

IN LUENCIA DE LAS CORRIENTES MESONICAS DE INTERCAMBIO

EN LA DIFUSION MAGNETICA DE ELECTRONES

POR NUCLEOS DE CAPA CERRADA

ANTONIO M. LALLENA ROJO

GRANADA. 1984.

UNIVERSIDAD DE GRANADA

ACTA DEL GRADO DE DOCTOR EN Física

No de 19 83 a 19 84

Folio _____

Número _____

Reunido en el día de la fecha el Tribunal nombrado para el Grado de Doctor de D. Antonio M. Le Uena Rojo, el aspirante leyó un discurso sobre el siguiente tema, que libremente había elegido: Influencia de las corrientes magnéticas en el intercambio en la difusión magnética de electrones en medios de capa errada

Terminada la lectura y contestadas las objeciones formuladas por los Jueces del Tribunal, éste calificó de Satisfactorio cum laude

Granada 28 de Septiembre de 1984

EL PRESIDENTE,

El Secretario del Tribunal,

Rodrigo

Jesús Sánchez-Dehesa

del Guardiaola Barua

El Vocal,

El Vocal,

El Vocal,

Martorell

Enlógio Oset

Elvira

Martorell Domenech

Enlógio Oset Báuena

ELVIRA MOYA VALGAÑÓN

Firma del Graduando,

Antonio Le Uena Rojo

**UNIVERSIDAD DE GRANADA
FACULTAD DE CIENCIAS
COMPULSADO Y CONFORME
CON EL ORIGINAL.**

ESTIDURA. {

En el día de la fecha se ha conferido a D. _____ el Grado de Doctor en la Facultad de _____ de GRANADA 6 de Noviembre de 1984 conforme a lo prevenido en las disposiciones vigentes. **EL FUNCIONARIO,**

Granada _____ de _____ de 19 _____

EL DECANO



CERTIFICADO: Que el Acta que antecede concuerda con la del expediente del interesado remitida a la Secretaría de la Universidad.

Granada _____ de _____ de 19 _____

El Catedrático Secretario,

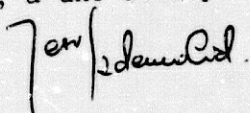
V.º B.º
EL DECANO,

JESUS SANCHEZ DEHESA, Profesor Titular de Física Atómica y Nuclear del Departamento de Física Atómica y Nuclear de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada

CERTIFICO: Que la presente memoria "Influencia de las Corrientes Mesónicas de Intercambio en la Difusión Magnética de electrones por Núcleos de Capa Cerrada" ha sido realizada por D. Antonio M. Lallena Rojo, Profesor Ayudante de este Departamento, bajo mi dirección y constituye su Tesis para optar al grado de Doctor en Ciencias Físicas.

Y para que así conste, en cumplimiento de la legislación vigente, presento y apadrino la referida Tesis ante la Facultad de Ciencias de esta Universidad.

Granada, a uno de septiembre de 1984



Fdo. Jesús Sánchez Dehesa.

A mis padres.

A mi mujer.

Sirvan estas palabras para mostrar mi agradecimiento a todos aquéllos que, en mayor o menor grado, han contribuido a que este trabajo sea una realidad.

INDICE.

<u>INTRODUCCION.</u>	1
<u>I. DIFUSION INELASTICA MAGNETICA DE ELECTRONES POR NUCLEOS.</u>	6
1. SECCION EFICAZ PARA LA DIFUSION DE ELECTRONES POR NUCLEOS.	6
2. MODELO DE CORRIENTE ELECTROMAGNETICA.	9
2.1. Parte a un cuerpo de la corriente nuclear.	9
2.2. Parte a dos cuerpos de la corriente nuclear.	11
3. EXPRESION TENSORIAL DEL OPERADOR MOMENTO MULTIPOLAR MAGNETICO.	16
<u>II. ESTRUCTURA NUCLEAR.</u>	20
1. POTENCIAL NUCLEAR MEDIO.	20
2. INTERACCION RESIDUAL.	22
2.1. Aproximación de fases aleatorias (R.P.A.).	24
2.2. R.P.A. con acoplamiento del "core" (C.C.R.P.A.).	26
2.3. Un método alternativo: la polarización del "core".	27
3. NUCLEOS Y ESTADOS NUCLEARES CONSIDERADOS.	29
<u>III. RESULTADOS Y DISCUSION.</u>	31
1. FACTOR DE FORMA MAGNETICO DEL PROCESO (e,e').	31
2. CONTRIBUCION DE LA PARTE A UN CUERPO DEL OPERADOR MULTIPOLAR MAGNETICO.	32
3. CONTRIBUCION DE LA PARTE A DOS CUERPOS DEL OPERADOR MULTIPOLAR MAGNETICO.	33
3.1. Parte piónica.	35
3.2. Parte de par.	38
3.3. Comparación con los cálculos de otros autores.	42
4. ANALISIS DE LOS RESULTADOS.	43
4.1. Sobre las partes a 2p-2h de las contribuciones a dos cuerpos.	45
4.2. Importancia del potencial nuclear medio.	46
4.3. Análisis comparativo de las contribuciones.	47
4.4. Comparación con los datos experimentales.	50

IV. <u>APROXIMACION DEL PROPAGADOR EFECTIVO.</u>	57
1. DESCRIPCION DE LA APROXIMACION.	57
1.1. Parte piónica.	58
1.2. Parte "seagull".	63
2. OBTENCION DEL PROPAGADOR EFECTIVO.	67
3. COMPARACION CON LOS RESULTADOS EXACTOS.	70
4. RELACION ENTRE LAS CORRIENTES MESONICAS DE INTERCAMBIO Y PROPIEDADES MACROSCOPICAS NUCLEARES.	72
 <u>CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS.</u>	 81
 <u>APENDICE A.</u> Elementos de matriz del operador multipolar magnético.	 85
<u>APENDICE B.</u> Convenio de momento angular.	92
<u>APENDICE C.</u> Elementos de matriz de operadores a uno y dos cuerpos entre el estado fundamental y estados excitados en R.P.A. y C.C.R.P.A..	94
<u>APENDICE D.</u> Cálculo del elemento de matriz de isospin.	107
<u>APENDICE E.</u> Detalles del cálculo de las integrales.	108
 <u>BIBLIOGRAFIA.</u>	 110
 <u>TABLAS.</u>	 114
 <u>FIGURAS.</u>	 118

INTRODUCCION.

En la actualidad la comprensión del papel de los grados no nucleónicos de libertad y su manifestación en las propiedades nucleares constituye un problema fundamental en la física nuclear. La aproximación tradicional de la teoría nuclear de muchos cuerpos, con la cual numerosos fenómenos nucleares han sido interpretados con buenos resultados, considera que los efectos de los grados no nucleónicos de libertad pueden tenerse en cuenta mediante un potencial nucleón-nucleón estático que reproduzca los observables típicamente a dos cuerpos. La carencia de una teoría "tratable" para los grados no nucleónicos de libertad, así como las importantes ligaduras experimentales, hacen que sea escaso el conocimiento sobre la bondad de la aproximación del potencial estático y sobre la estructura de los nucleones y sus interacciones en núcleos finitos.

Desde el punto de vista teórico es deseable, por consiguiente, estudiar modelos que incluyan los grados no nucleónicos de libertad y que puedan resolverse de forma exacta. En el nivel más sencillo dichos grados de libertad pueden introducirse en términos de una teoría de campos en la que los nucleones interactúan por medio de acoplamientos con campos mesónicos.

En el marco de estas consideraciones generales se encuadra el trabajo que se presenta en esta memoria. En él llevamos a cabo un análisis detallado de la influencia de las corrientes mesónicas de intercambio de tipo "seagull" y de tipo piónico en el factor de forma de los procesos de interacción electrón-núcleo de capas cerradas, no sólo para pequeños ($q < 2.5 \text{ fm}^{-1}$) sino también para altos ($q \sim 5 \text{ fm}^{-1}$) momentos de transferencia. Este análisis obliga a fijar previamente el formalismo del proceso de difusión, que en nuestro caso va a ser el desarrollado por DeForest y Walecka (DeF66), la teoría para describir las funciones de onda nucleares, para lo que haremos uso de la C.C.R.P.A. (Deh77a,b) en la que se tienen en cuenta excitaciones tanto a $1p-1h$ como a $2p-2h$, y el modelo de corrientes de intercambio, que será el desarrollado por Chemtob y Rho (Che69,71), Dubach, Koch y Donnelly (Dub76) y Friar (Fri77a,80).

Desde el establecimiento por Yukawa (Yuk35) de la teoría del intercambio de mesones virtuales entre los nucleones como responsable del potencial existente entre éstos y el reconocimiento de la modificación que dicho intercambio supone en la interacción electromagnética en el núcleo (Sie37),

muchos han sido los intentos llevados a cabo con el fin de identificar los efectos producidos por las denominadas corrientes mesónicas de intercambio.

El primer cálculo realizado en esta dirección fue el de Villars (Vil47) en el análisis de los momentos magnéticos del ^3H y del ^3He . La mayor parte del trabajo posterior se ha encaminado al estudio del papel que dichas corrientes juegan en las interacciones débiles y electromagnéticas, tales como momentos magnéticos (Che71), captura de neutrones térmicos por protones (Ris72), electrodesintegración del deuterón (Hoc73), factores de forma de carga (Klo74), etc., si bien no faltan en la literatura los análisis en otros campos de la física nuclear (ver, por ejemplo, los trabajos de Wilkin y Germond (Wil78) (Ger79)).

De los distintos procesos electromagnéticos en los que la influencia de las corrientes mesónicas de intercambio es importante, quizá la difusión de electrones es la que permite estudiar con más detalle la estructura nuclear. Las razones son bien conocidas: la interacción electrón-densidad de corriente nuclear está bien determinada, las medidas no perturban la estructura nuclear del blanco debido a que la interacción electromagnética es débil y la sección eficaz del proceso puede determinarse para un amplio rango de valores del momento transferido q independiente de la energía de la excitación nuclear.

En este punto aparece una clara diferencia entre los núcleos ligeros y aquéllos con $A > 4$. En efecto, mientras que para los primeros los efectos debidos a las corrientes de intercambio aparecen de forma evidente (ver (Ber81) (Cav82) (Dun83)), en estos últimos las incertidumbres en relación a la estructura nuclear no permiten extraer conclusiones carentes de ambigüedad respecto a dichos efectos. Además, el hecho de que las corrientes mesónicas de intercambio sean más importantes a altos momentos transferidos, debido a que como operadores a dos cuerpos admiten momentos transferidos superiores a los que son capaces de aceptar los operadores electromagnéticos a un cuerpo, se contrapone con la limitada información experimental en dicha zona.

No obstante, el progreso teórico realizado en los últimos años en la descripción de la interacción nucleón-nucleón (Hol81) y de los estados excitados nucleares, al menos para núcleos de capa cerrada (Deh77a), unido a la nueva generación de aceleradores de electrones que permitirán rebajar el límite de las secciones eficaces detectables experimentalmente hasta $10^{-38} \text{ cm}^2/\text{sr}$, así como acceder a la región de los 5 fm^{-1} de momento transferido, abre la posibilidad de encontrar en un futuro próximo evidencias definitivas de las

contribuciones de los grados no nucleónicos de libertad en los núcleos pesados. Por tanto se hace necesario un detallado estudio teórico de las corrientes mesónicas de intercambio, incluso antes de que los datos experimentales en la zona de los altos momentos de transferencia estén disponibles.

Los diferentes modelos que permiten obtener los operadores de intercambio han sido desarrollados, principalmente, en núcleos ligeros (Che71) (Had72) (Ris72) (Hoc73). El intercambio de un pión constituye, como es conocido, la parte más importante del potencial internucleónico. En efecto, en las zonas de corto y medio alcance, los nucleones intercambian mesones pesados, ρ , ω y η , como establece el principio de incertidumbre, así como pares de mesones (en particular $\pi\pi$ o $\pi\rho$). En dichas zonas sería necesario por tanto tener en cuenta las contribuciones debidas a esos intercambios; sin embargo, el carácter repulsivo de la interacción nucleón-nucleón a cortas distancias reduce la probabilidad de encontrar dos nucleones juntos y por tanto la importancia de las citadas contribuciones.

Esto que acabamos de comentar no quiere decir que las contribuciones debidas al intercambio de mesones pesados sean totalmente despreciables y será necesario considerarlas en cálculos detallados. Sin embargo, y dado que los trabajos al respecto (Ris80) (Suz83) muestran que las modificaciones que aparecen no son notables y que los efectos de estructura nuclear producen ambigüedades de difícil solución, hemos de optar por un modelo para las corrientes mesónicas de intercambio lo más simple posible. Así, nos concentraremos en esta memoria en el intercambio de un pión y en los efectos que las corrientes asociadas producen en el factor de forma de los procesos de difusión de electrones al igual que otros autores (Che70) (Dub76) (Suz79) (Dub80) (Van81) (Suz83).

La presencia del potencial de intercambio de un pión como parte del potencial de interacción nucleón-nucleón determina la forma de las llamadas corrientes de intercambio "seagull" o de par y piónica mediante la ecuación de continuidad. Una tercera contribución que no está sometida a las restricciones impuestas por dicha ecuación proviene de la llamada corriente de isóbaro en la que es excitado un isóbaro Δ_{33} (1232). Nosotros no vamos a considerar aquí esta contribución ya que existen argumentos para pensar que la inclusión de corrientes debidas al intercambio de mesones más pesados cancelaría en buena parte los efectos de la de isóbaro (Som78) (Ris83) (Suz83).

Una vez que hemos establecido los procesos que vamos a estudiar debemos

hacer algunos comentarios acerca de dos efectos que no consideramos en nuestros cálculos. El primero concierne a las correlaciones de corto alcance que han sido analizadas con detalle por Mathiot y Desplanques (Mat81a,b) en algunos núcleos como el ^{51}V , en el que encuentran que sus contribuciones tienden a aumentar el valor del factor de forma. Hemos de indicar, sin embargo, que el papel que juegan dichas correlaciones no está del todo claro y, en cualquier caso, es difícil extrapolar los resultados obtenidos por ellos a otros núcleos.

En segundo lugar queremos hacer referencia a los efectos relativistas que constituyen otra fuente importante de ambigüedades en el tratamiento correcto de las corrientes de intercambio (Fri77a). En efecto, tanto los efectos debidos a éstas como aquéllos son del mismo orden en un desarrollo en términos del inverso de la masa del nucleón en el operador de carga. A fin de evitar este inconveniente vamos a centrarnos en transiciones magnéticas en donde las corrientes de intercambio son dominantes (Fri77a).

Esta restricción lleva aparejada la importante ventaja de que en el canal $S=1, T=1$, la matriz G de Brueckner está dominada por el intercambio de un pión y de un mesón ρ (Bro77), lo que permite determinar la interacción residual de forma bastante exacta y obtener con gran precisión muchas propiedades de los estados magnéticos (Spe80).

Además no debemos olvidar que en los estados magnéticos los efectos de las corrientes de intercambio deben aparecer más claramente debido a que no están restringidos por la ecuación de continuidad, a diferencia de lo que ocurre con las transiciones eléctricas en las que el teorema de Siegert (Sie37) establece una importante reducción de tales efectos.

La estructura nuclear lleva asociadas incertidumbres que son, sobre todo en los núcleos pesados, difícilmente evitables pero que pueden minimizarse si nos concentramos en los núcleos de capa cerrada. Si tenemos en cuenta además que las excitaciones del estado fundamental más simples corresponden a la superposición de estados a $1p-1h$ es natural pensar que los estados más aptos serán aquéllos que tengan el menor número de tales contribuciones. El descubrimiento reciente de estados magnéticos de alto spin en el ^{16}O (Ber82) y en el ^{208}Pb (Lic79a,b) en el que los posibles estados a $1p-1h$ están restringidos debido precisamente a la alta multipolaridad de la excitación nuclear, hace de ellos candidatos ideales para la búsqueda de los efectos de las corrientes de intercambio.

Pese a todo, la evaluación de estos efectos, incluso en este tipo de estados que acabamos de describir, es un problema abierto. En efecto, el cálculo numérico de las contribuciones al factor de forma de las corrientes mesónicas de intercambio ha requerido en muchas de las investigaciones previas la consideración del potencial de oscilador armónico como potencial nuclear medio (Che70) (Dub76) (Suz79) (Mat81a,b) (recuérdese que, como es bien conocido (Dub76), este potencial constituye una mala aproximación sobre todo para altos valores del momento transferido y núcleos pesados) y la utilización, en algunas de ellas, de aproximaciones bastante restrictivas en la evaluación explícita de los elementos de matriz involucrados (Che70) (Suz83).

El objeto de esta memoria es desarrollar un método que permita la obtención de las contribuciones que nos ocupan utilizando potenciales realistas (Hartree-Fock, Woods-Saxon) y sin necesidad de introducir ninguna aproximación del tipo arriba mencionado. La estructura del trabajo es como sigue:

En el capítulo I describimos brevemente el formalismo de "scattering" que hemos utilizado. A continuación, mostramos la forma de las corrientes de intercambio consideradas y obtenemos la expresión tensorial de los operadores de corriente y de los correspondientes operadores multipolares magnéticos. Finalmente, evaluamos los elementos de matriz reducidos de estos últimos.

El capítulo II muestra el modelo microscópico de estructura nuclear que hemos utilizado en la descripción de los estados magnéticos, indicando también cuáles son los casos concretos que estudiamos.

El capítulo III está dedicado a la obtención de la forma explícita de las distintas contribuciones al factor de forma, a su evaluación para los diferentes estados considerados y a su comparación entre sí, con los datos experimentales y con los resultados de otros autores.

Por último, en el capítulo IV se introduce y analiza detalladamente la que hemos denominado "aproximación del propagador efectivo", que permite describir los efectos de las corrientes de intercambio de una forma simplificada. Además se muestra la relación entre dichas corrientes y propiedades macroscópicas nucleares tales como las densidades de nucleones, de energía cinética, de spin-órbita, de energía centrífuga, etc..

I. DIFUSION INELASTICA MAGNETICA DE ELECTRONES POR NUCLEOS.

En este capítulo describimos de forma somera el formalismo general para la difusión de electrones por núcleos en aproximación de Born de primer orden. Seguidamente, y tras particularizar para el caso de difusión inelástica magnética, pasamos a estudiar el modelo de corriente nuclear utilizado, haciendo especial énfasis en las componentes de la parte a dos cuerpos o corrientes mesónicas de intercambio. Finalmente obtenemos la expresión tensorial del operador de momento multipolar magnético.

I.1. SECCION EFICAZ PARA LA DIFUSION DE ELECTRONES POR NUCLEOS.

El proceso que pretendemos describir es el esquematizado en la figura 1. Un electrón inicial con cuadrimento $K_{1\mu} = (\vec{k}_1, i\epsilon_1)$ es difundido a través de un ángulo θ a un estado final caracterizado por un cuadrimento $K_{2\mu} = (\vec{k}_2, i\epsilon_2)$ sufriendo el núcleo difusor una transición desde el estado inicial $|i\rangle$ al estado final $|f\rangle$.

La forma más simple de obtener la sección eficaz para este proceso es considerar que el electrón es difundido por el potencial electromagnético del núcleo. DeForest y Walecka (DeF66) han calculado, dentro del marco de la aproximación de Born de primer orden y considerando ondas planas para el electrón, la sección eficaz electrón-núcleo que buscamos y que puede escribirse de forma general como

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 4\pi\sigma_M \frac{1}{n} \left\{ \frac{q_{\mu}^4}{q} |F_L(q)|^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{q_{\mu}^2}{q} + \tan^2 \frac{\theta}{2} \right) |F_T(q)|^2 \right\} \quad (\text{I.1.1})$$

donde

$$\sigma_M = \left[\frac{\alpha \cos \frac{\theta}{2}}{2 \epsilon_1 \sin^2 \frac{\theta}{2}} \right]^2 \quad (\text{I.1.2})$$

es la sección eficaz de Mott que describe la difusión por un núcleo puntual,

$$\eta = 1 + \frac{2 \epsilon_1 \text{sen}^2 \frac{\theta}{2}}{M_T} \quad (\text{I.1.3})$$

es el término de retroceso del núcleo, M_T la masa del núcleo blanco y

$$q_\mu = K_{2\mu} - K_{1\mu} \quad (\text{I.1.4})$$

es el momento del fotón virtual transferido. Los factores de forma longitudinal y transversal están dados por

$$|F_L(q)|^2 = \frac{1}{2J_i+1} \sum_{J=0}^{\infty} |\langle J_f \| \hat{M}_J^{\text{coul}}(q) \| J_i \rangle|^2 \quad (\text{I.1.5})$$

$$|F_T(q)|^2 = \frac{1}{2J_i+1} \sum_{J=0}^{\infty} \left\{ |\langle J_f \| \hat{T}_J^{\text{el}}(q) \| J_i \rangle|^2 + |\langle J_f \| \hat{T}_J^{\text{mag}}(q) \| J_i \rangle|^2 \right\} \quad (\text{I.1.6})$$

donde

$$\hat{M}_{JM}^{\text{coul}}(q) = \int d\vec{r} j_J(qr) Y_{JM}(\hat{r}) \hat{\rho}(\vec{r}) \quad (\text{I.1.7})$$

$$\hat{T}_{JM}^{\text{el}}(q) = \frac{1}{q} \int d\vec{r} \left\{ \vec{\nabla} \times [j_J(qr) \vec{Y}_{JJ}^M(\hat{r})] \right\} \cdot \hat{\mathbf{j}}(\vec{r}) \quad (\text{I.1.8})$$

$$\hat{T}_{JM}^{\text{mag}}(q) = \int d\vec{r} j_J(qr) \vec{Y}_{JJ}^M(\hat{r}) \cdot \hat{\mathbf{j}}(\vec{r}) \quad (\text{I.1.9})$$

son, respectivamente, los operadores multipolares de Coulomb, eléctrico y magnético, con $j_J(qr)$ una función esférica de Bessel, $q=|\vec{q}|$, $\vec{Y}_{JJ}^M(\hat{r})$ un armónico esférico vectorial que está definido como

$$\vec{Y}_{J1}^M(\hat{r}) = \sum_{mq} \langle 1m1q | JM \rangle Y_{1m}(\hat{r}) \vec{e}_q \quad (\text{I.1.10})$$

con $\{\vec{e}_q, q=0, \pm 1\}$ una base ortonormal dada por

$$\begin{aligned} \vec{e}_0 &= \vec{e}_z \\ e_{\pm 1} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{e}_x \pm i\vec{e}_y) \end{aligned} \quad (\text{I.1.11})$$

y $\hat{J}(\vec{r})$ y $\hat{\rho}(\vec{r})$ los operadores de corriente y de carga nucleares, respectivamente.

Para el caso de difusión inelástica magnética en que el núcleo pasa del estado fundamental inicial $|J_0\rangle$ a un estado excitado de paridad no natural se tiene que

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 4\pi\sigma_M \frac{1}{n} \left(\frac{1}{2} \frac{q_\mu^2}{q^2} + \tan^2 \frac{\theta}{2} \right) |F_T(q)|^2 \quad (\text{I.1.12})$$

donde ahora el factor de forma transversal viene dado por

$$|F_T(q)|^2 = \frac{1}{2J_0+1} \sum_J |\langle J_f || \hat{T}_J^{\text{mag}}(q) || J_0 \rangle|^2 \quad (\text{I.1.13})$$

ya que los operadores multipolares de Coulomb y eléctrico no contribuyen por razones de paridad. En lo que sigue nos concentraremos en el estudio del factor de forma transversal.

En este sencillo tratamiento del proceso (e, e') no hemos tenido en cuenta diferentes fenómenos físicos que originan correcciones a la sección eficaz y al factor de forma. La más importante es la asociada a la distorsión de la función de onda del electrón debida al campo coulombiano estático del núcleo difusor. Esta corrección es del orden de $Z\alpha$ y será, pues, importante para núcleos medios y pesados. La inclusión de este efecto constituye un problema técnico que requiere la resolución de la ecuación de Dirac para el electrón en una distribución de carga no puntual mediante un análisis de defasajes del proceso de difusión (Ube71). La consideración de esta corrección en los cálculos es compleja. Sin embargo es posible tenerla en cuenta sustituyendo el momento

transferido q por un momento transferido efectivo que viene dado por (Ube71)

$$q_{\text{eff}} = e \left(1 + \frac{4}{3} \frac{Z\alpha}{\epsilon_1 A^{1/3}} \right) \quad (\text{I.1.14})$$

I.2. MODELO DE CORRIENTE ELECTROMAGNETICA NUCLEAR.

La presencia en el núcleo de mesones, cuyo intercambio entre los nucleones genera la fuerza nuclear, obliga a tener en cuenta la interacción del fotón intercambiado en el proceso de difusión con todos ellos y no sólo con los nucleones individuales como establece la aproximación de impulso. La inclusión de estas corrientes mesónicas de intercambio en el operador de corriente nuclear no entra en contradicción con la teoría expuesta en el apartado anterior en la que la única suposición que se hace acerca de dicho operador es que sea local. Podemos expresar por tanto el operador de corriente nuclear en la forma

$$\hat{\mathbf{j}}(\vec{r}) = \hat{\mathbf{j}}^{(1)}(\vec{r}) + \hat{\mathbf{j}}^{(2)}(\vec{r}) \quad (\text{I.2.1})$$

donde $\hat{\mathbf{j}}^{(1)}(\vec{r})$ y $\hat{\mathbf{j}}^{(2)}(\vec{r})$ son respectivamente las corrientes a uno y dos cuerpos. El hecho de que la contribución de las corrientes mesónicas de intercambio se exprese en términos de un operador a dos cuerpos está relacionado con la ecuación de continuidad y la inclusión en la parte de energía potencial del hamiltoniano de un término a dos cuerpos (ver p. ej. (Sie37) (Cio80)). Sin embargo, la forma detallada de las corrientes de intercambio no puede derivarse de la ecuación de continuidad, siendo necesario el desarrollo de modelos para las contribuciones más importantes.

I.2.1. Parte a un cuerpo de la corriente nuclear.

La parte a un cuerpo de la corriente nuclear puede expresarse como suma de dos componentes (DeF66). La primera, $\hat{\mathbf{j}}_C(\vec{r})$, se denomina corriente de convección y se debe al movimiento de los protones en el núcleo. La segunda, $\hat{\mathbf{j}}_M(\vec{r})$, llamada corriente de spin-magnetización, está producida por el momento intrínseco de los nucleones. Podemos escribir por tanto la corriente a un

cuerpo en la forma

$$\hat{\mathbf{j}}^{(1)}(\vec{r}) = \hat{\mathbf{j}}_C(\vec{r}) + \hat{\mathbf{j}}_M(\vec{r}) \quad (\text{I.2.2})$$

donde $\hat{\mathbf{j}}_C$ y $\hat{\mathbf{j}}_M$ vienen dadas, en unidades naturales, $e=\hbar=c=1$, por (Eis70)

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{j}}_C(\vec{r}) &= \sum_{i=1}^A \frac{1}{2Mi} \epsilon_i [\delta(\vec{r}_i - \vec{r}) \vec{\nabla}_i]_{\text{sim}} = \\ &= \sum_{i=1}^A \frac{1}{2Mi} \epsilon_i [\delta(\vec{r}_i - \vec{r}) \vec{\nabla}_i - \vec{\nabla}_i \delta(\vec{r}_i - \vec{r})] \end{aligned} \quad (\text{I.2.3a})$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{j}}_M(\vec{r}) &= \sum_{i=1}^A \vec{\nabla}_i \times \hat{\mu}_i(\vec{r}) = \\ &= \sum_{i=1}^A \frac{1}{2M} \mu_i \delta(\vec{r}_i - \vec{r}) \vec{\nabla}_i \times \vec{\sigma}^{(i)} \end{aligned} \quad (\text{I.2.3b})$$

siendo M la masa del nucleón,

$$\epsilon_i = \frac{1}{2} [1 + \tau_3^{(i)}] \quad (\text{I.2.4a})$$

$$\mu_i = \frac{1}{2} [1 + \tau_3^{(i)}] \mu_p + \frac{1}{2} [1 - \tau_3^{(i)}] \mu_n \quad (\text{I.2.4a})$$

y

$$\vec{s}^{(i)} = \frac{\vec{\sigma}^{(i)}}{2} \quad (\text{I.2.5a})$$

$$\tau_3^{(i)} = \begin{cases} 1, & i \equiv \pi \\ -1, & i \equiv \nu \end{cases} \quad (\text{I.2.5b})$$

el spin y la tercera componente de isospin del i -ésimo nucleón,

respectivamente. Además, $e e_i$ es la carga y μ_i el momento magnético de dicho nucleón. Finalmente

$$\mu_p = 2.793$$

$$\mu_n = -1.913$$

(I.2.6)

son los momentos magnéticos del protón y del neutrón.

I.2.2. Parte a dos cuerpos de la corriente nuclear.

Existe una gran variedad de mesones y cada uno ellos da lugar a una contribución a la fuerza nuclear y a las corrientes mesónicas de intercambio. Según el principio de incertidumbre el rango de la fuerza nuclear es inversamente proporcional a la energía del mesón que media entre los nucleones. Esto implica que los mesones más ligeros determinarán el rango mayor y viceversa. Por otra parte, la fuerza nuclear es muy repulsiva a cortas distancias internucleónicas y cabe pensar entonces que las contribuciones debidas al intercambio de mesones pesados sean mucho menores que las correspondientes al intercambio de piones, que son los mesones más ligeros. Por tanto, en lo que sigue, consideraremos sólo el intercambio de piones, al igual que otros autores (Che70) (Hoc73) (Dub76) (Suz79) (Van81).

De todos los procesos que pueden considerarse en la corriente mesónica debida al intercambio de un pión, los tres representados en la figura 2 son los que contribuyen en un primer orden de aproximación. La figura 2a muestra la corriente piónica en la que el fotón virtual interactúa con el pión en vuelo. La figura 2b representa el diagrama de par o "seagull", que está compuesto por los diagramas mostrados en la figura 3, y que debe su nombre a que el fotón virtual crea un par nucleón-antinucleón (ver p. ej. (Dub76) (Cio80) para un análisis más detallado de este diagrama). Por último, la figura 2c corresponde a la llamada corriente de isóbaro que describe el proceso en el que el fotón virtual crea, al interactuar con un nucleón, un isóbaro que se desexcita mediante la emisión de un pión que es absorbido por un segundo nucleón.

En este trabajo no hemos considerado la contribución de esta última corriente. Hockert y colaboradores (Hoc73) muestran en un estudio sobre la electrodesintegración del deuterón que la inclusión de la corriente de isóbaro supone una corrección del orden del 10% sobre las contribuciones de los

diagramas 2a y 2b. Por otra parte, Sommer (Som78), Riska (Ris83) y Suzuki y Hyuga (Suz83) encuentran una cancelación de los efectos de esta corriente cuando se incluyen contribuciones debidas al intercambio de mesones ρ .

Existen diversos métodos de obtención de las corrientes mesónicas de intercambio. Uno de ellos es el desarrollado por Osborn y Foldy (Osb50) que ha sido modificado por Bosco y Piazza (Bos70) y Lock et al. (Loc74). En este método se parte de la expresión más general para las corrientes y se eliminan las incógnitas imponiendo la conservación de la corriente, la unitariedad, la invarianza bajo inversión temporal, etc.. Sin embargo no hay suficientes relaciones para eliminar todas ellas.

Un segundo método es el llevado a cabo por Chemtob y Rho (Che69,71) y que se basa en la evaluación de los diagramas de Feynman correspondientes en términos de un lagrangiano efectivo.

Por último, Friar (Fri75,77a,b) y Gari y Hyuga (Gar76) (Hyu76) ponen de manifiesto sendos métodos basados en una descripción de teoría de campos de las interacciones mesón-nucleón.

En la presente memoria se han utilizado las corrientes mesónicas de intercambio obtenidas por Krewald y Dehesa (Kre83) siguiendo un método análogo al de Chemtob y Rho en el que se evalúan los diagramas de Feynman en el límite no-relativista mediante las reglas descritas por Bjorken y Drell (Bjo64). La idea básica es la de mantener explícitamente la dependencia de las coordenadas nucleónicas. Los resultados que se obtienen coinciden con los encontrados por Friar (Fri80) y vienen dados por las expresiones

$$\hat{j}_{\pi}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \vec{r}) = -4\pi \frac{f_{\pi}^2}{m_{\pi}} [\vec{\tau}^{(1)} \times \vec{\tau}^{(2)}]_z \left\{ \vec{\sigma}^{(1)} \cdot \vec{\nabla}_h(|\vec{r}_1 - \vec{r}|) \right\} \nabla \left\{ \vec{\sigma}^{(2)} \cdot \vec{\nabla}_h(|\vec{r} - \vec{r}_2|) \right\} \quad (I.2.7a)$$

para la parte piónica y

$$\hat{j}_{SG}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \vec{r}) = 4\pi \frac{f_{\pi}^2}{m_{\pi}} [\vec{\tau}^{(1)} \times \vec{\tau}^{(2)}]_z \left\{ \vec{\sigma}^{(1)} \delta(\vec{r} - \vec{r}_1) \right\} \left\{ \vec{\sigma}^{(2)} \cdot \vec{\nabla}_h(|\vec{r} - \vec{r}_2|) \right\} + (1 \rightarrow 2) \quad (I.2.7b)$$

para la corriente de par, donde

$$f_{\pi}^2 = 0.079 \quad (\text{I.2.8})$$

es la constante efectiva de acoplamiento pi6n-nucle6n, m_{π} es la masa del pi6n,

$$h(x) = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-m_{\pi}x}}{x} \quad (\text{I.2.9a})$$

y

$$f\vec{\nabla}g = f\vec{\nabla}g - g\vec{\nabla}f \quad (\text{I.2.9b})$$

Puede mostrarse f6cilmente que la ecuaci6n de continuidad

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}(\vec{r}) = -i[\hat{H}, \hat{\rho}] \quad (\text{I.2.10})$$

donde $\hat{\rho}$ es el operador densidad de carga y $\hat{H} = \hat{T} + \hat{V}$ es el hamiltoniano, se satisface por las corrientes (I.2.7) con el potencial de intercambio de un pi6n

$$\hat{V}_{\pi}(\vec{q}) = -4\pi \frac{f_{\pi}^2}{m_{\pi}^2} [\vec{\tau}^{(1)} \cdot \vec{\tau}^{(2)}] \frac{[\vec{\sigma}^{(1)} \cdot \vec{q}][\vec{\sigma}^{(2)} \cdot \vec{q}]}{q^2 + m_{\pi}^2} \quad (\text{I.2.11})$$

Una vez establecidas las expresiones de las contribuciones a la parte a dos cuerpos de la corriente nuclear, vamos a reescribir dichas expresiones en una forma tensorial m6s 6til, que nos permitir6 m6s adelante llevar a cabo un tratamiento matem6tico m6s sencillo y f6sicamente claro del proceso (e,e'). Teniendo en cuenta que

$$h(x) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3q e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}} \frac{1}{q^2 + m_{\pi}^2} \quad (\text{I.2.12})$$

resultado que hemos obtenido aplicando la transformada inversa de Fourier en (I.2.9a), y haciendo uso del álgebra de momento angular, es posible escribir

$$\hat{j}_{\pi}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \vec{r}) = -4\pi \frac{r_{\pi}^2}{m_{\pi}^2} [\vec{t}^{(1)} \times \vec{t}^{(2)}]_z \{ \hat{j}_{\pi}^{(A)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \vec{r}) - \hat{j}_{\pi}^{(B)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \vec{r}) \} \quad (\text{I.2.13a})$$

con

$$\hat{j}_{\pi}^{(A)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sum_{KM_K \lambda} \sum_{\substack{l_1 l_2 \\ s_1 s_2 s'_2}} I_1(r_1, r) I_2'(r_2, r) (-)^{\lambda+M_K} \quad (\text{I.2.13b})$$

$$\xi^{(L_1+L_2+\lambda+1)} \frac{\hat{l}_1 \hat{l}_2}{\hat{L}_2} (L_2 + \delta_{s'_2, -1})^{1/2} \begin{pmatrix} L_2 & \lambda & L_1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\left\{ [\vec{\sigma}^{(1)} \times Y_{l_1}(\hat{r}_1)]^{L_1} \times [\vec{\sigma}^{(2)} \times Y_{l_2}(\hat{r}_2)]^{L_2} \right\}_{M_K}^K \hat{Y}_{K\lambda}^{-M_K}(\hat{r})$$

$$\hat{j}_{\pi}^{(B)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sum_{KM_K \lambda} \sum_{\substack{l_1 l_2 \\ s_1 s'_1 s_2}} I_1'(r_1, r) I_2(r_2, r) (-)^{L_1+L_2+\lambda+K-M_K} \quad (\text{I.2.13c})$$

$$\xi^{(L_1+L_2+\lambda+1)} \frac{\hat{l}_1 \hat{l}_2}{\hat{L}_1} (L_1 + \delta_{s'_1, -1})^{1/2} \begin{pmatrix} L_1 & \lambda & L_2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\left\{ [\vec{\sigma}^{(1)} \times Y_{l_1}(\hat{r}_1)]^{L_1} \times [\vec{\sigma}^{(2)} \times Y_{l_2}(\hat{r}_2)]^{L_2} \right\}_{M_K}^K \hat{Y}_{K\lambda}^{-M_K}(\hat{r})$$

y

$$\hat{j}_{SG}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \vec{r}) = 4\pi \frac{f^2}{m\pi} \left\{ \hat{j}_{SG}^{(A)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \vec{r}) + \hat{j}_{SG}^{(B)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \vec{r}) \right\} \quad (\text{I.2.14a})$$

con

$$\hat{j}_{SG}^{(A)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \vec{r}) = [\vec{r}^{(1)} \times \vec{r}^{(2)}]_z \sigma^{(1)} \delta(\vec{r} - \vec{r}_1) \quad (\text{I.2.14b})$$

$$\sum_{1_2 s_2} (-)^{1_2} \hat{1}_2 I_2(r_2, r) \left\{ [\sigma^{(2)} \times Y_{1_2}(\hat{r}_2)]^{L_2 \times Y_{L_2}}(\hat{r}) \right\}_0^0$$

$$\hat{j}_{SG}^{(B)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \vec{r}) = [\vec{r}^{(2)} \times \vec{r}^{(1)}]_z \sigma^{(2)} \delta(\vec{r} - \vec{r}_2) \quad (\text{I.2.14c})$$

$$\sum_{1_1 s_1} (-)^{1_1} \hat{1}_1 I_1(r_1, r) \left\{ [\sigma^{(1)} \times Y_{1_1}(\hat{r}_1)]^{L_1 \times Y_{L_1}}(\hat{r}) \right\}_0^0$$

En estas expresiones hemos considerado

$$L = 1 + s, \quad s = \pm 1$$

$$L' = L + s', \quad s' = \pm 1$$

(I.2.15)

$$\hat{\alpha} = (2\alpha + 1)^{1/2}$$

$$\xi(\alpha) = \frac{1}{2} [1 + (-)^\alpha]$$

y

$$I_i(r_i, r) = \frac{1}{\hat{1}_i} (1_i + \delta_{s_i, 1})^{1/2} \int dq_i q_i^3 \frac{2}{\pi} v_\pi(q_i) j_{1_i}(q_i r_i) j_{L_i}(q_i r) \quad (\text{I.2.16})$$

$$I'_i(r_i, r) = \frac{1}{\hat{1}_i \hat{L}_i} [(1_i + \delta_{s_i, 1}) (L_i + \delta_{s'_i, 1})]^{1/2} \int dq_i q_i^4 \frac{2}{\pi} v_\pi(q_i) j_{1_i}(q_i r_i) j_{L_i}(q_i r)$$

I.3. EXPRESION TENSORIAL DEL OPERADOR MOMENTO MULTIPOLAR MAGNETICO.

El operador de corriente electromagnética nuclear, \hat{j} , se obtiene sin más que llevar las expresiones (I.2.3) de sus componentes a un cuerpo y (I.2.13)-(I.2.14) de las correspondientes a dos cuerpos a la ecuación (I.2.1), a partir de la cual, y aplicando la ecuación (I.1.9), podemos encontrar que el operador momento multipolar magnético del proceso (e,e') puede escribirse como

$$\begin{aligned} \hat{T}_{JM_J}^{\text{mag}}(q) &= \hat{T}_{JM_J}^{\text{mag}(1)}(q) + \hat{T}_{JM_J}^{\text{mag}(2)}(q) = \\ &= \hat{T}_{JM_J}^{\text{mag}(C)}(q) + \hat{T}_{JM_J}^{\text{mag}(M)}(q) + \hat{T}_{JM_J}^{\text{mag}(\pi)}(q) + \hat{T}_{JM_J}^{\text{mag}(SG)}(q) \end{aligned} \quad (\text{I.3.1})$$

donde, teniendo en cuenta que el electrón sólo interacciona con una partícula, sus cuatro componentes tienen la forma tensorial siguiente:

a) componente de convección

$$\hat{T}_{JM_J}^{\text{mag}(C)}(q) = \frac{1}{2Mi} \epsilon_i j_J(qr_i) \left\{ [Y_J(\hat{r}_i) \times \hat{v}_i]_{M_J}^J + [\hat{v}_i \times Y_J(\hat{r}_i)]_{M_J}^J \right\} \quad (\text{I.3.2a})$$

b) componente de spin-magnetización

$$\hat{T}_{JM_J}^{\text{mag}(M)}(q) = -\frac{1}{2Mi} \mu_i \hat{j} \sum_{\substack{s=-1,1 \\ s \neq 0}} s \sqrt{J+s+1} j_{J-s}(qr_i) [\hat{\sigma}^{(1)} \times Y_{J-s}(\hat{r}_i)]_{M_J}^J \quad (\text{I.3.2b})$$

c) componente piónica

$$\begin{aligned}
\hat{T}_{JM_J}^{\text{mag}(\pi)}(q) &= \frac{4\pi}{\sqrt{4\pi}} \frac{f_\pi^2}{m_\pi^2} [\vec{\tau}^{(1)} \times \vec{\tau}^{(2)}]_z (-)^J \sum_{l_1 s_1 l_2 s_2} \hat{l}_1 \hat{l}_2 \xi(L_1+L_2+J+1) \\
&\int dr r^2 j_J(qr) \\
&\left[\frac{1}{\hat{L}_2} \begin{pmatrix} L_2 & J & L_1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \sum_{s_2} (L_2+\delta_{s_2,-1})^{1/2} I_1(r_1,r) I_2'(r_2,r) + \right. \\
&\left. + \frac{1}{\hat{L}_1} \begin{pmatrix} L_2 & J & L_1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \sum_{s_1} (L_1+\delta_{s_1,-1})^{1/2} I_1'(r_1,r) I_2(r_2,r) \right] \quad (\text{I.3.3a}) \\
&\left\{ [\vec{\sigma}^{(1)} \times \mathbf{Y}_{l_1}(\hat{r}_1)]^{L_1} \times [\vec{\sigma}^{(2)} \times \mathbf{Y}_{l_2}(\hat{r}_2)]^{L_2} \right\}_{M_J}^J
\end{aligned}$$

d) componente "seagull"

$$\begin{aligned}
\hat{T}_{JM_J}^{\text{mag}(\text{SG})}(q) &= \frac{4\pi}{\sqrt{2\pi}} \frac{f_\pi^2}{m_\pi^2} [\vec{\tau}^{(1)} \times \vec{\tau}^{(2)}]_z \sum_{\lambda l_1 l_2} (-)^{J+\lambda} \hat{l}_1 \hat{l}_2 \hat{\lambda} \xi(L_1+L_2+J+1) \\
&\left[\sum_{s_2} j_J(qr_1) I_2(r_2,r_1) \begin{pmatrix} 1 & \lambda & l_1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda & J & L_2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right. \\
&\left. \left\{ [\vec{\sigma}^{(1)} \times \mathbf{Y}_{l_1}(\hat{r}_1)]^\lambda \times [\vec{\sigma}^{(2)} \times \mathbf{Y}_{l_2}(\hat{r}_2)]^{L_2} \right\}_{M_J}^J + \right. \\
&\left. + (-)^{\lambda+L_1+J+1} \sum_{s_1} j_J(qr_2) I_1(r_1,r_2) \begin{pmatrix} 1 & \lambda & l_2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda & J & L_1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right. \\
&\left. \left\{ [\vec{\sigma}^{(1)} \times \mathbf{Y}_{l_1}(\hat{r}_1)]^{L_1} \times [\vec{\sigma}^{(2)} \times \mathbf{Y}_{l_2}(\hat{r}_2)]^\lambda \right\}_{M_J}^J \right] \quad (\text{I.3.3b})
\end{aligned}$$

A partir de estas expresiones se pueden calcular los elementos de matriz del operador multipolar magnético entre los estados correspondientes de una y dos partículas. Los resultados, que se obtienen explícitamente en el apéndice A y que mostramos aquí por complitud, son los siguientes:

a) componente de convección

$$\langle j_a \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(C)}(q) \parallel j_b \rangle = -\frac{1}{2Mi} \frac{\hat{J}}{\sqrt{4\pi}} \epsilon_{ab} (-)^{l_a} \xi(1+l_a+l_b+J+1) \begin{pmatrix} j_a & j_b & J \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{j}_a \hat{j}_b \left[\chi_a + \chi_b + 1 - \frac{J(J+1)}{\chi_a + \chi_b} \right] \int dx x j_J(qx) R_a^*(x) R_b(x)$$

(I.3.4a)

b) componente de spin-magnetización

$$\langle j_a \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(M)}(q) \parallel j_b \rangle = -\frac{1}{2Mi} \frac{\hat{J}}{\sqrt{4\pi}} \mu_{ab} (-)^{l_a} \xi(1+l_a+l_b+J+1) \begin{pmatrix} j_a & j_b & J \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{j}_a \hat{j}_b \int dx x^2 j_J(qx) \left\{ \left[\frac{d}{dx} + \left(1 + \frac{J(J+1)}{\chi_a + \chi_b} \right) \frac{1}{x} \right] R_a^*(x) R_b(x) \right\}$$

(I.3.4b)

c) componente piónica

$$\langle (j_a j_b)^J_{ab} \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(\pi)}(q) \parallel (j_c j_d)^J_{cd} \rangle =$$

$$= -2 \frac{\hat{J}}{\sqrt{4\pi}} \frac{f_\pi^2}{m_\pi} \langle [\tau^{(1)} \times \tau^{(2)}]_z \rangle (-)^{j_a+j_b+J} \xi(1+l_a+l_b+l_c+l_d+J+1) \hat{j}_{ab} \hat{j}_{cd}$$

$$\hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d \sum_{L_1 L_2} \hat{L}_1^2 \hat{L}_2^2 [L_2(L_2+1)]^{1/2} \xi(1+l_a+l_c+L_1+1) \xi(1+l_b+l_d+L_2+1)$$

(I.3.5a)

$$\begin{pmatrix} j_a & j_b & J_{ab} \\ j_c & j_d & J_{cd} \\ L_1 & L_2 & J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_2 & J & L_1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_a & j_c & L_1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_b & j_d & L_2 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\int dx x j_J(qx) \mathcal{F}_{ac}(L_1, x) \mathcal{F}_{bd}(L_2, x)$$

d) componente "seagull"

$$\begin{aligned}
 & \langle (j_a j_b)^J_{ab} \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(SG)}(q) \parallel (j_c j_d)^J_{cd} \rangle = \\
 & = \frac{\hat{j}}{\sqrt{4\pi}} \frac{f_\pi^2}{m_\pi^2} \langle [\vec{\tau}^{(1)} \times \vec{\tau}^{(2)}]_z \rangle \xi(1_a+1_b+1_c+1_d+J+1) \hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d \hat{j}_{ab} \hat{j}_{cd} \\
 & \sum_\lambda \hat{\lambda}^2 \left[\begin{matrix} \lambda+J+j_a+1_d+1/2 \\ (-) \end{matrix} \right]_{L_1} \sum_{L_1} \xi(1_a+1_c+L_1+1) \hat{L}_1^2 \\
 & \left\{ \begin{matrix} j_a & j_b & J_{ab} \\ j_c & j_d & J_{cd} \\ L_1 & \lambda & J \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} \lambda & L_1 & J \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_b & j_d & \lambda \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_a & j_c & L_1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \\
 & \int dx x^2 j_J(qx) \mathbb{R}_b^*(x) \mathbb{R}_d(x) \mathfrak{F}_{ac}(L_1, x) + \\
 & + (-)^{j_b+1_c-1/2} \sum_{L_2} (-)^{L_2} \xi(1_b+1_d+L_2+1) \hat{L}_2^2 \\
 & \left\{ \begin{matrix} j_a & j_b & J_{ab} \\ j_c & j_d & J_{cd} \\ \lambda & L_2 & J \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} \lambda & L_2 & J \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_a & j_c & \lambda \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_b & j_d & L_2 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \\
 & \left. \int dx x^2 j_J(qx) \mathbb{R}_a^*(x) \mathbb{R}_c(x) \mathfrak{F}_{bd}(L_2, x) \right] \tag{I.3.5b}
 \end{aligned}$$

En estas cuatro expresiones hemos utilizado la notación

$$\chi_n = (1_n - j_n) (2j_n + 1) = (1_n - j_n) \hat{j}_n^2 = (-)^{1_n + j_n + 1/2} (j_n + \frac{1}{2}) \tag{I.3.6}$$

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{F}_{nm}(L, x) & = \int dr r^2 \left[\left(\frac{d}{dr} + \frac{\chi_n + \chi_m + 2}{r} \right) \mathbb{R}_n^*(r) \mathbb{R}_m(r) \right] \tag{I.3.7} \\
 & \int dk k^2 \frac{2}{\pi} v_\pi(k) j_L(kr) j_L(kx)
 \end{aligned}$$

II. ESTRUCTURA NUCLEAR.

En este capítulo tratamos acerca de la estructura nuclear que hemos considerado en la determinación microscópica del factor de forma del proceso de difusión de electrones por núcleos. En la primera sección se muestra brevemente el potencial nuclear medio de modelo de capas. A continuación estudiamos los dos métodos en los que nos hemos basado para la descripción de los estados excitados nucleares comparándolos entre sí y con los modelos de otros autores. Por último, en el apartado II.3 indicamos los núcleos y estados nucleares que hemos analizado en este trabajo.

II.1 POTENCIAL NUCLEAR MEDIO.

La hipótesis del modelo de capas consiste, como es conocido, en considerar los A nucleones del núcleo moviéndose independientemente en un potencial nuclear medio $\hat{V}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A)$. Esta suposición junto con la elección de una función de onda nuclear total tipo determinante de Slater, permite reducir la ecuación de Schrödinger asociada al potencial a un conjunto de A ecuaciones de la forma

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2M} \nabla_i^2 + \hat{V}(\vec{r}_i) \right] \psi_a(\vec{r}_i) = \epsilon_a \psi_a(\vec{r}_i) \quad (\text{II.1.1})$$

donde $\psi_a(\vec{r}_i)$ y ϵ_a son respectivamente las funciones de onda mononucleónicas y sus energías correspondientes.

Dos son los potenciales medios fenomenológicos más usados: el de oscilador armónico y el de Woods-Saxon (Woo54). En el presente trabajo hemos utilizado este último, siendo su forma exacta la siguiente (Blo60) (Spe77)

$$\hat{V}(r) = \hat{V}_{\text{central}}(r) + \hat{V}_{\text{spin-orbita}}(r) + \hat{V}_{\text{coulombiano}}(r) \quad (\text{II.1.2})$$

con

$$\hat{V}_{\text{central}}(r) = \frac{V_0}{1 + \exp [(r-R_0)/a_0]} \quad (\text{II.1.3a})$$

donde $V_0 > 0$ es la profundidad del potencial y $2a_0$ es una medida de la anchura de la superficie nuclear,

$$\hat{V}_{\text{spin-orbita}}(r) = -\lambda \frac{\lambda_C^2}{2} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left\{ \frac{V_0}{1 + \exp [(r-R_{LS})/a_{LS}]} \right\} (\vec{l} \cdot \vec{s}) \quad (\text{II.1.3b})$$

donde λ es un parámetro adimensional positivo que caracteriza el tamaño del acoplamiento spin-órbita, $\lambda_C = \hbar/Mc$ es la longitud de onda Compton reducida del nucleón y los operadores \vec{l} y \vec{s} están dados en unidades de \hbar , y

$$\hat{V}_{\text{coulombiano}}(r) = (Z-1) \frac{e^2}{r} \zeta(r) \quad (\text{II.1.3c})$$

un potencial electrostático repulsivo, donde Z es el número de protones y

$$\zeta_{\text{protones}}(r) = \begin{cases} \frac{3}{2} \frac{r}{R} - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R}\right)^3, & r \leq R \\ 1, & r \geq R \end{cases} \quad (\text{II.1.4})$$

$$\zeta_{\text{neutrones}}(r) = 0$$

se elige de forma que corresponda a una distribución de carga uniforme de radio el radio nuclear

$$R = r_C A^{1/3} \quad (\text{II.1.5})$$

con r_C aproximadamente constante para todo el sistema periódico.

Las funciones de onda y energías mononucleónicas se obtienen resolviendo de forma numérica el problema de autovalores (II.1.1) con el potencial descrito. Dichas autofunciones suelen especificarse dando los coeficientes de su desarrollo en la base de funciones radiales de oscilador armónico, es decir,

$$R_{n j}(r) = \sum_{m=0}^M C_{n l j}^m R_{m l}(r) \quad (\text{II.1.6})$$

donde $R_{m l}(r)$ es la función de onda del potencial de Woods-Saxon y

$$R_{m l}(r) = \frac{1}{b^{3/2}} \sqrt{\frac{2 m!}{\Gamma(m+1+3/2)}} (r/b)^l L_m^{l+1/2} [(r/b)^2] \exp[-\frac{1}{2}(r/b)^2] \quad (\text{II.1.7})$$

la función de onda radial del potencial de oscilador armónico, con $b = \sqrt{\hbar/M\omega}$ la constante de oscilador y

$$L_m^{l+1/2}(x^2) = \sum_{\mu=0}^m \frac{\Gamma(m+1+3/2)}{\Gamma(\mu+1+3/2)} \frac{(-)^\mu}{\mu! (m-\mu)!} x^{2\mu} \quad (\text{II.1.8})$$

un polinomio generalizado de Laguerre. La convergencia del desarrollo (II.1.6) se obtiene para $M \leq 8$.

Los parámetros del potencial se ajustan de forma que reproduzcan las energías de los niveles mononucleónicos conocidos empíricamente.

II.2 INTERACCION RESIDUAL.

Los estados nucleares se obtienen resolviendo el problema de autovalores

$$\hat{H} |\Psi\rangle = E |\Psi\rangle \quad (\text{II.2.1})$$

donde

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1 = \sum_i \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 + \hat{V}(\vec{r}_i) \right] + \sum_{i < j} \hat{V}_{\text{res}}(\vec{r}_i, \vec{r}_j) \quad (\text{II.2.2})$$

Una vez resuelto el problema de autovalores asociado con el hamiltoniano \hat{H}_0 (ver apartado anterior) obtenemos los estados propios del hamiltoniano total \hat{H} diagonalizando la interacción \hat{H}_1 en la base de autoestados de \hat{H}_0 .

La interacción residual usada aquí es la propuesta por Landau-Migdal (Mig67) generalizada para tener en cuenta las contribuciones debidas al intercambio de piones y mesones ρ introducidas por Anastasio y Brown (Ana77) y estudiada con detalle por otros autores (Spe80); su forma explícita es (Kre80)

$$\begin{aligned} \hat{V}_{\text{res}} = c_0 \left\{ f_0 + f'_0 [\vec{\tau}^{(1)} \cdot \vec{\tau}^{(2)}] + g_0 [\vec{\sigma}^{(1)} \cdot \vec{\sigma}^{(2)}] + g'_0 [\vec{\sigma}^{(1)} \cdot \vec{\sigma}^{(2)}] [\vec{\tau}^{(1)} \cdot \vec{\tau}^{(2)}] \right\} \\ + 4\pi [\vec{\tau}^{(1)} \cdot \vec{\tau}^{(2)}] \frac{1}{3} \left\{ \frac{1}{3} \frac{f_\pi^2}{m_\pi^2} [\vec{\sigma}^{(1)} \cdot \vec{\sigma}^{(2)}] - \frac{f_\pi^2}{m_\pi^2} \frac{[\vec{\sigma}^{(1)} \cdot \vec{q}] [\vec{\sigma}^{(2)} \cdot \vec{q}]}{q^2 + m_\pi^2} + \right. \\ \left. + \frac{2}{3} \frac{f_\rho^2}{m_\rho^2} [\vec{\sigma}^{(1)} \cdot \vec{\sigma}^{(2)}] - \frac{f_\rho^2}{m_\rho^2} \frac{[\vec{\sigma}^{(1)} \times \vec{q}] \cdot [\vec{\sigma}^{(2)} \times \vec{q}]}{q^2 + m_\rho^2} \right\} \quad (\text{II.2.3}) \end{aligned}$$

Los parámetros de la interacción se ajustan a fin de reproducir correctamente propiedades electromagnéticas, tales como energías de excitación, probabilidades de transición, desplazamientos isotópicos, momentos magnéticos, etc., en la zona del ^{208}Pb .

En la práctica, la diagonalización del hamiltoniano de interacción \hat{H}_1 hace necesaria la truncación del espacio de funciones de onda monoparticulares y la definición, por tanto, de un espacio modelo. En nuestros cálculos se considera el espacio compuesto por todos los estados mononucleónicos abarcados por tres capas de oscilador por encima y por debajo de la superficie de Fermi.

Además, es preciso definir el estado fundamental nuclear y señalar cómo se forman los estados excitados. Veamos ahora las hipótesis que a este respecto se hacen en cada uno de los modelos microscópicos que se han considerado en esta memoria.

II.2.1. Aproximación de fases aleatorias (R.P.A.).

El tratamiento microscópico de las excitaciones nucleares más simple es la llamada aproximación de Tamm-Dancoff (T.D.A.). En él se acepta como estado fundamental el que proporciona el potencial medio considerado y que en representación de número de ocupación viene dado por

$$|0\rangle = \prod_i a_i^+ | \rangle \quad (II.2.4)$$

donde $| \rangle$ es el estado vacío de partículas, a^+ es el operador de creación de partícula y el subíndice i representa todos los números cuánticos que caracterizan el estado monoparticular. En el apéndice B se indican los convenios respecto a la descripción de los estados que hemos seguido en esta memoria.

Los estados excitados vienen expresados en términos de combinaciones lineales de estados de partícula-hueco acoplados a buen momento angular; en general podemos escribir

$$\begin{aligned} |JM_J\rangle &= B_J^+ |0\rangle = \sum_{ph} X_J(ph) [a_p^+ \times b_h^+]_{M_J}^J |0\rangle = \\ &= \sum_{ph} X_J(ph) \sum_{m_j^p, m_j^h} \langle j_p^{m_j^p} j_h^{m_j^h} | JM_J \rangle a_p^+ b_h^+ |0\rangle \end{aligned} \quad (II.2.5)$$

La resolución del problema de autovalores nuclear (II.2.1)-(II.2.2) con el "ansatz" (II.2.5), es decir, la determinación de los coeficientes $X_J(ph)$ y las energías correspondientes, se describe de forma detallada en diversos textos (ver, por ejemplo, (Eis72) (Tow77)) y no lo vamos a reproducir aquí.

Un método microscópico más consistente y correcto como lo prueban los cálculos realizados por un gran número de autores (Ber75) (Liu76) (Spe77) (Bla77) es la aproximación de fases aleatorias o método R.P.A.. En él se contempla la posibilidad de la creación de estados de partícula-hueco no sólo creando un hueco en el mar de Fermi, sino también destruyendo una partícula que esté situada por encima de la superficie de Fermi. Esto lleva acompañado una mejora en la descripción del estado fundamental nuclear con respecto al del

método T.D.A.. En efecto, la suposición básica de la R.P.A. es considerar como estado fundamental el mismo que consideraba la T.D.A. pero incluyendo de forma explícita las correlaciones

$$|C\rangle = |0\rangle + |2p-2h\rangle + \dots \quad (\text{II.2.6})$$

Los estados excitados vienen ahora descritos en la forma

$$\begin{aligned} |JM_J\rangle &= B_J^+ |C\rangle = \\ &= \sum_{ph} \left\{ X_J(ph) [a_p^+ \times b_h^+]_{M_J}^J - (-)^{j_p + j_h + M_J} Y_J(ph) [b_h \times a_p]_{-M_J}^J \right\} |C\rangle = \\ &= \sum_{ph} \sum_{m_j, m_{j_p}, m_{j_h}} \left\{ X_J(ph) \langle j_p m_{j_p} j_h m_{j_h} | JM_J \rangle a_p^+ b_h^+ - \right. \\ &\quad \left. - (-)^{j_p + j_h + M_J} Y_J(ph) \langle j_h m_{j_h} j_p m_{j_p} | J -M_J \rangle b_h a_p \right\} |C\rangle \end{aligned} \quad (\text{II.2.7})$$

con

$$B_J |C\rangle = 0 \quad (\text{II.2.8})$$

y donde los estados a 3p-3h que se producen al actuar el término X sobre la parte a 2p-2h del estado fundamental no se consideran (aproximación lineal).

Existen diversos métodos para derivar las ecuaciones de la R.P.A.; los más conocidos son el formalismo de la función de Green (Tho61) (Spe77), la teoría de Hartree-Fock dependiente del tiempo (Eis72), el método de las ecuaciones del movimiento (Row70) y la aproximación de cuasi-bosón o método de linealización de las ecuaciones del movimiento (Bro71). Un buen estudio del método de resolución que se aplica en esta aproximación para obtener las amplitudes X e Y pueden verse en (Tow77).

La obtención de los elementos de matriz

$$\langle JM_J | \hat{O}_J | C \rangle$$

(II.2.9)

para operadores a uno y dos cuerpos con $|JM_J\rangle$ dado por (II.2.7) puede verse en el apéndice C.

II.2.2. R.P.A. con acoplamiento del "core" (C.C.R.P.A.).

La consideración de los grados de libertad a $2p-2h$ en la descripción de los estados excitados nucleares propuesta originalmente por Sawicki (Saw62) ha sido llevada a cabo de diversas formas ((Tam64) (Hos76) (Deh77a) (Bro79)). De ellas, la R.P.A. con acoplamiento del "core" (C.C.R.P.A.) es el método microscópico que permite hacer un tratamiento matemático más sencillo y realizar un análisis físico más claro del papel que juegan dichas excitaciones a $2p-2h$. En esta aproximación (Deh77a,b), los estados excitados se obtienen a partir del estado fundamental $|C\rangle$ descrito por (II.2.6) en la forma

$$|JM_J\rangle = Q_J^+ |C\rangle \quad (II.2.10)$$

donde el operador Q_J^+ viene determinado por

$$Q_J^+ = \sum_{PH} \left\{ X_J(PH) [\alpha_P^+ \times \beta_H^+]_{M_J}^J - (-)^{j_p + j_h + M_J} Y_J(PH) [\beta_H \times \alpha_P]_{-M_J}^J \right\} \quad (II.2.11)$$

con α^+ y β^+ operadores de creación de cuasi-partícula y cuasi-hueco, respectivamente, en el sentido de Landau-Migdal que vienen definidos por

$$\alpha_P^+ = c_p a_p^+ + \sum_{\alpha v} c_p(\alpha v) [B_\alpha^+ \times a_v^+]_{m_j p}^j \quad (II.2.12)$$

$$\beta_H^+ = c_h b_h^+ + \sum_{\alpha u} c_h(\alpha u) [B_\alpha^+ \times b_u^+]_{m_j h}^j$$

y B_α^+ una vibración del "core" del tipo R.P.A. descrita en (II.2.7). Una cuasi-partícula es, pues, una partícula de modelo de capas que contiene mezclas a $2p-1h$ provenientes de la polarización del "core" por la partícula debido a la interacción de ésta con las partículas de aquél. Una descripción análoga puede

darse para el cuasi-hueco.

En la práctica, y a fin de evitar el doble conteo de alguna de las contribuciones, se emplea como operador productor de estados excitados

$$Q_J^+ = \sum_{Ph} \left\{ X_J(Ph) [\alpha_P^+ b_h^+]_{M_J}^J - (-)^{j_P + j_h + M_J} Y_J(Ph) [b_h \times \alpha_P]_{-M_J}^J \right\} \quad (II.2.13)$$

que verifica, como en R.P.A.,

$$Q_J |c\rangle = 0 \quad (II.2.14)$$

Si tenemos en cuenta el valor α_P de (II.2.12) y el operador Q_J^+ dado por (II.2.13) y reagrupamos los términos, podemos escribir los estados excitados en esta aproximación como sigue

$$\begin{aligned} |JM_J\rangle = & \sum_{Ph} \left\{ C_P \left[X_J(Ph) [a_P^+ b_h^+]_{M_J}^J - (-)^{j_P + j_h + M_J} Y_J(Ph) [b_h \times a_P]_{-M_J}^J \right] + \right. \\ & + \sum_{\alpha\nu} C_P(\alpha\nu) \left[X_J(Ph) [B_\alpha^+ a_\nu^+]_{M_J}^J - \right. \\ & \left. \left. - (-)^{j_\nu + j_h + M_J} Y_J(Ph) [b_h \times [a_\nu \times B_\alpha]_{-M_J}^J] \right] \right\} |c\rangle \quad (II.2.15) \end{aligned}$$

Las amplitudes X e Y se obtienen como en el caso anterior resolviendo la ecuación de autovalores del hamiltoniano total (II.2.2) y las expresiones que aparecen son similares a las de la R.P.A. (ver (Deh77b) para una descripción detallada de este método). En el apéndice C se especifican los elementos de matriz (II.2.9) para esta aproximación.

II.2.3. Un método alternativo: la polarización del "core".

El método de polarización del "core" desarrollado por los grupos de Arima y Hamamoto y aplicado al estudio de la difusión de electrones por núcleos

(Ari78) (Ham80) (Suz82) constituye una alternativa al tratamiento de la estructura nuclear que hemos esbozado en los apartados anteriores. En él, la interacción residual es considerada como una perturbación del potencial nuclear medio (oscilador armónico, Woods-Saxon, etc.) y los estados excitados se obtienen como estados a 1p-1h perturbados,

$$|\widetilde{JM}_J\rangle = |JM_J\rangle + |JM_J\rangle_{\text{pert.}} \quad (\text{II.2.16})$$

donde

$$|JM_J\rangle = [a_p^+ \times b_h^+]_{M_J}^J |0\rangle \quad (\text{II.2.17})$$

y

$$|JM_J\rangle_{\text{pert.}} = \sum_{(mi) \neq (ph)} \frac{\langle 0 | ([a_p^+ \times b_h^+]_{M_J}^J)^\dagger V_{\text{res}} [a_m^+ \times b_i^+]_{M_J}^J | 0 \rangle}{[(\epsilon_p - \epsilon_h) - (\epsilon_m - \epsilon_i)]} [a_m^+ \times b_i^+]_{M_J}^J | 0 \rangle \quad (\text{II.2.18})$$

Como vemos este método no requiere, al menos en principio, ninguna restricción en el espacio de autofunciones del potencial nuclear medio (recuérdese la necesidad de truncar dicho espacio de configuración en T.D.A., R.P.A. y C.C.R.P.A. a fin de que los cálculos no sean prohibitivos). Sin embargo, los estados por encima del mar de Fermi van perdiendo la definición energética a medida que su energía se hace mayor, lo que lleva asociada la consideración de sólo una parte del espacio de configuración total.

Por otra parte, este procedimiento exige una hipótesis de partida sobre las componentes específicas de los estados nucleares excitados, mientras que los métodos microscópicos que nosotros hemos utilizado en la presente memoria permiten la predicción de la composición de dichos estados y, por tanto, un tratamiento más coherente de los fenómenos que pretendemos analizar. Posteriormente compararemos los resultados que se obtienen por las dos vías y trataremos de establecer las posibles relaciones entre ellos.

II.3. NUCLEOS Y ESTADOS NUCLEARES CONSIDERADOS.

Los núcleos que hemos elegido en este trabajo son el $^{16}_0$, el $^{48}_{Ca}$ y el $^{208}_{Pb}$. Los tres son de capa cerrada por lo que, como ya ha sido puesto de manifiesto por diversos autores (Kre74) (Ber75) (Spe77) (Deh77a), la mejor descripción de sus estados excitados es la que proporciona la R.P.A. y su generalización la C.C.R.P.A..

Puesto que el objeto de este trabajo es el estudio del efecto de las corrientes mesónicas de intercambio en núcleos más complejos que el deuterón, hemos de seleccionar aquellas configuraciones nucleares en que dicho efecto no se vea minimizado y que presenten además una función de onda cuya composición sea lo más pura posible a fin de evitar al máximo las incertidumbres debidas a la estructura nuclear.

Los estados magnéticos "alargados" de alto spin y los del tipo "spin-flip" poseen ambas características. Por un lado, el teorema de Siegert (Sie37) pone de manifiesto que son las transiciones magnéticas las idóneas para buscar los efectos de los grados no nucleónicos de libertad. Por otro, estos dos tipos de estados, al contrario que los estados colectivos, suelen tener una o dos componentes partícula-hueco que dominan su función de onda. Tales componentes son del tipo

$$|(j_p j_h^{-1})J\rangle, j_p = 1 + \frac{1}{2}, j_h = 1 + \frac{1}{2}, J = j_p + j_h$$

para el caso de estados "alargados" y

$$|(j_p j_h^{-1})J\rangle, j_p = 1 - \frac{1}{2}, j_h = 1 + \frac{1}{2}$$

para los de tipo "spin-flip".

Así, en el $^{16}_0$ hemos considerado la transición al estado $|4^-; 18.98\text{MeV}\rangle$ descrita experimentalmente por Bertozzi (Ber82) y cuya configuración es $|d_{5/2}^{-1} p_{3/2}\rangle_{\pi, \nu}$.

En el ^{48}Ca se analiza la transición al estado $|1^+; 10.23\text{MeV}\rangle$ cuyo factor de forma ha sido estudiado recientemente por Steffen y colaboradores (Ste83) en el acelerador lineal de electrones de Darmstadt, DALINAC. La configuración de este estado magnético de tipo "spin-flip" es $|\nu f_{5/2} f_{7/2}^{-1}\rangle$.

Finalmente, en el ^{208}Pb hemos estudiado tres estados de alto spin descubiertos en el acelerador RATES por el grupo de Heisenberg (Lic78,79a,b). Dos de ellos, $|14^-; 6.74\text{MeV}\rangle$ y $|12^-; 7.06\text{MeV}\rangle$, son de los denominados alargados; sus configuraciones son $|\nu j_{15/2} i_{13/2}^{-1}\rangle$ y $|\pi i_{13/2} h_{11/2}^{-1}\rangle$ respectivamente. El tercero es el $|12^-; 6.43\text{MeV}\rangle$ cuya configuración dominante es la misma que la del $|14^- \rangle$.

III. RESULTADOS Y DISCUSION.

Tratamos en este capítulo de la obtención del factor de forma magnético para procesos de difusión inelástica de electrones por núcleos en el marco que hemos descrito en los dos capítulos anteriores. Mostramos, en primer lugar, la contribución de la parte a un cuerpo del operador multipolar magnético para, seguidamente, describir detalladamente las contribuciones de la parte a dos cuerpos (piónica y "seagull") en las que se incluyen los grados de libertad a $2p-2h$. Por último analizamos las diferentes contribuciones atendiendo tanto a su estructura como a su comparación con los datos experimentales y con los resultados teóricos de otros autores.

III.1. FACTOR DE FORMA MAGNETICO DEL PROCESO (e,e').

El factor de forma magnético en los procesos de difusión inelástica de electrones por núcleos viene dado por la expresión (I.1.13). Nuestro estudio, como ya hemos dicho en el capítulo II, se va a centrar en los núcleos de capa cerrada cuyo estado fundamental tiene un momento angular nulo,

$$J_0 = 0$$

(III.1.1)

Además, vamos a describir estos núcleos mediante la aproximación de fases aleatorias (R.P.A., C.C.R.P.A.) con lo que este estado fundamental va a ser el vacío correlacionado, $|C\rangle$. Por tanto, el factor de forma que queremos calcular vendrá dado por

$$|F_T(q)|^2 = |\langle J | \hat{T}_J^{\text{mag}}(q) | C \rangle|^2$$

(III.1.2)

Hemos pues de evaluar el elemento de matriz reducido de esta expresión en las dos aproximaciones descritas en el capítulo anterior. Sin embargo, y como hemos puesto de manifiesto en el apéndice C, la reducción de las expresiones que se obtienen para la C.C.R.P.A. a las correspondientes en la R.P.A. es sencilla, siendo sólo necesario hacer el cambio (C.2). Es por esto que, a fin

de reducir al máximo el número de ecuaciones que aparecen en los cálculos analíticos, sólo nos vamos a referir aquí a la C.C.R.P.A., sin perjuicio de que en la discusión de los resultados numéricos hagamos también referencia a los resultados que se obtienen en la R.P.A.. Veamos una vez hechas estas aclaraciones las diferentes contribuciones que nos ocupan.

III.2. CONTRIBUCION DE LA PARTE A UN CUERPO DEL OPERADOR MULTIPOLAR MAGNETICO.

La parte a un cuerpo del operador multipolar magnético puede escribirse, de acuerdo con (I.3.1), como suma de dos términos, uno de convección y otro de spin-magnetización, cuyas expresiones tensoriales están dadas por (I.3.2). El elemento de matriz que queremos calcular puede expresarse por tanto por

$$\langle J \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(1)}(q) \parallel C \rangle = \langle J \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(C)}(q) \parallel C \rangle + \langle J \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(M)}(q) \parallel C \rangle \quad (\text{III.2.1})$$

Aunque la forma de este elemento de matriz es bien conocida (Wil63) (Don79,80), vamos a mostrarla aquí en el marco concreto del esquema en que estamos trabajando para poder incluir esta contribución en el análisis posterior junto con las contribuciones de las corrientes a dos cuerpos. La obtención de este elemento de matriz es simple si tenemos en cuenta el resultado (C.2.7) para elementos de matriz reducidos de operadores a un cuerpo y consideramos además las expresiones (I.3.4), resultando

$$\begin{aligned} \langle J \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(1)}(q) \parallel C \rangle &= i \frac{\hat{J}}{\sqrt{4\pi}} \frac{1}{2M} \sum_{Ph} [X_J^*(Ph) + (-)^{J+1} Y_J^*(Ph)] C_p^* \\ & \quad (-)^1 P \xi(1_p + 1_h + J + 1) \hat{j}_p \hat{j}_h \begin{pmatrix} j_p & j_h & J \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{III.2.2}) \\ & \quad \int dx x^2 j_J(qx) \left\{ \left[\mu_{ph} \left[\frac{d}{dx} + \left(1 + \frac{J(J+1)}{x_p + x_h}\right) \frac{1}{x} \right] + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \epsilon_{ph} \left[x_p + x_h + 1 - \frac{J(J+1)}{x_p + x_h} \right] \frac{1}{x} \right] \mathbb{R}_p(x) \mathbb{R}_h(x) \right\} \end{aligned}$$

donde hemos tenido en cuenta que las funciones de onda radiales son reales.

Es interesante señalar en este punto que para el caso de los denominados

estados nucleares alargados, cuyas características ya hemos descrito en el apartado II.3, la contribución de la parte de convección al elemento de matriz reducido (III.2.1) es nula, ya que cumplen la relación

$$\chi_p + \chi_h = - (J+1) \quad (\text{III.2.3})$$

III.3. CONTRIBUCION DE LA PARTE A DOS CUERPOS DEL OPERADOR MULTIPOLAR MAGNETICO.

El elemento de matriz de la parte a dos cuerpos del operador multipolar magnético viene dado por las expresiones (C.3.5) y (C.3.9) que corresponden a los términos a $1p-1h$ y $2p-2h$ de la función de onda (II.2.15), respectivamente. De (C.3.6) vemos que el primero de ellos consta de cuatro sumandos que están representados gráficamente en la figura 4.

La corriente que estamos considerando corresponde al intercambio de mesones cargados. Este hecho unido al principio de conservación de la carga implica que los diagramas 4b y 4c, y por tanto sus elementos de matriz asociados, no contribuirán al elemento de matriz total; además h' debe ser protón o neutrón según que h (y por consiguiente p) sea neutrón o protón. Esto hace que la restricción impuesta a h' en (C.3.5) sólo afecte a las terceras componentes del isospin. Por otra parte, la propia estructura de la corriente, en la que aparece el factor $[\vec{\tau}^{(1)} \times \vec{\tau}^{(2)}]_z$, satisface esa restricción por lo que es posible hacer las sumas sobre las terceras componentes mediante reglas de suma sencillas, quedando finalmente

$$\begin{aligned} \langle J || \hat{T}_J^{\text{mag}(2)}(q) || C \rangle_{(1p-1h)} &= \frac{1}{2} \sum_{Ph} C_p^* (-)^{j_p + j_h + J} \\ &\sum_{h' < F} \sum_{J_{\alpha\beta} J_{\gamma\delta}} \hat{J}_{\alpha\beta} \hat{J}_{\gamma\delta} \left\{ \begin{matrix} j_h & j_p & J \\ J_{\alpha\beta} & J_{\gamma\delta} & j_{h'} \end{matrix} \right\} \\ &\left\{ X_J^*(Ph) [\langle V \rangle_{(1p-1h)}] + \right. \\ &\left. + (-)^J Y_J^*(Ph) [\langle V \rangle_{(1p-1h)}]^* \right\} \end{aligned} \quad (\text{III.3.1})$$

donde ahora

$$\begin{aligned}
 \langle V \rangle_{(1p-1h)} &= \langle (j_p j_h)_{J_{\alpha\beta}} \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(2)}(q) \parallel (j_h j_h)_{J_{\gamma\delta}} \rangle + \\
 &+ (-)^{j_p+j_h-J_{\alpha\beta}-J_{\gamma\delta}+1} \langle (j_h j_p)_{J_{\alpha\beta}} \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(2)}(q) \parallel (j_h j_h)_{J_{\gamma\delta}} \rangle
 \end{aligned}
 \tag{III.3.2}$$

La segunda parte de la contribución consta asimismo de cuatro elementos de matriz cuya representación gráfica es la de la figura 5. Por idénticas razones a las aducidas para la parte a 1p-1h sobre conservación de la carga, es fácil ver que los diagramas 5b y 5c no contribuyen. Además debe verificarse que i y h tengan carga distinta. Podemos por tanto efectuar, como en el caso anterior, la suma sobre las terceras componentes en (C.3.9). El resultado final es

$$\begin{aligned}
 \langle J \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(2)}(q) \parallel C \rangle_{(2p-2h)} &= -\frac{1}{2} \sum_{Ph} \hat{J}_p \sum_{\alpha\nu} C_p^*(\alpha\nu) \hat{J}_\alpha \sum_{mi} X_{J_\alpha}^* (-)^{J+J_\alpha+j_m+j_h} \\
 &\sum_{J_{\alpha\beta} J_{\gamma\delta}} (-)^{J_{\alpha\beta}} \hat{J}_{\alpha\beta} \hat{J}_{\gamma\delta} \begin{Bmatrix} j_\nu & j_m & J_{\alpha\beta} \\ j_i & j_p & J_\alpha \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} J_{\alpha\beta} & j_i & j_p \\ j_h & J & J_{\gamma\delta} \end{Bmatrix} \\
 &\left\{ X_{J(Ph)}^* [\langle V \rangle_{(2p-2h)}] + \right. \\
 &\left. + (-)^J Y_{J(Ph)}^* [\langle V \rangle_{(2p-2h)}]^* \right\}
 \end{aligned}
 \tag{III.3.3}$$

siendo

$$\begin{aligned}
 \langle V \rangle_{(2p-2h)} &= \langle (j_\nu j_m)_{J_{\alpha\beta}} \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(2)}(q) \parallel (j_i j_h)_{J_{\gamma\delta}} \rangle + \\
 &+ (-)^{j_\nu+j_m+j_i+j_h-J_{\alpha\beta}-J_{\gamma\delta}} \langle (j_m j_\nu)_{J_{\alpha\beta}} \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(2)}(q) \parallel (j_h j_i)_{J_{\gamma\delta}} \rangle
 \end{aligned}
 \tag{III.3.4}$$

La parte a dos cuerpos del operador multipolar magnético puede escribirse, de acuerdo con el modelo de corriente nuclear que hemos elegido (ver apartado I.2), como suma de dos términos que corresponden a la parte piónica y la parte de par respectivamente

$$\hat{T}_{JM_J}^{\text{mag}(2)}(q) = \hat{T}_{JM_J}^{\text{mag}(\pi)}(q) + \hat{T}_{JM_J}^{\text{mag}(SG)}(q) \quad (\text{III.3.5})$$

Vamos a calcular a continuación los elementos de matriz correspondientes a cada uno de estos dos sumandos.

III.3.1. Parte piónica.

Siguiendo la notación que hemos adoptado, la contribución de la parte piónica al elemento de matriz que estamos analizando puede escribirse en la forma

$$\langle J \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(\pi)}(q) \parallel C \rangle = \langle J \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(\pi)}(q) \parallel C \rangle_{(1p-1h)} + \langle J \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(\pi)}(q) \parallel C \rangle_{(2p-2h)} \quad (\text{III.3.6})$$

El valor de ambos sumandos se obtiene a partir de las expresiones (III.3.1)-(III.3.4), previamente calculadas, y del elemento de matriz genérico (I.3.5a).

El término a 1p-1h resulta sencillo de calcular si se tiene en cuenta la regla de suma

$$\sum_{J_1 J_2} \hat{j}_1^2 \hat{j}_2^2 \begin{Bmatrix} j_a & j_b & J_1 \\ j_b & j_c & J_2 \\ L_1 & L_2 & J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j_a & j_c & J \\ J_2 & J_1 & j_b \end{Bmatrix} = (-)^{2j_c} \begin{Bmatrix} L_1 & L_2 & J \\ j_c & j_a & j_b \end{Bmatrix} \quad (\text{III.3.7})$$

y se considera que los índices L_1 y L_2 , que aparecen en el elemento de matriz, son mudos y pueden, por tanto, intercambiarse; además es fácil demostrar que se verifica la igualdad

$$[L_1(L_1+1)]^{1/2} \begin{pmatrix} L_1 & J & L_2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} [L_2(L_2+1)]^{1/2} \begin{pmatrix} L_2 & J & L_1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad L_1+L_2+J+1=\text{par} \quad (\text{III.3.8})$$

con lo que finalmente resulta para esta contribución

$$\begin{aligned}
 \langle J \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(\pi)}(q) \parallel C \rangle_{(1p-1h)} &= \\
 &= 4i \frac{\hat{J}}{\sqrt{4\pi}} \frac{f_\pi^2}{m_\pi^2} \sum_{Ph} [X_J^*(Ph) + (-)^{J+1} Y_J^*(Ph)] C_p^* \xi(1_p+1_h, J+1) \hat{j}_p \hat{j}_h \\
 &\quad \sum_{h' < F} (-)^{j_{h'}+j_h} \hat{j}_{h'}^2 [\delta_{ph, \nu} \delta_{h', \pi} - \delta_{ph, \pi} \delta_{h', \nu}] \\
 &\quad \sum_{L_1 L_2} \xi(1_p+1_{h'}, +L_1+1) \xi(1_{h'}, +1_{h'}+L_2+1) \hat{L}_1^2 \hat{L}_2^2 [L_2(L_2+1)]^{1/2} \\
 &\quad \begin{Bmatrix} L_1 & L_2 & J \\ j_h & j_p & j_{h'} \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} L_2 & J & L_1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_p & j_{h'} & L_1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_{h'} & j_h & L_2 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \\
 &\quad \int dx x j_J(qx) \mathfrak{F}_{ph', (L_1, x)} \mathfrak{F}_{h', h (L_2, x)}
 \end{aligned} \tag{III.3.9}$$

El término en δ proviene de evaluar el elemento de matriz de isospin (ver apéndice D)

Para calcular el segundo sumando de (III.3.6) hay que seguir un proceso totalmente análogo al que acabamos de describir; la única diferencia es que la regla de suma que es necesario aplicar ahora es la siguiente

$$\begin{aligned}
 \sum_{J_1 J_2} (-)^{J_1} \hat{j}_1^2 \hat{j}_2^2 \begin{Bmatrix} j_a & j_b & J_1 \\ j_c & j_d & J_2 \\ L_1 & L_2 & J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j_a & j_b & J_1 \\ j_c & j & L \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} J_1 & j_c & j \\ j_d & j & J_2 \end{Bmatrix} &= \\
 = (-)^{L_1+L_2+2j} \begin{Bmatrix} L_1 & L_2 & J \\ j_d & j & j_b \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j_a & j & L \\ j_b & j_c & L_1 \end{Bmatrix} &
 \end{aligned} \tag{III.3.10}$$

El resultado final para esta contribución es

$$\begin{aligned}
 \langle J \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(\pi)}(q) \parallel C \rangle_{(2p-2h)} &= -4i \frac{\hat{J}}{\sqrt{4\pi}} \frac{f_\pi^2}{m_\pi^2} \\
 \sum_{\text{Ph}} [X_J^*(\text{Ph}) + (-)^{J+1} Y_J^*(\text{Ph})] \hat{j}_p \hat{j}_h \sum_{\alpha\nu} C_p^*(\alpha\nu) (-)^{j_h+j_\nu} \hat{j}_\alpha \hat{j}_\nu & \quad \text{(III.3.11)} \\
 \sum_{mi} X_J^*(mi) \xi(1_\nu+1_m+1_i+1_h+J+1) \hat{j}_m \hat{j}_i [\delta_{\nu h, \nu} \delta_{mi, \pi} - \delta_{\nu h, \pi} \delta_{mi, \nu}] & \\
 \sum_{L_1 L_2} (-)^{L_1} \xi(1_\nu+1_i+L_1+1) \xi(1_m+1_h+L_2+1) \hat{L}_1^2 \hat{L}_2^2 [L_2(L_2+1)]^{1/2} & \\
 \left\{ \begin{matrix} L_1 & L_2 & J \\ j_h & j_p & j_m \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} j_\nu & j_p & J_\alpha \\ j_m & j_i & L_1 \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} L_2 & J & L_1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_\nu & j_i & L_1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_m & j_h & L_2 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} & \\
 \int dx x j_J(qx) \mathfrak{F}_{\nu i}^{(L_1, x)} \mathfrak{F}_{mh}^{(L_2, x)} &
 \end{aligned}$$

La contribución de la parte piónica se obtiene como suma de los elementos de matriz (III.3.9) y (III.3.11). Como en el caso de la parte a un cuerpo, hemos considerado que la funciones de onda radiales son reales en la evaluación de ambos.

Las expresiones que se han encontrado muestran de forma simple las características del diagrama que hemos evaluado. Los acoplamientos de momentos angulares aparecen de manera compacta y sencilla. En la figura 6 se muestran esquemáticamente la correspondencia de las asignaciones de (momento angular, trimomento) con cada una de las partículas que intervienen en el proceso. Se ve claramente que la forma de obtención de la corriente manteniendo explícitamente las coordenadas nucleónicas \vec{r}_1 y \vec{r}_2 , hace que el pión intercambiado sea considerado como un "doble pión".

En las expresiones que acabamos de calcular aparece una integración por cada uno de los vértices ($\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{x}$) en que se producen interacciones y otras dos que corresponden a todas las posibilidades de trimomento asociadas a los "dos" piones. En cuanto a los acoplamientos de momento angular, aquéllos en que interviene el pión pueden deducirse fácilmente de los diagramas de las figuras 4 y 5; además, están presentes los acoplamientos $\Upsilon^\pi(L_1, L_2, J)$ y $\Upsilon^\pi(j_p, j_h, J)$ en

ambas contribuciones y los acoplamientos internos correspondientes a la parte a $2p-2h$ de la función de onda, (J_α, j_ν, j_p) y (j_m, j_1, J_α) , en la (III.3.11).

III.3.2. Parte de par.

Al igual que en el caso de la parte piónica que acabamos de analizar, la contribución correspondiente a la parte "seagull" puede expresarse como suma de dos términos

$$\langle J \parallel \hat{T}^{\text{mag}(SG)}(q) \parallel C \rangle = \langle J \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(SG)}(q) \parallel C \rangle_{(1p-1h)} + \langle J \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(SG)}(q) \parallel C \rangle_{(2p-2h)} \quad (\text{III.3.12})$$

que calcularemos a partir de las ecuaciones (III.3.1)-(III.3.4) y del correspondiente elemento de matriz reducido genérico que viene dado por (I.3.5b); éste consta, a diferencia del de la parte piónica, de dos sumandos y es necesario por tanto evaluar cuatro términos; sin embargo, el resultado final se obtiene de forma simple aplicando las reglas de suma (III.3.7) y

$$\sum_1 \hat{i}^2 \begin{Bmatrix} 1 & L & J \\ j & j_1 & j_2 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L & J \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & 1 \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} = \quad (\text{III.3.13})$$

$$= (-)^{j_1+j_2-j-1/2} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & J \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_2 & j & L \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

Teniendo en cuenta de nuevo que L_1 y L_2 pueden ser intercambiados por ser índices mudos y el resultado (D.4) para el elemento de matriz de isospin, quedará para esta contribución

$$\langle J \parallel \hat{T}_J^{\text{mag(SG)}}(q) \parallel C \rangle_{(1p-1h)} = -2i \frac{\hat{J}}{\sqrt{4\pi}} \frac{f_\pi^2}{m_\pi^2}$$

$$\sum_{Ph} [X_J^*(Ph) + (-)^{J+1} Y_J^*(Ph)] C_p^* (-)^{1p} \xi(1_p+1_{h'+J+1}) \hat{j}_p \hat{j}_h \begin{pmatrix} j_p & j_h & J \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\sum_{h' < F} \hat{j}_{h'}^2 [\delta_{ph, v} \delta_{h', \pi} - \delta_{ph, \pi} \delta_{h', v}]$$

$$\left\{ \sum_{L_1} \xi(1_p+1_{h'+L_1+1}) \hat{L}_1^2 \begin{pmatrix} j_p & j_{h'} & L_1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}^2 \right.$$

(III.3.14)

$$\int dx x^2 j_J(qx) R_{h'}(x) R_h(x) \mathfrak{F}_{ph, (L_1, x)} +$$

$$+ \sum_{L_2} \xi(1_{h'}+1_{h'+L_2+1}) \hat{L}_2^2 \begin{pmatrix} j_{h'} & j_h & L_2 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}^2$$

$$\left. \int dx x^2 j_J(qx) R_p(x) R_{h'}(x) \mathfrak{F}_{h'h, (L_2, x)} \right\}$$

El análisis detallado de esta expresión induce la definición de lo que hemos denominado "estados efectivos", los cuales nos van a permitir escribir la parte a 1p-1h de la contribución "seagull" que acabamos de evaluar de forma análoga a la de la corriente de convección que hemos descrito en el apartado III.2.

En general definimos los estados efectivos como aquéllos cuya función de onda radial viene dada por

$$\tilde{R}_\alpha(x) = -4 \frac{Mc^2}{\hbar c} \frac{f_\pi^2}{\left(\frac{m_\pi c}{\hbar}\right)^2} x \sum_{h' < F} \hat{j}_{h'}^2 [\delta_{\alpha, v} \delta_{h', \pi} - \delta_{\alpha, \pi} \delta_{h', v}] R_{h'}(x)$$

(III.3.15)

$$\sum_L \xi(1_\alpha+1_{h'+L+1}) \hat{L}^2 \begin{pmatrix} j_\alpha & j_{h'} & L \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}^2$$

$$\int dr r^2 \left[\left\{ \frac{d}{dr} + \frac{x_\alpha + x_{h'} + 2}{r} \right\} R_\alpha(r) R_{h'}(r) \right]$$

$$\int dq q^2 \frac{2}{\pi} v_\pi(q) j_L(qr) j_L(qx)$$

Si tenemos en cuenta esta definición la ecuación (III.3.14) se reduce a

$$\langle J || \hat{T}_J^{\text{mag}(SG)}(q) || C \rangle_{(1p-1h)} = i \frac{\hat{J}}{\sqrt{4\pi}} \frac{1}{2M}$$

$$\sum_{\text{Ph}} [X_J^*(\text{Ph}) + (-)^{J+1} Y_J^*(\text{Ph})] C_p^* (-)^l \xi(1_p+1_h+J+1) \hat{j}_p \hat{j}_h \begin{pmatrix} j_p & j_h & J \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\int dx x j_J(qx) [\tilde{R}_p(x) R_h(x) + R_p(x) \tilde{R}_h(x)] \quad (\text{III.3.16})$$

expresión que, como puede comprobarse de forma sencilla, es formalmente análoga a la parte de convección de la ecuación (III.2.2).

La figura 8 ilustra diagramáticamente la simplificación formal que se produce al introducir los estados efectivos en (III.3.14). Como hemos indicado antes, la parte a $1p-1h$ del elemento de matriz de la componente de par del operador multipolar magnético viene dada como suma de los diagramas que hemos representado en la figura 8a. La consideración de los estados efectivos nos lleva a la suma de diagramas que se muestra en la figura 8b. Según éstos, la contribución "seagull" equivale a la suma de dos términos del tipo de convección suponiendo excitaciones nucleares de la forma partícula-hueco efectivo y partícula efectiva-hueco respectivamente.

La figura 9 muestra la equivalencia diagramática de la partícula (figura 9a) y el hueco (figura 9b) efectivos. A la vista de dicha gráfica podemos decir que los estados efectivos constituyen una renormalización de los correspondientes estados nucleónicos en el sentido de "reabsorber" la nube mesónica que los rodea y que es debida al intercambio de piones con otros nucleones.

La importancia inicial de estos estados efectivos radica en la posibilidad de conocer, en algunos casos particulares, el valor de la contribución "seagull" al factor de forma a partir del valor de la parte de convección sin necesidad de llevar a cabo el cálculo explícito.

El segundo sumando en (III.3.12) hay que calcularlo de forma análoga al primero. El resultado final no mantiene la forma simétrica como en (III.3.14) sino que aparece una suma de un producto de cuatro coeficientes $3-j$ que no puede ser reducida a una forma más compacta. Como en el caso anterior, este

término se compone de cuatro sumandos; su evaluación se realiza utilizando la regla de suma (III.3.10); además, es necesario tener en cuenta la relación

$$\sum_1 (-)^1 \hat{1}^2 \left\{ \begin{matrix} 1 & L & J \\ j & j' & j'' \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} j_1 & j' & J' \\ j'' & j_2 & 1 \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} 1 & L & J \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & 1 \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= (-)^{j_1+j+j''-1/2} \sum_M \begin{pmatrix} j' & j & J \\ M-1/2 & -M-1/2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j'' & j_2 & L \\ M+1/2 & -M-1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} j'' & j_2 & J' \\ M+1/2 & -1/2 & -M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J' & j_1 & j' \\ -M & 1/2 & M-1/2 \end{pmatrix} \quad (III.3.17)$$

para los dos primeros elementos de matriz y la ecuación (III.3.13) para los dos restantes. El resultado final es

$$\langle J || \hat{T}_J^{\text{mag}(SG)}(q) || C \rangle_{(2p-2h)} = 2i \frac{\hat{J}}{\sqrt{4\pi}} \frac{f_\pi^2}{m_\pi^2} \sum_{Ph} [X_J^*(Ph) + (-)^{J+1} Y_J^*(Ph)] \hat{j}_p \hat{j}_h$$

$$\sum_{\alpha\nu} C_p^*(\alpha\nu) \hat{j}_\alpha \hat{j}_\nu \quad (III.3.18)$$

$$\sum_{mi} X_J^*(mi) (-)^{j_\nu+j_m} \xi(1_\nu+1_m+J_i+1_{h+J+1}) \hat{j}_m \hat{j}_i [\delta_{\nu h, \nu} \delta_{mi, \pi} - \delta_{\nu h, \pi} \delta_{mi, \nu}]$$

$$\left\{ (-)^{1_m} \begin{pmatrix} j_p & j_h & J \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} \sum_{L_1} \xi(1_\nu+1_i+L_1+1) \hat{L}_1^2 \begin{pmatrix} j_\nu & j_p & J_\alpha \\ j_m & j_i & L_1 \end{pmatrix} \right.$$

$$\begin{pmatrix} j_p & j_m & L_1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_\nu & j_i & L_1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\left. \int dx x^2 j_J(qx) R_m(x) R_h(x) \mathfrak{F}_{\nu i}^{(L_1, x)} + \right.$$

$$+ (-)^{1_\nu} \sum_{L_2} \xi(1_m+1_h+L_2+1) \hat{L}_2^2 \begin{pmatrix} j_m & j_h & L_2 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sum_M \begin{pmatrix} j_p & j_h & J \\ M-1/2 & -M-1/2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_m & j_h & L_2 \\ M+1/2 & -M-1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} j_m & j_i & J_\alpha \\ M+1/2 & -1/2 & -M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_\alpha & j_\nu & j_p \\ -M & 1/2 & M-1/2 \end{pmatrix}$$

$$\left. \int dx x^2 j_J(qx) R_\nu(x) R_i(x) \mathfrak{F}_{mh}^{(L_2, x)} \right\}$$

Como en el caso de parte piónica, las expresiones (III.3.14) y (III.3.16), cuya suma nos da la contribución de la parte de par, muestran los acoplamientos de momentos angulares y las integrales correspondientes a los diagramas evaluados que se han representado en la figura 7 y que, en esencia, son los mismos que hemos indicado en el apartado III.3.1.

III.3.3. Comparación con los cálculos de otros autores.

La simplicidad de las expresiones obtenidas para las contribuciones piónica y de par que ya hemos indicado al analizarlas en los apartados previos, se pone aún más de manifiesto cuando se comparan con las que obtienen otros autores.

En efecto, nuestro método, que se basa en la idea de mantener de forma separada hasta el final las coordenadas de los dos nucleones que intercambian el pión, presenta una serie de características que los diferencian de los demás procedimientos existentes en la literatura (Che70) (Dub80) (Suz83) y que indicamos a continuación.

a) La forma de las funciones de onda radiales mononucleónicas no está restringida. En otras palabras, las expresiones que hemos obtenido nos permiten usar como campo nuclear medio no sólo el potencial de oscilador armónico, sino cualquier otro potencial más realista, como los de Woods-Saxon o Hartree-Fock.

b) Se considera el acoplamiento del "core" con los grados de libertad monoparticulares. La descripción microscópica de los estados nucleares incluye no sólo las excitaciones a $1p-1h$ sino también aquellas de naturaleza más complicada del tipo $2p-2h$.

c) Las contribuciones a uno y dos cuerpos pueden evaluarse usando el mismo potencial nuclear medio, lo que permite un estudio analítico completo y coherente, sin hacer ninguna hipótesis particular en el cálculo de las mismas.

En este sentido queremos señalar dos hechos importantes. En primer lugar, la parte piónica puede obtenerse de forma exacta para cualquier núcleo de capa cerrada y para cualquier multipolaridad, no siendo necesaria la denominada "aproximación de par" utilizada por otros autores (Dub80) (Suz82,83) y que considera

$$\frac{\langle J \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(\pi)}(q) \parallel C \rangle}{\langle J \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(\text{SG})}(q) \parallel C \rangle} = -0.602 \cdot e^{-0.307 q} \quad (\text{III.3.19})$$

En segundo lugar, la contribución "seagull" es asimismo evaluada sin aproximación alguna, lo cual constituye una diferencia adicional importante con el trabajo de Chemtob y Lumbroso (Che70) en el que los cálculos numéricos sólo son válidos a bajos momentos de transferencia como ya ha sido señalado por Barroso y Hadjimichael (Bar75) y Dubach et al. (Dub76).

d) Finalmente, las contribuciones a dos cuerpos ("seagull" y piónica) aparecen en una forma muy sencilla y compacta, que permite un análisis simple de los diferentes acoplamientos, como hemos mostrado en los apartados anteriores, y que las diferencia de las propuestas por los demás autores (véanse, por ejemplo, las que aparecen en (Dub76) y (Suz83) en las que el paso a coordenadas centro de masas y relativassupone una complicación de las expresiones respecto a las que hemos obtenido en esta memoria).

III.4. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS.

Una vez encontradas las expresiones que proporcionan las contribuciones de las corrientes mesónicas de intercambio al factor de forma del proceso de difusión de electrones por núcleos, hemos de pasar a la evaluación y análisis de dichas contribuciones en los casos concretos que hemos indicado en el apartado II.3. Así, empezamos analizando la importancia relativa de las partes a 2p-2h de las contribuciones a dos cuerpos, para pasar a continuación al estudio de la influencia del potencial nuclear medio en nuestros cálculos. Comparamos seguidamente las diferentes contribuciones entre sí y, finalmente, discutimos los resultados a la luz de los datos experimentales y de los de otros autores.

Antes de pasar a ello digamos, en primer lugar, que los detalles numéricos sobre la evaluación de las integrales que aparecen en las expresiones que vamos a evaluar se resumen en el apéndice E.

En segundo lugar llamamos la atención acerca de la consideración en el cálculo de los factores de forma de dos correcciones. La primera permite eliminar la parte del factor de forma correspondiente al movimiento del centro

de masas que no hemos tenido en cuenta en la resolución del problema de autovalores nuclear. Nosotros hemos utilizado la expresión obtenida por Tassie y Barker (Tas58)

$$f_{CM}(q) = \exp(q^2 b^2 / 4A) \quad (\text{III.4.1})$$

que es totalmente rigurosa para funciones de onda de oscilador armónico, pero consideramos válida también para las de Woods-Saxon.

La segunda corrección toma en consideración el hecho de que los nucleones tienen tamaño finito y de que es, por tanto, necesario introducir un factor de forma mononucleónico que dé cuenta de la estructura del nucleón en el vértice γN del proceso que estamos considerando. La expresión que hemos utilizado es un promedio entre los factores de forma magnéticos del protón y del neutrón obtenidos por Janssens et al. (Jan66) al parametrizar los resultados experimentales de difusión electrón-protón. Su forma explícita es

$$f_{\gamma N}(q) = \frac{1.1502}{1 + \frac{q^2}{8.19}} - \frac{0.1207}{1 + \frac{q^2}{15.7}} + \frac{0.1004}{1 + \frac{q^2}{26.7}} - 0.12995 \quad (\text{III.4.2})$$

En el caso de la corriente piónica el vértice a tener en cuenta sería el $\gamma\pi$, con lo que esta expresión no sería la correcta. Sin embargo, este vértice presenta una dependencia suave en q (Dub76), por lo que cabe aceptar como válida la (III.4.2) incluso para la parte piónica del factor de forma.

Por lo tanto, en lo que sigue representaremos y haremos referencia no a $|F_T(q)|^2$ tal y como viene definido en (III.1.2) sino a la cantidad

$$\frac{4\pi}{Z^2} f_{CM}^2(q) f_{\gamma N}^2(q) |F_T(q)|^2 \quad (\text{III.4.3})$$

Además definimos por similitud con esta expresión las cantidades

$$F_T^{(1)}(q) = \frac{\sqrt{4\pi}}{Z} f_{CM}(q) f_{YN}(q) \langle J \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(1)}(q) \parallel C \rangle$$

$$F_T^{(\pi)}(q) = \frac{\sqrt{4\pi}}{Z} f_{CM}(q) f_{YN}(q) \langle J \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(\pi)}(q) \parallel C \rangle \quad (\text{III.4.4})$$

$$F_T^{(\text{SG})}(q) = \frac{\sqrt{4\pi}}{Z} f_{CM}(q) f_{YN}(q) \langle J \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(\text{SG})}(q) \parallel C \rangle$$

para simplificar la nomenclatura.

III.4.1. Sobre las partes a 2p-2h de las contribuciones a dos cuerpos.

Como hemos indicado en el apartado III.3, la inclusión de los grados de libertad a 2p-2h en la descripción de los estados excitados nucleares en el marco de la C.C.R.P.A. permite escribir el elemento de matriz reducido de la parte a dos cuerpos del operador multipolar magnético como suma de dos términos que corresponden, respectivamente, a las partes a 1p-1h y 2p-2h de la función de onda del estado nuclear $|JM_J\rangle$. La forma del segundo viene dada por (III.3.11) para la contribución piónica y por (III.3.18) para la "seagull".

El cálculo de la parte a 2p-2h es totalmente análogo al de la parte a 1p-1h. Los términos que más contribuyen a aquella son los que provienen de acoplamiento de grados de libertad mononucleónicos con vibraciones del "core" que corresponden a estados nucleares de baja energía y muy colectivos. Este hecho supone la consideración de un gran número de componentes p-h en su evaluación y, por consiguiente, el empleo de tiempos de cálculo casi prohibitivos.

A fin de conocer la importancia de estos términos en relación tanto con la parte a un cuerpo como con la parte a 1p-1h de la contribución debida a los grados de libertad no nucleónicos, hemos evaluado los elementos de matriz correspondientes a la componente a 2p-2h más importante del estado $|14^-; 6.74\text{MeV}\rangle$ del ^{208}Pb que es la debida al acoplamiento de la vibración 3^- de energía 2.62MeV con el estado monoparticular neutrónico $2g_{9/2}$ a momento angular total 15/2. En la figura 10 se muestran los resultados obtenidos. Puede verse que las contribuciones a 2p-2h (línea de puntos) son despreciables frente a las contribuciones a 1p-1h (línea discontinua) y a la parte a un cuerpo (línea continua) del factor de forma.

Este resultado se presenta de forma análoga en los otros estados del ^{208}Pb

que estudiamos. Además, es conocido (Deh77b) que el efecto de los grados de libertad a 2p-2h disminuye a medida que la masa nuclear se hace menor. Por tanto, en el análisis de las diferentes contribuciones no consideraremos las correspondientes a esa parte a 2p-2h de la función de onda. El efecto del acoplamiento de las vibraciones del "core" con los grados de libertad monoparticulares estará incluido en el factor C_p que aparece en dicha función de onda.

III.4.2. Importancia del potencial nuclear medio.

En este apartado pretendemos poner de manifiesto la dependencia del factor de forma con el potencial medio utilizado en el cálculo de las funciones de onda monoparticulares. Para ello vamos a comparar los resultados que se obtienen para dos potenciales particulares: el de Woods-Saxon, que hemos descrito en el capítulo II, y el de oscilador armónico. La constante de oscilador para este último se ha elegido de forma que se reproduzca el radio de carga nuclear en cada uno de los casos. Los valores considerados para dichos radios así como los de las constantes de oscilador utilizadas para cada uno de los dos potenciales se resumen en la tabla 1.

Las figuras 11-14 analizan la influencia del potencial nuclear medio en el factor de forma; en particular, las cantidades $|F_T^{(1)}(q)|$, $|F_T^{(SG)}(q)|$ y $|F_T^{(\pi)}(q)|$ definidas en (III.4.4) se muestran, de izquierda a derecha, para cuatro de los cinco casos que estamos estudiando, el 4^- en el ^{16}O , el 1^+ en el ^{48}Ca y el 14^- y el $12^-(6.43MeV)$ en el ^{208}Pb , y considerando funciones de onda mononucleónicas de oscilador armónico (línea discontinua) y de Woods-Saxon (línea continua). Los resultados confirman y extienden el análisis parcial llevado a cabo por Dubach y colaboradores (Dub76) en el estudio del $^6Li(1^+)$.

En primer lugar señalamos el hecho del aumento de la discrepancia entre ambos potenciales a medida que aumenta la masa nuclear, como cabía esperar. En general, las contribuciones debidas a las corrientes de intercambio muestran, en los dos potenciales, un aspecto cualitativo similar al de la parte a un cuerpo calculada con el de Woods-Saxon siendo, sin embargo, inferiores en magnitud; dentro de aquéllas, la parte piónica es menor que la "seagull" sobre todo a momentos transferidos altos. Por encima de los $4fm^{-1}$ en el caso de 4^- en el ^{16}O y de los $3fm^{-1}$ en los demás, los dos modelos de potencial proporcionan valores cuantitativamente diferentes en cuanto a la parte a dos cuerpos.

En cuanto a $|F_T^{(1)}(q)|$ hemos de destacar que con el potencial de oscilador

armónico no se reproducen los mínimos de difusión que aparecen al considerar el de Woods-Saxon. Podemos pues indicar, de acuerdo con Dubach et al., que sólo la utilización de potenciales más realistas permite obtener los diferentes mínimos. En el caso del estado 1^+ del ^{48}Ca los tres primeros máximos son reproducidos de forma aceptable por el potencial de oscilador apareciendo una apreciable diferencia en el último, a partir del cuál no se presenta ningún mínimo más. En el caso del estado 12^- (6.43MeV) del ^{208}Pb se observa un mínimo de difusión alrededor de los 2.5fm^{-1} ; esta situación no se da en los otros casos de alto spin que estamos estudiando y parece estar ligada al hecho de que este estado tiene una componente dominante que no es de tipo "alargado" como lo son las de los otros. En cualquier caso las discrepancias con los resultados obtenidos para el potencial de Woods-Saxon son notables.

Resultados análogos a los encontrados para el 14^- del ^{208}Pb se obtienen para el 12^- (7.06MeV) del mismo núcleo que no hemos mostrado aquí.

Es claro pues que en núcleos con $A > 4$ se hace necesaria la utilización de potenciales realistas para obtener resultados fiables sobre todo en la zona de valores medios y altos del momento transferido, que es la zona en que la influencia de las corrientes mesónicas de intercambio aparece como más importante.

III.4.3. Análisis comparativo de las contribuciones.

El siguiente paso en nuestro estudio de los resultados teóricos que hemos obtenido es la comparación de las diferentes contribuciones entre sí. Nos detendremos especialmente en dos aspectos; por un lado en su forma atendiendo a las similitudes o diferencias respecto a la contribución a un cuerpo; en segundo lugar estudiando el efecto que las contribuciones debidas a las corrientes mesónicas producen en las zonas de los máximos de la parte a un cuerpo del factor de forma.

Hemos resumido los resultados obtenidos en las figuras 15-19 en las que hemos representado la parte imaginaria de $F_T^{(1)}(q)$ (línea discontinua), $F_T^{(SG)}(q)$ (línea discontinua punteada), $F_T^{(\pi)}(q)$ (línea punteada) y del factor de forma total $F_T(q)$ (línea continua) para los cinco casos que estamos considerando.

Algunos aspectos de estas figuras son analizados en la tabla 2. En ella se muestran los valores del momento transferido para los que la parte a un cuerpo del factor de forma $|F_T^{(1)}(q)|$ presenta máximos, $q_{\text{max}}^{(1)}$, y los valores de éstos,

las diferencias entre los momentos $q_{\max}^{(SG)}$ y $q_{\max}^{(\pi)}$ para los que las partes "seagull" y piónica, respectivamente, son máximas y el $q_{\max}^{(1)}$ así como el tanto por ciento que suponen esos máximos respecto a los correspondientes de la parte a un cuerpo y, por último, el corrimiento de los máximos de $|F_T^{(1)}(q)|$ debido a la inclusión de las contribuciones a dos cuerpos, $q_{\max}^{(1)}$ y el cociente entre $|F_T(q)|^2$ y $|F_T^{(1)}(q)|^2$ que nos indica el porcentaje de incremento que suponen dichas contribuciones sobre los máximos de "scattering" del factor de forma a un cuerpo.

Las gráficas muestran las siguientes características generales:

- a) Tanto la contribución de la parte de par como la de la piónica presentan, básicamente, una forma similar a la contribución de la parte a un cuerpo.
- b) Los máximos de las partes a dos cuerpos del factor de forma se presentan para valores del momento transferido próximos a los correspondientes para $|F_T^{(1)}(q)|$. En la tabla 2 puede verse que la mayor diferencia entre esos máximos se produce para el segundo máximo del estado 4^- del ^{16}O , tanto en la parte "seagull" como en la piónica, siendo esa diferencia de 0.35fm^{-1} .
- c) Como consecuencia, el factor de forma total tiene sus picos para valores de q que no difieren mucho de los de la parte a un cuerpo. El mayor corrimiento debido a la consideración de las contribuciones a dos cuerpos aparece para el mismo máximo que antes hemos citado y es de 0.15fm^{-1} , lo cual es inapreciable en la práctica.
- d) En casi todo el rango de momento transferido, y en particular en los máximos de "scattering", la contribución "seagull" es de signo contrario a la piónica. Ambas se anulan para valores muy próximos del momento transferido por lo que son muy reducidas las zonas en que contribuyen constructivamente al factor de forma total.
- e) La contribución piónica toma siempre valores mucho menores que la correspondiente a la parte de par; en concreto, aquélla es siempre inferior al 40% de ésta en todos los máximos; esta circunstancia que aparece en forma clara en las figuras que estamos comentando, se constata en forma mucho más elocuente en la tabla 2; en efecto, se observa en dicha tabla que salvo en el último máximo del caso del estado $|12^-; 7.06\text{MeV}\rangle$ del ^{208}Pb , la parte piónica se mantiene siempre por debajo del 10% de la contribución a un cuerpo; por su parte la contribución "seagull" varía desde valores del orden

del 15% de $|F_T^{(1)}(q)|$ en los primeros máximos de los diferentes casos hasta ~40% en los siguientes; el valor más alto lo alcanza para el tercer pico del caso del estado 12^- antes mencionado.

El primer máximo de la contribución "seagull" para el estado 1^+ del ^{48}Ca así como el segundo del estado $|12^-; 6.43\text{MeV}\rangle$ del ^{208}Pb presentan valores anormalmente bajos, sin que por ello deje de verificarse lo que hemos indicado en el punto e.

El efecto que producen las contribuciones debidas a las corrientes mesónicas de intercambio en el cuadrado del factor de forma se muestra en las figuras 20-24 en las que hemos representado las cantidades $|F_T^{(1)}(q)|^2$ (línea punteada) $|F_T(q)|^2$ (línea discontinua) en la R.P.A. para cada uno de los cinco casos que estamos considerando en esta memoria. Como puede verse en las gráficas y como hemos resumido en la tabla 2, se encuentran unos porcentajes de incremento del 16, 18 y 23% en el primer máximo y del 72, 52 y 70% en el segundo, para los casos del 4^- en el ^{16}O y del 14^- y del $|12^-; 7.06\text{MeV}\rangle$ en el ^{208}Pb , respectivamente, siendo aún mayores en el tercer pico.

Para el estado 1^+ del ^{48}Ca se obtienen valores del 4, 27 y 38% para dicho incremento en el primer, segundo y tercer picos respectivamente. Como vemos vuelve a aparecer el hecho de la casi nula contribución debida a las partes a dos cuerpos en el primer máximo para este caso.

Por último, el caso del $|12^-; 6.43\text{MeV}\rangle$ del ^{208}Pb presenta un aumento del 17% respecto de la parte a un cuerpo en el primer pico, mientras que existe disminuciones del 14 y 20% respectivamente en los dos siguientes; esto constituye una irregularidad importante respecto a los demás casos y la razón de ello estriba en el hecho de que la contribución "seagull" se anula para un momento transferido ligeramente superior al valor de q para el que la parte a un cuerpo presenta su segundo máximo (ver figura 18). Esto, unido a que el segundo máximo de $|F_T^{(SG)}(q)|$ es pequeño (~13%) comparado con la contribución a un cuerpo, hace que el factor de forma total sea inferior al correspondiente a la parte a un cuerpo en esta ocasión. Análogas razones pueden aducirse para explicar la circunstancia similar del tercer máximo.

En definitiva, el análisis que hemos realizado acerca de la importancia de las contribuciones de las corrientes mesónicas de intercambio al factor de

forma del proceso de difusión de electrones por núcleos de capa cerrada nos permite establecer dos conclusiones importantes. La primera hace referencia al hecho de que dichas contribuciones alcanzan valores $\sim 15\%$ de la contribución a un cuerpo para valores del momento transferido entre 1 y 2fm^{-1} . En segundo lugar, esos porcentajes aumentan hasta valores entre el 50 y el 70% en la zona de momentos transferidos por encima de los 3fm^{-1} con la excepción ya señalada del caso del $|12^-; 6.43\text{MeV}\rangle$ del ^{208}Pb .

Hasta ahora, la detección de los efectos de las corrientes mesónicas de intercambio en los procesos de difusión de electrones por núcleos pesados no ha podido realizarse debido a dos circunstancias. Por un lado, las contribuciones de dichas corrientes al factor de forma de estos procesos no son lo suficientemente importantes alrededor del primer máximo de "scattering" como para que la comparación con los datos experimentales permita su identificación. Por otro, en la zona en que los efectos de los grados no nucleónicos de libertad son del mismo orden de magnitud que las contribuciones a un cuerpo, esto es por encima de los 2fm^{-1} , no existen medidas experimentales. Cabe esperar, sin embargo, que la puesta en marcha de la nueva generación de aceleradores de electrones y espectrómetros de alta resolución, con los que se podrán alcanzar los 4 ó 5fm^{-1} de momento transferido, permita poner de manifiesto de forma inequívoca la influencia en este tipo de experimentos de los grados no nucleónicos de libertad dado que, como acabamos de comentar más arriba, éstos tienen una gran importancia en esa zona de momento transferido.

III.4.4. Comparación con los datos experimentales.

Una vez que hemos evaluado y analizado las contribuciones de las partes a dos cuerpos al factor de forma vamos a comparar nuestros resultado teóricos con los datos experimentales disponibles. Esta comparación se lleva a cabo en las figuras 20-24 en las que hemos representado (salvo en la figura 23), además de los cuadrados de los factores de forma que hemos indicado en la discusión llevada a cabo en el apartado anterior, el cuadrado del factor de forma total en C.C.R.P.A. (línea continua).

Las figuras 20 y 21 muestran, junto con los valores calculados que acabamos mencionar, los datos experimentales para los casos de los estados 4^- del ^{16}O (Ber82) y 1^+ del ^{48}Ca (Ste83). En los cálculos hemos utilizado las energías y funciones de onda que proporciona la R.P.A. y que son

$4^-; E=18.940460\text{MeV}$		
	X	Y
$ 1d_{5/2} 1p_{3/2}^{-1}\rangle_{\pi}$	-0.7075920894	0.0239893460
$ 1d_{5/2} 1p_{3/2}^{-1}\rangle_{\nu}$	0.7074348905	-0.0239833384

para el primero de ellos que se observa a una energía de 18.98MeV y

$1^+; E=10.368647\text{MeV}$		
	X	Y
$ 2d_{5/2} 1d_{3/2}^{-1}\rangle_{\nu}$	0.125730061	-0.011046634
$ 1f_{5/2} 1f_{7/2}^{-1}\rangle_{\nu}$	1.00640073	-0.168903684

para el segundo, cuya energía experimental es de 10.23MeV. En la figura 20 puede verse que los valores teóricos que proporciona la R.P.A. caen por encima de los datos experimentales; estos últimos sólo dan cuenta del 41% de aquéllos alrededor del primer máximo de "scattering", lo que concuerda con lo indicado por Bertozzi (Ber82). Consideraciones similares pueden hacerse para la figura 21 correspondiente al estado 1^+ del ^{48}Ca .

En las figuras 22-24 hemos representado los resultados obtenidos para los tres estados del ^{208}Pb que estamos estudiando, esto es, el $|14^-; 6.74\text{MeV}\rangle$, el $|12_1^-; 6.43\text{MeV}\rangle$ y el $|12_2^-; 7.06\text{MeV}\rangle$ respectivamente, y su comparación con los recientes datos experimentales de Lichtenstadt et al. (Lic79a,b). Las energías y funciones de onda que proporciona la R.P.A. para estos tres estados y que nosotros hemos utilizado en nuestros cálculos son

$14^-; E=6.733535\text{MeV}$		
	X	Y
$ 1j_{15/2} 1i_{13/2}^{-1}\rangle_{\nu}$	-1.00017254	0.0185770903

para el 14^- que se observa a 6.74MeV de energía,

$12^-; E=6.538058\text{MeV}$		
	X	Y
$ 1i_{13/2} \ 1h_{11/2}^{-1}\rangle_\pi$	-0.2068368080	-0.0033325931
$ 1j_{15/2} \ 1i_{13/2}^{-1}\rangle_\nu$	-0.9783891090	0.0039507031

para el 12_1^- , cuya energía experimental es de 6.43MeV, y

$12^-; E=7.065862\text{MeV}$		
	X	Y
$ 1i_{13/2} \ 1h_{11/2}^{-1}\rangle_\pi$	0.9786152190	-0.0200543326
$ 1j_{15/2} \ 1i_{13/2}^{-1}\rangle_\nu$	-0.2068470020	0.0084412446

para el 12_2^- , que es observado a 7.06MeV.

Es interesante destacar, en primer lugar, que en las figuras 22 y 25, que corresponden a los estados 14^- y 12_2^- , se observa una situación análoga a la que ya hemos comentado para los estados 4^- del ^{16}O y 1^+ del ^{48}Ca en el sentido de que los resultados teóricos encontrados en la R.P.A. sobreestiman los datos experimentales; en efecto, estos últimos constituyen, alrededor del primer máximo de difusión, un 48 y un 35% de los valores teóricos, respectivamente para ambos estados. Por el contrario, en la figura 23 que corresponde al estado 12_1^- se observa que esos valores teóricos caen por debajo de los experimentales. Ello se debe fundamentalmente a que las componentes de partícula-hueco de la función de onda nuclear interfieren destructivamente en este estado, lo que no se produce en los demás casos analizados. Dechargé et al. (Dec81) muestran para este estado 12_1^- resultados en acuerdo cualitativo con los arriba indicados.

De aquí podemos concluir que el efecto de muchos cuerpos o mezcla de configuraciones de partícula-hueco en la función de onda nuclear, resulta relativamente importante, en especial si la interferencia es destructiva.

No obstante todo esto, hemos de poner de manifiesto llegados a este punto la circunstancia de que si consideramos para las funciones de onda de los distintos estados sólo las configuraciones partícula-hueco dominantes, al igual que hacen otros autores (Kre80) (Suz82,83), los valores teóricos caen por encima de los datos experimentales en todos los casos, obteniéndose un buen acuerdo con los resultados de los citados autores.

En lo que sigue, y a fin de evitar en lo posible las ambigüedades al máximo en el estudio de los efectos de las corrientes mesónicas de intercambio en núcleos pesados, no vamos a considerar de momento el caso del estado 12_1^- del ^{208}Pb , limitándonos a analizar los cuatro restantes.

A la vista de los resultados que acabamos de comentar, aparece como resultado general, con la excepción ya discutida, una sobreestimación de los datos experimentales por los cálculos teóricos en la R.P.A.. La inclusión de los grados de libertad a $2p-2h$ vía la C.C.R.P.A., siguiendo con el modelo de estructura nuclear que hemos adoptado, nos permite dividir los cuatro estados en que estamos interesados en dos grupos, atendiendo principalmente al efecto que dicha consideración produce en los resultados que les corresponden.

La consideración de funciones de onda del tipo C.C.R.P.A. da lugar a una disminución del factor de forma en un 10% en el caso del estado 4^- y una cantidad algo superior en el 1^+ . Estas disminuciones son insuficientes para lograr un buen acuerdo con los datos experimentales, como puede verse en las figuras 20 y 21 respectivamente.

En el caso del estado 1^+ , el método alternativo de la polarización del "core" en primer orden de perturbaciones, tampoco permite explicar cuantitativamente la totalidad de la discrepancia encontrada (Ste83).

Esta sobreestimación del factor de forma es analizada en el caso del estado 1^+ con profusión en la literatura, siendo diversos los mecanismos considerados para su explicación y que no hemos tenido en cuenta en nuestra teoría. De todos ellos quizá el más importante sea la inclusión en la función de onda nuclear de las componentes del tipo $\Delta-h$ (Suz81) (Ste83) (Wei83). En la actualidad constituye un problema de gran interés (Ose79) (Tow79) (Suz81) (Koh82) (Ric83) (Ste83) (Tow83) (Wei83) el constatar si este efecto por sí mismo o junto con otros, como son los de polarización del "core" en órdenes superiores de perturbaciones, correlaciones tensoriales, corrientes de

intercambio de tipo isóbaro, etc., es capaz de reducir el factor de forma teórico y acercarlo más a los valores experimentales.

El caso del estado 4^- del ^{16}O está mucho menos estudiado; cabe esperar sin embargo que fenómenos análogos a los que acabamos de señalar jueguen un papel importante.

Por todo ello se hace necesario y urgente llevar a cabo el cálculo del factor de forma de estos dos estados teniendo en cuenta las componentes Δ -h en sus funciones de onda nucleares, lo que puede realizarse generalizando de forma sencilla y directa nuestra teoría.

La situación de los estados 14^- y 12_2^- del ^{208}Pb es diferente. Como puede verse en las figuras 23 y 25, la consideración de funciones de onda nucleares del tipo C.C.R.P.A. hace que el factor de forma presente un buen acuerdo con los datos experimentales. En particular se han tenido en cuenta las contribuciones a $2p-2h$ debidas al acoplamiento de los fonones $|3^-; 2.62\text{MeV}\rangle$ y $|5^-; 3.19\text{MeV}\rangle$ con los correspondientes estados monoparticulares, encontrándose reducciones mayores que el 50% en el factor de forma en ambos casos. Nuestros resultados, que incluyen las contribuciones a dos cuerpos, completan los de Krewald y Speth (Kre80) ya que estos autores sólo muestran la influencia de los grados de libertad a $2p-2h$ en la parte a un cuerpo del factor de forma y contemplan únicamente la componente dominante en la función de onda nuclear.

Estos dos estados han sido estudiados también por los grupos de Hamoto (Ham80) y Arima (Suz82,83) por medio del método de la polarización del "core" en primer orden de perturbaciones que hemos esbozado en el apartado III.2.3. Las reducciones que obtienen en el factor de forma no suprimen totalmente las diferencias, siendo necesario por tanto acudir a órdenes de perturbación superiores, con la complicación adicional que ello supodría. Además, y al igual que Krewald y Speth, sólo consideran la contribución dominante en cada uno de los estados.

Recientemente Pandharipande y colaboradores (Pan84) han propuesto una tercera vía para explicar la diferencia entre teoría y experimento. Según ellos, la modificación de la probabilidad de ocupación de los niveles monoparticulares cercanos al nivel de Fermi permite dar cuenta de la reducción del factor de forma. Sin embargo cálculos microscópicos rigurosos (Con84b) (ver (Con84a) para una descripción del método) no ponen de manifiesto tal reducción.

Para finalizar hemos de indicar que, a diferencia de lo ya comentado para los estados 4^- y 1^+ , en los estados del ^{208}Pb que acabamos de estudiar no juega ningún papel importante la inclusión de las contribuciones Δ -h debido a su carácter de alto spin, como ya ha sido puesto de manifiesto en algunos casos particulares por otros autores (Suz81) (Ber82).

A lo largo de este capítulo hemos llevado a cabo un análisis exhaustivo de la influencia de las corrientes piónicas de intercambio en los procesos de "scattering" de electrones por núcleos atendiendo no sólo a su contribución al factor de forma de dicho proceso sino también a la importancia del potencial nuclear medio y de las partes a uno y dos cuerpos entre sí. No obstante, dicho estudio es incompleto si estamos interesados en una comparación detallada con la experiencia.

Los efectos de las correlaciones tensoriales de corto alcance, de las corrientes de intercambio que involucran mesones ρ y de las corrientes de isóbaro así como los efectos relativistas deben ser estudiados en el marco de nuestra teoría.

Respecto de las correlaciones tensoriales de corto alcance hemos de indicar que a pesar del estudio detallado de Mathiot y Desplanques (Mat81a,b) es necesario analizarlas en profundidad a fin de poder incluirlas en el formalismo que hemos desarrollado, ya que su contribución puede ser en algunos casos importante (Tow83).

Por otra parte, al incluir las corrientes de intercambio de mesones ρ y las de tipo isóbaro se presentan cancelaciones entre los efectos debidos a ambas (Som78) (Ris83) (Suz83) por lo que requerirán una evaluación detallada.

Es conocido también (Fri77a) el hecho de la importancia de los efectos relativistas, que constituyen una fuente de ambigüedades en el tratamiento de las corrientes de intercambio, y la necesidad de incluir su estudio en cualquier trabajo cuyo objetivo sea el análisis de los efectos de dichas corrientes.

No hemos de olvidar tampoco que las contribuciones del tipo Δ -h deben tenerse en cuenta en la función de onda nuclear en algunos casos particulares.

Por último recordemos también que el cálculo en aproximación de Born con ondas distorsionadas es necesario, sobre todo, cuando pretendamos extraer información de la zona del segundo máximo de difusión, en la que como hemos visto anteriormente los efectos de las corrientes mesónicas de intercambio son más importantes.

La consideración de todos estos fenómenos como generalización del método que aquí hemos desarrollado permitirá dar un paso cuantitativo en el estudio de las propiedades nucleares relacionadas con sus constituyentes no nucleónicos.

IV. APROXIMACION DEL PROPAGADOR EFECTIVO.

En este capítulo hacemos una hipótesis, que hemos denominado aproximación del propagador efectivo, acerca del propagador de los piones en el medio nuclear. Dicha hipótesis nos permite evaluar las contribuciones de las corrientes mesónicas de intercambio al factor de forma del proceso que estamos estudiando con un esfuerzo de cálculo comparable al necesario para obtener la parte a un cuerpo de dicho factor de forma. En el primer apartado describimos esta aproximación para mostrar a continuación las expresiones de las contribuciones de las corrientes mesónicas de intercambio en ella. Seguidamente analizamos estas contribuciones para los mismos casos que hemos estudiado en el capítulo anterior, comparando los resultados con los exactos allí obtenidos a fin de mostrar su validez. Finalmente estudiamos la posibilidad de expresar dichas contribuciones en términos de magnitudes macroscópicas nucleares (densidades de nucleones, de energía cinética, de spin-órbita, etc.).

IV.1. DESCRIPCION DE LA APROXIMACION.

La aproximación del propagador efectivo (A.P.E.) que introducimos en este capítulo se basa en la suposición de que el propagador de los piones virtuales intercambiados entre los nucleones es independiente de su momento lineal y presenta una forma efectiva \tilde{v}_π (de ahí el nombre que hemos dado a la aproximación). El uso de esta aproximación da lugar a una simplificación drástica de las expresiones (III.3.9), (III.3.11), (III.3.14) y (III.3.18) para las contribuciones de las corrientes mesónicas de intercambio al factor de forma del proceso (e,e') y conlleva un considerable ahorro de tiempo de cálculo de ordenador.

Como vimos en el capítulo III las integrales que aparecen en las expresiones a las que nos hemos referido antes no pueden evaluarse de forma analítica. Sin embargo, las condiciones que impone la A.P.E. hacen que las integrales $\mathfrak{F}_{nm}(L,x)$ definidas por (I.3.7) puedan reducirse a la forma

$$\mathfrak{F}_{nm}(L,x) \underset{v_\pi(k) \sim \tilde{v}_\pi}{\sim} \tilde{v}_\pi \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_n + \chi_m + 2}{x} \right) \mathbb{R}_n(x) \mathbb{R}_m(x) \right\} \quad (\text{IV.1.1})$$

sin más que tener en cuenta la relación de ortogonalidad de las funciones esféricas de Bessel (Mes73)

$$\int_0^{\infty} dk k^2 j_1(kx) j_1(kx') = \frac{1}{2} \frac{\pi}{x} \delta(x-x') \quad (IV.1.2)$$

Si llevamos la ecuación (IV.1.1) a las correspondientes contribuciones de las corrientes mesónicas de intercambio es posible evaluar las sumas en L_1 y L_2 que en ellas aparecen, quedando simplificadas a expresiones similares a la (III.2.2) que nos da la parte a un cuerpo del mismo factor de forma. Veamos ahora como quedan esas contribuciones en el marco de esta aproximación.

IV.1.1. Parte piónica.

Las expresiones (III.3.9) y (III.3.11) nos dan las contribuciones (a $1p-1h$ y $2p-2h$) de la parte piónica. Si tenemos en cuenta (IV.1.1), la primera de ellas se reduce a la ecuación

$$\begin{aligned} \langle J | \hat{T}_J^{\text{mag}(\pi)}(q) | C \rangle_{(1p-1h)}^{(A.P.E.)} = & \\ = 4i \frac{\hat{J}}{\sqrt{4\pi}} \frac{f_\pi^2}{m_\pi^2} \frac{1}{v_\pi^2} \sum_{Ph} [X_J^*(Ph) + (-)^{J+1} Y_J^*(Ph)] C_p^* \xi(1_p+1_h^{J+1}) \hat{j}_p \hat{j}_h & \\ \sum_{h' < F} (-)^{j_{h'}+j_h} \hat{j}_{h'}^2 [\delta_{ph, v} \delta_{h', \pi} - \delta_{ph, \pi} \delta_{h', v}] & \\ \int dx x j_J(qx) \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_p + \chi_{h'} + 2}{x} \right) R_p(x) R_{h'}(x) \right\} & \\ \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_{h'} + \chi_h + 2}{x} \right) R_{h'}(x) R_h(x) \right\} & \\ \sum_{L_1 L_2} \xi(1_p+1_{h'}+L_1+1) \xi(1_{h'}+1_h+L_2+1) \hat{L}_1^2 \hat{L}_2^2 [L_2(L_2+1)]^{1/2} & \\ \left\{ \begin{matrix} L_1 & L_2 & J \\ j_h & j_p & j_{h'} \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} L_2 & J & L_1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_p & j_{h'} & L_1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_{h'} & j_h & L_2 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} & \end{aligned} \quad (IV.1.3)$$

y sólo queda llevar a efecto la suma en L_1 y L_2 . Así, considerando la regla de

suma (Rot59)

$$\sum_{m_3} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & j_3 \\ n_1 & n_2 & -m_3 \end{pmatrix} = \tag{IV.1.4}$$

$$= \sum_{l_3 n_3} (-)^{j_3+l_3+m_1+n_1} \hat{l}_3^2 \begin{Bmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ l_1 & l_2 & l_3 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & j_2 & l_3 \\ n_1 & m_2 & n_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_1 & l_2 & l_3 \\ m_1 & n_2 & -n_3 \end{pmatrix}$$

y la relación

$$\begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ 1/2 & -3/2 & 1 \end{pmatrix} = (-)^{j_1+l_1+1/2} \frac{1}{\sqrt{x_2-1}} \left[\frac{j_3(j_3+1)}{1+l_2+j_3+1} - x_1 \right] \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} \tag{IV.1.5}$$

es sencillo obtener para la suma sobre L_1

$$\begin{aligned} & \xi(1_p+1_h+J+1) \sum_{L_1} \xi(1_p+1_h'+L_1+1) \hat{L}_1^2 \begin{Bmatrix} L_1 & L_2 & J \\ j_h & j_p & j_{h'} \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} L_2 & J & L_1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_p & j_{h'} & L_1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} = \\ & = \xi(1_p+1_h+J+1) \frac{1}{2} (-)^{1_p} \begin{pmatrix} j_p & j_h & J \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} \tag{IV.1.6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{(-)^{j_h+j_{h'}}}{\sqrt{x_h-1}} \left[\frac{J(J+1)}{x_p+x_h} - x_p \right] \begin{pmatrix} j_{h'} & j_h & L_2 \\ 1/2 & -3/2 & 1 \end{pmatrix} + \right. \\ & \left. + (-)^{j_h+1_{h'}+1/2} \begin{pmatrix} j_{h'} & j_h & L_2 \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} \right\} \end{aligned}$$

Para calcular la suma en L_2 basta tener en cuenta que (Bri68)

$$\begin{aligned} & [(c\mp\gamma)(c\pm\gamma+1)]^{1/2} \begin{pmatrix} a & b & c \\ \alpha & \beta & \gamma\pm 1 \end{pmatrix} + [(a\mp\alpha)(a\pm\alpha+1)]^{1/2} \begin{pmatrix} a & b & c \\ \alpha\pm 1 & \beta & \gamma \end{pmatrix} + \\ & + [(b\mp\beta)(b\pm\beta+1)]^{1/2} \begin{pmatrix} a & b & c \\ \alpha & \beta\pm 1 & \gamma \end{pmatrix} = 0 \tag{IV.1.7} \end{aligned}$$

y la relación de ortogonalidad de los símbolos 3-j (Rot59)

$$\sum_{j_3 m_3} \hat{j}_3^2 \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m'_1 & m'_2 & m_3 \end{pmatrix} = \delta_{m_1 m'_1} \delta_{m_2 m'_2} \quad (\text{IV.1.8})$$

con lo que finalmente queda

$$\begin{aligned} & \xi(1_p + 1_h + J + 1) \sum_{L_1 L_2} \xi(1_p + 1_{h'} + L_1 + 1) \xi(1_{h'} + 1_h + L_2 + 1) \hat{L}_1^2 \hat{L}_2^2 [L_2(L_2 + 1)]^{1/2} \\ & \begin{Bmatrix} L_1 & L_2 & J \\ j_h & j_p & j_{h'} \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} L_2 & J & L_1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_p & j_{h'} & L_1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_{h'} & j_h & L_2 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} = \\ & = \frac{1}{4} \xi(1_p + 1_h + J + 1) (-)^{1_p} (-)^{j_h + j_{h'}} \begin{pmatrix} j_p & j_h & J \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} \left[\chi_p + \chi_h + \chi_{h'} - \frac{J(J+1)}{\chi_p + \chi_h} \right] \end{aligned} \quad (\text{IV.1.9})$$

Llevando este resultado al elemento de matriz reducido (IV.1.3) queda para la parte a $1_p - 1_h$ de la contribución piónica

$$\begin{aligned} \langle J \| \hat{T}_J^{\text{mag}(\pi)}(q) \| C \rangle_{(1_p - 1_h)}^{(\text{A.P.E.})} &= i \frac{\hat{J}}{\sqrt{4\pi}} \frac{f_\pi^2}{m_\pi^2} \tilde{v}_\pi^2 \\ & \sum_{\text{Ph}} [X_J^*(\text{Ph}) + (-)^{J+1} Y_J^*(\text{Ph})] C_p^* (-)^{1_p} \xi(1_p + 1_h + J + 1) \hat{j}_p \hat{j}_h \begin{pmatrix} j_p & j_h & J \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} \\ & \sum_{h' < F} \hat{j}_{h'}^2 \left[\chi_p + \chi_h + \chi_{h'} - \frac{J(J+1)}{\chi_p + \chi_h} \right] \left[\delta_{\text{ph}, \nu} \delta_{h', \pi} - \delta_{\text{ph}, \pi} \delta_{h', \nu} \right] \end{aligned} \quad (\text{IV.1.10})$$

$$\int dx x j_J(qx) \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_p + \chi_{h'} + 2}{x} \right) \mathbb{R}_p(x) \mathbb{R}_{h'}(x) \right\}$$

$$\left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_{h'} + \chi_h + 2}{x} \right) \mathbb{R}_{h'}(x) \mathbb{R}_h(x) \right\}$$

Veamos ahora la parte a $2_p - 2_h$. De las ecuaciones (III.3.11) y (IV.1.1) tenemos

$$\langle J || \hat{T}_J^{\text{mag}(\pi)}(q) || C \rangle_{(2p-2h)}^{(A.P.E.)} = -4i \frac{j}{\sqrt{4\pi}} \frac{f_\pi^2}{m_\pi^2} \tilde{v}_\pi^2$$

$$\sum_{Ph} [X_J^*(Ph) + (-)^{J+1} X_J^*(Ph)] \hat{j}_p \hat{j}_h \sum_{\alpha v} C_p^*(\alpha v) (-)^{j_h+j_v} \hat{j}_\alpha \hat{j}_v \quad (IV.1.11)$$

$$\sum_{mi} X_J^*(mi) \xi(1_v+1_m+1_i+1_h+J+1) \hat{j}_m \hat{j}_i [\delta_{vh,v} \delta_{mi,\pi} - \delta_{vh,\pi} \delta_{mi,v}]$$

$$\left\{ dx \ x \ j_J(qx) \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_v + \chi_i + 2}{x} \right) R_v(x) R_i(x) \right\} \right. \\ \left. \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_m + \chi_h + 2}{x} \right) R_m(x) R_h(x) \right\} \right.$$

$$\sum_{L_1 L_2} (-)^{L_1} \xi(1_v+1_i+L_1+1) \xi(1_m+1_h+L_2+1) \hat{L}_1^2 \hat{L}_2^2 [L_2(L_2+1)]^{1/2}$$

$$\begin{Bmatrix} L_1 & L_2 & J \\ j_h & j_p & j_m \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j_v & j_p & j_\alpha \\ j_m & j_i & L_1 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} L_2 & J & L_1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_v & j_i & L_1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_m & j_h & L_2 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

Haciendo uso de (IV.1.4), (IV.1.5) y (IV.1.7) es posible evaluar la suma sobre L_2 que se reduce a

$$\sum_{L_2} \xi(1_m+1_h+L_2+1) \hat{L}_2^2 [L_2(L_2+1)]^{1/2} \begin{Bmatrix} L_1 & L_2 & J \\ j_h & j_p & j_m \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} L_2 & J & L_1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_m & j_h & L_2 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} (-)^{j_m+j_h+1_m+L_1+1} \begin{pmatrix} j_v & j_h & J \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} \quad (IV.1.12)$$

$$\left\{ \left[\chi_m + \chi_h + (-)^{1_p+1_m+L_1} \left(\frac{J(J+1)}{1_p+1_h+J+1} - \chi_p \right) \right] \begin{pmatrix} j_m & j_p & L_1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} - \right.$$

$$\left. - \sqrt{\frac{\chi_m^2-1}{\chi_p^2-1}} \left[\frac{J(J+1)}{\chi_h+(-)^{1_p+1_m+L_1} \chi_p} - \chi_h \right] \begin{pmatrix} j_m & j_p & L_1 \\ 3/2 & -3/2 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

El cálculo de la suma sobre L_1 es ahora simple y basta aplicar de nuevo la

regla de suma (IV.1.4). El valor de la parte a 2p-2h de la contribución piónica resulta finalmente en la A.P.E.

$$\langle \hat{T}_J^{\text{mag}(\pi)}(q) \parallel C \rangle_{(2p-2h)}^{(A.P.E.)} = i \frac{\hat{J}}{\sqrt{4\pi}} \frac{f_\pi^2}{m_\pi^2} \tilde{v}_\pi^2$$

$$\sum_{\text{Ph}} [X_J^*(\text{Ph}) + (-)^{J+1} Y_J^*(\text{Ph})] \hat{j}_p \hat{j}_h \begin{pmatrix} j_p & j_h & J \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\sum_{\alpha\nu} C_p^*(\alpha\nu) (-)^{j_p+j_\nu+J_\alpha} \hat{j}_\alpha \hat{j}_\nu \quad (\text{IV.1.13})$$

$$\sum_{mi} X_{J_\alpha}^*(mi) \xi(1_\nu+1_m+1_i+1_h) \hat{j}_m \hat{j}_i [\delta_{\nu h, \nu} \delta_{mi, \pi} - \delta_{\nu h, \pi} \delta_{mi, \nu}]$$

$$\left\{ \left[\chi_p + \chi_h + \chi_m - \frac{J(J+1)}{\chi_p + \chi_h} \right] \left[(-)^{l_m} \begin{pmatrix} J_\alpha & j_\nu & j_p \\ -1 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_m & j_i & J_\alpha \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} \right. \right.$$

$$\left. + (-)^{j_\nu+j_m+1_h+J_\alpha+J} \begin{pmatrix} J_\alpha & j_\nu & j_p \\ 0 & -1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_m & j_i & J_\alpha \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \right] -$$

$$- \sqrt{\frac{\chi_m^2-1}{\chi_p^2-1}} \left[\chi_h - \frac{J(J+1)}{\chi_p + \chi_h} \right] \left[(-)^{l_m} \begin{pmatrix} J_\alpha & j_\nu & j_p \\ -2 & 1/2 & 3/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_m & j_i & J_\alpha \\ -3/2 & -1/2 & 2 \end{pmatrix} \right. +$$

$$\left. + (-)^{j_\nu+j_i+1_h+J+1} \begin{pmatrix} J_\alpha & j_\nu & j_p \\ -1 & -1/2 & 3/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_m & j_i & J_\alpha \\ -3/2 & 1/2 & 1 \end{pmatrix} \right] \Bigg\}$$

$$\int dx x j_J(qx) \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_\nu + \chi_i + 2}{x} \right) \mathcal{R}_\nu(x) \mathcal{R}_i(x) \right\}$$

$$\left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_m + \chi_h + 2}{x} \right) \mathcal{R}_m(x) \mathcal{R}_h(x) \right\}$$

donde hemos tenido en cuenta que el estado $|JM_J\rangle$ es magnético y por tanto l_p+1_h+J ha de ser impar. Como vemos esta expresión es mucho más complicada que la (IV.1.10) para la parte a 1p-1h; además la posibilidad de reducir las parejas de símbolos 3-j a una cualquiera de ellas lleva asociada la aparición numerosos factores que la harían aún más compleja.

IV.1.2. Parte "seagull".

La parte a $1p-1h$ de la contribución "seagull" viene dada por (III.3.14); su valor en la A.P.E. es particularmente sencillo de obtener. En efecto, si sustituimos (IV.1.1) en dicha ecuación podemos escribir

$$\begin{aligned} \langle J \parallel \hat{T}_J^{\text{mag(SG)}}(q) \parallel C \rangle_{(1p-1h)}^{(A.P.E.)} &= -2i \frac{\hat{J}}{\sqrt{4\pi}} \frac{f_\pi^2}{m_\pi^2} \tilde{v}_\pi \\ &\sum_{Ph} [X_J^*(Ph) + (-)^{J+1} Y_J^*(Ph)] C_p^* (-)^{1p} \xi(1_{p+1_h+J+1}) \hat{j}_p \hat{j}_h \begin{pmatrix} j_p & j_h & J \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} \\ &\sum_{h' < F} \hat{j}_{h'}^2 [\delta_{ph, v h', \pi} - \delta_{ph, \pi h', v}] \\ &\left\{ \int dx x^2 j_J(qx) \mathbb{R}_{h'}(x) \mathbb{R}_h(x) \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_p + \chi_{h'} + 2}{x} \right) \mathbb{R}_p(x) \mathbb{R}_{h'}(x) \right\} \right. \\ &\sum_{L_1} \xi(1_{p+1_h+L_1+1}) \hat{L}_1^2 \begin{pmatrix} j_p & j_{h'} & L_1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}^2 \\ &+ \int dx x^2 j_J(qx) \mathbb{R}_p(x) \mathbb{R}_{h'}(x) \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_{h'} + \chi_h + 2}{x} \right) \mathbb{R}_{h'}(x) \mathbb{R}_h(x) \right\} \\ &\left. \sum_{L_2} \xi(1_{h'+1_h+L_2+1}) \hat{L}_2^2 \begin{pmatrix} j_{h'} & j_h & L_2 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}^2 \right\} \end{aligned} \quad (IV.1.14)$$

y las sumas sobre L_1 y L_2 se calculan de forma trivial con (IV.1.8) resultando

$$\begin{aligned} \langle J \parallel \hat{T}_J^{\text{mag(SG)}}(q) \parallel C \rangle_{(1p-1h)}^{(A.P.E.)} &= -i \frac{\hat{J}}{\sqrt{4\pi}} \frac{f_\pi^2}{m_\pi^2} \tilde{v}_\pi \\ &\sum_{Ph} [X_J^*(Ph) + (-)^{J+1} Y_J^*(Ph)] C_p^* (-)^{1p} \xi(1_{p+1_h+J+1}) \hat{j}_p \hat{j}_h \begin{pmatrix} j_p & j_h & J \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} \\ &\sum_{h' < F} \hat{j}_{h'}^2 [\delta_{ph, v h', \pi} - \delta_{ph, \pi h', v}] \\ &\int dx x^2 j_J(qx) \left[\mathbb{R}_{h'}(x) \mathbb{R}_h(x) \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_p + \chi_{h'} + 2}{x} \right) \mathbb{R}_p(x) \mathbb{R}_{h'}(x) \right\} + \right. \\ &\left. + \mathbb{R}_p(x) \mathbb{R}_{h'}(x) \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_{h'} + \chi_h + 2}{x} \right) \mathbb{R}_{h'}(x) \mathbb{R}_h(x) \right\} \right] \end{aligned} \quad (IV.1.15)$$

Ahora sólo nos resta por evaluar la parte a 2p-2h de la contribución "seagull". Si llevamos la ecuación (IV.1.1) a (III.3.18) obtenemos su expresión en la A.P.E. que viene dada como sigue

$$\langle J \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(SG)}(q) \parallel C \rangle_{(2p-2h)}^{(A.P.E.)} = 2i \frac{\hat{J}}{\sqrt{4\pi}} \frac{f_\pi^2}{m_\pi^2} \tilde{v}_\pi$$

$$\sum_{Ph} [X_J^*(Ph) + (-)^{J+1} Y_J^*(Ph)] \hat{j}_p \hat{j}_h \sum_{\alpha\nu} C_p^*(\alpha\nu) \hat{j}_\alpha \hat{j}_\nu$$

$$\sum_{mi} X_{J\alpha}^*(mi) (-)^{j_\nu+j_m} \xi(1_\nu+1_m+1_i+1_h+J+1) \hat{j}_m \hat{j}_i [\delta_{\nu h, \nu} \delta_{mi, \pi} - \delta_{\nu h, \pi} \delta_{mi, \nu}]$$

$$\left\{ (-)^{1_m} \begin{pmatrix} j_p & j_h & J \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} \right. \quad (IV.1.16)$$

$$\int dx x^2 j_J(qx) R_m(x) R_h(x) \left\{ \frac{d}{dx} + \frac{\chi_\nu + \chi_i + 2}{x} \right\} R_\nu(x) R_i(x) \left. \right\}$$

$$\sum_{L_1} \xi(1_\nu+1_i+L_1+1) \hat{L}_1^2 \begin{Bmatrix} j_\nu & j_p & J_\alpha \\ j_m & j_i & L_1 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} j_p & j_m & L_1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_\nu & j_i & L_1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} +$$

$$+ (-)^{1_\nu} \int dx x^2 j_J(qx) R_\nu(x) R_i(x) \left\{ \frac{d}{dx} + \frac{\chi_m + \chi_h + 2}{x} \right\} R_m(x) R_h(x) \left. \right\}$$

$$\sum_{L_2} \xi(1_m+1_h+L_2+1) \hat{L}_2^2 \begin{pmatrix} j_m & j_h & L_2 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sum_M \begin{pmatrix} j_p & j_h & J \\ M-1/2 & -M-1/2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_m & j_h & L_2 \\ M+1/2 & -M-1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\left. \begin{pmatrix} j_m & j_i & J_\alpha \\ M+1/2 & 1/2 & -M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_\alpha & j_\nu & j_p \\ -M & 1/2 & M-1/2 \end{pmatrix} \right\}$$

La suma sobre L_1 puede evaluarse usando la regla de suma (IV.1.4); el resultado es como sigue

$$\sum_{L_1} \xi(1+l_i+L_1+1) \hat{L}_1^2 \begin{Bmatrix} j_v & j_p & J_\alpha \\ j_m & j_i & L_1 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} j_p & j_m & L_1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_v & j_i & L_1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2} (-)^{j_p+j_m+J_\alpha} \left\{ \begin{pmatrix} J_\alpha & j_v & j_p \\ -1 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_m & j_i & J_\alpha \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} + \right.$$

$$\left. + (-)^{j_v+j_m+l_v+l_i+J_\alpha+1} \begin{pmatrix} J_\alpha & j_v & j_p \\ 0 & -1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_m & j_i & J_\alpha \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \right\} \quad (\text{IV.1.17})$$

A continuación se calcula la suma sobre L_2 y M haciendo la primera de ellas con ayuda de (IV.1.8),

$$\sum_{L_2} \xi(1+l_m+l_h+L_2+1) \hat{L}_2^2 \begin{pmatrix} j_m & j_h & L_2 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_m & j_h & L_2 \\ M+1/2 & -M-1/2 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2} [\delta_{M,0} + (-)^{j_m+j_h+l_m+l_h+1} \delta_{M,-1}] \quad (\text{IV.1.18})$$

resultado que permite obtener también la suma sobre M . La expresión final para el elemento de matriz reducido (IV.1.16) es la siguiente

$$\langle J || \hat{T}_J^{\text{mag(SG)}}(q) || C \rangle_{(A.P., \dots)}^{(2p-2h)} = -i \frac{\hat{j}}{\sqrt{4\pi}} \frac{f_\pi^2}{m_\pi^2} \tilde{v}_\pi$$

$$\sum_{Ph} [X_J^*(Ph) + (-)^{J+1} Y_J^*(Ph)] \hat{j}_p \hat{j}_h \begin{pmatrix} j_p & j_h & J \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\sum_{\alpha v} C_p^*(\alpha v) (-)^{j_p+j_v+J_\alpha} \hat{j}_\alpha \hat{j}_v \tag{IV.1.19}$$

$$\sum_{mi} X_{J_\alpha}^*(mi) \xi_{(1_v+1_m+1_i+1_n+J+1)} \hat{j}_m \hat{j}_i [\delta_{v_h, v} \delta_{mi, \pi} - \delta_{v_h, \pi} \delta_{mi, v}]$$

$$\left\{ \left[(-)^{1_m} \begin{pmatrix} J_\alpha & j_v & j_p \\ -1 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_m & j_i & J_\alpha \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} + \right. \right. \\ \left. \left. + (-)^{j_v+j_m+1_h+J_\alpha+J} \begin{pmatrix} J_\alpha & j_v & j_p \\ 0 & -1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_m & j_i & J_\alpha \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \right]$$

$$\int dx x^2 j_J(qx) R_m(x) R_h(x) \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_v + \chi_i + 2}{x} \right) R_v(x) R_i(x) \right\} -$$

$$- \left[(-)^{j_v+j_m+1_v} \begin{pmatrix} J_\alpha & j_v & j_p \\ 0 & -1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_m & j_i & J_\alpha \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} + \right.$$

$$\left. + (-)^{j_v+1_v+1_m+1/2} \frac{1}{\sqrt{\chi_p^2-1}} \left[\chi_h - \frac{J(J+1)}{\chi_p + \chi_h} \right] \right]$$

$$\begin{pmatrix} J_\alpha & j_v & j_p \\ -1 & -1/2 & 3/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_m & j_i & J_\alpha \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} \Big]$$

$$\left\{ \int dx x^2 j_J(qx) R_v(x) R_i(x) \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_m + \chi_h + 2}{x} \right) R_m(x) R_h(x) \right\} \right\}$$

donde hemos tenido en cuenta de nuevo el carácter magnético del estado $|JM_J\rangle$. Como vemos, al igual que en el caso de la contribución piónica, la parte a $2p-2h$ aparece de forma mucho más complicada que la parte a $1p-1h$ y como en aquel caso la reducción a símbolos 3-j comunes a todos los sumandos supone una proliferación de términos no deseable en aras de una mayor claridad.

IV.2. OBTENCION DEL PROPAGADOR EFECTIVO.

Una vez que hemos obtenido las expresiones que, en el marco de la A.P.E., nos dan las contribuciones de las partes piónica y "seagull" al factor de forma del proceso que estamos considerando, vamos a tratar de encontrar la forma que debe tener el propagador efectivo para que dichas expresiones proporcionen los resultados más próximos a los exactos que hemos discutido en el capítulo III.

Antes de comenzar con este estudio hemos de indicar que no vamos a tener en cuenta los elementos de matriz que nos proporcionan las contribuciones de la parte puramente a 2p-2h de la función de onda en la C.C.R.P.A., puesto que, como ya indicamos en el apartado III.4.1 estas contribuciones son, en la práctica despreciables frente a las que provienen de la parte a 1p-1h de la propia función de onda.

La A.P.E. se basa, como hemos visto, en la suposición de que el propagador efectivo \tilde{v}_π no depende del momento del pión correspondiente. En las figuras 25-27 hemos representado los cocientes

$$\tilde{v}_\pi = \frac{\langle J | \hat{T}_J^{\text{mag}(SG)}(q) | C \rangle_{(1p-1h)}}{[\langle J | \hat{T}_J^{\text{mag}(SG)}(q) | C \rangle_{(1p-1h)}^{(A.P.E.)}] \tilde{v}_\pi = 1} \quad (\text{IV.2.1})$$

$$\tilde{v}_\pi^2 = \frac{\langle J | \hat{T}_J^{\text{mag}(\pi)}(q) | C \rangle_{(1p-1h)}}{[\langle J | \hat{T}_J^{\text{mag}(\pi)}(q) | C \rangle_{(1p-1h)}^{(A.P.E.)}] \tilde{v}_\pi = 1}$$

entre los elementos de matriz reducidos dados por las ecuaciones (III.3.9), (III.3.14), (IV.1.10) y (IV.1.15) para los cinco estados que venimos estudiando a lo largo de esta memoria. Se observa que dichos cocientes tienen un comportamiento monótonamente decreciente a medida que aumenta el momento transferido q , o sea que

$$\tilde{v}_\pi = \tilde{v}_\pi(q) \quad (\text{IV.2.2})$$

Antes de estudiar la forma explícita que hemos de elegir para $\tilde{v}_\pi(q)$ es

necesario poner de manifiesto el porqué de los picos más o menos pronunciados que aparecen en las figuras mencionadas y que rompen la forma suave de las curvas representadas en ellas. Esos picos se presentan en las zonas de los mínimos de "scattering" y se deben a que los valores del factor de forma calculados de forma exacta y por medio de la aproximación son mínimos para valores del momento transferido q ligeramente diferentes. Un análisis detallado de esas zonas se hace por tanto prácticamente imposible, máxime cuando para la contribución piónica el correspondiente cociente \tilde{v}_{π}^2 se hace negativo en algunos casos, lo cual carece de sentido.

Por todo ello no vamos a tener en cuenta los resultados obtenidos para los momentos transferidos que corresponden a esos mínimos limitándonos únicamente a encontrar una forma parametrizada del propagador efectivo $\tilde{v}_{\pi}(q)$ que permita reproducir los resultados correctos en las zonas de los máximos.

Las gráficas 25-27 nos muestran una clara diferencia entre los resultados obtenidos para el estado 4^{-} del ^{16}O y los estados estudiados en el ^{208}Pb por un lado y los que hemos encontrado para el estado 1^{+} del ^{48}Ca por otro en la zona de momento transferido $q \lesssim 1 \text{ fm}^{-1}$. Como puede verse en la figura 27, la parte "seagull" presenta, para este caso y en esta zona de q , unos valores del propagador efectivo \tilde{v}_{π} que están por debajo de los que debería tener para concordar con el resto de los valores que hemos calculado. En el caso de la contribución piónica obtenemos valores negativos de \tilde{v}_{π}^2 a bajos momentos transferidos; esto se debe a que el primer mínimo de difusión no es reproducido por la A.P.E. en este caso. Para los demás estados los resultados presentan una forma suave en ambas contribuciones.

Por otra parte, las tres figuras muestran resultados similares en todos los casos, para cada una de las dos contribuciones y para valores de q por encima de los 3 fm^{-1} . Vamos a analizar ahora por separado las dos contribuciones.

La figura 25 muestra para la parte de par los valores obtenidos en los casos de los estados 4^{-} del ^{16}O (línea discontinua punteada) y 14^{-} (línea discontinua), 12_1^{-} (línea discontinua doblemente punteada) y 12_2^{-} (línea punteada) del ^{208}Pb ; la parte superior de la figura 27 representa los valores correspondientes para el estado 1^{+} del ^{48}Ca (línea punteada).

En la figura 25 se aprecia una discrepancia entre los resultados correspondientes al estado 12_1^{-} del ^{208}Pb y los demás que aparecen en la misma

gráfica a bajos valores de q , aunque, como ya hemos dicho, coinciden a altos valores del momento transferido. La diferencia se debe al hecho de que este estado tiene una componente dominante que no es de tipo "alargado", mientras que sí lo son las de los demás. En cuanto al caso del 1^+ del ^{48}Ca , la presencia de muchos mínimos distorsiona excesivamente la forma de \tilde{v}_π , por lo que vamos a analizar, posteriormente, la forma del propagador efectivo para dicho estado.

Las características de la contribución piónica son similares a las que acabamos de señalar para la parte "seagull" en cuanto a los cuatro estados de alto spin (ver figura 26: las diferentes curvas corresponden a los mismos estados que en la gráfica anterior). La discrepancia que hemos encontrado para el estado 12_1^- en la contribución de la parte de par, aparece aquí amplificada; asimismo, y también a bajo momento q , el valor de \tilde{v}_π^2 está por encima de los demás casos para el estado 14^- . Es claro que como estamos representando en este caso los valores de \tilde{v}_π^2 , las discrepancias que ya aparecen para \tilde{v}_π en la parte "seagull" se muestran ahora más acentuadas. En cuanto al caso del 1^+ del ^{48}Ca , las características principales de \tilde{v}_π^2 (que hemos representado con línea punteada en la parte inferior de la figura 27) ya han sido puestas de manifiesto anteriormente.

El siguiente paso en nuestro análisis es encontrar la función concreta que represente el propagador efectivo. Las figuras 25-27 que acabamos de comentar sugieren la utilización de una función de la forma del propagador definido en el capítulo I. Nosotros vamos a elegir para \tilde{v}_π la expresión, más general que aquélla,

$$\tilde{v}_\pi(q) = \frac{1}{m^2 + \left(\frac{q}{k}\right)^2} \quad (\text{IV.2.3})$$

La elección de los parámetros que aparecen en esta ecuación la hemos hecho obligando a que los resultados obtenidos con la aproximación coincidan con los exactos en los valores de q para los que el factor de forma presenta máximos. Para los cuatro casos de alto spin hemos encontrados los valores

$$m = 1.40951\text{fm}^{-1}$$

$$k = 2.13367$$

(IV.2.4)

Para el caso del 1^+ del ^{48}Ca se obtienen unos parámetros que difieren bastante de los anteriores, siendo sus valores

$$m = 1.70388\text{fm}^{-1} \quad k = 2.98981 \quad (\text{IV.2.5})$$

En las figuras 25 y 26 hemos representado con línea continua, junto con los cocientes (IV.2.1), los valores de \tilde{v}_π y de \tilde{v}_π^2 , respectivamente, dados por la ecuación (IV.2.3) con los parámetros (IV.2.4). Puede verse el buen acuerdo de la parametrización sobre todo para valores del momento transferido por encima de los $\sim 3\text{fm}^{-1}$. En la figura 27 mostramos también las parametrizaciones correspondientes a los parámetros (IV.2.4) (línea continua) y (IV.2.5) (línea discontinua). Ambas parametrizaciones resultan válidas por encima de los 2fm^{-1} para las dos contribuciones; sin embargo, a bajos valores del momento transferido las discrepancias ya comentadas parecen insalvables.

IV.3. COMPARACION CON LOS RESULTADOS EXACTOS.

Una vez que hemos encontrado la parametrización para el propagador efectivo, vamos a proceder a la comparación con los resultados exactos. En las figuras 28-30 hemos representado con línea continua los valores de las cantidades $|F_T^{(SG)}(q)|$ y $|F_T^{(\pi)}(q)|$, definidas por (III.4.4), para los cinco estados que estamos analizando; con línea discontinua se muestran los resultados obtenidos dentro de la aproximación con la parametrización (IV.2.4); además, en la figura 30 se incluyen los resultados que hemos encontrado con los valores de m y k dados por (IV.2.5) y que hemos considerado en el caso particular del estado 1^+ del ^{48}Ca (línea punteada).

El acuerdo que se encuentra es muy bueno si exceptuamos los resultados obtenidos para el estado 1^+ del ^{48}Ca . Aparecen pequeñas discrepancias en la parte piónica para los estados 14^- y 12_1^- del ^{208}Pb que están ligadas a las desviaciones entre los valores resultantes de la parametrización y los del correspondiente cociente (IV.2.1) (ver figuras 25 y 26). Hemos de hacer hincapié de nuevo en que la contribución piónica es más sensible al propagador efectivo que la de par, debido a que éste aparece al cuadrado en la ecuación (IV.1.10) que nos da su valor.

Por su parte, la figura 30 muestra como hecho más significativo el que las

parametrizaciones proporcionan aproximaciones a los resultados exactos del 1^+ del ^{48}Ca mucho más pobres que las que hemos obtenido para los demás estados y sólo llegan a ser relativamente buenas cuando q es alto. Recordemos no obstante el hecho, puesto de manifiesto en el capítulo anterior, de la casi nula importancia de las contribuciones debidas a las corrientes mesónicas de intercambio en el primer máximo del factor de forma para este estado.

Podemos por tanto concluir que parece posible establecer una parametrización para el propagador efectivo, \tilde{v}_π , válida para aquellos estados que sean del tipo de alto spin. El caso del estado 1^+ del ^{48}Ca no puede tratarse dentro del marco general, siendo necesarios unos valores de los parámetros m y k particulares para obtener resultados aceptables; sin embargo, y dado que estos no son tan buenos como los logrados para los estados de alto spin, se hace imprescindible una investigación más extensa, acerca de otros estados y núcleos, que permita establecer si la A.P.E. puede ser considerada de forma general o, en su caso, qué estados son susceptibles de ser tratados con ella y bajo qué circunstancias.

Finalmente, es interesante destacar el siguiente hecho relativo a la significación física de la A.P.E.. Si volvemos sobre las ecuaciones (I.2.7) que nos dan la forma de las corrientes, vemos que el propagador del pión aparece al escribir la función $h(x)$ en términos de su transformada inversa de Fourier (ver ecuación (I.2.12)). La consideración de un propagador efectivo independiente del momento asociado al pión nos lleva a

$$h(x) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3q e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} \frac{1}{q^2 + m_\pi^2} \sim \frac{\tilde{v}_\pi}{(2\pi)^3} \int d^3q e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} = \tilde{v}_\pi \delta(x) \quad (\text{IV.3.1})$$

con lo que la interacción nucleón-nucleón pasaría de ser una interacción de alcance finito a una interacción de alcance cero o, lo que es lo mismo, la masa del pión intercambiado aparecería como una masa muy grande en el momento del intercambio.

Diversos autores (Kre74) (Deh77a,b) (Bro79) han hecho uso de la interacción residual de alcance cero de Landau-Migdal (ver capítulo II) obteniendo buenos resultados en la determinación de los espectros de baja y media energía de núcleos de capa cerrada. Esto no hace sino corroborar, en cierta forma, el que una suposición análoga, aunque referente a la influencia de las corrientes mesónicas de intercambio en los procesos de difusión de electrones, proporcione

resultados muy aceptables dentro de un marco relativamente amplio de estados y núcleos, como lo prueban los resultados que hemos obtenido y que acabamos de exponer.

IV.4. RELACION ENTRE LAS CORRIENTES MESONICAS DE INTERCAMBIO Y PROPIEDADES MACROSCOPICAS NUCLEARES.

La A.P.E. que hemos introducido y analizado a lo largo de los apartados anteriores, no sólo proporciona resultados que concuerdan de forma excelente con los resultados exactos obtenidos en el capítulo III, sino que, además, supone una gran simplificación de las expresiones que dan las contribuciones de las corrientes mesónicas de intercambio al factor de forma del proceso de difusión de electrones que estamos estudiando en esta memoria. En particular, las ecuaciones (IV.1.10) y (IV.1.15), que corresponden a la parte a 1p-1h de dichas contribuciones, se presentan en una forma especialmente sencilla, en la que resultan aparentes (obsérvese la suma sobre todos los estados de hueco h') diversas propiedades nucleares de carácter macroscópico, como densidades de nucleones, de energía cinética, etc..

Consideremos, siguiendo a Vautherin y Brink (Vau72) las magnitudes macroscópicas

$$\rho_q(\vec{x}) = \sum_{i\sigma} |\psi_i(\vec{x}, \sigma, q)|^2$$

$$\tau_q(\vec{x}) = \sum_{i\sigma} |\vec{\nabla} \psi_i(\vec{x}, \sigma, q)|^2 \quad (\text{IV.4.1})$$

$$\vec{J}_q(\vec{x}) = -i \sum_{i\sigma\sigma'} \psi_i^*(\vec{x}, \sigma, q) (\vec{\nabla} \times \vec{\sigma}_i) \psi_i(\vec{x}, \sigma', q)$$

que representan respectivamente la densidad de nucleones, la densidad de energía cinética y la densidad de spin-órbita y en las que ψ_i es la función de onda monoparticular. El subíndice q hace referencia a la carga nucleónica, lo que nos va a permitir considerar de forma independiente las densidades protónicas y neutrónicas.

Las densidades microscópicas definidas en (IV.4.1) se simplifican en el caso de núcleos de capa cerrada como los que estamos considerando en este

trabajo, ya que las funciones de onda monoparticulares vienen dadas por

$$\psi_i(x, \sigma, \tau) = R_{h'}(x) \mathcal{Y}_{1jm}(\hat{x}, \sigma) \chi_q(\tau) \quad (\text{IV.4.2})$$

con

$$\mathcal{Y}_{1jm}(\hat{x}, \sigma) = \sum_{m_1 m_s} \langle 1m_1 \frac{1}{2} m_s | jm \rangle Y_{1m_1}(\hat{x}) \chi_{m_s}(\sigma) \quad (\text{IV.4.3})$$

y donde i y h' son dos índices que representan

$$i = \{q, n, l, j, m\} \quad h' = \{q, n, l, j\} \quad (\text{IV.4.4})$$

Las expresiones para las densidades (IV.4.1) que se obtienen en este caso particular son las siguientes (Vau72)

$$\begin{aligned} \rho_q(x) &= \frac{1}{4\pi} \sum_{h'} \hat{j}_{h'}^2 |R_{h'}(x)|^2 \\ \tau_q(x) &= \frac{1}{4\pi} \sum_{h'} \hat{j}_{h'}^2 \left\{ \left| \frac{dR_{h'}(x)}{dx} \right|^2 + \frac{l_{h'}(l_{h'}+1)}{x^2} |R_{h'}(x)|^2 \right\} \end{aligned} \quad (\text{IV.4.5})$$

$$\vec{J}_q(\vec{x}) = \frac{\vec{x}}{x} J_q(x)$$

$$J_q(x) = \frac{1}{4\pi x} \sum_{h'} \hat{j}_{h'}^2 [j_{h'}(j_{h'}+1) - l_{h'}(l_{h'}+1) - \frac{3}{4}] |R_{h'}(x)|^2$$

donde h' se extiende a todos los estados de hueco con carga q .

Si desarrollamos las dos expresiones (IV.1.10) y (IV.1.15) y separamos los términos que dependen de h' podemos escribir

$$\langle J \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(\pi)}(q) \parallel C \rangle_{(1p-1h)}^{(\text{A.P.E.})} = i \frac{\hat{J}}{\sqrt{4\pi}} \frac{f_\pi^2}{m_\pi^2} \hat{v}_\pi^2 \int dx x j_J(qx)$$

$$\sum_{\text{Ph}} [X_J^*(\text{Ph}) + (-)^{J+1} Y_J^*(\text{Ph})] C_p^* (-)^1 p \zeta(1_p + 1_h + J + 1) \hat{j}_p \hat{j}_h \begin{pmatrix} j_p & j_h & J \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\sum_{h' < F} \hat{j}_{h'}^2 \left[\chi_p + \chi_h + \chi_{h'} - \frac{J(J+1)}{\chi_p + \chi_h} \right] [\delta_{ph, \nu} \delta_{h', \pi} - \delta_{ph, \pi} \delta_{h', \nu}]$$

$$\left\{ \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_p + 2}{x} \right) \mathbb{R}_p(x) \right\} \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_h + 2}{x} \right) \mathbb{R}_h(x) \right\} |\mathbb{R}_{h'}(x)|^2 + \right. \quad (\text{IV.4.6})$$

$$+ \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_p + \chi_h + 4}{x} \right) \mathbb{R}_p(x) \mathbb{R}_h(x) \right\} \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{2\chi_{h'}}{x} \right) |\mathbb{R}_{h'}(x)|^2 \right\} +$$

$$\left. + \mathbb{R}_p(x) \mathbb{R}_h(x) \left[\left| \frac{d\mathbb{R}_{h'}(x)}{dx} \right|^2 + \frac{\chi_{h'}}{x} \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_{h'}}{x} \right) |\mathbb{R}_{h'}(x)|^2 \right\} \right] \right\}$$

para la parte piónica y

$$\langle J \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(\text{SG})}(q) \parallel C \rangle_{(1p-1h)}^{(\text{A.P.E.})} = -i \frac{\hat{J}}{\sqrt{4\pi}} \frac{f_\pi^2}{m_\pi^2} \hat{v}_\pi^2 \int dx x^2 j_J(qx)$$

$$\sum_{\text{Ph}} [X_J^*(\text{Ph}) + (-)^{J+1} Y_J^*(\text{Ph})] C_p^* (-)^1 p \zeta(1_p + 1_h + J + 1) \hat{j}_p \hat{j}_h \begin{pmatrix} j_p & j_h & J \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\sum_{h' < F} \hat{j}_{h'}^2 [\delta_{ph, \nu} \delta_{h', \pi} - \delta_{ph, \pi} \delta_{h', \nu}] \quad (\text{IV.4.7})$$

$$\left[\left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_p + \chi_h + 4}{x} \right) \mathbb{R}_p(x) \mathbb{R}_h(x) \right\} |\mathbb{R}_{h'}(x)|^2 + \right.$$

$$\left. + \mathbb{R}_p(x) \mathbb{R}_h(x) \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{2\chi_{h'}}{x} \right) |\mathbb{R}_{h'}(x)|^2 \right\} \right]$$

para la parte "seagull".

Veamos ahora como podemos expresar estas dos contribuciones en términos de las densidades (IV.4.5). Si tenemos en cuenta que, como es fácil de demostrar,

$$\begin{aligned}
 l_{h'}(l_{h'}+1) &= x_{h'}(x_{h'}+1) \\
 j_{h'}(j_{h'}+1) &= x_{h'}^2 - \frac{1}{4}
 \end{aligned}
 \tag{IV.4.8}$$

podemos escribir que

$$\begin{aligned}
 J_q(x) &= -\frac{1}{4\pi x} \sum_{h'} \hat{j}_{h'}^2(x_{h'}+1) |R_{h'}(x)|^2 = \\
 &= -\frac{1}{4\pi x} \sum_{h'} \hat{j}_{h'}^2 x_{h'} |R_{h'}(x)|^2 - \frac{1}{x} \rho_q(x)
 \end{aligned}
 \tag{IV.4.9}$$

y por otra parte, de (IV.4.5) se tiene

$$\frac{d}{dx} \rho_q(x) = \frac{1}{4\pi} \sum_{h'} \hat{j}_{h'}^2 \frac{d}{dx} |R_{h'}(x)|^2
 \tag{IV.4.10}$$

De acuerdo con estos resultados la contribución de la parte de par (IV.4.7) se reduce a

$$\begin{aligned}
 \langle J || \hat{T}_J^{\text{mag}(SG)}(q) || C \rangle_{(1p-1h)}^{(A.P.E.)} &= -i \sqrt{4\pi} \hat{j} \frac{f_\pi^2}{m_\pi^2} \hat{v}_\pi \\
 \sum_{Ph} [X_J^*(Ph) + (-)^{J+1} Y_J^*(Ph)] C_p^* (-)^{1p} \xi_{(1p+1h+J+1)} \hat{j}_p \hat{j}_h &\begin{pmatrix} j_p & j_h & J \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} \\
 [\delta_{ph,v} \delta_{q,\pi} - \delta_{ph,\pi} \delta_{q,v}] & \\
 \int dx x^2 j_J(qx) \left[\left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{x_p+x_h+2}{x} \right) R_p(x) R_h(x) \rho_q(x) \right\} - \right. & \\
 \left. - 2 R_p(x) R_h(x) J_q(x) \right] &
 \end{aligned}
 \tag{IV.4.11}$$

De esta forma hemos obtenido una expresión para la contribución de la parte "seagull" en términos de la densidad de nucleones y de la parte radial de la densidad de spin-órbita.

Esta situación de simplicidad que se presenta en (IV.4.11) no puede extenderse a la contribución de la parte piónica ya que la estructura de ésta hace imposible escribirla solamente en función de las tres densidades (IV.4.5). Con el fin de lograr expresar la parte correspondiente a la contribución piónica en función de propiedades macroscópicas, proponemos dos nuevas densidades

$$\delta_q^{(1)}(\vec{x}) = \frac{1}{x^2} \sum_{i\sigma} \psi_i^*(\vec{x}, \sigma, q) \vec{1}^2 \psi_i(\vec{x}, \sigma, q) \quad (IV.4.12)$$

$$\delta_q^{(2)}(\vec{x}) = \frac{1}{x} \sum_{i\sigma} [\vec{\nabla} \psi_i^*(\vec{x}, \sigma, q)] \cdot \vec{\nabla} (2\vec{1} \cdot \vec{s}) \psi_i(\vec{x}, \sigma, q)$$

que en el caso particular que estamos estudiando de núcleos de capa cerrada se reducen, de forma análoga a las otras densidades, a

$$\delta_q^{(1)}(x) = \frac{1}{4\pi} \sum_{h'} \hat{j}_{h'}^2 \frac{l_{h'}(l_{h'}+1)}{x^2} |R_{h'}(x)|^2 \quad (IV.4.13)$$

$$\delta_q^{(2)}(x) = \frac{1}{4\pi x} \sum_{h'} \hat{j}_{h'}^2 \left[j_{h'}(j_{h'}+1) - l_{h'}(l_{h'}+1) - \frac{3}{4} \right] \left\{ \left| \frac{dR_{h'}(x)}{dx} \right|^2 + \frac{l_{h'}(l_{h'}+1)}{x^2} |R_{h'}(x)|^2 \right\}$$

Si tenemos en cuenta estas expresiones así como las utilizadas anteriormente, la ecuación (IV.4.6) puede escribirse en la forma

$$\langle J \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(\pi)}(q) \parallel C \rangle_{(1p-1h)}^{(A.P.E.)} = i \sqrt{4\pi} j \frac{f_\pi^2}{m_\pi} v_\pi^2$$

$$\int_{Ph} [X_J^*(Ph) + (-)^{J+1} Y_J^*(Ph)] C_p^* (-)^1 \xi_{(1_p+1_h+J+1)} \hat{j}_p \hat{j}_h \begin{pmatrix} j_p & j_h & J \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$[\delta_{ph, \nu} \delta_{q, \pi} - \delta_{ph, \pi} \delta_{q, \nu}] \int dx x j_J(qx)$$

$$\left\{ \left[\chi_p + \chi_h - 1 - \frac{J(J+1)}{\chi_p + \chi_h} \right] \right.$$

$$\left[\left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_p + 1}{x} \right) \mathbb{R}_p(x) \right\} \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_h + 1}{x} \right) \mathbb{R}_h(x) \right\} \rho_q(x) + \right.$$

$$+ \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_p + \chi_h + 2}{x} \right) \mathbb{R}_p(x) \mathbb{R}_h(x) \right\} \frac{d\rho_q(x)}{dx} +$$

$$\left. + \mathbb{R}_p(x) \mathbb{R}_h(x) \tau_q(x) \right] -$$

(IV.4.14)

$$- \left[x \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_p + 2}{x} \right) \mathbb{R}_p(x) \right\} \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_h + 2}{x} \right) \mathbb{R}_h(x) \right\} + \right.$$

$$+ \left[\chi_p + \chi_h - \frac{1}{2} - \frac{J(J+1)}{\chi_p + \chi_h} \right] \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_p + \chi_h + 4}{x} \right) \mathbb{R}_p(x) \mathbb{R}_h(x) \right\} \right] J_q(x) -$$

$$- \frac{1}{2} x \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \left[3(\chi_p + \chi_h) - 2 \left[1 - \frac{J(J+1)}{\chi_p + \chi_h} \right] \right] \frac{1}{x} \right) \mathbb{R}_p(x) \mathbb{R}_h(x) \right\} \frac{dJ_q(x)}{dx} +$$

$$+ x \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \frac{\chi_p + \chi_h + 5}{x} \right) \mathbb{R}_p(x) \mathbb{R}_h(x) \delta_q^{(1)}(x) \right\} -$$

$$\left. - x \mathbb{R}_p(x) \mathbb{R}_h(x) \delta_q^{(2)}(x) \right\}$$

Una vez que hemos obtenido las ecuaciones que relacionan las contribuciones de las corrientes mesónicas de intercambio con diferentes magnitudes macroscópicas nucleares, es necesario señalar que la necesidad de introducir las densidades (IV.4.12) debido a la estructura particular de la parte piónica, obliga a tratar de dar una interpretación física de las mismas. Es fácil ver, en este sentido, que la primera de ellas está relacionada con el término centrífugo de la energía cinética de los nucleones; sin embargo, la estructura de $\delta_q^{(2)}$ no deja clara su relación con alguna magnitud por lo que será necesario un análisis más detallado en torno a ella.

Las expresiones (IV.4.11) y (IV.4.14) que acabamos de calcular son válidas para núcleos de capa cerrada y pueden ser utilizadas en los distintos casos que hemos considerado en este trabajo. Independientemente de ello, podemos encontrar expresiones mucho más simples para aquellos núcleos que cumplan la condición de que para cada nivel n_l estén totalmente ocupados los dos niveles n_{lj} que le corresponden. En efecto, se puede encontrar de forma sencilla para estos núcleos que

$$\sum_{h'} \hat{j}_{h'}^2 \chi_{h'} |\mathbb{R}_{h'}(x)|^2 = - \sum_{h'} \hat{j}_{h'}^2 |\mathbb{R}_{h'}(x)|^2 \quad (\text{IV.4.15})$$

con lo cual tendremos

$$J_q(x) = 0 \quad \delta_q^{(2)}(x) = 0 \quad (\text{IV.4.16})$$

Este resultado implica que, en el caso particular que estamos considerando, la contribución "seagull" dependerá exclusivamente de la densidad de nucleones y la piónica puede escribirse en términos de dicha densidad, de la de energía cinética y de la de energía centrífuga, $\delta_q^{(1)}$.

Como la suma sobre h' se extiende a aquellos estados de hueco con carga diferente a la de los niveles que constituyen el estado excitado, los núcleos de doble capa cerrada en los que la condición a la que nos estamos refiriendo es válida serán el ^{16}O y el ^{40}Ca , siendo posible también aplicar las ecuaciones que se obtienen al llevar (IV.4.16) a (IV.4.11) y (IV.4.14) en aquellos estados excitados nucleares del ^{48}Ca y del ^{90}Zr cuyas componentes partícula-hueco sean neutrónicas.

La figura 31 muestra los valores exactos (línea continua) para la parte "seagull" en el marco de la A.P.E. junto a los que se obtienen a partir de (IV.4.15) para los estados 4^- del ^{16}O y 1^+ del ^{48}Ca , considerando funciones de onda monoparticulares de Woods-Saxon (línea discontinua) y de oscilador armónico (línea punteada); ello nos va a permitir, si bien en unos casos simplificados como son éstos, analizar la relación de los efectos de las corrientes mesónicas de intercambio en el factor de forma con las magnitudes macroscópicas nucleares que hemos indicado más arriba. En estos cálculos hemos utilizado una densidad de nucleones dada por (Gal73)

$$\rho_q(x) = \rho_{q0} \left\{ 1 + \exp[(x-x_q)/a_q] \right\}^{-1} \quad (\text{IV.4.17})$$

donde los valores numéricos de los parámetros se resumen en la tabla 3; asimismo hemos tomado para \tilde{v}_n un valor igual a 1 en todo el rango de momento transferido a fin de simplificar al máximo.

Como se desprende de los resultados, a partir de una densidad de nucleones tan sencilla como la (IV.4.17), incluso cuando se usan funciones de onda monoparticulares de oscilador armónico, es posible obtener el orden de magnitud de la corrección "seagull". En el caso del estado 4^- , el primer máximo queda bien determinado mientras que el acuerdo empeora para valores más altos de q . Para el estado 1^+ se mantiene una discrepancia prácticamente constante en todos los máximos, siendo mejor el acuerdo cuando se utilizan funciones de Woods-Saxon. En cualquier caso, la utilización de densidades más realistas debe conducir a valores más correctos.

Las expresiones (IV.4.11) y (IV.4.14) que hemos obtenido parecen pues muy convenientes en un análisis previo de la influencia de las corrientes mesónicas de intercambio en el factor de forma del proceso de difusión inelástica de electrones por núcleos, no sólo debido al ahorro de cálculo numérico que llevan aparejado dichas ecuaciones, sobre todo en núcleos pesados, sino también, y esto es lo realmente importante, al hecho de que nos van a permitir reinterpretar los grados de libertad nucleónicos involucrados en el proceso que estamos estudiando en términos de magnitudes macroscópicas nucleares que son susceptibles de un análisis físico más sencillo y claro.

En este sentido, el primer paso consiste en la evaluación de las diferentes densidades que hemos utilizado. La densidad de nucleones y la densidad de energía cinética son bien conocidas. Para la primera hemos utilizado una forma simplificada en el cálculo que hemos mostrado anteriormente. La segunda puede expresarse en la aproximación de Thomas-Fermi como

$$\tau_q(x) = \frac{3}{5} \left(3\pi^2/2 \right)^{2/3} \rho_q^{5/3}(x) \quad (\text{IV.4.18})$$

aunque existen en la literatura expresiones más sofisticadas. La densidad de

spin-órbita puede expresarse en función de la parte radial del potencial de spin-órbita (Vau72). Por último indicaremos que las dos nuevas densidades, $\delta_q^{(1)}$ y $\delta_q^{(2)}$, pueden obtenerse en el marco de la aproximación de Thomas-Fermi y en la de Thomas-Fermi extendida hasta orden \hbar^2 , respectivamente, en la forma (Bra84)

$$\delta_q^{(1)}(x) = \frac{2}{3} \tau_q(x)$$

(IV.4.19)

$$\delta_q^{(2)}(x) = + \frac{5}{3} \frac{\lambda}{Mc^2} \frac{d}{dx} \left\{ \frac{V_0}{1 + \exp[(x - R_{LS})/a_{LS}]} \right\} \tau_q(x)$$

donde los parámetros λ , R_{LS} y a_{LS} son los mismos que aparecen en la parte de spin-órbita del potencial de Woods-Saxon que hemos descrito en el capítulo II. Es interesante hacer notar que, recientemente, se ha puesto de manifiesto el papel que la densidad de energía centrífuga, $\delta_q^{(1)}$, juega en la determinación de las reglas de suma de las resonancias nucleares isoscalares (Cas84).

Una vez encontrada la forma de las densidades, hemos de calcular los elementos de matriz correspondientes. Un análisis de los resultados y su comparación con los resultados exactos a fin de estudiar su utilidad en la evaluación de las contribuciones de las corrientes mesónicas de intercambio al factor de forma del proceso de "scattering" de electrones por núcleos de capa cerrada será objeto de una investigación posterior más detallada.

CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS.

El trabajo que hemos desarrollado a lo largo de esta memoria se enmarca en el estudio del papel que los grados no nucleónicos de libertad juegan en el núcleo a través de su manifestación en las propiedades nucleares. Hemos analizado la influencia de las corrientes piónicas de intercambio en el factor de forma del proceso de difusión magnética de electrones por núcleos de capa cerrada.

En primer lugar se han obtenido las expresiones de las partes del factor de forma debidas a las corrientes "seagull" o de par y piónica dentro de la aproximación de fases aleatorias (R.P.A.) y su extensión la C.C.R.P.A.. Destaquemos a este respecto lo siguiente:

1. Las expresiones encontradas son sencillas; las características físicas del proceso (acoplamiento de momentos angulares, momentos lineales de las partículas que entran en juego, etc.) aparecen en ellas de forma clara y son fácilmente interpretables a partir de dichas ecuaciones.
2. Una vez establecido el formalismo del proceso de difusión y de la estructura nuclear en el que nos desenvolvemos, no se ha hecho uso de ninguna aproximación en la obtención de las expresiones a las que nos estamos refiriendo. El hecho de mantener explícitamente las coordenadas de los nucleones en el desarrollo permite que las ecuaciones sean válidas para cualquier momento transferido y para cualquier multipolaridad, lo que establece una diferencia esencial con los trabajos de otros autores (Che70) (Dub80) (Suz83).
3. No se impone restricción alguna respecto a las funciones de onda mononucleónicas. Esto tiene dos consecuencias importantes. Por una parte puede llevarse a cabo un análisis conjunto y coherente de las contribuciones a uno y dos cuerpos en el marco de esta teoría, ya que tales contribuciones pueden ser evaluadas utilizando el mismo potencial nuclear medio a diferencia de los métodos usados por otros autores (Dub76) (Mat81a,b). Por otra es posible utilizar potenciales realistas, tales como el de Hartree-Fock o el de Woods-Saxon, con lo que puede obtenerse una información física más útil en la comparación con el experimento.

A continuación hemos realizado la evaluación de las diferentes contribuciones al factor de forma. Los resultados obtenidos permiten señalar que:

1. La utilización de potenciales nucleares medios realistas se hace imprescindible cuando se quiere estudiar la zona de momentos transferidos medios y altos. En estos casos, el potencial de oscilador armónico resulta claramente insuficiente para un análisis correcto.

2. Existen varias características generales en todos los casos estudiados:

2.1. La contribución debida a la corriente piónica es de signo contrario a la "seagull" prácticamente en todo el rango de momentos transferidos, no superando aquélla el 40% de ésta en las zonas de los máximos de difusión.

2.2. La inclusión de las corrientes piónicas de intercambio supone en el cuadrado del factor de forma incrementos inferiores al 20% en la zona del primer máximo de "scattering"; para momentos transferidos más altos, esto es por encima de los 3fm^{-1} , dichos incrementos alcanzan valores superiores al 50%, con la excepción del estado $|12^-; 6.43\text{MeV}\rangle$ del ^{208}Pb .

3. Los datos experimentales aparecen sobreestimados en los cálculos teóricos que se obtienen con la R.P.A.. La única excepción a esta característica es la del estado $|12^-; 6.43\text{MeV}\rangle$ del ^{208}Pb en el que la mezcla de las configuraciones p-h que intervienen en la función de onda nuclear resulta ser un efecto importante no tenido en cuenta por otros autores que han estudiado este estado (Ham80) (Kre80) (Suz82,83).

4. La inclusión en la función de onda nuclear de las componentes a 2p-2h en el marco de la C.C.R.P.A. permite explicar las discrepancias entre teoría y experimento en los casos de los estados $|14^-; 6.74\text{MeV}\rangle$ y $|12^-; 7.06\text{MeV}\rangle$ del ^{208}Pb , siendo insuficientes para el $|4^-; 18.98\text{MeV}\rangle$ del ^{16}O y el $|1^+; 10.23\text{MeV}\rangle$ del ^{48}Ca .

Finalmente se introduce la denominada "aproximación del propagador efectivo" que se basa en la consideración de un propagador del pión independiente de su momento. Esta aproximación permite simplificar matemáticamente el tratamiento general antes mencionado y conservar la mayor parte de la física del proceso. Con relación a esta aproximación hemos de poner

de manifiesto lo siguiente:

1. El análisis de los resultados obtenidos permite establecer para dicho propagador efectivo una expresión parametrizada en términos del momento transferido por el electrón al núcleo, que es válida para todos los estados de alto spin que hemos tratado aquí.
2. Las contribuciones a dos cuerpos al factor de forma pueden expresarse dentro de esta aproximación de manera formalmente análoga a las contribuciones a un cuerpo, pero involucrando diferentes propiedades nucleares medias tales como las densidades de nucleones, de energía cinética, de spin-órbita, etc..

El método que hemos desarrollado en esta memoria abre una serie de perspectivas que creemos importante señalar aquí.

En primer lugar hemos de generalizar nuestra teoría sobre los procesos de difusión de electrones por núcleos de capa cerrada a fin de incluir en ella algunos de los efectos debidos a los grados no nucleónicos de libertad que no hemos tenido en cuenta, como son las corrientes de tipo isóbaro, las que incluyen intercambio de mesones ρ , así como los efectos de las correlaciones tensoriales de corto alcance y los relativistas, considerándolos no sólo desde el punto de vista general, sino también en el contexto de la aproximación del propagador efectivo.

En la misma línea es necesario investigar la forma de encontrar las expresiones correspondientes a estos fenómenos en términos de las propiedades macroscópicas nucleares.

Asimismo hemos de considerar en la función de onda nuclear las excitaciones del tipo Δ -h que son importantes en algunos casos, en particular para los estados de los núcleos más ligeros (^{16}O , ^{48}Ca , etc.).

No debemos olvidar tampoco la necesidad de llevar a cabo un análisis completo mediante la aproximación de Born con ondas distorsionadas, especialmente cuando se trate de estudiar los núcleos más pesados.

Finalmente indicaremos que la idea básica de nuestro método, esto es, la consideración de las coordenadas nucleónicas a lo largo de todo el desarrollo,

puede utilizarse en el análisis de los procesos de difusión electrónica por núcleos de capa abierta, en particular por aquéllos que sólo tienen un nucleón fuera del "core". Su estudio permitirá, junto con el de los núcleos de capa cerrada que aquí hemos iniciado, un conocimiento más exhaustivo del papel que los grados no nucleónicos de libertad representan en las propiedades nucleares.

APENDICE A. ELEMENTOS DE MATRIZ DEL OPERADOR MULTIPOLAR MAGNETICO.

En este apéndice calculamos los elementos de matriz de las partes a uno (un cálculo análogo de éstos puede verse en (Don79) (Don80)) y dos cuerpos del operador multipolar magnético a partir de las expresiones (I.3.2) del mismo. Para ello utilizamos algunas relaciones entre coeficientes n-j que resumimos al final.

A.1. PARTE DE CONVECCION.

La parte de convección del operador multipolar magnético viene dada por (I.3.2a). Usando el convenio de fases (Edm57)

$$\hat{T}_{kq}^+ = (-)^q \hat{T}_{k,-q} \quad (\text{A.1.1})$$

tendremos para el elemento de matriz de este término

$$\begin{aligned} \langle j_a \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(C)}(q) \parallel j_b \rangle &= \frac{1}{2Mi} \epsilon_{ab} \left\{ \langle j_a \parallel j_J(qx) [Y_J(\hat{x}) \times \vec{v}]^J \parallel j_b \rangle + \right. \\ &\left. + (-)^{j_a - j_b} \langle j_b \parallel j_J(qx) [Y_J(\hat{x}) \times \vec{v}]^J \parallel j_a \rangle^* \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.1.2})$$

Los dos sumandos que aparecen son análogos con lo que es necesario calcular sólo uno de ellos. Así, si consideramos que (Edm57) (Bru77)

$$\begin{aligned} \langle (\gamma' j'_1 j'_2)^{J'} \parallel \hat{T}_k \parallel (\gamma j_1 j_2)^J \rangle &= (-)^{j'_1 + j'_2 + J + k} \hat{j} \hat{j}' \begin{Bmatrix} j'_1 & J' & j_2 \\ J & j_1 & k \end{Bmatrix} \langle \gamma' j'_1 \parallel \hat{T}_k \parallel \gamma j_1 \rangle \\ \langle j' \parallel [\hat{T}_p \times \hat{T}_q]^r \parallel j \rangle &= (-)^{j' + r + j} \hat{r} \sum_1 \begin{Bmatrix} j & j' & r \\ p & q & 1 \end{Bmatrix} \langle j' \parallel \hat{T}_p \parallel 1 \rangle \langle 1 \parallel \hat{T}_q \parallel j \rangle \end{aligned} \quad (\text{A.1.3})$$

es posible escribir

$$\langle 1_a \parallel [Y_J(\hat{x}) \times \vec{\nabla}]^J \parallel 1_b \rangle = (-)^{J+1} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \hat{j}_a^2 \hat{1}_a \sum_{\substack{s=-1,1 \\ s \neq 0}} s \sqrt{1_b + \delta_{s,1}} (1_b + s) \quad (A.1.4)$$

$$\left\{ \begin{matrix} 1_b & 1_a & J \\ J & 1 & 1_b + s \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} 1_a & J & 1_b + s \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \left(\frac{d}{dx} - s \frac{1_b + s - 1}{x} \right)$$

y teniendo en cuenta las relaciones (A.5.1) y (A.5.2)

$$\langle j_a \parallel j_J(qx) [Y_J(\hat{x}) \times \vec{\nabla}]^J \parallel j_b \rangle = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} (-)^{1_a+1} \hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j} \xi(1_a + 1_b + J + 1) \quad (A.1.5)$$

$$\begin{pmatrix} j_a & j_b & J \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} \left[\chi_a + \chi_b + 1 - \frac{J(J+1)}{\chi_a + \chi_b} \right]$$

$$\int dx x j_J(qx) R_a^*(x) R_b(x)$$

con lo que el elemento de matriz que buscamos valdrá

$$\langle j_a \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(C)}(q) \parallel j_b \rangle = - \frac{1}{2Mi} \frac{\hat{j}}{\sqrt{4\pi}} \epsilon_{ab} (-)^{1_a} \xi(1_a + 1_b + J + 1) \begin{pmatrix} j_a & j_b & J \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{j}_a \hat{j}_b \left[\chi_a + \chi_b + 1 - \frac{J(J+1)}{\chi_a + \chi_b} \right] \int dx x j_J(qx) R_a^*(x) R_b(x) \quad (A.1.6)$$

A.2. PARTE DE SPIN-MAGNETIZACION.

Si consideramos que (Bru77)

$$\langle (j_a j_b) J \parallel [\hat{T}_p \times \hat{U}_q]^r \parallel (j_c j_d) J' \rangle = \hat{j} \hat{r} \hat{j}' \begin{pmatrix} j_a & j_b & J \\ j_c & j_d & J' \\ p & q & r \end{pmatrix} \quad (A.2.1)$$

$$\langle j_a \parallel \hat{T}_p \parallel j_c \rangle \langle j_b \parallel \hat{U}_q \parallel j_d \rangle$$

y tenemos en cuenta (A.5.3), el elemento de matriz de la parte de spin-magnetización del operador multipolar magnético, que viene dada por (I.3.2b), puede escribirse como

$$\langle j_a \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(M)}(q) \parallel j_b \rangle = -\frac{1}{2Mi} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \mu_i \frac{q}{J} (-)^{j_a + \frac{1}{2}} \hat{j}_a \hat{j}_b \xi(1_a + 1_b + J + 1)$$

$$\begin{pmatrix} j_a & j_b & J \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \sum_{\substack{s=-1,1 \\ s \neq 0}} \left[\frac{J+s+\delta_{s,-1}}{J-s+\delta_{s,1}} \right]^{1/2} \quad (A.2.2)$$

$$(\chi_a + \chi_b - sJ + 1 - \delta_{s,1}) \int dx x^2 j_{J-s}(qx) R_a^*(x) R_b(x)$$

La suma sobre s es sencilla de calcular haciendo uso de las relación de recurrencia de las funciones esféricas de Bessel (Abr72). Si después integramos por partes y aplicamos (A.5.4) es fácil obtener finalmente

$$\langle j_a \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(M)}(q) \parallel j_b \rangle = -\frac{1}{2Mi} \frac{\hat{j}}{\sqrt{4\pi}} \mu_{ab} (-)^{1_a} \xi(1_a + 1_b + J + 1) \begin{pmatrix} j_a & j_b & J \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{j}_a \hat{j}_b \int dx x^2 j_J(qx) \left\{ \left(\frac{d}{dx} + \left[1 + \frac{J(J+1)}{\chi_a + \chi_b} \right] \frac{1}{x} \right) R_a^*(x) R_b(x) \right\} \quad (A.2.3)$$

A.3. PARTE PIONICA.

La forma tensorial de la parte piónica del operador multipolar magnético, que viene dada por (I.3.3a), muestra que sólo es necesario calcular un elemento de matriz para obtener el que buscamos dada su simetría. Si consideramos las ecuaciones (A.2.1), (A.5.1) y (A.5.3) resulta

$$\begin{aligned}
 & \langle (j_a j_b)^J_{ab} \parallel [\sigma^{(1)} \times Y_{1_1}(\hat{r}_1)]^{L_1} \times [\sigma^{(2)} \times Y_{1_2}(\hat{r}_2)]^{L_2} \parallel (j_c j_d)^J_{cd} \rangle = \\
 & = \frac{1}{4\pi} (-)^{j_a + j_b + 1} \xi(1_a + 1_c + L_1 + 1) \xi(1_b + 1_d + L_2 + 1) \hat{j}_{ab} \hat{j}_{cd} \hat{j} \hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d \\
 & \left\{ \begin{matrix} j_a & j_b & J_{ab} \\ j_c & j_d & J_{cd} \\ L_1 & L_2 & J \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} j_a & j_c & L_1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_b & j_d & L_2 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \quad (A.3.1) \\
 & \frac{\chi_a + \chi_c - 1_1 s_1^{-\delta} s_{1,1}}{(1_1 + \delta s_{1,1})^{1/2}} \frac{\chi_b + \chi_c - 1_2 s_2^{-\delta} s_{2,1}}{(1_2 + \delta s_{2,1})^{1/2}}
 \end{aligned}$$

Una vez obtenido el valor de este elemento de matriz reducido sólo nos queda evaluar las sumas sobre l, s y s'. Estas últimas se calculan, como en el caso anterior, utilizando la relación de recurrencia de las funciones esféricas de Bessel. Por otra parte, las sumas sobre ls pueden reducirse a sumas sobre L=1+s si se tiene en cuenta el resultado

$$\begin{aligned}
 S & = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{\substack{s=-1,1 \\ s \neq 0}} \Omega(1,s) = \sum_{ls} \Omega'(1,s) F(L) = \quad (A.3.2) \\
 & = \Omega'(1=0, s=-1) F(-1) + \Omega'(1=1, s=-1) F(0) + \\
 & \quad + \sum_{L=1}^{\infty} [\Omega'(1=L+1, s=-1) + \Omega'(1=L-1, s=1)] F(L)
 \end{aligned}$$

con lo que finalmente podemos escribir

$$\begin{aligned}
 & \langle (j_a j_b)^J_{ab} \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(\pi)}(q) \parallel (j_c j_d)^J_{cd} \rangle = \\
 & = -2 \frac{\hat{j}}{\sqrt{4\pi}} \frac{f_\pi^2}{m_\pi^2} \langle [\tau^{(1)} \times \tau^{(2)}]_z \rangle (-)^{j_a+j_b+J} \xi(1_a+1_b+1_c+1_d+J+1) \hat{j}_{ab} \hat{j}_{cd} \\
 & \hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d \sum_{L_1 L_2} \hat{L}_1^2 \hat{L}_2^2 [L_2(L_2+1)]^{1/2} \xi(1_a+1_c+L_1+1) \xi(1_b+1_d+L_2+1) \\
 & \left\{ \begin{matrix} j_a & j_b & J_{ab} \\ j_c & j_d & J_{cd} \\ L_1 & L_2 & J \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} L_2 & J & L_1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_a & j_c & L_1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_b & j_d & L_2 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \\
 & \int dx x j_J(qx) \int dr_1 r_1^2 \left\{ \left(\frac{d}{dr_1} + \frac{\chi_a + \chi_c + 2}{r_1} \right) \mathbb{R}_a^*(r_1) \mathbb{R}_c(r_1) \right\} \quad (\text{A.3.3}) \\
 & \int dq_1 q_1^2 \frac{2}{\pi} v_\pi(q_1) j_{L_1}(q_1 r_1) j_{L_1}(q_1 x) \\
 & \int dr_2 r_2^2 \left\{ \left(\frac{d}{dr_2} + \frac{\chi_b + \chi_d + 2}{r_2} \right) \mathbb{R}_b^*(r_2) \mathbb{R}_d(r_2) \right\} \\
 & \int dq_2 q_2^2 \frac{2}{\pi} v_\pi(q_2) j_{L_2}(q_2 r_2) j_{L_2}(q_2 x)
 \end{aligned}$$

A.4. PARTE DE PAR.

Este término se diferencia del anterior en que la suma sobre λ , que aparece en (I.3.3b), no puede evaluarse. Sólo es posible sumar sobre 1 mediante la regla de suma

$$\begin{aligned}
 \sum_1 \hat{1}^2 \xi(1+L'+J) & \left\{ \begin{matrix} 1/2 & 1_1 & j_1 \\ 1/2 & 1_2 & j_2 \\ 1 & 1 & \lambda \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} 1_1 & 1 & 1_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \\
 & = (-)^{1_1+1_2+1} \frac{1}{2} \frac{1}{1_1 1_2} \frac{1}{\sqrt{3}} \xi(1_1+1_2+L'+J) \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & \lambda \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.4.1})
 \end{aligned}$$

y reducir la suma sobre λ según hemos visto en el caso de la parte piónica. El resultado final es

$$\begin{aligned}
 & \langle (j_a j_b)^J_{ab} \parallel \hat{T}_J^{\text{mag}(SG)}(q) \parallel (j_c j_d)^J_{cd} \rangle = \\
 & = \frac{\hat{J}}{\sqrt{4\pi}} \frac{f_\pi^2}{m_\pi^2} \langle [\vec{\tau}^{(1)} \times \vec{\tau}^{(2)}]_z \rangle \xi(1_a+1_b+1_c+1_d+J+1) \hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d \hat{J}_{ab} \hat{J}_{cd} \\
 & \sum_{\lambda} \hat{\lambda}^2 \left\{ (-)^{\lambda+J+j_a+1_d+\frac{1}{2}} \sum_{L_1} \xi(1_a+1_c+L_1+1) \hat{L}_1^2 \right. \\
 & \left. \begin{Bmatrix} j_a & j_b & J_{ab} \\ j_c & j_d & J_{cd} \\ L_1 & \lambda & J \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} \lambda & L_1 & J \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_b & j_d & \lambda \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_a & j_c & L_1 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \right. \\
 & \left. \int dx x^2 j_J(qx) R_b^*(x) R_d(x) \int dr r^2 \left\{ \left(\frac{d}{dr} + \frac{\chi_a + \chi_c + 2}{r} \right) R_a(r) R_c(r) \right\} \right. \\
 & \left. \int dq_1 q_1^2 \frac{2}{\pi} v_\pi(q_1) j_{L_1}(q_1 r) j_{L_1}(q_1 x) \right. \\
 & \left. + (-)^{j_b+1_c-\frac{1}{2}} \sum_{L_2} (-)^{L_2} \xi(1_b+1_d+L_2+1) \hat{L}_2^2 \right. \tag{A.4.2} \\
 & \left. \begin{Bmatrix} j_a & j_b & J_{ab} \\ j_c & j_d & J_{cd} \\ \lambda & L_2 & J \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} \lambda & L_2 & J \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_a & j_c & \lambda \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_b & j_d & L_2 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \right. \\
 & \left. \int dx x^2 j_J(qx) R_a^*(x) R_c(x) \int dr r^2 \left\{ \left(\frac{d}{dr} + \frac{\chi_b + \chi_d + 2}{r} \right) R_b^*(r) R_d(r) \right\} \right. \\
 & \left. \int dq_2 q_2^2 \frac{2}{\pi} v_\pi(q_2) j_{L_2}(q_2 r) j_{L_2}(q_2 x) \right\}
 \end{aligned}$$

A.5. RELACIONES DE COEFICIENTES n-j UTILIZADAS.

Resumimos aquí las relaciones entre coeficientes n-j que hemos desarrollado y que han sido utilizadas en el cálculo de los elementos de matriz.

$$\begin{Bmatrix} 1 & J & L' \\ 1 & L & J \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} 1 & J & L' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \xi(1+L+J+1) \frac{(L+\delta_{s,-1})^{1/2}}{\hat{L} \hat{L}' \hat{J}} \begin{pmatrix} L & J & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad L'=L+s; \quad s=\pm 1 \quad (\text{A.5.1})$$

$$\begin{Bmatrix} 1_1 & L & 1_2 \\ j_2 & 1/2 & j_1 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} 1_1 & L & 1_2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} (-)^{j_2+1_2+\frac{1}{2}} \frac{1}{\hat{1}_1 \hat{1}_2} \frac{1}{[1_1(1_1+1)]^{1/2}} \begin{pmatrix} j_2 & j_1 & L \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.5.2})$$

$$\left[\begin{array}{c} \chi_1 + \chi_2 + 1 - \frac{L(L+1)}{1_1+1_2+L+1} \\ \chi_2 + (-) \chi_1 \end{array} \right]$$

$$\begin{Bmatrix} 1/2 & 1/2 & 1 \\ 1_1 & 1_2 & 1 \\ j_1 & j_2 & L \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} 1_1 & 1 & 1_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = (-)^{j_1+1_1+\frac{1}{2}} \frac{\chi_1 + \chi_2 - 1s - \delta_{s,1}}{[6(1+\delta_{s,1})]^{1/2}} \frac{1}{\hat{1} \hat{L} \hat{1}_1 \hat{1}_2} \quad (\text{A.5.3})$$

$$\xi(1+1_1+1_2+L+1) \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & L \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}, \quad L=1+s; \quad s=\pm 1$$

$$\begin{pmatrix} j_1 & j_2 & J \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} = - (-)^{j_2+1_2+\frac{1}{2}} \frac{[J(J+1)]^{1/2}}{\chi_2 + (-) \chi_1} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & J \\ 1/2 & 1/2 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.5.4})$$

APENDICE B. CONVENIO DE MOMENTO ANGULAR.

Vamos a indicar en este apéndice el convenio de momento angular que hemos utilizado en esta memoria.

Como estamos tratando con sistemas con simetría esférica, los estados monoparticulares se caracterizan por los números cuánticos

$$|\alpha\rangle = |j_\alpha m_{j_\alpha}\rangle = |n_\alpha s_\alpha l_\alpha j_\alpha m_{j_\alpha}\rangle \quad (\text{B.1})$$

siendo

$$s_\alpha = \frac{1}{2} \quad j_\alpha = |l_\alpha \pm \frac{1}{2}| \quad (\text{B.2})$$

y $(-)^l$ la paridad de dichos estados. A fin de que la dependencia en la tercera componente aparezca de forma explícita usamos la notación

$$|-\alpha\rangle = |n_\alpha s_\alpha l_\alpha j_\alpha -m_{j_\alpha}\rangle \quad (\text{B.3})$$

Llamamos estados de partícula a los que corresponden a los niveles monoparticulares por encima del nivel de Fermi y estados de hueco a aquéllos cuya energía es inferior o igual a la de Fermi. Los operadores a^+ y a son los operadores de creación y aniquilación de partícula y b^+ y b los correspondientes operadores de hueco. Así

$$a_n^+ |0\rangle = |m\rangle \quad a_m |0\rangle = 0 \quad (\text{B.4})$$

$$a_i^+ |0\rangle = s_{-i} a_{-i} |0\rangle = |\bar{i}\rangle \quad b_i |0\rangle = 0$$

siendo $|0\rangle$ el vacío y donde hemos adoptado el convenio de fases (Boh69)

$$S_{\alpha} = (-)^{j_{\alpha}-m_j} a_{\alpha} \quad S_{-\alpha} = (-)^{j_{\alpha}+m_j} a_{\alpha} \quad (\text{B.5})$$

Los operadores definidos en (B.4) satisfacen las reglas de anticonmutación

$$[a_{\alpha}, a_{\alpha'}^+]_{+} = [b_{\alpha}, b_{\alpha'}^+]_{+} = \delta_{\alpha\alpha'} \quad (\text{B.6})$$

A lo largo del trabajo hemos notado con los subíndices h,i,j,k los estados de hueco y con m,n,p,q los de partícula. Los subíndices griegos se utilizan para ambos indistintamente.

También utilizamos los operadores generales de creación y aniquilación definidos por la transformación canónica

$$\begin{aligned} c_{\alpha}^{+} &= \theta(\alpha-F) a_{\alpha}^{+} + \theta(F-\alpha) S_{\alpha} b_{-\alpha} \\ c_{\alpha} &= \theta(\alpha-F) a_{\alpha} + \theta(F-\alpha) S_{\alpha} b_{-\alpha}^{+} \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

donde

$$\theta(z) = \begin{cases} 1, & z > 0 \\ 0, & z < 0 \end{cases} \quad (\text{B.8})$$

es la función paso y F representa el nivel de Fermi. Con la introducción de estos operadores es posible definir los operadores a uno y dos cuerpos en la forma

$$\hat{T} = \sum_{\alpha\beta} c_{\alpha}^{+} \langle \alpha | T | \beta \rangle c_{\beta} \quad (\text{B.9})$$

$$\hat{V} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} c_{\alpha}^{+} c_{\beta}^{+} \langle \alpha\beta | V | \gamma\delta \rangle c_{\delta} c_{\gamma} \quad (\text{B.10})$$

APENDICE C. ELEMENTOS DE MATRIZ DE OPERADORES A UNO Y DOS CUERPOS
ENTRE EL ESTADO FUNDAMENTAL Y ESTADOS EXCITADOS EN
R.P.A. Y C.C.R.P.A..

Vamos a obtener en este apéndice los elementos de matriz de la forma

$$\langle J_f \parallel \hat{O}_J \parallel C \rangle \quad (C.1)$$

para operadores \hat{O}_J a uno y dos cuerpos en las aproximaciones que hemos utilizado en nuestros cálculos.

Si tenemos en cuenta las expresiones (II.2.7) y (II.2.15) vemos que la función de onda en la R.P.A. se obtiene de la correspondiente en la C.C.R.P.A. sin más que hacer las sustituciones

$$\begin{aligned} X_J(\text{Ph}) &\longrightarrow X_J(\text{ph}) \\ Y_J(\text{Ph}) &\longrightarrow Y_J(\text{ph}) \\ C_p &= 1 \\ C_p(\alpha\nu) &= 0 \end{aligned} \quad (C.2)$$

Por tanto en este apéndice sólo calculamos los correspondientes elementos de matriz en la C.C.R.P.A., siendo los resultados fácilmente reducibles a la R.P.A.

Si consideramos la ecuación (II.2.14) podemos escribir el elemento de matriz que queremos calcular en la forma

$$\langle J_f^{M_{J_f}} \parallel \hat{O}_{JM_J} \parallel C \rangle = \langle C \parallel Q_{J_f^{M_{J_f}}} \hat{O}_{JM_J} \parallel C \rangle = \langle C \parallel [Q_{J_f^{M_{J_f}}}, \hat{O}_{JM_J}]_- \parallel C \rangle \quad (C.3)$$

siendo

$$[\hat{A}, \hat{B}]_- = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$$

(C.4)

el conmutador de \hat{A} y \hat{B} .

C.1. FORMA TENSORIAL DE OPERADORES A UNO Y DOS CUERPOS ACOPLADOS.

Antes de calcular los elementos de matriz que nos interesan, vamos a obtener las expresiones de los operadores a uno y dos cuerpos en forma tensorial cuando están acoplados.

C.1.1. Operadores a un cuerpo.

De acuerdo con (B.9) podemos escribir

$$\begin{aligned} \hat{T}_{JM_J} &= \sum_{\alpha\beta} c_{\alpha}^+ \langle \alpha | T_{JM_J} | \beta \rangle c_{\beta} = \\ &= \sum_{\substack{j_{\alpha} j_{\beta} \\ m_{j_{\alpha}} m_{j_{\beta}}}} \langle j_{\alpha} m_{j_{\alpha}} | T_{JM_J} | j_{\beta} m_{j_{\beta}} \rangle c_{\alpha}^+ c_{\beta} \end{aligned} \tag{C.1.1}$$

Si consideramos el teorema de Wigner-Eckart

$$\langle j' m' | T_{kq} | j m \rangle = (-)^{2k} \frac{1}{\hat{j}'} \langle j m k q | j' m' \rangle \langle j' || T_k || j \rangle \tag{C.1.2}$$

el operador a un cuerpo \hat{T}_{JM_J} de (C.1.1) quedará

$$\begin{aligned} \hat{T}_{JM_J} &= \sum_{j_{\alpha} j_{\beta}} \frac{1}{\hat{j}_{\alpha}} \langle j_{\alpha} || T_J || j_{\beta} \rangle \sum_{m_{j_{\alpha}} m_{j_{\beta}}} \langle j_{\beta} m_{j_{\beta}}^{JM_J} | j_{\alpha} m_{j_{\alpha}} \rangle c_{\alpha}^+ c_{\beta} = \\ &= \frac{1}{\hat{J}} \sum_{j_{\alpha} j_{\beta}} \langle j_{\alpha} || T_J || j_{\beta} \rangle \sum_{m_{j_{\alpha}} m_{j_{\beta}}} \langle j_{\alpha} m_{j_{\alpha}} j_{\beta}^{-m_{j_{\beta}}} | JM_J \rangle (-)^{j_{\beta} - m_{j_{\beta}}} c_{\alpha}^+ c_{\beta} \end{aligned} \tag{C.1.3}$$

Si definimos ahora los operadores

$$\begin{aligned} \tilde{c}_\gamma^+ &= S_{-\gamma} c_{-\gamma}^+ \\ \tilde{c}_\gamma &= S_{-\gamma} c_{-\gamma} \end{aligned} \tag{C.1.4}$$

el operador a un cuerpo quedará

$$\begin{aligned} \hat{T}_{JM_J} &= \frac{1}{\hat{J}} \sum_{j_\alpha j_\beta} \langle j_\alpha \| T_J \| j_\beta \rangle \sum_{m_\alpha m_\beta} \langle j_\alpha^{m_\alpha} j_\beta^{-m_\beta} | JM_J \rangle c_\alpha^+ \tilde{c}_{-\beta} = \\ &= \frac{1}{\hat{J}} \sum_{j_\alpha j_\beta} \langle j_\alpha \| T_J \| j_\beta \rangle [c_{j_\alpha}^+ \times \tilde{c}_{j_\beta}]_{M_J}^J \end{aligned} \tag{C.1.5}$$

expresión que nos da la forma tensorial del operador a un cuerpo.

C.1.2. Operadores a dos cuerpos.

A partir de la ecuación (B.10) podemos escribir para los operadores a dos cuerpos la expresión

$$\begin{aligned} \hat{V}_{JM_J} &= \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} c_\alpha^+ c_\beta^+ \langle \alpha\beta | V_{JM_J} | \gamma\delta \rangle c_\delta c_\gamma = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{\substack{j_\alpha j_\beta j_\gamma j_\delta \\ m_\alpha m_\beta m_\gamma m_\delta}} \langle j_\alpha^{m_\alpha} j_\beta^{m_\beta} | V_{JM_J} | j_\gamma^{m_\gamma} j_\delta^{m_\delta} \rangle c_\alpha^+ c_\beta^+ c_\delta c_\gamma \end{aligned} \tag{C.1.6}$$

Si acoplamos los estados que aparecen en elemento de matriz a buen momento angular total y aplicamos el teorema de Wigner-Eckart tendremos

$$\begin{aligned} \hat{V}_{JM_J} &= \frac{1}{2} \sum_{j_\alpha j_\beta j_\gamma j_\delta} \sum_{J_{\alpha\beta} J_{\gamma\delta}} \langle j_\alpha^{m_\alpha} j_\beta^{m_\beta} | J_{\alpha\beta} M_{J_{\alpha\beta}} \rangle \langle j_\gamma^{m_\gamma} j_\delta^{m_\delta} | J_{\gamma\delta} M_{J_{\gamma\delta}} \rangle \frac{1}{\hat{J}_{\alpha\beta}} \\ &\quad \langle J_{\gamma\delta} M_{J_{\gamma\delta}} J_{M_J} | J_{\alpha\beta} M_{J_{\alpha\beta}} \rangle \langle (j_\alpha j_\beta)^{J_{\alpha\beta}} \| V_J \| (j_\gamma j_\delta)^{J_{\gamma\delta}} \rangle \\ &\quad c_\alpha^+ c_\beta^+ c_\delta c_\gamma \end{aligned} \tag{C.1.7}$$

Teniendo en cuenta la definición (C.1.4) la suma sobre las terceras componentes m_{j_γ} y m_{j_δ} quedará

$$\begin{aligned}
 \sum_{m_{j_\gamma} m_{j_\delta}} \langle j_\gamma m_{j_\gamma} j_\delta m_{j_\delta} | J_{\gamma\delta} M_{J_{\gamma\delta}} \rangle c_\delta c_\gamma &= \sum_{m_{j_\gamma} m_{j_\delta}} \langle j_\delta -m_{j_\delta} j_\gamma -m_{j_\gamma} | J_{\gamma\delta} -M_{J_{\gamma\delta}} \rangle \\
 S_\delta \tilde{c}_{-\delta} S_\gamma \tilde{c}_{-\gamma} &= \\
 = (-)^{j_\delta + j_\gamma - M_{J_{\gamma\delta}}} [\tilde{c}_{j_\delta} \times \tilde{c}_{j_\gamma}]_{-M_{J_{\gamma\delta}}}^{J_{\gamma\delta}} &= \\
 = - (-)^{J_{\gamma\delta} + M_{J_{\gamma\delta}}} [\tilde{c}_{j_\gamma} \times \tilde{c}_{j_\delta}]_{-M_{J_{\gamma\delta}}}^{J_{\gamma\delta}} & \quad (C.1.8)
 \end{aligned}$$

y sustituyendo en (C.1.7)

$$\begin{aligned}
 \hat{V}_{JM_J} &= -\frac{1}{2} \frac{1}{J} \sum_{\substack{j_\alpha j_\beta j_\gamma j_\delta \\ J_{\alpha\beta} J_{\gamma\delta}}} \langle (j_\alpha j_\beta) J_{\alpha\beta} \| V_J \| (j_\gamma j_\delta) J_{\gamma\delta} \rangle \\
 \sum_{M_J} \langle J_{\alpha\beta} M_{J_{\alpha\beta}} J_{\gamma\delta} -M_{J_{\gamma\delta}} | JM_J \rangle [c_{j_\alpha}^+ \times c_{j_\beta}^+]_{M_J}^{J_{\alpha\beta}} [\tilde{c}_{j_\gamma} \times \tilde{c}_{j_\delta}]_{-M_J}^{J_{\gamma\delta}} &= \\
 = -\frac{1}{2} \frac{1}{J} \sum_{\substack{j_\alpha j_\beta j_\gamma j_\delta \\ J_{\alpha\beta} J_{\gamma\delta}}} \langle (j_\alpha j_\beta) J_{\alpha\beta} \| V_J \| (j_\gamma j_\delta) J_{\gamma\delta} \rangle & \quad (C.1.9)
 \end{aligned}$$

$$[[c_{j_\alpha}^+ \times c_{j_\beta}^+]^{J_{\alpha\beta}} \times [\tilde{c}_{j_\gamma} \times \tilde{c}_{j_\delta}]^{J_{\gamma\delta}}]_{M_J}^J$$

que es la forma tensorial del operador a dos cuerpos acoplado.

C.2. ELEMENTOS DE MATRIZ DE OPERADORES A UN CUERPO EN LA C.C.R.P.A..

La función de onda de los estados excitados en esta aproximación viene dada por (II.2.15) en términos de una suma de una parte a $1p-1h$ y otra a $2p-2h$. El elemento de matriz que queremos calcular constará pues de dos sumandos

$$\langle J_f^{M_{J_f}} | \hat{T}_{JM_J} | C \rangle = \langle J_f^{M_{J_f}} | \hat{T}_{JM_J} | C \rangle_{(1p-1h)} + \langle J_f^{M_{J_f}} | \hat{T}_{JM_J} | C \rangle_{(2p-2h)} \quad (C.2.1)$$

que tratamos a continuación de forma separada. Veamos el primero de ellos. Si tenemos en cuenta (C.1.5) y desacoplamos podemos escribir, basándonos en (C.3), que

$$\begin{aligned} \langle J_f^{M_{J_f}} | \hat{T}_{JM_J} | C \rangle_{(1p-1h)} &= \\ &= \frac{1}{J} \sum_{Ph} C_p^* \sum_{m_j^p m_j^h} \sum_{j_\alpha j_\beta} \langle j_\alpha^{m_j} j_\beta^{m_j} | JM_J \rangle \langle j_\alpha || T_J || j_\beta \rangle \\ &\quad - (-)^{j_p + j_h + M_{J_f}} Y_{J_f}^* (Ph) \langle j_h^{m_j} j_p^{m_j} | J_f^{-M_{J_f}} \rangle \langle C | [b_h^+ a_p, c_\alpha^+ \tilde{c}_\beta^-] | C \rangle - \\ &\quad \left\{ X_{J_f}^* (Ph) \langle j_p^{m_j} j_h^{m_j} | J_f^{M_{J_f}} \rangle \langle C | [b_h^+ a_p, c_\alpha^+ \tilde{c}_\beta^-] | C \rangle - \right. \\ &\quad \left. - (-)^{j_p + j_h + M_{J_f}} Y_{J_f}^* (Ph) \langle j_h^{m_j} j_p^{m_j} | J_f^{-M_{J_f}} \rangle \langle C | [a_p^+ b_h^+, c_\alpha^+ \tilde{c}_\beta^-] | C \rangle \right\} \end{aligned} \quad (C.2.2)$$

Los elementos de matriz de los conmutadores que aparecen en (C.2.2) se calculan mediante la llamada aproximación de cuasi-bosón, que permite aproximarlos por elementos de matriz de las mismas cantidades pero evaluadas en el vacío $|0\rangle$ y no en el vacío correlacionado $|C\rangle$, (Lan64), resultando por tanto que

$$\langle C | [b_h^+ a_p, c_\alpha^+ \tilde{c}_\beta^-] | C \rangle \approx \langle 0 | [b_h^+ a_p, c_\alpha^+ \tilde{c}_\beta^-] | 0 \rangle \quad (C.2.3)$$

$$\langle C | [a_p^+ b_h^+, c_\alpha^+ \tilde{c}_\beta^-] | C \rangle \approx \langle 0 | [a_p^+ b_h^+, c_\alpha^+ \tilde{c}_\beta^-] | 0 \rangle$$

Si introducimos ahora los valores de c^+ y c definidos por la transformación canónica (B.7) y desarrollamos el producto, sólo un término de los cuatro que aparecen en dicho producto contribuye en ambos elementos de matriz; se tiene que

$$\begin{aligned} \langle C | [b_h^+ a_p^+, c_\alpha^+ \tilde{c}_\beta^-]_- | C \rangle &\approx S_{-\beta} \langle 0 | [b_h^+ a_p^+, c_\alpha^+ c_{-\beta}^-]_- | 0 \rangle = \\ &= S_{-\beta} \theta(\alpha-F) S_{-\beta} \theta(F-\beta) \langle 0 | b_h^+ a_p^+ a_\alpha^+ b_\beta^+ | 0 \rangle = \\ &= \theta(\alpha-F) \theta(F-\beta) \delta_{p\alpha} \delta_{h\beta} \end{aligned} \tag{C.2.4}$$

$$\begin{aligned} \langle C | [a_p^+ b_h^+, c_\alpha^+ \tilde{c}_\beta^-]_- | C \rangle &\approx S_{-\beta} \langle 0 | [a_p^+ b_h^+, c_\alpha^+ c_{-\beta}^-]_- | 0 \rangle = \\ &= - S_{-\beta} S_\alpha \theta(F-\alpha) \theta(\beta-F) \langle 0 | b_{-\alpha}^- a_{-\beta}^- a_p^+ b_h^+ | 0 \rangle = \\ &= - \theta(F-\alpha) \theta(\beta-F) S_\alpha S_{-\beta} \delta_{p,-\beta} \delta_{h,-\alpha} \end{aligned}$$

Sustituyendo estos resultados en (C.2.2) y sumando sobre las terceras componentes resulta

$$\begin{aligned} \langle J_f^M J_f^M | \hat{T}_{JM_f} | C \rangle_{(1p-1h)} &= \frac{1}{\hat{J}} \sum_{Ph} C_p^* \left\{ X_J^*(Ph) \langle j_p || T_J || j_h \rangle - \right. \\ &\quad \left. - (-)^{j_p+j_h+J} Y_J^*(Ph) \langle j_h || T_J || j_p \rangle \right\} \end{aligned} \tag{C.2.5}$$

Si tenemos ahora en cuenta la relación

$$\langle j' || T_J || j \rangle = (-)^{j'-j} \langle j || T_J || j' \rangle^* \tag{C.2.6}$$

y aplicamos el teorema de Wigner-Eckart al primer miembro de (C.2.5) podemos escribir finalmente que

$$\langle J || \hat{T}_J || C \rangle_{(1n-1h)} = \sum_{Ph} C_p^* \left\{ X_J^*(Ph) \langle j_p || T_J || j_h \rangle + (-)^J Y_J^*(Ph) \langle j_p || T_J || j_h \rangle^* \right\} \tag{C.2.7}$$

En cuanto al segundo sumando de (C.2.1) es fácil ver que, dentro de la aproximación cuasi-bosónica que estamos considerando, es estrictamente nulo

$$\langle J_f^{M_{J_f}} | \hat{T}_{JM_J} | C \rangle_{(2p-2h)} \approx 0 \quad (C.2.8)$$

con lo que la ecuación (C.2.7) nos da el elemento de matriz reducido de la forma (C.1) para operadores a un cuerpo en la C.C.R.P.A..

C.3. ELEMENTOS DE MATRIZ DE OPERADORES A DOS CUERPOS EN LA C.C.R.P.A..

Análogamente al caso de operadores a un cuerpo podemos escribir

$$\langle J_f^{M_{J_f}} | \hat{V}_{JM_J} | C \rangle = \langle J_f^{M_{J_f}} | \hat{V}_{JM_J} | C \rangle_{(1p-1h)} + \langle J_f^{M_{J_f}} | \hat{V}_{JM_J} | C \rangle_{(2r-2h)} \quad (C.3.1)$$

Veamos el primer sumando. Si consideramos (C.1.9) y desacoplamos resulta

$$\begin{aligned} \langle J_f^{M_{J_f}} | \hat{V}_{JM_J} | C \rangle_{(1p-1h)} &= \\ &= -\frac{1}{2} \frac{1}{\hat{J}} \sum_{Ph} C_p^* \sum_{m_j^p m_j^h} \sum_{j_{\alpha\beta} j_{\gamma\delta}} \sum_{J_{\alpha\beta} J_{\gamma\delta}} \langle (j_{\alpha} j_{\beta})^{J_{\alpha\beta}} \| V_J \| (j_{\gamma} j_{\delta})^{J_{\gamma\delta}} \rangle \\ &\quad \langle J_{\alpha\beta}^{M_{J_{\alpha\beta}}} J_{\gamma\delta}^{M_{J_{\gamma\delta}}} | J_{JM_J} \rangle \langle j_{\alpha}^{m_j} j_{\beta}^{m_j} | J_{\alpha\beta}^{M_{J_{\alpha\beta}}} \rangle \langle j_{\gamma}^{m_j} j_{\delta}^{m_j} | J_{\gamma\delta}^{M_{J_{\gamma\delta}}} \rangle \\ &\quad \left\{ X_{J_f}^*(Ph) \langle j_p^{m_j} j_h^{m_j} | J_f^{M_{J_f}} \rangle \langle C | [b_{hp}^+ c_{\alpha}^+ c_{\beta}^+ \tilde{c}_{\gamma} \tilde{c}_{\delta}]_- | C \rangle - \right. \\ &\quad \left. - (-)^{j_p + j_h + M_{J_f}} Y_{J_f}^*(Ph) \langle j_h^{m_j} j_p^{m_j} | J_f^{-M_{J_f}} \rangle \langle C | [a_{ph}^+ b_{\alpha}^+ c_{\beta}^+ \tilde{c}_{\gamma} \tilde{c}_{\delta}]_- | C \rangle \right\} \end{aligned} \quad (C.3.2)$$

Para calcular los elementos de matriz de los conmutadores utilizamos de nuevo la prescripción de la aproximación de cuasi-bosón después de desarrollar el producto de los cuatro operadores c de acuerdo con la transformación (B.7).

De los dieciseis términos que aparecen, sólo dos dan contribución no nula a dichos elementos de matriz. Se tiene, de esta forma que

$$\begin{aligned}
 \langle C | [b_{h p}^+ a_p^+, c_{\alpha}^+ c_{\beta}^+ \tilde{c}_{\gamma} \tilde{c}_{\delta}]_- | C \rangle &= S_{-\gamma} S_{-\delta} \langle 0 | [b_{h p}^+ a_p^+, c_{\alpha}^+ c_{\beta}^+ c_{-\gamma} c_{-\delta}]_- | 0 \rangle = \\
 &= S_{-\gamma} S_{-\delta} \left\{ \theta(\alpha-F) S_{\beta} \theta(F-\beta) S_{-\gamma} \theta(F-\gamma) S_{-\delta} \theta(F-\delta) \right. \\
 &\quad \left[\langle 0 | \overbrace{b_{h p}^+ a_p^+ a_{-\alpha}^+ b_{-\beta}^+ b_{-\gamma}^+ b_{-\delta}^+} | 0 \rangle + \langle 0 | \overbrace{b_{h p}^+ a_p^+ a_{-\beta}^+ b_{-\alpha}^+ b_{-\gamma}^+ b_{-\delta}^+} | 0 \rangle \right] + \\
 &\quad + S_{\alpha} \theta(F-\alpha) \theta(\beta-F) S_{-\gamma} \theta(F-\gamma) S_{-\delta} \theta(F-\delta) \\
 &\quad \left[\langle 0 | \overbrace{b_{h p}^+ a_p^+ b_{-\alpha}^+ a_{-\beta}^+ b_{-\gamma}^+ b_{-\delta}^+} | 0 \rangle + \langle 0 | \overbrace{b_{h p}^+ a_p^+ b_{-\alpha}^+ a_{-\beta}^+ b_{-\gamma}^+ b_{-\delta}^+} | 0 \rangle \right] \Big\} = \\
 &= \theta(F-\gamma) \theta(F-\delta) \left\{ \theta(\alpha-F) \theta(F-\beta) S_{\beta} [\delta_{p\alpha} \delta_{h\delta} \delta_{-\beta\gamma} - \delta_{p\alpha} \delta_{h\gamma} \delta_{-\beta\delta}] + \right. \\
 &\quad \left. + \theta(F-\alpha) \theta(\beta-F) S_{\alpha} [-\delta_{p\beta} \delta_{h\delta} \delta_{-\alpha\gamma} + \delta_{p\beta} \delta_{h\gamma} \delta_{-\alpha\delta}] \right\} \tag{C.3.3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \langle C | [a_p^+ b_h^+, c_{\alpha}^+ c_{\beta}^+ \tilde{c}_{\gamma} \tilde{c}_{\delta}]_- | C \rangle &= S_{-\gamma} S_{-\delta} \langle 0 | [a_p^+ b_h^+, c_{\alpha}^+ c_{\beta}^+ c_{-\gamma} c_{-\delta}]_- | 0 \rangle = \\
 &= - S_{-\gamma} S_{-\delta} \left\{ S_{\alpha} \theta(F-\alpha) S_{\beta} \theta(F-\beta) \theta(\gamma-F) S_{-\delta} \theta(F-\delta) \right. \\
 &\quad \left[\langle 0 | \overbrace{b_{-\alpha}^+ b_{-\beta}^+ a_{-\gamma}^+ b_{-\delta}^+ a_p^+ b_h^+} | 0 \rangle + \langle 0 | \overbrace{b_{-\alpha}^+ b_{-\beta}^+ a_{-\gamma}^+ b_{-\delta}^+ a_p^+ b_h^+} | 0 \rangle \right] + \\
 &\quad + S_{\alpha} \theta(F-\alpha) S_{\beta} \theta(F-\beta) S_{-\gamma} \theta(F-\gamma) \theta(\delta-F) \\
 &\quad \left[\langle 0 | \overbrace{b_{-\alpha}^+ b_{-\beta}^+ b_{-\gamma}^+ a_{-\delta}^+ a_p^+ b_h^+} | 0 \rangle + \langle 0 | \overbrace{b_{-\alpha}^+ b_{-\beta}^+ b_{-\gamma}^+ a_{-\delta}^+ a_p^+ b_h^+} | 0 \rangle \right] \Big\} = \\
 &= - S_{\alpha} S_{\beta} \theta(F-\alpha) \theta(F-\beta) \\
 &\quad \left\{ \theta(\gamma-F) \theta(F-\delta) S_{-\delta} [\delta_{p,-\gamma} \delta_{h,-\beta} \delta_{-\alpha\delta} - \delta_{p,-\gamma} \delta_{h,-\alpha} \delta_{-\beta\delta}] + \right. \\
 &\quad \left. + \theta(F-\gamma) \theta(\delta-F) S_{-\gamma} [-\delta_{p,-\delta} \delta_{h,-\beta} \delta_{-\alpha\gamma} - \delta_{p,-\delta} \delta_{h,-\alpha} \delta_{-\beta\gamma}] \right\}
 \end{aligned}$$

Ambos elementos de matriz incluyen una restricción; así en el primero γ ha de ser distinto a δ y α distinto a β en el segundo, ya que en caso contrario se tendría

$$b_{\gamma}^+ b_{\delta}^+ |0\rangle = 0$$

$$\langle 0 | b_{-\alpha} b_{-\beta} = 0 \tag{C.3.4}$$

Si llevamos estos resultados a (C.3.2), reagrupamos términos, aplicamos el teorema de Wigner-Eckart al primer miembro de la ecuación y consideramos (C.2.6) tendremos finalmente

$$\begin{aligned} \langle J || \hat{V}_J || C \rangle_{(1p-1h)} = & \\ = -\frac{1}{2} \sum_{Ph} C_p^* \sum_{\substack{j_{h'} \\ h' < F \\ h' \neq h}} \sum_{\substack{J_{\alpha\beta} J_{\gamma\delta} \\ M_{J_{\alpha\beta}} M_{J_{\gamma\delta}}} \sum_{\substack{m_{j_p} m_{j_h} m_{j_{h'}} \\ M_{J_{\alpha\beta}} M_{J_{\gamma\delta}}} \langle J_{\alpha\beta} M_{J_{\alpha\beta}} J_{\gamma\delta} M_{J_{\gamma\delta}} | J M_J \rangle & \tag{C.3.5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left\{ X_{J_f}^* (Ph) [\langle V \rangle_{(1p-1h)}] (-)^{j_{h'} - m_{j_{h'}}} \langle j_p m_{j_p} j_h m_{j_h} | J_f M_{J_f} \rangle \right. \\ & \quad \langle j_p m_{j_p} j_h m_{j_h} | J_{\alpha\beta} M_{J_{\alpha\beta}} \rangle \langle j_{h'} - m_{j_{h'}} j_h m_{j_h} | J_{\gamma\delta} M_{J_{\gamma\delta}} \rangle - \\ & \quad - (-)^J Y_{J_f}^* (Ph) [\langle V \rangle_{(1p-1h)}]^* (-)^{j_{h'} + m_{j_{h'}}} \langle j_h m_{j_h} j_p m_{j_p} | J_f -M_{J_f} \rangle \\ & \quad \left. \langle j_p -m_{j_p} j_h m_{j_h} | J_{\alpha\beta} M_{J_{\alpha\beta}} \rangle \langle j_{h'} - m_{j_{h'}} j_h -m_{j_h} | J_{\gamma\delta} M_{J_{\gamma\delta}} \rangle \right\} \end{aligned}$$

donde hemos definido

$$\begin{aligned} [\langle V \rangle_{(1p-1h)}] = & \langle (j_p j_{h'})_{\alpha\beta} || V_J || (j_h j_h)_{\gamma\delta} \rangle + \\ & + (-)^{j_h + j_{h'} - J_{\gamma\delta} + 1} \langle (j_p j_{h'})_{\alpha\beta} || V_J || (j_h j_{h'})_{\gamma\delta} \rangle + \\ & + (-)^{j_p + j_{h'} - J_{\alpha\beta} + 1} \langle (j_h j_p)_{\alpha\beta} || V_J || (j_h j_h)_{\gamma\delta} \rangle + \\ & + (-)^{j_p + j_h - J_{\alpha\beta} - J_{\gamma\delta} + 1} \langle (j_h j_p)_{\alpha\beta} || V_J || (j_h j_{h'})_{\gamma\delta} \rangle \end{aligned} \tag{C.3.6}$$

La suma sobre las terceras componentes en (C.3.5) no puede hacerse debido a la restricción impuesta a h'.

El segundo sumando en (C.3.1) es algo más complicado debido a la presencia de la vibración del "core" B_{α}^{+} definida por (II.2.7). Tras un proceso de reacoplamiento a fin de que los operadores de partícula y de hueco estén juntos y un desacoplamiento posterior, la parte a 2p-2h de la función de onda (II.2.15) que describe el estado excitado puede escribirse en la forma

$$\begin{aligned}
 & \sum_{Ph} \hat{j}_p \sum_{\alpha v} C_p(\alpha v) \hat{J}_{\alpha} \sum_{mi} (-)^{J_f+J_{\alpha}+j_m+j_h} \sum_{J_{12} J_{34}} (-)^{J_{12}} \hat{J}_{12} \hat{J}_{34} \\
 & \left\{ \begin{matrix} j_v & j_m & J_{12} \\ j_i & j_p & J_{\alpha} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} J_{12} & j_i & j_p \\ j_h & J_f & J_{34} \end{matrix} \right\} \\
 & \sum_{\substack{m_{j_v} m_{j_m} m_{j_i} m_{j_h} \\ M_{J_{12}} M_{J_{34}}} } \langle j_v m_{j_v} j_m m_{j_m} | J_{12} M_{J_{12}} \rangle \langle j_i m_{j_i} j_h m_{j_h} | J_{34} M_{J_{34}} \rangle \\
 & \left\{ X_{J_f}(Ph) \langle J_{12} M_{J_{12}} J_{34} M_{J_{34}} | J_f M_{J_f} \rangle \right. \\
 & [X_{J_{\alpha}}(mi) a_v^{+} a_m^{+} b_i^{+} b_h^{+} + (-)^{J_{\alpha}+M_{J_{\alpha}}} Y_{J_{\alpha}}(mi) b_h^{+} b_i^{+} a_m^{+} a_v^{+}] - \\
 & - (-)^{J_f+M_{J_f}} Y_{J_f}(Ph) \langle J_{12} M_{J_{12}} J_{34} M_{J_{34}} | J_f -M_{J_f} \rangle \\
 & \left. [X_{J_{\alpha}}(mi) b_h b_i a_m a_v + (-)^{J_{\alpha}+M_{J_{\alpha}}} Y_{J_{\alpha}}(mi) a_v a_m^{+} b_i^{+} b_h] \right\} |c\rangle
 \end{aligned}
 \tag{C.3.7}$$

Al calcular con esta función de onda el elemento de matriz correspondiente aparecen cuatro elementos de matriz de conmutadores de operadores de creación y aniquilación del tipo de los ya vistos anteriormente. Para calcularlos se utiliza de nuevo la aproximación cuasi-bosónica resultando dos de ellos (los asociados con la amplitud $Y_{J_{\alpha}}$) nulos, como es fácil comprobar. A los otros dos sólo contribuye un término de los dieciseis resultantes del producto de los cuatro operadores c. Se tiene así que

De estos resultados se deduce que, dentro de la aproximación de cuasi-bosón que estamos utilizando en la evaluación de los elementos de matriz, la vibración del "core" B_{α}^{+} , que da idea de la polarización inducida en él por la partícula (ver la definición de cuasi-partícula en el apartado II.2.2.) que estamos considerando, es una vibración del tipo T.D.A..

Si consideramos (C.3.8) junto con (C.1.9), desacoplamos y agrupamos términos teniendo en cuenta de nuevo (C.2.6), es posible obtener, tras un proceso un tanto engorroso, la expresión del elemento de matriz que estamos tratando de calcular y que resulta, después de aplicar el teorema de Wigner-Eckart al primer miembro,

$$\begin{aligned} \langle J || \hat{V}_J || C \rangle_{(2p-2h)} = & -\frac{1}{2} \sum_{Ph} \hat{j}_p \sum_{\alpha\nu} C_p^{*(\alpha\nu)} \hat{J}_{\alpha} \sum_{\substack{mi \\ i \neq h}} X_{J_{\alpha}}^{*} (mi) (-)^{J_f + J_{\alpha} + j_m + j_h} \\ & \sum_{J_{34}} (-)^{J_{\alpha\beta}} \hat{J}_{\alpha\beta} \hat{J}_{34} \begin{Bmatrix} j_v & j_m & J_{\alpha\beta} \\ j_i & j_p & J_{\alpha} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} J_{\alpha\beta} & j_i & j_p \\ j_h & J_f & J_{34} \end{Bmatrix} \\ & \sum_{\substack{m_j \\ m_i \\ m_j \\ M_{J_{34}} \\ M_{J_{\alpha\beta}} \\ M_{J_{\gamma\delta}}} \langle j_i m_j j_i m_j j_h m_j | J_{34} M_{J_{34}} \rangle \\ & \cdot \end{aligned} \tag{C.3.9}$$

$$\begin{aligned} & \left\{ X_{J_f}^{*} (Ph) [\langle V \rangle_{(2p-2h)}] \langle J_{\alpha\beta} M_{J_{\alpha\beta}} J_{34} M_{J_{34}} | J_f M_{J_f} \rangle \right. \\ & \quad \langle J_{\alpha\beta} M_{J_{\alpha\beta}} J_{\gamma\delta} M_{J_{\gamma\delta}} | J M_J \rangle \langle j_i m_j j_i m_j j_h m_j | J_{\gamma\delta} M_{J_{\gamma\delta}} \rangle + \\ & \quad + (-)^{J_f} Y_{J_f}^{*} (Ph) [\langle V \rangle_{(2p-2h)}]^{*} \langle J_{\alpha\beta}^{-M_{J_{\alpha\beta}}} J_{34} M_{J_{34}} | J_f^{-M_{J_f}} \rangle \\ & \quad \left. \langle J_{\alpha\beta}^{-M_{J_{\alpha\beta}}} J_{\gamma\delta}^{-M_{J_{\gamma\delta}}} | J^{-M_J} \rangle \langle j_i m_j j_i m_j j_h m_j | J_{\gamma\delta}^{-M_{J_{\gamma\delta}}} \rangle \right\} \end{aligned}$$

donde hemos definido

$$\begin{aligned}
 \langle V \rangle_{(2p-2h)}] &= \langle (j_v j_m)^J_{\alpha\beta} \parallel V_J \parallel (j_i j_h)^J_{\gamma\delta} \rangle + \\
 &+ (-)^{j_i + j_h - J_{\gamma\delta} + 1} \langle (j_v j_m)^J_{\alpha\beta} \parallel V_J \parallel (j_h j_i)^J_{\gamma\delta} \rangle + \\
 &+ (-)^{j_v + j_m - J_{\alpha\beta} + 1} \langle (j_m j_v)^J_{\alpha\beta} \parallel V_J \parallel (j_i j_h)^J_{\gamma\delta} \rangle + \\
 &+ (-)^{j_v + j_m + j_i + j_h - J_{\alpha\beta} - J_{\gamma\delta}} \langle (j_m j_v)^J_{\alpha\beta} \parallel V_J \parallel (j_h j_i)^J_{\gamma\delta} \rangle
 \end{aligned}
 \tag{C.3.10}$$

De nuevo, como en el caso anterior, no es posible hacer la suma sobre las terceras componentes debido a la restricción impuesta a i.

APENDICE D. CALCULO DEL ELEMENTO DE MATRIZ DE ISOSPIN.

Tratamos en este apéndice de calcular el elemento de matriz de la parte de isospin que aparece en el operador multipolar magnético correspondiente a las corrientes mesónicas de intercambio. En otras palabras, queremos obtener el valor del elemento de matriz

$$\langle \chi_{m_a} \chi_{m_b} | [\vec{\tau}^{(1)} \times \vec{\tau}^{(2)}]_z | \chi_{m_c} \chi_{m_d} \rangle \quad (D.1)$$

donde χ_m es la parte de isospin de la función de onda monoparticular correspondiente.

Si desarrollamos el producto vectorial y lo expresamos en términos de la base

$$\begin{aligned} \tau_{\pm} &= \frac{1}{2} (\tau_x \pm i\tau_y) \\ \tau_0 &= \tau_z \end{aligned} \quad (D.2)$$

obtenemos

$$[\vec{\tau}^{(1)} \times \vec{\tau}^{(2)}]_z = -2i [\tau_-^{(1)} \tau_+^{(2)} - \tau_+^{(1)} \tau_-^{(2)}] \quad (D.3)$$

y llevando este resultado al elemento de matriz (D.1) queda finalmente

$$\begin{aligned} \langle \chi_{m_a} \chi_{m_b} | [\vec{\tau}^{(1)} \times \vec{\tau}^{(2)}]_z | \chi_{m_c} \chi_{m_d} \rangle &= \\ &= -2i \langle \chi_{m_a} | \tau_-^{(1)} | \chi_{m_c} \rangle \langle \chi_{m_b} | \tau_+^{(2)} | \chi_{m_d} \rangle - \langle \chi_{m_a} | \tau_+^{(1)} | \chi_{m_c} \rangle \langle \chi_{m_b} | \tau_-^{(2)} | \chi_{m_d} \rangle = \\ &= -2i [\delta_{av} \delta_{c\pi} \delta_{b\pi} \delta_{d\nu} - \delta_{a\pi} \delta_{c\nu} \delta_{b\nu} \delta_{d\pi}] = \\ &= -2i [\delta_{ad, \nu} \delta_{bc, \pi} - \delta_{ad, \pi} \delta_{bc, \nu}] \end{aligned} \quad (D.4)$$

APENDICE E. DETALLES DEL CALCULO DE LAS INTEGRALES.

La evaluación de los elementos de matriz reducidos de las partes a uno, ecuación (III.2.2), y dos cuerpos, ecuaciones (III.3.9), (III.3.11), (III.3.14) y (III.3.18), requiere el cálculo de una serie de integrales. Los distintos métodos que hemos ensayado pueden encuadrarse en dos grupos. El primero de ellos se basa en la utilización de desarrollos en serie de funciones radiales de oscilador armónico. Sin embargo, ninguno de ellos proporciona las condiciones de estabilidad y convergencia necesarias para considerar los resultados como fiables por lo que no los comentaremos aquí.

El segundo grupo corresponde en realidad a un solo método y se basa en la evaluación numérica de las integrales mediante el método de Gauss-Legendre, según el cual (Abr72)

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \sum_{i=1}^n \omega_i f(x_i) \quad (\text{E.1})$$

donde x_i es el i -ésimo cero del polinomio de Legendre, $P_n(x)$, y

$$\omega_i = 2 \frac{[P'_n(x_i)]^2}{(1-x_i^2)} \quad (\text{E.2})$$

En el caso particular de las integrales que se nos presentan, y debido a la forma de las funciones que debemos integrar, podemos establecer un valor de corte para la variable de integración de forma que

$$\int_0^{\infty} f(x) dx \approx \int_0^{X_c} f(x) dx \quad (\text{E.3})$$

que puede reducirse a una integral como la que aparece en (E.1) sin más que hacer el cambio

$$x = \frac{X_c}{2} (y + 1)$$

(E.4)

En definitiva, calcularemos las integrales como

$$\int_0^{\infty} f(x) dx \approx \int_0^{X_c} f(x) dx = \frac{X_c}{2} \sum_{i=1}^n \omega_i f\left[\frac{X_c}{2}(y_i+1)\right] \quad (\text{E.5})$$

Las integrales que aparecen en la contribución a un cuerpo son integrales simples y su evaluación se reduce a la aplicación de (E.5); las correspondientes a las contribuciones de las corrientes mesónicas de intercambio son integrales triples y su valor se ha obtenido por aplicación sucesiva de esa misma expresión ya que la función a integrar en cada uno de los tres procesos de integración presenta las condiciones que hacen posible establecer el valor de corte para la variable de integración.

Tanto en un caso como en el otro, el número de puntos de integración, n , así como el valor de corte utilizado han sido determinados a fin de asegurar la convergencia de las integrales. Así para las integrales sobre abscisas se han utilizado 15fm en el caso del ^{16}O y 20fm para el ^{48}Ca y el ^{208}Pb como valores máximos para la variable de integración, mientras que en el caso de las integrales sobre momentos hemos considerado 10fm^{-1} en los tres núcleos. El número de puntos de integración se ha elegido igual a 98 en todas las integrales, si bien en algunas de ellas valores de 80 e incluso 64 puntos proporcionan una correcta convergencia.

BIBLIOGRAFIA.

- (Abr72) M.Abramowitz and I.A.Stegun. "Handbook of Mathematical Functions".
Dover (1972).
- (Ana77) M.R.Anastasio and G.E.Brown. Nuc. Phys.A285(1977)516
- (Ari78) A.Arima, Y.Horikawa, H.Hyuga and T.Suzuki.
Phys. Rev. Lett.40(1978)1001
- (Bar75) A.Barroso and E.Hadjimichael. Nuc. Phys.A238(1975)422
- (Ber75) G.F.Bertsch and S.F.Tsai. Phys. Rep.18C(1975)125
- (Ber81) M.Bernheim, E.Jans, J.Mougey, D.Royer, D.Tarnowski, S.Turck-Chieze,
I.Sick, G.P.Capitani, E.De Sanctis and S.Frullani.
Phys. Rev. Lett.46(1981)402
- (Ber82) W.Bertozzi. Nuc. Phys.A374(1982)109c
- (Bjo64) J.D.Bjorken and S.D.Drell. "Relativistic Quantum Mechanics".
McGraw-Hill (1964).
- (Bla77) J.P.Blaizot and D.Gogny. Nuc. Phys.A284(1977)429
- (Blo60) J.Blomqvist and S.Wahlborn. Arkiv Fys.16(1960)545
- (Bos70) B.Bosco and A.Piazza. Phys. Rev.C1(1970)787
- (Bra84) M.Brack. Comunicación privada (1984).
- (Bri68) D.M.Brink and R.Satchler. "Angular Momentum". Clarendon Press (1968).
- (Bro71) G.E.Brown. "Unified Theory of Nuclear Models and Forces".
North-Holland (1971).
- (Bro77) G.E.Brown, S.O.Bäckman, E.Oset and W.Weise. Nuc. Phys.A286(1977)191
- (Bro79) G.E.Brown, J.S.Dehesa and J.Speth. Nuc. Phys.A330(1979)290
- (Bru77) P.J.Brussaard and P.W.M.Glaudemans.
"Shell-Model Applications in Nuclear Spectroscopy".
North-Holland (1977).
- (Cas84) M.Casas and J.Martorell. Preprint (1984).
- (Cav82) J.M.Cavedon, B.Frois, D.Goutte, M.Huet, Ph.Leconte, J.Martino,
X.-H.Phan, S.K.Platchkov, S.E.Williamson, W.Boeglin, I.Sick,
P. de Witt-Huberts, L.S.Cardman and C.N.Papanicolas.
Phys. Rev. Lett.49(1982)986
- (Che69) M.Chemtob and M.Rho. Phys. Lett.29B(1969)540
- (Che70) M.Chemtob and A.Lumbroso. Nuc. Phys.B17(1970)401
- (Che71) M.Chemtob and M.Rho. Nuc. Phys.A163(1971)1
- (Cio80) C.Ciofi degli Atti. Prog. Part. Nuc. Phys.3(1980)163

- (Con84a) C.Conci.
"Application of the Quasiparticle-Random-Phase Approximation in the Region of the Semi-Magic Nucleus $^{146}_{64}\text{Gd}_{82}$ ".
Tesis. Univ. Bonn (1984). (No publicada).
- (Con84b) C.Conci. Comunicación privada (1984).
- (Dec81) J.Decharge, L.Sips and D.Gogny. Phys. Lett.98B(1981)229
- (DeF66) T.deForest, Jr. and J.D.Walecka. Adv. Phys.15(1966)1
- (Deh77a) J.S.Dehesa, S.Krewald, J.Speth and A.Faessler. Phys. Rev.C15(1977)1858
- (Deh77b) J.S.Dehesa.
"Microscopic Description of Giant Electric and Magnetic Multipole Resonances in Closed-Shell Nuclei".
Tesis. Univ. Bonn (1977). (No publicada).
- (Don79) T.W.Donnelly and W.C.Haxton. Atom. Data and Nuc. Data Tab.23(1979)103
- (Don80) T.W.Donnelly and W.C.Haxton. Atom. Data and Nuc. Data Tab.25(1980)1
- (Dub76) J.Dubach, J.H.Koch and T.W.Donnely. Nuc. Phys.A271(1976)279
- (Dub80) J.Dubach. Nuc. Phys.A340(1980)271
- (Dun83) P.C.Dunn., S.B.Kowalski, F.N.Rad, C.P.Sargent, W.E.Turchinetz, R.Goloskie and D.P.Sailor.
Phys. Rev.C27(1983)71
- (Edm57) A.R.Edmonds. "Angular Momentum in Quantum Mechanics".
Princeton University Press (1957).
- (Eis70) J.M.Eisenberg and W.Greiner.
"Nuclear Theory vol.II: Excitations Mechanisms of the Nucleus".
North-Holland (1970).
- (Eis72) J.M.Eisenberg and W.Greiner.
"Nuclear Theory vol.III: Microscopic Theory of the Nucleus".
North-Holland (1972).
- (Fri75) J.L.Friar. Phys. Rev.C12(1975)2127
- (Fri77a) J.L.Friar. Ann. Phys.104(1977)380
- (Fri77b) J.L.Friar. Phys. Lett.69B(1977)51
- (Fri80) J.L.Friar en "Electron and Pion Interactions with Nuclei at Intermediate Energies".
W.Bertozzi, S.Costa and C.Schaerf eds.. Harwood Academic (1980).
- (Gal73) J.Galonska.
"Hartree-Fock Rechnungen mit Dichteabhängigen Effektiven Wechselwirkungen".
Tesis. Univ. Münster (1973). (No publicada).
- (Gar76) M.Gari and H.Hyuga. Z. Phys.A277(1976)291
- (Ger79) J.F.Germond and C.Wilkin en "Mesons in Nuclei".
M.Rho and D.Wilkinson eds.. North Holland (1979).
- (Had72) E.Hadjimichael, S.N.Yang and G.E.Brown. Phys.Lett.39B(1972)594

- (Ham80) I.Hamamoto, J.Lichtenstadt and G.F.Bertsch. Phys. Lett. 93B(1980)213
- (Hoc73) J.Hockert, D.O.Riska, M.Gari and A.Huffman. Nuc. Phys. A217(1973)14
- (Hol81) K.Holinde. Phys. Rep. 68(1981)121
- (Hos76) T.Hoshino and A.Arima. Phys. Rev. Lett. 37(1976)266
- (Hyu76) H.Hyuga and M.Gari. Nuc. Phys. A274(1976)333
- (Jan66) T.Janssens, R.Hofstadter, E.B.Hughes and M.R.Yearian.
Phys. Rev. 142(1966)922
- (Klo74) W.M.Kloet and J.A. Tjon. Phys. Lett. 49B(1974)419
- (Koh82) M.Kohno and D.W.L.Sprung. Phys. Rev. C26(1982)297
- (Kre74) S.Krewald and J.Speth. Phys. Lett. 52B(1974)295
- (Kre80) S.Krewald and J.Speth. Phys. Rev. Lett. 45(1980)417
- (Kre83) S.Krewald and J.S.Dehesa en "Quarks, Mesons and Isobars in Nuclei".
R.Guardiola and A.Polls eds.. World Scientific (1983).
- (Lan64) A.M.Lane. "Nuclear Theory". Benjamin (1964).
- (Lic78) J.Lichtenstadt, J.Heisenberg, C.N.Papanicolas and C.P.Sargent
Phys. Rev. Lett. 40(1978)1127
- (Lic79a) J.Lichtenstadt, J.Heisenberg, C.N.Papanicolas, C.P.Sargent,
A.N.Courtemanche and J.S.McCarthy.
Phys. Rev. C20(1979)497
- (Lic79b) J.Lichtenstadt.
"Excited States in ²⁰⁸Pb: an Experimental Study of the Nuclear
Structure by Inelastic Electron Scattering".
Tesis. M.I.T. (1979). (No publicada).
- (Liu76) K.F.Liu and G.E.Brown. Nuc. Phys. A265(1976)385
- (Loc74) J.A.Lock, L.L.Foldy and F.R.Bursirk. Nuc. Phys. A220(1974)103
- (Mat81a) J.F.Mathiot.
"Contributions des Courants d'Echange Mésoniques au Facteur de Forme
Magnétique de Certains Noyaux Complexes".
Tesis. Univ. P. et M. Curie (1981). (No publicada).
- (Mat81b) J.F.Mathiot and B.Desplanques. Phys. Lett. 101B(1981)141
- (Mes73) A.Messiah. "Mecánica Cuántica". Tecnos (1973).
- (Mig67) A.B.Migdal.
"Theory of Finite Fermi Systems and Applications to Atomic Nuclei".
Wiley (1967).
- (Osb50) R.K.Osborn and L.L.Foldy. Phys. Rev. 79(1950)795
- (Ose79) E.Oset and M.Rho. Phys. Rev. Lett. 42(1979)47
- (Pan84) V.R.Pandharipande, C.N.Papanicolas and J.Wambach. Preprint (1984).
- (Ric83) A.Richter. Proc. Int. Sch. Interm. Energ. Nuc. Phys..
San Miniato, Italia (1983).
- (Ris72) D.O.Riska and G.E.Brown. Phys. Lett. 38B(1972)193

- (Ris80) D.O.Riska. Nuc. Phys.A350(1980)227
- (Ris83) D.O.Riska. Prog. Part. Nuc. Phys.11(1983)199
- (Rot59) M.Rotenberg, R.Bivins, M.Metropolis and J.K.Wooten Jr..
"The 3-j and 6-j symbols". Technology Press M.I.T. (1959).
- (Row70) D.J.Rowe. "Nuclear Collective Motion". Methuen (1970).
- (Saw62) J.Sawicki. Phys. Rev.126(1962)2231
- (Sie37) A.J.F.Siegert. Phys. Rev.52(1937)787
- (Som78) B.Sommer. Nuc. Phys.A308(1978)263
- (Spe77) J.Speth, E.Werner and W.Wild. Phys. Rep33C(1977)127
- (Spe80) J.Speth, V.Klemt, J.Wambach and G.E.Brown. Nuc. Phys.A343(1980)382
- (Ste83) W.Steffen, H.-D.Gräf, A.Richter, A.Härtling, W.Weise, U.Deutschmann,
G.Lahm and R.Neuhausen.
Nuc. Phys.A404(1983)413
- (Suz79) T.Suzuki, H.Hyuga and A.Arima. Z. Phys.A293(1979)5
- (Suz81) T.Suzuki, S.Krewald and J.Speth. Phys. Lett.107B(1981)9
- (Suz82) T.Suzuki, M.Oka, H.Hyuga and A.Arima. Phys. Rev.C26(1982)750
- (Suz83) T.Suzuki and H.Hyuga. Nuc. PhysA402(1983)491
- (Tam64) T.Tamura and T.Udagawa. Nuc. Phys.53(1964)33
- (Tas58) L.J.Tassie and F.C.Barker. Phys. Rev.111(1958)940
- (Tho61) D.J.Thouless. Nuc. Phys.22(1961)78
- (Tow77) I.S.Towner. "A Shell Model Description of Light Nuclei".
Clarendon Press (1977).
- (Tow79) I.S.Towner and F.C.Khanna. Phys. Rev. Lett.42(1979)51
- (Tow83) I.S.Towner. Prog. Part. Nuc. Phys.11(1983)91
- (Ube71) H.Überall. "Electron Scattering from Complex Nuclei".
Academic Press (1971).
- (Van81) J.W.Van Orden and T.W.Donnelly. Ann. Phys.131(1981)451
- (Vau72) D.Vautherin and D.M.Brink. Phys. Rev.C5(1972)626
- (Vil47) F.Villars. Helv. Phys. Acta20(1947)476
- (Wei83) W.Weise. Nuc. Phys.A396(1983)373c
- (Wil63) R.S.Willey. Nuc. Phys.40(1963)529
- (Wil78) C.Wilkin. Prog. Part. Nuc. Phys.1(1978)225
- (Woo54) R.D.Woods and D.S.Saxon. Phys Rev.95(1954)577
- (Yuk35) H.Yukawa. Proc. Phys.-Math. Soc. Jap.17(1935)48

TABLAS.

Tabla 1: Radios de carga nucleares y constantes de oscilador utilizadas en la obtención de las funciones de onda monoparticulares para los potenciales de oscilador armónico y de Woods-Saxon en los tres núcleos considerados en esta memoria.

Tabla 2: Los valores del momento transferido para los que la parte a un cuerpo del factor de forma presenta máximos, $q_{\max}^{(1)}$, y los valores de esos máximos; las diferencias entre los momentos $q_{\max}^{(SG)}$ y $q_{\max}^{(\pi)}$ para los que las parte "seaguli" y piónica son máximas y el $q_{\max}^{(1)}$, así como el tanto por ciento que dichos máximos suponen respecto de los de la parte a un cuerpo, y, por último, el corrimiento de los máximos de $|F_T^{(1)}(q)|$ debido a la inclusión de las contribuciones a dos cuerpos, $q_{\max}^{(1)}$ y el cociente entre el cuadrado del factor de forma total y el de la parte a un cuerpo de dicho factor de forma, se resumen para los cinco estados estudiados.

Tabla 3: Valores numéricos de los parámetros de la densidad de nucleones definida en (IV.4.17) para los núcleos $^{16}_0\text{O}$ y ^{48}Ca y que hemos utilizado en los cálculos descritos en el apartado IV.4.

	R_C (fm)	b	
		Oscilador	Woods-Saxon
$^{16}_O$	2.76	1.759	1.726
$^{48}_{Ca}$	3.48	1.954	1.8
$^{208}_{Pb}$	5.50	2.485	2.44

Tabla 1

	max.	$q_{\max}^{(1)}$ fm^{-1}	$ F_T^{(1)}(q) _{\max}$	$q_{\max}^{(SG)} - q_{\max}^{(1)}$ fm^{-1}	$\frac{ F_T^{(SG)}(q) _{\max}}{ F_T^{(1)}(q) _{\max}}$ %	$q_{\max}^{(\pi)} - q_{\max}^{(1)}$ fm^{-1}	$\frac{ F_T^{(\pi)}(q) _{\max}}{ F_T^{(1)}(q) _{\max}}$ %	$q_{\max}^{(1)} - q_{\max}^{(1)}$ fm^{-1}	$\frac{ F_T(q) _{\max}^2}{ F_T^{(1)}(q) _{\max}^2}$ %
^{16}O $ 4^-; 18.98\text{MeV}\rangle$	1	1.60	0.033	0.30	13.20	0.10	4.32	0.00	116.27
	2	3.85	1.945E-04	0.35	48.43	0.35	4.49	0.15	171.61
^{48}Ca $ 1^+; 10.23\text{MeV}\rangle$	1	0.40	6.309E-03	-0.05	3.01	-0.03	1.05	0.00	103.78
	2	1.23	2.203E-03	-0.05	16.01	-0.02	3.15	0.00	126.95
	3	2.08	5.752E-04	0.09	21.01	0.14	3.06	0.01	138.04
	4	3.04	8.077E-05	0.13	29.74	0.29	2.46	0.02	158.18
^{208}Pb $ 14^-; 6.74\text{MeV}\rangle$	1	2.25	1.491E-03	0.20	14.06	0.10	3.68	0.05	118.01
	2	3.37	3.182E-05	0.13	37.72	0.09	5.93	0.07	152.37
	3	3.96	4.031E-06	0.18	51.76	0.14	6.10	0.08	161.29
^{208}Pb $ 12^-; 6.43\text{MeV}\rangle$	1	1.90	6.483E-04	0.25	18.04	0.15	7.29	0.00	117.18
	2	2.78	9.876E-05	0.31	13.17	0.22	3.99	0.05	86.32
	3	3.49	7.866E-06	0.27	28.04	0.15	7.78	0.07	80.08
^{208}Pb $ 12^-; 7.06\text{MeV}\rangle$	1	2.00	2.450E-03	0.10	17.04	0.01	5.49	0.00	122.68
	2	3.10	5.430E-05	0.03	40.19	0.01	9.19	0.01	170.30
	3	3.68	7.191E-06	0.05	60.51	0.01	11.76	0.01	238.24

Table 2

	q	ρ_{q0} (fm ⁻³)	X_q (fm)	a_q (fm)
¹⁶ O	π	0.085	2.72	0.46
	ν		2.62	
⁴⁸ Ca	π	0.071	3.69	0.46
	ν	0.099	3.98	

Tabla 3

FIGURAS.

Figura 1: Diagrama de intercambio de un fotón que describe la difusión de un electrón por un núcleo blanco que sufre una transición desde el estado inicial $|i\rangle$ al estado final $|f\rangle$. $K_{1\mu} = (\vec{k}_1, i\epsilon_1)$ es el cuadrimomento del electrón incidente y $K_{2\mu} = (\vec{k}_2, i\epsilon_2)$ el del difundido. q_μ es el cuadrimomento transferido.

Figura 2: Diagramas de Feynman correspondientes al intercambio de un pión.

a) Diagrama piónico en el que el fotón virtual interactúa con el pión en vuelo.

b) Diagrama de par o "seagull", en el que el fotón virtual crea un par nucleón-antinucleón.

c) Diagrama de isóbaro en el que es creado un isóbaro intermedio que se desexcita posteriormente emitiendo un pión.

Figura 3: Diagramas ordenados temporalmente que equivalen al diagrama de par mostrado en la figura 2b.

Figura 4: Diagramas correspondientes a los cuatro sumandos que constituyen el término a 1p-1h del elemento de matriz de la parte a dos cuerpos del operador multipolar magnético. En el caso particular que estamos analizando los diagramas 4b y 4c dan contribución nula por conservación de la carga.

Figura 5: Idem que la anterior pero para el término a 2p-2h. Los diagramas 5b y 5c tampoco contribuyen al correspondiente elemento de matriz por idéntica razón que en el caso de la parte a 1p-1h.

Figura 6: Diagrama esquemático que muestra, para la corriente piónica, las asignaciones de (momento angular, trimomento) para las partículas que intervienen en el proceso. Puede verse que el hecho de mantener explícitamente las coordenadas nucleónicas \vec{r}_1 y \vec{r}_2 hace que el pión sea tratado como un doble "pión".

Figura 7: Idem que la anterior pero para la corriente "seagull". La aparición de los dos términos se ve reflejada en las expresiones obtenidas para esta contribución (ver capítulo III)

Figura 8: Esquema de la simplificación formal de la parte a 1p-1h de la contribución "seagull" (diagrama 8a) al introducir los estados efectivos. Como puede verse en el diagrama 8b, la consideración de dichos estados hace que la contribución "seagull" aparezca como una contribución a un cuerpo con excitaciones nucleares del tipo partícula-hueco efectivo y partícula efectiva-hueco.

Figura 9: Diagramas que muestran la equivalencia de la partícula (figura 9a) y el hueco (figura 9b) efectivos.

Figura 10: Factor de forma magnético del proceso (e,e') ^{208}Pb (14^- ; 6.74MeV). Con línea continua se representa la parte a un cuerpo que viene dada por (III.2.2). La línea discontinua muestra la parte a 1p-1h de la contribución debida a las corrientes mesónicas de intercambio; su valor se obtiene como suma de (III.3.9) y (III.3.14). Finalmente, la línea punteada describe la parte a 2p-2h de esa misma contribución y es el resultado de la suma de (III.3.11) y (III.3.18).

Figura 11: Influencia del potencial nuclear medio en el factor de forma del proceso (e,e') ^{16}O (4^- ; 18.98MeV). De izquierda a derecha se muestran los resultados que se obtienen para las contribuciones a un cuerpo, "seagull" y piónica dadas por (III.4.4), para los potenciales de Woods-Saxon (línea continua) y oscilador armónico (línea discontinua).

Figura 12: Idem que la anterior pero para el proceso (e,e') ^{48}Ca (1^+ ; 10.23MeV).

Figura 13: Idem que la fig. 11 pero para el proceso (e,e') ^{208}Pb (14^- ; 6.74MeV).

Figura 14: Idem que la fig. 11 pero para el proceso (e,e') ^{208}Pb (12^- ; 6.43MeV).

Figura 15: Comparación de las distintas contribuciones al factor de forma del proceso (e,e') ^{16}O (4^- ; 18.98MeV). Se muestran, junto con la parte imaginaria del factor de forma total (línea continua), la parte imaginaria de las contribuciones a un cuerpo (línea discontinua), "seagull" (línea discontinua punteada) y piónica (línea punteada), definidas por (III.4.4), en las zonas del primer y segundo máximos de difusión.

Figura 16: Idem que la anterior pero para el proceso (e,e') ^{48}Ca (1^+ ;10.23MeV).

Figura 17: Idem que la fig. 15 pero para el proceso (e,e') ^{208}Pb (14^- ;6.74MeV).

Figura 18: Idem que la fig. 15 pero para el proceso (e,e') ^{208}Pb (12^- ;6.43MeV).

Figura 19: Idem que la fig. 15 pero para el proceso (e,e') ^{208}Pb (12^- ;7.06MeV).

Figura 20: Influencia de la inclusión de las corrientes mesónicas de intercambio y de los grados de libertad a $2p-2h$ de la función de onda nuclear en el cuadrado del factor de forma del proceso (e,e') ^{16}O (4^- ;18.98MeV) y comparación con los datos experimentales. Se han dibujado los cuadrados del factor de forma total en la C.C.R.P.A. (línea continua) y en la R.P.A. (línea discontinua) y de la parte a un cuerpo de dicho factor de forma en R.P.A. (línea punteada). Los datos experimentales están tomados de (Ber82).

Figura 21: Idem que la anterior pero para el proceso (e,e') ^{48}Ca (1^+ ;10.23MeV). Los datos experimentales son de (Ste83).

Figura 22: Idem que la fig. 20 pero para el proceso (e,e') ^{208}Pb (14^- ;6.74MeV). Los datos experimentales han sido tomados de (Lic79a,b).

Figura 23: Idem que la fig. 20 pero para el proceso (e,e') ^{208}Pb (12^- ;6.43MeV). No se muestra en este caso la curva correspondiente al cuadrado del factor de forma total en la C.C.R.P.A. (ver apartado III.4.4). Los datos experimentales son de (Lic79a,b).

Figura 24: Idem que la fig. 20 pero para el proceso (e,e') ^{208}Pb (12^- ;7.06MeV). Los datos experimentales se han tomado de (Lic79a,b).

Figura 25: Valor del propagador efectivo obtenido a partir del primero de los cocientes (IV.2.1) para los estados 4^- del ^{16}O (línea discontinua punteada) y 14^- (línea discontinua), 12_1^- (línea discontinua doblemente punteada) y 12_2^- (línea punteada) del ^{208}Pb . Se incluye también (línea continua) la parametrización (IV.2.3) para los valores $m=1.40951\text{fm}^{-1}$ y $k=2.13367$.

Figura 26: Idem que la anterior pero para el cuadrado del propagador efectivo que se obtiene del segundo de los cocientes (IV.2.1).

Figura 27: Valores de \tilde{v}_π y \tilde{v}_π^2 (líneas punteadas) dados por los cocientes (IV.2.1) para el caso del estado 1^+ del ^{48}Ca . Además se muestran las parametrizaciones (IV.2.3) para los valores de m y k dados por (IV.2.4) (línea continua) y (IV.2.5) (línea discontinua).

Figura 28: Comparación entre los resultados exactos (línea continua) y los que se obtienen en la A.P.E. (línea discontinua) para las cantidades $|F_T^{(SG)}(q)|$ y $|F_T^{(\pi)}(q)|$ en los casos de los estados 4^- del ^{16}O y 14^- del ^{208}Pb . Se ha considerado la parametrización (IV.2.3) con los valores de m y k que vienen dados por (IV.2.4).

Figura 29: Idem que la anterior pero para los dos estados 12^- del ^{208}Pb que hemos analizado.

Figura 30: Idem que la fig. 28 pero para el caso del estado 1^+ del ^{48}Ca . Se muestra también (línea punteada) la parametrización correspondiente a los valores $m=1.70388\text{fm}^{-1}$ y $k=2.98981$ que hemos obtenido para este caso particular.

Figura 31: Comparación de los resultados obtenidos para $|F_T^{(SG)}(q)|_{(1p-1h)}$ en la A.P.E. de forma exacta (línea continua) y los que se encuentran para esa misma cantidad cuando se incluyen las densidades nucleares mediante la ecuación (IV.4.11) usando funciones monoparticulares de Woods-Saxon (línea discontinua) y de oscilador armónico (línea punteada). En los cálculos se ha considerado $\tilde{v}_\pi \equiv 1$ por simplicidad.

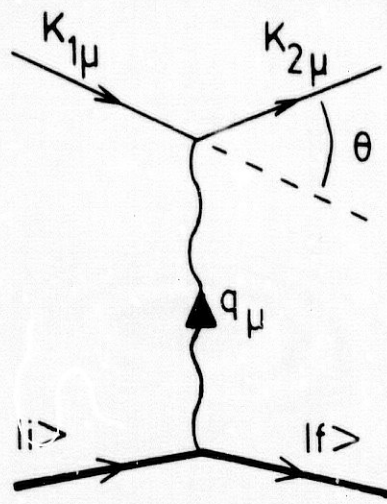


Figura 1

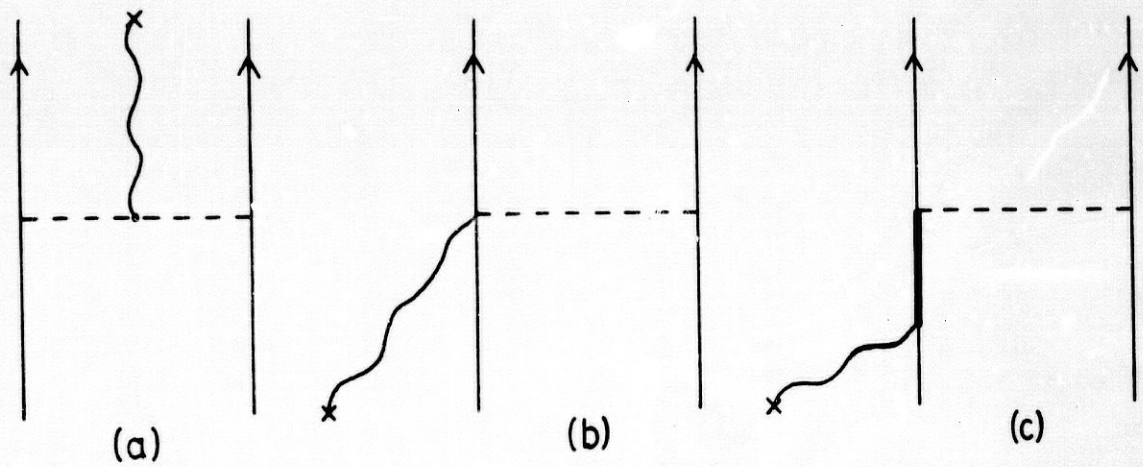


Figura 2

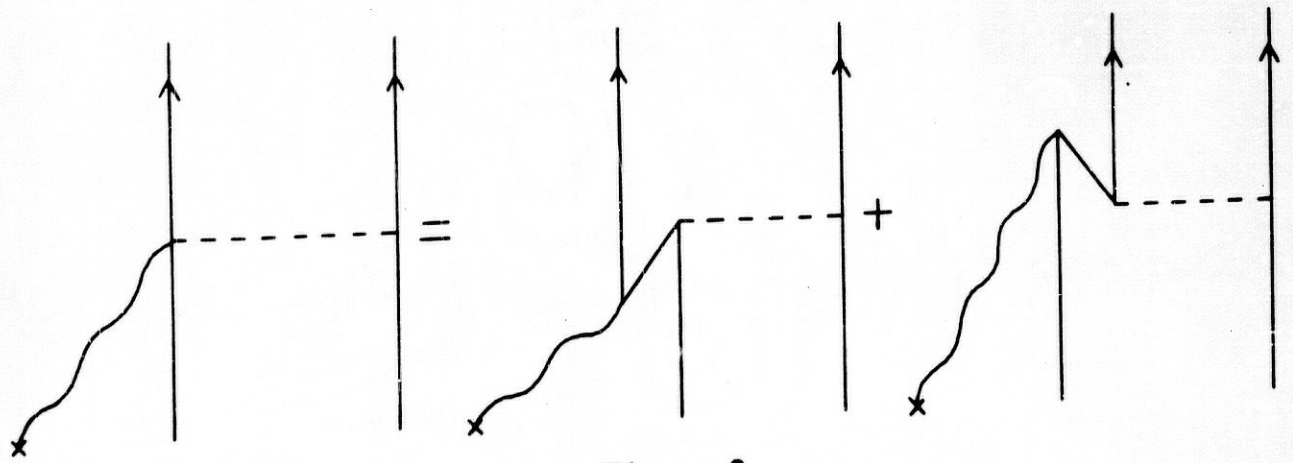


Figura 3

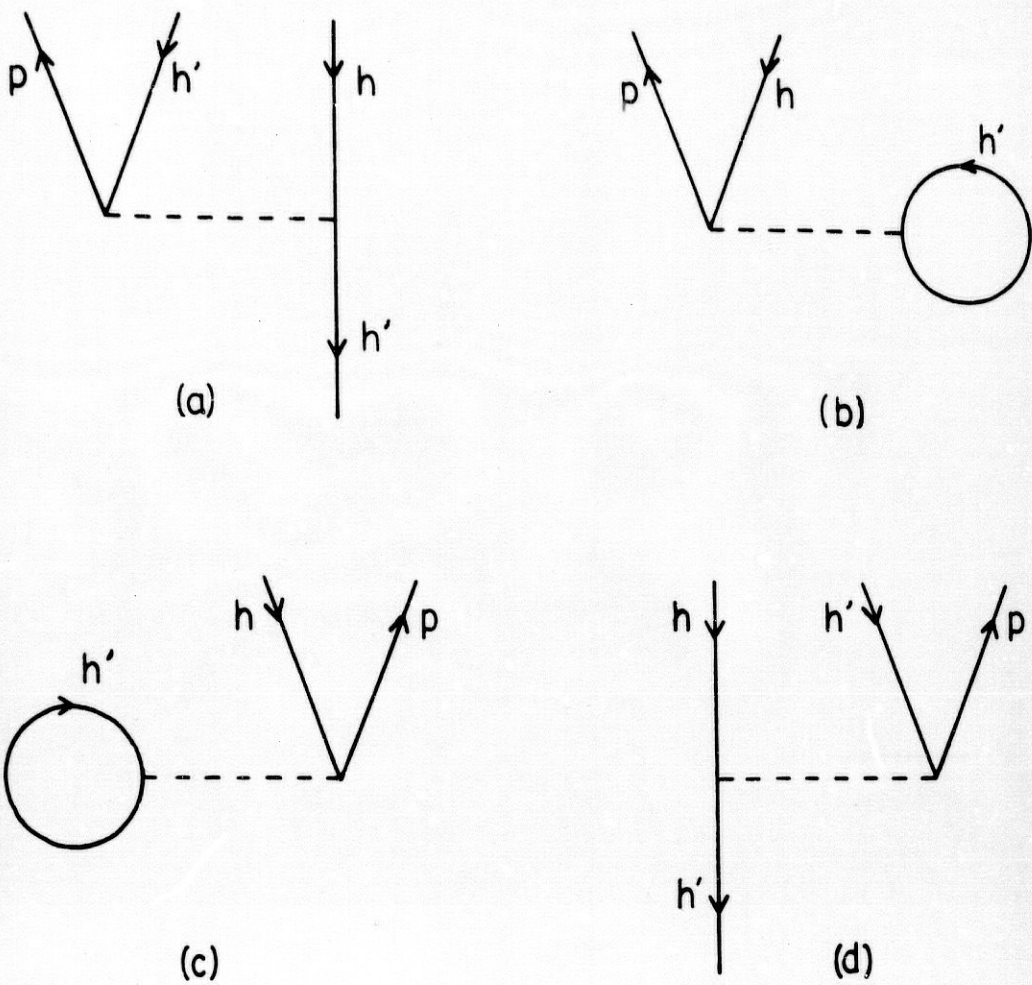


Figura 4

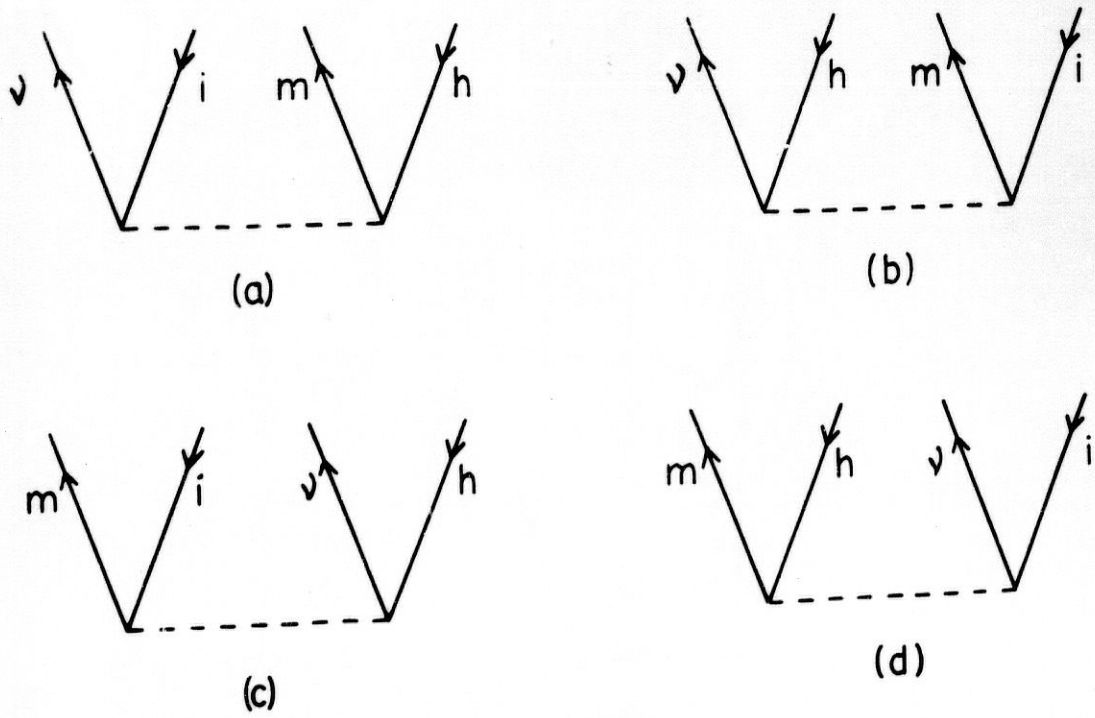


Figura 5

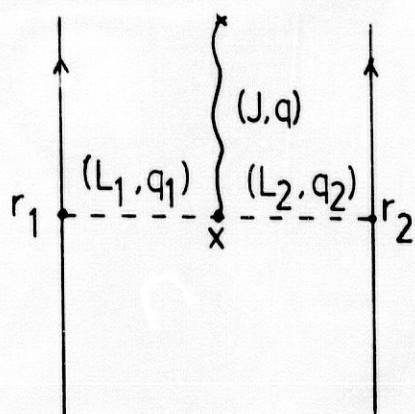


Figura 6

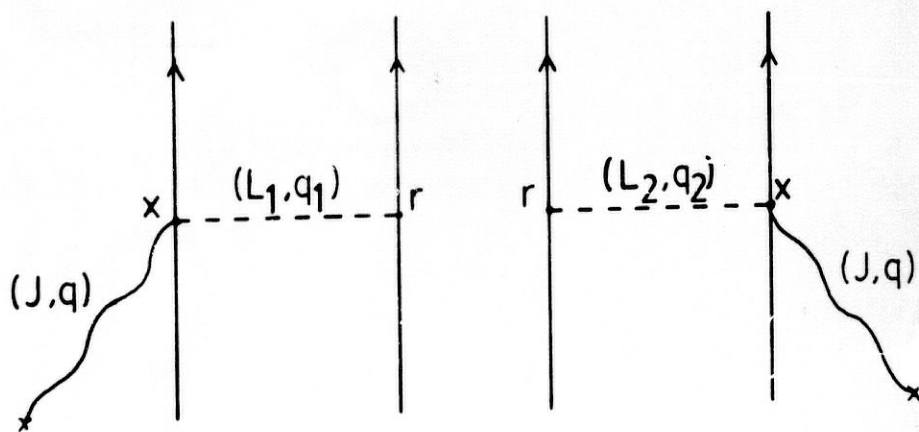


Figura 7

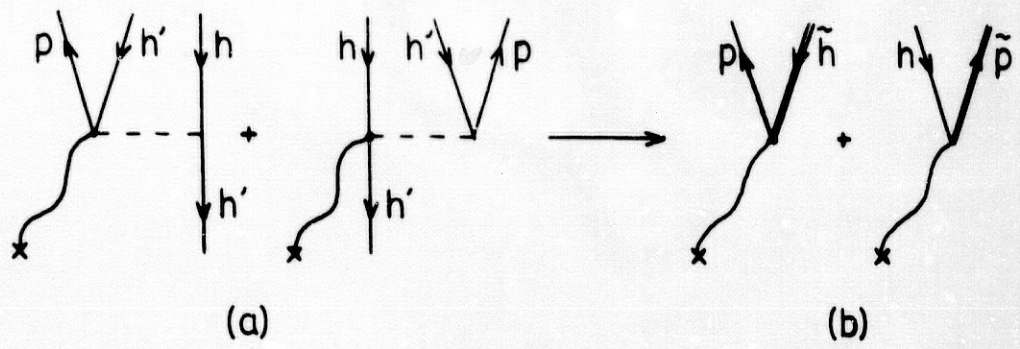


Figura 8

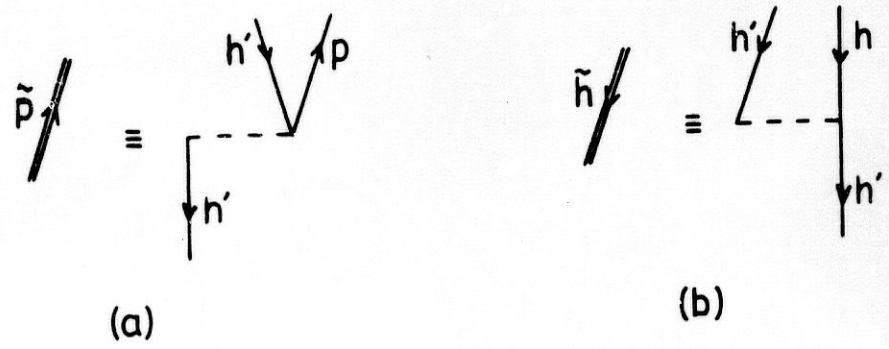


Figura 9

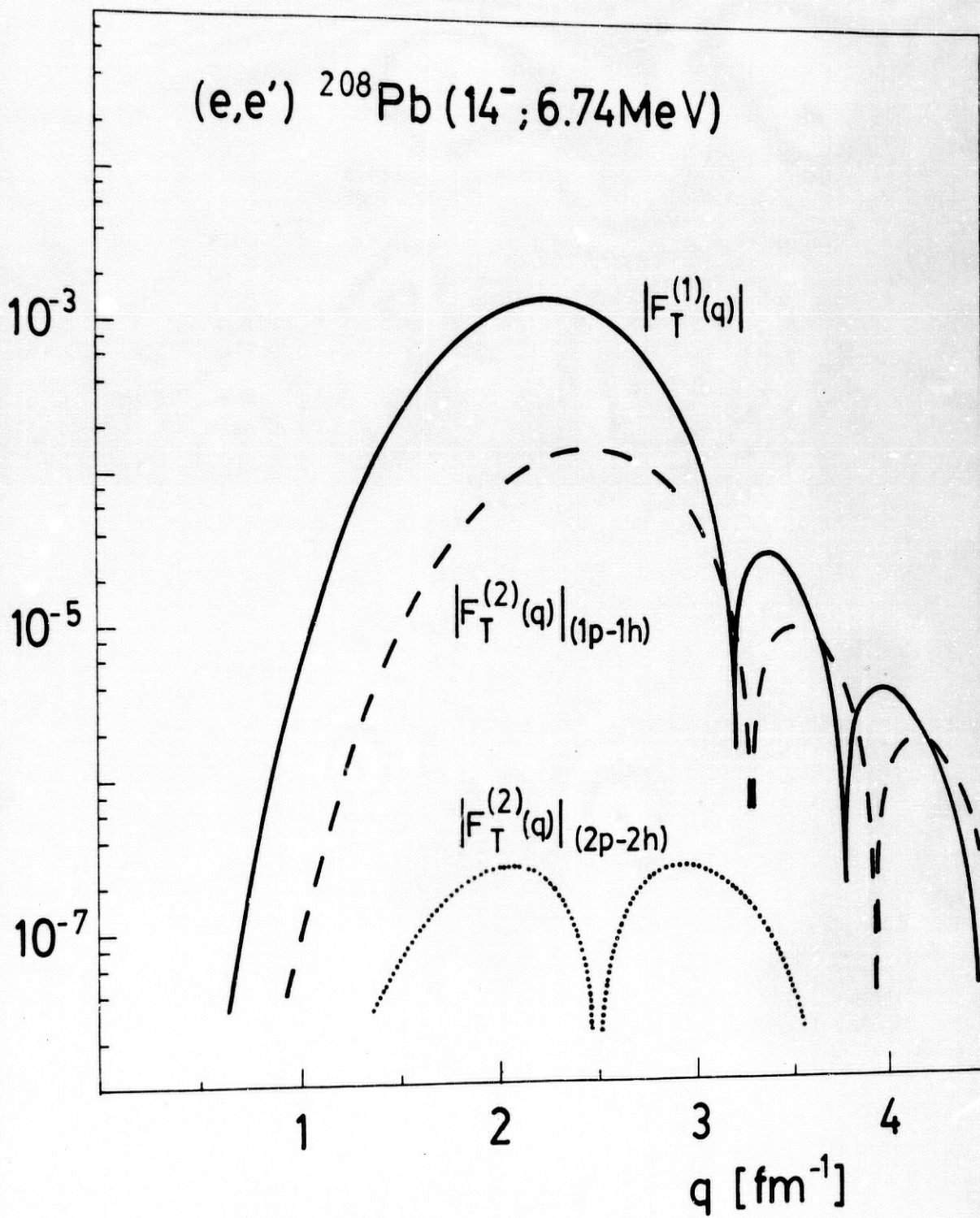


Figura 10

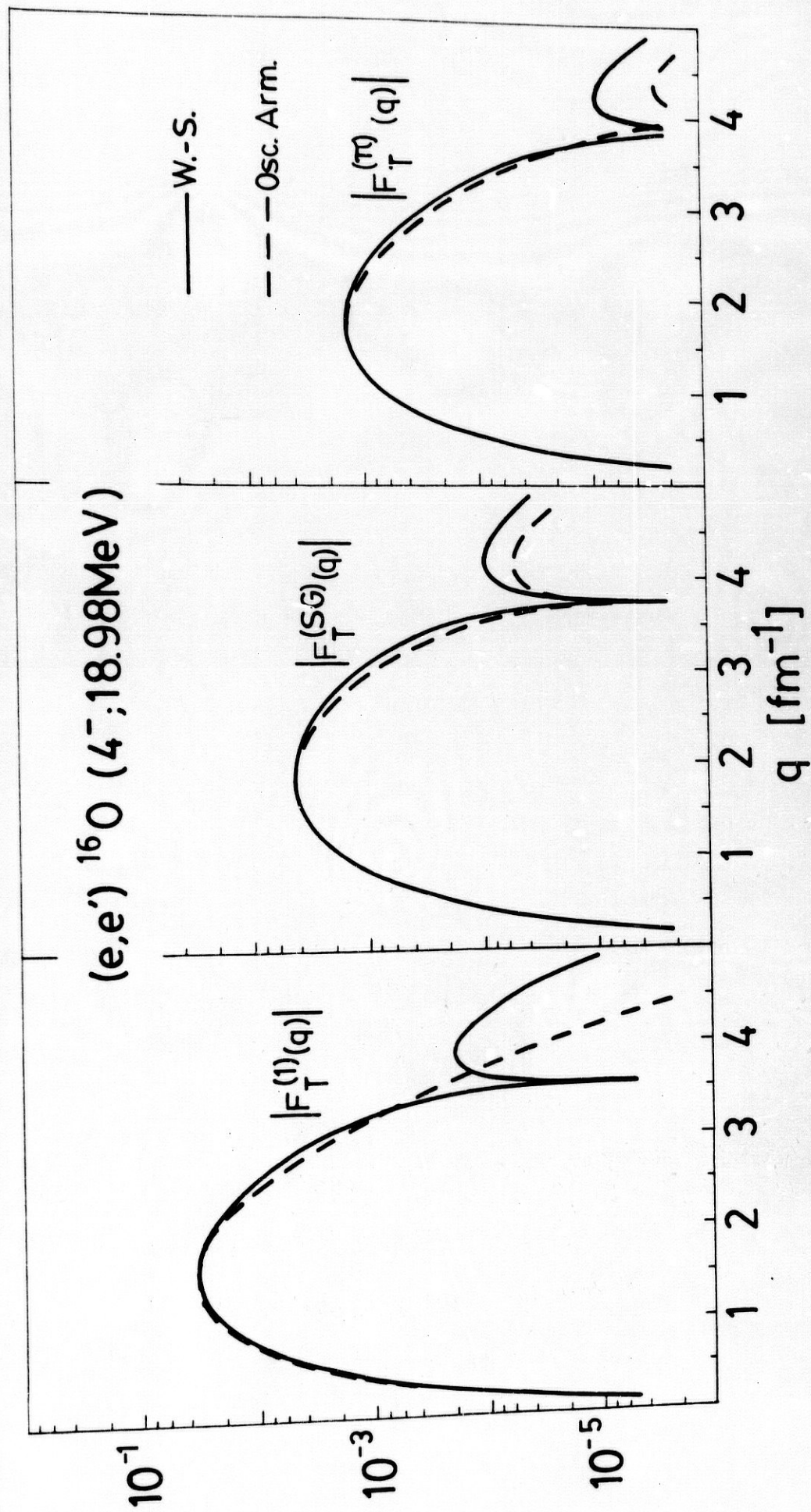


Figura 11

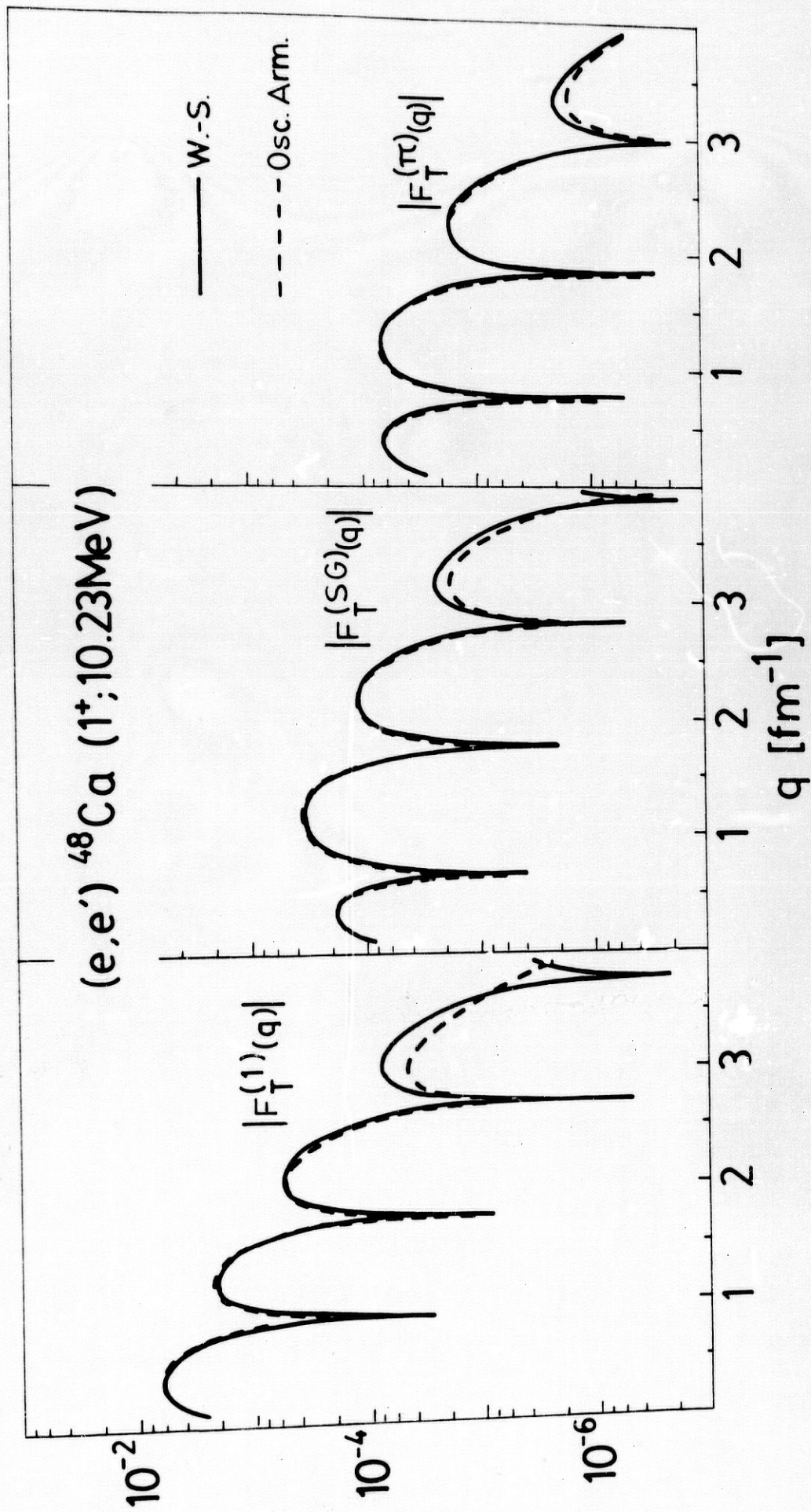


Figura 12

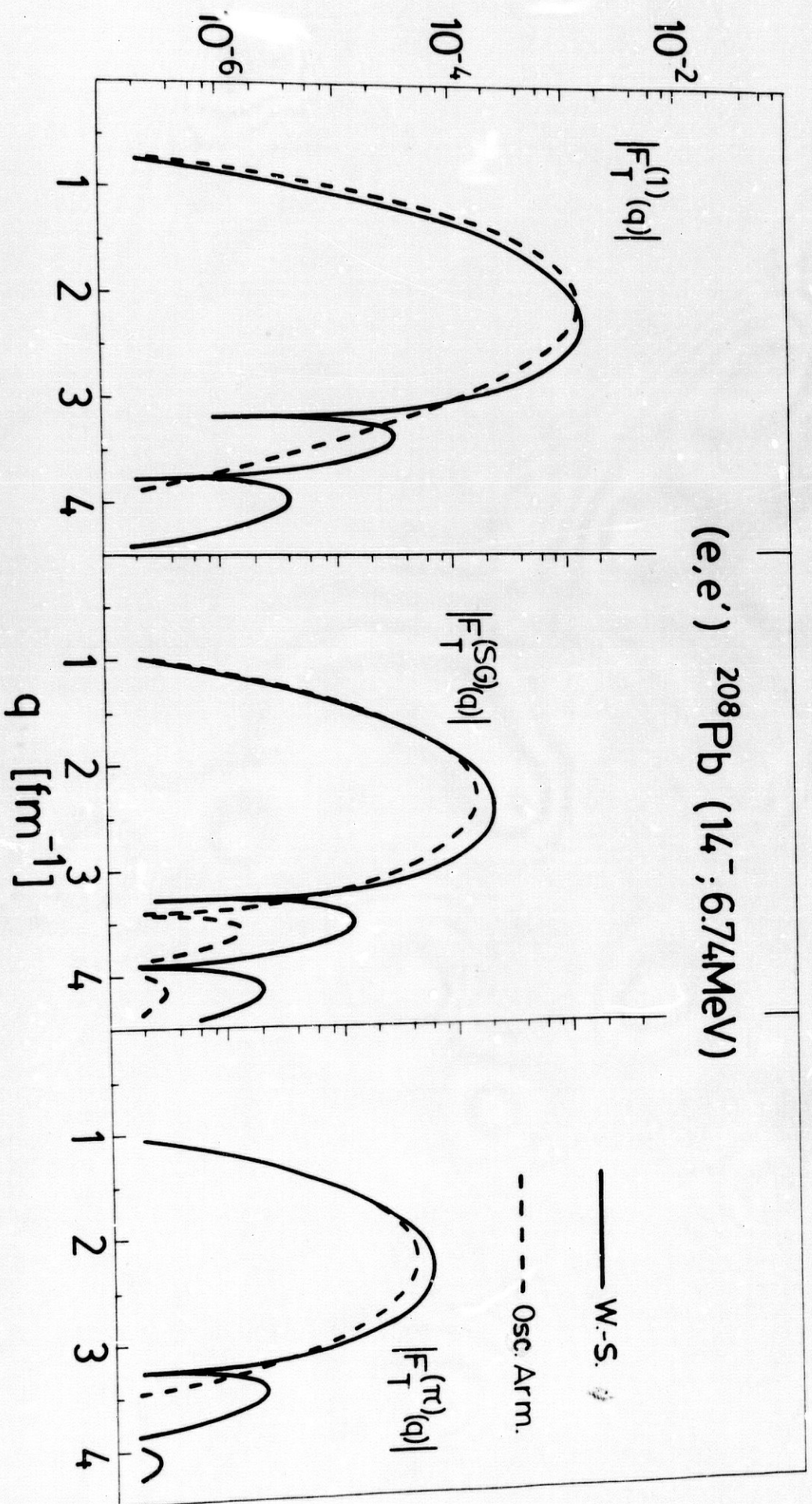


Figura 13

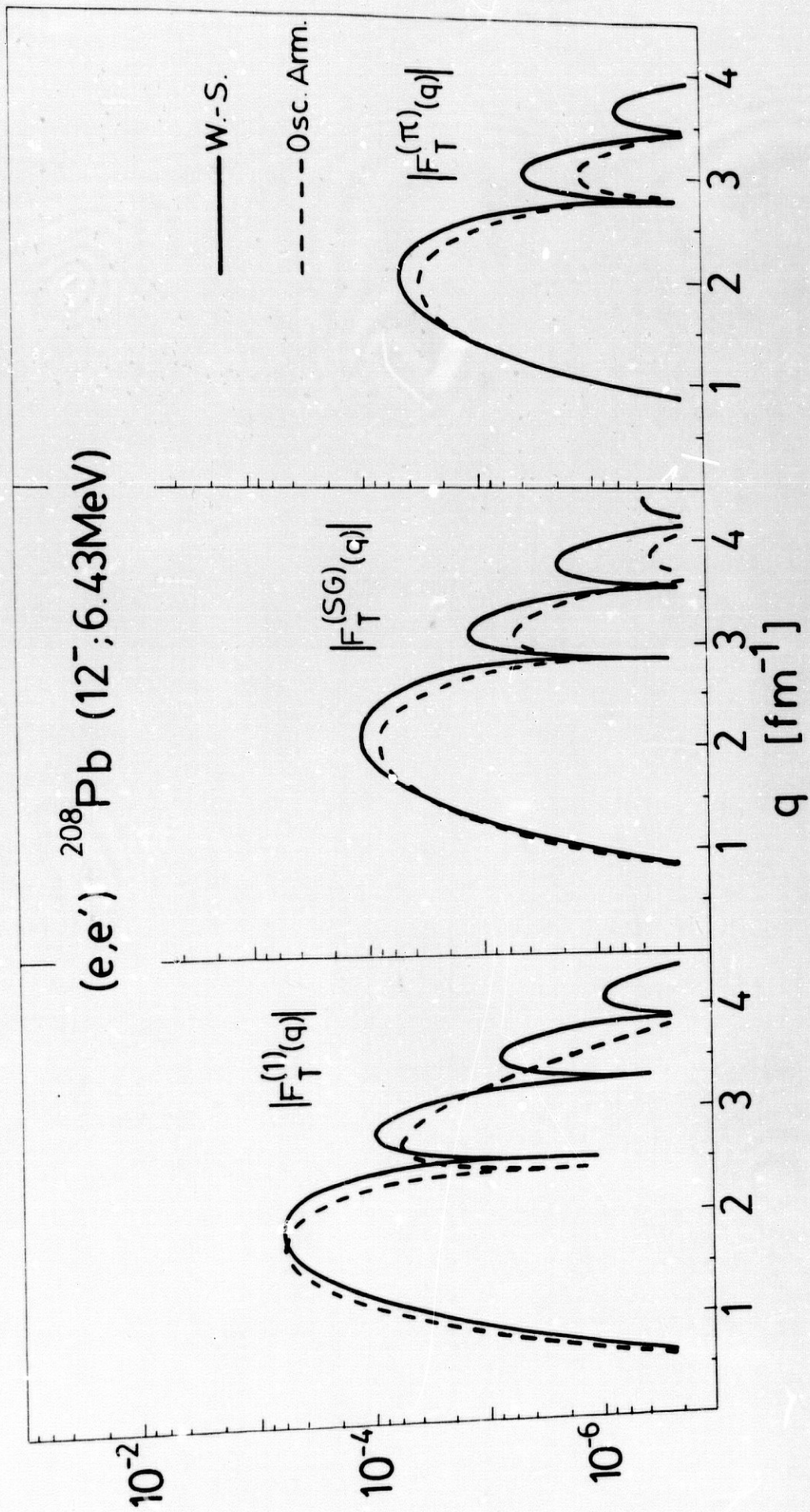
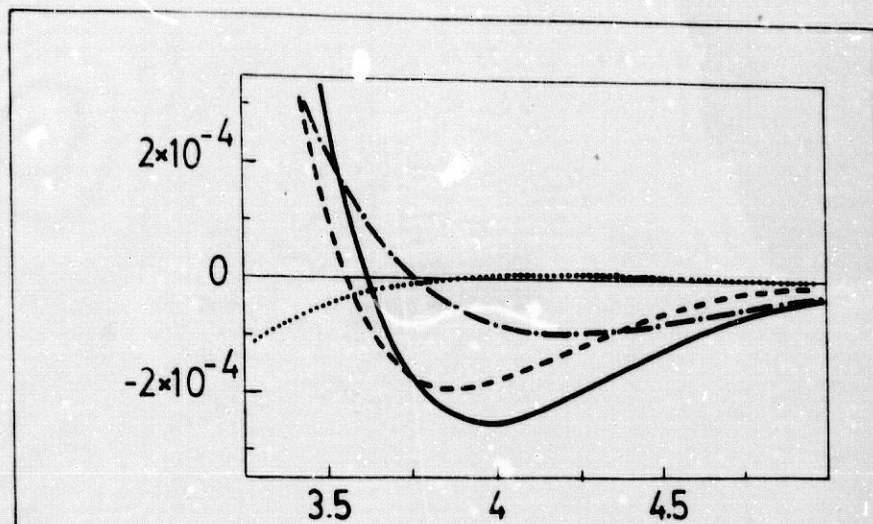


Figura 14



$(e, e') \text{ } ^{16}\text{O} (4^-, 18.98\text{MeV})$

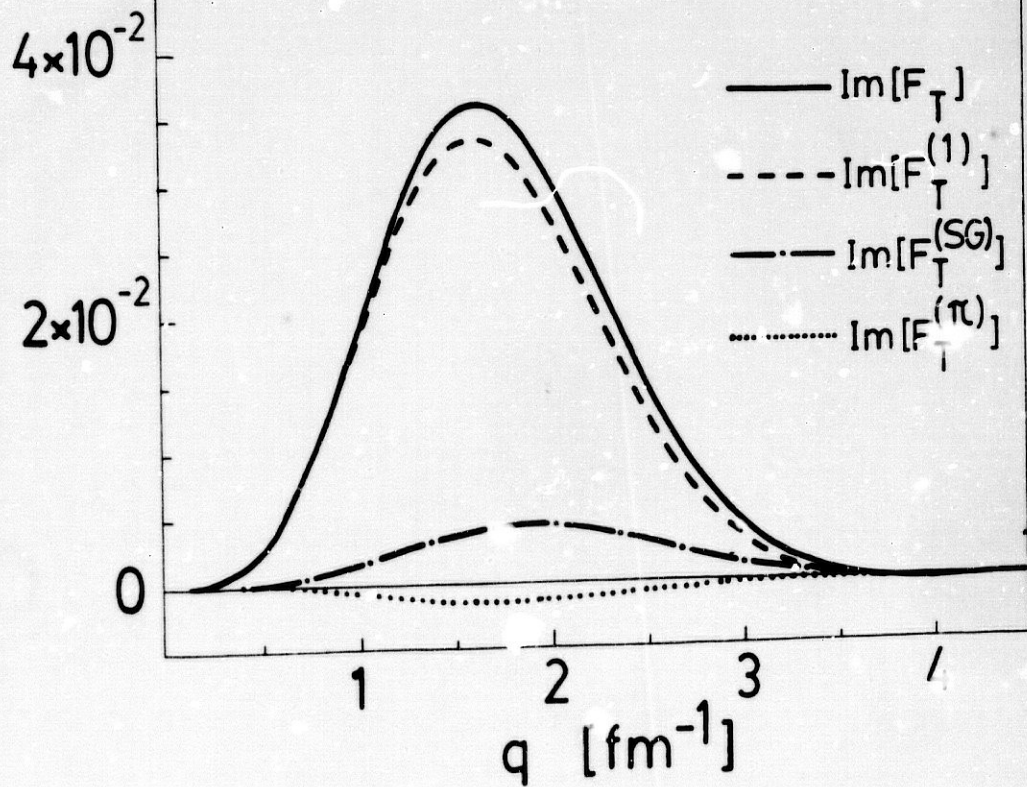
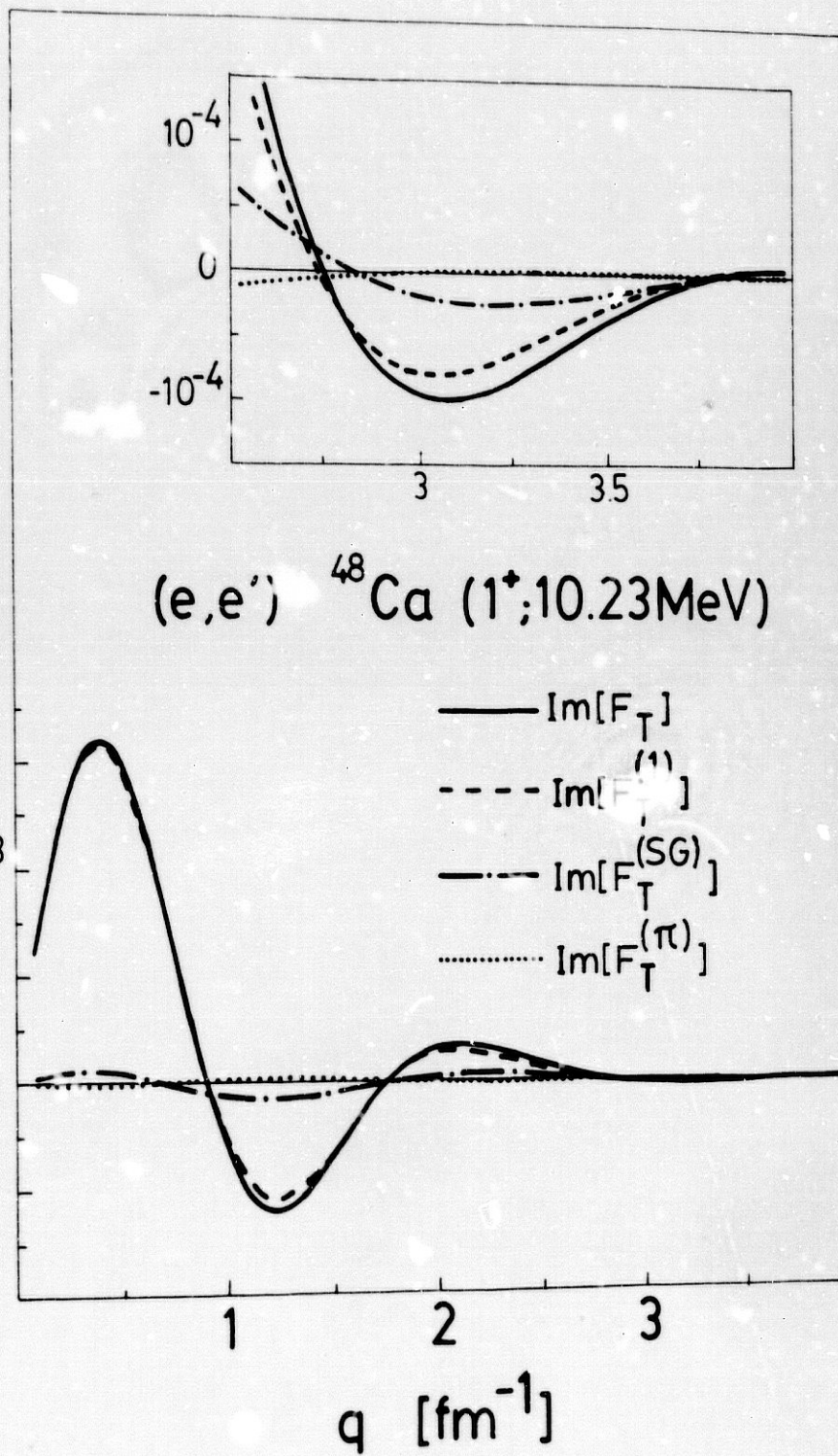


Figura 15



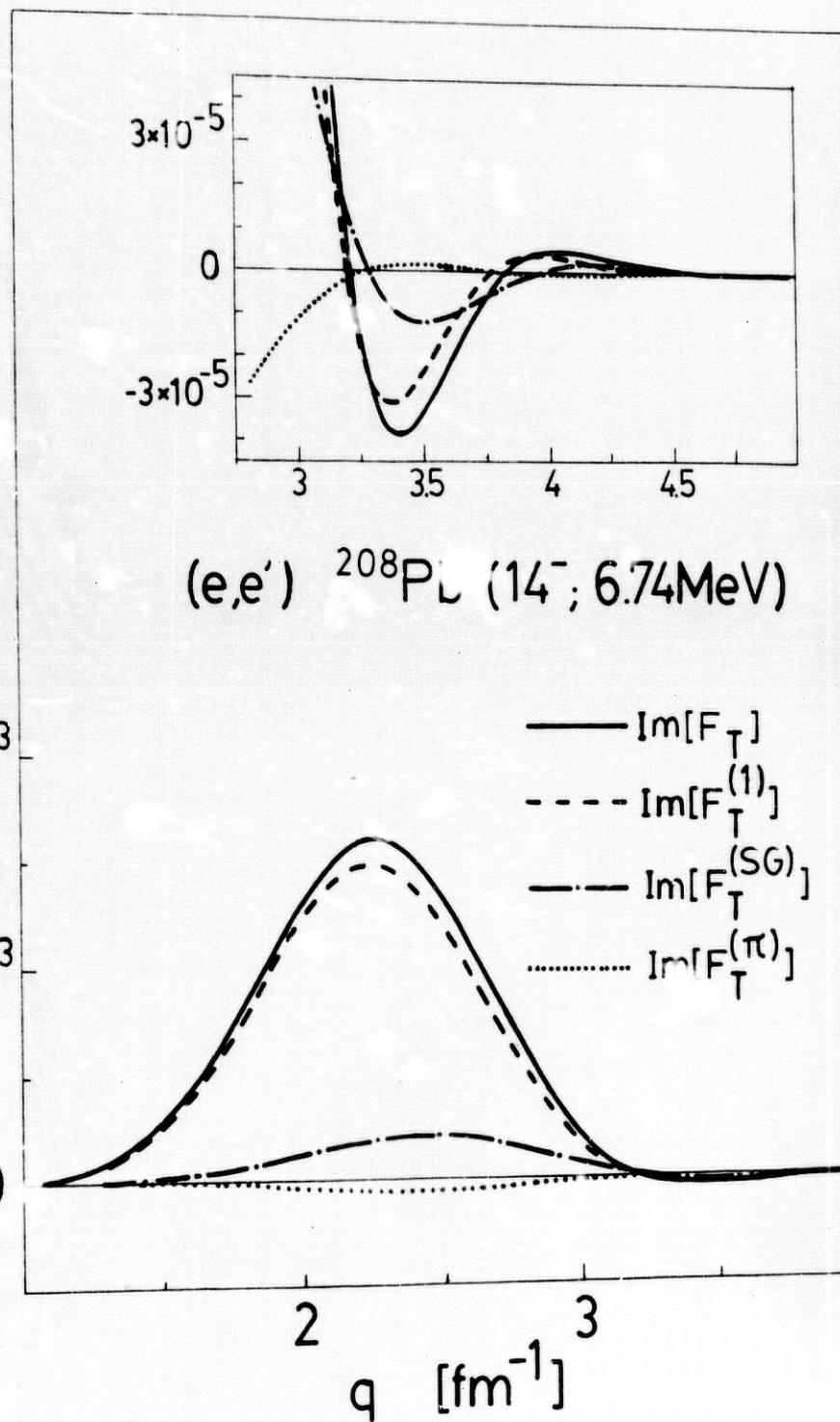


Figura 17

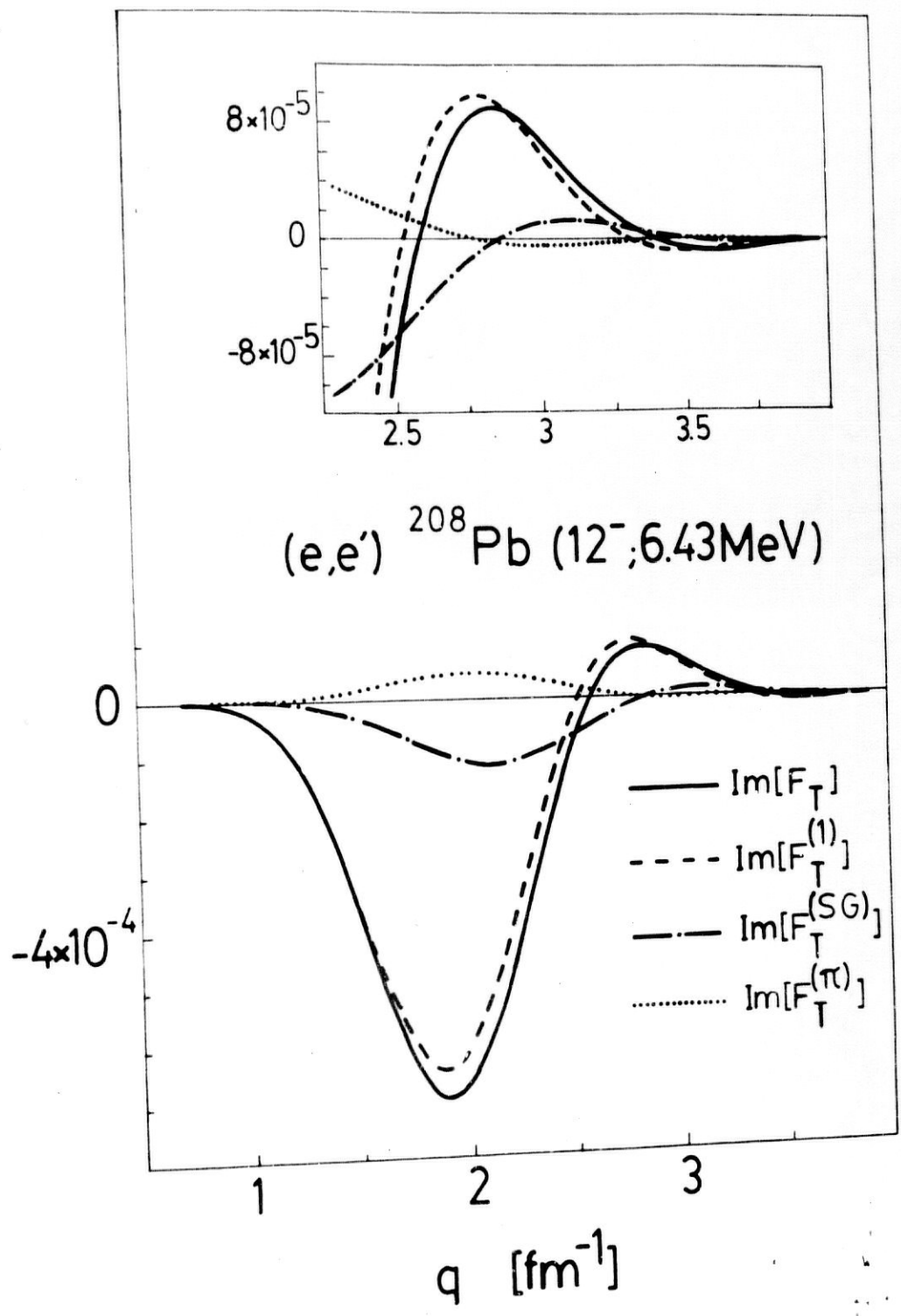


Figura 18

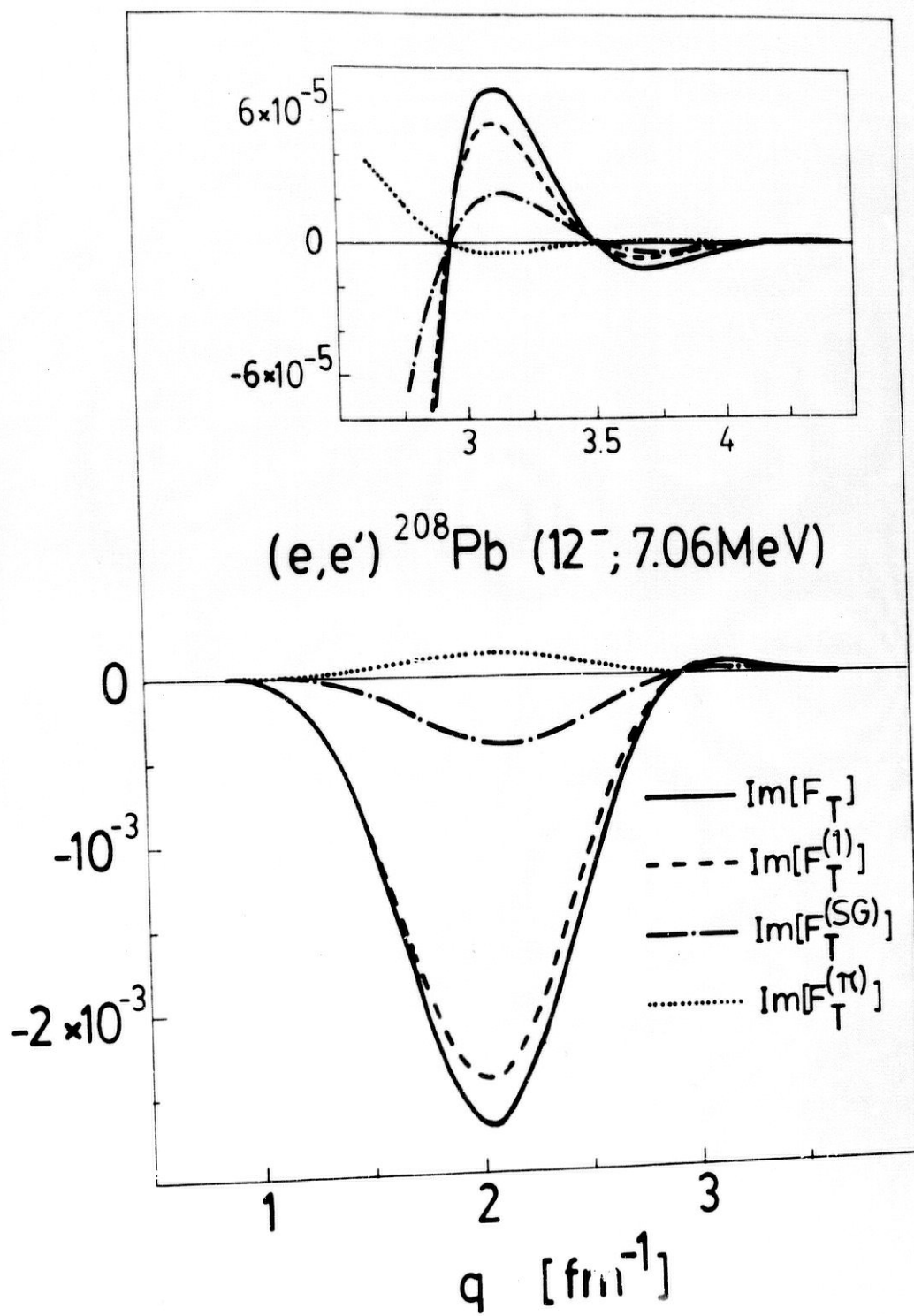


Figura 19

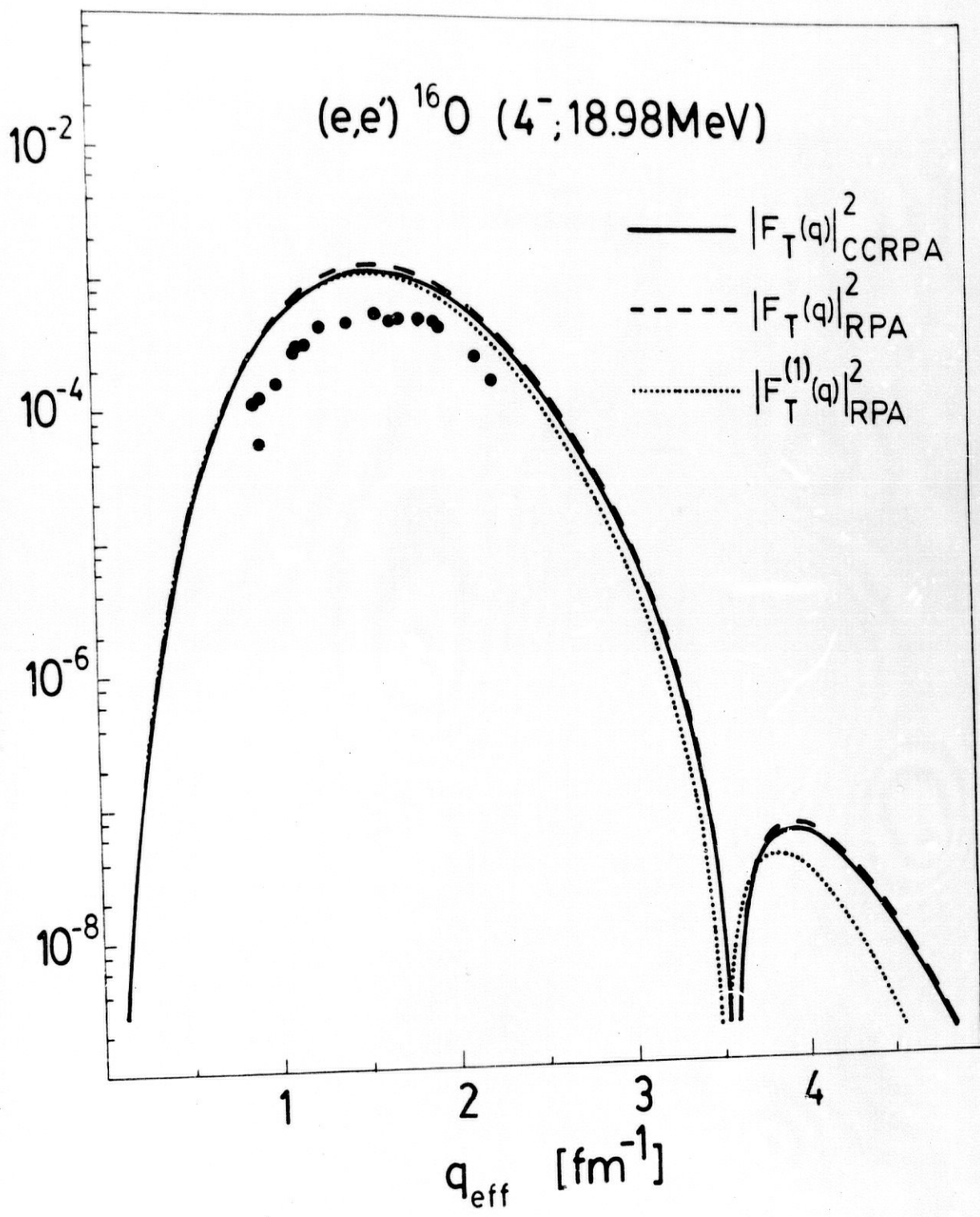


Figura 20

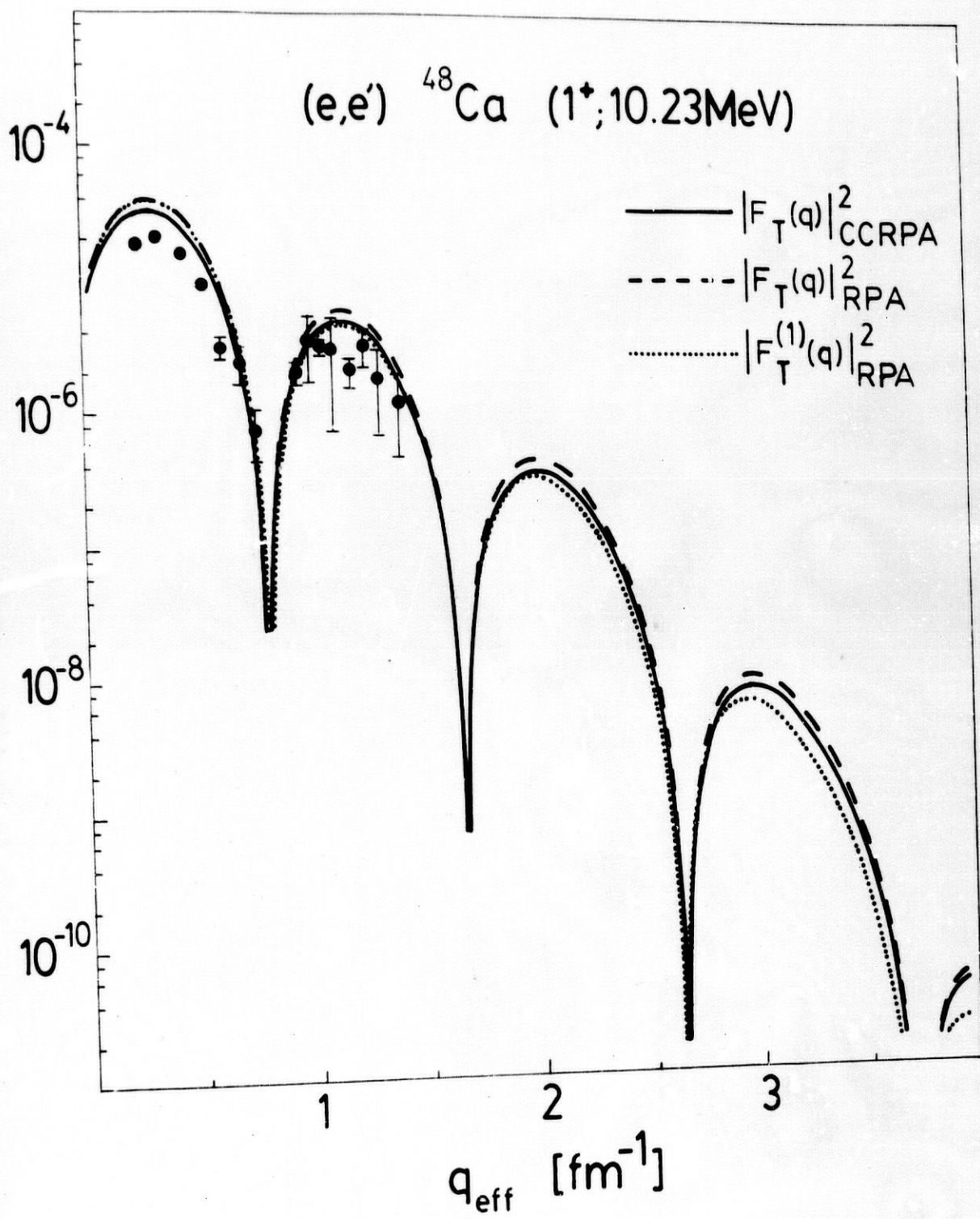


Figura 21

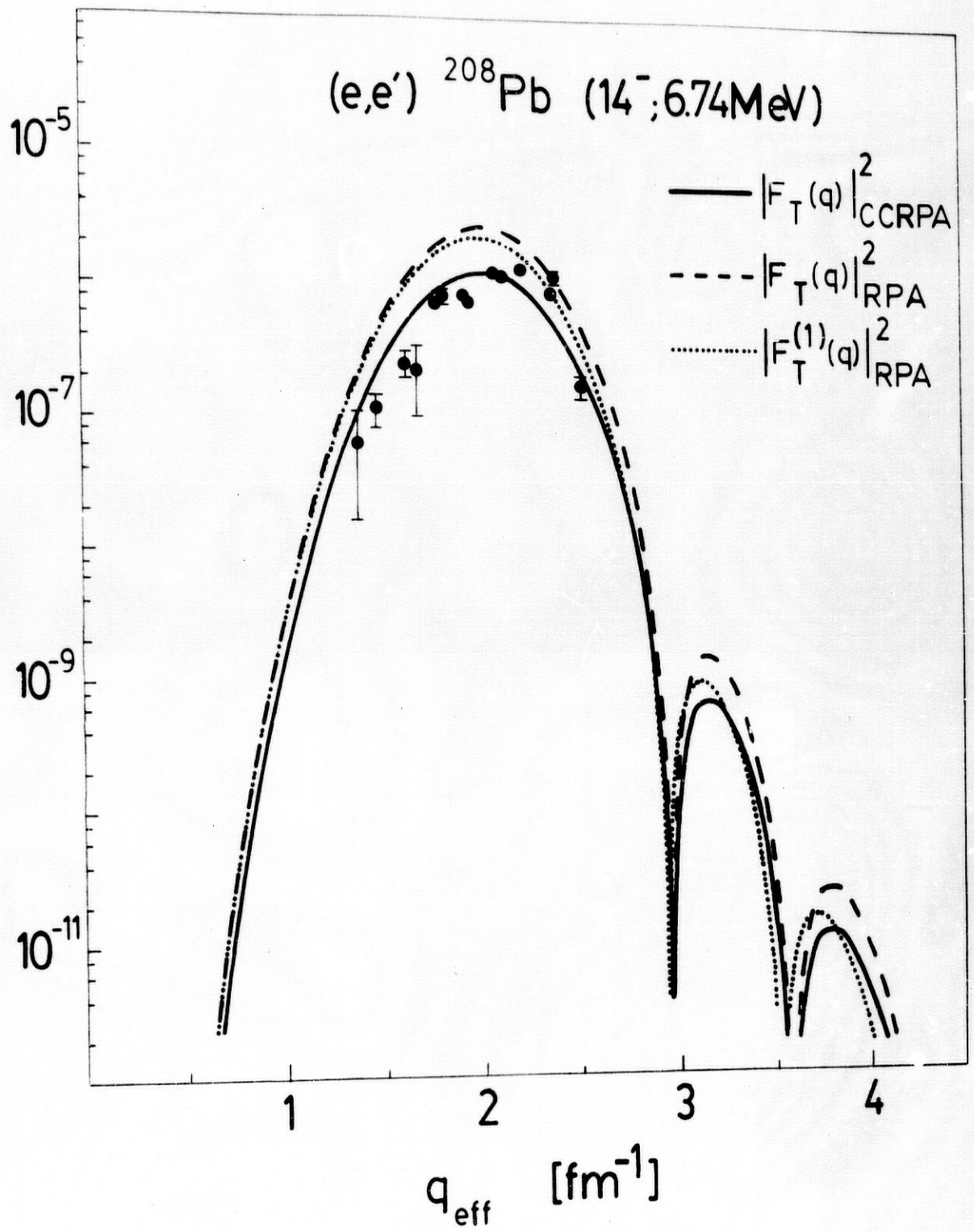


Figura 22

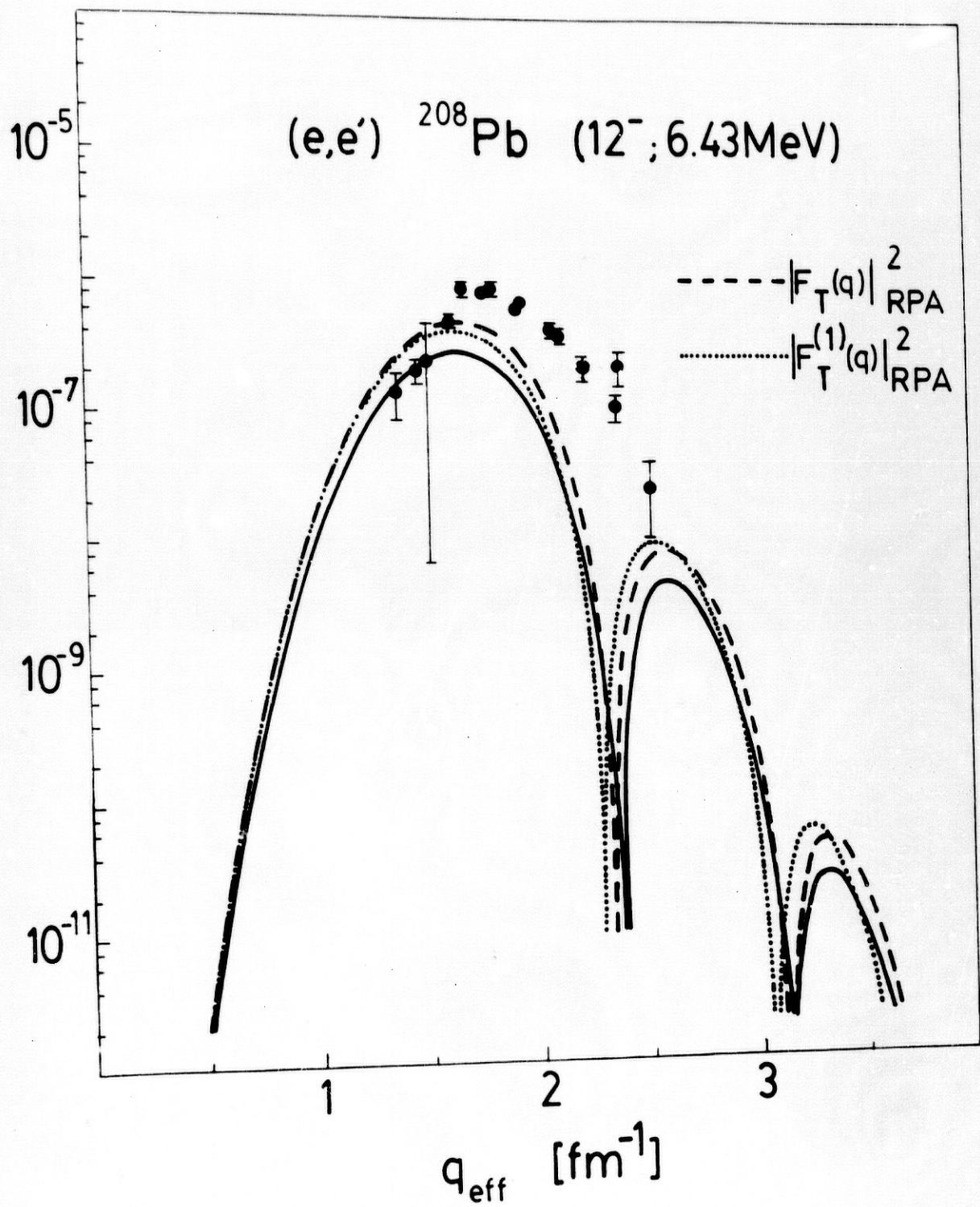


Figura 23

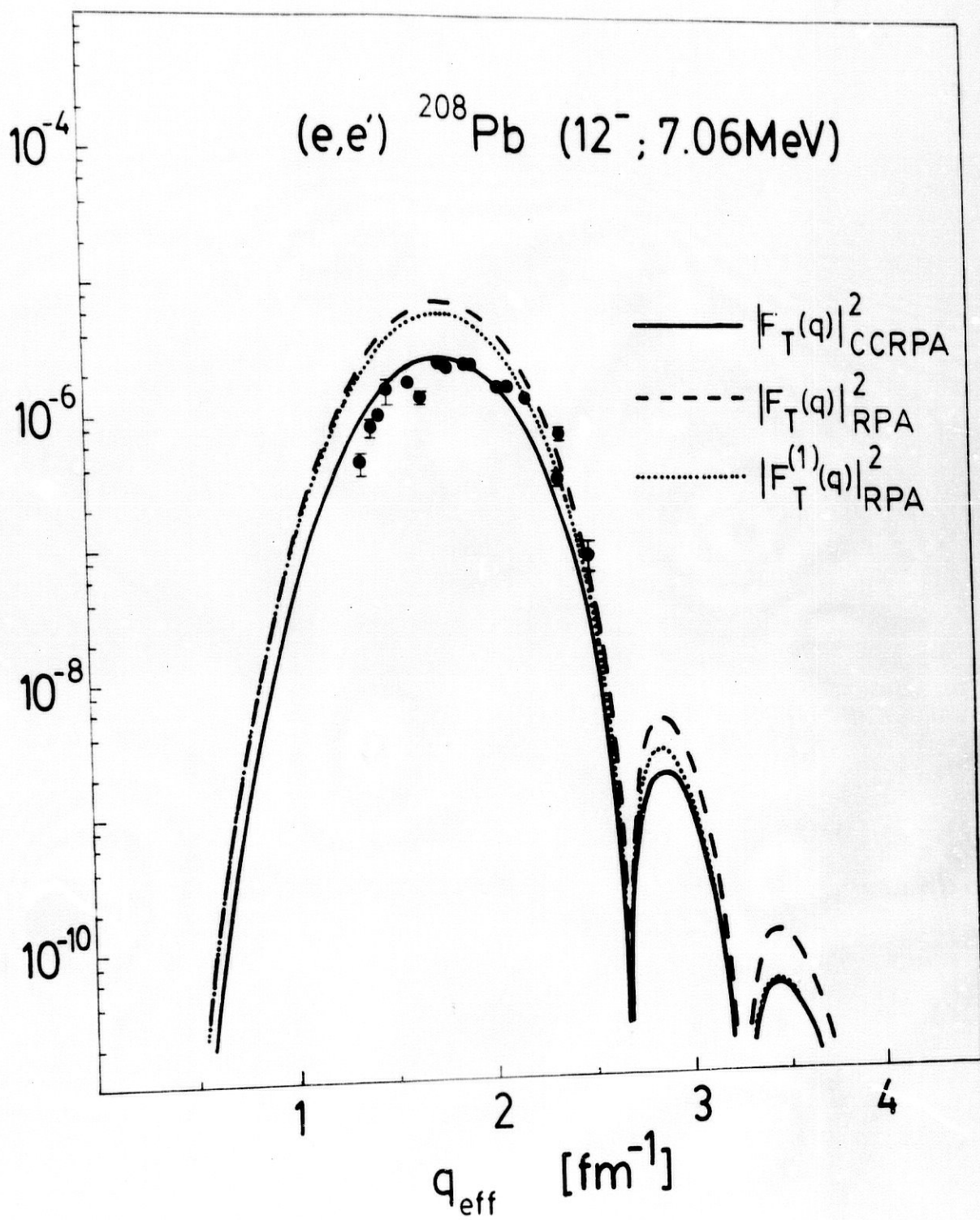


Figura 24

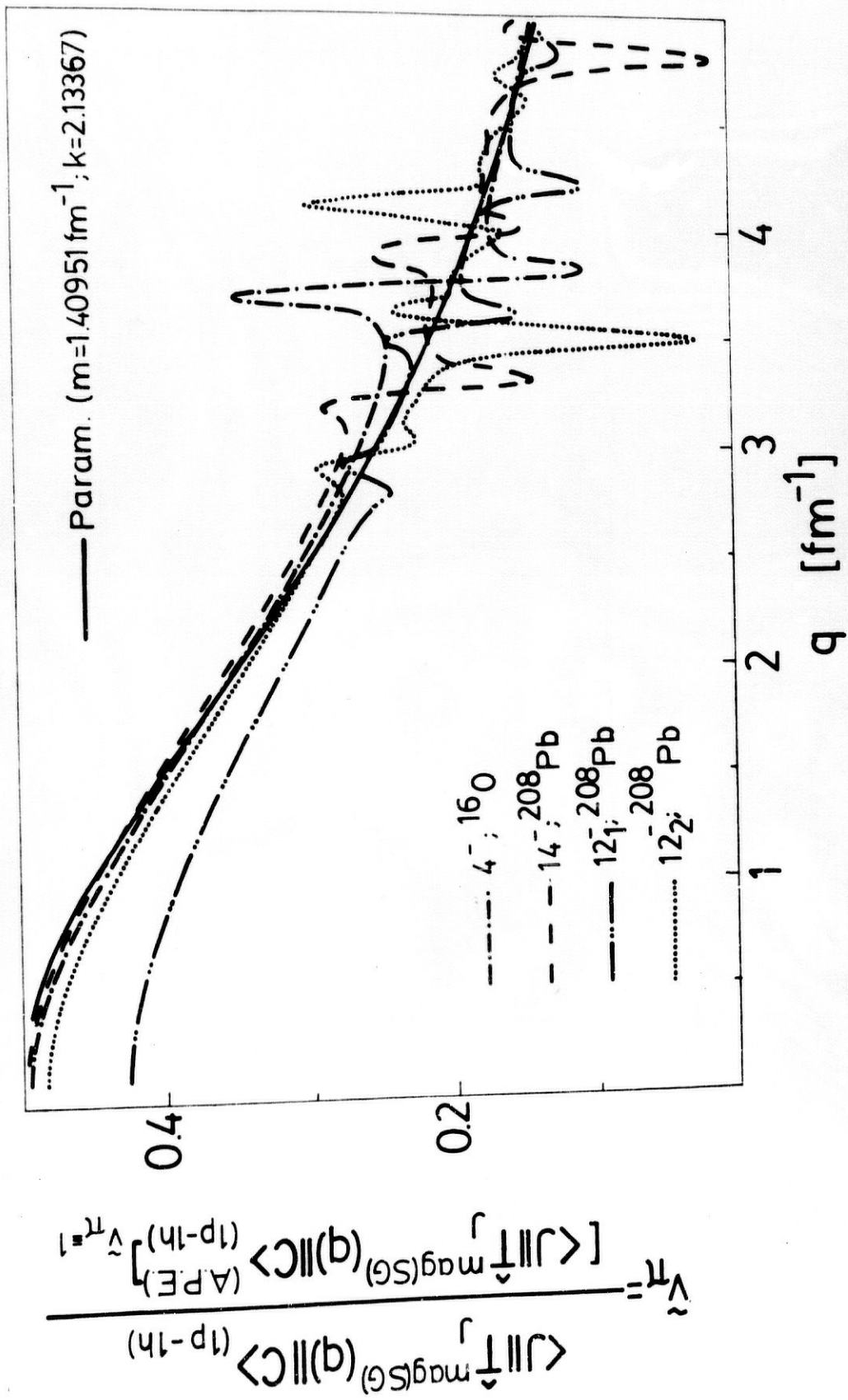


Figura 25

$$\frac{\langle \hat{T}_j^{\text{mag}(\pi)}(q) \parallel C \rangle_{(1p-1h)}}{\langle \hat{T}_j^{\text{mag}(\pi)}(q) \parallel C \rangle_{(1p-1h)}} \Big|_{\tilde{V}^{\pi=1}} \text{ (A.P.E.)}$$

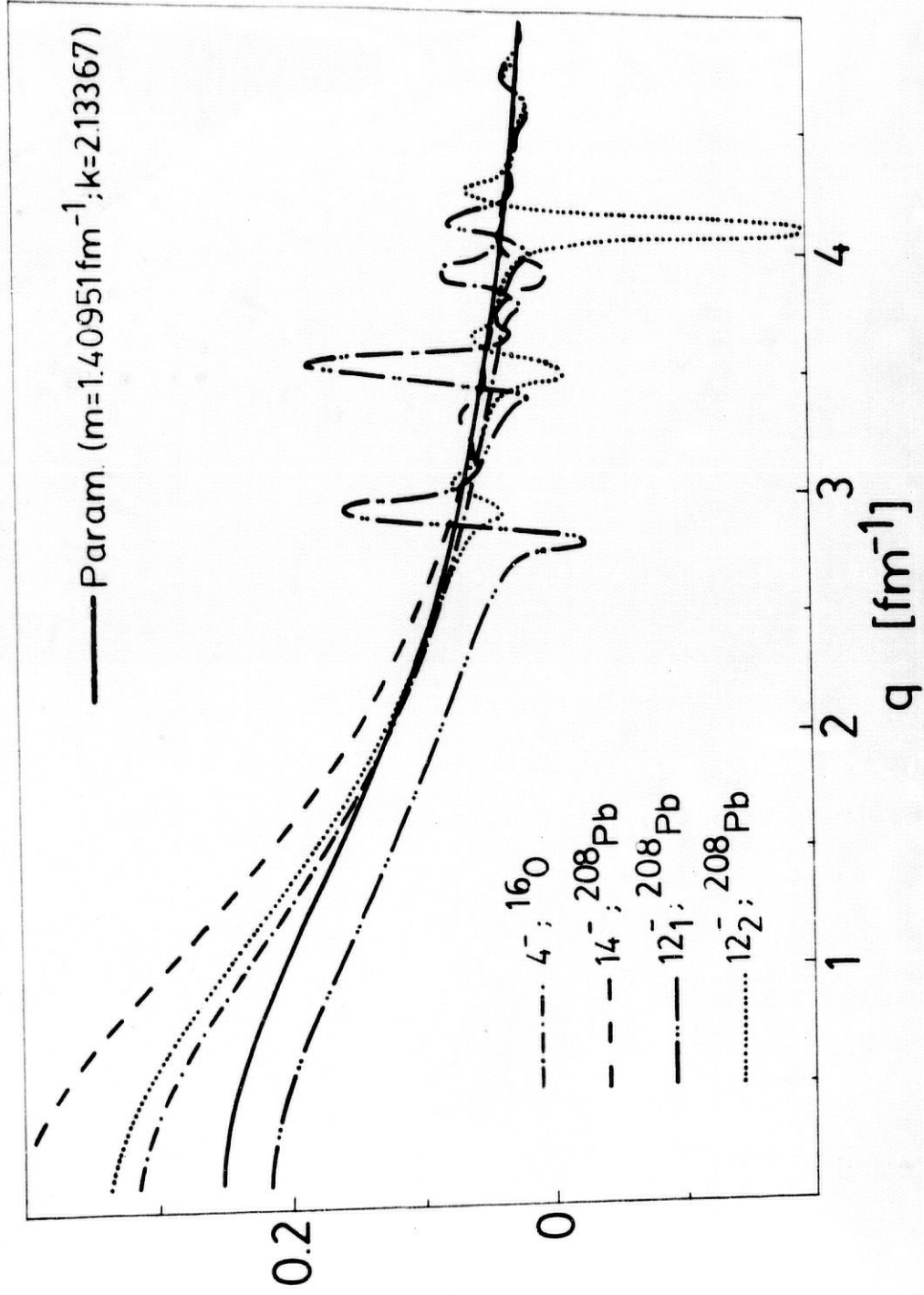


Figura 26

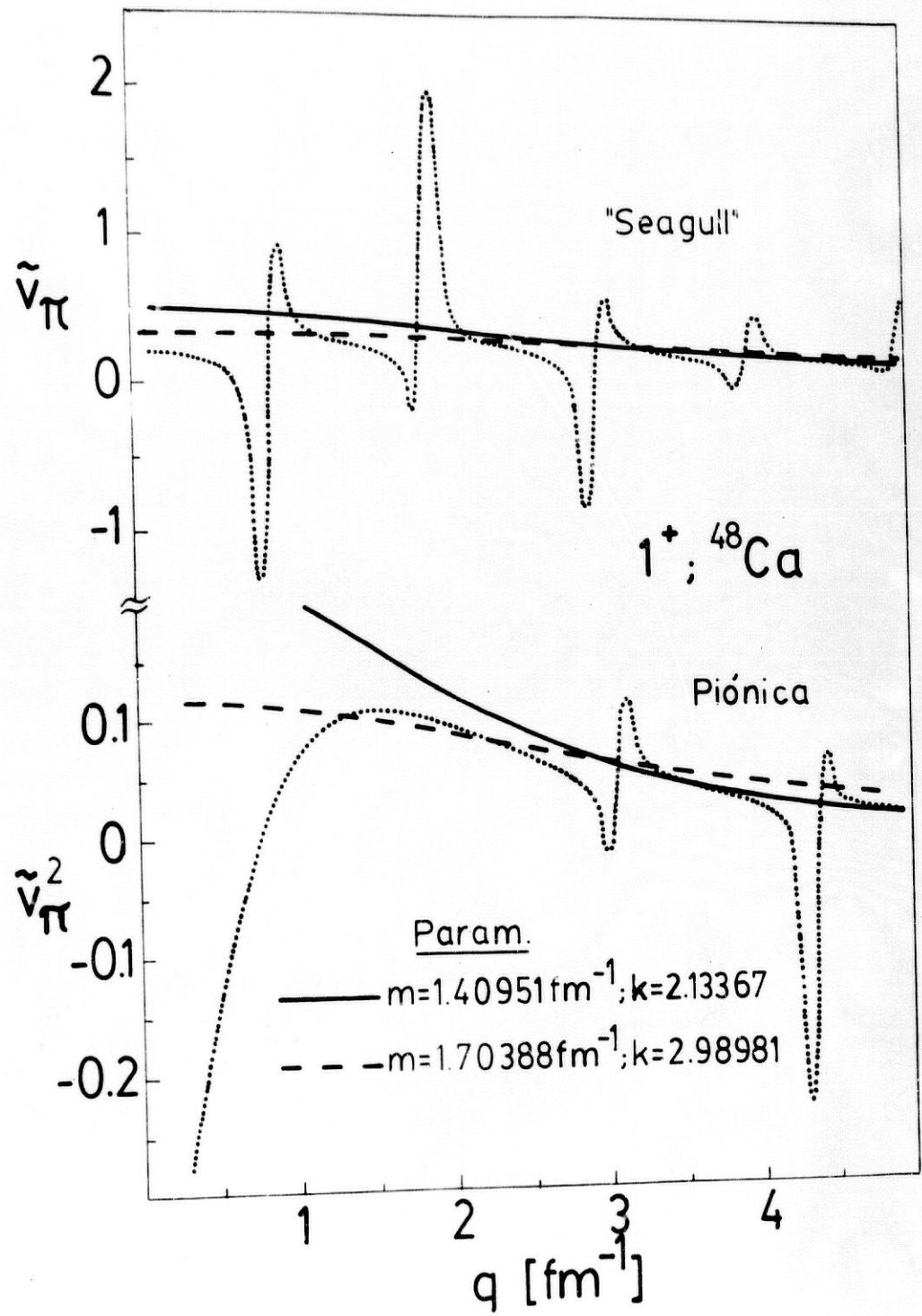


Figura 27

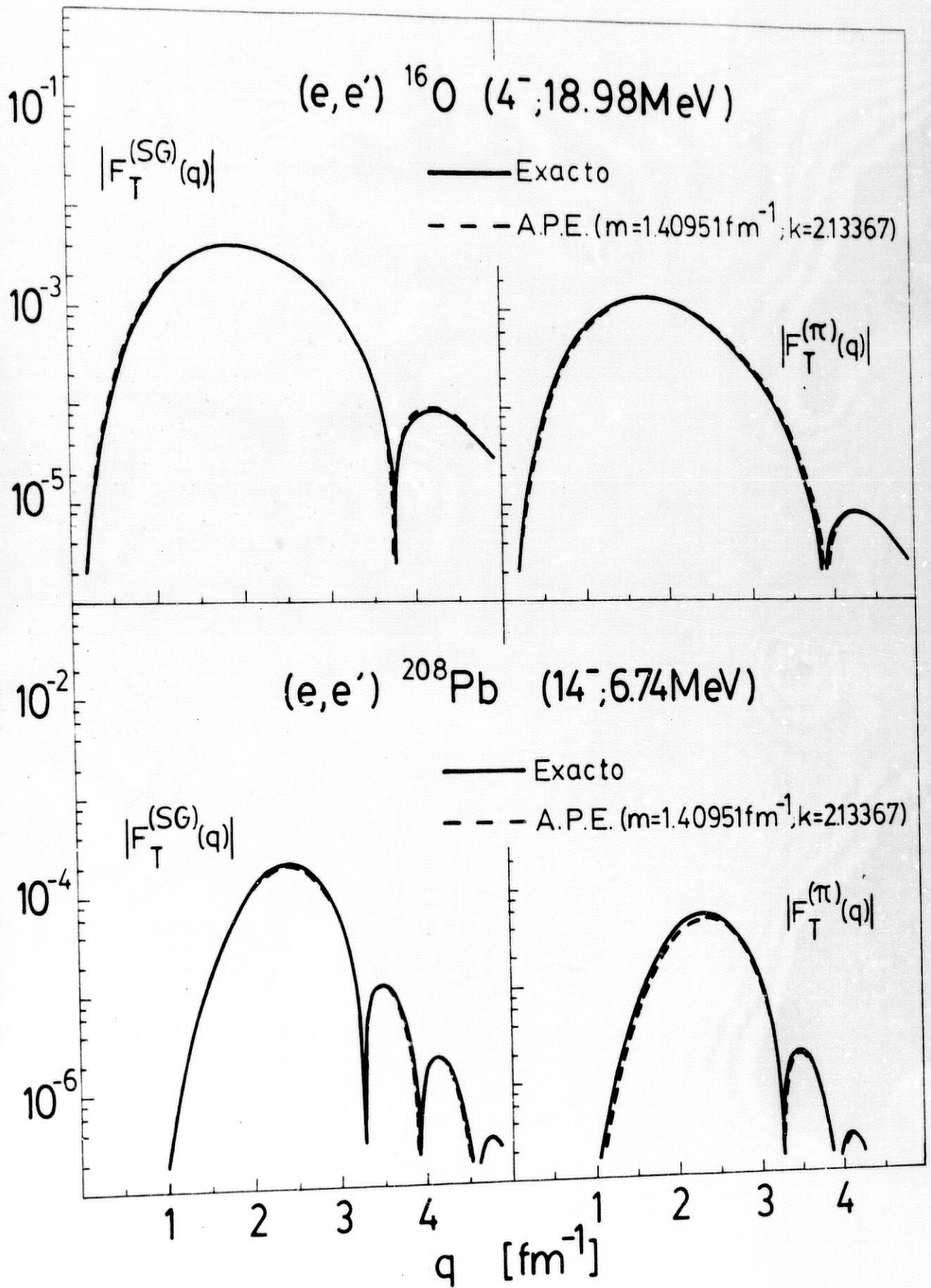


Figura 28

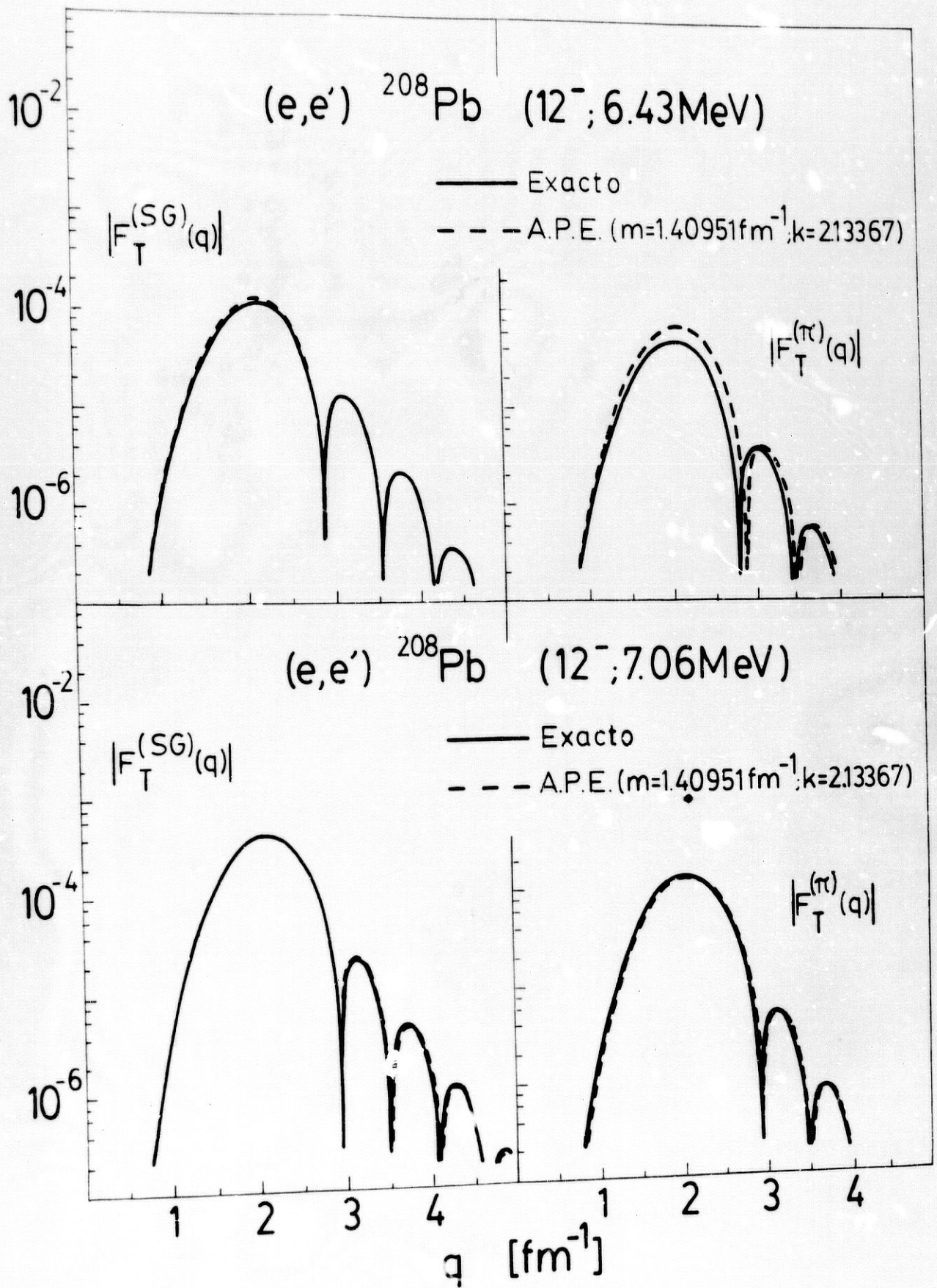


Figura 29

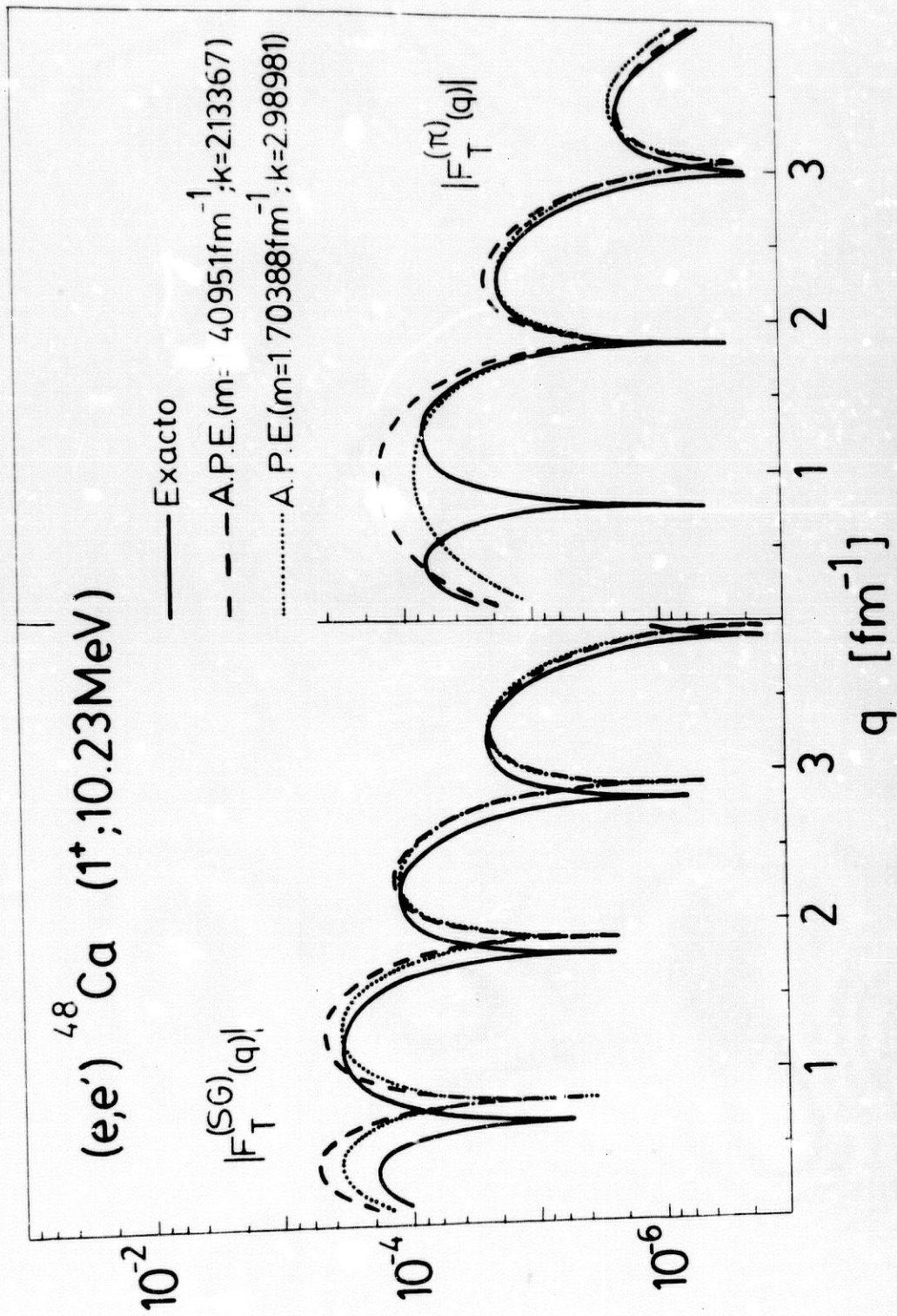


Figura 30

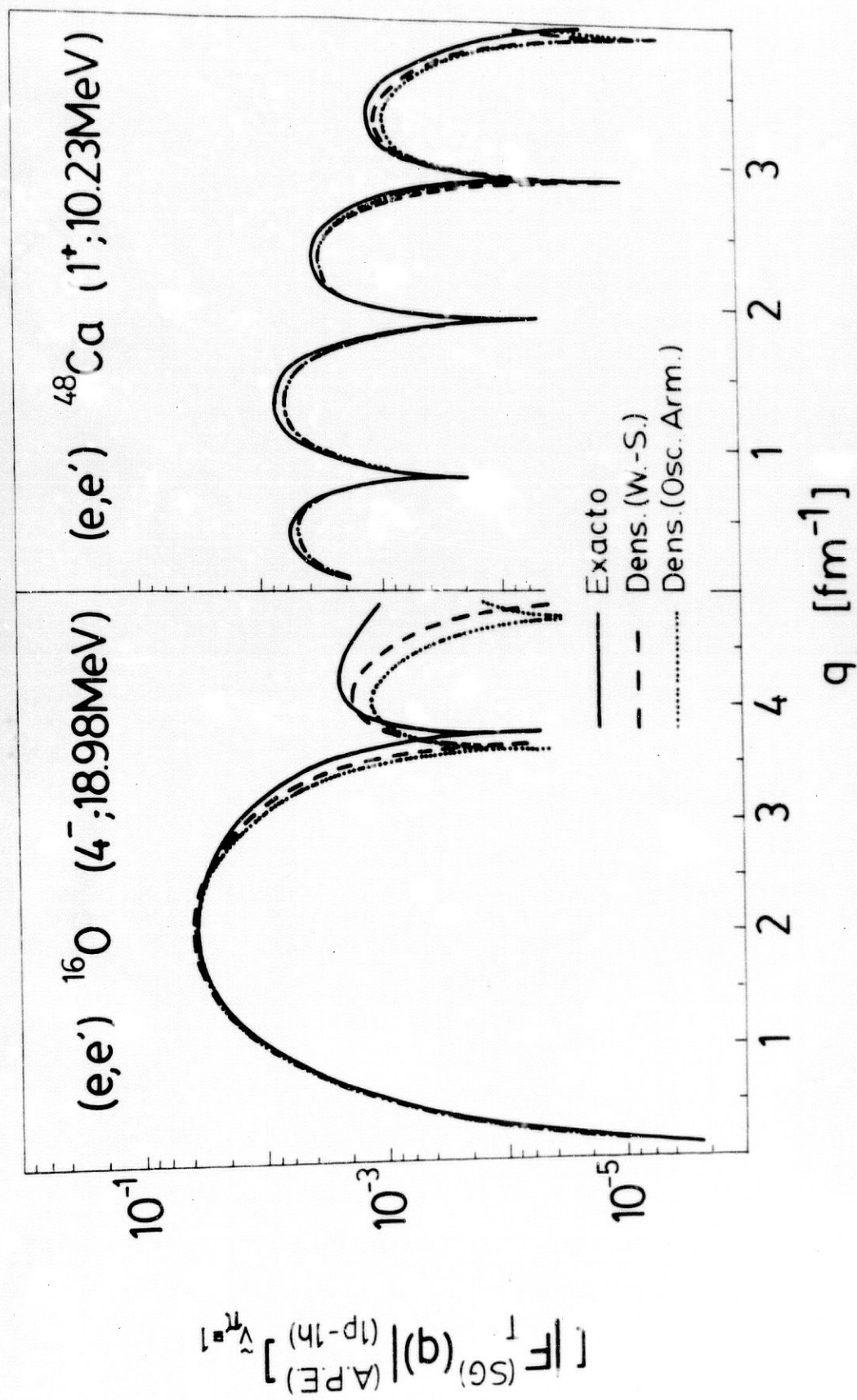


Figura 31