener que repartir los bloques tomó un tiempo, habría sido una mejor estrategia aquí. Sabía que esa lección estaba llena de actividades y un nuevo concepto, y estaba entusiasmado por ir directos a ella*

00:00:29 All classes in our school are 75 minutes long. We moved to this lesson length after a whole school discussion on optimum learning time. Increased time was seen to benefit group work and allow for conclusions and reflections on activities. In Mathematics this often means two concepts need to be developed in the class to complete the curriculum. In most classes the plan would include approximately three changes in activity.

*Todas las clases de nuestra Escuela duran 75 minutos. El tiempo incrementado (de más) se vio como algo que beneficiaba el trabajo del grupo y permitía sacar conclusiones y reflexiones sobre las actividades. En Matemáticas, esto a menudo significa que hemos de desarrollar dos conceptos en clase para completar el currículo. En la mayoría de las clases el plan incluiría aproximadamente tres cambios de actividad.*

También se muestra otro corte con los tipos de comentarios del investigador.

### 1.6 Lección Código AU4

00:00:29 At the beginning of the lesson, the teacher writes the heading for today's class on the board: "Dividing a Given Quantity in a Given Ratio." Goal statements, such as this one, were found in 71% of the lessons in the Australian data set (Hiebert et al., 2003, *Teaching Mathematics in Seven Countries: Results from the TIMSS 1999 Video Study* [hereafter Video Report], figure 3.12).

*Al principio de la lección, el profesor escribe el objetivo para la clase de hoy en la pizarra: “Dividir una cantidad dada en una razón dada”. Objetivos de las exposiciones tales como este, fueron encontrados en el 71% de las lecciones en el conjunto de datos australiano (Hiebert et al., 2003, *Teaching Mathematics in Seven Countries: Results from the TIMSS 1999 Video Study* [de aquí en adelante el Video Report], figure 3.12).*

*00:01:58* Here the teacher is handing out counting blocks that the students will use to help solve various problems dealing with ratios. These blocks are considered to be "special mathematical materials"; that is, mathematical materials used for a mathematical purpose during the lesson. Forty-four percent of Australian lessons included special mathematical materials (Video Report, table 5.6).

*Aquí el profesor está repartiendo cuadernos de cuentas que los estudiantes usarán para resolver varios problemas relacionados con razones. Estos cuadernos están considerados como “materiales matemáticos especiales”; es decir, materiales matemáticos usados con un propósito matemático durante la lección. EL 44% de las lecciones australianas incluían materiales matemáticos especiales*

Los tres documentos mostrados presentan visiones complementarias de la práctica del profesor. Desde la perspectiva de la interpretación de grabaciones hechas durante el periodo de implementación se aconseja que no se hagan transcripciones completas pues lleva mucho tiempo, sino que, más bien, se citen los textos de los diálogos o las imágenes que apoyen algún argumento si esta fuente de información contiene evidencias. Por otra parte, el diagrama de la sesión de clase muestra de forma sintética como transcurre ella y puede apoyar bastante la descripción de una metodología de enseñanza aplicada o las interacciones en el aula.

No obstante las grabaciones audiovisuales enriquecen mucho la observación al visualizarse las interacciones entre el profesorado y los alumnos y la metodología aplicada por el profesorado para construir conocimiento. Si es posible se aconseja este tipo de registro.

## 2. PRÁCTICA DE AULA

El trabajo de Arbaugh y colaboradores (2006) sirve de base para incorporar a este módulo criterios que faciliten el análisis de la práctica del profesor. Este estudio analiza 26 clases diferentes y las clasifica según tres niveles: baja, media y alta calidad. Además trata de caracterizar también las principales creencias de los profesores sobre la enseñanza y las correlaciona con la calidad de su práctica de aula. Todos los profesores tienen en común trabajar con la misma serie de libros de texto del proyecto CORE-PLUS en Estados Unidos. Para más información sobre el proyecto CORE-PLUS hay muchos enlaces en la Web que aparecen con el criterio de búsqueda CORE PLUS Mathematics Project (CPMP).

Este estudio establece un marco de análisis para clasificar la calidad de las lecciones de clase utilizando los siguientes indicadores:

### 2.1 Tareas que generan discusión matemática

- ◆ Tareas que conectan con el entorno de los estudiantes

- ◆ Tareas que van detrás de algo con valor matemático
- ◆ Tareas que requieren un alto nivel de demanda cognitiva

## **2.2 El profesor selecciona las tareas pensando en su objetivo o meta**

- ◆ El profesor comparte información esencial
- ◆ El profesor establece una cultura de la clase
- ◆ El profesor muestra comportamientos asociados con la búsqueda de demandas cognitivas de alto nivel

## **2.3 El profesor y los alumnos valoran las ideas y los métodos**

- ◆ Los estudiantes eligen y comparten sus métodos
- ◆ El profesor usa los errores como situaciones de aprendizaje
- ◆ Los argumentos son los que determinan la corrección de los procesos matemáticos (no el profesor o el libro de texto)

## **2.4 Los estudiantes le dan significado a los recursos que usan**

- ◆ Profesores y estudiantes usan los recursos con la intención de resolver problemas
- ◆ Los profesores y estudiantes usan los recursos para recordar, comunicar y pensar

## **2.5 Las tareas son accesibles a todos los estudiantes**

- ◆ Todo estudiante es escuchado
- ◆ Todo estudiante contribuye

Estos son los indicadores que conducen a la clasificación indicada aunque a lo largo del estudio se detecta con más claridad las diferencias entre profesorado de alta y baja calidad en su práctica quedando la calidad media como una transición con componentes de la alta y de la baja calidad.

A continuación presentamos la traducción de las transcripciones y comentarios que se citan en el artículo, referidas a dos perfiles: un profesor con una práctica de baja calidad y otro con una práctica de alta calidad.

*Situación.* Clase de 10° grado en Estados Unidos. Esta clase es continuación de otra en la que se trabajó con modelos de crecimiento de la población humana. Este curso sigue un libro de texto de la colección CORE-PLUS y la tarea que les propone está clasificada como de alta demanda cognitiva. Al comienzo de la clase la profesora (T) les proporciona datos de la población de US tomados del Censo de población. Están organizados en grupos de tres alumnos (T: profesora, S: algún estudiante).

La siguiente es la transcripción del comienzo de la clase.

T: La población en Estados Unidos en 2001 fue 288 millones. En 1990 ¿Cuánto fue?

S: 240.

T: Así es, se incrementó en 48 millones. La tasa de nacimientos es 1.3% de la población. La tasa de defunción es 0.2% Así que ¿cuál es la tasa neta?

S: 1.1%.

T: Sí. La tasa de nacimientos sube la población y la de defunciones la baja.

*T:* Entonces animó a los estudiantes a seguir procedimientos similares... y hacer predicciones sobre la población de Estados Unidos para 2002 a partir de 2005. Después de trabajar individualmente unos pocos minutos con sus calculadoras gráficas.

La profesora les pidió que colocasen sus tablas en el mural y les adelanta la solución en la transparencia de la población en 2002

*T:* Ya he puesto el primer resultado para que veáis el valor correcto. Quiero que lo comparéis por que si el primero está mal todo sale mal.

La profesora va dando nuevas respuestas correctas y después los alumnos las van apuntando aunque lo hubiesen puesto ya en el MURA su trabajo.

La clase continúa con un chequeo que se considera como una discusión a nivel de toda la clase de los contenidos y métodos desarrollados por los grupos pequeños, lo que les proporciona una oportunidad para compartir puntos de vista y conclusiones diferentes. La profesora actúa de moderadora.

*T:* OK, mira en el problema de la p. 112. ¿Qué cálculos se necesitan para estimar el crecimiento de la población de un año al siguiente en dos países diferentes?

*S:* El año de antes.

*T:* ¿Qué quieres decir?

*S:* Es necesario encontrar el anterior.

*T:* Porque la población en 2002 depende de la población en 2001 ¿no?

*S:* Lo que crece.

*T:* La tasa de nacimientos, la de defunciones y los inmigrantes. Escribe paso a paso este proceso ¿Qué harías primero?

*S:* Encontrar la tasa del cambio.

*T:* Tasa de nacimientos menos tasa de defunciones. Puede ser negativa ¿Cuál era el porcentaje en nuestros problemas anteriores?

*S:* 1.1%.

*T:* Lo usaremos así en nuestros cálculos?

*S:* No. Lo pasaríamos a decimal.

*T:* ¿Cómo?

*S:* Moviendo la coma dos lugares a la izquierda.

*T:* Usaremos 0.011 ¿Y ahora qué?

*S:* Multiplicar por la población.

*T:* ¿Qué población?

*S:* El año anterior.

*T:* Necesitas conocer la población del año anterior para encontrar el año siguiente ¿Y ahora qué?

*S:* Añadir los inmigrantes.

*T:* ¿Es posible tener más población saliente que entrante?

*S:* Sí.

*T:* Hay cuatro pasos ¿quieres rodearlos con un círculo?

Y a medida que lo decía, la profesora los escribía en la transparencia

*Encontrar la tasa neta de crecimiento*

*Convertir a decimal (dos lugares a la derecha)*

*Multiplicar por la población el año anterior*

*Añadir los emigrantes*

Ahora la profesora se pasa al siguiente problema del libro que dice: “Usando la palabra AHORA para indicar la población de Estados Unidos en cualquier año, escribe una expresión que muestre como se calcula la población el SIGUIENTE año. Tasa de crecimiento 1.9% y de defunciones 1.2%”.

T: ¿Cuál es el cambio neto?

Los estudiantes no responden

T: 1.9 menos 1.2 es 0.7%. Necesitamos cambiar a un decimal aunque este lo es. Necesitamos multiplicar por AHORA y añadir los inmigrantes.

La profesora escribe  $SIGUIENTE = 0.007 * AHORA + 9$  en la pizarra. La profesora se apodera del razonamiento y les da el procedimiento paso a paso.

T: ¿Estoy haciéndolo bien? ¿Por qué dices no?

S: Necesita añadir la población anterior.

La profesora escribe  $+ AHORA$  al final de la ecuación y le pide a los estudiantes que hagan una ecuación similar para la población del Brasil.

Algunas reflexiones de la investigación sobre la práctica de este profesorado:

- ◆ En relación con el papel del profesor y la cultura de la clase: se reduce mucho el nivel de la demanda cognitiva; no se discuten las respuestas erróneas, se aporta la correcta y se sigue.
- ◆ En relación con la equidad y accesibilidad: la autoridad es el profesor para decir lo correcto o falso; no se contrasta con otras opiniones de los alumnos que se les limita o no se les llama a la participación; y permanece la creencia de que el alumno tiene bajas expectativas.
- ◆ En relación con la naturaleza de las tareas: la discusión se enfoca más en seguir un procedimiento que en buscar la comprensión.

*Situación.* Son 27 estudiantes en una clase de grado 11. Sentados en grupos de 3. Trabajan una tarea que el libro de texto califica de alto nivel cognitivo. La tarea es la siguiente.

*Cuando John y Carla tenían 14 años trabajaron en el verano. John ganó 600\$ y Carla 500\$. Ambos decidieron colocar su dinero en cuentas de ahorro. John encontró una cuenta que le remuneraba un interés anual del 8% y al final del año sacaba los intereses. Cada año tenía al principio en la cuenta lo mismo que el año anterior. El interés de Carla era del 7% pero ella decidió no retirar ningún dinero. Se añadía el interés de cada año a su cuenta al final del año y generaba intereses desde ese momento. A) ¿Cuánto dinero recibe cada persona del banco si cierran sus cuentas al cabo de 12 años?*



*Situación.* Los estudiantes trabajan individualmente en este problema pocos minutos hasta que el profesor se pone a discutir el problema con toda la clase. Hay un número diferente de estudiantes involucrados en este intercambio de ideas con el profesor.

T: Al final de un año ¿qué interés ganó John?

S: 48\$.

T: ¿Cómo encuentras la cantidad que tiene John después de un año?

S: Tomo 600 y sumo 48.

T: Cuánto tiene John al final de los 12 años?

S:  $600\$ + 48 \cdot 12$  que es 1176\$.

T: ¿Cuánto al cabo de los 7 años?

S:  $600 + 48 \cdot 7$ .

T: ¿Cuánto al cabo de  $y$  años?

S:  $600\$ + 48y$ .

T: ¿Cómo usarías tu calculadora gráfica para dibujar esto?

S: Introduzco  $y = 600 + 48y$  y hago la tabla.

T: Carla invierte su dinero con un rédito del 7% comenzando con 550\$ en su cuenta. ¿Cómo podríamos determinar la cantidad de dinero que tiene?

*Situación.* Durante el siguiente intercambio de ideas el profesor escribe  $550 \cdot 0.07 = 38.50$ . Él añade  $\cdot 1.07$  a la ecuación cada vez que los estudiantes le preguntan.

T: Al final de un año ¿qué interés ganó John?

S: 48\$.

T: ¿Cómo encuentras la cantidad que tiene John después de un año?

S: Tomo 600 y sumo 48.

T: Cuánto tiene John al final de los 12 años?

S:  $600\$ + 48 \cdot 12$  que es 1176\$.

T: ¿Cuánto al cabo de los 7 años?

S:  $600 + 48 \cdot 7$ .

T: ¿Cuánto al cabo de  $y$  años?

S:  $600\$ + 48y$ .

T: ¿Cómo usarías tu calculadora gráfica para dibujar esto?

S: Introduzco  $y = 600 + 48y$  y hago la tabla.

T: Carla invierte su dinero con un rédito del 7% comenzando con 550\$ en su cuenta ¿Cómo podríamos determinar la cantidad de dinero que tiene?

*Situación.* Durante el siguiente intercambio de ideas el profesor escribe  $550 \cdot 0.07 = 38.50$ . Él añade  $\cdot 1.07$  a la ecuación cada vez que los estudiantes le preguntan.

S: Tomo  $550 + 38.50$ .

T: ¿Cómo encuentras la cantidad dentro de dos años?

S: Como la cantidad permanece, multiplico esta cantidad por 1.07.

T: ¿Cuánto tiene Carla al cabo de 3 años?

S: Multiplico la cantidad total por 1.07.

T: ¿Qué estás haciendo repetidamente?

S: Multiplicar por 1.07.

S: Aumenta con el número de años.

T: ¿Por número de años?

S: Según la potencia  $x$ .

El profesor escribe en la pizarra  $550 \cdot 1.07^x$ .

T: ¿Qué tipo de modelo es este?

S: Exponencial

El profesor escribe ambos modelos en la pizarra  $y = 550 \cdot 1.07^x$  y  $y = 600 + 48x$ .

T: ¿Qué tipo de modelo es  $600 + 48x$ ?

S: Lineal

T: ¿Por qué no es una curva?

S: Por que se incrementa la misma cantidad cada vez

Ahora el profesor ayuda para apoyar a los alumnos a hacer conexiones conceptuales.

*Situación.* Después en la clase, los estudiantes examinan los datos de un negocio proyectado para venta de tickets para un teatro ficticio de verano (ver tabla). Los estudiantes tienen varios minutos para responder a varias preguntas del libro de texto sobre los datos. El profesor les guía en la discusión sobre estas preguntas.

Precio del ticket en \$	0	5	10	20	30	40	50
Número de tickets	2500	2250	200	1500	1000	500	0
Beneficios de los tickets	0	11250	20000	30000	30000	20000	0

T: (leyendo del texto) De acuerdo con esta tabla ¿Cómo está afectado el beneficio por el precio del ticket? ¿Hay algún patrón razonable? ¿Por qué o por qué no?

Hay varios estudiantes a la vez involucrados en la conversación

S: El beneficio del ticket en un cierto punto baja.

S: Es una curva bonita

T: ¿Qué indica la tabla?

Ahora, el profesor presiona para justificar y apoyar que los estudiantes construyan conexiones conceptuales.

S: Sí, cuando el precio de los tickets es pequeño, deberías vender más tickets pero no demasiado. Cuando el precio de un ticket es alto, podrías vender pocos tickets. En la mitad, venderías muchos tickets y ganarías más dinero.

T: (leyendo del texto). Alguien propuso la ecuación  $G = P(2500 - 50P)$  para la relación entre el precio de los tickets y la ganancia. Alguien propuso  $G = 2500P - P^2$  ¿Cuál de estas dos relaciones es correcta? ¿Por qué?

S: ¿La primera?

S: Son la misma. Si multiplicas el factor de la primera ecuación se obtiene la segunda.

T: (Refiriéndose a la primera ecuación) ¿Qué hacemos con P?

S: Distribuir

El profesor dibuja entonces líneas tratando de demostrar que la P se multiplica por ambos términos del paréntesis (2500 -50P).

S: ¿Qué es P por 50 por P?

T: Es igual que 50 por P por P.

S: Sí.

T: ¿Qué se puede hacer también?

S: P por P es  $P^2$ . Así que cuando distribuimos la respuesta es  $2500P-50P^2$ .

Ahora el profesor hace preguntas para apoyar a los estudiantes en sus conexiones conceptuales y formar en modelización de alto nivel.

Algunas reflexiones de la investigación sobre la práctica de este profesorado:

- ◆ En relación con la naturaleza de las tareas: son de alto nivel de demanda cognitiva.
- ◆ En relación con el papel del profesor en la cultura de la clase: en muy pocos momentos el profesor baja el nivel de demanda cognitiva; no suele ejercer su autoridad para sancionar si los razonamientos son correctos.
- ◆ En relación con los recursos matemáticos: se usan las calculadoras gráficas.
- ◆ En relación con la igualdad y accesibilidad: tareas accesibles a todos; permite que de las aportaciones de algunos se beneficien otros (p.ej., simplificación de la ecuación) y recuerden aspectos en los que podían estar confundidos.

### 3. NOTA FINAL

Se recomienda la lectura del artículo de Arbaugh et al. (2006) y la observación de algún video de la web <http://timssvideo.com/videos/Mathematics>. Se sugieren los codificados como NL1 (Holanda 1ª clase) o SW2 (Suiza 2ª clase). Se recuerda que para acceder a esta web es necesario registrarse previamente en ella.

### 4. REFERENCIAS

- Arbaugh, F., Lannin, J., Jones, D. L. y Park-Rogers, M. (2006). Examining instructional practices in Core-Plus lessons: implications for professional development. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(6), 517. Disponible en <http://tinyurl.com/qhwfq4x>
- Hiebert, J. (2003). *Teaching mathematics in seven countries: results from the TIMSS 1999 video study*. Washington, DC: DIANE Publishing.