

Fahrdynamikregelung für fehlertolerante X-By-Wire-Antriebstopologien

Vom Fachbereich
Elektrotechnik und Informationstechnik
der Technischen Universität Darmstadt
zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Ing. Jens Hoedt

geboren am 25. Mai 1979 in Wolfsburg

Referent: Prof. Dr.-Ing. Ulrich Konigorski
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. habil. Günter Roppenecker
Tag der Einreichung: 14. Juni 2013
Tag der mündlichen Prüfung: 19. September 2013



D 17

Darmstädter Dissertationen

Darmstadt 2013

Vorwort

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Analyse und dem Entwurf fahrdynamischer Systeme. Sie entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Regelungstechnik und Mechatronik der Technischen Universität Darmstadt.

In besonderem Maße möchte ich meinen Doktorvater Prof. Dr.-Ing. Ulrich Konigorski für die Unterstützung im Rahmen meiner Forschungstätigkeit danken. Schon im Studium hat mich seine Begeisterung für die moderne Regelungstechnik stark geprägt und mich in meinem Entschluss auf diesem Gebiet zu promovieren bestärkt. Mit seiner immer freundlichen Art und sozialer sowie fachlicher Kompetenz hat er am Fachgebiet eine sehr angenehme und kollegiale Atmosphäre geschaffen, die keineswegs selbstverständlich ist. Großen Anteil an der freundschaftlichen Atmosphäre haben natürlich auch alle Mitarbeiter am Fachgebiet sowie die Forschungsgruppe *rtp* von Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Rolf Isermann. Besonders hervorheben möchte ich in diesem Zusammenhang Brigitte Hoppe, Corina Fischer und Alfred Groß, die mir durch ihre stets freundliche administrative und technische Unterstützung die Möglichkeit gaben, mich auf meine Arbeit in Forschung und Lehre zu konzentrieren. Gleiches gilt für alle Mitarbeiter der Werkstatt.

Bei Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Günter Roppenecker möchte ich mich für die freundliche Übernahme des Korreferats und das Interesse an meiner Arbeit bedanken.

Ich danke nicht zuletzt allen meinen Freunden für ihre fortwährende Unterstützung, auch über weite Distanz hinweg und dafür, dass ich immer auf sie zählen kann.

Vor allem möchte ich mich aber bei meinen Eltern und meiner Frankfurter Familie bedanken, die mich immer kompromisslos bei allen meinen Vorhaben unterstützt haben und immer an meiner Seite standen.

Ohne sie wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen.

Frankfurt am Main, im September 2013

Jens Hoedt

Kurzfassung

Diese Arbeit behandelt die systemtheoretische Analyse und modellbasierte Regelung von Fahrzeugen in X-By-Wire-Struktur mit verschiedenen Antriebstopologien. Auf verschiedene Reifen verteilte elektrische Maschinen zum Antreiben und Lenken des Fahrzeugs werden dabei als verteilte Redundanz interpretiert, um die Nachteile paralleler Redundanz zu umgehen. Im Normalbetrieb können die fahrdynamischen Eigenschaften des Fahrzeugs dadurch gezielt verändert und verbessert werden. Auf Basis eines Fahrzeugmodells in Deskriptorform wird dazu eine ganzheitliche Fahrdynamikregelung entworfen, die auch die Regelung der elektrischen Maschinen einbeziehen kann. Durch die verteilte Redundanz erhalten verschiedene Fahrzeugkonfigurationen die Eigenschaft der differentiellen Flachheit, was einen besonders strukturierten 2-Freiheitsgrade Entwurf ermöglicht. Darauf aufbauend kann zum einen das Wunschverhalten des Fahrzeugs, insbesondere der Horizontaldynamik, in physikalischen Grenzen völlig frei vorgegeben und modelliert werden. Zum anderen wird eine systematische Analyse und ein methodischer Entwurf des Störverhaltens möglich. Auf Basis einer einfachen Reifenkraftschätzung und nichtlinearer Stabilitätstheorie wird Robustheit gegenüber charakteristischen Unsicherheiten wie unbekanntem Reifenmodellparametern oder geometrischen Parametern des Fahrzeugschwerpunkts garantiert. Treten Aktorfehler auf oder werden Signal- bzw. Versorgungsleitungen zu den Aktoren unterbrochen, muss auf Basis der verteilten Redundanz funktionale Sicherheit für das Gesamtsystem garantiert werden. Ausgehend vom Deskriptormodell des Fahrzeugs wird eine einfache Rekonfiguration der Regelung möglich, um die Wirkung verschiedener Fehler zu kompensieren. Das Gesamtkonzept ist auf viele verschiedene Aktorkonfigurationen anwendbar und wie gezeigt wird abhängig von den verwendeten Aktoren in verschiedenem Maße fehlertolerant.

Abstract

This contribution deals with the analysis and control of X-By-Wire-Vehicles in several drive topologies. Wheel individual electrical drives are interpreted as a distributed redundancy in order to avoid the disadvantages of parallel redundancy. Using this approach, it is possible to use the redundancy to improve the behavior of the vehicle and the driving safety in normal operation state. For different actor configurations and several combinations of actuator faults, it is possible to achieve fault tolerance by reconfiguration of the control law.

In addition, this contribution employs Ljapunov-stability-based methods to achieve robustness in the presence of parameter uncertainties and disturbances.

Keywords: driving dynamics, vehicle control, flatness, fault tolerance, robustness, nonlinear damping, Ljapunov

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-------------|
| Symbole und Abkürzungen | viii |
| 1 Einleitung | 1 |
| 1.1 Einführung | 1 |
| 1.2 Ziel der Arbeit | 4 |
| 1.3 Literaturüberblick | 6 |
| 1.4 Aufbau der Arbeit | 9 |
| 2 Fahrzeugmodell für den Reglerentwurf | 12 |
| 2.1 Horizontaldynamik und Vertikaldynamik | 13 |
| 2.2 Rad- und Antriebsdynamik | 21 |
| 2.2.1 Reifenmodell | 25 |
| 2.3 Gesamtmodell | 27 |
| 3 Strukturierung der Fahrdynamikregelung | 30 |
| 3.1 Systemtheoretische Analyse des Gesamtmodells | 30 |
| 3.2 Entkopplung und Folgeregelung | 36 |
| 3.3 Trajektorienplanung | 39 |
| 4 Entwurf des Wunschverhaltens | 50 |
| 4.1 Trajektorien für die Horizontaldynamik | 50 |
| 4.1.1 Stückweise lineares Modell | 51 |
| 4.1.2 Einspurmodell | 54 |
| 4.1.3 Wunschverhalten aus objektiven und subjektiven Beurteilungen | 55 |
| 4.2 Trajektorien für die Vertikaldynamik | 65 |
| 4.2.1 Trajektorien mit passivem Fahrwerk | 66 |
| 4.3 Assistenz und Beschränkungen im Wunschverhalten | 67 |
| 4.3.1 Wahl der verbleibenden Freiheitsgrade | 68 |
| 4.3.2 Integration der Beschränkungen im Kraftschluss | 71 |
| 5 Robustheitsanalyse und Entwurf des Störverhaltens | 77 |
| 5.1 Unsicherheiten im Reifenmodell | 77 |
| 5.1.1 Integration in das Gesamtmodell | 79 |
| 5.1.2 Schätzen der Radkräfte und Unsicherheiten | 81 |
| 5.1.3 Integration in den Reglerentwurf | 82 |
| 5.1.4 Nichtlineare Dämpfung für die Drehzahlregelung | 87 |
| 5.1.5 Nichtlineare Dämpfung für die Regelung der Lenkung | 89 |
| 5.2 Parameterunsicherheiten der Horizontal- und Vertikaldynamik | 91 |
| 5.3 Störungen auf die Horizontal- und Vertikaldynamik | 95 |
| 5.4 Zusammenfassung | 96 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 6 | Behandlung von Aktorausfällen und Fehlern | 99 |
| 6.1 | Antriebsausfall | 102 |
| 6.2 | Ausfall der Lenkung | 105 |
| 6.3 | Blockierender Antrieb | 106 |
| 6.4 | Blockieren der Lenkung | 107 |
| 6.5 | Fehlerkombinationen | 108 |
| 7 | Regelung verschiedener Aktorkonfigurationen | 111 |
| 7.1 | Allradantrieb | 111 |
| 7.2 | Frontantrieb | 113 |
| 7.3 | Heckantrieb | 114 |
| 7.4 | Vergleich der verschiedenen Konfigurationen | 117 |
| 8 | Simulation | 124 |
| 8.1 | Ausgewählte Manöver bei exakter Parametrierung der Regelung | 124 |
| 8.1.1 | Slalom | 124 |
| 8.1.2 | Kombiniertes Manöver | 128 |
| 8.2 | Manöver bei unsicheren Systemparametern | 133 |
| 8.2.1 | Slalom | 134 |
| 8.2.2 | Kombiniertes Manöver | 140 |
| 8.3 | Simulation von Aktorfehlern | 146 |
| 8.3.1 | Blockierender Antrieb mit Einzelradaktorik | 146 |
| 8.3.2 | Antriebsausfall beim Allradantrieb | 152 |
| 8.3.3 | Blockade einer Lenkung beim Heckantrieb | 158 |
| 8.3.4 | Blockade einer Lenkung beim Frontantrieb | 164 |
| 9 | Zusammenfassung und Ausblick | 170 |
| 9.1 | Beschreibung des entwickelten Entwurfs | 170 |
| 9.2 | Potentiale der X-By-Wire-Struktur mit verteilter Redundanz | 170 |
| 9.3 | Ausblick | 171 |
| A | Systemtheoretische Methoden | 175 |
| A.1 | Systemdarstellung als Deskriptorsystem | 175 |
| A.2 | Flachheitsbasierter Regelung- und Steuerungsentwurf | 176 |
| A.2.1 | Folgeregelung für Deskriptorsysteme auf Basis differentieller Parameterungen | 180 |
| A.2.2 | Holonome mechanische Systeme | 184 |
| A.3 | Nichtlineare Dämpfung | 184 |
| A.3.1 | Stabilität | 184 |
| A.3.2 | Stabilisierung mit Unsicherheiten | 186 |
| A.4 | Backstepping mit Unsicherheiten | 190 |
| B | Simulationsmodell und Parameter | 193 |
| B.1 | Daten der Führungsmodelle | 194 |

| | | |
|----------|---|------------|
| B.1.1 | Einspurmodell | 194 |
| B.1.2 | Ermittlung der Kennwerte des Kriterienmodells | 199 |
| B.1.3 | Gewählte Parameter für das Kriterienmodell | 200 |
| B.2 | Parametrierung der Regelung | 200 |
| C | Berechnungen | 203 |
| C.1 | Strukturierung der Ableitungen der Raddynamik | 203 |
| C.2 | Zweite zeitliche Ableitung des Lenkwinkels | 208 |
| C.3 | Freiheitsgrad zur Vorgabe eines Wunschkrehmoments auf den Schwerpunkt . | 208 |
| | Literaturverzeichnis | 209 |

Symbole und Abkürzungen

Symbole

| | |
|--------------------|--|
| b | Spurweite |
| b_l | Abstand Schwerpunkt, Räder links |
| b_r | Abstand Schwerpunkt, Räder rechts |
| B_i | Reifenmodellparameter des i -ten Reifen, Steifigkeitsfaktor |
| B_h | Eingangsmatrix der Horizontaldynamik |
| B_{Ri} | Eingangsmatrix des i -ten Rades |
| B_v | Eingangsmatrix der Vertikaldynamik |
| c_{Di} | Dämpferkennlinie oder Dämpfungskonstante am i -ten Reifen |
| c_{ey} | Schräglaufsteifigkeit, Einspurmodell |
| c_{Fi} | Federkennlinie oder Federkonstante am i -ten Reifen |
| $c_{S,v}, c_{S,h}$ | Stabilisatorkennlinie/konstante an der Vorder - und Hinterachse |
| c_w | Widerstandsbeiwert |
| C_i | Reifenmodellparameter, Formfaktor |
| D_j | Parametermatrix der Folgeregelung bezüglich der j -ten Fehlerableitung |
| d_k^j | j -ter Folgeregler-Parameter/Vektor/Matrix, zugehörig zu Teilsystem k |
| d_β | Proportionalitätsfaktor zwischen Schwimmwinkel und Querbeschleunigung |
| e_h | Abweichung von den Wunschtrajektorien der Horizontaldynamik |
| e_v | Abweichung von den Wunschtrajektorien der Vertikaldynamik |
| e_{δ_i} | Abweichung von den Wunschtrajektorien der Radlenkwinkel |
| e_{ω_i} | Abweichung von den Wunschtrajektorien der Raddrehzahlen |
| $e_{x,y,z}$ | Einheitsvektor der aufbaufesten Koordinaten |
| $e_{R(x,y,z)}$ | Einheitsvektoren der radfesten Koordinaten |
| E_k | Einheitsmatrix der Dimension $k \times k$ |
| F_{Rxi} | Radkraft am i -ten Rad in longitudinaler Richtung, aufbaufeste Koordinaten |
| F_{Ryi} | Radkraft am i -ten Rad in lateraler Richtung, aufbaufeste Koordinaten |
| F_{Rzi} | Radkraft am i -ten Rad in vertikaler Richtung, aufbaufeste Koordinaten |
| F_{maxi} | maximal übertragbare Kraft am i -ten Rad |
| h | Schwerpunktshöhe in statischer Ruhelage |
| h_{Brems} | Bremspedalstellung |
| h_{Fahr} | Fahrpedalstellung |
| I | elektrischer Strom |
| i_L | Lenkübersetzung |
| i_{max} | maximale Lenkübersetzung |
| i_{min} | minimale Lenkübersetzung |

| | |
|-------------------------------|---|
| J | Trägheitsmoment |
| k_{Fzi} | Reifenmodellparameter, Degressivitätsfaktor am i -ten Rad |
| k_{Ri}^+ | Eingangsmatrix für u_h am i -ten Rad |
| k_{Ri}^\perp | Eingangsmatrix für ρ_h am i -ten Rad |
| l | Radstand |
| l_v | Abstand Schwerpunkt, Vorderachse |
| l_h | Abstand Schwerpunkt, Hinterachse |
| L | Induktivität |
| $M_{(\cdot)k}$ | Drehmoment um die k -te Achse des betrachteten (\cdot) - Koordinatensystems |
| \mathcal{M} | zulässiger Bereich |
| \mathcal{N} | Grenze des zulässigen Bereiches |
| n_{ki} | konstruktiver Nachlauf am i -ten Rad |
| P_h | Projektionsmatrix der Radkräfte auf den Fahrzeugschwerpunkt |
| P_h^+ | Moore-Penrose-Inverse der Matrix P_h |
| P_h^\perp | Kern der Matrix P_h |
| p_{hj}^\perp | l -tes Element der j -ten Zeile von P_h^\perp |
| $\left(p_{hj}^\perp\right)^T$ | j -te Zeile von P_h^\perp |
| P_v | Projektionsmatrix der aktiven Aufbaukräfte auf den Fahrzeugschwerpunkt |
| r_{dyni} | dynamischer Radhalbmesser am i -ten Rad |
| R | elektrischer Widerstand |
| s_{xi} | Schlupf in x -Richtung am i -ten Rad, aufbaufeste Koordinaten |
| s_{yi} | Schlupf in y -Richtung am i -ten Rad, aufbaufeste Koordinaten |
| u | Vektor der Eingangsgrößen |
| u_h | Kräfte und Momente auf den Fahrzeugschwerpunkt in der Horizontalen |
| u_{Ri} | Vektor aller Eingänge am i -ten Rad |
| u_v | Kräfte und Momente auf den Fahrzeugschwerpunkt in der Vertikalen |
| u_{va} | aktive Aufbaukräfte auf den Fahrzeugschwerpunkt in der Vertikalen |
| u_{zi} | aktive Aufbaukraft am i -ten Rad |
| U | elektrische Spannung |
| v_x | Horizontalgeschwindigkeit des Fahrzeugschwerpunktes in x -Richtung |
| v_y | Horizontalgeschwindigkeit des Fahrzeugschwerpunktes in y -Richtung |
| v_{Rxi} | Geschwindigkeit des i -ten Rad in x -Richtung, aufbaufeste Koordinaten |
| v_{Ryi} | Geschwindigkeit des i -ten Rad in y -Richtung, aufbaufeste Koordinaten |
| w | Systemeingang in Brunovský Normalform |
| x | Deskriptor/ Vektor der Zustände |
| x_h | Vektor der Horizontaldynamikkoordinaten |
| x_{Ri} | Vektor aller Koordinaten am i -ten Rad |
| x_v | Vektor der Vertikaldynamikkoordinaten |
| y | Ausgangsvektor des Gesamtsystems |
| y_h | Ausgangsvektor der Horizontaldynamik |
| y_v | Ausgangsvektor der Vertikaldynamik |

| | |
|------------------------|---|
| z | Auslenkung des Fahrzeugaufbaus in z -Richtung aus der statischen Ruhelage |
| z_i | Einfederweg am i -ten Rad |
| $z_{\text{ext}i}$ | Unebenheitshöhe am i -ten Rad |
| Z | Abbremsung |
| Z_p | Polpaarzahl |
| α | Schräglaufwinkel des Einspurmodells |
| β | Schwimmwinkel |
| δ_i | Lenkwinkel des i -ten Rad |
| δ_{Lenk} | Lenkradwinkel |
| δ_B | konstanter Radlenkwinkel bei blockierender Lenkung |
| ϵ_R | Unsicherheitsbeschreibung für das Reifenmodell |
| ϵ_G | Unsicherheitsbeschreibung für geometrischen Parameter |
| ϵ_T | Unsicherheitsbeschreibung für die Fahrzeugträgheiten |
| η | Koordinaten der internen Dynamik |
| η_{Ri} | Kraftschlussausnutzung am i -ten Rad |
| θ | Nickwinkel |
| κ | höchste auftretende Ableitung, Steuerbarkeitsindex |
| λ | Reglerparameter für die nichtlineare Dämpfung |
| μ_i | Reifenmodellparameter, Reibwert |
| ξ | Koordinaten der Eingangs-Ausgangsdarstellung |
| ρ_h | Vektor der Radkraftverteilung bzw. Freiheitsgrade für in der Horizontalen |
| ρ_l | Luftdichte |
| ρ_v | Verspannung bzw. Freiheitsgrad in der Vertikalen |
| ϕ | Wankwinkel |
| $\dot{\psi}$ | Gierrate |
| ω_i | Drehzahl des i -ten Rad |
| Ψ | magnetische Flussverkettung |

Indizes

| | |
|------------------|--|
| d | felderzeugende Komponente |
| e | Einspurmodell |
| h | horizontal |
| i | Radindex 1, ..., 4 |
| j, k, l, m | Zählindizes |
| xk, ak, ψ_k | Parameter des Kriterienmodells |
| xl, al, ψ_l | Parameter des linearen Führungsmodells |
| M | Modellgröße |
| q | drehmomenterzeugende Komponente |
| R | Reifen/Radgröße |
| S | geschätzte Größe |
| v | vertikal |
| x,y,z | Achse, in die eine Kraft / um die ein Moment wirkt |
| * | Wunschgrößen |

Operatoren, Funktionen, abkürzende Darstellung

| | |
|-----------------|---|
| $\alpha(\cdot)$ | Vektorwertige Funktion der Eingangs-Ausgangsdarstellung Schräglaufwinkel beim Einspurmodell |
| $\beta(\cdot)$ | Vektorwertige Funktion der Eingangs-Ausgangsdarstellung |
| $h(\cdot)$ | Vektorwertige, nichtlineare Ausgangsabbildung |
| $f_k(x)$ | Vektorwertige, nichtlineare Funktion in x , zugehörig zum Teilsystem k |
| $L_f h(x)$ | Lie-Ableitung $\frac{\partial h(x)}{\partial x} f(x)$ |
| $q_k^j(\cdot)$ | j -te Zwangsbedingung oder Parametrierung, zugehörig zum Teilsystem k |
| $\bar{y}^{(k)}$ | Abkürzung für $(y_1, \dot{y}_1, \dots, y_1^{(k_1)}, y_2, \dots, y_i, \dot{y}_i, \dots, y_i^{(k_i)}, \dots)$ |

Abkürzungen

| | |
|-------|---|
| ABS | Anti-Blockier-System |
| ACC | Adaptive Cruise Control |
| AMS | Auto Motor Sport |
| ASC | Automatic Satbility Control (BMW) |
| ASM | Asynchron-Maschine |
| ASR | Antriebs-Schlupf-Regelung |
| CLF | Control Ljapunov Function |
| Dgl. | Differentialgleichung |
| DGPS | Differential Global Positioning System |
| DIN | Deutsche Industrie Norm |
| ESP | Elektronisches Stabilitäts-Programm |
| FTP72 | Federal Test Procedure 1972 |
| GCC | Global Chassis Control |
| GPS | Global Positioning System |
| HMI | Human Machine Interface |
| ICM | Integrated Chassis Management (BMW) |
| ISO | International Organisation for Standardization |
| MTPA | Maximum Torque Per Amphere |
| NEDC | New European Driving Cycle |
| PKW | Personenkraftwagen |
| PMSM | Permanentmagnet-Synchronmaschine |
| VDM | Vehicle Dynamics Management (Robert Bosch GmbH) |
| XBW | X-By-Wire |

1 Einleitung

1.1 Einführung

Das Bestreben der Menschheit nach Mobilität ist größer als je zuvor und durch den steigenden Wohlstand in Ländern wie China und Indien wächst die Nachfrage nach Kraftfahrzeugen rasant. Darüber hinaus gründen sich die meisten gebräuchlichen Fahrzeugkonzepte auf die Nutzung eines Verbrennungsmotors, für dessen Betrieb in den meisten Fällen Mineralöl benötigt wird, welches in unserer heutigen Gesellschaft auch für die Herstellung vieler anderer Produkte notwendig ist. Folglich wird der Bedarf an Mineralöl weiter steigen. Die weltweiten Reserven schwinden jedoch und es ist eine unbestreitbare Tatsache, dass die noch vorhandenen Ressourcen früher oder später verbraucht sein werden. Schon aus diesem Grund ist es wichtig, alternative Antriebskonzepte für Fahrzeuge zu erarbeiten und somit dem steigenden Mobilitätsbedarf nachhaltig Rechnung zu tragen. Die Tatsache, dass eine höhere Verbreitung des Verbrennungsmotors einen erheblichen Zuwachs an CO₂-Emissionen und die Anreicherung der Erdatmosphäre mit vielen anderen Schadstoffen zur Folge hätte, ist ebenfalls unbestritten. Eine Alternative zum Verbrennungsmotor, die durch die deutsche Bundesregierung stark forciert wird und auch in der Gesellschaft immer größere Akzeptanz findet, ist der Fahrzeugantrieb mittels Elektromotor. Nach heutigen Schätzungen kann der Verkehr im Jahr 2050 in urbanen Gebieten weitgehend ohne fossile Brennstoffe auskommen [17] und langfristig rein elektrisch erfolgen.

Ein weiterer Aspekt, der für den elektrischen Antrieb spricht, betrifft das Thema Sicherheit im Fahrzeug. Von Seiten der Gesetzgebung, der Fahrzeugindustrie und der Fahrzeugbesitzer besteht das Interesse, die Sicherheit der Fahrzeuginsassen stetig und nachhaltig zu erhöhen. Unfälle sollen auf ein Minimum oder idealerweise auf Null reduziert werden. Bis 2020 will das Bundesverkehrsministerium die Zahl der Opfer von Verkehrsunfällen um 40 % verringern [18]. Zur Modifikation der Fahrzeuge hinsichtlich dieser Ziele bieten sich passive und aktive Maßnahmen an. Um die Sicherheit mit passiven Maßnahmen zu gewährleisten, werden beispielsweise das Fahrwerk und die Feder-Dämpfer-Elemente entsprechend ausgelegt. Ein Maß für die Sicherheit ist der Betrag der Radlastschwankungen [98, 101]. Je kleiner die Änderungen der Radlast sind, desto sicherer kann das Fahrverhalten eines Fahrzeugs im Allgemeinen eingestuft werden. Dies kann durch die Auslegung der Feder-Dämpfer-Elemente mit hohen Dämpfungsmaßen und sehr steifen Federn geschehen. Dadurch ergibt sich ein sehr hartes, sportliches Fahrwerk und es entstehen hohe Beschleunigungen in der Vertikaldynamik bei Unebenheitsanregungen. Das wiederum charakterisiert jedoch schlechte Komforteigenschaften, sodass hier ein Kompromiss gefunden werden muss. Dieser klassische Zielkonflikt kann mit Hilfe aktiver Fahrwerkselemente, also z.B. durch zusätzliche Aktoren zur gezielten Erzeugung von Vertikalkräften, großteils aufgelöst werden. Aktive Fahrwerkselemente im Bereich der Vertikaldynamik sind allerdings eine teure und gewichtserhöhende Lösung für die Oberklasse, die für günstige und sehr kleine Fahrzeuge nicht in Frage kommt.

Dieses Beispiel zeigt jedoch, wie Zielkonflikte zwischen Komfort und Sicherheit mit Hilfe aktiver Eingriffe in die Fahrzeugdynamik aufgelöst werden können. Weitaus verbreiteter ist der Einsatz von Assistenzsystemen, die verschiedene Fahrzeugzustände wie Radlasten, Horizontalbeschleunigungen und Raddrehzahlen überwachen, um in kritischen Situationen in das Fahrgeschehen einzugreifen um den Fahrer zu unterstützen. Mit zu den wichtigsten Errungenschaften der Fahrzeugsicherheit zählen sicher die Entwicklung und serienmäßige Einführung von ABS sowie das zukünftig in jedem neuen Fahrzeug gesetzlich vorgeschriebene ESP [30]. Allein durch diese Systeme konnten viele Verkehrsunfälle verhindert und Opfer dieser Unfälle vermieden werden. Aus diesen Gründen besteht seit einiger Zeit der Trend zu weiteren Assistenzen, wie beispielsweise die automatische Abstandshaltung (ACC). Solche Systeme erhöhen nicht nur die Sicherheit während der Fahrt, sondern entlasten den Fahrer von stabilisierenden Maßnahmen und erhöhen damit den Komfort, was ganz im Sinne des Fahrers ist. Notbrems- und Spurhalte-Assistenten werden innerhalb der EU in absehbarer Zukunft Pflicht für schwere Nutzkraftfahrzeuge sein [30]. Die Verantwortlichen in der EU prüfen darüber hinaus, ob solche Systeme auch für PKW gesetzlich vorgeschrieben werden können, um die Sicherheit zu erhöhen und Unfälle zu vermeiden oder deren Folgen abzumildern. Andere Systeme, wie beispielsweise Ausweichassistenten, befinden sich derzeit in der Entwicklung [8, 139]. Mit dem automatischen Ausweichen ist in der Forschung ein Punkt erreicht, an dem weitere signifikante Erhöhungen der Sicherheit mit heutigen, konventionellen Antriebstopologien schwer realisierbar sind. Hier können andere Antriebstopologien neue Möglichkeiten schaffen und den aktiven Eingriff ins Fahrgeschehen erleichtern, um die Sicherheit weiter zu erhöhen.

Zur Realisierung der beschriebenen Maßnahmen und Assistenzen, wie ABS, ESP und ACC, ist es notwendig, mechanische Verbindungen, mit denen der Fahrer Stellglieder und Aktoren im Fahrzeug bedienen kann, aufzutrennen und durch elektronische oder hydraulische Verbindungen zu ersetzen. Dieser Trend setzt sich fort, sodass Stellglieder im Fahrzeug immer weiter elektrifiziert und die Aktoren nicht mehr direkt vom Fahrer bedient werden. Sie werden erst nach Verarbeitung des Fahrerwunsches und vieler verschiedener Sensordaten durch ein Steuergerät angesprochen. Dieses Vorgehen kann in Zukunft unter bestimmten Voraussetzungen auf eine vollständige X-By-Wire Struktur führen. Das bedeutet, jegliche mechanische Verbindung zu den Aktoren wird z.B. durch eine elektrische ersetzt. Der Wunsch nach immer komplexeren, neuen Assistenzen, bis hin zum autonomen Fahren wird mit einer solchen Struktur sehr viel einfacher realisierbar. Die Vorteile und Herausforderungen, die eine X-By-Wire Struktur grundsätzlich mit sich bringt, lassen sich beispielhaft anhand der Lenkung erläutern. Ein erster Schritt in die Richtung Steer-By-Wire sind elektromechanische Lenksysteme mit Überlagerungsgetriebe, wobei über einen Elektromotor unabhängig vom Fahrer zusätzliche Lenkwinkel aufgeprägt werden können [42, 57]. Das eröffnet durch aktiven Eingriff die Möglichkeit, über die Lenkung stabilisierende Maßnahmen, z.B. bei Seitenwind oder anderen Störungen, einzuleiten. Wird noch einen Schritt weiter gegangen und die mechanische Lenksäule entfernt, kann Gewicht eingespart werden, was sich wiederum positiv auf die Energiebilanz auswirkt. Der Wegfall der Lenksäule bewirkt darüber hinaus den Wegfall eines Schall- und Vibrations-Übertragungsweges. Das beste Argument gegen

eine mechanische Lenksäule ist jedoch die Sicherheit in der Fahrgastzelle. Bei heftigen frontalen Zusammenstößen kann nicht gänzlich ausgeschlossen werden, dass die Lenksäule sich in Richtung Fußraum bewegt und den Fahrer einklemmt oder verletzt. Dieses Verhalten muss durch aufwendige und teure Maßnahmen wie energieabsorbierende Lenksäulen und verschiedene konstruktive Modifikationen minimiert werden [14, 48]. Steer-By-Wire erhöht also zum einen die passive Fahrzeugsicherheit durch den Wegfall der Lenksäule und trägt zusätzlich zur Vereinfachung der Entwicklung aktiver Sicherheit bei, da Assistenzsysteme auf einfache Weise zusätzliche Lenkwinkel oder Momente aufbringen können. Gerade für hoch sicherheitskritische Systeme wie die Lenkung existieren jedoch strenge gesetzliche Anforderungen [141] im Bereich der funktionalen Sicherheit. Sicherheitskritische Systeme müssen im Fehlerfall oder bei Störungen noch für eine gewisse Zeit einwandfrei funktionieren, bzw. ihre Funktion muss weiter zur Verfügung gestellt werden. Um die gesetzlichen Bestimmungen aus [141] für rein elektrische Lenkungen ohne mechanische oder hydraulische Rückfallebene zu erfüllen, gibt es kaum eine andere Möglichkeit als das System vollständig redundant auszulegen. Das bedeutet Hard- und Software zur Informationsverarbeitung müssen diversifiziert und überwacht werden, um Fehler auszuschließen bzw. um im Fehlerfall umschalten zu können. Fällt außerdem eine Verbindung zu einem Aktor oder Sensor aus oder der Aktor bzw. Sensor selbst hat eine Funktionsstörung, ist es für die Funktion des Fahrzeugs unerlässlich, Aktor- und Sensor-Redundanz zu besitzen. Bezüglich der Sensorredundanz sind aus regelungstechnischer Sicht Themen wie Fehlerdiagnose und Sensorfusion interessant. Ein weiteres interessantes Gebiet mit erheblichem Potenzial ist durch die aktorische Redundanz gegeben. Üblicherweise werden elektrische Aktoren zum Erreichen von Fehlertoleranz in ihrer Wirkungskette in Reihe oder an einer Wirkstelle parallel geschaltet [88, 89]. Der redundante Aktor wird erst dann genutzt, wenn der Hauptaktor ausfällt oder beide Aktoren führen im fehlerfreien Fall die gleiche Aufgabe aus. Eine weitere Möglichkeit ist eine fehlertolerante Auslegung der Aktoren und Ansteuerungen, z.B. durch redundante Ständer- oder Rotorwicklungen in Motoren oder redundante Phasen im Umrichter. All diese Maßnahmen führen zu höheren Material- und Entwicklungskosten und wiederum zu höherem Gewicht. In [96] wird argumentiert, dass sich reine Steer-By-Wire Systeme aufgrund dieser Nachteile nicht durchsetzen werden, denn mit modernen elektromechanischen Lenkungen lässt sich die gleiche Funktionalität herstellen. Die Nachteile müssen also durch einen funktionalen Mehrwert ausgeglichen werden, damit die By-Wire-Technologie bei Herstellern und Käufern Akzeptanz findet. Bezüglich der Aktorredundanz sollte daher untersucht werden, ob es möglich ist, die Redundanz so im System zu verteilen, dass im Fehlerfall alle geforderten Funktionen bereit gestellt werden können, zusätzlich aber im fehlerfreien Fall mehr Eingriffsmöglichkeiten vorhanden sind, mit denen neues Potenzial zur Steigerung von Sicherheit und Komfort erschlossen wird. Denn dann kann der eigentliche Nachteil einer konventionellen By-Wire-Architektur, nämlich die notwendige Redundanz, dazu genutzt werden, dem beschriebenen Bedürfnis nach höherer Sicherheit, mehr Komfort und neueren komplexeren Assistenzen nachzukommen.

Im Kraftfahrzeug führt das Verteilen der Redundanz dazu, die elektrischen Aktoren auf verschiedene Räder zu verteilen. Bei maximaler Aktuierung führt dies auf ein Fahrzeug mit

Einzelradantrieb, womit jedes Rad einzeln angetrieben und gelenkt werden kann. Eine solche Antriebskonfiguration bietet die Möglichkeit, sehr gezielt in die Fahrzeugdynamik einzugreifen und ermöglicht die Entwicklung völlig neuer Assistenzsysteme. Mit diesen zusätzlichen Eingriffsmöglichkeiten könnten außerdem Zielkonflikte zwischen Komfort und Sicherheit im Fahrwerk aufgelöst oder auch die Sicherheit konsequent weiter erhöht werden. Die Koordination der Aktoren ist bei einer derart komplexen Antriebsstruktur jedoch nur noch mit einer ganzheitlichen Betrachtung des mechatronischen Fahrzeugs möglich und zusätzlich muss auch hier sichergestellt werden, dass das Fahrzeug im Fehlerfall, sei es bei Aktor-, Sensor-, Software- oder sonstigen Hardwarefehlern, beherrschbar und sicher bleibt. Zwar steigt die Wahrscheinlichkeit von Aktorausfällen insgesamt, da die Gesamtwahrscheinlichkeit eines Ausfalls sich multiplikativ aus den Einzelwahrscheinlichkeiten zusammensetzt. Wird jedoch von einer geeigneten Fehlerdiagnose und Behandlung ausgegangen, sinkt die Wahrscheinlichkeit eines Funktionsausfalles in Relation zur Anzahl der verwendeten Aktoren.

Ein weiterer interessanter Aspekt bezüglich eines Umstieges hin zu verteilten X-By-Wire-Antriebstopologien ist eine Vereinfachung und Vereinheitlichung der Systemarchitektur und die Schaffung einheitlicher, intuitiver Schnittstellen. Durch das historische Wachstum der angesprochenen Assistenz-Systeme ist für die Regelung der Fahrzeugdynamik eine komplexe dezentrale Struktur mit verschiedenen Hierarchien entstanden. Viele Systeme beeinflussen sich gegenseitig, ohne dass diese Kopplungen explizit berücksichtigt werden. Diese Systeme sind mit Hilfe starker Vereinfachungen der komplexen Fahrzeugdynamik entworfen worden, sodass sie im linearen Bereich der Kraftübertragung zwischen Reifen und Straße hinreichend gut funktionieren, im fahrdynamischen Grenzbereich aber versagen können. Durch die komplexe Struktur ist eine grundsätzliche Aussage bezüglich systemtheoretischer Stabilität kaum mehr machbar und kann nur durch viele Versuchsreihen und empirisches Einstellen sichergestellt werden.

Soll also der Elektromotor den Verbrennungsmotor ersetzen, die Sicherheit für den Fahrer weiter erhöht und der Komfort durch weitere Assistenzsysteme gesteigert werden, bieten X-By-Wire Systeme großes Potential, diese Ziele zu erreichen.

1.2 Ziel der Arbeit

Für die Fahrdynamik, Ausfallsicherheit und Fehlertoleranz sind wie angesprochen die Aktorredundanz und die Einzelradaktorik sehr interessante Aspekte. Deshalb soll in dieser Arbeit mit grundlegenden Untersuchungen gezeigt werden, dass es möglich ist, mit verteilter Redundanz ein fehlertolerantes Regelsystem zu erhalten und eine Fahrdynamikregelung bereitzustellen, mit der durch Redundanz zum einen Vorschriften zur funktionalen Sicherheit eingehalten werden können und zum anderen neue Freiheitsgrade zur Verbesserung des Fahrverhaltens im fehlerfreien Fall zur Verfügung stehen. Typische Aktorfehler müssen dabei von der Regelung kompensiert bzw. akkommodiert werden können, also als fail-silent oder fail-safe einstuftbar sein, um eine sichere Fahrzeugführung zu garantieren. In diesem

Kontext soll ebenfalls untersucht werden, welche Menge an Aktoren nötig ist und wie diese auf das System verteilt werden müssen, um die gewünschte Fehlertoleranz zu erreichen. Eine vollständige Aktuierung aller Räder ist dazu nicht unbedingt nötig. Da das primäre Ziel bei der Fahrzeugführung das Verfolgen von Trajektorien in der horizontalen Ebene darstellt, muss vornehmlich die Wirkung verschiedener Fehler auf die Horizontaldynamik behandelt werden. Weiterhin entstehen im fehlerfreien Fall neue Freiheitsgrade, die bei konventionellen Antriebskonzepten nicht vorhanden sind. Diese Eingriffsmöglichkeiten sollten über eine intuitive Schnittstelle zugänglich sein, um zur Verbesserung des Wunsch- und Störverhaltens der Horizontaldynamik beizutragen. Dabei soll gezeigt werden, dass dies der Steigerung von Komfort und Sicherheit dient und damit ein hervorragendes Argument für die By-Wire-Technologie bildet.

Damit die beschriebenen prinzipiellen Ziele erreicht werden können, soll für den fehlerfreien Fall eine Fahrdynamik- und Aktorregelung entworfen werden, die alle wichtigen Systemkomponenten betrachtet und alle wichtigen Kopplungseffekte zwischen den Teilsystemen des Fahrzeugs berücksichtigt. Dadurch soll eine ganzheitliche Koordination aller Aktoren sichergestellt werden. Über die Wahl der Freiheitsgrade soll der Entwurf gleichermaßen zusätzliche Bedingungen für den fehlerfreien Fall erfüllen können, wie auch die Wirkung

auftretender Aktorfehler auf die Horizontaldynamik kompensieren. Zudem soll eine Interpretation nicht vorhandener Aktoren als Fehler bezüglich der Einzelradaktorik den Entwurf möglichst allgemein für verschiedene Aktorkonfigurationen zugänglich machen. Um bestimmen zu können, welche Aktorkonfigurationen behandelbar sind, müssen Mindestanforderungen an das Fahrzeugverhalten definiert werden. Um einen nennenswerten Vorteil gegenüber konventionellen Fahrzeugen zu haben, sollen für den Entwurf des horizontalen Fahrzeugverhaltens alle Freiheiten zur Verfügung stehen. Eine regelungstechnische Interpretation dieser Forderung impliziert die Entkoppelbarkeit der Koordinaten zur Beschreibung der Horizontaldynamik. Aufbauend auf dieser Forderung soll beispielhaft eine sinnvolle Nutzung dieser Freiheiten gezeigt und dazu geeignete Aktorkonfigurationen gefunden werden. Die Struktur der Regelung soll es zusätzlich ermöglichen, das Störverhalten des Systems unabhängig vom Wunschverhalten einstellen zu können, was der Forderung nach einem Zwei-Freiheitsgrade-Entwurf gleichkommt. Damit soll eine möglichst gezielte Behandlung der wichtigsten Unsicherheiten und deren Wirkung auf die Horizontaldynamik sichergestellt werden. Dabei spielen zum einen geometrische Unsicherheiten wie die Schwerpunktslage des Fahrzeugs eine Rolle, vor allem aber Unsicherheiten in der Modellierung des Reifen-Straße-Kontakts. Mit Hilfe des Zwei-Freiheitsgrade-Entwurfs sollen diese Unsicherheiten anhand gängiger nichtlinearer Stabilitätstheorie untersucht und im Entwurf des Störverhaltens berücksichtigt werden.

Darüber hinaus soll gezeigt werden, wie durch eine klare Strukturierung der Regelung in einen Zwei-Freiheitsgrade-Entwurf eine intuitive Schnittstelle zur Integration von verschiedenen Assistenzsystemen entsteht, ohne die grundlegende Struktur der Regelung verändern zu müssen.

1.3 Literaturüberblick

Diese Arbeit behandelt verschiedene methodische Aspekte der Regelung und Analyse neuer Antriebstopologien und greift dabei auf viele vorhandene Methoden und Werkzeuge der Systemtheorie zurück, welche bei Bedarf erweitert oder verändert werden müssen. So werden differentialgeometrische Methoden für den nichtlinearen Reglerentwurf genutzt [91, 62, 77] und modelliert wird das Fahrzeug dabei als Deskriptorsystem [122, 81], da dieses Vorgehen einige Vorteile mit sich bringt. Weiterhin werden Methoden aus dem Bereich der Fehlertoleranz- und redundanz [80], der Stabilitätstheorie nach Ljapunov [67] sowie Methoden zur Schätzung und Berücksichtigung von Unsicherheiten [74] genutzt. Über alle Themengebiete einen Überblick zu geben, würde im Rahmen dieser Arbeit zu weit gehen. Hier wird ein Überblick über den Kernaspekt der Arbeit, nämlich den Entwurf fahrdynamischer Systeme gegeben. Die genutzten systemtheoretischen und regelungstechnischen Methoden werden in den einzelnen Kapiteln oder im Anhang kurz vorgestellt oder es wird auf einschlägige Literatur verwiesen.

Auf die grundlegenden, serienmäßigen Funktionen wie ABS, ASR und ESP soll nicht weiter eingegangen werden, sondern auf Strategien und Architekturen, wie diese Regelsysteme zusammengeführt werden können. Für die einzelnen Regelsysteme sei beispielsweise auf [112, 61] verwiesen. Die Regelungsstruktur für das Gesamtsystem Fahrzeug wird oft dezentral [136] bzw. in Hierarchien [127, 110] oder für einzelne dynamische Teilsysteme [95] entworfen. Daraus folgt, dass Kopplungen zwischen Horizontaldynamik, Vertikaldynamik und Raddynamik in der Regel als Störungen modelliert und im nominellen Reglerentwurf nicht berücksichtigt werden. Dies ist auch nicht selten der Situation geschuldet, dass verschiedene Fahrwerksregelsysteme von verschiedenen Herstellern auf verschiedenen Hardwareplattformen in einem Fahrzeug implementiert werden sollen [131]. Weiterhin werden die verschiedenen Regelsysteme unabhängig voneinander entworfen, obwohl sich die Regelziele überlappen. Diese Systeme werden nach dem Konzept der friedlichen Koexistenz ausgelegt, sodass die gegenseitige Beeinflussung gering gehalten wird. Ein solches Vorgehen wird jedoch mit zunehmender Anzahl von Fahrdynamikregelsystemen zu komplex und verschenkt Potenziale. Einer ganzheitlichen, systemtheoretischen Behandlung der Fahrzeugdynamik kommen verschiedene Ansätze nahe. Beispielhaft sollen hier kurz die Begriffe integrierte Fahrdynamikregelung bzw. Vehicle Dynamics Management (VDM) [129], Global Chassis Control (GCC) [123] und Integrated Chassis Management (ICM) [71] diskutiert werden. Der Begriff der Integration, gerade in Bezug auf Regelsysteme im Fahrzeug, sorgt seit ca. 20 Jahren für Diskussionen in der Fahrzeugindustrie und wurde beispielsweise in [113] ausführlich erläutert. In diesem Sinne meint Integration von Regelsystemen, dass verschiedene koexistierende Systeme Informationen austauschen sollten, um dadurch einen Mehrwert oder bessere Performance zu erhalten. Gezeigt wird dies am Beispiel, dass ABS davon profitieren könnte, einen gut geschätzten Reibwert μ zwischen Reifen und Straße von ASC (automatic stability control) zu erhalten. Auch in [143] werden Vorteile der Vernetzung von längs- und querdynamischen Regelsystemen aufgezeigt. Es konnte sogar gezeigt werden, dass viele verschiedene Fahrdynamiksysteme in einem Fahrzeug, ohne die Berücksichtigung der jeweils anderen,

negative Effekte hervorrufen können [128]. Ziel aller oben erwähnten Integrationsmethoden ist es, diese negativen Effekte durch gegenseitige Beeinflussung zu verhindern, durch Vernetzung einzelner Fahrdynamikregelsysteme Potentiale zu erschließen und Modularität zu wahren, um einzelne Teile für verschiedene Fahrzeuge und verschiedene Ausführungen wieder verwenden zu können. Beim VDM der Robert Bosch GmbH liegt das Hauptinteresse auf der Koordination verschiedener Aktoren bezüglich ihres Einflusses auf die Querdynamik. Dabei wird ein gewünschtes Giermoment situationsabhängig auf aktive Lenkung, Bremse bzw. Antrieb und aktives Fahrwerk aufgeteilt, was im Vergleich zu konventionellem ESP bei μ -Split-Bremsungen den Bremsweg verkürzt und den Lenkaufwand vermindert. Somit werden verschiedene Regler zur Querdynamikbeeinflussung zu einem Regler zusammengeführt. Einen ganz ähnlichen Ansatz verfolgt Continental Teves mit GCC zur Vereinheitlichung der Regelung für die Horizontaldynamik, wobei auch in [123] nur die Querdynamik behandelt wird und in [100] eine mathematisch optimierte Stellgrößenverteilung behandelt wird. Der Begriff wird jedoch auch für eine Strategie zur Hinterachslenkung der Firma Magna Steyr verwendet [70]. ICM von BMW geht einen Schritt weiter und gliedert eine hierarchische Struktur in die üblichen Domänen der Fahrdynamik, sodass alle Reglerausgänge der Längsdynamik-, Querdynamik- und Vertikaldynamikregelsysteme einem Arbitrierer zugeführt werden, welcher die Aufteilung auf die lokalen Regler und Aktoren übernimmt. Weiterer Kernpunkt ist die Zusammenführung aller Sensorsignale zu einer zentralen Fahrzustandserkennung, sodass jeder benötigte Zustand nur einmal berechnet werden muss. Das ist bei VDM in der Form noch nicht der Fall. Ein weiterer Unterschied ist, dass beim ICM mehr als ein Regler für jede Domäne existieren kann, während bei VDM und GCC ein ganzheitlicher Regler existiert. Um Konflikte zwischen verschiedenen, dezentral entworfenen Reglern aufzulösen, wurde beispielsweise auch in [34] eine Arbitrationslogik entworfen, die festlegt, welches System wann auf die Stellgrößen zugreifen kann. Eine allgemeine Aussage, gerade hinsichtlich Stabilität, ist in diesem Fall jedoch nur schwer möglich und wird nur selten untersucht, wie z.B. in [136]. Unabhängig davon geht die Einzelentwicklung verschiedenster Fahrdynamikregelsysteme weiter, wie beispielsweise die Beeinflussung der quer- und längsdynamischen Eigenschaften mittels aktiver [73] und semiaktiver Fahrwerke [107], was die Integration vor neue Herausforderungen stellt.

Im Rahmen der integrierten Fahrdynamikregelung gibt es zusätzlich einige Beiträge, wie [41] und [135], die das dynamische Verhalten der elektrischen Maschinen mit einbeziehen. Oft wird dabei eine unterlagerte Regelung der elektrischen Maschinen entworfen. Für die Regelung der mechanischen Teilsysteme werden daraufhin die von den Antriebsmotoren erzeugten Momente und die Lenkwinkel als Eingänge angenommen. Es wurde jedoch auch schon gezeigt, dass eine vollständige Vernachlässigung der Lenkdynamik aus praktischen- und Stabilisierungsgründen unvorteilhaft sein kann [138]. Die unterlagerte Regelung der elektrischen Aktoren resultiert zum einen daraus, dass verfügbare elektrische Antriebe meist schon über eigene Regelungen verfügen, zum anderen lässt sich damit die hohe Komplexität des mechatronischen Systems Fahrzeug verringern.

Die Betrachtung von Fahrzeugen mit Einzelradaktorik geschah zumeist aus der Motivation heraus, die Radkraftverteilung über die vorhandenen Freiheitsgrade zu optimieren [92, 2, 68]. Dies ist ebenfalls ein wichtiger Aspekt zur Erhöhung der Sicherheit bei der Fahrzeugführung. Ein weiteres Optimierungsziel kann beispielsweise die Minimierung des Energieverbrauchs sein [15, 76, 106]. Für diese Optimierungen existieren keine analytischen Lösungen, da entweder die Gleichungssysteme zu komplex sind oder die Anzahl der Zielfunktionen die Anzahl der Freiheitsgrade übersteigt, sodass nach Minima gesucht werden muss. Diese Verfahren beruhen in ihrer Gesamtheit auf numerischen Optimierungen mit zum Teil hohem Rechenaufwand. Einige Beiträge erwähnen dabei die Möglichkeit, verschiedene Aktorfehler in die Optimierung zu integrieren, um Fehlertoleranz zu erreichen, was in [69] auf Basis von Optimierungen durchgeführt wird, wobei auf Fehler der Lenkung und Bremse eingegangen wird. Ansonsten werden in anderen Beiträgen weder konkrete Lösungen angegeben noch auf die mathematische Lösbarkeit konkreter Probleme eingegangen. Ein oft genutzter Begriff im Englischen ist dabei die sogenannte „Control Allocation“, wobei verschiedene virtuelle Eingangsgrößen zum Erreichen der Regelungsziele genutzt und anschließend mit Hilfe von Optimierungen auf verschiedene echte Stellgrößen umgerechnet werden. Dies entspricht der Verteilung oder Arbitrierung bei den oben vorgestellten integrierten Konzepten.

Wichtig für die Fahrdynamikregelung sind außerdem Kenntnisse über die Verhältnisse zwischen Reifen und Straße. Die Generierung der Reifenkräfte unterliegt stark nichtlinearen Verhältnissen, die zum einen vom verwendeten Reifen abhängen und zum anderen von unbekanntem Straßenverhältnissen, die sich ständig und mit hoher Dynamik ändern können. Eine zentrale Rolle spielt dabei der physikalisch motivierte Reibwert μ zwischen Reifen und Straße. Zur mathematischen Beschreibung der Verhältnisse existieren viele verschiedene Reifenmodelle in vielen unterschiedlichen Ausprägungen in Bezug auf Einsatzgebiet und Komplexität. Zur Simulation existieren komplexe Mehrkörpermodelle, für die Simulation fahrdynamischer Eigenschaften werden oft die Reifenmodelle nach Burkhard oder Pacjeka genutzt. Das semi-empirische Reifenmodell nach Pacjeka existiert ebenfalls in verschiedenen Komplexitätsausprägungen [94, 93]. Für die Regelung bieten sich dabei Modelle mit wenigen Parametern an, wie beispielsweise aus [92, 36, 3]. Für die Schätzung der Reifenkräfte oder zur Identifikation verschiedener Parameter der Modelle zur Fahrdynamikregelung wird außerdem öfter das so genannte Dugoff-Modell genutzt [130, 27]. Für die Schätzung der Reifenkräfte, des Reibwerts und anderer Fahrzustände werden Extended Kalmanfilter [13, 102, 27], adaptive Methoden [90] oder Kombinationen [6] genutzt. Oft wird auch untersucht, inwiefern die explizite Nutzung von GPS [21] oder DGPS [44] für die Schätzung von Fahrzeuggrößen von Vorteil ist. Das sogenannte LuGre-Modell wird gerne mit adaptiven Methoden verbunden und dazu herangezogen, die maximal übertragbaren Kräfte zu schätzen [78, 144]. Ein relativ neuer Ansatz zur indirekten Schätzung der maximalen Kraft liegt in der Betrachtung des Rückstellmoments am Reifen bei Kurvenfahrt, welches erst durch neue elektromechanische Lenkungstopologien geschätzt werden kann [59].

1.4 Aufbau der Arbeit

In Kapitel 2 wird das Fahrzeugmodell für den Reglerentwurf hergeleitet. Ausgehend vom Impuls- und Drallsatz für den Fahrzeugaufbau wird dazu ein nichtlineares Zweispurmodell genutzt, welches alle wesentlichen Kopplungen der einzelnen Freiheitsgrade des Fahrzeugs enthält, wozu die sechs Freiheitsgrade im Raum der Horizontal- und Vertikaldynamik, sowie bei der Raddynamik die Drehfreiheitsgrade zum Lenken und Antreiben gehören. Als elektrische Maschinen werden reluktanzbehaftete Permanentmagnet-Synchronmaschinen genutzt, da sie in feldorientierten Koordinaten übersichtliche und anschauliche Modelle besitzen und auf einfache Weise zu regeln sind. Aus mehreren Gründen wird das Fahrzeugmodell für den Reglerentwurf als Deskriptorsystem modelliert. Das mathematische Modell des Fahrzeugs wird infolgedessen in einen Satz Differentialgleichungen und in einen zusätzlichen Satz algebraischer Gleichungen, die sogenannten Zwangsbedingungen, aufgeteilt. Die dynamischen Gleichungen des Systems erhalten aus diesem Grund trotz der hohen Komplexität des Modells eine sehr übersichtliche Form. Auf diese Weise sind sie leicht zu handhaben und die dynamische Struktur des Systems ist leicht analysierbar und erkennbar. Die Zwangsbedingungen ergeben sich dabei durch die Nutzung von Schnittkräften als anschauliche fiktive Systemeingänge. Genauer gesagt werden die Reifenkräfte und die Drehmomente der elektrischen Maschinen wie echte Eingänge behandelt. Für bestimmte Systemkonfigurationen gelingt es so, die dynamischen Gleichungen in Eingangs-Ausgangs-Normalform mit maximal möglicher Differenzordnung bezüglich der definierten Ausgänge zu formulieren. Das Reifenmodell, welches beschreibt, wie die Kräfte zwischen Reifen und Straße entstehen und die Momentengleichungen der elektrischen Maschinen werden durch dieses Vorgehen zu algebraischen Zwangsbedingungen, die von den Koordinaten der Dynamik erfüllt werden müssen. Außerdem können zusätzliche fiktive Zwangsbedingungen eingeführt werden, um wie in Kapitel 3 gezeigt, energieoptimale Trajektorien für die Ströme der elektrischen Maschinen zu generieren.

In Kapitel 3 wird zunächst die dynamische Struktur des Fahrzeugmodells analysiert. Die Analyse der Zwangsbedingungen erfolgt anhand ihrer Jakobimatrix bezüglich der auftretenden Koordinaten und deren Ableitungen. Dabei wird gezeigt, dass die Koordinaten der Horizontal- und Vertikaldynamik (Aufbaukoordinaten) für bestimmte Aktorkonfigurationen eine Untermenge der Komponenten eines flachen Ausgangs für das System sind und alle verbleibenden Koordinaten über die Aufbaukoordinaten und einer endlichen Anzahl ihrer zeitlichen Ableitungen parametrisiert werden können. Auf Basis dieser Untersuchungen erfolgt ein ganzheitlicher Reglerentwurf für das Gesamtsystem in zwei sequenziellen Schritten. Zuerst wird auf sehr einfache Weise eine Rückführung berechnet, die das dynamische Teilsystem des Gesamtmodells in Brunovský Normalform transformiert. Mit einem zusätzlichen Folgeregler wird die Fehlerdynamik bezüglich vorgegebener Trajektorien für alle Ausgänge des Deskriptorsystems asymptotisch stabilisiert. In einem zweiten Schritt werden die Zwangsbedingungen über die Brunovský-Koordinaten parametrisiert. Auf Grundlage der Untersuchungen der Jakobimatrix wird die Berechnung einer analytischen Lösung für die Parametrisierung der Drehzahlen, Lenkwinkel, Ströme und aller für die Regelung

benötigten Ableitungen ermöglicht. Für die Berechnung der energieoptimalen Ströme wird für den felderzeugenden Strom die aus der Literatur bekannte MTPA-Methodik (maximum torque per ampere) genutzt. In Kapitel 4 wird an verschiedenen Beispielen gezeigt, wie das Wunschverhalten für die Vertikaldynamik und die Horizontaldynamik vorgegeben werden kann. Hier zeigt sich ein entscheidender Vorteil der X-By-Wire-Antriebstopologie in Zusammenhang mit dem genutzten Entwurf, denn das Verhalten der Horizontaldynamik kann in physikalisch sinnvollen Grenzen vollständig und frei vorgegeben sowie situationsabhängig modifiziert werden. Um dies zu veranschaulichen wird für die Horizontaldynamik ein abschnittsweise lineares Führungsmodell entworfen, das bewusst sehr einfach gehalten ist, aber auch schon erste fahrdynamische Verbesserungen gegenüber dem Verhalten von konventionellen Fahrzeugen mit sich bringt. Weiterhin wird ein Führungsmodell basierend auf Untersuchungen zu objektiven und subjektiven Bewertungskriterien des Fahrverhaltens vorgestellt und dessen Parametrierung kurz diskutiert. Beide Modelle werden mit dem bekannten Einspurmodell verglichen. Auf den Entwurf des Wunschverhaltens für eine aktive Vertikaldynamik wird nur kurz eingegangen, um ausgehend von passiven und semi-aktiven Fahrwerken eine Berücksichtigung im Rahmen des Gesamtentwurfs zu untersuchen, was die Integration einer internen Dynamik zur Folge hat. Zum Schluss wird gezeigt, wie anschauliche Schnittstellen zu anderen Assistenzsystemen in die Wunschvorgaben integriert werden können. Dementsprechend wird eine einfache Wahl der im Entwurf verbleibenden Freiheitsgrade gezeigt, welche die Kraftschlussausnutzung an allen Rädern homogenisiert. Eine weitere Möglichkeit ist, die maximal übertragbaren Kräfte zwischen Reifen und Straße schon in der Trajektoriengenerierung zu berücksichtigen und damit den Fahrer bei physikalisch nicht sinnvollen Eingaben zu überstimmen.

In Kapitel 5 werden Unsicherheiten im Kraftschluss und Modellgenauigkeiten ausführlich diskutiert. Die nichtlineare Reifenkraftcharakteristik wird im Reglerentwurf zwar berücksichtigt, allerdings sind die Parameter der Kraftschlusskennlinien nicht vollständig bekannt. Der exakten Bestimmung der genutzten Parameter wird nicht nachgegangen, da das genutzte Reifenmodell einige Vereinfachungen enthält und sich die Parameter zu jeder Zeit ändern können. So müssten alle Parameter zu jedem Zeitpunkt rechenaufwändig geschätzt werden. Aus diesem Grund erfolgt einleitend eine Analyse, welche Auswirkungen Parameteränderungen haben. Darauf aufbauend werden die Unsicherheiten im Kraftschluss in das Entwurfsmodell integriert und anhand von Stabilitätsuntersuchungen gezeigt, wie sich die Unsicherheiten auf die Stabilität der Regelung auswirken. Für die Einzelradaktorik können die Unsicherheiten an jedem Rad durch den Vergleich mit dem in der Regelung genutzten Referenzmodell bestimmt und in gewissem Rahmen kompensiert werden. Durch die Herleitung der Auswirkungen auf das geregelte System kann mit Hilfe der Nutzung von Methoden zur Berücksichtigung strukturierter Unsicherheiten im systemtheoretischen Sinne Beschränktheit und Konvergenz garantiert werden. Darauf aufbauend wird gezeigt wie sich Störungen auf die Vertikal- und Horizontaldynamik in dieses Verfahren integrieren.

Danach wird in Kapitel 6 untersucht, wie der Reglerentwurf mit aktiven Maßnahmen tolerant bezüglich Aktorfehler gemacht werden kann. Dazu werden verschiedene Fehler und

deren Auswirkungen auf die Systemdynamik modelliert. Durch eine entsprechenden Nutzung der Freiheitsgrade aufgrund der Überaktuierung können Fehler akkommodiert und das Regelsystem somit fehlertolerant gemacht werden. Über das Einführen weiterer Zwangsbedingungen bei Fehlern können die Freiheitsgrade parametrisiert und in der Trajektorien-generierung aufgeschaltet werden. Der Reglerentwurf muss folglich in vielen Fällen nicht grundlegend modifiziert werden, es kommt lediglich ein additiver Term für die Vorsteuerung hinzu. Darauf aufbauend kann in Kapitel 7 gezeigt werden, dass der Entwurf auch für Fahrzeuge mit reduzierter Aktorik durchführbar ist. In beiden Kapiteln 6 und 7 wird auf die Frage eingegangen, welche Fehler auftreten können und welche Aktorkonfiguration mindestens notwendig ist, um Fehlertoleranz zu erreichen und den entwickelten Entwurf noch durchführen zu können. Es werden für viele Fälle explizite Lösungen zur Parametrierung der Freiheitsgrade angegeben und bei einigen sehr komplexen Fehler- und Aktorkonfigurationen wird der Lösungsweg mit Hilfe eines bezüglich des Schlupfs linearisierten Reifenmodells angegeben.

In Kapitel 8 werden alle in den vorangegangenen Kapiteln entwickelten Methoden und gewonnenen Ergebnisse in der Simulation überprüft und untersucht. Dazu werden Manöver, wie die Slalomfahrt und ein variables dynamisches Manöver genutzt. Abgeschlossen wird die Arbeit mit einer Zusammenfassung der entwickelten Methoden sowie einem Ausblick für weitere wissenschaftliche Arbeiten und verschiedenen Anhängen.

2 Fahrzeugmodell für den Reglerentwurf

Für den Entwurf eines Reglers zum Erreichen der in Kapitel 1 definierten Ziele ist es notwendig, ein Fahrzeugmodell zu nutzen, das alle relevanten kinematischen Kopplungen und physikalischen Effekte enthält. Eine Aufteilung in Längs-, Quer und Vertikaldynamik und deren unabhängige Betrachtung ist gerade in Hinsicht auf eine Fehlerbehandlung, Analyse der Wirkung von Unsicherheiten und der Koordination komplexer Antriebstopologien nicht zielführend.

In der Literatur existieren viele verifizierte Modelle mit unterschiedlichen Genauigkeiten. Für einen methodischen Reglerentwurf geeignete Modelle finden sich beispielsweise in [92], [118] oder [108]. Weitere ausführliche Beschreibungen zur Modellbildung von Kraftfahrzeugen finden sich in [85] und [45]. Das in diesem Kapitel erarbeitete Fahrzeugmodell nutzt die Ergebnisse der oben genannten Arbeiten und berücksichtigt von Anfang an die definierten Ziele. So wird eine Modellstruktur erzeugt, welche die Systemanalyse unterstützt und den Reglerentwurf vereinfacht. Dazu wird eine Modellierung in Deskriptorform gewählt, wodurch das mathematische Modell nicht nur aus Differentialgleichungen besteht, sondern zusätzlich aus algebraischen Nebenbedingungen, die durch die gewählten Koordinaten erfüllt werden müssen. Einige Grundlagen zur Modellierung dynamischer Systeme als Deskriptorsystem sind in Anhang A.1 angegeben, für eine ausführliche Behandlung des Themas seien [122, 81] empfohlen. Die Deskriptorform ist vorteilhaft, da unübersichtliche Systemanteile in die Zwangsbedingungen ausgelagert werden können und somit die Analyse der dynamischen Systemstruktur erleichtert wird. Außerdem werden bei der Auslagerung bestimmter Systemanteile über sogenannte Zwangsgrößen oder im mechanischen Sinne Zwangskräfte intuitive Schnittstellen in das System eingefügt, die für verschiedene Aktorkonfigurationen des Fahrzeugs gelten und somit auf gewisse Weise einer Verallgemeinerung entsprechen. Dadurch wird auch die Fehlerbehandlung erheblich vereinfacht, da die Schnittstellen für eine große Menge an Fehlerkombinationen gleich bleiben. Durch die Analyse der algebraischen Nebenbedingungen oder Zwangsbedingungen können weitere strukturelle Informationen über das System gewonnen werden und es können zusätzliche künstliche Zwangsbedingungen hinzugefügt werden, um das Systemverhalten gezielt zu beeinflussen.

Grundlage der Modellbildung ist ein Zweispurmodell, das dem Fahrzeugaufbau alle Freiheitsgrade im Raum gibt. Zusätzlich besitzt jedes Rad zwei Freiheitsgrade für die Lenkung und den Antrieb.

2.1 Horizontaldynamik und Vertikaldynamik

Die Koordinaten der Horizontal- und Vertikaldynamik beschreiben die Bewegung des Fahrzeugaufbaus im Raum. Der jeweilige Ursprung der dazu genutzten Koordinatensysteme liegt im Schwerpunkt des Aufbaus. Die Definition der Koordinatensysteme für die Fahrdynamik ist in [25] zu finden. Alle translatorischen Bewegungen werden dabei in einem horizontierten Koordinatensystem beschrieben, während die rotatorischen Bewegungen durch die Verdrehung eines fahrzeugfesten Koordinatensystems bezüglich eines Inertialsystems oder dem horizontierten Koordinatensystem charakterisiert werden. Die Horizontaldynamik spielt dabei eine besondere Rolle, da das Fahrzeug vom Fahrer in der horizontalen Ebene entlang von gewünschten Trajektorien geführt wird. Diese Führung des Fahrzeugs in der horizontalen Ebene entspricht dem primären Regelziel.

Die Richtungen der Koordinaten für die Horizontaldynamik sind in Bild 2.1 zu sehen. Dabei werden die Geschwindigkeit des Fahrzeugschwerpunkts in Längsrichtung v_x , in Querrichtung v_y und die Gierrate $\dot{\psi}$ genutzt, welche eine Drehung des Fahrzeugs um die Fahrzeughochachse beschreibt, womit alle Koordinaten durch Geschwindigkeiten gegeben sind. Die Radgeschwindigkeiten werden mit v_{Rxi} , v_{Ryi} im aufbaufesten Koordinatensystem beschrieben.

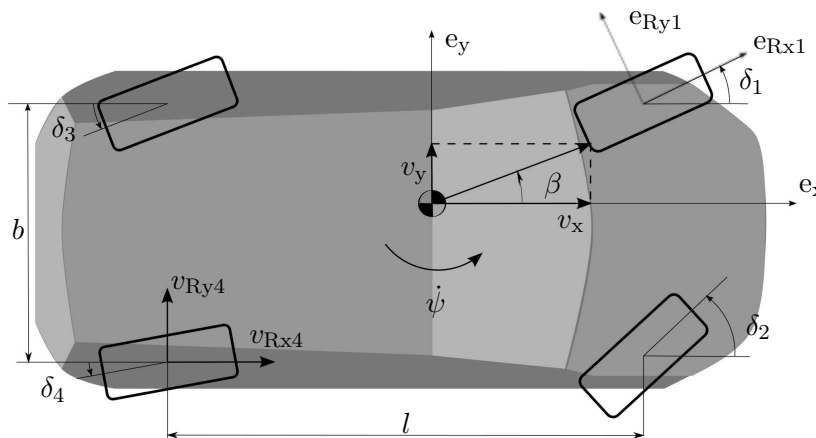


Bild 2.1: Fahrzeugmodell in der horizontalen Ebene

Für die Vertikaldynamik werden die in Bild 2.2 zu sehenden Lagekoordinaten genutzt. Sie sind durch die Auslenkung des Schwerpunkts in vertikaler Richtung aus der statischen Ruhelage und durch die zwei verbleibenden Drehfreiheitsgrade, Nick- und Wankwinkel θ und ϕ gegeben. Die Reihenfolge der Drehungen erfolgt wie in [25].

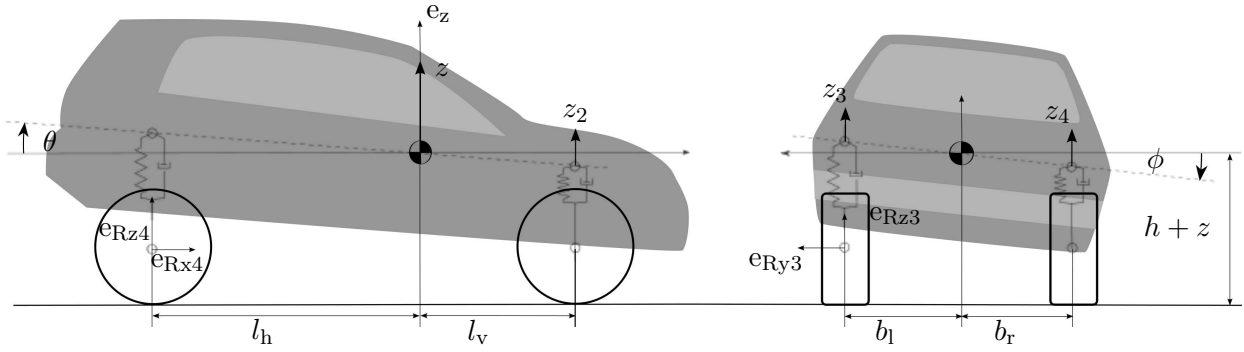


Bild 2.2: Seiten- und Hinteransicht des Fahrzeugs

Die Herleitung der dynamischen Gleichungen für die mechanischen Freiheitsgrade der Horizontal- und Vertikaldynamik erfolgt mit dem Impuls- und Drallsatz. Durch die Wahl horizontaler und aufbauferster Koordinaten, also eines Hauptachsensystems, vereinfachen sich die Gleichungen zu

$$\begin{aligned} m \left(\frac{dV}{dt} + V \times \Gamma \right) &= F, \\ J \frac{d\Gamma}{dt} + J\Gamma \times \Gamma &= M, \end{aligned} \quad (2.1)$$

wobei die Vektoren

$$V = [v_x \ v_y \ \dot{z}]^T, \quad \Gamma = [\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$$

die genutzten Koordinaten bzw. deren Ableitungen enthalten. Der Trägheitstensor

$$J = \begin{bmatrix} J_x & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{bmatrix}$$

ist in diesem Fall nur auf der Hauptdiagonalen besetzt und es können für die rotatorischen Freiheitsgrade direkt die Euler'schen Kreisgleichungen genutzt werden [79]. Der Vektor F beschreibt die Summe der auftretenden Kräfte und enthält alle Radkräfte F_{Rxi}, F_{Ryi} , Widerstandskräfte, Gewichtskräfte und Störungen F_{st} auf Kräfteebene. Analog enthält der Vektor M die Summe aller entsprechenden Momente um die jeweiligen Achsen des aufbaufersten Koordinatensystems. Die Widerstandskräfte ergeben sich im wesentlichen aus dem geschwindigkeitsabhängigen Luftwiderstand

$$F_{wx} = c_w \frac{A_x}{2} \rho_l (v_x)^2$$

in Längsrichtung mit dem Widerstandsbeiwert c_w , der Querspanntfläche A_x in Längsrichtung und der Luftdichte ρ_l . Alle anderen Widerstände werden vernachlässigt bzw. zu den Störkräften F_{st} gerechnet. Die horizontalen Radkräfte F_{Rxi}, F_{Ryi} sind in Bild 2.3 zu sehen. Sie ergeben sich im Allgemeinen aus der Interaktion zwischen Reifen und Straße, abhängig von Fahrzeuggeschwindigkeiten, Raddrehzahlen, Lenkwinkeln, Zuständen der Vertikaldynamik und weiteren Größen, was in Kapitel 2.2.1 ausführlich beschrieben wird.

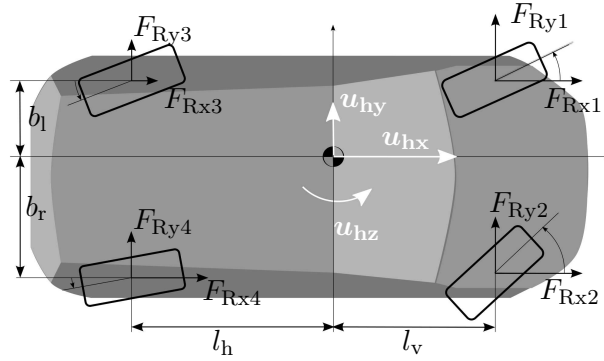


Bild 2.3: Kräfte in der horizontalen Ebene

Die aus den Radkräften resultierenden Kräfte und Momente auf den Schwerpunkt in der horizontalen Ebene werden im weiteren mit u_h bezeichnet. Dabei gilt

$$u_h = \begin{bmatrix} u_{hx} \\ u_{hy} \\ u_{hz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{Rx1} + F_{Rx2} + F_{Rx3} + F_{Rx4} \\ F_{Ry1} + F_{Ry2} + F_{Ry3} + F_{Ry4} \\ -b_l F_{Rx1} + l_v F_{Ry1} + b_r F_{Rx2} + l_v F_{Ry2} - b_l F_{Rx3} - l_h F_{Ry3} + b_r F_{Rx4} - l_h F_{Ry4} \end{bmatrix}.$$

Aus den entsprechenden Gleichungen für die Horizontaldynamik in (2.1) ergibt sich mit

$$\begin{aligned} \dot{x}_h &= f_h(x_h, x_v) + B_h (u_h + F_{St,h}), \\ y_h &= x_h \end{aligned} \quad (2.2)$$

eine Darstellung als Differentialgleichungssystem 1. Ordnung, wobei

$$x_h = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}, \quad f_h(x_h, x_v) = \begin{bmatrix} v_y \dot{\psi} - c_w \rho_l \frac{A_x}{2m} (v_x)^2 - \dot{\theta} \Delta \dot{z} \\ -v_x \dot{\psi} + \dot{\phi} \Delta \dot{z} \\ \frac{1}{J_z} (J_x - J_y) \dot{\phi} \dot{\theta} \end{bmatrix},$$

$$B_h = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_z} \end{bmatrix}, \quad u_h = P_h F_R, \quad v_R = P_h^T x_h$$

und

$$P_h = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -b_l & l_v & b_r & l_v & -b_l & -l_h & b_r & -l_h \end{bmatrix},$$

$$F_R = [F_{Rx1} \quad F_{Ry1} \quad F_{Rx2} \quad F_{Ry2} \quad F_{Rx3} \quad F_{Ry3} \quad F_{Rx4} \quad F_{Ry4}]^T,$$

$$v_R = [v_{Rx1} \quad v_{Ry1} \quad v_{Rx2} \quad v_{Ry2} \quad v_{Rx3} \quad v_{Ry3} \quad v_{Rx4} \quad v_{Ry4}]^T.$$

gilt. x_v wird beim Aufstellen der Gleichungen für die Vertikaldynamik definiert. Weitere interessante Systemgrößen sind der Schwimmwinkel und Geschwindigkeitsbetrag

$$\beta = \arctan \left(\frac{v_y}{v_x} \right), \quad |v| = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2},$$

mit denen das Fahrzeug sich bewegt. Der Index $i = 1, 2, 3, 4$ wird in der ganzen Arbeit nur für die Radbezeichnung genutzt, wobei $i = 1$ das linke Vorderrad, $i = 2$ das rechte Vorderrad, $i = 3$ das linke Hinterrad und $i = 4$ das rechte Hinterrad bezeichnet. Die Störkräfte $F_{\text{St},h}$ in der Horizontalen werden im Folgenden für den nominalen Reglerentwurf zu null gesetzt und in Kapitel 5 separat behandelt. Gleiches gilt für Störkräfte auf die Vertikaldynamik. Die Beziehung zwischen den horizontalen Radkräften F_{R} und den Resultierenden auf den Schwerpunkt u_{h} kann mit Hilfe der Matrix P_{h} als lineare Abbildung dargestellt werden. Da P_{h} zeilenregulär ist, kann F_{R} durch

$$F_{\text{R}} = P_{\text{h}}^+ u_{\text{h}} + P_{\text{h}}^\perp \rho_{\text{h}} \quad (2.4)$$

ausgedrückt werden, wobei P_{h}^+ die Moore-Penrose-Inverse [10] und P_{h}^\perp ein Kern von P_{h} ist. Der Kern besitzt die Dimension fünf, wodurch fünf Freiheitsgrade ρ_{h} existieren, wenn u_{h} festliegt. Anschaulich beschreibt (2.4), dass die Radkräfte durch die Kräfte auf den Schwerpunkt nicht eindeutig festgelegt sind und mit verschiedenen Radkräften die gleichen Resultierenden erzeugt werden können. Mit den Freiheitsgraden ρ_{h} wird somit die Radkraftverteilung beeinflusst.

Ein Kern lautet beispielsweise

$$P_{\text{h}}^\perp = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{l}{b} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{l}{b} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.5)$$

Die Spaltenvektoren von (2.5) beschreiben eine Basis des Nullraums der Abbildung $u_{\text{h}} = P_{\text{h}} F_{\text{R}}$, was deutlich machen soll, dass P_{h}^\perp keineswegs eindeutig ist, sondern auch andere Basisvektoren und damit auch andere Matrizen P_{h}^\perp existieren. Das Element in der j -ten Zeile und l -ten Spalte von P_{h}^+ wird mit $p_{\text{h}_{jl}}^+$ bezeichnet und die j -te Zeile wird für folgende Ausführungen als $(p_{\text{h}_j}^+)^{\text{T}}$ definiert. Gleiches gilt für die Matrix P_{h}^\perp .

Die Resultierende u_{h} wird im Folgenden wie ein Systemeingang behandelt. Dies hat den Vorteil, dass die Radkräfte F_{R} nicht aus den dynamischen Gleichungen eliminiert werden müssen, wodurch eine übersichtlichere Darstellung begünstigt wird. Zudem stellen die Kräfte und Momente auf den Schwerpunkt eine intuitive Schnittstelle dar, die, wie sich zeigen wird, für verschiedene Antriebskonfigurationen genutzt werden kann. Die Radkräfte, deren Entstehung in Kapitel 2.2.1 behandelt wird, müssen dadurch jedoch in algebraischen Nebenbedingungen gesondert berücksichtigt werden. Durch diese Art der Modellierung entsteht, wie bereits einleitend erwähnt, ein Deskriptorsystem [122, 81].

Für die Vertikaldynamik soll ein detailliertes Modell genutzt werden, um das Vertikalverhalten des Fahrzeugs, die physikalische Kopplung zur Horizontaldynamik und die Wirkung auf die Radkräfte möglichst gut berücksichtigen zu können. Ein Modell mit einer vereinfachten, linearisierten Vertikaldynamik aus [92] ist in [54] zu finden. Einige Effekte, die eine untergeordnete Rolle spielen oder eine regelungstechnische Behandlung stark erschweren, werden dabei vernachlässigt. Es wird angenommen, dass

- die Räder nicht von der Straße abheben können,
- Nick- und Wankpol mit dem Schwerpunkt zusammen fallen,
- die Federsteifigkeit und die Masse des Rads gegenüber dem Aufbau vernachlässigt werden können,
- alle Kräfte parallel oder senkrecht zur Fahrbahn auf den Fahrzeugaufbau wirken.

Für die Vertikaldynamik wird für den Entwurf zwischen aktivem und passivem Fahrwerk unterschieden. Im aktiven Fall können zusätzliche Kräfte u_{zi} zwischen Fahrzeugaufbau und Rad aufgebracht werden. Im passiven Fall besteht das Fahrwerk aus einer Feder - Dämpferkonfiguration, die das Vertikalverhalten des Fahrzeugs weitgehend festlegt. Das bedeutet, im aktiven Fall besitzt das Fahrwerk an jedem Rad beispielsweise einen Hydraulikzylinder oder einen elektrischen Linearaktor, der die Federvorspannung kontinuierlich ändert und somit letztendlich eine Kraft u_{zi} erzeugt, die hier als Eingang dient. Wirkt sie in positiver Koordinatenrichtung, erhöht sich die Radlast. Die wirkenden Kräfte sind in Bild 2.4 zu sehen.

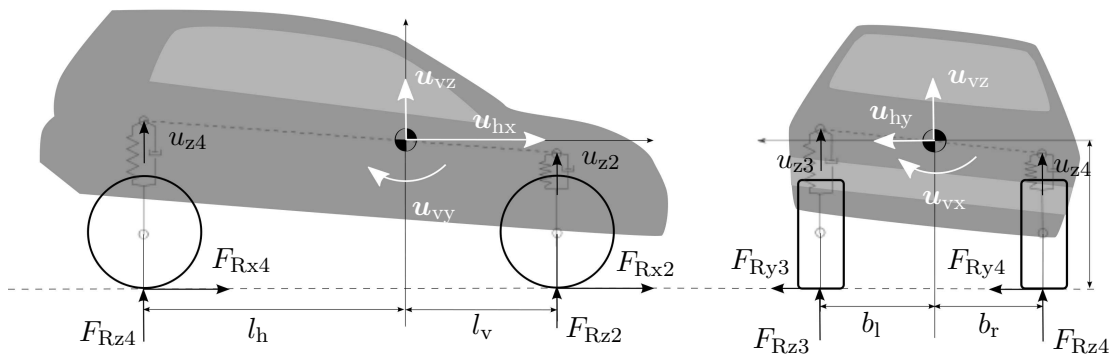


Bild 2.4: Kräfte in den vertikalen Ebenen

Für die von den Feder-Dämpfer-Elementen erzeugten Kräften werden die Einfederwege und -geschwindigkeiten an jedem Rad benötigt. Sie ergeben sich gemäß Bild 2.2 zu

$$\begin{aligned}
 z_{\text{ext}} - z_1 &= z_{\text{ext}} + z + b_l \sin(\phi) - l_v \sin(\theta), \\
 z_{\text{ext}} - z_2 &= z_{\text{ext}} + z - b_r \sin(\phi) - l_v \sin(\theta), \\
 z_{\text{ext}} - z_3 &= z_{\text{ext}} + z + b_l \sin(\phi) + l_h \sin(\theta), \\
 z_{\text{ext}} - z_4 &= z_{\text{ext}} + z - b_r \sin(\phi) + l_h \sin(\theta)
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

und

$$\begin{aligned}
\dot{z}_{\text{ext}} - \dot{z}_1 &= \dot{z}_{\text{ext}} + \dot{z} + b_l \cos(\phi) \dot{\phi} - l_v \cos(\theta) \dot{\theta} \\
\dot{z}_{\text{ext}} - \dot{z}_2 &= \dot{z}_{\text{ext}} + \dot{z} - b_r \cos(\phi) \dot{\phi} - l_v \cos(\theta) \dot{\theta} \\
\dot{z}_{\text{ext}} - \dot{z}_3 &= \dot{z}_{\text{ext}} + \dot{z} + b_l \cos(\phi) \dot{\phi} + l_h \cos(\theta) \dot{\theta} \\
\dot{z}_{\text{ext}} - \dot{z}_4 &= \dot{z}_{\text{ext}} + \dot{z} - b_r \cos(\phi) \dot{\phi} + l_h \cos(\theta) \dot{\theta}.
\end{aligned} \tag{2.7}$$

Die Größen z_{ext} und \dot{z}_{ext} resultieren z.B. aus Straßenunebenheiten. Für den Entwurf der Regelung werden sie nicht berücksichtigt und zu null gesetzt.

Die Feder- und Dämpfungskräfte F_{Kzi} und F_{Dzi} sind im Allgemeinen Funktionen der Einfederwege (2.6) und Geschwindigkeiten (2.7)

$$\begin{aligned}
F_{Kzi} &= \tilde{c}_{Fi}(z_i) = c_{Fi}(z, \phi, \theta), \\
F_{Dzi} &= \tilde{c}_{Di}(\dot{z}_i) = c_{Di}(\phi, \theta, \dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\theta})
\end{aligned}$$

und können je nach gewünschter Anwendung und Detailtiefe linear oder nichtlinear modelliert werden. Sogenannte Stabilisatoren $c_{S,h}(\phi)$, $c_{S,v}(\phi)$ an der Vorder- und Hinterachse erzeugen ein Moment, abhängig vom Wankwinkel und stützen sich am jeweiligen Rad ab, wodurch zusätzliche Reaktionskräfte entstehen. Sie vermindern den Wankwinkel und erzeugen eine bessere Vertikalkraftverteilung bei Kurvenfahrten. Die Kräfte $F_{z,\text{stat}i}$ resultieren aus den vorgespannten Federn der Aufhängung in der Ruhelage und kompensieren die Gewichtskraft in z -Richtung. Daraus ergibt sich die Summe aller Kräfte in z -Richtung an jedem Rad zu

$$\begin{aligned}
F_{Rz1} &= u_{z1} + c_{F1}(z, \phi, \theta) + c_{D1}(\phi, \theta, \dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\theta}) - \frac{c_{S,v}(\phi)}{b} + F_{z,\text{stat}1}, \\
F_{Rz2} &= u_{z2} + c_{F2}(z, \phi, \theta) + c_{D2}(\phi, \theta, \dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\theta}) + \frac{c_{S,v}(\phi)}{b} + F_{z,\text{stat}2}, \\
F_{Rz3} &= u_{z3} + c_{F3}(z, \phi, \theta) + c_{D3}(\phi, \theta, \dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\theta}) - \frac{c_{S,h}(\phi)}{b} + F_{z,\text{stat}3}, \\
F_{Rz4} &= u_{z4} + c_{F4}(z, \phi, \theta) + c_{D4}(\phi, \theta, \dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\theta}) + \frac{c_{S,h}(\phi)}{b} + F_{z,\text{stat}4}.
\end{aligned}$$

Die Momente um die jeweilige fahrzeugfeste Achse ergeben sich damit zu

$$\begin{aligned}
u_{vx} &= (F_{Rz1} + F_{Rz3}) b_l - (F_{Rz2} + F_{Rz4}) b_r + (h + z) u_{hy} \\
u_{vy} &= (F_{Rz3} + F_{Rz4}) l_h - (F_{Rz1} + F_{Rz2}) l_v - (h + z) u_{hx}
\end{aligned}$$

im Nick- und Wankfreiheitsgrad. Damit lassen sich die Differentialgleichungen

$$m\ddot{z} = m(\dot{\theta}v_x - \dot{\phi}v_y) + \sum_i \left(c_{Fi}(z, \phi, \theta) + c_{Di}(\phi, \theta, \dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\theta}) \right) + \sum_i u_{zi}$$

$$\begin{aligned} J_x \ddot{\phi} &= (J_y - J_z) \dot{\psi} \dot{\theta} + \left(c_{F1}(z, \phi, \theta) + c_{F3}(z, \phi, \theta) + c_{D1}(\phi, \theta, \dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\theta}) + c_{D3}(\phi, \theta, \dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\theta}) \right) b_l - \dots \\ &\quad - \left(c_{F2}(z, \phi, \theta) + c_{F4}(z, \phi, \theta) + c_{D2}(\phi, \theta, \dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\theta}) + c_{D4}(\phi, \theta, \dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\theta}) \right) b_r - c_{S,h}(\phi) - \dots \\ &\quad - c_{S,v}(\phi) + (u_{z1} + u_{z3}) b_l - (u_{z2} + u_{z4}) b_r \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_y \ddot{\theta} &= (J_z - J_x) \dot{\phi} \dot{\psi} + \left(c_{F3}(z, \phi, \theta) + c_{F4}(z, \phi, \theta) + c_{D3}(\phi, \theta, \dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\theta}) + c_{D4}(\phi, \theta, \dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\theta}) \right) l_h - \dots \\ &\quad - \left(c_{F1}(z, \phi, \theta) + c_{F2}(z, \phi, \theta) + c_{D1}(\phi, \theta, \dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\theta}) + c_{D2}(\phi, \theta, \dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\theta}) \right) l_v + \dots \\ &\quad + (u_{z3} + u_{z4}) l_h - (u_{z1} + u_{z2}) l_v \end{aligned}$$

für die Freiheitsgrade der Vertikaldynamik aufstellen.

Mit dem Vektor

$$x_v = [z \quad \dot{z} \quad \phi \quad \dot{\phi} \quad \theta \quad \dot{\theta}]$$

wird daraus das nichtlineare Differentialgleichungssystem 1. Ordnung

$$\dot{x}_v = f_v(x_v, x_h) + B_v(P_v u_z + g_{vh}(x_v) u_h), \quad (2.8a)$$

$$F_{Rz} = n_v(x_v) + u_z + F_{z,stat}, \quad (2.8b)$$

$$y_v = C_v x_v = h_v(x_v), \quad (2.8c)$$

mit

$$B_v = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_y} \end{bmatrix}, \quad P_v = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ b_l & -b_r & b_l & -b_r \\ -l_v & -l_v & l_h & l_h \end{bmatrix}, \quad g_{vh}(x_v) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & h+z & 0 \\ -h-z & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$u_z = [u_{z1} \quad u_{z2} \quad u_{z3} \quad u_{z4}]^T,$$

$$C_v = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$f_v(x_v, x_h) = \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\theta}v_x - \dot{\phi}v_y + \frac{1}{m} \sum_i (c_{Fi} + c_{Di}) \\ \dot{\phi} \\ \frac{(J_y - J_z)\dot{\psi}\dot{\theta}}{J_x} + \frac{b_l}{J_x} \sum_{m=1,3} (c_{Fm} + c_{Dm}) - \frac{b_r}{J_x} \sum_{l=2,4} (c_{Fl} + c_{Dl}) - \frac{c_{S,h}(\phi) + c_{S,v}(\phi)}{J_x} \\ \dot{\theta} \\ \frac{(J_z - J_x)\dot{\phi}\dot{\psi}}{J_y} + \frac{l_h}{J_y} \sum_{j=3,4} (c_{Fj} + c_{Dj}) - \frac{l_v}{J_y} \sum_{k=1,2} (c_{Fk} + c_{Dk}) \end{bmatrix},$$

$$n_v(x_v) = \begin{bmatrix} c_{F1}(z, \phi, \theta) - c_{D1} \begin{pmatrix} \phi, \theta, z, \dot{\phi}, \dot{\theta} \end{pmatrix} - \frac{c_{S,v}(\phi)}{b} \\ c_{F2}(z, \phi, \theta) + c_{D2} \begin{pmatrix} \phi, \theta, z, \dot{\phi}, \dot{\theta} \end{pmatrix} + \frac{c_{S,v}(\phi)}{b} \\ c_{F3}(z, \phi, \theta) - c_{D3} \begin{pmatrix} \phi, \theta, z, \dot{\phi}, \dot{\theta} \end{pmatrix} - \frac{c_{S,h}(\phi)}{b} \\ c_{F4}(z, \phi, \theta) + c_{D4} \begin{pmatrix} \phi, \theta, z, \dot{\phi}, \dot{\theta} \end{pmatrix} + \frac{c_{S,h}(\phi)}{b} \end{bmatrix}.$$

Im Vektor f_v wurden die Argumente der Feder- und Dämpferfunktionen aus Übersichtsgründen weggelassen. Die Funktion n_v beschreibt den Einfluss der Aufbaubewegungen auf die Radlast F_{Rz} und hängt wie f_v von der Feder-Dämpfer-Konfiguration, den Stabilisatoren und der Geometrie des Fahrzeugs ab. Für den Reglerentwurf werden die Feder-, Dämpfungs- und Stabilisatorfunktionen wie allgemein üblich (siehe auch [69, 92, 108, 124]) als lineare Funktionen angenommen. Liegen diese Funktionen als mehrfach differenzierbare nichtlineare Funktionen vor, können auch diese ohne weiteres für den Entwurf genutzt werden. Die Eingänge u_{zi} sind im Bezug auf die gewählten Koordinaten redundant. Mit der Eingangsgrößentransformation

$$u_{va} = \begin{bmatrix} u_{vaz} \\ u_{vax} \\ u_{vay} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ b_l & -b_r & b_l & -b_r \\ -l_v & -l_v & l_h & l_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{z1} \\ u_{z2} \\ u_{z3} \\ u_{z4} \end{bmatrix}$$

ergibt sich eine gleiche Anzahl von Ein- und Ausgängen. Zusätzlich beeinflusst jede Eingangsgröße nur noch einen Ausgang. u_{va} beschreibt dabei die aktiv erzeugten Kräfte auf den Schwerpunkt. Analog zu den Betrachtungen bei der Horizontaldynamik ist die Matrix P_v zeilenregulär. Somit existiert auch hier der Zusammenhang

$$u_z = P_v^+ u_{va} + P_v^\perp \rho_v$$

mit der Moore-Penrose-Inversen P_v^+ und dem in diesem Fall eindimensionalen Kern P_v^\perp , der beispielsweise die Form

$$P_v^\perp = [1 \quad -1 \quad -1 \quad 1]^T \quad (2.9)$$

hat. Anschaulich beschreibt Gleichung (2.9), wie die auf die Koordinaten der Vertikaldynamik unabhängig wirkenden aktiven Kräfte $u_{v,a}$ auf die realen Stellgrößen u_z verteilt werden.

Der freie Parameter ρ_v kann die Verteilung der Kräfte auf die Aktoren und somit auch die Radlast beeinflussen. Dieser Freiheitsgrad wird auch Verspannen genannt [101], da das Fahrzeug durch die Nutzung dieses Freiheitsgrades diagonal verspannt wird.

2.2 Rad- und Antriebsdynamik

Ist das Fahrzeug mit einer vollständigen Einzelradaktorik ausgestattet, besitzt jedes Rad zwei mechanische Freiheitsgrade, siehe Bild 2.5. Zur Regelung dieser Freiheitsgrade werden an jedem Rad zwei elektrische Maschinen benötigt. Für einen ganzheitlichen Reglerentwurf wird die elektrische Maschine in das Entwurfsmodell integriert. Möglich ist u.a. der Einsatz von Permanent-Synchronmaschinen (PMSM) oder Asynchronmaschinen (ASM). Abhängig von gefahrenen Zyklen (NEDC, FTP72, AMS) ist entweder die PMSM oder ASM effizienter [66]. Für die Asynchronmaschine sprechen weitere Argumente, wie geringe Kosten, robuster Aufbau und Unabhängigkeit von Selten-Erd-Materialien. Auf Grund der niedrigen Systemordnung und zu Gunsten der Übersicht wird in dieser Arbeit die PMSM verwendet. Der Entwurf für die ASM ist ausführlich in [134] zu finden. Im Folgenden werden die dynamischen Gleichungen für die elektrischen Maschinen inklusive Raddynamik aufgestellt. Ein Schaltgetriebe wird hier nicht modelliert, da es Untersuchungen gibt, die zu dem Ergebnis kommen, dass mehrstufige Getriebe nur marginale Vorteile mit sich bringen und abhängig von den Anforderungen, wie z.B. $v_{\max} \leq 150\text{km/h}$, nicht notwendig sind [66]. Auch die in [47, 38] entworfenen Antriebe benötigen kein Getriebe.

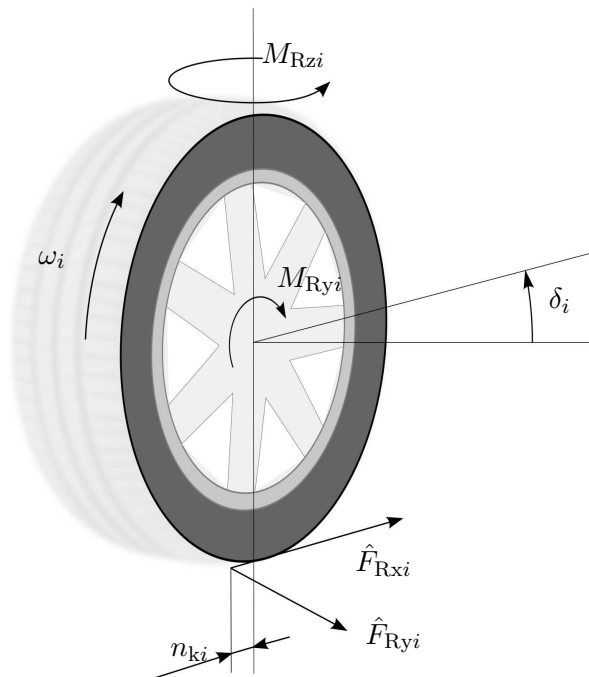


Bild 2.5: Freiheitsgrade und Kräfte am Rad

Die dynamischen Gleichungen für die elektrischen Maschinen werden direkt in feldorientierten Koordinaten aufgestellt. Der Zusammenhang zu den statorfesten Strömen und Spannungen und die genaue Herleitung können beispielsweise in [120] nachgeschlagen werden. Dabei werden die feldorientierten Ströme I_d und I_q als Koordinaten genutzt. Die Umrichter werden für den Reglerentwurf nicht modelliert und es wird angenommen, dass die gewünschten feldorientierten Eingangsspannungen U_q und U_d verzögerungsfrei bereit gestellt werden können. Für den Antrieb ergeben sich die dynamischen Gleichungen

$$\begin{aligned} L_{qyi} \dot{I}_{qyi} &= U_{qyi} - R_{yi} I_{qyi} - Z_{pyi} \omega_i (\Psi_{PM_{yi}} + L_{d_{yi}} I_{d_{yi}}), \\ L_{d_{yi}} \dot{I}_{d_{yi}} &= U_{d_{yi}} - R_{yi} I_{d_{yi}} + Z_{pyi} \omega_i L_{qyi} I_{qyi}, \\ J_{Ry} \dot{\omega}_i &= M_{Ryi} - M_{Lyi}. \end{aligned}$$

Der Index y kennzeichnet alle Größen des Antriebs, da der mechanische Freiheitsgrad eine Drehung um die y -Achse des Radkoordinatensystems beschreibt. Die Parameter L_d und L_q beschreiben die Induktivitäten in feldorientierten Koordinaten, also in Fluss bildender und in Moment bildender Richtung, R den Ersatzwiderstand, Z_p die Polpaarzahl, Ψ_{PM} die Flusskonstante der Permanentmagneten und J_R das Trägheitsmoment des Rads. Das Moment M_{Ryi} beschreibt ein generalisiertes Antriebsmoment und im Rahmen der Arbeit wird angenommen, dass dieses Moment von der PMSM bereit gestellt werden kann und M_{Lyi} beschreibt das Lastmoment am Rad. Für die zusätzliche Nutzung einer mechanischen Reibbremse und deren Koordination siehe [46]. Die Gleichungen für die Lenkung haben eine ähnliche Gestalt und werden mit dem Index z gekennzeichnet. Die Lenkkinematik wird für den Reglerentwurf stark vereinfacht. Der Sturz wird vernachlässigt, da er abhängig von der Achskonstruktion üblicherweise betragsmäßig kleiner als drei Grad ist [105]. Der Einfluss einer eventuellen Spreizung wird ebenfalls vernachlässigt. Eine allgemeine Modellierung der Lenkkinematik ist nur schwer möglich, da viele verschiedene Aufhängungsarten existieren und zudem fraglich ist, ob übliche Auslegungen sinnvoll für einen Einzelradantrieb sind. So könnten einige Funktionen, die bei konventionellen Radaufhängungen durch die geometrische und kinematische Auslegung erzeugt werden, von der Regelung übernommen werden. Beispielsweise ist für den Normalbetrieb kein Spurwinkel erforderlich, was sich positiv auf den Verschleiß auswirken sollte. Auch das gesetzlich geforderte Rückstellmoment müsste beispielsweise nicht durch eine Spreizung erzeugt werden, denn dabei entstehen hohe Kräfte durch das Anheben des Fahrzeugs [48]. Darüber hinaus wurde in [109] die Kinematik der McPerson-Aufhängung untersucht, die sich letztendlich in einer Form realisieren lässt, die die Lastmomente auf die Lenkung minimiert und annähernd vernachlässigbar macht. Die einzige in den Differentialgleichungen berücksichtigte lenkkinematische Kenngröße soll der konstruktive Nachlauf n_k sein, der eine wichtige Komponente für das geforderte Rückstellmoment darstellt. Somit ergibt sich für den Lenkfreiheitsgrad

$$\begin{aligned} L_{qzi} \dot{I}_{qzi} &= U_{qzi} - R_{zi} I_{qzi} - Z_{pzi} \dot{\delta}_i (\Psi_{PM_{zi}} + L_{d_{zi}} I_{d_{zi}}), \\ L_{d_{zi}} \dot{I}_{d_{zi}} &= U_{d_{zi}} - R_{zi} I_{d_{zi}} + Z_{pzi} \dot{\delta}_i L_{qzi} I_{qzi}, \\ J_{Rz} \ddot{\delta}_i &= M_{Rzi} - M_{Lzi}. \end{aligned}$$

Die Momente der elektrischen Maschinen

$$\begin{aligned} M_{Ryi} &= \frac{3}{2} Z_{pyi} (\Psi_{PMyi} I_{qyi} + (L_{dyi} - L_{qyi}) I_{qyi} I_{dyi}), \\ M_{Rzi} &= \frac{3}{2} Z_{pzi} (\Psi_{PMzi} I_{qzi} + (L_{dzi} - L_{qzi}) I_{qzi} I_{dzi}), \end{aligned} \quad (2.10)$$

sind nichtlineare Funktionen der jeweiligen Ströme. Es wird allgemein angenommen, dass die elektrischen Maschinen reluktanzbehaftet sind, sodass die Induktivitäten L_d und L_q unterschiedliche Werte besitzen. Zudem werden die Lastmomente M_{Ly} und M_{Lz} an den Rädern benötigt. Die Radkraft in x -Richtung der Radkoordinaten erzeugt ein Moment um die y -Achse des Radkoordinatensystems und bedingt durch den konstruktiven Nachlauf n_k erzeugt die Radkraft in y -Richtung ein Moment um die Hochachse, siehe Bild 2.5. Somit gilt für die Lastmomente

$$\begin{aligned} M_{Ly_i} &= r_{dyn_i} \hat{F}_{Rxi} = r_{dyn_i} (F_{Rxi} \cos(\delta_i) + F_{Ryi} \sin(\delta_i)), \\ M_{Lz_i} &= n_{ki} \hat{F}_{Ryi} = n_{ki} (-F_{Rxi} \sin(\delta_i) + F_{Ryi} \cos(\delta_i)). \end{aligned} \quad (2.11)$$

mit dem dynamischen Radhalbmesser r_{dyn_i} sowie den Radkräften \hat{F}_{Rxi} , \hat{F}_{Ryi} in Radkoordinaten. Für die dynamischen Gleichungen der mechanischen Freiheitsgrade am Rad gilt dementsprechend

$$\begin{aligned} J_{Ryi} \dot{\omega}_i &= M_{Ryi} - r_{dyn_i} (F_{Rxi} \cos(\delta_i) + F_{Ryi} \sin(\delta_i)), \\ J_{Rzi} \ddot{\delta}_i &= M_{Rzi} - n_{ki} (-F_{Rxi} \sin(\delta_i) + F_{Ryi} \cos(\delta_i)). \end{aligned} \quad (2.12)$$

Für ein Modell in Minimalbeschreibung müssen die Gleichungen (2.10) für die Drehmomente der elektrischen Maschinen in (2.12) eingesetzt werden, wodurch in der Systemdarstellung der dynamischen Gleichungen eine starke und nichtlineare Kopplung der mechanischen und elektrischen Gleichungen erzeugt wird. Um einen modularen Aufbau des Modells zu erhalten und eine übersichtliche Struktur zu generieren, werden die Gleichungen (2.11), ebenso wie die Radkräfte, als algebraische Nebenbedingungen behandelt. Die dynamischen Gleichungen bleiben dadurch sehr übersichtlich und die PMSM kann für den Entwurf ohne großen Aufwand gegen ein Modell der ASM getauscht werden. Die Drehmomente werden im weiteren für den Reglerentwurf am dynamischen Modell wie Eingänge behandelt. In dieser Form wird, wie bei der Horizontaldynamik, ein Gesamtmodell der Raddynamik zusammengestellt. In Kapitel 2.1 wurden die Radkräfte in den Modellen der Aufbaudynamik mit Hilfe von Beziehung (2.4) ersetzt. Dies soll auch hier für das Aufstellen eines Differentialgleichungssystems 1. Ordnung und eine konsistente Beschreibung durchgeführt werden. Somit ist

$$\begin{aligned} F_{Rxi} &= (p_{h2i-1}^+)^T u_h + (p_{h2i-1}^\perp)^T \rho_h, \\ F_{Ryi} &= (p_{h2i}^+)^T u_h + (p_{h2i}^\perp)^T \rho_h \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}\hat{F}_{Rxi} &= \left[(p_{h2i-1}^+)^T \cos(\delta_i) + (p_{h2i}^+)^T \sin(\delta_i) \right] u_h + \left[\left(p_{h2i-1}^\perp \right)^T \cos(\delta_i) + \left(p_{h2i}^\perp \right)^T \sin(\delta_i) \right] \rho_h, \\ \hat{F}_{Ryi} &= \left[(p_{h2i}^+)^T \cos(\delta_i) - (p_{h2i-1}^+)^T \sin(\delta_i) \right] u_h + \left[\left(p_{h2i}^\perp \right)^T \cos(\delta_i) - \left(p_{h2i-1}^\perp \right)^T \sin(\delta_i) \right] \rho_h,\end{aligned}$$

womit sich für ein Radmodul das Gesamtmodell

$$\begin{aligned}\dot{x}_{Ri} &= f_{Ri}(x_{Ri}) + B_{Ri}u_{Ri} + k_{Ri}^+(x_{Ri})u_h + k_{Ri}^\perp(x_{Ri})\rho_h \\ y_{Ri} &= C_{Ri}x_{Ri}\end{aligned}$$

ergibt. Dabei sind die Vektoren und Matrizen zu

$$\begin{aligned}x_{Ri} &= [I_{qyi} \quad I_{dyi} \quad \omega_i \quad I_{qzi} \quad I_{dzi} \quad \delta_i \quad \dot{\delta}_i]^T, \\ u_{Ri} &= [U_{qyi} \quad U_{dyi} \quad M_{Ryi} \quad U_{qzi} \quad U_{dzi} \quad M_{Rzi}]^T, \\ f_{Ri}(x_{Ri}) &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{qyi}} (-R_{yi}I_{qyi} - Z_{pyi}\omega_i(\Psi_{PMyi} + L_{dyi}I_{dyi})) \\ \frac{1}{L_{dyi}} (-R_{yi}I_{dyi} + Z_{pyi}\omega_i L_{qyi}I_{qyi}) \\ 0 \\ \frac{1}{L_{qzi}} (-R_{zi}I_{qzi} - Z_{pzi}\dot{\delta}_i(\Psi_{PMzi} + L_{dzi}I_{dzi})) \\ \frac{1}{L_{dzi}} (-R_{zi}I_{dzi} + Z_{pzi}\dot{\delta}_i L_{qzi}I_{qzi}) \\ \dot{\delta}_i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_{Ri} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & \\ & 1 & & & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & 1 & & & \\ & & & & 1 & & \\ & & & & & 1 & \\ & & & & & & 1 \end{bmatrix}, \\ k_{Ri}^+(x_{Ri}) &= \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} & 0_{2 \times 1} & 0_{2 \times 1} \\ k_{Ri}^{+31}(x_{Ri}) & k_{Ri}^{+32}(x_{Ri}) & k_{Ri}^{+33}(x_{Ri}) \\ 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 1} \\ k_{Ri}^{+71}(x_{Ri}) & k_{Ri}^{+72}(x_{Ri}) & k_{Ri}^{+73}(x_{Ri}) \end{bmatrix}, \quad B_{Ri} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{qyi}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{dyi}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_{Ryi}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_{qzi}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_{dzi}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_{Rzi}} \end{bmatrix}, \\ k_{Ri}^\perp(x_{Ri}) &= \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} & 0_{2 \times 1} & 0_{2 \times 1} & 0_{2 \times 1} & 0_{2 \times 1} \\ k_{Ri}^{\perp 31}(x_{Ri}) & k_{Ri}^{\perp 32}(x_{Ri}) & k_{Ri}^{\perp 33}(x_{Ri}) & k_{Ri}^{\perp 34}(x_{Ri}) & k_{Ri}^{\perp 35}(x_{Ri}) \\ 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 1} \\ k_{Ri}^{\perp 71}(x_{Ri}) & k_{Ri}^{\perp 72}(x_{Ri}) & k_{Ri}^{\perp 73}(x_{Ri}) & k_{Ri}^{\perp 74}(x_{Ri}) & k_{Ri}^{\perp 75}(x_{Ri}) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

gegeben, wobei

$$\begin{aligned}k_{Ri}^{+3j}(x_{Ri}) &= -\frac{r_{dyni}}{J_{Ryi}} \left(p_{h(2i-1)j}^+ \cos(\delta_i) + p_{h(2i)j}^+ \sin(\delta_i) \right), \\ k_{Ri}^{+7j}(x_{Ri}) &= -\frac{n_{ki}}{J_{Rzi}} \left(-p_{h(2i-1)j}^+ \sin(\delta_i) + p_{h(2i)j}^+ \cos(\delta_i) \right), \quad j = 1, 2, 3\end{aligned} \tag{2.13}$$

und

$$\begin{aligned} k_{Ri}^{\perp 3m}(x_{Ri}) &= -\frac{r_{\text{dyn}i}}{J_{Ryi}} \left(p_{h(2i-1)m}^{\perp} \cos(\delta_i) + p_{h(2i)m}^{\perp} \sin(\delta_i) \right), \\ k_{Ri}^{\perp 7m}(x_{Ri}) &= -\frac{n_{ki}}{J_{Rzi}} \left(-p_{h(2i-1)m}^{\perp} \sin(\delta_i) + p_{h(2i)m}^{\perp} \cos(\delta_i) \right), \\ m &= 1, \dots, 5 \end{aligned}$$

gilt. Der Eingangsvektor u_{Ri} enthält dabei mit den feldorientierten Spannungen die echten Eingänge sowie mit den mechanischen Drehmomenten virtuelle Eingänge, welche erst durch die Elektromotoren generiert werden müssen. Der Ausgangsvektor y_{Ri} enthält alle Koordinaten der Raddynamik. Es wird direkt anhand der Matrizen B_{Ri} und C_{Ri} deutlich, dass der Ausgang y_{Ri} mit Hilfe des Eingangs u_{Ri} entkoppelbar ist.

2.2.1 Reifenmodell

Wie schon in Kapitel 2.1 erwähnt, ist ein mathematisches Modell nötig, um beschreiben zu können, wie die Kräfte zwischen Reifen und Straße entstehen. Dazu existieren viele verschiedene Möglichkeiten. Hierbei ist eine Klassifizierung in rein mathematisch empirische Modelle und physikalische Modelle möglich [48, 119]. Erstere bilden das Reifenverhalten approximativ mit Hilfe algebraischer und trigonometrischer Funktionen nach [94, 20]. Physikalische Modelle bilden die tatsächlichen inneren Zusammenhänge der Reifenphysik mit Hilfe von MKS- oder FEM-Modellen nach [28, 35]. Das in dieser Arbeit verwendete Reifenmodell ist eine vereinfachte, gut zu handhabende und invertierbare Version des „Magic Formula Tire Model“ [94] mit wenigen Parametern. Dieses Reifenmodell wird in ähnlicher Form in [92] verwendet, wobei dort eine vereinfachte Magic Formula aus [36] in Längs- und Querrichtung, wie in [3] vorgeschlagen, um eine degressive effektive Radlast erweitert und gekoppelt wird. Die Reifenkräfte sind eine Funktion des sogenannten Schlupfs. Der Schlupf beschreibt die normierte Geschwindigkeitsdifferenz zwischen Radmittelpunkt und fiktivem Radaufstandpunkt. Im hier genutzten Modell wird der Schlupf in Längs- und Querrichtung in aufbaufesten Koordinaten als

$$\begin{aligned} s_{xi} &= \frac{r_{\text{dyn}i}\omega_i \cos(\delta_i) - v_{Rxi}}{\sqrt{(v_{Rxi})^2 + (v_{Ryi})^2}} = f_{s_{xi}}(\omega_i, \delta_i, x_h) \\ s_{yi} &= \frac{r_{\text{dyn}i}\omega_i \sin(\delta_i) - v_{Ryi}}{\sqrt{(v_{Rxi})^2 + (v_{Ryi})^2}} = f_{s_{yi}}(\omega_i, \delta_i, x_h) \end{aligned} \quad (2.14)$$

definiert. Der Schlupf ist somit eine Funktion der Horizontaldynamikkordinaten, der jeweiligen Drehzahlen und der Lenkwinkel. Die maximal übertragbare Kraft

$$F_{\text{max}i} = \mu_i F_{Rzi} \left(1 + k_{Fzi} \frac{F_{z0} - F_{Rzi}}{F_{z0}} \right) = f_{\text{max}i}(x_v, u_{va}, \rho_v) \quad (2.15)$$

an jedem Rad hängt nach [3] degressiv von der jeweiligen Radlast (2.8b) ab und ist folglich im Fall eines aktiven Fahrwerks eine Funktion von x_v und u_z bzw. u_{va} sowie ρ_v und im passiven Fall nur von x_v abhängig. Daraus ergeben sich die Reifenkräfte

$$\begin{aligned}
F_{Rxi} &= F_{\max i} \sin \left(C_i \arctan \left(B_i \sqrt{(s_{xi})^2 + (s_{yi})^2} \right) \right) \frac{s_{xi}}{\sqrt{(s_{xi})^2 + (s_{yi})^2}} \\
F_{Ryi} &= F_{\max i} \sin \left(C_i \arctan \left(B_i \sqrt{(s_{xi})^2 + (s_{yi})^2} \right) \right) \frac{s_{yi}}{\sqrt{(s_{xi})^2 + (s_{yi})^2}}
\end{aligned} \tag{2.16}$$

mit den Kurvenparametern k_{Fzi} , μ_i , C_i und B_i . Der genaue Einfluss der einzelnen Parameter, insbesondere bei nicht exakt bekannten Werten, wird in Kapitel 5 diskutiert. Weitere Betrachtungen sind auch in [63] zu finden. Dieses Modell besitzt ein isotropes Verhalten, was bedeutet, dass der Reifen keine Vorzugsrichtung besitzt und in x - und y -Richtung der gleiche Kraftbetrag erzeugt werden kann. Demnach gilt der Zusammenhang

$$F_{\max i} \geq \sqrt{(F_{Rxi})^2 + (F_{Ryi})^2},$$

welcher auch als Kamm'scher Kreis bekannt ist, siehe Bild 2.6. Er beschreibt die Kraft-

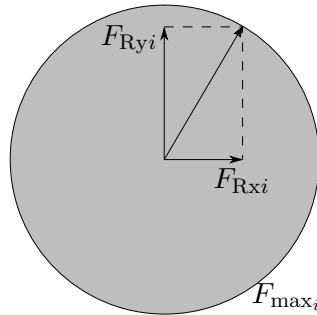


Bild 2.6: Beschränktheit der horizontalen Reifenkräfte

schlussgrenze, bzw. die Tatsache, dass der Betrag der horizontalen Kraft nicht größer sein kann als die maximal übertragbare Kraft (2.15). Im Allgemeinen kann ein Reifen in x -Richtung etwas höhere Kräfte übertragen als in y -Richtung, sodass die Funktionen (2.16) für die jeweiligen Kräfte in x - und y -Richtung unterschiedliche Parameter besitzen. Der Kamm'sche Kreis wird dadurch zur Ellipse, siehe zum Beispiel [119]. Durch die kompakte Form hat das Modell einige Vorteile für den Reglerentwurf und die Systemanalyse. Das qualitative Verhalten der stationären Reifenkräfte wird mit diesem Modell sehr gut abgebildet und kann auch den Grenzbereich qualitativ gut darstellen, was wichtig für die Behandlung sicherheitskritischer Situationen im Grenzbereich ist. Der etwas verzögerte Radkraftaufbau wird für den Reglerentwurf vernachlässigt, sodass die Radkräfte den stationären Reifenkräften entsprechen [119]. Somit sind Rad- und Reifenkräfte identisch. Eine Beschreibung des Falls $|v_{Ri}| = \sqrt{(v_{Rxi})^2 + (v_{Ryi})^2} = 0$ ist mit diesem Reifenmodell nicht möglich. Dieser Fall muss gesondert betrachtet werden, tritt aber nur auf, wenn das Fahrzeug steht oder wenn das Fahrzeug um ein stillstehendes Rad „schleudert“. Eine Besonderheit des Reifenmodells ist, dass es den Schlupf und die Radkräfte direkt in aufbaufesten Koordinaten angibt. Dadurch sind in den dynamischen Gleichungen für den Fahrzeugaufbau keine trigonometrischen Funktionen notwendig, was sich vorteilhaft auf die Übersichtlichkeit auswirkt. Das Modell wurde in [92] und in ähnlicher Weise in [99] verifiziert und hat sich als gutes Modell für den Reglerentwurf bewährt.

2.3 Gesamtmodell

Für einen ganzheitlichen und methodischen Reglerentwurf werden nun die in den vorherigen Unterkapiteln aufgestellten Teilsysteme zusammengeführt. Durch die Nutzung virtueller Systemeingänge und die damit erfolgende Auslagerung des Reifenmodells und der Momentengleichungen für die elektrischen Maschinen aus den dynamischen Gleichungen liegen die Horizontaldynamik und die Raddynamik in Deskriptorform vor. Damit entsteht auch für das Gesamtmodell ein Deskriptorsystem. Mit dem generalisierten Zustandsvektor oder Deskriptor

$$x = [x_h^T \quad x_{R1}^T \quad x_{R2}^T \quad x_{R3}^T \quad x_{R4}^T \quad x_v^T]^T$$

und der Ausgangsgleichung

$$y = [y_h^T \quad y_{R1}^T \quad y_{R2}^T \quad y_{R3}^T \quad y_{R4}^T \quad y_v^T]^T$$

ergibt sich das Gesamtmodell

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g_1(x)u + g_2(x)\rho, \\ 0 &= q(x, u, \rho), \\ y &= Cx = h(x) \quad . \end{aligned} \tag{2.17}$$

Genauer gesagt entspricht das Gesamtsystem einem semi-expliziten, nichtlinearen Deskriptorsystem mit affinelem Eingang. Die Vektorfelder und Matrizen lauten

$$\begin{aligned} f(x) &= [f_h(x_h, x_v)^T \quad f_{R1}(x_{R1})^T \quad f_{R2}(x_{R2})^T \quad f_{R3}(x_{R3})^T \quad f_{R4}(x_{R4})^T \quad f_v(x_v, x_h)^T]^T, \\ u &= [u_h^T \quad u_{R1}^T \quad u_{R2}^T \quad u_{R3}^T \quad u_{R4}^T \quad u_{va}^T]^T, \quad \rho = [\rho_h^T \quad \rho_v^T]^T \\ g_1(x) &= \begin{bmatrix} B_h & & & & & & & \\ k_{R1}^+(x_{R1}) & B_{R1} & & & & & & \\ k_{R2}^+(x_{R2}) & 0 & B_{R2} & & 0 & & & \\ k_{R3}^+(x_{R3}) & 0 & 0 & B_{R3} & & & & \\ k_{R4}^+(x_{R4}) & 0 & 0 & 0 & B_{R4} & & & \\ B_v g_{vh}(x_v) & 0 & 0 & 0 & 0 & B_v & & \end{bmatrix}, \quad g_2(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_{R1}^\perp(x_{R1}) & 0 \\ k_{R2}^\perp(x_{R2}) & 0 \\ k_{R3}^\perp(x_{R3}) & 0 \\ k_{R4}^\perp(x_{R4}) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ C &= \begin{bmatrix} E_3 & & & & & & & \\ & C_{R1} & & & & 0 & & \\ & & C_{R2} & & & & & \\ & & & C_{R3} & & & & \\ & 0 & & & C_{R4} & & & \\ & & & & & C_v & & \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Die Zwangsbedingungen haben dabei exemplarisch für das i -te Rad die Form

$$\begin{aligned}
0 &= \left(p_{h(2i-1)}^+\right)^T u_h + \left(p_{h(2i-1)}^\perp\right)^T \rho_h - \dots \\
&\quad - f_{\max i}(x_v, u_{va}, \rho_v) \sin \left(C_i \arctan \left(B_i \sqrt{(s_{xi})^2 + (s_{yi})^2} \right) \right) \frac{s_{xi}}{\sqrt{(s_{xi})^2 + (s_{yi})^2}}, \\
0 &= \left(p_{h(2i)}^+\right)^T u_h + \left(p_{h(2i)}^\perp\right)^T \rho_h - \dots \\
&\quad - f_{\max i}(x_v, u_{va}, \rho_v) \sin \left(C_i \arctan \left(B_i \sqrt{(s_{xi})^2 + (s_{yi})^2} \right) \right) \frac{s_{yi}}{\sqrt{(s_{xi})^2 + (s_{yi})^2}}, \\
0 &= M_{Ryi} - \frac{3}{2} Z_{pyi} (\Psi_{PMyi} I_{qyi} + (L_{dyi} - L_{qyi}) I_{qyi} I_{dyi}), \\
0 &= M_{Rzi} - \frac{3}{2} Z_{pzi} (\Psi_{PMzi} I_{qzi} + (L_{dzi} - L_{qzi}) I_{qzi} I_{dzi}).
\end{aligned}$$

Im Eingangsvektor u wird nicht zwischen echten und virtuellen Eingängen unterschieden. In den dynamischen und algebraischen Gleichungen kommen jeweils beide Arten von Eingängen vor. Durch die Auslagerungen der Radkräfte und der Antriebsmomente haben die dynamischen Gleichungen eine übersichtliche und, wie sich zeigen wird, für einen Reglerentwurf günstige Struktur. Die einzelnen Teilsysteme sind nur leicht gekoppelt, dazu siehe Bild 2.7. Die Kopplung von Horizontal- und Vertikaldynamik erklärt sich durch den Impuls- und Drallsatz. Jede weitere Kopplung erfolgt durch die Radkräfte, im Entwurfsmodell also durch u_h und ρ_h . Eine tiefgehende systemtheoretische Untersuchung der dynamischen Gleichungen und der Zwangsbedingungen folgt in Kapitel 3.1.

Eine Simulation des Modells ist in dieser Form mit üblichen numerischen Solvern nicht ohne weiteres möglich. Dazu muss das Modell in eine Minimalbeschreibung überführt werden, wozu die Zwangsbedingungen und virtuellen Eingänge durch ineinander Einsetzen eliminiert werden müssen. Dies geschieht beim Modell für die simulative Verifikation des in Kapitel 3 folgenden Entwurfs. Der Entwurf selbst findet am Deskriptorsystem statt.

Für die folgende Untersuchung der dynamischen und algebraischen Gleichungen zum Reglerentwurf werden noch die Teilausgänge

$$\begin{aligned}
y_1 &= [y_h^T \quad y_v^T]^T, \\
y_2 &= [y_{R1}^T \quad y_{R2}^T \quad y_{R3}^T \quad y_{R4}^T]^T
\end{aligned}$$

definiert.

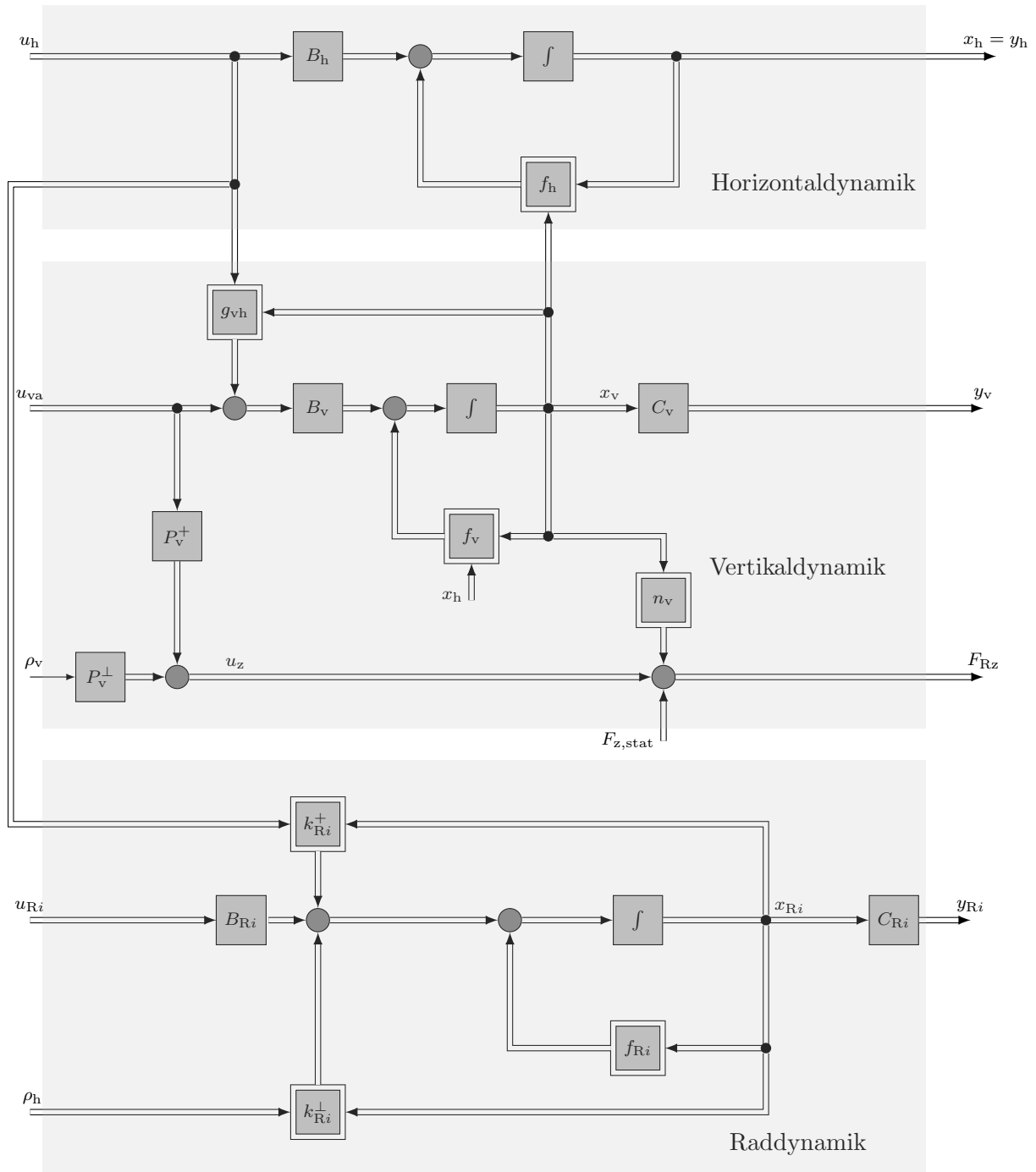


Bild 2.7: Struktur der Dynamik des Gesamtmodells ohne Zwangsbedingungen

3 Strukturierung der Fahrdynamikregelung

Bevor der eigentliche Entwurf der Regelung auf Basis des Modells aus Kapitel 2 erfolgt, wird die Modellstruktur analysiert, um eine fundierte Strukturierung der Regelung zu ermöglichen. Primäres Ziel ist die sichere Führung des Fahrzeugs in der horizontalen Ebene. Dazu soll das Fahrzeug generierten Wunschtrajektorien für die Horizontaldynamik folgen. Grundsätzlich handelt es sich hierbei somit um ein Folgereglerproblem.

3.1 Systemtheoretische Analyse des Gesamtmodells

Die grundsätzliche Struktur des dynamischen Gesamtmodells und die Kopplung zwischen den einzelnen Teilsystemen wurde in Bild 2.7 gezeigt und kurz diskutiert. Darauf aufbauend erfolgt in diesem Kapitel eine tiefere, abstrahierte systemtheoretische Analyse.

Durch die Einführung der virtuellen Eingänge u_h und M_{Ryi}, M_{Rzi} liegen alle dynamischen Teilsysteme bezüglich der gewählten Ausgänge in einer Eingangs-Ausgangs-Normalform mit maximaler Differenzordnung vor. Anders ausgedrückt können die dynamischen Gleichungen geschrieben werden als

$$\begin{aligned}
 \dot{\xi}_j^l &= \xi_j^{l+1} \\
 \dot{\xi}_j^{\kappa_j} &= \alpha_j (\bar{\xi}_1^{\kappa_1}, \dots, \bar{\xi}_p^{\kappa_p}) + \beta_j^T (\bar{\xi}_1^{\kappa_1}, \dots, \bar{\xi}_p^{\kappa_p}) u + \gamma_j^T (\bar{\xi}_1^{\kappa_1}, \dots, \bar{\xi}_p^{\kappa_p}) \rho \\
 0 &= q (\bar{\xi}_1^{\kappa_1}, \dots, \bar{\xi}_p^{\kappa_p}, u, \rho), \quad j = 1, 2, \dots, p; \quad l = 1, 2, \dots, \kappa_j - 1 \\
 \bar{\xi}_j^{\kappa_j} &= (\xi_j^1, \xi_j^2, \dots, \xi_j^{\kappa_j}), \quad \xi^1 = [\xi_1^1, \xi_2^1, \dots, \xi_p^1]^T = y,
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

mit $p = \dim(u)$ und $\sum_{i=1}^p \kappa_i = \dim(x)$. Die Darstellung (3.1) soll verdeutlichen, dass die dynamischen Gleichungen aus p Integratorketten bestehen, deren Anfänge aus nichtlinearen Funktionen aller Koordinaten und Eingänge in affiner Form bestehen. Die Zwangsbedingungen sind auch in dieser Darstellung durch algebraische Gleichungen, welche die Koordinaten und die Eingänge erfüllen müssen, gegeben. Werden vorerst nur die dynamischen Gleichungen von (2.17) betrachtet, ergibt sich mit $g_1(x)u = \sum_{j=1}^p g_{1j}(x)u_j$ eine übliche, äquivalente Darstellung

$$\begin{aligned}
y_j &= h_j(x), \\
\dot{y}_j &= L_f h_j(x), \\
\ddot{y}_j &= L_f^2 h_j(x), \\
&\vdots \\
y_j^{(\kappa_j)} &= L_f^{\kappa_j} h_j(x) + \sum_{k=1}^p L_{g_{1k}} L_f^{\kappa_j-1} h_j(x) u_k + \sum_{m=1}^6 L_{g_{2m}} L_f^{\kappa_j-1} h_j(x) \rho_m, \quad j = 1, \dots, 30,
\end{aligned} \tag{3.2}$$

durch zeitliches Ableiten der einzelnen Ausgangskomponenten bis die Eingangskomponenten u_k explizit in den Ableitungen vorhanden sind [62, 91]. Dabei gilt beim Fahrzeugmodell für die ersten drei Komponenten, also den Ausgang der Horizontaldynamik, $\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = 1$, $\kappa_3 = 1$, genauso wie für die ersten fünf Komponenten des Ausgangs eines Raddynamikteilmodells, z. B. für das Teilmodell des linken Vorderrads $\kappa_4 = 1$, $\kappa_5 = 1$, $\kappa_6 = 1$, $\kappa_7 = 1$, $\kappa_8 = 1$. Für die letzte Komponente dieses Raddynamikteilmodells, also den Lenkfreiheitsgrad, gilt $\kappa_9 = 2$. Bei den letzten drei Komponenten des Gesamtausgangs, also den Freiheitsgraden der Vertikaldynamik, gilt $\kappa_{28} = 2$, $\kappa_{29} = 2$, $\kappa_{30} = 2$ mit wiederum $\sum_{i=j}^p \kappa_i = \dim(x)$. Zusätzlich gilt, dass unter Nutzung der generalisierten Eingänge, d. h. ohne die redundanten Freiheitsgrade ρ , mit $p = 30$ genauso viele Eingänge wie Ausgänge existieren. Die ersten κ_i Gleichungen von (3.2) aller Ausgangskomponenten bilden dabei einen Diffeomorphismus bzw. eine invertierbare Koordinatentransformation

$$\begin{aligned}
\bar{y}^{\kappa-1} &= \Psi_x(x), \\
x &= \Psi_x^{-1}(\bar{y}^{\kappa-1})
\end{aligned} \tag{3.3}$$

mit $\bar{y}^{\kappa-1} = (y_1, \dot{y}_1, \dots, y_1^{(\kappa-1)}, y_2, \dots, y_p, \dots, y_p^{(\kappa_p-1)})$, sodass die höchste Ableitung in (3.2) auch als

$$y_j^{(\kappa_j)} = \hat{\alpha}_j(\bar{y}^{\kappa-1}) + \hat{\beta}_j^T(\bar{y}^{\kappa-1})u + \hat{\gamma}_j^T(\bar{y}^{\kappa-1})\rho \tag{3.4}$$

geschrieben werden kann. Die Darstellung (3.4) und die höchsten zeitlichen Ableitungen (3.1) und (3.2) sind äquivalent und können im vorliegenden Modell durch einfache Koordinatenpermutationen ineinander überführt werden. Werden alle höchsten Ableitungen der dynamischen Gleichungen in einer vektorwertigen Gleichung

$$\begin{aligned}
\dot{\xi}^\kappa &= \alpha(\bar{\xi}_1^{\kappa_1}, \dots, \bar{\xi}_p^{\kappa_p}) + \beta(\bar{\xi}_1^{\kappa_1}, \dots, \bar{\xi}_p^{\kappa_p})u + \gamma(\bar{\xi}_1^{\kappa_1}, \dots, \bar{\xi}_p^{\kappa_p})\rho \\
\text{oder} \\
y^{(\kappa)} &= \hat{\alpha}(\bar{y}^{\kappa-1}) + \hat{\beta}(\bar{y}^{\kappa-1})u + \hat{\gamma}(\bar{y}^{\kappa-1})\rho
\end{aligned} \tag{3.5}$$

zusammengefasst, gilt außerdem

$$\text{Rang} \left(\hat{\beta}(\bar{y}^{\kappa-1}) \right) = p.$$

Durch die vorangegangene Analyse ist die Struktur der dynamischen Gleichungen deutlich geworden und es bieten sich einige Verfahren für den Reglerentwurf an. Zudem ist ersichtlich, dass die Freiheitsgrade ρ nicht für die Regelung der Ausgänge benötigt werden. Sie charakterisieren die redundanten Aktoren bezüglich der gewählten Koordinaten und können für die Regelung des Ausgangs als nicht benötigte Eingänge interpretiert werden, die entweder zu null gesetzt oder unparametriert mitgeführt werden können. Zur Parametrierung dieser Freiheitsgrade können zusätzliche unabhängige Ausgangskomponenten zum Ausgang y hinzugefügt werden. Mit ihnen können weitere, sekundäre Regelziele erreicht werden, was in Kapitel 4 und 6 gezeigt wird. Wird $\rho = 0$ gesetzt, verdeutlicht (3.5), dass die dynamischen Gleichungen bezüglich des Ausgangs y maximalen relativen Grad besitzen und die Stellgröße außerdem mittels

$$u = \hat{\beta}^{-1}(\bar{y}^{\kappa-1}) (y^{(\kappa)} - \hat{\alpha}(\bar{y}^{\kappa-1})) = \Psi_u(\bar{y}^{\kappa}) \quad (3.6)$$

beschrieben werden kann. Die Gleichungen (3.3) und (3.6) zeigen mit $\rho = 0$, dass y ein flacher Ausgang für die dynamischen Gleichungen von (2.17) ist. Gleiches lässt sich zeigen, wenn weitere Bedingungen zur Parametrierung von ρ zum System hinzugefügt werden. Für $\rho \neq 0$ beschreibt y eine Untermenge an Komponenten für einen flachen Ausgang.

Aus mehreren Gründen bietet sich somit ein flachheitsbasierter Entwurf zur Strukturierung der Regelung an. Zum einen ist der flache Ausgang für die Dynamik von (2.17) nun bekannt. Zum anderen ist der flachheitsbasierte Entwurf sehr gut für das Trajektorienfolgeproblem in der horizontalen Ebene geeignet und unterstützt eine trajektorienbasierte Sichtweise. Ein weiterer Grund ist die Zwei-Freiheitsgrad-Struktur dieses Entwurfs, womit sich Wunschverhalten und Störverhalten des Systems getrennt modellieren, analysieren und entwerfen lassen. Auf Basis dieser Erkenntnisse lässt sich im Folgenden ein einfacher Reglerentwurf für die dynamischen Gleichungen durchführen. Die bisher durchgeführten Untersuchungen berücksichtigen jedoch die Zwangsbedingungen nicht. Diese müssen in einem zweiten Schritt in den Entwurf integriert werden.

Vor der Untersuchung der Zwangsbedingungen werden diese noch in die gewählte trajektorienbasierte Sichtweise übersetzt, wozu Gleichung (3.3) und (3.6) in die algebraischen Gleichungen von (2.17) eingesetzt werden. Damit ergibt sich für die algebraischen Gleichungen ein implizites, nichtlineares Differentialgleichungssystem

$$0 = \tilde{q}(\bar{y}^{\kappa}, \rho) \quad (3.7)$$

bezüglich des Ausgangs y . Damit wird deutlich, dass y keinen flachen Ausgang für das Gesamtsystem darstellt, denn Gleichung (3.7) verletzt eine der Bedingungen für differentielle Flachheit, siehe dazu Anhang A.2. Zur weiteren Analyse wird die Jakobimatrix von \tilde{q} mit einem permutierten Ausgang in der Zusammenstellung

$$\begin{aligned} (\bar{y}_{\text{per}}^{\kappa})^T &= [I_{qy1} \quad \dots \quad I_{qy4} \quad I_{qz1} \quad \dots \quad I_{qz4} \quad I_{dy1} \quad \dots \quad I_{dy4} \quad I_{dz1} \quad \dots \quad I_{dz4} \quad \dots \quad \omega_1 \quad \dots \quad \omega_4 \\ &\quad \dot{\omega}_1 \quad \dots \quad \dot{\omega}_4 \quad \delta_1 \quad \dots \quad \delta_4 \quad \dots \quad \ddot{\delta}_1 \quad \dots \quad \ddot{\delta}_4 \quad \rho^T \quad y_h^T \quad \dot{y}_h^T \quad y_v^T \quad \dots \quad \ddot{y}_v^T] \\ &= [\bar{I}_q \quad \bar{I}_d \quad \dot{\omega} \quad \ddot{\delta} \quad \rho^T \quad \dot{y}_h \quad \ddot{y}_v] \end{aligned}$$

gebildet, wobei nicht mehr nach Subsystemen, sondern nach physikalischen Größen gruppiert wird. Zusätzlich wird die partielle Ableitung nach ρ betrachtet. Damit kann die Jakobimatrix zu

$$\frac{\partial \tilde{q}}{\partial \left(\bar{y}_{\text{per}}^{(\kappa)} \right)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \tilde{q}_{FR}}{\partial [\bar{I}_q \quad \bar{I}_d]^T} & \frac{\partial \tilde{q}_{FR}}{\partial [\dot{\bar{\omega}} \quad \ddot{\bar{\delta}}]^T} & \frac{\partial \tilde{q}_{FR}}{\partial \rho} & \frac{\partial \tilde{q}_{FR}}{\partial [\dot{\bar{y}}_h \quad \ddot{\bar{y}}_v]^T} \\ \frac{\partial \tilde{q}_M}{\partial [\bar{I}_q \quad \bar{I}_d]^T} & \frac{\partial \tilde{q}_M}{\partial [\dot{\bar{\omega}} \quad \ddot{\bar{\delta}}]^T} & \frac{\partial \tilde{q}_M}{\partial \rho} & \frac{\partial \tilde{q}_M}{\partial [\dot{\bar{y}}_h \quad \ddot{\bar{y}}_v]^T} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

partitioniert werden. \tilde{q}_{FR} beschreibt dabei die Zwangsbedingungen, die durch das Reifenmodell charakterisiert werden und \tilde{q}_M die Gleichungen aller Drehmomente der elektrischen Maschinen in durch die Gleichungen (3.6) und (3.3) transformiertem Zustand. Die Spalten sind in (3.8) aufgeteilt bezüglich der Ableitungen nach den feldorientierten Strömen \bar{I}_q und \bar{I}_d aller Motoren, nach allen Drehzahlen, Lenkwinkeln und auftretenden Ableitungen $\dot{\bar{\omega}}$, $\ddot{\bar{\delta}}$, nach den Freiheitsgraden ρ sowie nach den Aufbaukoordinaten und allen auftretenden Ableitungen $\dot{\bar{y}}_h$, $\ddot{\bar{y}}_v$. Die Matrix kann nun noch vereinfacht werden, da nicht alle Abhängigkeiten vorhanden sind. Die oberen acht Gleichungen des Reifenmodells sind einerseits unabhängig von den Strömen und hängen des Weiteren nicht von den zeitlichen Ableitungen der Drehzahlen ω_i und Lenkwinkel δ_i ab. Die Gleichungen der Drehmomente hängen allerdings von allen Größen ab. Dementsprechend kann die Jakobimatrix zu

$$\frac{\partial \tilde{q}}{\partial \left(\bar{y}_{\text{per}}^{(\kappa)} \right)} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial \tilde{q}_{FR}}{\partial [\bar{\omega} \quad \bar{\delta}]^T} & \frac{\partial \tilde{q}_{FR}}{\partial \rho} & \frac{\partial \tilde{q}_{FR}}{\partial [\dot{\bar{y}}_h \quad \ddot{\bar{y}}_v]^T} \\ \frac{\partial \tilde{q}_M}{\partial [\bar{I}_q \quad \bar{I}_d]^T} & \frac{\partial \tilde{q}_M}{\partial [\dot{\bar{\omega}} \quad \ddot{\bar{\delta}}]^T} & \frac{\partial \tilde{q}_M}{\partial \rho} & \frac{\partial \tilde{q}_M}{\partial [\dot{\bar{y}}_h \quad \ddot{\bar{y}}_v]^T} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

vereinfacht werden. Da die Drehzahlen und Lenkwinkel im Reifenmodell nicht differentiell auftreten, hat die Jakobimatrix nun eine gewisse Dreiecksstruktur, mit der Aussagen über die Lösungen von (3.7) gemacht werden können. Die Untermatrix mit den partiellen Ableitungen nach $\bar{\omega}$ und $\bar{\delta}$ besitzt eine Blockdiagonalstruktur, wobei die Regularität für alle Blöcke im stabilen Bereich der Kraft-Schlupfcurve mit einem Computer-Algebra-Programm gezeigt werden kann. Dabei gilt für $F_z \neq 0$, $\omega_i \neq 0$ und $v_{Ri} \neq 0$

$$\text{Rang} \left(\frac{\partial \tilde{q}_{FR}}{\partial [\bar{\omega} \quad \bar{\delta}]^T} \right) = 8.$$

Also kann mit Hilfe des Satzes über implizite Funktionen festgehalten werden, dass zumindest lokal eindeutige Funktionen existieren mit deren Hilfe sich die Drehzahlen und Lenkwinkel darstellen lassen als

$$\begin{aligned}\omega_i &= \check{q}_{\omega_i}^{-1}(\dot{\bar{y}}_h, \ddot{\bar{y}}_v, \rho), \\ \delta_i &= \check{q}_{\delta_i}^{-1}(\dot{\bar{y}}_h, \ddot{\bar{y}}_v, \rho),\end{aligned}\tag{3.10}$$

also als Funktionen der Aufbaukoordinaten und deren Ableitungen sowie abhängig von den unparametrierten Freiheitsgraden. Welche singulären Punkte in (3.1) und damit auch in (3.10) auftreten, wurde in Kapitel (2.2.1) angesprochen und wird in Kapitel 3.3 konstruktiv gezeigt. Wird die Differenzierbarkeit der Funktionen (3.10) vorausgesetzt, können die Drehzahlen, Lenkwinkel und alle vorkommenden Ableitungen aus den Gleichungen für die Drehmomente eliminiert werden. In den verbleibenden Gleichungen treten die Ströme nicht differenziell auf. Das motiviert eine Untersuchung, ob sich die Ströme, wie im vorherigen Schritt, aus den verbleibenden Größen berechnen lassen. Dann existieren Funktionen

$$\begin{aligned}I_{qyi} &= \check{q}_{qyi}^{-1}(\ddot{\bar{y}}_h, \bar{y}_v^{(3)}, \dot{\rho}), \\ I_{dyi} &= \check{q}_{dyi}^{-1}(\ddot{\bar{y}}_h, \bar{y}_v^{(3)}, \dot{\rho}), \\ I_{qzi} &= \check{q}_{qzi}^{-1}(\bar{y}_h^{(3)}, \bar{y}_v^{(4)}, \ddot{\rho}), \\ I_{dzi} &= \check{q}_{dzi}^{-1}(\bar{y}_h^{(3)}, \bar{y}_v^{(4)}, \ddot{\rho}),\end{aligned}\tag{3.11}$$

mit denen sich die Ströme berechnen lassen, wenn die Trajektorien für die Aufbaukoordinaten und die verbleibenden Freiheitsgrade ρ festliegen. Ob dafür eindeutige Funktionen existieren, lässt sich anhand der Dimension und des Rangs der Untermatrix

$$\frac{\partial \check{q}_M}{\partial [\bar{I}_q \quad \bar{I}_d]^T}$$

untersuchen. Da sechzehn Stromkoordinaten im Modell vorhanden sind, aber nur acht Gleichungen q_M , lässt sich sofort sagen, dass keine eindeutige Lösung existiert. Der Rang der Matrix ist aber jederzeit maximal, sodass acht Ströme in Abhängigkeit der anderen bestimmt werden können. Dieser beschriebene Zusammenhang lässt sich anhand der Momentengleichungen (2.11) erklären. Aufgrund der Reluktanz ist es möglich, mit verschiedenen Kombinationen von Strömen die gleichen Momente zu erzeugen. Oft wird einfach $I_d = 0$ gewählt, denn dann ist der Strom I_q proportional zum Drehmoment. Diese Möglichkeit bestünde auch hier. Liegen die Ströme I_d fest, lassen sich alle weiteren Ströme I_q eindeutig mit Hilfe der Zwangsbedingungen bestimmen. Im Kapitel 3.3 wird noch eine weitere Möglichkeit gezeigt, diesen Freiheitsgrad zu nutzen. Grundsätzlich lässt sich aber festhalten, dass wenn die Trajektorien für die Aufbaukoordinaten und die verbleibenden Freiheitsgrade festliegen, auch alle anderen Systemgrößen bestimmt werden können und damit das implizite Differentialgleichungssystem (3.7) ohne Integration aufgelöst werden kann. Damit ist gezeigt, dass die Aufbaukoordinaten eine Untermenge an Komponenten für einen flachen

Ausgang des Gesamtsystems sind. Mit Hilfe von (3.3) und (3.6) wurde nämlich gezeigt, dass y Komponenten eines flachen Ausgangs für die dynamischen Gleichungen von (2.17), also bei Vernachlässigung der Zwangsbedingungen für das Gesamtsystem, beschreibt. Die Zwangsbedingungen (3.7) charakterisieren Abhängigkeiten in diesem Ausgang, welche mit Hilfe von (3.10) und (3.11) ohne zeitliche Integration explizit gelöst werden können, wodurch eine Anzahl unabhängiger Komponenten verbleibt, die im Fall $\rho = 0$ gerade mit der Anzahl der genutzten Stellgrößen korrespondiert. Anders ausgedrückt lässt sich mit (3.6), (3.10) und (3.11) eine Äquivalenz-Relation des Systems in Minimaldarstellung zu einem System in Brunovský Normalform konstruieren [32], was einer weiteren Definition der Flachheit entspricht. Somit lässt sich auch eine Bedingung an die Freiheitsgrade ρ stellen, damit diese einfache Art der Lösung ohne Integration erhalten bleibt. Sie können beispielsweise als zusätzliche Zwangsbedingungen \tilde{q}_ρ gewählt werden, so dass

$$\frac{\partial \begin{bmatrix} \tilde{q}_\rho \\ \tilde{q} \end{bmatrix}}{\partial \left(\bar{y}_{\text{per}}^{(\kappa)} \right)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial \tilde{q}_\rho}{\partial \rho} & \frac{\partial \tilde{q}_\rho}{\partial [\dot{y}_h \ \ddot{y}_v]^T} \\ 0 & \frac{\partial \tilde{q}_{FR}}{\partial [\bar{\omega} \ \bar{\delta}]^T} & \frac{\partial \tilde{q}_{FR}}{\partial \rho} & \frac{\partial \tilde{q}_{FR}}{\partial [\dot{y}_h \ \ddot{y}_v]^T} \\ \frac{\partial \tilde{q}_M}{\partial [\bar{I}_a \ \bar{I}_d]^T} & \frac{\partial \tilde{q}_M}{\partial [\dot{\omega} \ \ddot{\delta}]^T} & \frac{\partial \tilde{q}_M}{\partial \rho} & \frac{\partial \tilde{q}_M}{\partial [\dot{y}_h \ \ddot{y}_v]^T} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

und $\text{Rang} \left(\frac{\partial \tilde{q}_\rho}{\partial \rho^T} \right) = 6$ gilt, womit die Dreiecksstruktur der Jakobimatrix erhalten bleibt und noch immer eine Lösung ohne Integration möglich ist. Darauf aufbauend lassen sich die inversen Zwangsbedingungen durch eine kettenartige Struktur charakterisieren, an deren Anfang die Trajektorien der Horizontal- und Vertikaldynamik stehen. Mit dieser Erkenntnis und den folgenden Überlegungen lässt sich der Entwurf auf ein Fahrzeug mit passiver Vertikaldynamik verallgemeinern.

Einerseits lässt sich direkt die Charakteristik einer internen Dynamik in Bild 2.7 erkennen, wenn $u_z = 0$ bzw. $u_v = 0$ und $\rho_v = 0$ gesetzt wird. Auf analytischem Weg lässt sich andererseits der Argumentation aus [62, 91] folgen. Liegt eine passive Vertikaldynamik vor, entfällt der Teilausgang y_v aus dem Vektor der Regelgrößen y_1 bzw. y bei Vernachlässigung der Zwangsbedingungen. Damit entfallen drei Gleichungen aus (3.2), was eine Verringerung des relativen Grads um sechs zur Folge hat. Die Systemordnung bleibt hingegen gleich und es folgt

$$\sum_{j=1}^p \kappa_j < \dim(x). \quad (3.13)$$

Gleichung (3.13) besagt, dass eine interne Dynamik vorhanden ist, die in diesem Fall direkt der Vertikaldynamik entspricht, was sich durch die Nutzung der Nomenklatur aus [62] und

setzen von $x_v = \eta$ zeigen lässt. Dann beschreibt

$$\begin{aligned}
\xi_1^1 &= \Phi_1^1(x) = h_1(x) = v_x \\
\xi_2^1 &= \Phi_2^1(x) = h_2(x) = v_y \\
\xi_3^1 &= \Phi_3^1(x) = h_3(x) = \dot{\psi} \\
&\vdots \\
\xi_9^1 &= \Phi_9^1(x) = h_9(x) = \delta_1 \\
\xi_9^2 &= \Phi_9^2(x) = L_f h_9(x) = \dot{\delta}_1 \\
&\vdots \\
\eta &= \Phi_\eta(x) = x_v
\end{aligned} \tag{3.14}$$

formal die reguläre Transformation der Zustandsraumrepräsentation der Dynamik von (2.17) in eine Eingangs-Ausgangs-Darstellung

$$\begin{aligned}
\dot{\xi}_j^l &= \xi_i^{l+1} \\
\dot{\xi}_j^{\kappa_j} &= \alpha_j(\bar{\xi}_1^{\kappa_1}, \dots, \bar{\xi}_p^{\kappa_p}, \eta) + \beta_j^T(\bar{\xi}_1^{\kappa_1}, \dots, \bar{\xi}_p^{\kappa_p}) u + \gamma_j^T(\bar{\xi}_1^{\kappa_1}, \dots, \bar{\xi}_p^{\kappa_p}) \rho \\
\dot{\eta} &= \alpha_\eta(\bar{\xi}_1^{\kappa_1}, \dots, \bar{\xi}_p^{\kappa_p}, \eta) + \beta_\eta(\bar{\xi}_1^{\kappa_1}, \dots, \bar{\xi}_p^{\kappa_p}, \eta) u + \gamma_\eta^T(\bar{\xi}_1^{\kappa_1}, \dots, \bar{\xi}_p^{\kappa_p}, \eta) \rho \\
\xi^1 &= [\xi_1^1, \xi_2^1, \dots, \xi_p^1]^T = [y_h^T \quad y_2^T]^T, \quad \eta = x_v, \quad j = 1, 2, \dots, p; \quad l = 1, 2, \dots, \kappa_j - 1
\end{aligned} \tag{3.15}$$

mit interner Dynamik. Der Diffeomorphismus (3.14) entspricht in diesem Fall einer linearen Abbildung mit der Einheitsmatrix. Die Trajektorien für y_v können in diesem Fall nicht mehr frei vorgegeben werden, sondern müssen durch Integration der internen Dynamik berechnet werden. Auf eine Stabilitätsbetrachtung wird aus Plausibilitätsgründen verzichtet, denn jede Fahrzeugvertikaldynamik ist durch Federung und Dämpfung so ausgelegt ist, dass sie den nötigen Stabilitätsanforderungen genügt. y_1 ist in diesem Fall kein Teil eines flachen Ausgangs mehr, sondern kann wie in [4] als Teil eines parametrierenden Ausgangs bezeichnet werden.

Auf Basis der durchgeführten Analyse kann nun eine flachheitsbasierte oder eine parametrierende Regelung entworfen werden, mit der sich im Fall der aktiven Vertikaldynamik die Trajektorien der Horizontal- und Vertikaldynamik in physikalisch sinnvollen Grenzen frei vorgeben lassen und zusätzlich weitere Forderungen erfüllbar sind. Der Reglerentwurf erfolgt anhand der dynamischen Gleichungen, die Zwangsbedingungen und die interne Dynamik im Fall der passiven Vertikaldynamik werden in einer zugehörigen Trajektorienplanung berücksichtigt.

3.2 Entkopplung und Folgeregelung

Mit Hilfe von Gleichung (3.5) wurde gezeigt, dass die Dynamik von (2.17) bezüglich des Ausgangs y einen relativen Grad besitzt und bei aktiver Vertikaldynamik keine interne Dynamik existiert. Dadurch kann auf einfache Weise eine Regelung für diesen Ausgang

entworfen werden. Im ersten Schritt erfolgt eine Transformation auf Brunovský Normalform. Mit der Wahl der Eingänge zu

$$u = \beta^{-1} (\bar{\xi}_1^{\kappa_1}, \dots, \bar{\xi}_p^{\kappa_p}) \left(-\alpha (\bar{\xi}_1^{\kappa_1}, \dots, \bar{\xi}_p^{\kappa_p}) - \gamma (\bar{\xi}_1^{\kappa_1}, \dots, \bar{\xi}_p^{\kappa_p}) \rho + w \right)$$

erhält die Dynamik von (3.1) die Gestalt

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_j^l &= \xi_j^{l+1} \\ \dot{\xi}_j^{\kappa_j} &= w_j, \quad j = 1, 2, \dots, p; \quad l = 1, 2, \dots, \kappa_j - 1 \\ \xi^1 &= (\xi_1^1, \xi_2^1, \dots, \xi_p^1) = y, \end{aligned} \quad (3.16)$$

und besteht aus reinen Integrator Ketten, bei denen die Ableitung der letzten Beschreibungsordinate $\dot{\xi}_j^{\kappa_j}$ mit Hilfe des neuen Eingangs w direkt vorgegeben werden kann. Anders ausgedrückt können mit

$$u = \hat{\beta}^{-1}(\bar{y}^{\kappa-1}) \left(w - \hat{\alpha}(\bar{y}^{\kappa-1}) - \hat{\gamma}(\bar{y}^{\kappa-1})\rho \right) \quad (3.17)$$

die höchsten auftretenden zeitlichen Ableitungen der Ausgangskomponenten durch w direkt vorgegeben werden, denn damit erhält die Ausgangsdarstellung von (3.5) die Form $y^{(\kappa)} = w$.

Basierend auf diesem Schritt ist es einerseits möglich, die Dynamik der Integrator Ketten zu stabilisieren, was der bekannten Vorgehensweise bei der exakten Linearisierung entspricht. Der Entwurf einer Folgeregelung ist für die vorliegende Problemstellung jedoch besser geeignet. Durch die Transformation auf Brunovský Normalform lässt sich auf einfache Weise ein Folgeregler entwerfen, mit dem das System eine lineare, asymptotisch stabile Fehlerdynamik bezüglich des Folgefehlers $e(t) = y^*(t) - y(t)$ erhält, wobei $y^*(t)$ die Wunschtrajektorie beschreibt. Das geschieht mit der Wahl

$$w = y^{(\kappa)*} + D_{\kappa-1}e^{(\kappa-1)} + \dots + D_1\dot{e} + D_0e \quad (3.18)$$

und geeigneten Matrizen D_k , üblicherweise in Diagonalstruktur, zur Entkopplung der Fehlerdynamiken. Die Stabilisierung kann dann für jede Komponente getrennt mit Hilfe von Polvorgabe erfolgen.

Beispielhaft ergibt sich dadurch für den virtuellen Eingang u_h insgesamt das Regelgesetz

$$u_h = B_h^{-1} \left(-\hat{f}_h(y_h, \dot{y}_v) + \dot{y}_h^* + d_h(y_h^* - y_h) \right) \quad (3.19)$$

mit $\hat{f}_h = f_h \circ \Psi_x^{-1}$. Die Matrix d_h entspricht dabei einer Untermatrix von D_0 aus (3.18). Für das Drehmoment zur Generierung der Drehzahl am linken vorderen Rad muss

$$\begin{aligned} M_{Ry1} = J_{Ry1} \left(- \begin{bmatrix} k_{R1}^{+31} & k_{R1}^{+32} & k_{R1}^{+33} \end{bmatrix} u_h - \dots \\ - \begin{bmatrix} k_{R1}^{\perp 31} & k_{R1}^{\perp 32} & k_{R1}^{\perp 33} & k_{R1}^{\perp 34} & k_{R1}^{\perp 35} \end{bmatrix} \rho_h^* + \dot{\omega}_1^* + d_{\omega_1}(\omega_1^* - \omega_1) \right) \end{aligned} \quad (3.20)$$

gewählt werden. d_{ω_1} entspricht einem Element aus D_0 . Beim Entwurf der Regelung muss an dieser Stelle angefangen werden zwischen gewünschter Radkraftverteilung ρ_h^* des Entwurfsmodells, die als Systemeingang oder als Stellparameter zum Erfüllen zusätzlicher Bedingungen gesehen werden kann und der realen Radkraftverteilung ρ_h des Fahrzeugs, also der Regelstrecke zu unterscheiden. Solange die Fahrzeug- und Reifenmodellparameter hinreichend genau bekannt sind, unterscheiden sich beide Werte nicht. Sobald Parameterunsicherheiten vorliegen, können sich beide Größen jedoch unterscheiden, was später in Kapitel 5 behandelt wird.

Konkret resultiert aus (3.17) und (3.18) im geschlossenen Regelkreis, beispielhaft für einige Komponenten, das Verhalten

$$\begin{aligned}\dot{y}_h &= \dot{y}_h^* + d_h (y_h^* - y_h), \\ \ddot{y}_v &= \ddot{y}_v^* + d_v^1 (\dot{y}_v^* - \dot{y}_v) + d_v^0 (y_v^* - y_v), \\ \dot{\omega}_1 &= \dot{\omega}_1^* + d_{\omega_1} (\omega_1^* - \omega_1), \\ \ddot{\delta}_1 &= \ddot{\delta}_1^* + d_{\delta_1}^1 (\dot{\delta}_1^* - \dot{\delta}_1) + d_{\delta_1}^0 (\delta_1^* - \delta_1), \\ \dot{I}_{qy1} &= \dot{I}_{qy1}^* + d_{qy1} (I_{qy1}^* - I_{qy1}), \\ \dot{I}_{dz1} &= \dot{I}_{dz1}^* + d_{dz1} (I_{dz1}^* - I_{dz1}),\end{aligned}$$

wobei d_h , d_v^0 und d_v^1 frei wählbare, quadratische Matrizen mit Reglerparametern sind und d_{ω_1} , $d_{\delta_1}^1$, $d_{\delta_1}^0$, d_{qy1} , d_{dz1} frei wählbare Parameter sind. Die Auslegung erfolgt anhand der Fehlerdynamik. Für die Drehzahl ω_1 ergibt sich exemplarisch die lineare und homogene Fehlerdifferentialgleichung

$$\dot{e}_{\omega_1} + d_{\omega_1} e_{\omega_1} = 0. \quad (3.21)$$

Damit der Fehler asymptotisch abklingt, muss d_{ω_1} positiv reell gewählt werden. Je größer der Betrag gewählt wird, desto schneller klingt der Fehler ab, desto größer wird jedoch auch die Stellgrößenausnutzung. Auch bei auftretenden Störungen wird eine größere Stellgröße angefordert, je größer der Betrag des Reglerparameters gewählt wird. Desto kleiner ist aber auch die stationäre Verstärkung der Störübertragungsfunktion. Es muss also bei einem konkret vorliegenden Aktor ein Kompromiss bezüglich Störverhalten und Stellgrößenausnutzung gefunden werden. Zudem müssen die Parameter auf andere Folgereglerkomponenten abgestimmt werden, was am Ende von Kapitel 3.3 erläutert wird. Die Folgeregelung legt demnach schon ein rudimentäres Störverhalten fest. Um stückweise konstante Störungen auszuregulieren, wäre es an dieser Stelle noch möglich, zum Folgeregler einen I-Anteil hinzuzufügen. Damit würden Störungen wie konstanter Seitenwind und Steigungen in der Horizontaldynamik, konstante Beladung in der Vertikaldynamik oder zusätzliche konstante Reibmomente in der Raddynamik stationär ausgeregelt. Konkrete Störungen und Unsicherheiten werden in Kapitel 5 mit passenden Methoden in die Folgeregelung integriert.

Der durchgeführte Entwurf der Entkopplung und Folgeregelung geschah unter Vernachlässigung der Zwangsbedingungen. In Kapitel 3.1 wurde deutlich, dass nicht alle Ausgangskomponenten frei vorgegeben werden können. Die Zwangsbedingungen werden im folgenden

Kapitel 3.3 durch eine Trajektorienplanung in den Entwurf integriert, mit der die Trajektorien der Ströme, Drehzahlen und Lenkwinkel durch Vorgabe der Trajektorien von Horizontal- und Vertikaldynamik und der Wahl der freien Parameter ρ^* festgelegt werden.

3.3 Trajektorienplanung

In Kapitel 3.1 wurden die Abhängigkeiten im Ausgang y des Deskriptorsystems gezeigt. Daraus muss nun eine Trajektorienplanung für die Folgeregelung entwickelt werden. Für eine effiziente Implementierung sollten die Zwangsbedingungen dazu analytisch invertiert werden. Grundsätzlich wäre auch eine numerische Lösung von Gleichungssystem (3.7) möglich. Zuerst erfolgt die Inversion des Reifenmodells in mehreren Schritten, ähnlich wie in [92]. Durch Inversion von (2.14) ergibt sich

$$\begin{aligned}\omega_i^* &= \frac{1}{r_{\text{dyn}i}} \sqrt{\left(s_{xi}^* \sqrt{(v_{Rxi}^*)^2 + (v_{Ryi}^*)^2} + v_{Rxi}^*\right)^2 + \left(s_{yi}^* \sqrt{(v_{Rxi}^*)^2 + (v_{Ryi}^*)^2} + v_{Ryi}^*\right)^2}, \\ \delta_i^* &= \arctan \left(\frac{s_{yi}^* \sqrt{(v_{Rxi}^*)^2 + (v_{Ryi}^*)^2} + v_{Ryi}^*}{s_{xi}^* \sqrt{(v_{Rxi}^*)^2 + (v_{Ryi}^*)^2} + v_{Rxi}^*} \right),\end{aligned}\quad (3.22)$$

für die Drehzahlen und Lenkwinkel als Funktionen der gewünschten Radgeschwindigkeiten und Schlupfwerte in x - und y -Richtung. Die Schlupfwerte können durch Invertieren von (2.16) zu

$$\begin{aligned}s_{xi}^* &= \frac{1}{B_i} \tan \left(\frac{1}{C_i} \arcsin \left(\frac{\sqrt{(F_{Rxi}^*)^2 + (F_{Ryi}^*)^2}}{F_{\text{max}i}^*} \right) \right) \frac{F_{Rxi}^*}{\sqrt{(F_{Rxi}^*)^2 + (F_{Ryi}^*)^2}}, \\ s_{yi}^* &= \frac{1}{B_i} \tan \left(\frac{1}{C_i} \arcsin \left(\frac{\sqrt{(F_{Rxi}^*)^2 + (F_{Ryi}^*)^2}}{F_{\text{max}i}^*} \right) \right) \frac{F_{Ryi}^*}{\sqrt{(F_{Rxi}^*)^2 + (F_{Ryi}^*)^2}},\end{aligned}\quad (3.23)$$

bestimmt werden und sind Funktionen der gewünschten Horizontal- und Vertikalkräfte am Rad. In der invertierten Schlupfgleichung für den Lenkwinkel in (3.22) ist wie im Reifenmodell eine Singularität enthalten, wenn das entsprechende Rad still steht. Eine zusätzliche Singularität ist für

$$\lim_{F_{\text{max}i}^* \rightarrow 0} \begin{bmatrix} s_{xi}^* \\ s_{yi}^* \end{bmatrix}$$

vorhanden. Das würde ein Abheben des Rads von der Straße bedeuten.

Die gewünschten Horizontalkräfte ergeben sich mit Hilfe von (2.4) als Funktion des virtuellen Eingangs u_h^* und der gewünschten Radkraftverteilung ρ_h^* . Für die Berechnung des gewünschten virtuellen Eingangs u_h^* in der Trajektoriengenerierung sind zwei Möglichkeiten

vorstellbar. Eine Möglichkeit ist eine reine Vorsteuerung des gewünschten Horizontalverhaltens mittels (3.6) durch

$$u_h^* = B_h^{-1} \left(-\hat{f}_h(y_h^*, \dot{y}_h^*) + \dot{y}_h^* \right), \quad (3.24)$$

womit die gewünschten Trajektorien der Horizontaldynamik nicht stabilisiert werden. Für Konsistenz zur Entkopplung und Folgeregelung muss dann auch die Matrix d_h in Gleichung (3.19) zur 3×3 -Nullmatrix gewählt werden. Die Stabilisierungsaufgabe läge dann beim Fahrer, was in ähnlicher Weise bei konventionellen Fahrzeugen der Fall ist. Um die Folgeregelung aus (3.18) in die Trajektorienplanung zu integrieren und den Fahrer von der Stabilisierung der Horizontaldynamiktrajektorien zu entlasten kann u_h^* auch zu

$$u_h^* = B_h^{-1} \left(-\hat{f}_h(y_h^*, \dot{y}_h^*) + \dot{y}_h^* + d_h(y_h^* - y_h) \right) \quad (3.25)$$

gewählt werden. Die Wahl von u_h^* hat, wie im Folgenden noch gezeigt wird, große Auswirkungen auf die Regelungsstruktur und darauf, welche Informationen für die Rückführung benötigt werden. Die gewünschte Maximalkraft $F_{\max i}^*$ wird als Funktion der gewünschten Radlasten F_{Rzi}^* berechnet, welche sich aus (2.8b) als Funktion von y_v^* , \dot{y}_v^* und u_{va}^* sowie ρ_v^* ergeben. u_{va}^* resultiert aus (3.17) und (3.18) zu

$$u_{va}^* = -g_{vh} \circ \Psi_x^{-1} u_h^* + (L_{f_v} L_{B_v} h_v \circ \Psi_x^{-1})^{-1} \left[-L_{f_v}^2 h_v \circ \Psi_x^{-1} + \dots + \ddot{y}_v^* + d_v^1(\dot{y}_v^* - \dot{y}_v) + d_v^0(y_v^* - y_v) \right], \quad (3.26)$$

wobei die mit Ψ_x^{-1} verketteten Lie-Ableitungen und Funktionen jeweils durch die Wunschtrajektorien y_v^* , y_h^* und \dot{y}_v^* parametrisiert werden. $L_{f_v} L_{B_v} h_v \circ \Psi_x^{-1}$ ist ein konstanter Term, abhängig von Fahrzeugmasse und Trägheitsmomenten, da B_v ebenfalls konstant ist. Durch Einsetzen von (3.23), (3.25), (3.26) und $v_R^* = P_h^T y_h^*$ in (3.22) ergeben sich für die Wunschdrehzahlen und Wunschlenkwinkel Funktionen

$$\begin{aligned} \omega_i^* &= q_{\omega_i}(\dot{y}_h^*, \ddot{y}_v^*, \rho^*, y_h, y_v, \dot{y}_v), \\ \delta_i^* &= q_{\delta_i}(\dot{y}_h^*, \ddot{y}_v^*, \rho^*, y_h, y_v, \dot{y}_v), \end{aligned} \quad (3.27)$$

abhängig von den Wunsch- und Ist-Trajektorien. Für die Folgeregelung bzw. die Berechnung der Drehmomente am Rad sind noch die erste zeitliche Ableitung der Wunschdrehzahl und die zweite zeitliche Ableitung der Wunschlenkwinkel aus (3.27) notwendig. Für die Berechnung der ersten zeitlichen Ableitung der Sollströme ist zusätzlich die zweite zeitliche Ableitung der Drehzahl und die dritte Ableitung der Lenkwinkel erforderlich. Die Berechnung sei beispielhaft an der zeitlichen Ableitung der Wunschdrehzahl gezeigt. Zeitliche Differentiation von (3.22) ergibt eine Funktion

$$\dot{\omega}_i^* = q_{\omega_i}^1(s_{x_i}^*, s_{y_i}^*, \dot{s}_{x_i}^*, \dot{s}_{y_i}^*, y_h^*, \dot{y}_h^*)$$

mit zusätzlichen Abhängigkeiten von den ersten Ableitungen der Wunschtrajektorien der Horizontaldynamik \dot{y}_h^* und von den zeitlichen Ableitungen der Schlupfwerte, welche sich

durch Differentiation der Ausdrücke (3.23) allgemein zu

$$\begin{aligned}\dot{s}_{xi}^* &= q_{s_{xi}}^1 \left(F_{Rxi}^*, F_{Ryi}^*, F_{maxi}^*, \dot{F}_{Rxi}^*, \dot{F}_{Ryi}^*, \dot{F}_{maxi}^* \right) \\ \dot{s}_{yi}^* &= q_{s_{yi}}^1 \left(F_{Rxi}^*, F_{Ryi}^*, F_{maxi}^*, \dot{F}_{Rxi}^*, \dot{F}_{Ryi}^*, \dot{F}_{maxi}^* \right)\end{aligned}$$

ergeben und die Ableitungen der Horizontal- und Vertikalkräfte enthalten. Die zeitliche Ableitung der gewünschten horizontalen Radkräfte lautet

$$\dot{F}_R^* = P_h^+ \dot{u}_h^* + P_h^\perp \dot{\rho}_h^*,$$

mit

$$\dot{u}_h^* = B_h^{-1} \left(-\frac{d\hat{f}_h^*}{dt} + \ddot{y}_h^* - (d_h)^2 (y_h^* - y_h) \right)$$

und $\frac{d\hat{f}_h^*}{dt} = \frac{d\hat{f}_h(y_h^*, \dot{y}_v^*)}{dt}$.

\dot{F}_{maxi}^* ergibt sich durch Differentiation von (2.15) und (2.8b), wozu noch

$$\begin{aligned}\dot{u}_{va}^* &= -\frac{dg_{vh} \circ \Psi_x^{-1}}{dt} u_h^* - g_{vh} \circ \Psi_x^{-1} \dot{u}_h^* + (L_{f_v} L_{B_v} h_v \circ \Psi_x^{-1})^{-1} \left[-\frac{dL_{f_v}^2 h_v \circ \Psi_x^{-1}}{dt} + \dots \right. \\ &\quad \left. + y_v^{(3)*} + \left(d_v^0 - (d_v^1)^2 \right) (\dot{y}_v^* - \dot{y}_v) - d_v^1 d_v^0 (y_v^* - y_v) \right]\end{aligned}$$

benötigt wird. Die Berechnungen der weiteren Ableitungen erfolgen nach dem gleichen Schema und liefern als Ergebnis Funktionen für $\ddot{\omega}_i^*$, $\ddot{\delta}_i^*$ und $\delta_i^{(3)*}$. Einige konkrete Funktionen und Herleitungen der weiteren benötigten Ableitungen sind in Anhang C.2 aufgeführt.

Abschließend müssen noch die Wunschtrajektorien für den Strom aus den Zwangsbedingungen errechnet werden. Zur besseren Übersicht werden die Indizes der Ströme zur Herleitung weggelassen, da die Berechnung für alle Ströme analog erfolgt. Wie bereits erwähnt, enthält die Inversion der aus den Drehmomentengleichungen resultierenden Zwangsbedingungen einen weiteren Freiheitsgrad, welcher in klassischen Anwendungen so gewählt wird, dass der gewünschte felderzeugende Strom I_d^* zu null wird. In diesem Fall ergeben sich die Wunschtrajektorien

$$I_d^*(t) = 0, \quad \dot{I}_d^*(t) = 0.$$

Der Grund für diese Wahl ist der daraus resultierende sehr einfache lineare Zusammenhang zwischen I_q^* und dem gewünschten Drehmoment. Es existieren aber auch andere Möglichkeiten, diesen Freiheitsgrad zu wählen. Die Minimierung des Energieverbrauchs über diesen Freiheitsgrad ist eine sinnvolle Möglichkeit. Im genutzten Modell sind die elektrischen Maschinen Direktantriebe, sodass die Drehzahl relativ gering ist und Eisenverluste dominieren. Eine Minimierung dieser Eisenverluste kann über die Minimierung des Stroms zur Erzeugung des gewünschten Drehmoments geschehen. Dieses Verfahren nennt sich „maximum torque per ampere“ (MTPA) und ist aus der Literatur bekannt [86, 84, 121]. Dabei wird das

Maximum des Drehmoments (2.10) bezüglich der beiden Ströme I_d^* und I_q^* berechnet. Dazu wird mit Hilfe der negativen Drehmomentengleichung und der zusätzlichen Nebenbedingung $I_s^* = \sqrt{(I_d^*)^2 + (I_q^*)^2}$ eines konstanten Statorstrombetrags das Gütefunktional

$$J = -\frac{3}{2}Z_p (\Psi_{PM}I_q^* + (L_d - L_q)I_q^*I_d^*) + \lambda \left((I_s^*)^2 - (I_d^*)^2 - (I_q^*)^2 \right)$$

aufgestellt. Durch Ableiten des Gütefunktionals nach den Strömen und dem Lagrange-Multiplikator λ und Nullsetzen der Ableitungen nach den Strömen, lässt sich der Lagrange-Multiplikator eliminieren und eine quadratische Lösung für I_d^* berechnen. Die Lösung der Optimierung für den Antriebsfall ($I_q^* > 0$) und $L_q > L_d$ ergibt beispielsweise

$$I_d^* = -\frac{\Psi_{PM}}{2(L_d - L_q)} - \sqrt{\left(\frac{\Psi_{PM}}{2(L_d - L_q)} \right)^2 + (I_q^*)^2}, \quad (3.28)$$

womit I_d^* in Abhängigkeit von I_q^* gewählt werden muss, um die Verluste zu minimieren. Zur Berechnung der Wunschtrajektorien für den Strom I_q^* wird (3.28) in die Gleichungen (2.10) für das Drehmoment eingesetzt. Durch Umsortieren wird daraus ein Polynom vierter Ordnung

$$(I_q^*)^4 + \frac{2M_R^* \Psi_{PM}}{3Z_p (L_d - L_q)^2} I_q^* - \left(\frac{2M_R^*}{3Z_p (L_d - L_q)} \right)^2 = 0$$

in I_q^* mit dem Drehmoment M_R^* als Parameter. Die Lösungen von Polynomen vierter Ordnung sind noch analytisch zu finden. Dazu sind in [16] Methoden angegeben. Zudem bieten sich verschiedene Computer-Algebra-Programme für symbolische Lösungen an. Zum Finden der korrekten Lösung werden komplexe Lösungen ausgeschlossen und die Bedingungen $I_q^* > 0$ und $I_d^* < 0$ geprüft, sodass mit realistischen Parametern und Annahmen für den zulässigen Drehmomentbereich ($-900\text{Nm} \leq M_R \leq 900\text{Nm}$) nur eine Lösung verbleibt. Diese Untersuchungen können für alle Betriebsmodi, wie Rückwärtsfahrt und generatorisches Bremsen gemacht werden, sodass für jeden Fall eine Parametrierung

$$I_q^* = \tilde{q}_{I_q}(M_R^*), \quad (3.29)$$

$$\dot{I}_q^* = \tilde{q}_{\dot{I}_q}^*(M_R^*, \dot{M}_R^*), \quad (3.30)$$

$$I_d^* = \tilde{q}_{I_d}(M_R^*), \quad (3.31)$$

$$\dot{I}_d^* = \tilde{q}_{\dot{I}_d}^1(M_R^*, \dot{M}_R^*) \quad (3.32)$$

vorhanden ist. M_R^* errechnet sich in der Trajektoriengenerierung, beispielhaft für den Antrieb des linken Vorderrads, mit Hilfe von (3.20) zu

$$M_{Ry1}^* = J_{Ryi} \left(- \left[k_{R1}^{+31*} \quad k_{R1}^{+32*} \quad k_{R1}^{+33*} \right] u_h^* - \dots \right. \\ \left. - \left[k_{R1}^{\perp 31*} \quad k_{R1}^{\perp 32*} \quad k_{R1}^{\perp 33*} \quad k_{R1}^{\perp 34*} \quad k_{R1}^{\perp 35*} \right] \rho_h^* + \dot{\omega}_1^* + d_{\omega_1} (\omega_1^* - \omega_1) \right) \quad (3.33)$$

und die erste zeitliche Ableitung lautet

$$\begin{aligned} \dot{M}_{Ry1}^* = J_{Ry1} \left(- [k_{R1}^{+31*} \quad k_{R1}^{+32*} \quad k_{R1}^{+33*}] \dot{u}_h^* - [k_{R1}^{+31*} \quad k_{R1}^{+32*} \quad k_{R1}^{+33*}] u_h^* - \dots \right. \\ \left. - [k_{R1}^{\perp 31*} \quad k_{R1}^{\perp 32*} \quad k_{R1}^{\perp 33*} \quad k_{R1}^{\perp 34*} \quad k_{R1}^{\perp 35*}] \dot{\rho}_h^* - \dots \right. \\ \left. - [k_{R1}^{\perp 31*} \quad k_{R1}^{\perp 32*} \quad k_{R1}^{\perp 33*} \quad k_{R1}^{\perp 34*} \quad k_{R1}^{\perp 35*}] \rho_h^* + \ddot{\omega}_1^* - (d_{\omega_1})^2 (\omega_1^* - \omega_1) \right) \end{aligned} \quad (3.34)$$

mit

$$\begin{aligned} \dot{k}_{R1}^{+3j*} &= -\frac{r_{\text{dyn}1}}{J_{Ry1}} \left(-p_{h1j}^+ \sin(\delta_1^*) + p_{h2j}^+ \cos(\delta_1^*) \right) \dot{\delta}_1^*, \quad j = 1, 2, 3, \\ \dot{k}_{R1}^{\perp 3m*} &= -\frac{r_{\text{dyn}1}}{J_{Ry1}} \left(-p_{h1m}^\perp \sin(\delta_1^*) + p_{h2m}^\perp \cos(\delta_1^*) \right) \dot{\delta}_1^*, \quad m = 1, \dots, 5. \end{aligned}$$

Damit ergeben sich abschließend durch Einsetzen der Wunschtrajektorien ω_i^* , $\dot{\omega}_i^*$, $\ddot{\omega}_i^*$, δ_i^* , $\dot{\delta}_i^*$, $\ddot{\delta}_i^*$ und $\delta_i^{(3)*}$ die Ergebnisse

$$\begin{aligned} I_{qyi}^* &= q_{qyi} \left(\bar{y}_h^{(2)*}, \bar{y}_v^{(3)*}, \dot{\rho}^*, y_h, y_v, \dot{y}_v, \omega_i \right) \\ \dot{I}_{qyi}^* &= q_{qyi}^1 \left(\bar{y}_h^{(3)*}, \bar{y}_v^{(4)*}, \ddot{\rho}^*, y_h, y_v, \dot{y}_v, \omega_i \right) \\ I_{dyi}^* &= q_{dyi} \left(\bar{y}_h^{(2)*}, \bar{y}_v^{(3)*}, \dot{\rho}^*, y_h, y_v, \dot{y}_v, \omega_i \right) \\ \dot{I}_{dyi}^* &= q_{dyi}^1 \left(\bar{y}_h^{(3)*}, \bar{y}_v^{(4)*}, \ddot{\rho}^*, y_h, y_v, \dot{y}_v, \omega_i \right) \end{aligned} \quad (3.35)$$

und

$$\begin{aligned} I_{qzi}^* &= q_{qzi} \left(\bar{y}_h^{(3)*}, \bar{y}_v^{(4)*}, \ddot{\rho}^*, y_h, y_v, \dot{y}_v, \delta_i, \dot{\delta}_i \right) \\ \dot{I}_{qzi}^* &= q_{qzi}^1 \left(\bar{y}_h^{(4)*}, \bar{y}_v^{(5)*}, \bar{\rho}^{(3)*}, y_h, y_v, \dot{y}_v, \delta_i, \dot{\delta}_i \right) \\ I_{dzi}^* &= q_{dzi} \left(\bar{y}_h^{(3)*}, \bar{y}_v^{(4)*}, \ddot{\rho}^*, y_h, y_v, \dot{y}_v, \delta_i, \dot{\delta}_i \right) \\ \dot{I}_{dzi}^* &= q_{dzi}^1 \left(\bar{y}_h^{(4)*}, \bar{y}_v^{(5)*}, \bar{\rho}^{(3)*}, y_h, y_v, \dot{y}_v, \delta_i, \dot{\delta}_i \right) \end{aligned} \quad (3.36)$$

für alle Ströme. Damit ist die Trajektorienplanung für die nicht frei wählbaren Koordinaten abgeschlossen. Für die Vorgabe des Wunschverhaltens der Horizontal- und Vertikaldynamik sind die Differenzierbarkeitsanforderungen zu beachten, die sich durch (3.36) ergeben. Eine Übersicht der gesamten Planung ist in Bild (3.1) zu sehen. Beispielhaft wird darin die Generierung der Ströme für den Antrieb des linken Vorderrads gezeigt. Dabei werden die Ströme mit den hergeleiteten Gleichungen aus dem gewünschten Drehmoment und dessen erster zeitlicher Ableitung berechnet. Schon in diesem Bild wird die zweifache Kaskade deutlich, die durch die Integration der Regelgesetze zur Folgeregelung in die Trajektorienplanung entsteht. Der innerste Regelkreis besteht aus der Stromregelung der elektrischen Maschinen.

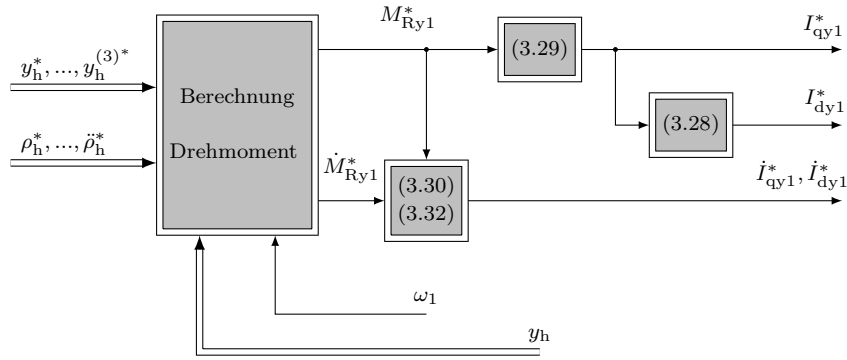


Bild 3.1: Gesamtplanung bis zu den Motorströmen für Rad 1

Die Berechnung des gewünschten Drehmoments ist in Bild 3.2 zu sehen. Die Bestimmung der ersten zeitlichen Ableitungen ist aus Übersichtsgründen nicht gezeichnet. Im Bild zur Berechnung des Drehmoments wird die innere Kaskade sichtbar, in der die Drehzahl des Rads geregelt wird. Dieser Zusammenhang macht deutlich, dass die Stromregelung der Motoren schneller sein muss als die Regelung der Drehzahl, damit die Dynamik des gewünschten Moments ohne große Abweichungen eingestellt werden kann. Im Falle der Drehzahlregelung muss dementsprechend $d_{\omega_i} < d_{qyi}$ und $d_{\omega_i} < d_{dyi}$ gelten. Für die Regelung der Lenkung müssen die Pole, die durch d_{qzi} und d_{dzi} festgelegt werden vom Betrag größer sein als die Pole, die durch die Parameter $d_{\delta_i}^0$ und $d_{\delta_i}^1$ festgelegt werden. Darüber hinaus lässt sich mit den Methoden aus [65] Stabilität für nichtlineare Kaskaden nachweisen.

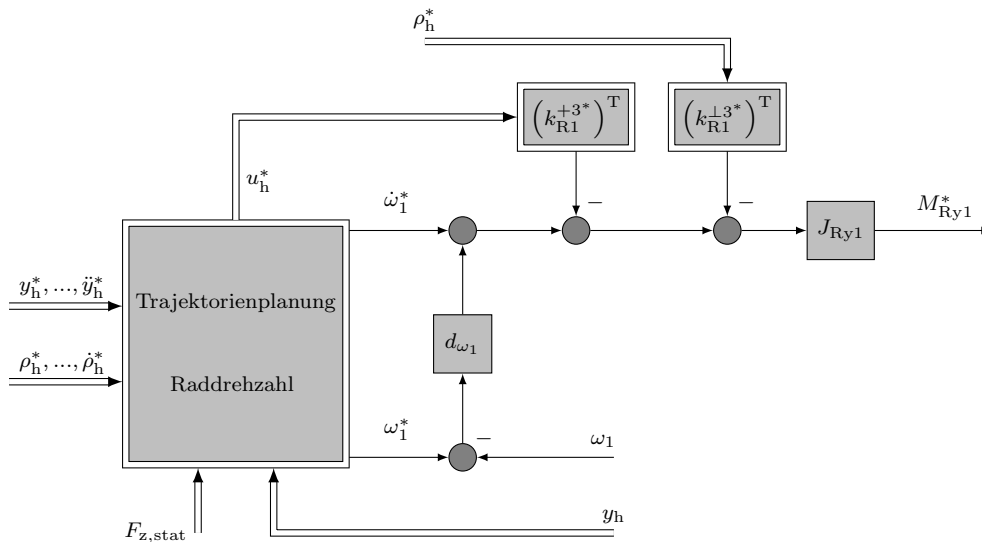


Bild 3.2: Berechnung des Drehmoments für die Trajektorienplanung

In Abbildung 3.3 ist detailliert im Blockschaltbild zu sehen wie die Solltrajektorien für die Drehzahlen ω_i und Lenkwinkel δ_i bei passivem Fahrwerk berechnet werden. Zur besseren Übersicht ist auch hier die Generierung der Ableitungen nicht eingezeichnet. Im passiven Fall befindet sich die Vertikaldynamik als interne Dynamik in der Trajektorienplanung, welche dadurch nicht mehr rein algebraisch ist, denn es muss integriert werden. Die Berechnung

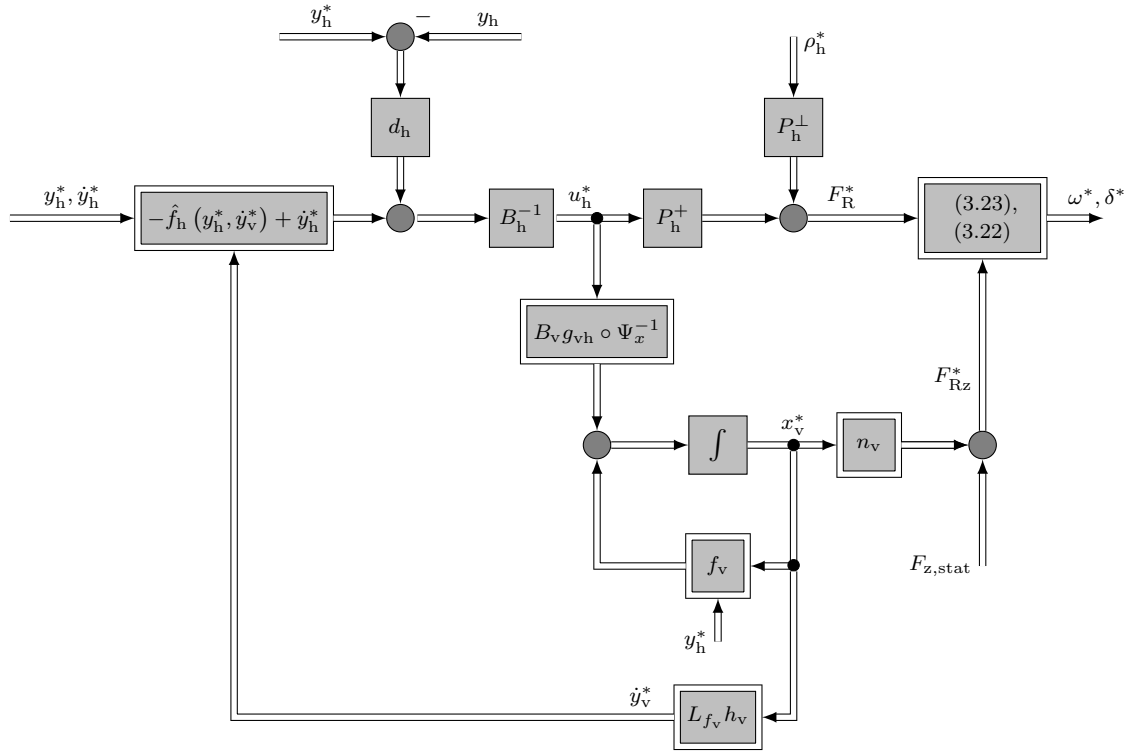


Bild 3.3: Trajektorienplanung für die Raddynamik bei passivem Fahrwerk

wird in Kapitel 4.2.1 ausführlich gezeigt. In der Darstellung zur Generierung der Wunschtrajektorien für Drehzahl und Lenkwinkel wird die äußere Kaskade sichtbar, in der y_h geregelt wird. Analog zu inneren Kaskade muss die Regelung der Raddrehzahlen und Lenkwinkel wiederum schneller sein als die Regelung der Horizontaldynamik, damit sich das gewünschte Verhalten einstellt. Von Bedeutung ist ebenfalls die Dynamik des Vertikalverhaltens, da sie sich auf die gewünschten Radkräfte und damit auf die Wunschtrajektorien der Drehzahlen und Lenkwinkel auswirkt. Diese Dynamik ist durch die Feder-Dämpferkonfiguration vorgegeben und die Regelung der Drehzahlen und Lenkwinkel muss entsprechend schneller sein.

Die Planung mit aktiver Vertikaldynamik ist in Bild (3.4) zu sehen. Zur äußeren Kaskade kommt im aktiven Fall noch die Regelung der Vertikaldynamik hinzu. Obwohl zur Regelung der Vertikaldynamik unabhängige und reale Stellgrößen zur Verfügung stehen, können die Matrizen d_v^0 und d_v^1 nicht beliebig gewählt werden, denn die Dynamik der Vertikalregelung wirkt sich auf die Radkräfte und damit auf die Dynamik der gewünschten Drehzahlen und Lenkwinkel aus.

Durch die Nutzung des Deskriptorsystems für den Reglerentwurf entsteht hier eine Kombination von klassischer exakter Rückführlinearisierung [91] und der exakten Vorsteuerlinearisierung auf Basis differentieller Flachheit [43]. Wie bereits angedeutet, ist die beschriebene kaskadierte Struktur bis hin zur Stromregelung nicht die einzige Möglichkeit, die der Entwurf

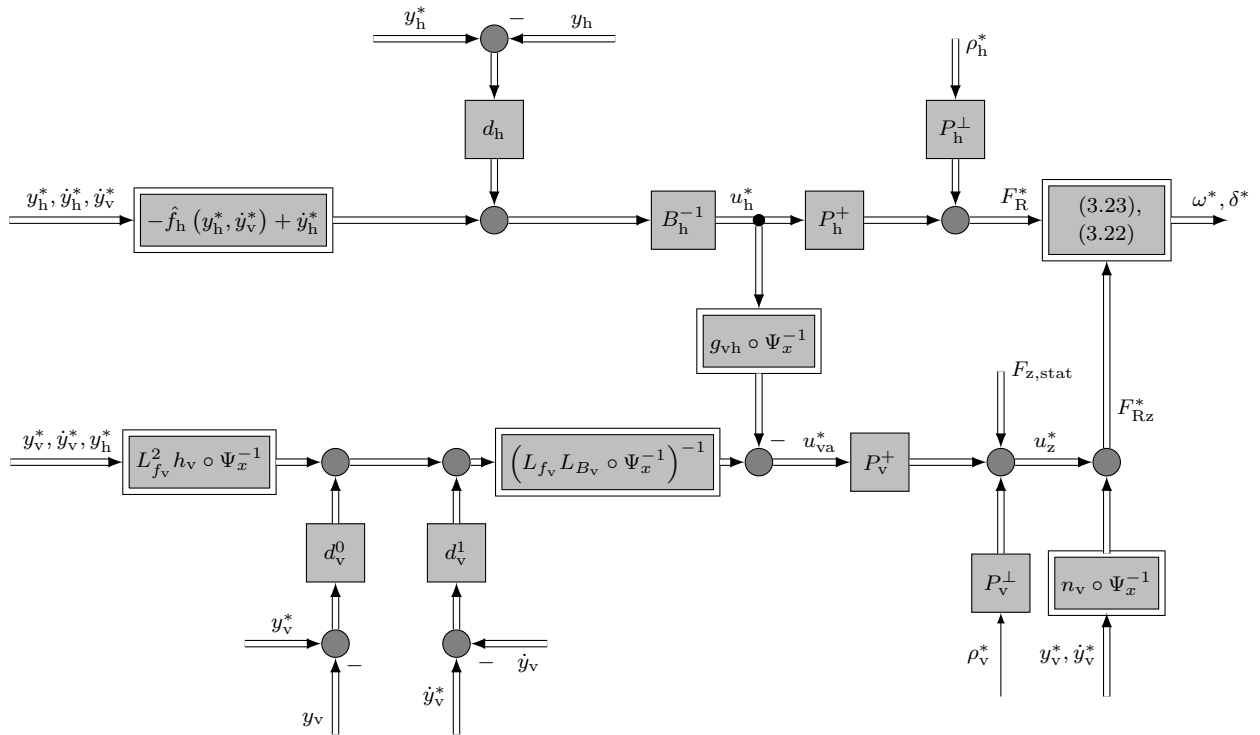


Bild 3.4: Trajektorienplanung für die Raddynamik bei aktivem Fahrwerk

eröffnet. Das Trennen der äußersten Kaskade hat zur Folge, dass die Trajektorien der Horizontaldynamik nicht mehr stabilisiert werden, womit diese Aufgabe voll dem Fahrer zufällt. Dies hat jedoch auch zur Folge, dass die momentanen Werte für y_h nicht mehr in die Folgeregelung benötigt werden. Diese Tatsache hat den Vorteil, dass die Folgeregelung insbesondere die Quergeschwindigkeit nicht benötigt, deren Messung mit heutiger Serienausstattung von Fahrzeugen problematisch ist. Um vollständig unabhängig von den Geschwindigkeitswerten der Horizontaldynamik zu sein, müsste die Entkopplung ebenfalls modifiziert und die Radkräfte geschätzt werden. Darauf wird im Ausblick kurz eingegangen. Außerdem beschäftigt sich Kapitel (5.1) mit der Radkraftschätzung bei nicht exakt bekannten Fahrzeugparametern. Die größte Unsicherheit des gesamten Systems, nämlich das Reifenmodell, ist durch Nutzung als Zwangsbedingung beim Auftrennen der äußeren Kaskade nur in der Vorsteuerung zu finden. Außerdem ist es möglich, die Regelung der elektrischen Maschinen ähnlich einer unterlagerten Regelung zu strukturieren und nur noch das gewünschte Drehmoment an die Regelung der elektrischen Maschine zu übergeben. Dies hat den Vorteil, dass die Differenzierbarkeitsanforderungen um eine Ableitung und damit der Rechenaufwand sinkt. Existiert keine Möglichkeit, die Regelung der elektrischen Maschine im Systemverbund zu entwerfen, da beispielsweise nur eine Momentenschnittstelle zur Verfügung steht, kann das mechanische Drehmoment als direkter Eingang angesehen werden. Bei beiden Varianten ist jedoch mit einer Minderung der Regelgüte zu rechnen. Da die elektrischen Zeitkonstanten der elektrischen Maschinen im Allgemeinen weitaus kleiner sind als die mechanischen Zeitkonstanten der Raddynamik, sollte eine Annahme der Drehmomente als reale Eingänge

keine großen Qualitätsverluste nach sich ziehen. Die Berechnung des Drehmoments geschieht dann ähnlich Bild (3.2), nur dass anstatt Gleichung (3.25) für u_h^* auch Gleichung (3.19) für u_h genutzt werden kann.

Für den Fall der Nutzung der mechanischen Drehmomente am Rad als reale Eingänge und des Öffnens der äußeren Kaskade zur Horizontaldynamikregelung ist die Gesamtstruktur des geschlossenen Regelkreises mit aktiver Vertikaldynamik in Bild 3.5 zu sehen. Die Funktionen $\tilde{\alpha}$ und $\tilde{\beta}$ ergeben sich aus den Regelgesetzen

$$\tilde{u} = \begin{bmatrix} M_{Ry1} \\ M_{Rz1} \\ \vdots \\ M_{Ry4} \\ M_{Rz4} \\ u_z \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} J_{Ry1} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{Rz1} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ & & \ddots & & & \\ 0 & 0 & \dots & J_{Ry4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & J_{Rz4} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & P_v^+ (L_{f_v} L_{B_v} h_v \circ \Psi_x^{-1})^{-1} \end{bmatrix}}_{\tilde{\beta}^{-1}} \cdot$$

$$\cdot \left(\begin{bmatrix} \dot{\omega}_1^* \\ \dot{\delta}_1^* \\ \vdots \\ \dot{\omega}_4^* \\ \dot{\delta}_4^* \\ \dot{y}_v \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} d_{\omega_1} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_{\delta_1}^0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ & & \ddots & & & \\ 0 & 0 & \dots & d_{\omega_4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & d_{\delta_4}^0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & d_v^0 \end{bmatrix}}_{\tilde{D}_0} \begin{bmatrix} \omega_1^* - \omega_1 \\ \delta_1^* - \delta_1 \\ \vdots \\ \omega_4^* - \omega_4 \\ \delta_4^* - \delta_4 \\ y_v^* - y_v \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 \\ d_{\delta_1}^1 & 0 & \dots & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & d_{\delta_4}^1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & d_v^1 \end{bmatrix}}_{\tilde{D}_1} \begin{bmatrix} \dot{\delta}_1^* - \dot{\delta}_1 \\ \vdots \\ \dot{\delta}_4^* - \dot{\delta}_4 \\ \dot{y}_v^* - \dot{y}_v \end{bmatrix} +$$

$$+ \underbrace{\begin{bmatrix} - [k_{R1}^{+31} & k_{R1}^{+32} & k_{R1}^{+33}] u_h - [k_{R1}^{\perp 31} & k_{R1}^{\perp 32} & k_{R1}^{\perp 33} & k_{R1}^{\perp 34} & k_{R1}^{\perp 35}] \rho_h^* \\ - [k_{R1}^{+71} & k_{R1}^{+72} & k_{R1}^{+73}] u_h - [k_{R1}^{\perp 71} & k_{R1}^{\perp 72} & k_{R1}^{\perp 73} & k_{R1}^{\perp 74} & k_{R1}^{\perp 75}] \rho_h^* \\ \vdots \\ - [k_{R4}^{+31} & k_{R4}^{+32} & k_{R4}^{+33}] u_h - [k_{R4}^{\perp 31} & k_{R4}^{\perp 32} & k_{R4}^{\perp 33} & k_{R4}^{\perp 34} & k_{R4}^{\perp 35}] \rho_h^* \\ - [k_{R4}^{+71} & k_{R4}^{+72} & k_{R4}^{+73}] u_h - [k_{R4}^{\perp 71} & k_{R4}^{\perp 72} & k_{R4}^{\perp 73} & k_{R4}^{\perp 74} & k_{R4}^{\perp 75}] \rho_h^* \\ - (L_{f_v} L_{B_v} h_v \circ \Psi_x^{-1}) g_{vh} \circ \Psi_x^{-1} u_h - L_{f_v}^2 h_v \circ \Psi_x^{-1} \end{bmatrix}}_{\tilde{\alpha}} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ P_v^\perp \end{bmatrix} \rho_v^*$$

für die mechanischen Freiheitsgrade der Raddynamik und für die Vertikaldynamik mit

$$u_h = B_h^{-1} \left(-\hat{f}_h(y_h, \dot{y}_v) + \dot{y}_h^* \right).$$

D_0 und D_1 enthalten die entsprechenden Parameter für die Folgeregelung. In der Trajektorienplanung werden die gewünschten Drehzahlen und die erste zeitliche Ableitung sowie die gewünschten Radlenkwinkel und die ersten beiden zeitlichen Ableitungen für die Folgeregelung berechnet. Die Regelung besitzt demnach eine klassische Zwei-Freiheitsgrade-Struktur. Für die nachgeführte Regelung der Horizontaldynamik kann die angestrebte Zwei-Freiheitsgrade-Struktur jedoch nicht beibehalten werden. Durch die Abhängigkeit der Trajektoriengenerierung von den Ist-Werten der Horizontaldynamik entsteht die erwähnte Kaskadenstruktur, was auch für die ganzheitliche Regelung des Systems inklusive elektrischer

Maschinen gilt. Durch die Vorsteuerung der höheren Wunschableitungen in der Folgeregelung, wird der wesentliche Nachteil der Kaskadenregelung, nämlich die geringere Dynamik, umgangen. Die Kaskadierung entsteht dabei durch die Modellierung des Fahrzeugs als Deskriptorsystem und die Nutzung virtueller Stellgrößen. Eine Möglichkeit, die Zwei-Freiheitsgrade-Struktur beizubehalten ist, das System anhand einer Darstellung in Minimalkoordinaten zu entkoppeln. Für diesen Fall kann jedoch gezeigt werden, dass die Systemdynamik nicht statisch entkoppelbar ist und ein dynamischer Regler notwendig ist, was ebenfalls nachteilig für die Dynamik der Regelung ist. In den folgenden Kapiteln wird außerdem gezeigt, dass das Wunschverhalten und das Störverhalten sowie die Robustheitseigenschaften der Regelung auch in Kaskadenstruktur nahezu unabhängig voneinander ausgelegt werden können. Durch die Folgeregelung wird das grundlegende Störverhalten festgelegt, das in Kapitel 5 eingehend untersucht und modifiziert wird. Das Wunschverhalten der Horizontal- und Vertikaldynamik kann unabhängig davon entworfen werden. Dabei müssen die Eingaben des Fahrers über das Fahrpedal h_{Fahr} , das Bremspedal h_{Brems} und das Lenkrad δ_{F} in entsprechend oft differenzierbare Trajektorien für die Horizontal- und Vertikaldynamik uminterpretiert werden, was im folgenden Kapitel 4 geschieht.

Die verschiedenen Möglichkeiten zur Strukturierung der Regelung verdeutlichen die Flexibilität des Entwurfs. In [55] wurde zusätzlich eine Struktur mit einer P -Regelung für die Drehzahl und einer kaskadierten Regelung für die Radlenkwinkel gezeigt, um die Berechnung der höheren Ableitungen der Wunschgrößen zu vermeiden. Die folgenden Kapitel bauen hauptsächlich auf die Struktur mit kaskadierter Regelung der Horizontaldynamik und den mechanischen Drehmomenten als Eingang auf.

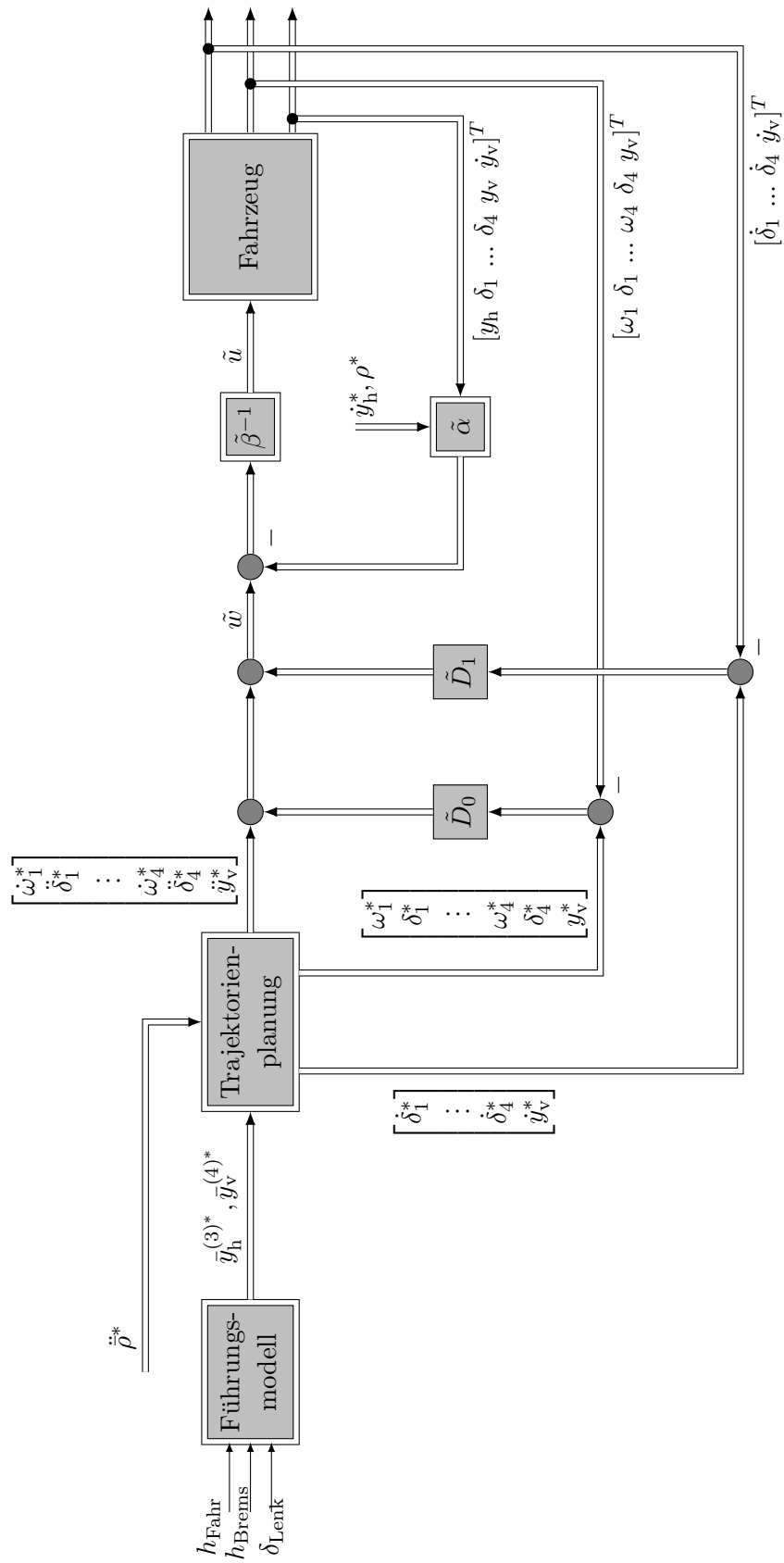


Bild 3.5: Struktur des geschlossenen Regelkreises

4 Entwurf des Wunschverhaltens

Im Kapitel 3 wurde für das betrachtete Fahrzeug mit Einzelradaktorik ein Folgeregler entworfen, mit dem die Dynamik des Fahrzeugaufbaus vollständig entkoppelt vorgegeben werden kann. Die einzige grundlegende Anforderung an die vorgegebene Dynamik ist durch die notwendige Differenzierbarkeit der Trajektorien gegeben. Die Trajektorien für die Horizontaldynamik müssen 4-fach und die der Vertikaldynamik 5-fach differenzierbar sein, wenn davon ausgegangen wird, dass die feldorientierten Motorspannungen die vorzugebenden Eingänge sind. Um die Differenzierbarkeitsanforderungen um eine Ordnung zu vermindern, kann die Regelung zwischen Mechanik und Elektromotor aufgetrennt werden. Die Parametrierungen der Drehmomente erfolgen dann durch die zweite zeitliche Ableitung der Radlenkwinkel, also bis zur dritten Ableitung der Horizontaldynamikkoordinaten und bis zur vierten Ableitung der Vertikaldynamikkoordinaten.

Durch die Möglichkeit der unabhängigen Vorgabe aller Horizontal- und Vertikaldynamik-Koordinaten existieren beim Entwurf des Wunschverhaltens alle Freiheiten. Es ist naheliegend, die Dynamik der vertikalen und horizontalen Bewegungen getrennt zu entwerfen, da sie durch die Regelung echt entkoppelt sind. Im Folgenden sollen beispielhaft mehrere Führungsmodelle für die Horizontal und Vertikaldynamik entworfen werden. Die Auslegung des Wunschverhaltens von Fahrzeugen ist ein weites und aktuelles Forschungsfeld mit vielen und teils widersprüchlichen Ergebnissen, sodass es nicht das *optimale Wunschverhalten* für Fahrzeuge gibt. Das Verhalten der Horizontaldynamik hat einen wesentlichen Anteil am Fahrgefühl und prägt zusammen mit der Vertikaldynamik den vom Fahrer empfundenen Komfort beim Fahren. Durch das vorgegebene Wunschverhalten, z.B. durch Vorgabe eines kleinen Schwimmwinkels, wird zudem auch die Fahrsicherheit beeinflusst. Durch eine gezielte Vorgabe des Wunschverhaltens können somit Fahrsicherheit und Komfort entscheidend geprägt werden. Die Entwurfsstrukturierung aus Kapitel 3 macht die Vorgabe und schnelle Änderung des Wunschverhaltens zudem auf einfache Weise möglich.

4.1 Trajektorien für die Horizontaldynamik

Die Bewegung des Fahrzeugs in der horizontalen Ebene gehört zu den wichtigsten Aspekten bei der Fahrdynamikregelung. Das Verhalten der Horizontaldynamik definiert einen Großteil des Fahrgefühls und prägt einen entscheidenden Teil des Fahrzeugcharakters.

Im Folgenden sollen exemplarisch drei verschiedene Führungsmodelle gezeigt werden, die das Verhalten der Horizontaldynamik auf unterschiedliche Weise beschreiben. Für die Beispielmmodelle wird von einem konventionellen HMI (Human Machine Interface) ausgegangen. Das bedeutet, dem Fahrer stehen Lenkrad, Fahrpedal und Bremspedal zur Verfügung. Bei der zusätzlichen Gestaltung eines neuartigen HMI existieren viele weitere Freiheitsgrade

und Potentiale, was erst durch die X-By-Wire Technologie umfassend und auf einfache Weise möglich wird. Beispiele finden sich in [140, 19]. Die Auslegung der Rückwirkung des Fahrzeugs auf das Lenkrad ist unabhängig von der Regelung sowie dem Wunschverhalten der Aufbaudynamik und soll in dieser Arbeit nicht behandelt werden. Es wird davon ausgegangen, dass der Fahrer am Lenkrad gegen ein fahrzustandsabhängiges Moment arbeiten muss, um einen Lenkwinkel δ_{Lenk} einstellen zu können.

4.1.1 Stückweise lineares Modell

Das folgende abstrakte Führungsmodell ist bewusst extrem einfach gehalten, um ein möglichst einfaches, abschnittsweise linearisiertes Verhalten zu erzeugen. Zuerst soll die Längsdynamik betrachtet werden. Im konventionellen Fahrzeug erzeugt ein Betätigen des Fahrpedals ein Moment am Rad und dadurch eine Kraft auf den Fahrzeugaufbau, die das Fahrzeug beschleunigt. Aufgrund des geschwindigkeitsabhängigen Luftwiderstands und der Rollreibung stellt sich nach einiger Zeit ein Kräftegleichgewicht und somit eine konstante Geschwindigkeit ein. Dieser nichtlineare, stabilisierende Effekt wird im folgenden Modell linearisiert. Durch einen sich einstellenden konstanten Endwert kann eine Änderung der Fahrpedalstellung h_{Fahr} auch direkt als eine Änderung der gewünschten Geschwindigkeit v_x^* in Längsrichtung interpretiert werden. Ein Tritt auf das Bremspedal mit der Auslenkung h_{Brems} wird als gewünschte negative Beschleunigung, also als gewünschte Verzögerung a_{x-}^* interpretiert. Für die Längsdynamik ergibt sich mit diesen Überlegungen das Modell

$$v_x^{(4)*} = -d_{xl}^3 v_x^{(3)*} - d_{xl}^2 \ddot{v}_x^* - d_{xl}^1 \dot{v}_x^* - d_{xl}^0 v_x^* + k_{xl} h_{\text{Fahr}} \quad \text{falls } h_{\text{brems}} = 0 \quad (4.1)$$

$$\dot{v}_x^* = \frac{1}{2} d_{al}^3 \tilde{h}_{\text{brems}} (\text{sign}(v_x^*) + 1) \quad \text{falls } h_{\text{brems}} \neq 0 \quad (4.2)$$

$$\tilde{h}_{\text{Brems}}^{(3)} = d_{al}^2 \ddot{\tilde{h}}_{\text{Brems}} + d_{al}^1 \dot{\tilde{h}}_{\text{Brems}} + d_{al}^0 \tilde{h}_{\text{Brems}} + k_{al} h_{\text{Brems}} \quad (4.3)$$

zur Generierung von v_x^* . Das Modell (4.1) entspricht einem linearen PT_4 -Glied [33] und erzeugt vierfach differenzierbare Trajektorien für die Sollgeschwindigkeit in x -Richtung des Fahrzeugs. Die Parameter von (4.1) sollten grundsätzlich so gewählt werden, dass die generierten Trajektorien, wie beschrieben, für einen beschränkten Eingang auf einen festen Endwert streben. Somit müssen alle Pole der Differentialgleichung in der linken Hälfte der komplexen Ebene liegen. Schwingende Verläufe würden ein unangenehmes Fahrgefühl erzeugen, so dass alle Pole negativ reell gewählt werden sollten. Je weiter die Pole nach links gelegt werden, desto schneller stellt sich die stationäre Endgeschwindigkeit ein und desto größer ist auch die angeforderte maximale Beschleunigung. Bei normalen, trockenen Straßenverhältnissen liegt die aus physikalischen Gründen maximal mögliche Beschleunigung mit einem Reibwert von $\mu = 1$ im Bereich der Erdbeschleunigung. Der langsamste Pol bestimmt dabei maßgeblich die Zeit bis zum Erreichen des stationären Endwerts und der schnellste Pol die maximal auftretende Beschleunigung. Dieses Verhalten impliziert, alle Pole dicht zusammen zu legen oder mehrfach zu wählen. Der Faktor k_{xl} skaliert die maximal mögliche

Fahrzeuggeschwindigkeit auf die maximale Fahrpedalauslenkung. Bild 4.1 verdeutlicht die Verhältnisse für die Wahl eines vierfachen Pols bei $-1, -2$ und -3 für einen Sprung von 0 auf $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Gleichung (4.2) für das Bremsverhalten ist angelehnt an die zeitoptimale Regelung [1] und lässt die Trajektorie von v_x^* zeitoptimal mit der negativen Beschleunigung $d_{\text{al}}^3 \tilde{h}_{\text{brems}}$ nach Null laufen, wobei k_{al} die maximal mögliche Verzögerung auf die maximale Auslenkung des Bremspedals skaliert. Um den Differenzierbarkeitsanforderungen gerecht zu werden und die benötigten Ableitungen berechnen zu können, kann die Signum-Funktion und die Fallunterscheidung durch den Tangens-Hyperbolicus oder Arkustangens approximiert werden und die Auslenkung des Bremspedals h_{brems} muss mit Hilfe des Filters (4.3) verarbeitet werden.

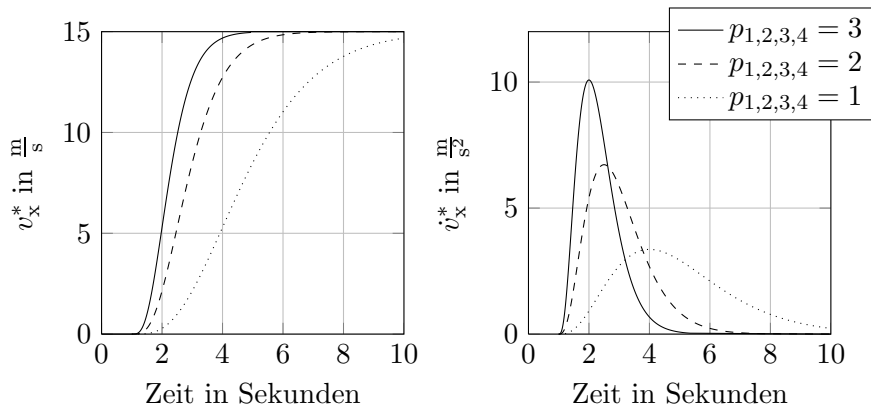


Bild 4.1: Trajektorienverlauf mit verschiedenen Polen

Für die Quergeschwindigkeit kann ein ähnliches Verhalten bezüglich des Lenkwinkels entworfen werden, es kann auch das noch einfachere Modell

$$v_y^{(4)*} = 0, \quad v_y^{(3)*} = 0, \quad \ddot{v}_y^* = 0, \quad \dot{v}_y^* = 0, \quad v_y^* = 0, \quad (4.4)$$

gewählt werden. Die Vorgabe eines solchen Führungsverhalten für die Quergeschwindigkeit entspricht einer dynamischen Ausregelung des Schwimmwinkels, der dadurch nach Abklingen des Folgefehlers immer null ist. Obwohl in der Literatur mit Bezug auf subjektive Bewertungen des Fahrverhaltens bei niedrigen Geschwindigkeiten darauf hingewiesen wird, dass eine vollständige Ausregelung des Schwimmwinkels nicht immer ideal erscheint, zeigt (4.4) jedoch die Möglichkeit, das Führungsverhalten beliebig vorzugeben. In der Literatur wird außerdem zumeist nur die stationäre Ausregelung des Schwimmwinkels behandelt [103, 126, 97], was einen Unterschied zu diesem Ansatz bedeutet.

Für die Gierrate kann analog vorgefahren werden. Ein Lenkwinkel kann als eine gewünschte Gierrate interpretiert werden, die durch

$$\psi^{(5)*} = -d_{\psi 1}^4 \psi^{(4)*} - d_{\psi 1}^3 \psi^{(3)*} - d_{\psi 1}^2 \ddot{\psi}^* - d_{\psi 1}^1 \dot{\psi}^* + k_{\psi 1} \delta_{\text{Lenk}} \quad (4.5)$$

eingestellt wird. Für die Wahl der Pole von (4.5) sind nähere Angaben in Kapitel 4.1.3 unter Berücksichtigung von Kriterien zum Fahrverhalten zu finden. Der Verstärkungsfaktor $k_{\psi 1}$ beeinflusst die „Agilität“ des Fahrzeugs, da hierdurch die stationäre Gierverstärkung

eingestellt wird [85]. Mit dem Modell (4.1) -(4.5) erhält das Fahrzeug ein linearisiertes und entkoppeltes Horizontalverhalten. Das bedeutet, die Querdynamik des Fahrzeugs ist vollständig unabhängig von der Längsdynamik, was nach [85] einem guten Fahrverhalten entspricht. In Bild 4.2 ist das Gesamtverhalten des Modells dargestellt. Das Fahrzeug wird dabei auf $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ beschleunigt, fährt ein doppeltes Kurvenmanöver und verzögert anschließend. Die Querbewegung resultiert aus dem Anteil $v_x^* \dot{\psi}^*$. Der Schwimmwinkel und die Quergeschwindigkeit sind dabei zu jedem Zeitpunkt null. Die Pole des Gierrmodells sind bei $p_{1,2,3,4} = -20$ platziert, sodass der Aufbau der Gierrate nach weniger als $0,6\text{s}$ weitgehend abgeschlossen ist. Dieser Wert liegt nach [85] in einem akzeptablen Bereich und ist, anders als beim natürlichen Fahrzeugverhalten, unabhängig von der Längsgeschwindigkeit. Die stationäre Gierverstärkung wurde in Bild 4.2 zu $\left(\frac{\psi}{\delta_{\text{Lenk}}}\right)_{\text{stat}} = 0.4 \frac{1}{\text{s}}$ gewählt, was einer relativ direkten Lenkcharakteristik entspricht. Um die Trajektorien mit den Eingangsgrößen vergleichen zu können, sind in den Verläufen die normierten Fahrereingaben

$$h_{\text{Fahr}}^n = \frac{k_{x1}}{d_{x1}^0} h_{\text{Fahr}}, \quad h_{\text{Brems}}^n = \frac{k_{al}}{d_{al}^0} h_{\text{Brems}}, \quad \delta_{\text{Lenk}}^n = (0, 4)^{-1} \frac{k_{\psi 1}}{d_{\psi 1}^1} \delta_{\text{Lenk}} \quad (4.6)$$

ingezeichnet.

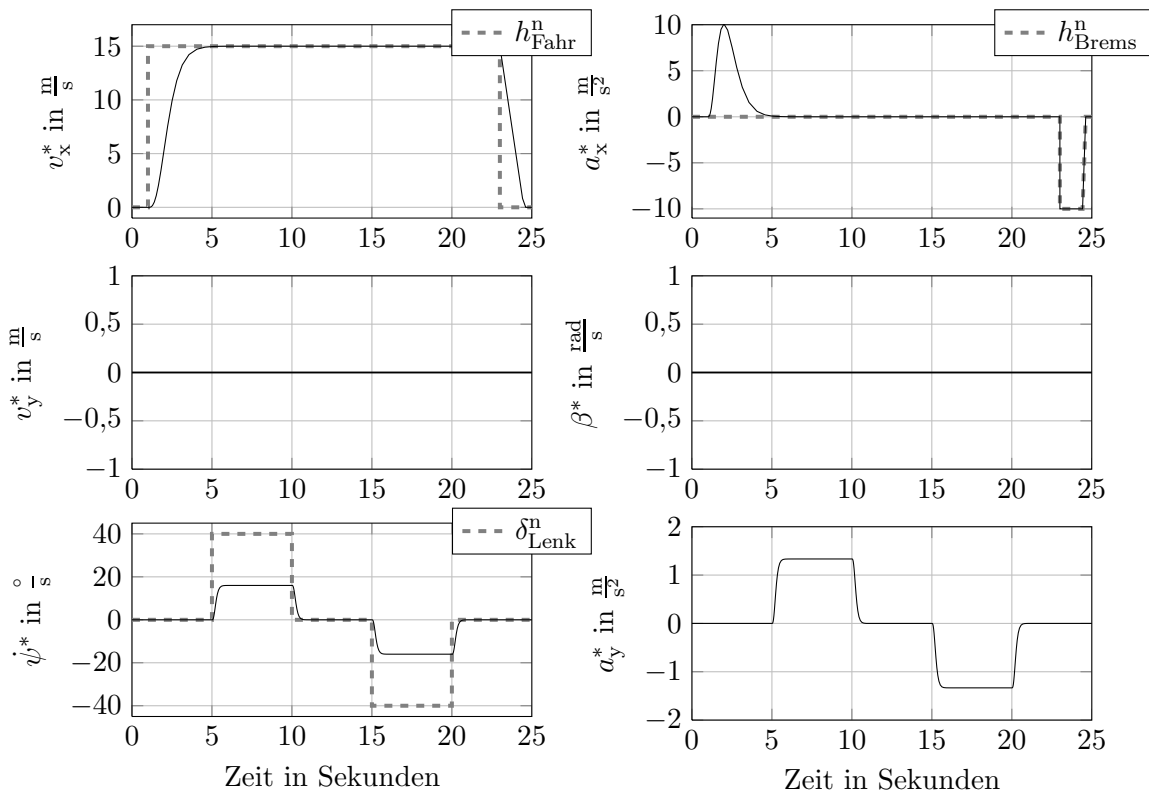


Bild 4.2: Trajektorien der Horizontaldynamik mit einem einfachen linearen Modell

4.1.2 Einspurmodell

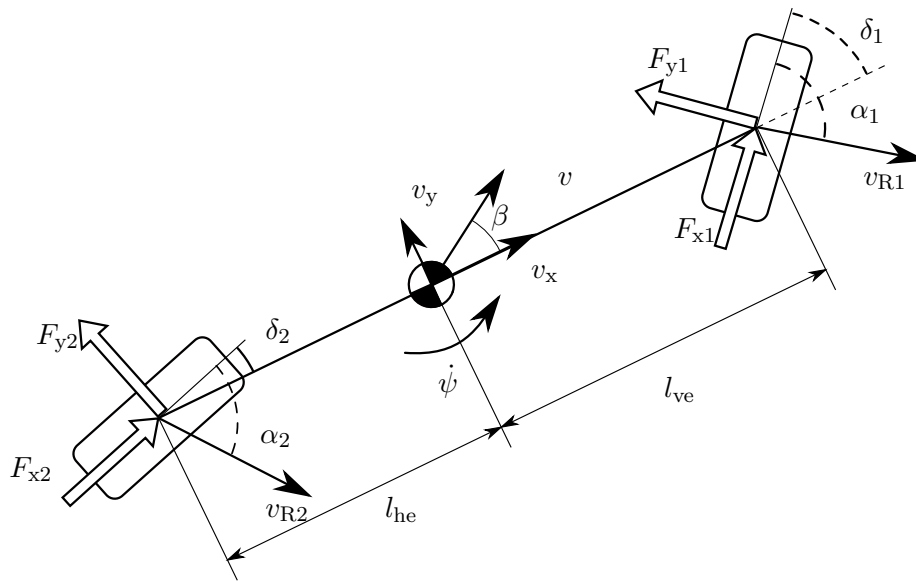


Bild 4.3: Das Einspurmodell mit Hinterradlenkung

Um ein möglichst „natürliches“ Fahrzeugverhalten zu erhalten, das sich an heutige Serienfahrzeuge anlehnt, kann als Führungsmodell ein Einspurmodell herangezogen werden. Das Einspurmodell, gezeigt in Bild 4.3, ist hinlänglich aus der Literatur bekannt und existiert in verschiedenen Ausprägungen. Es beruht auf verschiedenen Vereinfachungen, lässt sich mit wenigen physikalisch motivierten Parametern auslegen und ist damit leicht verständlich. Am häufigsten wird es in den Koordinaten Geschwindigkeitsbetrag $|v|$, Schwimmwinkel β und Gierrate $\dot{\psi}$ modelliert, ist aber auch in den Koordinaten v_x , v_y und $\dot{\psi}$ zu finden [3, 119]. Die Radkräfte werden unterschiedlich modelliert, entweder in aufbaufesten Koordinaten [133, 48], wobei dort von kleinen Lenk- und Schräglaufwinkeln ausgegangen wird, oder in radfesten [146, 85] Koordinaten. Der Vorteil bei der Nutzung des Einspurmodells als Führungsmodell liegt darin, dass die Eigenschaften des Einspurmodells nicht uneingeschränkt übernommen werden müssen. Das Einspurmodell kann so modifiziert werden, dass sich eine besonders transparente Trajektoriengenerierung ergibt. Linearisierungen und Kleinwinkelbeziehungen führen hier nicht zur Vernachlässigung wesentlicher Aspekte, sondern prägen dem Fahrzeug diesen linearisierten Verlauf auf. Da es im Allgemeinen unüblich ist, das Einspurmodell inklusive Längsdynamik zu betrachten, erfolgt in Anhang B.1.1 eine Herleitung der dynamischen Gleichungen. In Bild 4.4 sind die Manöver mit verschiedenen stationären Geschwindigkeiten der Längsdynamik für ein Beispiel-Einspurmodell mit Vorderradlenkung und Heckantrieb zu sehen. Als Eingangsgrößen stehen die Kraft am Hinterrad und der Lenkwinkel am Vorderrad zur Verfügung. Die Parameter sind so ausgelegt, dass das stationäre Verhalten dem Modell nach Kapitel 4.1.1 bei einer Geschwindigkeit von $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ gleicht. Eine konstante Geschwindigkeit stellt sich aufgrund eines fiktiven Luftwiderstands am Führungsmodell ein. Die Lenkeingabe entspricht bei jedem Manöver der aus

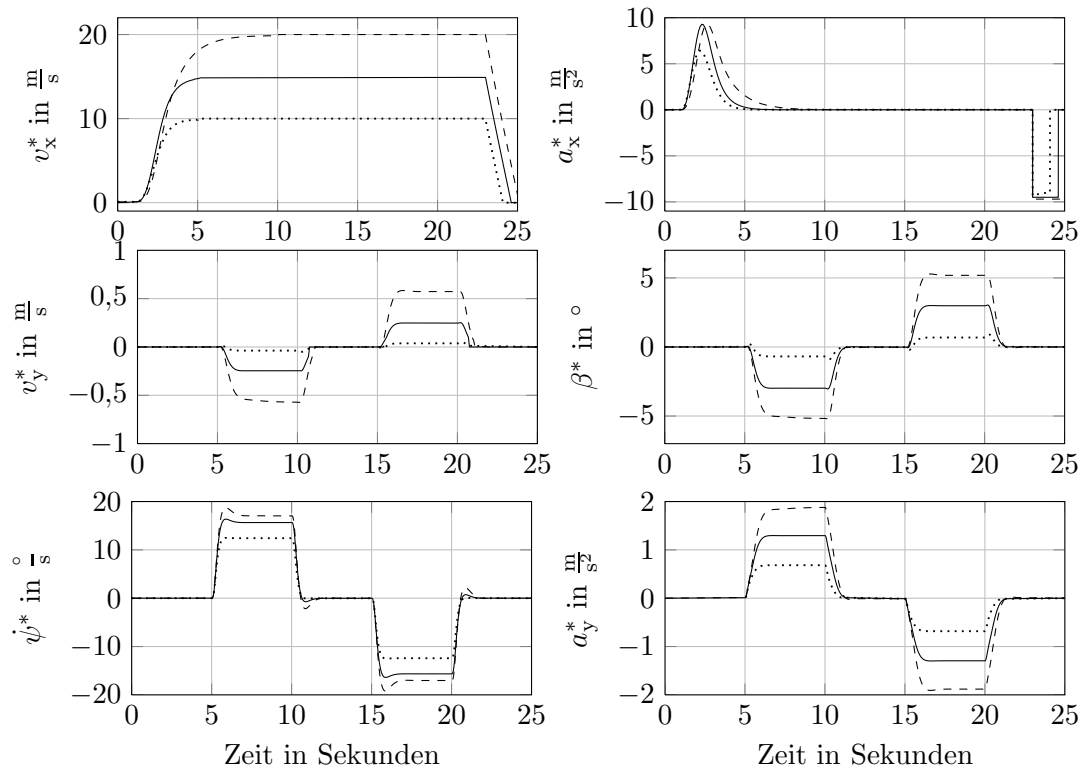


Bild 4.4: Trajektorien des Einspurmodells bei verschiedenen Längsgeschwindigkeiten

Bild 4.2. Der maximale Lenkradausschlag beträgt damit 40° . Anders als beim Modell nach Kapitel 4.1.1 ist die stationäre Gierverstärkung abhängig von der Längsgeschwindigkeit, ebenso ändert sich das dynamische Verhalten mit der Längsgeschwindigkeit. Bei höheren Geschwindigkeiten ist ein deutlicher Überschwinger im Gierratenverlauf zu erkennen. Bei einer Geschwindigkeit von $20\frac{m}{s}$ ist schon ein großer Schwimmwinkel zu beobachten. Alle genutzten Parameter für das Einspurmodell finden sich im Anhang B.1.1.

4.1.3 Wunschverhalten aus objektiven und subjektiven Beurteilungen

Die in den vorherigen Kapiteln entworfenen Modelle haben jeweils verschiedene Vorteile für den Entwurf des Wunschverhaltens. Das Verhalten des linearen Modells lässt sich einfach an den Parametern der Differentialgleichungen einstellen, wogegen das Einspurmodell physikalisch motiviert ist und physikalische Parameter besitzt, die mit Kenntnissen über die Fahrwerksauslegung intuitiv gewählt und an die realen Fahrzeugdaten angelehnt werden können. Im Gegensatz zu diesen Auslegungsmethoden wird in anderen Arbeiten untersucht, wie das Fahrzeugverhalten mit Hilfe von Kennwerten quantifiziert und bewertet werden kann. Ausgangspunkt dafür sind Fahrversuche mit Probanden, die das Fahrzeugverhalten bewerten. Auf dieser Basis werden objektive und subjektive Kennwerte entwickelt, anhand denen das Fahrzeug-Wunschverhalten entworfen werden kann. Die im folgenden genutzten Kennwerte und Kriterien wurden großteils an konventionellen Fahrzeugen entwickelt und beschreiben, unter welchen Umständen das Fahrverhalten eines konventionellen Fahrzeugs „gut“ ist.

Das muss jedoch nicht bedeuten, dass für ein Fahrzeug mit vollständiger Einzelradaktorik kein anderes Fahrverhalten existiert, das besser beurteilt würde. Möglicherweise müssen für die Einzelradaktorik andere Kennwerte und Kriterien entwickelt werden. Erwähnenswert ist außerdem, dass je nach Untersuchung auch gegensätzliche Ergebnisse existieren. So wird beispielsweise ein asymptotisches Annähern der Gierrate an den stationären Endwert ohne Überschwingen in [85] als schlecht, in [111] als gut bezeichnet. In [58] wird die Überschwingweite der Gierrate gar nicht bewertet. Darüber hinaus wurde in [147] gezeigt, dass nicht allein die Kennwerte des Horizontalverhaltens ausschlaggebend für eine gute oder schlechte Beurteilung sind, sondern auch das Feedback für den Fahrer am Lenkrad, also das Lenkmoment und der notwendige Lenkwinkel sehr wichtig sind. In [125] ist beschrieben, dass bei der Bewertung der Längsdynamik auch die Stellung und die maximal mögliche Auslenkung des Fahrpedals wichtig sind und nicht nur das Fahrzeugverhalten. Das könnte unterschiedliche Ergebnisse in der Objektivierung erklären. Außerdem kommt [103] zu dem Schluss, dass nicht alle objektiven Bewertungskriterien für konventionelle Fahrzeuge bei unkonventionellen Fahrzeugen, wie z.B. Fahrzeugen mit Hinterradlenkung mit subjektiven Bewertungen korrelieren, was auf die hohe Adaptionsfähigkeit der Probanden zurückgeführt wird.

In Tabelle 4.1 sind einige Kennwerte zusammengestellt, die im Folgenden erklärt und zum Entwurf des horizontalen Wunschverhaltens genutzt werden. In [125] wird beschrieben, wel-

Tabelle 4.1: Kriterien und Kennwerte zur Fahrzeugbeurteilung

| Subjektives Kriterium | objektiver Kennwert | Richtwert |
|--------------------------|--|-----------|
| Anfahrfragilität | | |
| Ansprechzeit | $T_{a_x, 15\%}$ | klein |
| Beschleunigungsaufbau | Δ_{85-15} | mittel |
| Dosierbarkeitsgradienten | $\frac{a_x}{\varphi_F}$ | mittel |
| | | |
| Nervosität | $\left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_{\text{Lenk}}}\right)_{\text{stat}}$ | klein |
| Trägheit | $\left(\frac{\psi}{\delta_{\text{Lenk}}}\right)_{\text{stat}}$ | groß |
| Ansprechverhalten | $T_{\dot{\psi}_{\text{max}}}, T_{a_{y\text{max}}}$ | klein |
| Schwimmverhalten | $\beta, \dot{\beta}$ | klein |
| TB-Wert | $T_{\dot{\psi}_{\text{max}}}\beta_{\text{stat}}$ | klein |

che subjektiven Kriterien zur Bewertung der Längsdynamik genutzt werden können. Dabei wird unterschieden in Anfahrfragilität, Anfahrdosierbarkeit und Anfahrnicken. Letzteres kann über das Horizontal-Führungsmodell nicht beeinflusst werden. Das Anfahrnicken kann bei aktivem Fahrwerk durch die vertikale Regelung und bei passivem Fahrwerk durch die Auslegung der Feder-Dämpfer-Elemente, sowie in begrenztem Rahmen durch geometrische Zusammenhänge wie die Schwerpunktshöhe beeinflusst werden. Objektive Kennwerte wer-

den durch das Ruckeln, den Lastwechselschlag und ebenfalls durch die AnfahrDOSierbarkeit ermittelt. Beim Ruckeln wird bestimmt, über welchen Zeitverlauf sich beim Betätigen des Fahrpedals eine konstante Fahrzeug-Beschleunigung einstellt. Überschwingen und eine niedrige Frequenz werden dabei als schlecht bewertet. Von daher sollte das Führungsmodell für die Längsrichtung bei der Modellierung als dynamisches System keine Pole mit imaginärem Anteil oder nur sehr kleine imaginäre Anteile besitzen, sodass die Schwingungen die „Fühlschwelle“ von $0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ nicht überschreiten. Dieser Zusammenhang wurde bereits beim einfachen, linearen Modell berücksichtigt. Als Lastwechselschlag wird das Anschlagen der Antriebsaggregate in ihre Lager bei einer plötzlichen Momentenänderung bezeichnet. Der Kennwert dazu wird maßgeblich durch die Güte der Fahrzeugkonstruktion bestimmt und kann nur insofern über das Führungsmodell beeinflusst werden, dass die erzeugten Verläufe möglichst glatt sind und keine unnötigen Sprünge aufweisen. Durch die Differenzierbarkeitsanforderungen an die Trajektorien ist diese Komfortanforderung inhärent erfüllt. Die AnfahrDOSierbarkeit definiert sich durch die sogenannte Ansprechzeit, nach der 15% der Maximalbeschleunigung erreicht sind, durch den Beschleunigungsaufbau sowie den Dosierbarkeitsgradienten. Dabei wird eine Gerade zwischen 15% und 85% der Maximalbeschleunigung gelegt und die Steigung Δ_{85-15} bestimmt. Ansprechzeit und Beschleunigungsaufbau werden dabei über einen Bereich der Maximalbeschleunigung zwischen ungefähr $0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ und $2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ bestimmt und gemittelt. Der Dosierbarkeitsgradient beschreibt ebenfalls gemittelt über den Bereich von $0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ und $2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ die pro Grad Fußwinkel eingestellte Beschleunigung.

Für den Entwurf eines Führungsmodells, das anhand dieser Kennwerte konstruiert werden kann, wird nochmals kurz erläutert, wie sich üblicherweise Beschleunigungen und Geschwindigkeiten in Fahrzeug-Längsrichtung ergeben. In normalen Fahrsituationen ist es das Ziel des Fahrers, eine Soll-Längsgeschwindigkeit einzuregulieren. Dafür stellt er über die Fahrpedalauslenkung h_{Fahr} die Umfangskraft am Rad des Fahrzeugs ein. Aufgrund verschiedener Widerstandskräfte, wie Rollreibung und Luftwiderstand, stellt sich nach einer bestimmten Zeit ein Kräftegleichgewicht ein und das Fahrzeug fährt mit konstanter Längsgeschwindigkeit [85]. Als dynamisches System modelliert ergibt sich nach [85] daraus lokal ein lineares Verzögerungsverhalten 1. Ordnung. Allgemeiner ausgedrückt beschreibt die Differentialgleichung

$$\dot{v}_x = r_{\text{Fx}}(v_x, \tilde{h}_{\text{Fahr}}) \quad (4.7)$$

die Dynamik der Längsgeschwindigkeit. Der nichtlineare Term $r_{\text{Fx}}(v_x, \tilde{h}_{\text{Fahr}})$ enthält dabei einen stabilisierenden Rückführanteil, welcher im wesentlichen den Beschleunigungs- und Geschwindigkeitsverlauf prägt, sowie einen Anteil, der den stationären Endwert bestimmt. In Kapitel 4.1.1 ist die Rückführung linear, während der stabilisierende Rückführanteil beim Einspurmodell in 4.1.2 maßgeblich durch die Modellierung der Luftwiderstandskraft gegeben ist. Für die folgende Herleitung der Wunschdynamik wird der Index * für das Wunschverhalten zugunsten der Übersicht weggelassen und erst abschließend beim Gesamtmodell wieder aufgenommen. Zur Auslegung des Wunschverhaltens in Längsrichtung muss im Folgenden zusätzlich die Dynamik zum Erreichen der Differenzierbarkeitsanforderungen berücksichtigt werden. Dazu wird \tilde{h}_{Fahr} in Gleichung (4.7) von einem linearen Filter dritter Ordnung erzeugt. Dabei ist darauf zu achten, dass die Auslegung dieses Filters den Beschleunigungsver-

lauf mit beeinflusst. Abweichend von der lokalen Beschreibung in [85] wird hier das Modell

$$\dot{v}_x = d_{\max} \arctan \left(d_{\text{xk}}^3 (v_x - \tilde{h}_{\text{Fahr}}) \right) \quad (4.8)$$

$$\tilde{h}_{\text{Fahr}}^{(3)} = d_{\text{xk}}^2 \ddot{h}_{\text{Fahr}} + d_{\text{xk}}^1 \dot{h}_{\text{Fahr}} + d_{\text{xk}}^0 \tilde{h}_{\text{Fahr}} + k_{\text{xk}} h_{\text{Fahr}} \quad (4.9)$$

genutzt. Dieses Modell hat mehrere Vorteile gegenüber einem einfachen linearen PT_1 -Verhalten. Einerseits kann mit Hilfe des Parameters d_{\max} direkt die maximal auftretende Beschleunigung beeinflusst werden. Zusätzlich wird der etwas ungünstige, spitze Beschleunigungsverlauf eines linearen asymptotischen Verhaltens auf positive Weise verändert, siehe Bild 4.5. Damit wird es möglich, die Bewertungskriterien unabhängig von der auftretenden Maximalbeschleunigung einzustellen, was mit einem linearen Modell nicht möglich ist. Mit Hilfe der Funktion $V = (v_x)^2$ und dem La Salle'schen Invarianz-Prinzip ist einfach zu zeigen, dass die autonome Differentialgleichung (4.8), d.h. mit $\tilde{h}_{\text{Fahr}} = 0$, eine global asymptotisch stabile Ruhelage in Null besitzt, wenn $d_{\max} > 0$ und $d_{\text{xk}}^3 < 0$ gewählt wird [67, 115]. Gleiches gilt für beschränkte, stückweise konstante Eingangssignale.

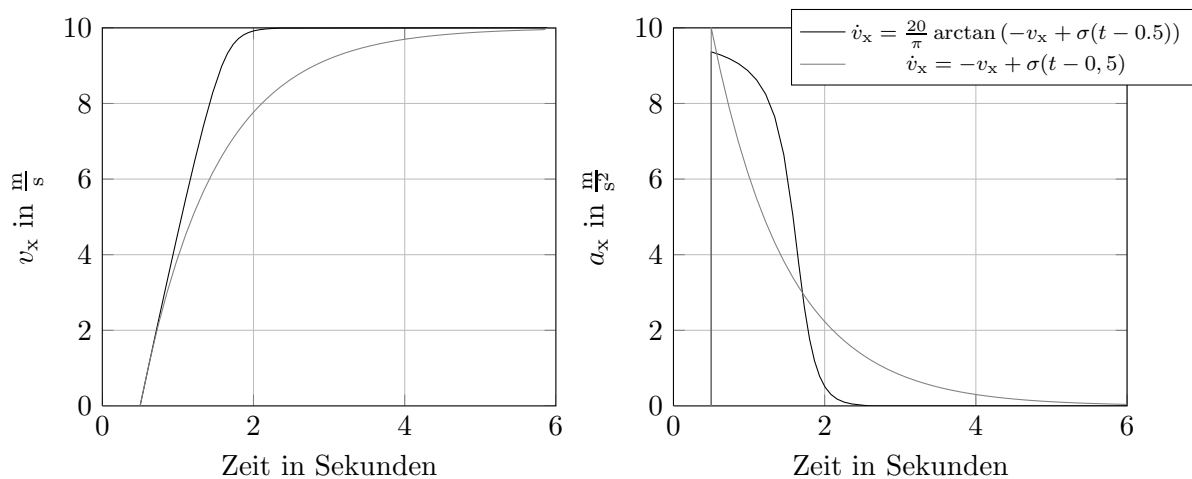


Bild 4.5: Vergleich der Sprungantworten eines PT_1 -Gliedes mit der von (4.8)

Die Anfahrtdosierbarkeit ist stark abhängig vom verwendeten Fahrpedal. Die Pedalauslenkung wird üblicherweise als Pedalweg in mm oder als Winkel in $^\circ$ gemessen. Dabei gibt es sehr unterschiedliche Charakteristiken, beim Winkel beispielsweise zwischen 20° - 50° Maximalauslenkung. Mit Hilfe des Parameters k_{xk} kann die Anfahrtdosierbarkeit linear beeinflusst werden, womit für verschiedene Pedale ein gewünschtes Verhalten erzeugt werden kann. Letztendlich hängt sie aber von der maximal möglichen Fahrzeugbeschleunigung und -geschwindigkeit sowie dem maximalen Pedalweg ab. Bild 4.6 zeigt beispielhaft das Verhalten für ein Pedal mit 30° maximalem Pedalwinkel. Die Normierung der Eingangssignale erfolgt wiederum nach (4.6). Dabei gilt $k_{\text{xk}} = 2d_{\text{xk}}^2$, die Pole des Filters (4.9) sind zu $p_{1,2,3} = -1.5$ gewählt, $d_{\max} = 10$ und $d_{\text{xk}}^3 = -15$. Nach [125] liegen die Kennwerte so in einem Bereich, in dem die Beschleunigung des Fahrzeugs als gut dosierbar und nicht zu träge eingeschätzt wird. Die Ermittlung und Einordnung der Kennwerte ist in Anhang B.1.2 zu finden. Durch

die Pole des Filters lässt sich der Beschleunigungsaufbau sehr gut beeinflussen und durch d_{xk}^3 lässt sich unabhängig davon im gewissen Rahmen die Verzugszeit beeinflussen. Der Parameter d_{xk}^3 beeinflusst außerdem maßgeblich das Übergangsverhalten zur Endgeschwindigkeit. Sehr kleine Werte ergeben einen weichen Übergang, während hohe Werte ein schnelles aber auch abruptes Erreichen der Endgeschwindigkeit und damit einen sehr schnellen Abfall der Beschleunigung verursachen. Dieses Verhalten ist in Bild 4.6 unten zu beobachten. Dies hat schnelle Kraftänderungen und somit Nick- und Hubbewegungen des Aufbaus zur Folge. Daher sollte der Wert für ein komfortables Fahrverhalten klein, bis zu $d_{\text{xk}}^3 = -0.5$ gewählt werden. Für eine konstante Pedalstellung ergibt sich eine zugehörige Maximalbeschleunigung, die mit größer werdendem Pedalwinkel bis zur maximal möglichen Beschleunigung d_{max} anwächst. Eine konstante Pedalstellung hat zudem eine stationäre Endgeschwindigkeit zur Folge, die proportional zur Pedalstellung anwächst, genauso wie der Beschleunigungsaufbau.

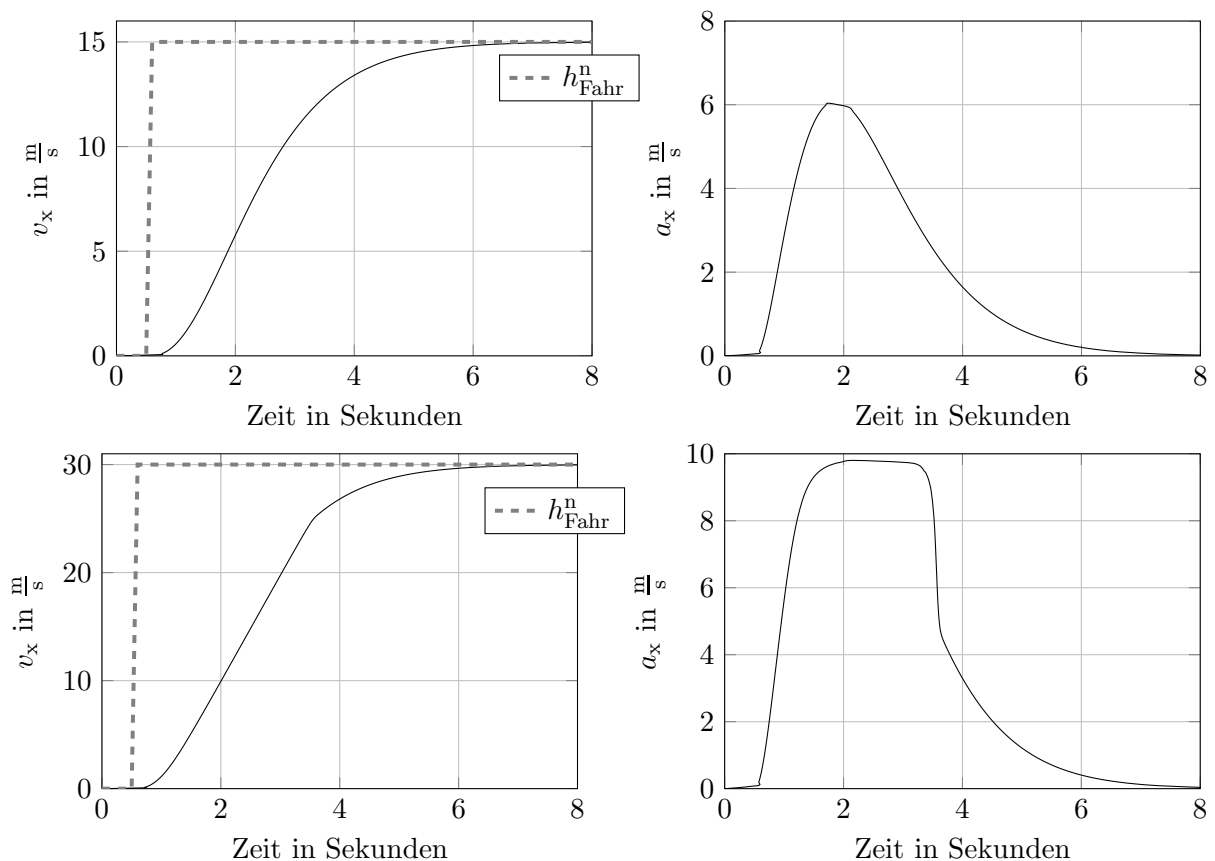


Bild 4.6: Generierung der Längsdynamiktrajektorie

Das genutzte Modell ist ebenfalls geeignet, um Trajektorien zu generieren, die vom Fahrer durch die Nutzung des Bremspedals angefordert werden. Nach [85] will der Fahrer mit einer Betätigung des Bremspedal eine negative Wunschbeschleunigung einstellen, die umso größer wird je stärker das Pedal betätigt wird. Bei anhaltendem Betätigen des Pedals soll das Fahrzeug zum Stehen kommen. Dieses Verhalten stellt das Modell

$$\dot{v}_x = \frac{2\tilde{h}_{\text{Brems}}}{\pi} \arctan(-d_{\text{ak}}^3 v_x) \quad (4.10)$$

bereit. Abhängig vom Parameter d_{ak}^3 stellt sich in einer Übergangszeit die durch h_{Brems} angeforderte negative Beschleunigung ein, welche bis zum Stillstand wieder auf Null abnimmt. Für $h_{\text{Brems}} \geq 0$ und $d_{\text{ak}}^3 \geq 0$ ist die Ruhelage von (4.10) in Null global asymptotisch stabil, was analog zum Geschwindigkeitsmodell mit $V = (v_x)^2$ gezeigt werden kann.

Um nun beide Modelle (4.8) und (4.10) mehrfach differenzierbar zu vereinen, wird ein sanftes Schalten zwischen beiden Modellen mit einem weiteren \arctan modelliert. Die Schaltfunktion ist in Bild 4.7 zu sehen. Damit ergibt sich das Modell

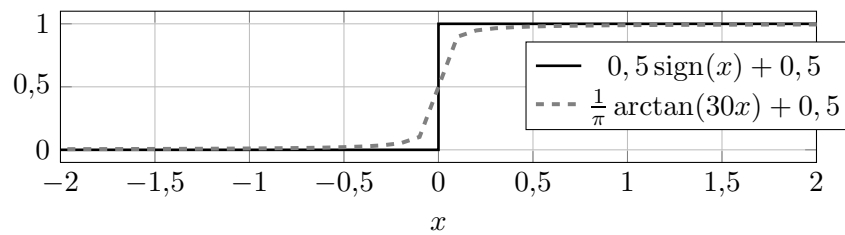


Bild 4.7: Funktion für ein differenzierbares Schalten

$$\begin{aligned} \dot{v}_x = & d_{\text{max}} \arctan\left(d_{\text{xk}}^3 (v_x - \tilde{h}_{\text{Fahr}})\right) + \left(\frac{1}{\pi} \arctan(k_{\text{schalt}} \tilde{h}_{\text{Brems}}) + 0,5\right) \\ & \cdot \left(-d_{\text{max}} \arctan\left(d_{\text{xk}}^3 (v_x - \tilde{h}_{\text{Fahr}})\right) + \frac{2\tilde{h}_{\text{Brems}}}{\pi} \arctan(-d_{\text{ak}}^3 v_x)\right) \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\tilde{h}_{\text{Fahr}}^{(3)} = d_{\text{xk}}^2 \ddot{\tilde{h}}_{\text{Fahr}} + d_{\text{xk}}^1 \dot{\tilde{h}}_{\text{Fahr}} + d_{\text{xk}}^0 \tilde{h}_{\text{Fahr}} + k_{\text{xk}} h_{\text{Fahr}}$$

$$\tilde{h}_{\text{Brems}}^{(3)} = d_{\text{ak}}^2 \ddot{\tilde{h}}_{\text{Brems}} + d_{\text{ak}}^1 \dot{\tilde{h}}_{\text{Brems}} + d_{\text{ak}}^0 \tilde{h}_{\text{Brems}} + k_{\text{ak}} h_{\text{Brems}}$$

für die Längsdynamik. Der Parameter k_{schalt} muss groß genug gewählt werden, damit die Schaltfunktion bei einem Bremsengriff eins wird. Bei gleichzeitigem Betätigen von Fahr- und Bremspedal wird das Bremspedal priorisiert und der Einfluss des Fahrpedals wird kompensiert. Wird der Faktor etwas kleiner gewählt, können gleichzeitig eine Beschleunigung und eine Verzögerung angefordert werden. Eine sinnvolle Anwendung ergibt sich durch die Überlagerung einer Beschleunigungs- oder Geschwindigkeitsvorgabe des Fahrers mit der von einem Assistenzsystem. Dies wird in Kapitel 4.3.2 genutzt.

Genau wie für die Längsdynamik gibt es auch für das Verhalten der Querdynamik und der Lenkung subjektive und objektive Testverfahren. [49, 103, 85] geben dabei einen guten Überblick. Wichtig ist vor allem, dass das Fahrzeug direkt und proportional auf Lenkeingaben reagiert. Überschwingen ist nach objektiven Bewertungskriterien weitgehend unerwünscht oder soll sehr klein gehalten werden. Außerdem soll der Lenkwinkelbedarf bei konventionellen Fahrzeugen während Kurvenfahrten mit steigender Querbeschleunigung nur

leicht und proportional zunehmen und im Bereich hoher Querbeschleunigungen stark zunehmen. Dieses Verhalten wird im Allgemeinen als Untersteuern bezeichnet, wobei es für Über- und Untersteuern aber auch andere Definitionen gibt. Bei neueren Lenksystemen wird der zusätzliche Lenkbedarf teilweise schon automatisch eingestellt, siehe z.B. [52]. Zur Vermessung der Querdynamik gibt es darüber hinaus verschiedene Normen, z.B. [23] und [24]. Die Modifikation und Bewertung der Querdynamik geschieht sehr häufig im Zusammenhang mit Hinterradlenkungen. Dabei sind eine feste Übersetzung zwischen Vorder- und Hinterradlenkwinkeln, eine Schwimmwinkelsteuerung- oder -regelung und eine zusätzliche Regelung der Gierrate möglich. Gründe für die Nutzung einer festen Übersetzung oder einer Steuerung sind Kosten und Aufwandsgründe. Weiterhin kann die Hinterradlenkung auch zur Ausregelung von Störungen genutzt werden [11]. In vielen Arbeiten, wie beispielsweise [97], wird zur Nutzung der Hinterachslenkung eine Schwimmwinkelkompensation entworfen, die den Schwimmwinkel stationär zu null ausregelt, was nach objektiven Kriterien ein hohes Maß an Sicherheit gewährleistet. In Studien hat sich jedoch gezeigt, dass dies von Probanden als eher unangenehm empfunden wird, da das Fahrzeug dadurch an Manövrierbarkeit bei niedrigen und mittleren Geschwindigkeiten verliert [26, 11]. Subjektiv besser scheint es, den progressiven Schwimmwinkelverlauf, bezogen auf die Querbeschleunigung zu linearisieren und einen moderaten proportionalen Anstieg des Schwimmwinkels bis hin zu hohen Querbeschleunigungen einzustellen.

Um diese Sachverhalte für das Führungsmodell zu nutzen, wird die Beziehung

$$\beta \stackrel{!}{=} d_\beta a_y,$$

betrachtet, woraus sich

$$\arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = d_\beta (\dot{v}_y + v_x \dot{\psi})$$

bzw.

$$\dot{v}_y = \frac{1}{d_\beta} \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right) - v_x \dot{\psi} \quad (4.12)$$

ergibt. Damit liegt das Verhalten der Quergeschwindigkeit fest. Der Proportionalitätsfaktor d_β wird so vorgegeben, dass bei einer hohen Querbeschleunigung noch ein kleiner Schwimmwinkel vorliegt. Daraus ergibt sich ein Bereich

$$-\frac{1}{300} \frac{\text{°s}^2}{\text{m}} \leq d_\beta \leq -\frac{1}{900} \frac{\text{°s}^2}{\text{m}}$$

Das negative Vorzeichen sorgt dafür, dass die autonome Differentialgleichung (4.12), d.h. mit $v_x \dot{\psi} = 0$ und $v_x > 0$ eine stabile Ruhelage bei $v_y = 0$ besitzt. Ein weiterer wichtiger Einfluss des Parameters auf die Kraftschlussausnutzung bei verschiedenen Aktorkonfigurationen wird in Kapitel 7 gezeigt. Mit (4.12) besteht auch ein enger Zusammenhang zwischen Giergeschwindigkeit und Querbeschleunigung, was nach [103] ein gutes und gewünschtes Fahrzeugverhalten charakterisiert. Zusätzlich ergibt sich ein kleiner TB-Wert $T_{\psi_{\max}} \beta_{\text{stat}}$, was ebenfalls für angenehmes und sicheres Fahrgefühl steht.

Abschließend muss noch das Gierverhalten modelliert werden. Zusammenfassend wird bei der Gierrate von einem objektiv guten und sicheren Verhalten gesprochen, wenn sich die gewünschte Gierrate schnell und mit wenig Überschwingen einstellt. Nach subjektiven Kriterien gleichen Probanden nach [103] Überschwinger durch kurzzeitiges Zurücknehmen des Lenkwinkels jedoch intuitiv aus und bewerten das schnellere Erreichen des Maximalwerts oder Endwerts als positiv. Weiterhin ist der stationäre Verstärkungsfaktor $(\frac{\psi}{\delta_{\text{Lenk}}})_{\text{stat}}$ wichtig und beschreibt den Lenkwinkelbedarf. Bevorzugt werden bei konventionellen Fahrzeugen große Verstärkungsfaktoren für einen kleinen Lenkwinkelbedarf. Ist der Verstärkungsfaktor zu groß, werden Fahrzeuge bei hohen Geschwindigkeiten jedoch als unruhig bewertet. Aus diesem Grund bietet sich ein geschwindigkeitsabhängiger Verstärkungsfaktor für das Giermodell

$$\psi^{(3)} = d_{\psi k}^1 \ddot{\psi}^2 + d_{\psi k}^0 \dot{\psi} + k_{\psi k}(v_x) \delta_{\text{Lenk}}$$

an. Durch das System zweiter Ordnung lässt sich ein leichtes Überschwingen in der Sprungantwort realisieren und somit die Ansprechzeit positiv beeinflussen. Für den geschwindigkeitsabhängigen Verstärkungsfaktor bietet sich beispielsweise

$$k_{\psi k}(v_x) = \frac{2(i_{\max} - i_{\min})}{\pi} \arctan(k_{\psi k}^0(v_x - v_0)) + i_{\min} \quad (4.13)$$

an, siehe auch Bild (4.8).

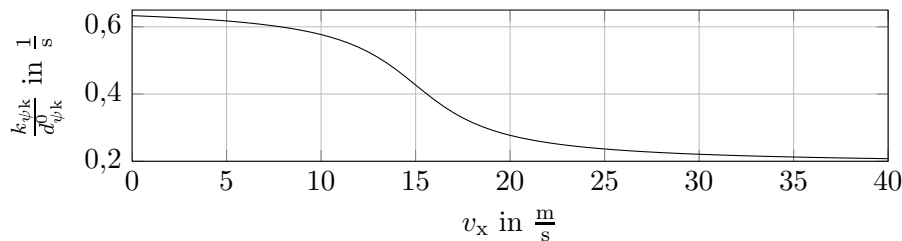


Bild 4.8: Beispielkennlinie der geschwindigkeitsabhängigen Übersetzung

Damit vermindert sich der Lenkaufwand zum Erreichen einer gewünschten Gierrate bei niedrigen Geschwindigkeiten und das Manövrieren wird einfacher. Bei hohen Geschwindigkeiten reagiert das Fahrzeug deutlich träger auf Lenkeingaben, was bezogen auf die Fahrstabilität und Nervosität jedoch objektiv und subjektiv positiv bewertet wird. Die Parameter i_{\max} und i_{\min} beschreiben dabei die maximale und minimale Lenkübersetzung und v_0 die Längsgeschwindigkeit mit mittlerer Lenkübersetzung. Zusammenfassend ergibt sich für das Wunschverhalten (mit *-Index) das Gesamtmodell

$$\begin{aligned}
\dot{v}_x^* &= d_{\max} \arctan \left(d_{\text{xk}}^3 (v_x^* - \tilde{h}_{\text{Fahr}}) \right) + \left(\frac{1}{\pi} \arctan(k_{\text{schalt}} \tilde{h}_{\text{Brems}}) + 0,5 \right), \\
&\cdot \left(-d_{\max} \arctan \left(d_{\text{xk}}^3 (v_x^* - \tilde{h}_{\text{Fahr}}) \right) + \frac{2\tilde{h}_{\text{Brems}}}{\pi} \arctan(-d_{\text{ak}}^3 v_x^*) \right), \\
\dot{v}_y^* &= \frac{1}{d_\beta} \arctan \left(\frac{v_y^*}{v_x^*} \right) - v_x^* \dot{\psi}^*, \\
\psi^{(3)*} &= d_{\psi\text{k}}^1 \ddot{\psi}^* + d_{\psi\text{k}}^0 \dot{\psi}^* + k_{\psi\text{k}}(v_x^*) \tilde{\delta}_{\text{Lenk}}, \\
k_{\psi\text{k}}(v_x^*) &= \frac{2(i_{\max} - i_{\min})}{\pi} \arctan(k_{\psi\text{k}}^0 (v_x^* - v_0)) + i_{\min}, \\
\ddot{\delta}_{\text{Lenk}} &= d_{\delta\text{k}}^1 \dot{\delta} + d_{\delta\text{k}}^0 \delta + k_{\delta\text{k}} \delta_{\text{Lenk}}, \\
\tilde{h}_{\text{Fahr}}^{(3)} &= d_{\text{xk}}^2 \ddot{h}_{\text{Fahr}} + d_{\text{xk}}^1 \dot{h}_{\text{Fahr}} + d_{\text{xk}}^0 h_{\text{Fahr}} + k_{\text{xk}} h_{\text{Fahr}}, \\
\tilde{h}_{\text{Brems}}^{(3)} &= d_{\text{ak}}^2 \ddot{h}_{\text{Brems}} + d_{\text{ak}}^1 \dot{h}_{\text{Brems}} + d_{\text{ak}}^0 h_{\text{Brems}} + k_{\text{ak}} h_{\text{Brems}},
\end{aligned} \tag{4.14}$$

für das in Bild 4.9 Beispieltrajektorien dargestellt sind. Im Verlauf der Gierrate und der Querbesehleunigung ist das gewünschte leichte Überschwingen erkennbar. Bis auf die Skalierung bauen sich Querbesehleunigung und Gierrate simultan auf, wie es von Probanden als angenehm empfunden wird. Zudem entsteht ein kleiner Schwimmwinkel. Im Verlauf für die Längsbesehleunigung ist erkennbar, dass die negative Besehleunigung direkt verschiedenen Bremspedalstellungen folgt. In Bild 4.10 ist außerdem bei unveränderter Längsgeschwindigkeit zu sehen, dass selbst bei extremen Querbesehleunigungen nur kleine Schwimmwinkel entstehen. Es wird ebenfalls deutlich, dass das Modell unter Umständen Trajektorien generiert, die bei Umgebungsbedingungen, wie nassen oder versandeten Straßen nicht umsetzbar sind. Dies gilt genauso für das einfache lineare Modell und das Einspurmodell. Mit dieser Problematik befasst sich Kapitel 4.3.2.

Um das unterschiedliche Verhalten aller Modelle zu zeigen, ist in Bild 4.11 eine beschleunigte Kurvenfahrt dargestellt. In der Längsdynamik ist zu sehen, dass das Modell (4.14) den gleichmäßigsten Besehleunigungsverlauf und einen im weiten Bereich linearen Geschwindigkeitsverlauf besitzt. Das Einspurmodell benötigt auf Grund des quadratischen Rückführanteils, modelliert durch den Luftwiderstand, am längsten, um auf den stationären Endwert zu gelangen und braucht dazu die höchste maximale Längsbesehleunigung. Das stückweise lineare Modell hat die längste Ansprechzeit, bis sich die Besehleunigung aufbaut. Durch den geschwindigkeitsabhängigen Verstärkungsfaktor und die dadurch resultierende Verminderung der Gierrgeschwindigkeit entstehen beim Modell (4.14) nur ein kleiner Schwimmwinkel und eine kleine Querbesehleunigung, wogegen beim Einspurmodell ein sehr hoher Schwimmwinkel entsteht. Aufgrund der niedrigen Geschwindigkeit zu Beginn des Lenkvorgangs reagiert das Einspurmodell relativ träge auf die Lenkeingabe, wohingegen die anderen Modelle sehr schnell reagieren. Während des Aufbaus der Gierrgeschwindigkeit ist beim Modell (4.14) der enge Zusammenhang und zeitgleiche Aufbau der Querbesehleunigung zu sehen, während

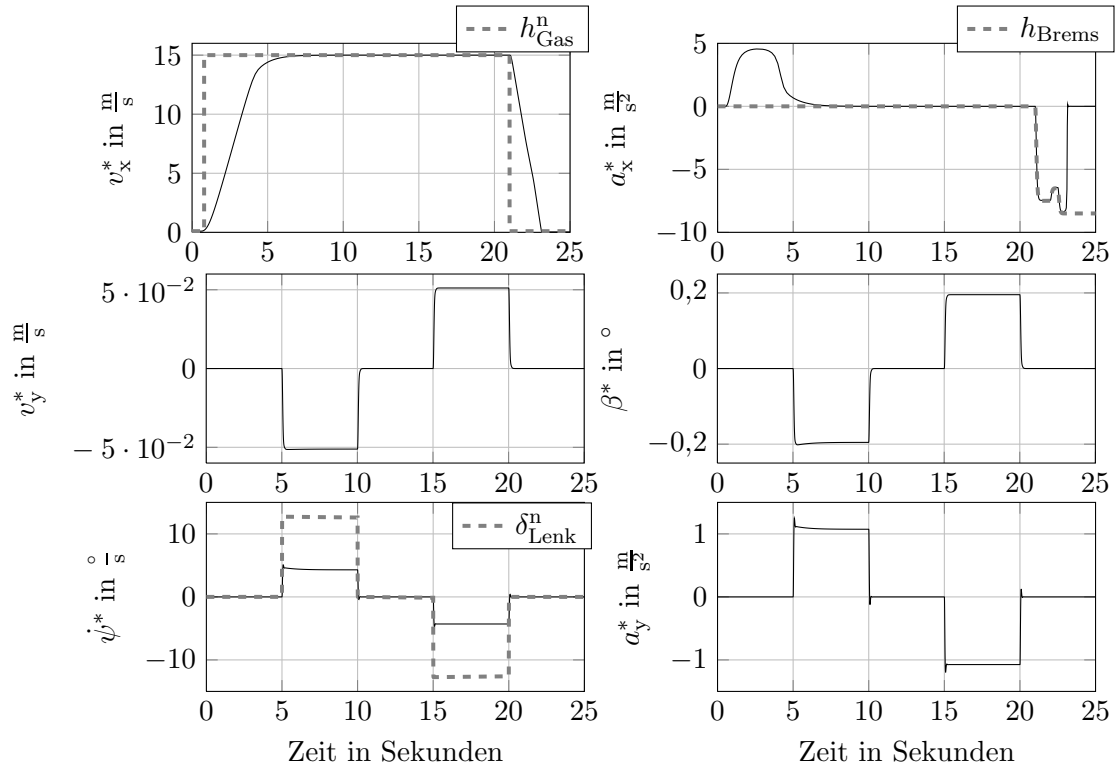


Bild 4.9: Trajektorien aus objektiven und subjektiven Bewertungskriterien

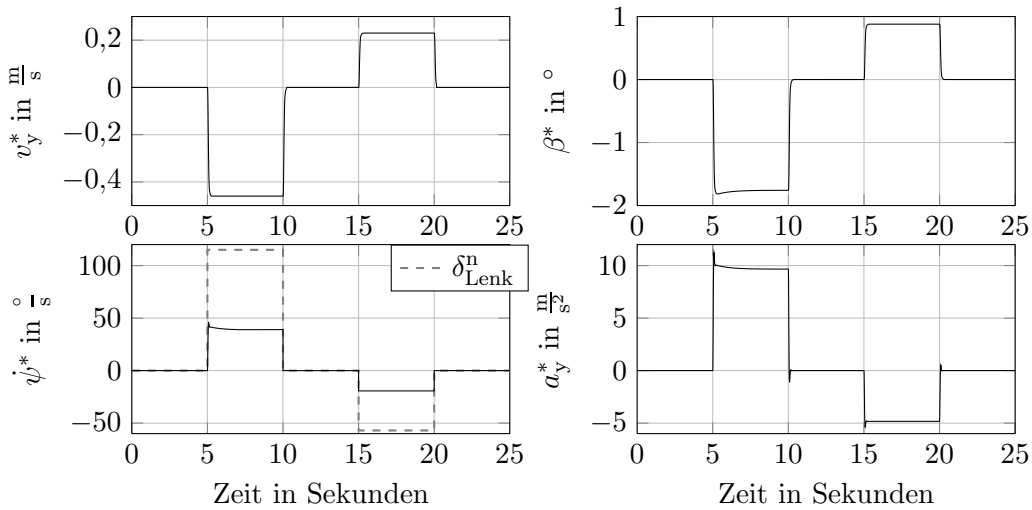


Bild 4.10: Trajektorien aus objektiven und subjektiven Bewertungskriterien

der Aufbau der Querschleunigung beim stückweise linearen Modell nur langsam erfolgt. Aufgrund der Änderung der Quergeschwindigkeit v_y beim Einspurmodell, ist die Querschleunigung dynamisch etwas größer als beim linearen Modell.

Zusammenfassend soll betont werden, dass im Führungsmodell das Verhalten der Horizontaldynamik relativ frei vorgegeben werden kann, wie dieses Kapitel zeigen sollte. Alle Modelle haben ihre Vorteile. Das Verhalten des linearen Modells kann sehr einfach über

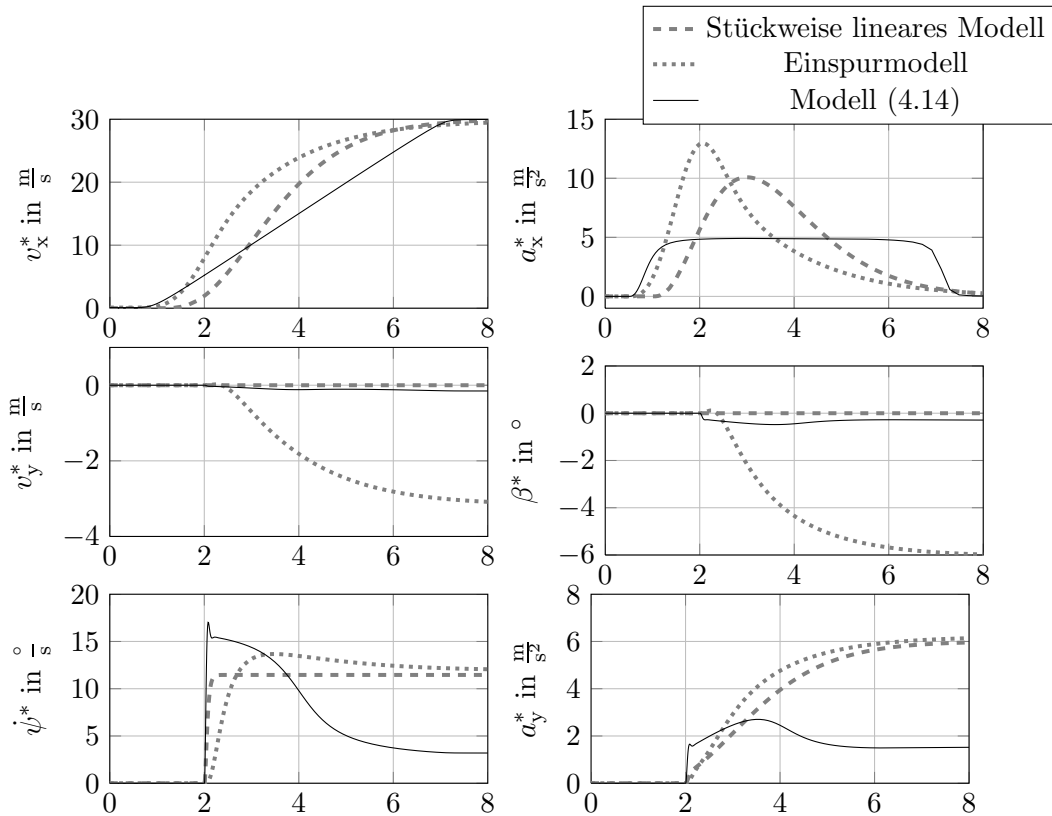


Bild 4.11: Trajektorien der Modelle im Vergleich

Polvorgabe eingestellt werden, während beim Einspurmodell dazu physikalisch motivierte Parameter dienen. Das Verhalten beider Modelle kann weiter an ein gutes Fahrverhalten angepasst werden. So kann das Einspurmodell durch die Nutzung einer geschwindigkeitsabhängigen Lenkübersetzung und Auslegung der Hinterradlenkung an das Modell nach Bewertungskriterien angepasst oder in anderer Weise verbessert werden. Viele komplizierte Überlegungen zur Hinterachslenkung oder variabler Lenkübersetzung zur Erzeugung eines gewünschten Verhaltens der Horizontaldynamik können durch die direkte Modellierung (4.14) des gewünschten Verhaltens über Bewertungskriterien umgangen werden. Daher wird im Folgenden zu großen Teilen auf dieses Modell für das Wunschverhalten zurückgegriffen. Auch das Verhalten des Modells (4.14) kann noch weiter verbessert werden, was im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht weiter behandelt werden soll. Das Vernachlässigen von Einflüssen, beispielsweise aus der Vertikaldynamik, stellt im Wunschverhalten keine Vereinfachung, sondern eine echte Entkopplung dar.

4.2 Trajektorien für die Vertikaldynamik

Eine einfache Möglichkeit, Trajektorien für die Vertikaldynamik zu generieren, ist

$$y_v^* = 0, \dot{y}_v^* = 0, \dots, y_v^{*(5)} = 0,$$

also keine vertikalen Aufbaubewegungen vorzugeben. Damit wird die Vertikaldynamik von der Horizontaldynamik entkoppelt, wodurch beim Anfahren, Bremsen und bei Lenkmanövern keine Nick-, Wank- oder Hubbewegungen mehr verursacht werden. Dies entspricht der üblichen Wankwinkelkompensation und enthält zudem das Ziel der Niveauregulierung. Eine Entkopplung der Horizontal- und Vertikalbewegungen stellt auch nach Bewertungskriterien ein gutes Fahrverhalten dar. Die Reaktion auf Straßenunebenheiten und andere äußere Einflüsse wird unabhängig davon über das Störverhalten festgelegt, was mit dem sogenannten Skyhook-Verfahren vergleichbar ist. Eine Zusammenstellung der verschiedenen Strategien zur Regelung der Vertikaldynamik findet sich beispielsweise in [48] oder [98]. Der Schwerpunkt dieser Arbeit soll nicht auf der Entwicklung von Regelstrategien für die Vertikaldynamik liegen, unter anderem weil dies nur für teure Oberklassefahrzeuge relevant ist. Die Vertikaldynamik soll vielmehr berücksichtigt werden, um genauere Informationen über die Auswirkungen von Aufbaubewegungen auf die Radlasten zu erhalten. Deshalb soll in diesem Kapitel, aufbauend auf Kapitel 3.3, genauer gezeigt werden, wie eine passive Vertikaldynamik im Entwurf berücksichtigt werden kann. Analog können damit auch semiaktive Fahrwerke behandelt werden, bei denen Dämpfungseigenschaften oder Steifigkeiten verändert werden können.

4.2.1 Trajektorien mit passivem Fahrwerk

Die Trajektorien der Vertikaldynamik können mit einem aktiven Fahrwerk, wie in Kapitel 3 gezeigt, frei vorgegeben werden. Mit einem passiven Fahrwerk kann die Vertikaldynamik direkt als interne Dynamik eines nicht-flachen Systems in Eingangs-Ausgangs-Darstellung mit dem Ausgang

$$\hat{y} = [y_h \quad y_2] = [y_h \quad y_{R1} \quad y_{R2} \quad y_{R3} \quad y_{R4}]$$

angesehen werden.

Dadurch vereinfacht sich die Berechnung der Vertikal- und Maximalkräfte. Allerdings müssen die nötigen Trajektorien für die Vertikaldynamik aus der Integration der Dynamik (2.8a) des Fahrzeugs mit $u_z = 0$ bzw. $u_v = 0$ und $\rho_v = 0$ zu

$$\begin{aligned} \dot{x}_v^* &= f_v(x_v^*, x_h^*) + g_v(x_v^*) u_h^*, \\ F_z^* &= n(x_v^*) + F_{z,stat}, \\ y_v^* &= C_v x_v^* = h_v(x_v^*) \end{aligned}$$

berechnet werden. Alle weiteren benötigten Ableitungen ergeben sich durch zeitliche Differentiation des Ausgangs

$$\begin{aligned}
\dot{y}_v^* &= L_{f_v} h_v(x_v^*), \\
\ddot{y}_v^* &= L_{f_v}^2 h_v(x_v^*) + L_{g_v} L_{f_v} h_v(x_v^*) u_h^*, \\
y_v^{(3)*} &= L_{f_v}^3 h_v(x_v^*) + \frac{d}{dt} L_{g_v} L_{f_v} h_v(x_v^*) u_h^* + L_{g_v} L_{f_v} h_v(x_v^*) \dot{u}_h^*, \\
y_v^{(4)*} &= L_{f_v}^4 h_v(x_v^*) + \frac{d^2}{dt^2} L_{g_v} L_{f_v} h_v(x_v^*) u_h^* + 2 \frac{d}{dt} L_{g_v} L_{f_v} h_v(x_v^*) \dot{u}_h^* + L_{g_v} L_{f_v} h_v(x_v^*) \ddot{u}_h^*, \\
y_v^{(5)*} &= L_{f_v}^5 h_v(x_v^*) + \frac{d^3}{dt^3} L_{g_v} L_{f_v} h_v(x_v^*) u_h^* + 3 \frac{d^2}{dt^2} L_{g_v} L_{f_v} h_v(x_v^*) \dot{u}_h^* + \dots \\
&\quad + 3 \frac{d}{dt} L_{g_v} L_{f_v} h_v(x_v^*) \ddot{u}_h^* + L_{g_v} L_{f_v} h_v(x_v^*) u_h^{(3)*}
\end{aligned}$$

und der gewünschten Radlast

$$\begin{aligned}
\dot{F}_z^* &= L_{f_v} n_v(x_v^*), \\
\ddot{F}_z^* &= L_{f_v}^2 n_v(x_v^*) + L_{g_v} L_{f_v} n_v(x_v^*) u_h^*, \\
F_z^{(3)*} &= L_{f_v}^3 n_v(x_v^*) + \frac{d}{dt} L_{g_v} L_{f_v} n_v(x_v^*) u_h^* + L_{g_v} L_{f_v} n_v(x_v^*) \dot{u}_h^*,
\end{aligned}$$

mit $g_v(x_v^*) = B_v g_{vh}(x_v^*)$. Die explizite Darstellung der zeitlichen Ableitungen $\frac{d^j}{dt^j} L_{g_v} L_{f_v} h_v(x_v^*)$ mit $j = 1, 2, 3$ und $\frac{d}{dt} L_{g_v} L_{f_v} n_v(x_v^*)$ hängt wiederum von u_h und dessen zeitlichen Ableitungen ab, diese tragen aber keine höheren Ableitungen als bereits auftretende bei und können somit sukzessiv berechnet werden. Zur Darstellung der Abhängigkeiten und Strukturen bringt das explizite Ausführen der Ableitungen und Ausmultiplizieren keine weiteren Vorteile.

4.3 Assistenz und Beschränkungen im Wunschverhalten

Durch die Strukturierung der Regelung stehen unabhängig von der Vorgabe des Wunsch- und Störverhaltens intuitive Schnittstellen zur Verfügung. Zum einen stehen die bisher unparametrierten Freiheitsgrade ρ_h und mit aktivem Fahrwerk zusätzlich ρ_v zur Verfügung, um das Fahrzeugverhalten positiv zu beeinflussen. Zum Anderen stehen die Wunschtrajektorien für die Horizontal- und Vertikaldynamik ebenfalls vollständig als Schnittstelle zur Verfügung und können durch verschiedene Assistenten überlagert werden. Zusätzlich soll in diesem Kapitel eine weitere Schnittstelle geschaffen werden, die es ermöglicht, den maximal möglichen Kraftschluss zu berücksichtigen. Wie beim Entwurf der Wunschmodelle für die Horizontaldynamik angedeutet wurde, ist es möglich, die maximal auftretende Beschleunigung beim Bremsen oder Anfahren zu beeinflussen bzw. direkt zu beschränken. In Kapitel 4.3.2 soll deshalb gezeigt werden, wie konkrete Werte für die Beschränkung der Horizontaldynamiktrajektorien aus den Kraftschlüssen an den einzelnen Räder hergeleitet werden können.

4.3.1 Wahl der verbleibenden Freiheitsgrade

Für die Generierung des Wunschverhaltens der Vertikaldynamik verbleibt ein weiterer Freiheitsgrad, der mit ρ_v gegeben ist. Wie schon beschrieben, kann das Fahrwerk über diesen Freiheitsgrad verspannt werden. Ein Verspannen des Fahrwerks hat Einfluss auf das Eigenlenkverhalten des Fahrzeugs, womit wiederum das Verhalten der Horizontaldynamik beeinflusst werden kann. Hierzu wurden in verschiedenen Arbeiten Untersuchungen angestellt [50, 101]. Um diesen Einfluss nutzen zu können, sind spezielle Modelle notwendig und es hat sich gezeigt, dass der Einfluss sich erst bei hohen Beschleunigungen effizient nutzen lässt. Da das hier genutzte Modell dieses Verhalten nicht abbildet, wird der Freiheitsgrad ρ_v im Folgenden nicht genutzt und zu Null gesetzt.

Die verbleibenden fünf Freiheitsgrade ρ_h durch die Überaktuierung der Horizontaldynamik beeinflussen die Verteilung der Schwerpunktskräfte u_h auf die einzelnen Räder. Dies führte in zahlreichen Arbeiten auf die Idee, mit Hilfe dieser Freiheitsgrade die Kraftschlussausnutzung oder die Horizontalkräfte selbst zu minimieren, was auf Optimierungsprobleme führt, deren Lösung hohen Rechenaufwand erfordert. In diesem Kapitel wird eine einfache und intuitive Wahl dieser Freiheitsgrade gezeigt, die zu einer Angleichung der Kraftschlussausnutzungen führt und die maximale Kraftschlussausnutzung daher ebenfalls verkleinert. Beim Beschleunigen des Fahrzeugs entsteht ein dynamisches Moment, das ein Nicken des Fahrzeugs hervorruft. Infolgedessen wird die dynamische Radlast an der Vorderachse verkleinert und an der Hinterachse erhöht. Gleiches gilt folglich für das Kraftschlusspotential. Bei einer Gleichverteilung der benötigten Antriebskräfte vorne und hinten, d.h. mit $\rho_h = 0$, wird die x -Komponente u_{hx} von u_h zur Hälfte von der Vorderachse und zur Hälfte von der Hinterachse erbracht, sodass die Kraftschlussausnutzung vorne entsprechend größer ist als hinten. Gleiches gilt bei Kurvenfahrt für die Querkräfte links und rechts am Fahrzeug. Die folgende Wahl der Freiheitsgrade beruht auf der Idee der idealen Bremskraftverteilung, wie sie beispielsweise in [142] genutzt wird. Damit die darin getroffenen Annahmen deutlich werden, soll nochmals kurz die Herleitung aus [146] angegeben werden. Dafür wird zuerst der Begriff der Abbremsung nach [22] benötigt. Abweichend von der DIN-Norm wird die Abbremsung hier mit Z bezeichnet, da das z schon für den Vertikalhub belegt ist. Die Abbremsung wird durch die auf das Fahrzeuggewicht bezogene Summe der Bremskräfte

$$Z = \frac{1}{G_g} (F_{Bv} + F_{Bh})$$

an Vorder- und Hinterachse beschrieben, siehe Bild 4.12. Die beim Bremsen wirksamen Aufstandskräfte können mit den Momentengleichgewichten um den Vorder- und Hinterachsaufstandspunkt zu

$$F_{Gv} = G_g \left(\frac{l_h}{l} + \frac{h}{l} Z \right), \quad F_{Gh} = G_g \left(\frac{l_v}{l} - \frac{h}{l} Z \right)$$

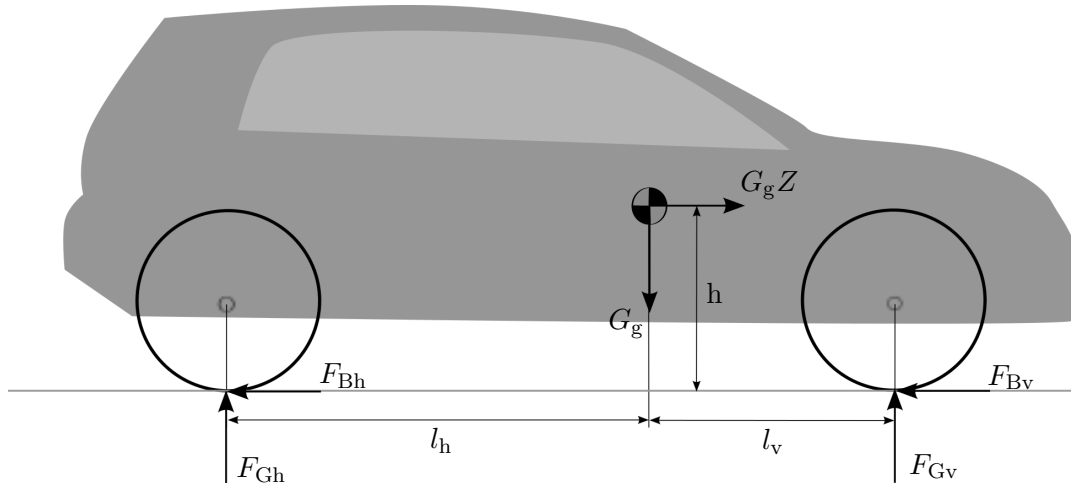


Bild 4.12: Kräfte am Fahrzeug beim Bremsvorgang

bestimmt werden. Mit Hilfe des Reibwerts μ ergeben sich daraus die horizontalen Kräfte an der Vorder- und Hinterachse, welche ebenfalls auf die Gewichtskraft bezogen werden zu

$$\frac{F_{Bv}}{G_g} = \mu \left(\frac{l_h}{l} + \frac{h}{l} Z \right), \quad \frac{F_{Bh}}{G_g} = \mu \left(\frac{l_v}{l} - \frac{h}{l} Z \right).$$

Da die Summe der dynamischen Radlasten gerade der Gewichtskraft des Fahrzeuges entspricht, ist eine maximale Abbremsung nur im Maximum der Kraftschlupf-Kurve, was durch $Z = \mu_H$ charakterisiert werden soll und bei vollständig gleichmäßiger Kraftschlussausnutzung möglich. Damit ergeben sich die Gleichungen

$$\frac{F_{Bv}}{G_g} = Z \left(\frac{l_h}{l} + \frac{h}{l} Z \right), \quad (4.15)$$

$$\frac{F_{Bh}}{G_g} = Z \left(\frac{l_v}{l} - \frac{h}{l} Z \right). \quad (4.16)$$

Aus Gleichung (4.15) kann nun beispielsweise die Abbremsung Z abhängig von der Bremskraft an der Vorderachse bestimmt werden. Die daraus berechneten Abbremsungen lauten

$$Z_{1,2} = -\frac{l_h}{2h} \pm \sqrt{\left(\frac{l_h}{2h} \right)^2 + \frac{l}{h} \frac{F_{Bv}}{G_g}},$$

mit denen sich die Abbremsung aus Gleichung (4.16) eliminieren lässt. Damit lässt sich ein Ausdruck

$$\frac{F_{Bh}}{G_g} = -\frac{l_h}{2h} \pm \sqrt{\left(\frac{l_h}{2h} \right)^2 + \frac{l}{h} \frac{F_{Bv}}{G_g}} - \frac{F_{Bv}}{G_g} \quad (4.17)$$

für die Wahl der Bremskraft an der Hinterachse in Abhängigkeit der Kraft an der Vorderachse bestimmen. Mit $u_{hx} = F_{Bv} + F_{Bh}$ ergibt sich

$$\frac{u_{hx}}{G_g} = -\frac{l_h}{2h} \pm \sqrt{\left(\frac{l_h}{2h} \right)^2 + \frac{l}{h} \frac{F_{Bv}}{G_g}}, \quad (4.18)$$

woraus nun ein Freiheitsgrad bestimmt werden kann. Für die Bremskraft an der Vorderachse gilt $F_{Bv} = F_{Rx1} + F_{Rx2}$, wobei die Radkräfte mit den entsprechenden Zeilen von (2.4) ersetzt werden können. Daraus folgt

$$\frac{u_{hx}}{G_g} = -\frac{l_h}{2h} \pm \sqrt{\left(\frac{l_h}{2h}\right)^2 + \frac{l}{h} \frac{\frac{1}{2}u_{hx} + \rho_{h1} + \rho_{h2}}{G_g}}$$

und letztendlich der Ausdruck

$$\rho_{h1} + \rho_{h2} = \frac{h}{lmg} (u_{hx})^2 + \frac{l_h - l_v}{2l} u_{hx}.$$

Beim gewählten Kern (2.5) beeinflusst die Verteilung auf ρ_{h1} und ρ_{h2} die Aufteilung der nötigen Kräfte vorn und hinten nach links und rechts. Für die gradlinige Beschleunigung oder Abbremsung sollte diese Aufteilung gleichmäßig erfolgen, sodass

$$\rho_{h1}^* = \rho_{h2}^* = \frac{1}{2} \frac{h}{lmg} (u_{hx}^*)^2 + \frac{l_h - l_v}{4l} u_{hx}^* \quad (4.19)$$

gewählt werden muss.

Eine Übertragung dieser Sichtweise für eine Kurvenfahrt mit konstantem Radius und konstanter Geschwindigkeit führt auf die Bedingung

$$\rho_{h3} + \rho_{h4} + \rho_{h5} = \frac{h}{bmg} (u_{hy})^2 + \frac{b_r - b_l}{2b} u_{hy}.$$

Mit dem gewählten Kern (2.5) ist es sinnvoll

$$\rho_{h3}^* = 0 \quad (4.20)$$

zu wählen, um somit die Radkraftverteilung in x - und y - Richtung zu entkoppeln. Die verbleibenden Freiheitsgrade müssen wiederum für eine möglichst gleichmäßige Verteilung auf Vorder- und Hinterräder sorgen, was für ein Fahrzeug ohne Stabilisatoren oder bei Stabilisatoren mit gleicher Steifigkeit auf

$$\rho_{h4}^* = \rho_{h5}^* = \frac{1}{2} \frac{h}{bmg} (u_{hy}^*)^2 + \frac{b_r - b_l}{4b} u_{hy}^*. \quad (4.21)$$

führt. Bei verschiedenen Stabilisatorsteifigkeiten vorn und hinten muss die Gewichtung entsprechend angepasst werden. Damit wird für die besprochenen Szenarien die Kraftschlussausnutzung $\eta_{Ri} = \frac{|F_{Ri}|}{F_{maxi}}$ homogenisiert. In dieser Arbeit geschah dies iterativ durch simulative Untersuchungen. Die Gleichungen für die Freiheitsgrade nach (4.19) und (4.21) haben dabei gerade die durch (3.12) geforderte Form und besitzen daher eine günstige Struktur zur Berechnung der gewünschten Trajektorien für die Raddynamik und die Ströme der elektrischen Maschinen. In Bild 4.13 ist ein Beschleunigungsvorgang mit anschließendem Lenkmanöver gezeigt. Zur Generierung der Trajektorien wurde das Modell (4.14) genutzt. Bild 4.14 zeigt die dazu notwendigen gewünschten Kraftschlussausnutzungen für $\rho_h^* = 0$ und

für ρ_h^* gemäß (4.19) - (4.21). Dabei ist eine deutliche Angleichung der Kraftschlussausnutzungen durch die Nutzung der Freiheitsgrade zu sehen, wodurch mehr Kraftschlusspotential zur Störkompensation oder in kritischen Situationen verbleibt.

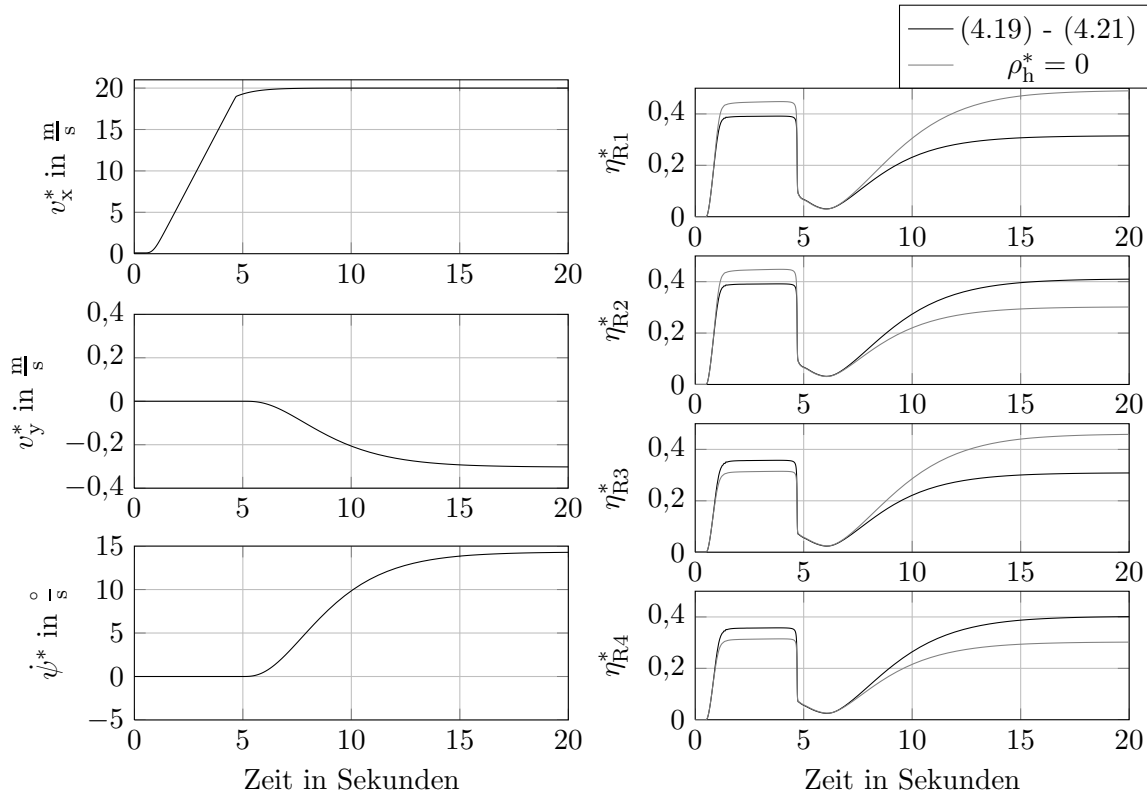


Bild 4.13: Beschleunigen & Lenken

Bild 4.14: Kraftschlusspotential

Mit dieser Homogenisierung der Kraftschlussausnutzungen wird es möglich, die Beschleunigungen bis nahe an die physikalische Grenze auszureizen. In [137] wird zusätzlich untersucht, wie dieser Ansatz auf kombinierte Manöver erweitert werden kann. Ein interessantes Ergebnis auf Basis einer Optimierung mit analytischer Lösung bietet [87]. Ohne diese Verteilung würden einzelne Räder die Kraftschlussgrenze schon erreichen, wenn an anderen Rädern noch Potenzial zur Verfügung steht. Bei der Vorgabe des Wunschverhaltens muss sichergestellt werden, dass diese physikalische Beschränkung nicht verletzt wird. Im Zusammenhang mit dem Kraftschlusspotential muss dementsprechend sichergestellt werden, dass die maximal möglichen Kräfte an den einzelnen Rädern nicht überschritten werden, was im folgenden Kapitel behandelt wird.

4.3.2 Integration der Beschränkungen im Kraftschluss

Das genutzte Reifenmodell ist, wie in Kapitel 2.2.1 beschrieben, isotrop, wodurch gewünschten Trajektorien nur gefolgt werden kann, so lange der Kamm'sche Kreis

$$F_{\max i} \geq \sqrt{(F_{Rxi})^2 + (F_{Ryi})^2}, \quad (4.22)$$

eingehalten wird. Der gewünschte Kraftbetrag der Horizontalkräfte kann demnach nicht größer sein als die durch diese Trajektorien implizierte maximal übertragbare Kraft an den Rädern. In noch realistischeren, nicht-isotropen Reifenmodellen gilt dieser grundlegende Zusammenhang ebenfalls, der Kreis wird allerdings zur Ellipse, da in x -Richtung ein etwas größeres Potential als in y -Richtung existiert. Da die benötigten Radkräfte direkt durch die Wunschtrajektorien beeinflusst werden können, sollte bei der Generierung der Wunschtrajektorien immer darauf geachtet werden, die Maximalkräfte an den Rädern nicht zu überschreiben. Das Missachten dieser Begrenzung führt außerdem zu Singularitäten in der Trajektoriengenerierung, denn dann wird das Argument des arcsin in (3.23) größer als eins.

Mit Hilfe des Kamm'schen Kreises können durch Einsetzen von (2.4) und der Parametrierung (3.24) nicht-holonome Zwangsbedingungen für die Trajektorien der Horizontaldynamik gewonnen werden. Es folgen vier Bedingungen für den allgemeinen Fall:

$$F_{\max i}^2 \geq \left[\left(p_{h_{2i-1}}^+ \right)^T B_h^{-1} \left(-\hat{f}_h(y_h, \dot{y}_v) + \dot{y}_h \right) + \left(p_{h_{2i-1}}^\perp \right)^T \rho_h \right]^2 + \dots \\ + \left[\left(p_{h_{2i}}^+ \right)^T B_h^{-1} \left(-\hat{f}_h(y_h, \dot{y}_v) + \dot{y}_h \right) + \left(p_{h_{2i}}^\perp \right)^T \rho_h \right]^2.$$

Diese vier Bedingungen können nach den höchsten auftretenden Ableitungen aufgelöst werden. Da hier \dot{y}_h auftritt, lassen sich die Gleichungen jeweils nach \dot{v}_x , \dot{v}_y oder $\ddot{\psi}$ auflösen. Für das Beispiel mit $\rho_h^* = 0$ ergeben sich durch den quadratischen Charakter der Gleichungen (4.22) zwei Bedingungen pro Rad für die maximal mögliche Beschleunigung

$$\dot{v}_{x_{\max i_{1/2}}} \leq q_{\max i_{1/2}} \left(\dot{v}_y, v_y, \ddot{\psi}, \dot{\psi}, v_x, F_{\max i}, \dot{y}_v \right) \quad (4.23)$$

in Längsrichtung. Für einen symmetrischen Fahrzeugaufbau, d. h. $l_v = l_h$, $b_r = b_l$, und $\rho_h^* = 0$ ergibt sich die kompakte Darstellung, exemplarisch für das linke Vorderrad,

$$\dot{v}_{x_{\max 1_{1/2}}} = \hat{f}_{h1}(y_h, \dot{y}_v) - \frac{4p_{h13}^+}{m} u_{hz} \pm \frac{4}{m} \sqrt{(F_{\max 1})^2 - \left(\frac{1}{4} u_{hy} + p_{h23}^+ u_{hz} \right)^2}. \quad (4.24)$$

Der Ausdruck \hat{f}_{h1} steht dabei für die erste Zeile von \hat{f}_h . An dieser Lösung ist schön zu sehen, dass im Falle reiner Längsbeschleunigung der Kraftschluss abzüglich der Widerstandskräfte und kinematischen Kopplungen vollständig zum Beschleunigungsaufbau verfügbar ist. Im Allgemeinen hängt die Anzahl der Lösungen (4.23) von der Wahl der Freiheitsgrade ab. Bei der Wahl von ρ_h^* nach Kapitel 4.3.1 existieren pro Rad bereits vier Lösungen.

Mit Hilfe der Lösungen (4.23) oder (4.24) kann im Falle kombinierter Manöver somit ein Wertebereich der zulässigen Längsbeschleunigung

$$\dot{v}_{xi} \in [\mathcal{N}_i^u, \mathcal{N}_i^o], \\ \mathcal{N}_{xi}^u = f_1(v_x, v_y, \dot{v}_y, \dot{\psi}, \ddot{\psi}, F_{\max i}, \dot{y}_v), \quad \mathcal{N}_{xi}^o = f_2(v_x, v_y, \dot{v}_y, \dot{\psi}, \ddot{\psi}, F_{\max i}, \dot{y}_v)$$

bezüglich jedes Rads angegeben werden. Dabei stehen \mathcal{N}_i^u für eine untere negative und \mathcal{N}_i^o für eine obere positive Schranke der Beschleunigung bezüglich jedes Rads. Daraus ergibt sich ein zulässiges Gesamtgebiet

$$\mathcal{M}_x = [\mathcal{N}_x^u = \max \{\mathcal{N}_{x1}^u, \dots, \mathcal{N}_{x4}^u\}, \mathcal{N}_x^o = \min \{\mathcal{N}_{x1}^o, \dots, \mathcal{N}_{x4}^o\}], \quad (4.25)$$

in dem sich die Längsbeschleunigung des Fahrzeugs befinden muss, damit die maximal mögliche Kraft an keinem Rad überschritten wird. Zur Einhaltung des Kamm'schen Kreises muss im Betrieb nun überprüft werden, ob die vom Führungsmodell generierte Beschleunigung im zulässigen Wertebereich (4.25) liegt. Kommt die Beschleunigung an die Grenzen des Gebiets, muss sie beschränkt werden. Im linearen Modell und beim Einspurmodell kann dies durch die Integration einer Sättigungsfunktion mit dynamischen Grenzen geschehen. Für ein Führungsverhalten zweiter Ordnung wurde das notwendige Vorgehen in [39] gezeigt. In [29] wurde ebenfalls gezeigt, wie die Zeitkonstanten eines PT_2 -Gliedes in konservativer Weise gewählt werden können, um bei gradliniger Beschleunigung eine maximale Beschleunigung nicht zu überschreiten. Beim Modell (4.14) kann hingegen der Parameter d_{\max} angepasst werden. Die Schätzung der maximal übertragbaren Kraft an jedem Rad ist ein sehr interessantes und komplexes Thema für sich und kann im Rahmen dieser Arbeit nicht eingehend behandelt werden. Für das weitere Vorgehen soll angenommen werden, dass die maximal übertragbare Kraft hinreichend genau bekannt ist. In Kapitel 9.3 soll jedoch kurz eine Idee vorgestellt werden, die sich gut in den Entwurf integriert. Die Existenz eines reellen Wertebereichs (4.25) ist nicht für alle Fahrsituationen garantiert. An Gleichung (4.24) ist ersichtlich, dass die Lösung komplex werden kann. Das ist der Fall, wenn allein die Querbewegung des Fahrzeugs am entsprechenden Rad eine größere Kraft benötigt als übertragen werden kann. Im Notfall ist es dann nicht mehr möglich, das Fahrzeug auf der gleichen Querdynamiktrajektorie zu bremsen. Eine solche Fahrsituation kann mit den genutzten Führungsmodellen nicht ausgeschlossen werden, da der Fahrer durch seine Eingaben weitgehend selbst entscheidet, welche Trajektorien generiert werden. Hier bietet es sich allerdings auf der Basis von Momentanwerten an, den Fahrer zu unterstützen. Dafür kann eine Grenze oder ein Schwellwert definiert werden, bevor die Lösung den reellen Lösungsraum verlässt. Der Fahrer kann beispielsweise akustisch und optisch oder haptisch über das Fahrpedal bzw. das Lenkrad gewarnt werden und die Fahrzeuggeschwindigkeit oder die Gierrate selbständig zurücknehmen, bevor eine kritische Situation eintritt. Möglich wäre auch eine direkte Überlagerung oder Überstimmung der Fahrereingaben durch eine Notfallgenerierung. Dabei könnte zum einen die Trajektorie für v_y modifiziert werden, um die Kraft u_{hy} zu verkleinern und im reellen Lösungsraum zu verbleiben. Das hätte jedoch eine Trajektoriengenerierung mit integrierendem Charakter und damit einen starken Anstieg der Geschwindigkeit v_y und des Schwimmwinkels zur Folge. Ein solches Verhalten entspräche in gewisser Weise einem natürlichen und gewünschten Fahrzeugverhalten [85]. Es ist jedoch für ungeübte Fahrer nicht einfach, ein solches Verhalten als charakteristisch für kritische Situationen zu interpretieren. Eine weitaus drastischere Möglichkeit eines Eingriffs besteht darin, zusätzlich die Gierbeschleunigung zu beschränken. Auch hierfür lassen sich Gleichungen

$$\ddot{\psi}_{\max i_{1/2}} \leq q_{\max i_{1/2}} \left(\dot{v}_y, v_y, \dot{\psi}, \dot{v}_x, v_x, F_{\max i}, \dot{y}_v \right) \quad (4.26)$$

berechnen. Analog zur Längsbeschleunigung lässt sich auch hier ein zulässiger Wertebereich

$$\mathcal{M}_\psi = [\mathcal{N}_\psi^u = \max \{ \mathcal{N}_{\psi 1}^u, \dots, \mathcal{N}_{\psi 4}^u \}, \mathcal{N}_\psi^o = \min \{ \mathcal{N}_{\psi 1}^o, \dots, \mathcal{N}_{\psi 4}^o \}] \quad (4.27)$$

und eine Grenze, wann der reelle Lösungsraum verlassen wird, angeben. Für den einfachen Fall $\rho_h = 0$ und $l_v = l_h$, $b_r = b_l$ ergibt sich beispielhaft für das linke Vorderrad wiederum das relativ kompakte Ergebnis

$$\ddot{\psi}_{\max 1/2} = \hat{f}_{h3}(y_h, \dot{y}_v) + \frac{(l)^2 u_{hx} - b l u_{hy}}{2bJ_z} \pm \frac{1}{2bJ_z} \sqrt{\underbrace{16F_{\max 1}((b)^2 + (l)^2) - (b u_{hx} + l u_{hy})^2}_{\mathcal{H}_\psi}}. \quad (4.28)$$

Werden beide Beschränkungen eingehalten, bleibt das Fahrverhalten bei hinreichend genauer Schätzung der maximal übertragbaren Kräfte zu jeder Zeit stabil. Der Fahrer kann sich jedoch noch in Situationen manövrieren, in denen keine Änderung der Längsgeschwindigkeit oder der Gierrate möglich sind. Hier ist es sinnvoll, einen Schwellwert zu definieren und den Fahrer zu warnen oder zu überstimmen, bevor dieser Fall eintritt. Welche Möglichkeiten letztendlich realisiert werden, ist dabei einerseits durch gesetzliche Vorschriften eingeschränkt und andererseits Sache der Fahrzeug-Philosophie. Eine beispielhafte sinnvolle Realisierung warnt den Fahrer beim Erreichen eines ersten Schwellwerts und greift beim Erreichen eines zweiten Schwellwerts einzig durch Verringern der Fahrzeuggeschwindigkeit ein. Die zusätzliche Beschränkung der Gierbeschleunigung wird in [55, 39] gezeigt. Ein Begrenzen ist jedoch nicht zielführend, wenn deshalb eine Kurve nicht mehr durchfahren werden kann. Zweckvolle Schwellwerte für das Überstimmen der Fahrereingaben ergeben sich zum einen aus der "Weite" der Gebiete \mathcal{M}_x und \mathcal{M}_ψ . Nähert sich der Fahrzeugzustand kritischen Werten, werden die Gebiete immer kleiner und im schlechtesten Fall zu Null. Somit kann durch das Festlegen einer Mindestentfernung \mathcal{N}_x^{\min} , \mathcal{N}_ψ^{\min} von Null Kraftschlusspotential für die Folgeregelung vorbehalten und das Fahrzeug beim Eintreten in das Gebiet leicht abgebremst werden, um das zur Verfügung stehende Potenzial zu vergrößern und den Fahrer zu warnen. Eine andere Möglichkeit, Potenzial für die Folgeregelung zu reservieren besteht darin, zur Berechnung der Grenzen nur einen Anteil, beispielsweise $\tilde{F}_{\max i} = 0,8F_{\max i}$, der maximal übertragbaren, Kraft zu nutzen. Weiter muss die Existenz der Lösungen sichergestellt werden um somit die Möglichkeit, den Fahrzeugzustand stabil zu ändern, garantieren zu können. Dazu werden zwei weitere Schwellwerte \mathcal{H}_x^{\min} , \mathcal{H}_ψ^{\min} benötigt, die Mindestgrößen für die Terme unter der Wurzel in (4.25) und (4.27) festlegen, damit das Kraftschlusspotential nicht vollständig von den entsprechenden anderen Freiheitsgraden ausgenutzt wird. Zusammenfassend ergibt sich mit den durchgeführten Überlegungen und mit dem Wunschverhalten (4.14) das Gesamtmodell

$$\begin{aligned}
\dot{v}_x^* &= d_{\max} \arctan \left(d_{\text{xk}}^3 (v_x^* - \tilde{h}_{\text{Fahr}}) \right) + \left(\frac{1}{\pi} \arctan(k_{\text{schalt}} \hat{h}_{\text{Brems}}) + 0, 5 \right) \cdot \dots \\
&\quad \left(-d_{\max} \arctan \left(d_{\text{xk}}^3 (v_x^* - \tilde{h}_{\text{Fahr}}) \right) + \frac{2\hat{h}_{\text{Brems}}}{\pi} \arctan(-d_{\text{ak}}^3 v_x^*) \right) \\
\dot{v}_y^* &= \frac{1}{d_\beta} \arctan \left(\frac{v_y^*}{v_x^*} \right) - v_x^* \dot{\psi}^* \\
\psi^{*(3)} &= d_{\psi\text{k}}^2 \ddot{\psi}^* + d_{\psi\text{k}}^1 \dot{\psi}^* + k_{\psi\text{k}}(v_x^*) \tilde{\delta}_{\text{Lenk}} \\
k_{\psi\text{k}}(v_x^*) &= \frac{2(i_{\max} - i_{\min})}{\pi} \arctan(k_{\psi\text{k}}^0 (v_x^* - v_0)) + i_{\min} \\
\ddot{\delta}_{\text{Lenk}} &= d_{\delta\text{k}}^1 \dot{\delta} + d_{\delta\text{k}}^0 \delta + k_{\delta\text{k}} \delta_{\text{Lenk}} \\
\tilde{h}_{\text{Fahr}}^{(3)} &= d_{\text{xk}}^2 \ddot{h}_{\text{Fahr}} + d_{\text{xk}}^1 \dot{h}_{\text{Fahr}} + d_{\text{xk}}^0 h_{\text{Fahr}} + k_{\text{xk}} h_{\text{Fahr}} \\
\tilde{h}_{\text{Brems}}^{(3)} &= d_{\text{ak}}^2 \ddot{h}_{\text{Brems}} + d_{\text{ak}}^1 \dot{h}_{\text{Brems}} + d_{\text{ak}}^0 h_{\text{Brems}} + k_{\text{ak}} h_{\text{Brems}} \\
h_{\text{Brems}} &= h_{\text{Brems}}^{\text{F}} + h_{\text{Brems}}^{\text{A}} \tag{4.29}
\end{aligned}$$

$$d_{\max} = \begin{cases} d_{\max}^0 & \text{falls } \dot{v}_x^* \in \mathcal{M}_x \\ \tilde{\mathcal{N}}_x^u & \text{falls } \dot{v}_x^* \leq \mathcal{N}_x^u \\ \tilde{\mathcal{N}}_x^o & \text{falls } \dot{v}_x^* \geq \mathcal{N}_x^o. \end{cases}, \quad \hat{h}_{\text{Brems}} = \begin{cases} \tilde{h}_{\text{Brems}} & \text{falls } \dot{v}_x^* \in \mathcal{M}_x \\ \tilde{\mathcal{N}}_x^u & \text{falls } \dot{v}_x^* \leq \mathcal{N}_x^u \end{cases} \tag{4.30}$$

$$h_{\text{Brems}}^{\text{A}} = \begin{cases} 1 & \text{falls } \mathcal{N}_x^o \leq \mathcal{N}_x^{\min} \vee |\mathcal{N}_x^u| \leq \mathcal{N}_x^{\min}, \\ & \mathcal{N}_\psi^o \leq \mathcal{N}_\psi^{\min} \vee |\mathcal{N}_\psi^u| \leq \mathcal{N}_\psi^{\min}, \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{4.31}$$

$$\tilde{\mathcal{N}}_x^u = d_{\min 1} \dot{\mathcal{N}}_x^u + d_{\min 0} \mathcal{N}_x^u + k_{\min} \mathcal{N}_x^u \tag{4.32}$$

$$\tilde{\mathcal{N}}_x^o = d_{\max 1} \dot{\mathcal{N}}_x^o + d_{\max 0} \mathcal{N}_x^o + k_{\max} \mathcal{N}_x^o \tag{4.33}$$

$$\text{Fahrer warnen, wenn } \begin{cases} \mathcal{H}_x \leq \mathcal{H}_x^{\min}, \\ \mathcal{H}_\psi \leq \mathcal{H}_\psi^{\min} \end{cases}$$

für das Wunschverhalten der Horizontalodynamik. Gleichung (4.29) verdeutlicht, dass eine Bremsung vom Fahrer ($h_{\text{Brems}}^{\text{F}}$) oder vom Assistenzsystem über $h_{\text{Brems}}^{\text{A}}$ eingeleitet werden kann. Um die Differenzierbarkeitsanforderungen erfüllen zu können, müssen die Grenzen \mathcal{N}_x^u , \mathcal{N}_x^o jeweils einen Filter zweiter Ordnung (4.32), (4.33) durchlaufen. Die Dynamik dieser Filter sollte in jedem Fall schneller sein, als es möglich ist, Beschleunigungen auf- und abzubauen. Die Realisierung der Fallunterscheidungen kann wie das Unterscheiden zwischen Betätigen des Fahrpedals oder des Bremspedals ebenfalls über ein weiches Schalten mit arctan-Funktionen oder Sinus-Hyperbolicus-Funktionen geschehen. In Bild 4.15 ist ein reiner Beschleunigungs- und Bremsvorgang ohne die Nutzung von (4.31) zu sehen. Der Fahrer beschleunigt auf über 100 km/h und fordert Trajektorien an, die das Gebiet der maximal zulässigen Beschleunigung verlassen würden. Daher folgt die generierte Beschleunigung zwischen Sekunde 1 und 5 gemäß (4.30) dem Verlauf von \mathcal{N}_x^o . Analog wird durch ein zu

starkes Betätigen des Bremspedals eine nicht zulässige Verzögerung angefordert, sodass der Beschleunigungsverlauf von Sekunde 15 bis 17,5 \mathcal{N}_x^u folgt.

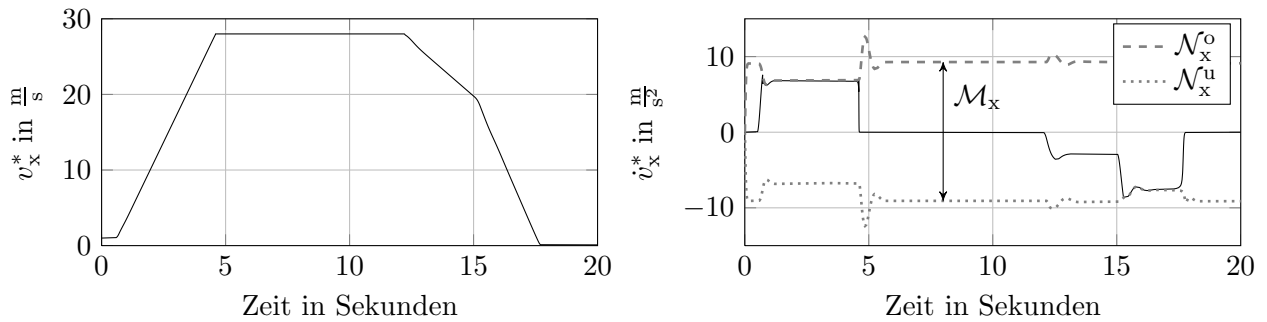


Bild 4.15: Beschleunigungsvorgang mit Beschränkung

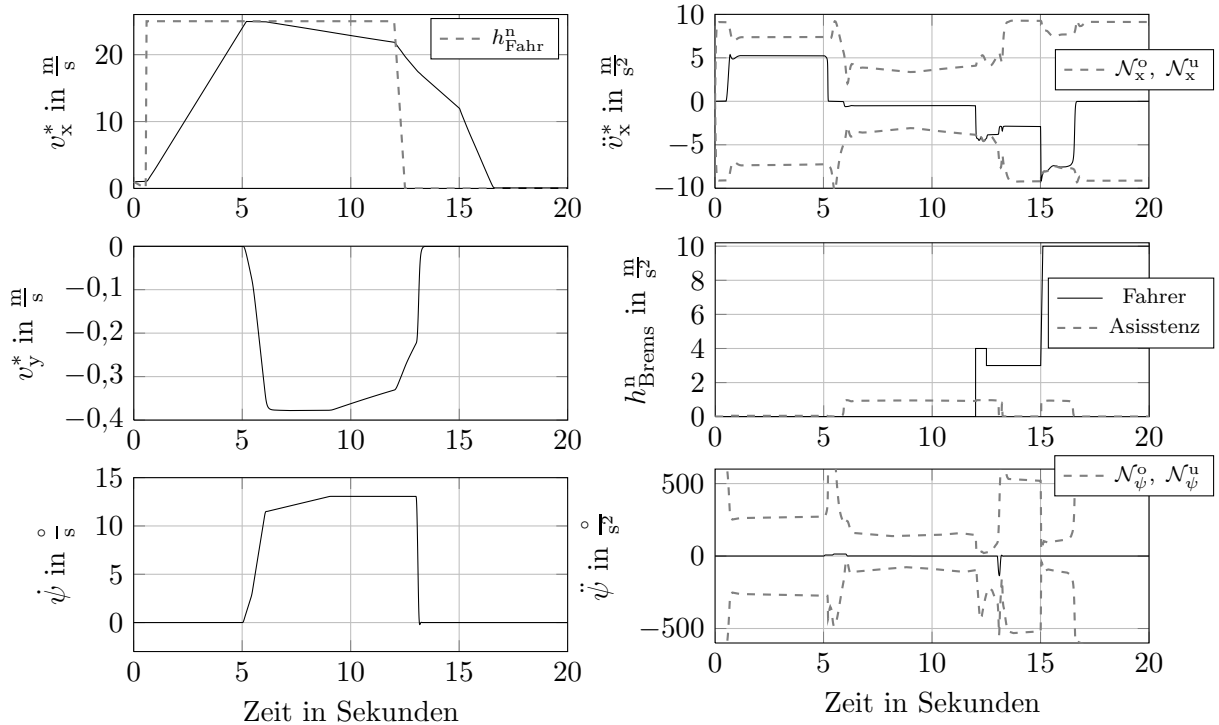


Bild 4.16: Fahrmanöver mit Beschränkung und Reserve zur Gierratenänderung

In Bild 4.16 ist ein kombiniertes Manöver zu sehen, dass durch die Nutzung von (4.31) möglich wird, wobei die Grenze $\mathcal{N}_\psi^{\min} = 180 \frac{\circ}{s^2}$ festgelegt wurde. Schon beim Beschleunigen auf $25 \frac{m}{s}$ greift die Assistent leicht ein, um Potential für ein mögliches Lenkmanöver zu reservieren. Ohne das Eingreifen wäre das ab Sekunde 5 dargestellte Lenkmanöver nicht möglich. Durch den Aufbau der Giergeschwindigkeit wird das Potential für weitere Lenkmanöver sehr schnell kleiner und ca. ab Sekunde 6 wird der festgelegte Grenzwert überschritten, sodass der Assistent nach (4.31) eingreift und eine Längsverzögerung von $1 \frac{m}{s^2}$ anfordert. Dadurch wird erst die schnelle Lenkrücknahme bei Sekunde 13 möglich. Ohne das Eingreifen wäre es nicht mehr möglich, die Gierrate definiert zu ändern.

5 Robustheitsanalyse und Entwurf des Störverhaltens

Nach der Strukturierung der Regelung in einen 2-Freiheitsgrade-Entwurf wurde im vorangegangenen Kapitel 4 das Festlegen des Wunschverhaltens und der verbleibenden Freiheitsgrade diskutiert. Die Folgeregelung muss darauf aufbauend sicherstellen, dass dieses Wunschverhalten auch tatsächlich eingeregelt wird. Im nominellen Fall, d.h. wenn keine Störungen auf das System wirken und alle Systemparameter genau bekannt sind, regelt die entworfene lineare Folgeregelung das Wunschverhalten sehr exakt ein. Zusätzlich muss gewährleistet werden, dass die Folgeregelung robust gegenüber Störungen und Parameterunsicherheiten arbeitet. Die Robustheit der Regelung gegenüber Unsicherheiten und Störungen trägt im Wesentlichen zur Fahrsicherheit bei. Von zentraler Bedeutung ist in diesem Zusammenhang das Reifenmodell, da die Parameter des Modells nicht exakt bekannt und aufwändig, z.B. mit nichtlinearen Least-Squares-Methoden, zu identifizieren sind [99]. Außerdem sind diese Parameter von Umgebungsverhältnissen wie Temperatur, Witterung und in besonderem Maße vom Straßenbelag abhängig. Auch die Schwerpunktlage, Masse und Trägheiten des Fahrzeugs sind keine statischen Kennwerte, sondern können sich durch das Zusteigen von Personen oder Zuladung ändern. Dieses Kapitel untersucht die Auswirkungen der angesprochenen, für das Fahrzeug charakteristischen Unsicherheiten auf das Gesamtsystem und die Regelung. Darauf aufbauend werden Modifikationen der Folgeregelung vorgenommen, die das Fahrzeugverhalten gegenüber diesen Unsicherheiten verbessert. Weiterhin werden die Auswirkungen von Störungen in Form von Kräften auf die Horizontal- und Vertikaldynamik untersucht.

5.1 Unsicherheiten im Reifenmodell

Ein wichtiger Aspekt für die Regelung ist wie beschrieben der Kontakt zwischen Reifen und Straße, denn dort werden die Radkräfte generiert, die es ermöglichen, das Fahrzeug stabil und auf gewollten Bahnen zu steuern. Sind die Zusammenhänge qualitativ auch sehr gut bekannt und beschreibbar, ist es immer problematisch, eine gute quantitative Schätzung der Radkräfte zu erhalten. Viele wissenschaftliche Untersuchungen konzentrieren sich dabei auf die Schätzung eines Reibwerts μ , der einer der Parameter des Reibmodells zwischen Reifen und Straße ist. Dieser Parameter hat noch am ehesten eine physikalische Bedeutung und beschreibt auch in der klassischen Mechanik den Zusammenhang zwischen Normal- und Tangentialkräften auf reibungsbehafteten Oberflächen. Die μ -Schätzung ist allerdings als problematisch anzusehen, da es auch hier wiederum verschiedene Reifenmodelle gibt, bei denen μ in verschiedenen Formen eingeht und alle weiteren Parameter die Schätzung beeinflussen. Um eine alternative Vorgehensweise zu entwickeln, soll zuerst untersucht werden, wie sich Unterschiede in den Kennlinien zwischen dem für die Regelung verwendeten

Modell und der Realität sowie andere Parametervariationen auf die generierten Radkräfte auswirken. Das Gleichungssystem (2.16) beschreibt eine modellhafte Möglichkeit, wie sich die Kräfte zwischen Straße und Reifen ergeben. Allerdings müssen weder das Modell noch die Parametrierung des Modells mit den realen Umständen zwischen Reifen und Straße zusammenfallen. Die Radkraft ist jedoch immer begrenzt, womit auch immer eine endliche Differenzkraft ϵ_i existiert, die den Unterschied zwischen realer Radkraft und Modellkraft beschreibt, siehe Bild 5.1. Im weiteren Verlauf sollen die realen, zeitveränderlichen Größen ohne jeglichen Zusatz bezeichnet werden, d.h. die realen Radkräfte werden mit F_R bezeichnet. Die Magic Tire Formula (2.16) und alle nominalen Parameter erhalten in diesem Kapitel den hochgestellten Index M, die Radkräfte aus diesem Modell werden also mit F_R^M bezeichnet. Aus anderen Zusammenhängen und Momentanwerten ermittelte Schätzungen sollen mit dem hochgestellten Index S bezeichnet werden, also im Beispiel der Radkraft F_R^S . Zur Erinnerung sei erwähnt, dass gewünschte Größen mit einem hochgestellten * bezeichnet werden. Unter der Annahme, dass zu jedem Zeitpunkt eine Menge von Parametern (k_{F_z}, μ_i, C_i, B_i) gefunden werden kann, die zu einem momentanen Schlupfwert auch die momentane Kraft liefert, kann die Abweichung der Kraft über eine reine Abweichung der Parameter beschrieben werden. Beim Parameter μ_i zeigt sich direkt durch Setzen von $\mu_i = \mu_i^M + \Delta\mu_i$, wie die additive Kraft zur Beschreibung der Unterschiede bestimmt wird. Die durch Variation des Parameters C_i entstehende Abweichung wird im Folgenden beispielhaft und zu Gunsten der Übersichtlichkeit für den Kraftbetrag gezeigt. Die Herleitung gilt ebenfalls für die Kräfte in x - und y -Richtung. Die Variation der restlichen Parameter ist in [63] zu finden. Damit lässt sich der reale Kraftbetrag am i -ten Rad mit einem additiven Unsicherheitsterm $\Delta C_i(t)$ als

$$\begin{aligned}
|F_{Ri}| &= F_{\max i} \sin \left((\Delta C_i(t) + C_i^M) \arctan (B_i |s_i|) \right) \\
&= \underbrace{F_{\max i} \sin (C_i^M \arctan (B_i |s_i|))}_{|F_{Ri}^M|} \underbrace{\cos (\Delta C_i(t) \arctan (B_i |s_i|))}_{\epsilon_{C_i 1}(t)} + \dots \\
&+ \underbrace{F_{\max i} \cos (C_i^M \arctan (B_i |s_i|))}_{\epsilon_{C_i 2}(t)} \sin (\Delta C_i(t) \arctan (B_i |s_i|)) \\
&= \epsilon_{C_i 1}(t) |F_{Ri}^M| + \epsilon_{C_i 2}(t) = (\tilde{\epsilon}_{C_i 1}(t) + 1) |F_{Ri}^M| + \epsilon_{C_i 2}(t) = |F_{Ri}^M| + \epsilon_{C_i}(t)
\end{aligned}$$

schreiben und es ergibt sich ein additiver Kraftanteil, der den Unterschied zwischen realen Kräften und momentanen Modellkräften beschreibt. Somit ist die allgemeine Annahme einer additiven Unsicherheit ϵ_i zur Beschreibung der Radkräfte sinnvoll und gerechtfertigt.

In gleicher Weise ergeben sich die Verhältnisse für eine Betrachtung der Radkräfte in x - und y -Richtung, sodass sich die Radkräfte mit der Unsicherheitsbeschreibung

$$\begin{aligned}
F_{Rxi} &= F_{Rxi}^M + \epsilon_{Rxi}(t) \\
F_{Ryi} &= F_{Ryi}^M + \epsilon_{Ryi}(t)
\end{aligned} \tag{5.1}$$

darstellen lassen.

In der entworfenen Reglerstruktur verursacht eine Abweichung ϵ_i zwischen Reifenmodell und realen Verhältnissen anschaulich eine nicht exakte Erzeugung der gewünschten Radkräfte

und damit auch einen Fehler in der Horizontaldynamik. Wenn, wie in Bild 5.1 zu sehen ist, ein Kraftbetrag von 1200N für die gewünschten Trajektorien benötigt wird, errechnet die Regelung mit Hilfe des inversen Reifenmodells einen benötigten Schlupfbetrag von 0,02. Die momentanen, realen Verhältnisse erzeugen bei diesem Schlupf im Gegensatz dazu eine Kraft von 1900N.

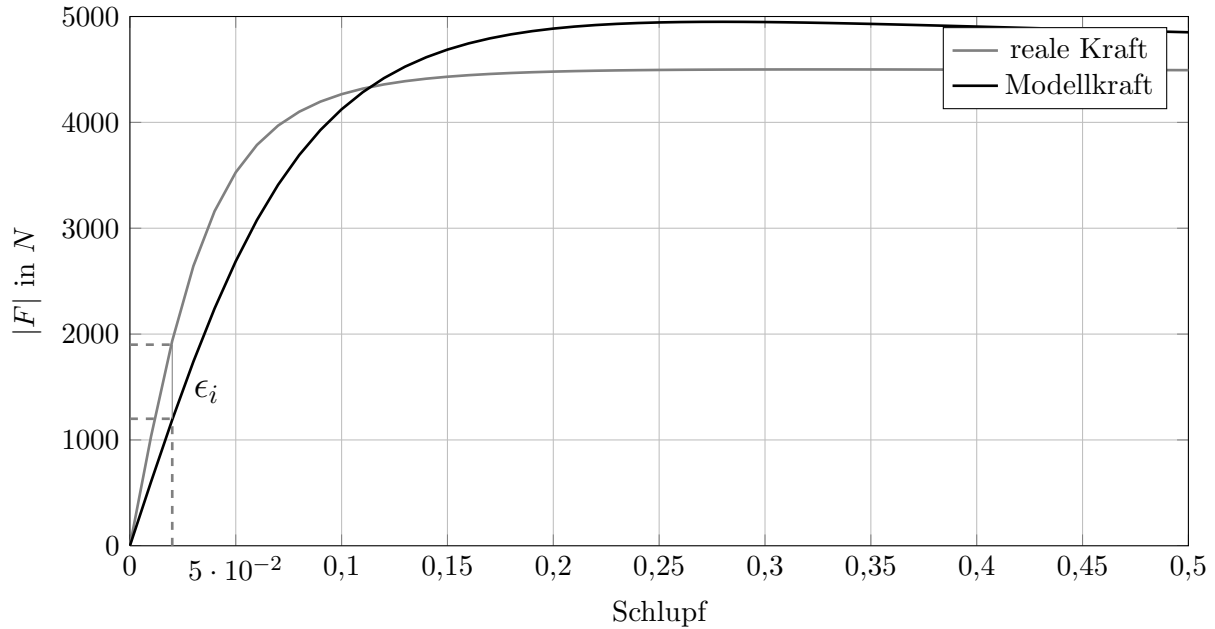


Bild 5.1: Unterschied zwischen tatsächlicher Kraft und Reifenmodell

5.1.1 Integration in das Gesamtmodell

Um systematisch zu untersuchen, wie sich diese Unsicherheiten im Reifenmodell auf das Gesamtsystem auswirken, werden sie in die Modellbeschreibung integriert. Im Kontext der Regelungsrobustheit bezüglich des Reifenmodells, bringt es keine Vorteile die Dynamik der elektrischen Motoren mitzuführen. Daher werden die mechanischen Drehmomente am Rad als Eingänge angenommen. Waren bis jetzt die nominalen Radkräfte F_{Rxi}^M aus dem Reifenmodell in der Systembeschreibung vorhanden, müssen sie nun in allen Systemteilen durch die realen, unsicherheitsbehafteten Kräfte ersetzt werden. Die Unsicherheiten haben demnach Auswirkungen auf alle mechanischen Teilsysteme. Die Horizontaldynamik erhält dann die Gestalt

$$\begin{aligned} \dot{x}_h &= f_h(x_h, x_v) + B_h (u_h^M + P_h \epsilon_R) \\ y_h &= x_h \end{aligned} \quad (5.2)$$

wobei u_h^M die Projektion der Modellkräfte auf den Fahrzeugschwerpunkt beschreibt und

$$\epsilon_R = \begin{bmatrix} \epsilon_{Rx1} & \epsilon_{Ry1} & \epsilon_{Rx2} & \epsilon_{Ry2} & \epsilon_{Rx3} & \epsilon_{Ry3} & \epsilon_{Rx4} & \epsilon_{Ry4} \end{bmatrix}$$

gilt. Die realen Radkräfte lauten dementsprechend

$$F_R = F_R^M + \epsilon_R = P_R^+ u_h^M + P_h^\perp \rho_h^M + \epsilon_R. \quad (5.3)$$

Genauso geht die Unsicherheit in die Vertikaldynamik ein, die damit zu

$$\begin{aligned}\dot{x}_v &= f_v(x_v, x_h) + B_v g_{vh}(x_v) (u_h^M + P_h \epsilon_R), \\ F_z &= n_v(x_v) + F_{z,stat}, \\ y_v &= C_v x_v\end{aligned}\tag{5.4}$$

wird. Auf eine Betrachtung der aktiven Vertikaldynamik wird aus den schon genannten Gründen verzichtet. Da die mechanischen Gleichungen der Raddynamik ebenfalls die Radkräfte enthalten, werden sie mit Unsicherheitsbeschreibung und $x_{Ri} = [\omega_i \ \delta_i \ \dot{\delta}_i]$ zu

$$\begin{aligned}\dot{x}_{Ri} &= f_{Ri}(x_{Ri}) + B_{Ri} u_{Ri} + k_{Ri}^+(x_{Ri}) u_h^M + k_{Ri}^\perp(x_{Ri}) \rho_h^M + k_{Rci}(x_{Ri}) \epsilon_R, \\ y_{Ri} &= C_{Ri} x_{Ri}.\end{aligned}$$

Dabei ist

$$k_{Rci}(x_{Ri}) = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & -\frac{r_{dyni}}{J_{Ry}} \cos(\delta_i) & -\frac{r_{dyni}}{J_{Ry}} \sin(\delta_i) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{n_{ki}}{J_{Rz}} \sin(\delta_i) & -\frac{n_{ki}}{J_{Rz}} \cos(\delta_i) & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}.$$

Die Zwangsbedingungen müssen gleichermaßen die realen, unsicherheitsbehafteten Verhältnisse

$$F_R = F_R^M + \epsilon_R = P_R^+ u_h^M + P_h^\perp \rho_h^M + \epsilon_R\tag{5.5}$$

erfüllen. Durch die gewählte Beschreibungsform, in der u_h^M die Projektion der Modellkräfte auf den Schwerpunkt ist, fallen die Unsicherheiten vorerst aus den Zwangsbedingungen heraus, was auch an Gleichung (5.5) ersichtlich ist.

Das Gesamtmodell erhält mit dieser Unsicherheitsbeschreibung des Reifenmodells die Gestalt

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g_1(x)u + g_2(x)\rho_h^M + z_{st}(x)\epsilon_R \\ 0 &= q(x, u, \rho_h^M) \\ y &= h(x) \quad ,\end{aligned}\tag{5.6}$$

wobei

$$z_{st}(x) = [(B_h P_h)^T \quad k_{R\epsilon 1}^T \quad k_{R\epsilon 2}^T \quad k_{R\epsilon 3}^T \quad k_{R\epsilon 4}^T \quad (B_v g_{vh}(x_v) P_h)^T]^T$$

ist. Ausgehend vom unsicherheitsbehafteten Modell ist nicht zu erwarten, dass die Regelung für einen großen Bereich an Unsicherheiten zufriedenstellend funktioniert. Wird der Reglerentwurf wie in Kapitel 3 durchgeführt und das System in Fehlerkoordinaten transformiert, sind die Fehlerdifferentialgleichungen nicht mehr homogen, sondern werden von ϵ_R gestört. Beispielsweise für die Drehzahl ω_1 ergibt sich nicht mehr die homogene Fehlerdifferentialgleichung (3.21), sondern

$$\dot{e}_{\omega_1} + d_{\omega_1} e_{\omega_1} = \frac{r_{dyn1}}{J_{Ry1}} \cos(\delta_1) \epsilon_{Rx1} + \frac{r_{dyn1}}{J_{Ry1}} \sin(\delta_1) \epsilon_{Ry1}.$$

Der Fehler wird mit dieser Reglerkonfiguration nicht mehr abklingen. Von daher sollten die Unsicherheiten im Entwurf berücksichtigt werden. Die Unsicherheit befindet sich dabei in

der Eingangsspanne der echten Stellgrößen M_{Rzi}, M_{Ryi} als auch der virtuellen Stellgrößen u_h . Um eine gegen Unsicherheiten robuste Regelung zu erhalten, werden häufig Sliding-Mode Regelungen oder adaptive Methoden genutzt [7, 74]. Ein Großteil solcher Methoden setzt voraus, dass die Unsicherheit nur in der Eingangsspanne liegt und zusätzliche restriktive Strukturen annehmen muss, d.h. es wird z.B. von unbekanntem, konstanten Parametern ausgegangen. Aufgrund der schaltenden Charakteristik der Sliding-Mode-Methodik ist diese zudem nicht ideal für einen Entwurf mit hohen Differenzierbarkeitsanforderungen. Eine weitere Methode, Unsicherheiten zu berücksichtigen, ist die sogenannte nichtlineare Dämpfung [74], auf die später genauer eingegangen werden soll. Um eine möglichst hohe Regelgüte zu erhalten ist es wünschenswert die Unsicherheiten direkt zu kompensieren und somit ihre Auswirkungen so gering wie möglich zu halten. Dazu müssen die Unsicherheiten geschätzt und ähnlich einer linearen Störgrößenaufschaltung kompensiert werden.

5.1.2 Schätzen der Radkräfte und Unsicherheiten

Für die Schätzung der Unsicherheiten bestehen grundsätzlich mehrere Möglichkeiten. Eine direkte Schätzung über die Raddynamik hat mehrere Nachteile. Da es nur schwer möglich ist, Drehbeschleunigungen am Rad direkt zu messen oder zu berechnen, müssten $\dot{\omega}_i$ und $\ddot{\delta}_i$ aus den Drehzahlen und Lenkwinkeln bzw. Lenkwinkelgeschwindigkeiten geschätzt werden. Hierfür stehen für nichtlineare Systeme der extended Kalmanfilter und algebraische Methoden zur Verfügung. Beide Methoden verursachen einen beträchtlichen Mehraufwand. Außerdem ist ein exaktes Modell für die mechanischen Radfreiheitsgrade notwendig, sodass die Radaufhängung sehr genau bekannt sein und in genauer Form modelliert werden muss. Alternativ steht für die Radkräfte der Zusammenhang

$$F_R = P_h^+ u_h + P_h^\perp \rho_h$$

zur Verfügung. Eine Schätzung für die realen Kräfte auf den Schwerpunkt ergibt sich weiterhin aus

$$u_h^S = B_h^{-1} \left(\dot{y}_h - \hat{f}_h(y_h, \dot{y}_v) \right)$$

mit eingesetzten Messwerten. In dieser Gleichung sind nur wenige Parameter, wie die Fahrzeugmasse und die Schwerpunktlage enthalten, die vorerst als hinreichend genau bekannt angenommen werden. Ausgehend von der Einzelradaktorik steht ρ_h vollständig als Freiheitsgrad zur Verfügung und unter der Annahme, dass sich das gewünschte ρ_h^* nicht wesentlich vom realen ρ_h unterscheidet, wird für eine einfache Schätzung das gewünschte ρ_h^* genutzt. Mit der Wahl $\rho_h^* = 0$ ergibt sich eine besonders einfache Schätzgleichung

$$F_R^S = P_h^+ B_h^{-1} \left(\dot{y}_h - \hat{f}_h(y_h, \dot{y}_v) \right)$$

für die Radkräfte. Alternativ zum Setzen von ρ_h^* zu null, können auch die Gleichungen nach Kapitel 4.3.1 genutzt werden. Ein Unterschied zwischen gewünschter und realer Radkraftverteilung ρ_h^* bzw. ρ_h wird später in diesem Kapitel untersucht. Voraussetzung für die

Schätzung ist die Verfügbarkeit der benötigten Messwerte und ein genaues Modell der Horizontaldynamik. Für eine Verdeutlichung, welche Messwerte benötigt werden, seien die nach u_h invertierten dynamischen Gleichungen für die Horizontaldynamik (2.2) nochmals in etwas modifizierter Form wiedergegeben:

$$\begin{bmatrix} u_{hx}^S \\ u_{hy}^S \\ u_{hz}^S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \left(\underbrace{\dot{v}_x - v_y \dot{\psi} + \dot{\theta} \Delta \dot{z}}_{a_x} + c_w \rho_1 \frac{A}{2} v_x^2 \right) \\ m \left(\underbrace{\dot{v}_y + v_x \dot{\psi} - \dot{\phi} \Delta \dot{z}}_{a_y} \right) \\ J_z \ddot{\psi} - J_z (J_x - J_y) \dot{\phi} \dot{\theta} \end{bmatrix}. \quad (5.7)$$

Dabei ist zu bemerken, dass ein Großteil der benötigten Komponenten mit einem Beschleunigungs- und Drehratensensor gemessen werden kann. Einzig für die Abschätzung der Luftwiderstandskraft ist die Längsgeschwindigkeit notwendig. Für die Realisierung der Regelung wird ohnehin davon ausgegangen, dass diese Geschwindigkeitsinformation, z.B. aus GPS-Messungen vorliegt. Darüber hinaus existieren verschiedene Methoden zur Abschätzung der Längsgeschwindigkeit, siehe z.B. [124]. Zur Messung von Winkelbeschleunigungen werden zwar Sensoren angeboten, diese sind in der Fahrzeugtechnik bisher aber nicht unbedingt üblich. Die Gierbeschleunigung kann auch aus Messungen von zwei Beschleunigungssensoren mit ausreichendem räumlichen Abstand zueinander berechnet werden. Je genauer die Horizontaldynamik modelliert wird und je mehr Informationen beispielsweise über die Windverhältnisse vorliegen, desto genauer wird damit die Schätzung der Kräfte u_h auf den Schwerpunkt .

Auf Basis von Gleichung (5.3) lässt sich ohne Weiteres eine Schätzung von ϵ_R realisieren, welche sich zu

$$\epsilon_R^S = F_R^S - F_R^M \quad (5.8)$$

ergibt.

5.1.3 Integration in den Reglerentwurf

Mit einem Schätzwert für ϵ_R lässt sich der Reglerentwurf zur Kompensation der Unsicherheiten ohne großen Aufwand modifizieren. Durch das Ableiten der Ausgangskomponenten, wie in Gleichung (3.2) ergibt sich äquivalent zu (3.4) die Gleichung

$$y^{(\kappa)} = \hat{\alpha}(\bar{y}^{\kappa-1}) + \hat{\beta}(\bar{y}^{\kappa-1})u + \hat{\gamma}(\bar{y}^{\kappa-1})\rho + \hat{\sigma}(\bar{y}^{\kappa-1})\epsilon_R \quad (5.9)$$

der höchsten Ableitungen der Ausgänge. Die Matrix

$$\hat{\sigma} = \begin{bmatrix} B_h P_h & & & \\ \hat{k}_{R\epsilon 1} & 0_{2 \times 6} & & \\ 0_{2 \times 2} & \hat{k}_{R\epsilon 2} & 0_{2 \times 4} & \\ 0_{2 \times 4} & \hat{k}_{R\epsilon 3} & 0_{2 \times 2} & \\ & 0_{2 \times 6} & \hat{k}_{R\epsilon 4} & \end{bmatrix}$$

mit

$$\hat{k}_{R\epsilon i} = \begin{bmatrix} \frac{r_{\text{dyn}i}}{J_{Ry_i}} \cos(\delta_i) & \frac{r_{\text{dyn}i}}{J_{Ry_i}} \sin(\delta_i) \\ -\frac{n_{ki}}{J_{Rz_i}} \sin(\delta_i) & \frac{n_{ki}}{J_{Rz_i}} \cos(\delta_i) \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, 4$$

ergibt sich aus den besetzten Zeilen von $z_{\text{st}}(x)$. Mit dem Regelgesetz

$$u = \hat{\beta}^{-1}(\bar{y}^{\kappa-1}) (w - \hat{\alpha}(\bar{y}^{\kappa-1}) - \hat{\gamma}(\bar{y}^{\kappa-1})\rho - \hat{\sigma}(\bar{y}^{\kappa-1})\epsilon_{\text{R}}^{\text{S}})$$

werden die Unsicherheiten unter der Annahme einer hinreichend guten Schätzung aus den dynamischen Gleichungen eliminiert und das System wiederum auf Brunovský Normalform transformiert. Die Folgeregelung kann vorerst wie in Gleichung (3.18) entworfen werden.

Die Inversion der Zwangsbedingungen bleibt unverändert. Das Regelgesetz für das gewünschte u_{h}^* zur Kompensation der Unsicherheiten in den dynamischen Gleichungen, welches in das invertierte Reifenmodell eingesetzt werden muss, ändert sich zu

$$u_{\text{h}}^* = B_{\text{h}}^{-1} \left(-\hat{f}_{\text{h}}(y_{\text{h}}^*, \dot{y}_{\text{v}}^*) + \dot{y}_{\text{h}}^* + d_{\text{h}}(y_{\text{h}}^* - y_{\text{h}}) \right) - P_{\text{h}} \epsilon_{\text{R}}^{\text{S}}. \quad (5.10)$$

Diese Änderung bewirkt, dass die inversen Schlupffunktionen und damit die Wunschtrajektorien (3.27) der Drehzahlen und Lenkwinkel

$$\begin{aligned} \omega_i^* &= q_{\omega_i}^*(\dot{y}_{\text{h}}^*, \dot{y}_{\text{v}}^*, y_{\text{h}}, \epsilon_{\text{R}}^{\text{S}}), \\ \delta_i^* &= q_{\delta_i}^*(\dot{y}_{\text{h}}^*, \dot{y}_{\text{v}}^*, y_{\text{h}}, \epsilon_{\text{R}}^{\text{S}}), \end{aligned} \quad (5.11)$$

von der geschätzten Unsicherheit abhängen. Genauer gesagt hängen bei dieser Art der Aufschaltung die Trajektorien und die gewünschten Radkräfte an einem Rad von den Unsicherheiten an allen anderen Rädern ab. In Summe wird die Wirkung auf die Horizontaldynamik zwar kompensiert, die Unsicherheiten an einem Rad wirken sich in dieser Form jedoch auf die Wunschtrajektorien aller anderen Räder aus. Da es wünschenswert ist, dass die Unsicherheit an einem Rad sich auch nur auf dieses auswirkt, sollte geprüft werden, ob eine Umverteilung möglich ist. Ob diese Möglichkeit existiert, kann über die Existenz eines zusätzlichen additiven Anteils $\rho_{\text{h}}^{\epsilon}$ untersucht werden. Damit die Unsicherheit idealerweise an dem Rad kompensiert wird an dem sie entsteht und nur Auswirkungen auf die Trajektorien an diesem Rad hat, muss

$$-P_{\text{h}}^+ P_{\text{h}} \epsilon_{\text{R}} + P_{\text{h}}^{\perp} \rho_{\text{h}}^{\epsilon} = -E_8 \epsilon_{\text{R}}^{\text{S}}$$

gelten. E_8 entspricht der Einheitsmatrix der Dimension 8×8 . Daraus folgt

$$\left[(E_8 - P_h^+ P_h) \quad P_h^\perp \right] \begin{bmatrix} \epsilon_R^S \\ \rho_h^\epsilon \end{bmatrix} = 0. \quad (5.12)$$

Die Matrix $\left[(E_8 - P_h^+ P_h) \quad P_h^\perp \right]$ besitzt einen Rang von fünf. Deshalb ist es möglich, das Gleichungssystem (5.12) auf die Form

$$\begin{bmatrix} \tilde{P}_1 & \tilde{P}_2 \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_R^S \\ \rho_h^\epsilon \end{bmatrix} = 0. \quad (5.13)$$

zu transformieren. Dazu wird die Matrix U aus

$$USV^T = \left[(E_8 - P_h^+ P_h) \quad P_h^\perp \right]$$

genutzt. S entspricht dabei der Matrix der Singulärwerte von $\left[(E_8 - P_h^+ P_h) \quad P_h^\perp \right]$. Da auch \tilde{P}_2 einen Rang von fünf besitzt, kann die gewünschte Umverteilung zu

$$\rho_h^\epsilon = -\tilde{P}_2^{-1} \tilde{P}_1 \epsilon_R^S \quad (5.14)$$

berechnet werden. Insgesamt folgen daraus die gewünschten Kräfte

$$\begin{aligned} F_R^* &= P_h^+ \left(B_h^{-1} \left(-\hat{f}_h(y_h^*, \dot{y}_v^*) + \dot{y}_h^* + d_h(y_h^* - y_h) \right) - P_h \epsilon_R^S \right) - P_h^\perp \tilde{P}_2^{-1} \tilde{P}_1 \epsilon_R^S \\ &= P_h^+ B_h^{-1} \left(-\hat{f}_h(y_h^*, \dot{y}_v^*) + \dot{y}_h^* + d_h(y_h^* - y_h) \right) - \epsilon_R^S. \end{aligned}$$

Somit kann mit einem kleinen Anteil (5.14) die gewünscht Reifenkraft so erzeugt werden, dass sich die Unsicherheiten an den Rädern auch nur auf die Trajektorien an den entsprechenden Rädern auswirken. Damit ist die Kompensation der Unsicherheiten über die gewünschten Kräfte ebenfalls konsistent zur Unsicherheitsbeschreibung (5.1) der Modellkräfte. Für die Folgeregelung der Raddynamik ist nun noch die jeweils erste Ableitung der Wunschtrajektorien

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_i^* &= q_{\omega i}^{1*} (\ddot{y}_h^*, \ddot{y}_v^*, y_h, \epsilon_R^S, \dot{\epsilon}_R^S), \\ \dot{\delta}_i^* &= q_{\delta i}^{1*} (\ddot{y}_h^*, \ddot{y}_v^*, y_h, \epsilon_R^S, \dot{\epsilon}_R^S) \end{aligned} \quad (5.15)$$

und für die Lenkdynamik ist zusätzlich die zweite Ableitung

$$\ddot{\delta}_i^* = q_{\delta i}^{2*} \left(\ddot{\bar{y}}_h^{(3)*}, \ddot{\bar{y}}_v^{(3)*}, y_h, \epsilon_R^S, \dot{\epsilon}_R^S, \ddot{\epsilon}_R^S \right) \quad (5.16)$$

erforderlich. Die Gleichungen (5.15) und (5.16) zeigen jedoch, dass die Wunschtrajektorien nicht ohne weiteres zu bestimmen sind, da zeitliche Ableitungen der geschätzten Unsicherheiten enthalten sind. Diese zeitlichen Ableitungen sind nicht bekannt und zudem nicht ohne weiteres bestimmbar. Um eine Reglerstruktur zu erhalten, mit der die Unsicherheiten berücksichtigt werden können, für die aber keine zeitlichen Ableitungen notwendig sind, kann die Folgeregelstruktur aufgegeben werden. Wie in [55] gezeigt wurde, können mit einer einfachen P -Regelung für die Raddrehzahl und einer Kaskadenregelung für die Lenkung ebenfalls gute Ergebnisse erzielt werden. Die Regelung ist jedoch nur im ungestörten

Fall stationär genau und dynamisch müssen auch für den ungestörten Fall Abweichungen von der Solltrajektorie in Kauf genommen werden. Da eine gute Regelung der Raddynamik eine entscheidende Rolle für das Verhalten des Gesamtsystems spielt und Folgeregelungen bekanntlich sehr robust auf Störungen reagieren, soll die Regelungsstruktur nicht verändert werden. Eine weitere Möglichkeit ist die zusätzliche Schätzung der zeitlichen Ableitungen von ϵ_R^S . Dafür bieten sich algebraische Methoden für nichtlineare Systeme an ([31, 145]). Die Güte der Schätzungen ist, wie sich in [80] gezeigt hat, stark abhängig vom Rauschpegel der Messgrößen. Für höhere Ableitungen wird das Rauschen verstärkt. Um hohe Rauschpegel zu verhindern, müssen Zeitverzögerungen bei der Schätzung in Kauf genommen werden, was wiederum Stabilitätsprobleme verursachen kann.

Im Folgenden soll eine erstmals in [56] gezeigte weitere Möglichkeit beschrieben werden, mit der die Folgereglerstruktur aufrecht erhalten werden kann, die zeitlichen Ableitungen der Unsicherheiten jedoch nicht benötigt werden. Dazu muss zuerst gezeigt werden, in welcher Form die zeitlichen Ableitungen der Unsicherheiten in den Gleichungen der Wunschtrajektorien auftreten. Für eine Strukturierung der Bestimmungsgleichungen (5.15) und (5.16) kann eine sukzessive Nutzung der Kettenregel herangezogen werden. Das Vorgehen soll exemplarisch für die erste Ableitung der Wunschtrajektorie für die Drehzahl gezeigt werden. Für die Herleitung wird der Index i , der das entsprechende Rad angibt, aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht mitgeführt. Die erste Ableitung der Drehzahl kann mit (3.22) als

$$\dot{\omega}^* = \frac{\partial \omega^*}{\partial y_h^*} \dot{y}_h^* + \frac{\partial \omega^*}{\partial s_x^*} \dot{s}_x^* + \frac{\partial \omega^*}{\partial s_y^*} \dot{s}_y^*$$

ausgedrückt werden. Für die benötigten Ableitungen der Schlupffunktionen müssen die Gleichungen (3.23) nach der Zeit differenziert werden. Für den Schlupf in x -Richtung ergibt sich

$$\dot{s}_x^* = \frac{\partial s_x^*}{\partial F_{\max}^*} \dot{F}_{\max}^* + \frac{\partial s_x^*}{\partial F_{R_x}^*} \dot{F}_{R_x}^* + \frac{\partial s_x^*}{\partial F_{R_y}^*} \dot{F}_{R_y}^*. \quad (5.17)$$

Analog gilt für den Schlupf in y -Richtung

$$\dot{s}_y^* = \frac{\partial s_y^*}{\partial F_{\max}^*} \dot{F}_{\max}^* + \frac{\partial s_y^*}{\partial F_{R_x}^*} \dot{F}_{R_x}^* + \frac{\partial s_y^*}{\partial F_{R_y}^*} \dot{F}_{R_y}^*. \quad (5.18)$$

Wie bereits an Gleichung (5.5) erläutert, treten die Unsicherheiten nicht in den Zwangsbedingungen auf. Die in den Ausdrücken (5.17) und (5.18) auftretenden Kräfte werden durch die Modellkräfte beschrieben. Auch der hochgestellte Index M wird aus Übersichtsgründen weg gelassen. Für die Ableitungen der maximalen Kräfte gilt dabei

$$\dot{F}_{\max}^* = \frac{\partial F_{\max}^*}{\partial F_{R_z}^*} \left[\frac{\partial F_{R_z}^*}{\partial x_v^*} \right]^T \dot{x}_v^*$$

und die Ableitungen der Radkräfte ergeben sich aus

$$\dot{F}_R^* = P^+ \dot{u}_h^*$$

mit

$$\dot{y}_h^* = B_h^{-1} \left(-\frac{d\hat{f}_h^*}{dt} + \ddot{y}_h^* - (d_h)^2 (y_h^* - y_h) \right) - \dot{\epsilon}_h^S.$$

Dabei ist $\dot{\epsilon}_h^S = [\dot{\epsilon}_{h1}^S \ \dot{\epsilon}_{h2}^S \ \dot{\epsilon}_{h3}^S]^T = P_h \dot{\epsilon}_R^S$. Für die Herleitung wird angenommen, dass die Schätzung ϵ_R^S hinreichend genau ist und die Unsicherheit aus der Horizontaldynamik eliminiert wird.

Werden alle Gleichungen ineinander eingesetzt, lautet die erste Ableitung der Wunschkrehzahl, beispielhaft für das linke Vorderrad,

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_1^* &= \frac{\partial \omega_1^*}{\partial y_h^*} \dot{y}_h^* + \left(\frac{\partial \omega_1^*}{\partial s_{x1}^*} \frac{\partial s_{x1}^*}{\partial F_{\max 1}^*} + \frac{\partial \omega_1^*}{\partial s_{y1}^*} \frac{\partial s_{y1}^*}{\partial F_{\max 1}^*} \right) \frac{\partial F_{\max 1}}{\partial F_{Rz1}} \left[\frac{\partial F_{Rz1}^*}{\partial x_v^*} \right]^T \dot{x}_v^* + \dots \\ &+ \left(\left[\frac{\partial s_{x1}^*}{\partial F_{Rx1}^{M*}} + \frac{\partial s_{y1}^*}{\partial F_{Rx1}^{M*}} \right] (p_1^+)^T + \left[\frac{\partial s_{x1}^*}{\partial F_{Ry1}^{M*}} + \frac{\partial s_{y1}^*}{\partial F_{Ry1}^{M*}} \right] (p_2^+)^T \right) B_h^{-1} \left(-\frac{d\hat{f}_h^*}{dt} + \ddot{y}_h^* - (d_h)^2 (y_h^* - y_h) \right) \\ &- \left(\left[\frac{\partial s_{x1}^*}{\partial F_{Rx1}^{M*}} + \frac{\partial s_{y1}^*}{\partial F_{Rx1}^{M*}} \right] (p_1^+)^T + \left[\frac{\partial s_{x1}^*}{\partial F_{Ry1}^{M*}} + \frac{\partial s_{y1}^*}{\partial F_{Ry1}^{M*}} \right] (p_2^+)^T \right) \dot{\epsilon}_h^S, \end{aligned}$$

und die Ableitungen der Wunschkrehzahl können allgemein als

$$\dot{\omega}_i^* = \underbrace{\tilde{q}_{\omega_i}^1 (\ddot{y}_h^*, \ddot{y}_v^*, y_h, \epsilon_R^S)}_{\dot{\omega}_i^*} + (z_{\omega_i}^1)^T \dot{\epsilon}_h^S \quad (5.19)$$

dargestellt werden. Die Funktion

$$z_{\omega_i}^1 = [z_{\omega_i}^{11} (\dot{y}_h^*, \dot{y}_v^*, y_h, \epsilon_R^S) \quad z_{\omega_i}^{12} (\dot{y}_h^*, \dot{y}_v^*, y_h, \epsilon_R^S) \quad z_{\omega_i}^{13} (\dot{y}_h^*, \dot{y}_v^*, y_h, \epsilon_R^S)]^T$$

ist dabei eine vektorwertige Funktion und enthält drei Einträge. Die Strukturierung der Ableitung für den Wunschenkwinkel

$$\dot{\delta}_i^* = \underbrace{\tilde{q}_{\delta_i}^1 (\ddot{y}_h^*, \ddot{y}_v^*, y_h, \epsilon_R^S)}_{\dot{\delta}_i^*} + (\tilde{z}_{\delta_i}^1)^T \dot{\epsilon}_h^S \quad (5.20)$$

geschieht analog. Die Strukturierung der zweiten Ableitung des gewünschten Lenkwinkels ist etwas umfangreicher und kann in Anhang C.1 nachgelesen werden. Das Ergebnis der Strukturierung lautet

$$\ddot{\delta}_i^* = \underbrace{\tilde{q}_{\delta_i}^2 (\ddot{y}_h^{(3)*}, \ddot{y}_v^{(3)*}, y_h, \epsilon_R^S)}_{\ddot{\delta}_i^*} + (z_{\delta_i}^2)^T \ddot{\epsilon}_h^S + (\tilde{z}_{\delta_i}^1)^T \dot{\epsilon}_h^S + (\tilde{z}_{\delta_i}^1)^T \begin{bmatrix} (\dot{\epsilon}_{hx}^S)^2 \\ (\dot{\epsilon}_{hy}^S)^2 \\ (\dot{\epsilon}_{hz}^S)^2 \end{bmatrix} + (\tilde{z}_{\delta_i}^2)^T \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_{hx}^S \dot{\epsilon}_{hz}^S \\ \dot{\epsilon}_{hy}^S \dot{\epsilon}_{hz}^S \\ \dot{\epsilon}_{hx}^S \dot{\epsilon}_{hy}^S \end{bmatrix}. \quad (5.21)$$

An den Darstellungen (5.19), (5.20) und (5.21) ist zu sehen, dass alle unbekanntes Ableitungen der Unsicherheiten, multipliziert mit einer bekannten Funktion, als additive Terme in die Ableitungen der Wunschtrajektorien für die Raddynamik eingehen. Als Wunschfunktion für die jeweiligen Ableitungen in der Folgeregelung können die Terme $\dot{\omega}_i^*$, $\dot{\delta}_i^*$, $\ddot{\delta}_i^*$ aus den Gleichungen (5.19), (5.20) und (5.21) genutzt werden, in denen die unbekanntes Ableitungen der Unsicherheiten nicht auftreten. Damit wird in Kauf genommen, die Trajektorien der Raddynamik nicht mehr exakt vorgeben zu können. Unter diesen Voraussetzungen ergibt sich für die dynamische Gleichung des Drehzahl-Freiheitsgrads

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_i &= \dot{\omega}_i^* + d_{\omega_i} (\omega_i^* - \omega_i) \\ &= \underbrace{\dot{\omega}_i^* + (z_{\omega_i}^1)^T \dot{\epsilon}_h^S}_{\dot{\omega}_i^*} - (z_{\omega_i}^1)^T \dot{\epsilon}_h^S + d_{\omega_i} (\omega_i^* - \omega_i).\end{aligned}$$

Mit $e_{\omega_i} = \omega_i^* - \omega_i$ gelingt weiterhin die Transformation des geschlossenen Regelkreises in Fehlerkoordinaten

$$\dot{e}_{\omega_i} + d_{\omega_i} e_{\omega_i} = (z_{\omega_i}^1)^T \dot{\epsilon}_h^S \quad (5.22)$$

für die Drehzahldynamik und

$$\begin{aligned}\ddot{e}_{\delta_i} + d_{\delta_i}^1 \dot{e}_{\delta_i} + d_{\delta_i}^0 e_{\delta_i} &= \underbrace{(z_{\delta_i}^1)^T \dot{\epsilon}_h^S + (z_{\delta_i}^2)^T \ddot{\epsilon}_h^S + (\hat{z}_{\delta_i}^1)^T \begin{bmatrix} (\dot{\epsilon}_{hx}^S)^2 \\ (\dot{\epsilon}_{hy}^S)^2 \\ (\dot{\epsilon}_{hz}^S)^2 \end{bmatrix}}_{Z_{\delta_i}(\epsilon_h^S, \dot{\epsilon}_h^S, \ddot{\epsilon}_h^S)} + (\hat{z}_{\delta_i}^2)^T \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_{hx}^S \dot{\epsilon}_{hz}^S \\ \dot{\epsilon}_{hy}^S \dot{\epsilon}_{hz}^S \\ \dot{\epsilon}_{hx}^S \dot{\epsilon}_{hy}^S \end{bmatrix} \quad (5.23)\end{aligned}$$

mit $(z_{\delta_i}^1)^T = (\hat{z}_{\delta_i}^1)^T + (\check{z}_{\delta_i}^1)^T$ für die Lenkdynamik.

Die Fehlerdifferentialgleichungen (5.22) und (5.23) sind auch bei dieser Form der Unsicherheitsberücksichtigung nicht mehr homogen, werden jedoch nur dynamisch und nicht in stationären Zuständen gestört. Um den Einfluss der unbekanntes Ableitungen der Unsicherheiten zu verkleinern und Stabilität zu gewährleisten, kann die lineare Folgeregelung auf Basis von (5.22) und (5.23) modifiziert werden. Eine dazu entwickelte Methode nennt sich nichtlineare Dämpfung. Sie basiert auf ‘‘Control Ljapunov Funktionen’’ (CLF), um damit global asymptotische stabile Ruhelagen auch für Systeme mit Unsicherheiten zu garantieren. Eine allgemeine Beschreibung der Methode ist in [74] und im Anhang A.4 zu finden. Zur Verdeutlichung wird das Verfahren zuerst für Gleichung (5.22) gezeigt. Für die Lenkdynamik (5.23) ist aufgrund der zweiten Ordnung ein weiterer Schritt notwendig und es muss zusätzlich die Methode des Backstepping angewandt werden.

5.1.4 Nichtlineare Dämpfung für die Drehzahlregelung

Zur Behandlung der unbekanntes Unsicherheiten in den dynamischen Gleichungen der Drehzahlen wird ein zusätzlicher additiver Anteil als Eingang \hat{w} benötigt, der über das Antriebsmoment aufgebracht werden kann. Mit diesem additiven Anteil kann Einfluss auf die

Fehlerdifferentialgleichung

$$\dot{e}_{\omega_i} + d_{\omega_i} e_{\omega_i} = (z_{\omega_i}^1)^T \dot{\epsilon}_h^S + \hat{w}_{\omega_i} \quad (5.24)$$

genommen werden. Für den Entwurf des nichtlinearen Dämpfungsanteils wird die quadratische Funktion $V_{\omega_i} = \frac{1}{2} (e_{\omega_i})^2$ als Kandidat für eine CLF betrachtet. Die erste zeitliche Ableitung dieser Funktion lautet

$$\dot{V}_{\omega_i} = -d_{\omega_i} (e_{\omega_i})^2 + e_{\omega_i} \left[(z_{\omega_i}^1)^T \dot{\epsilon}_h^S + \hat{w}_{\omega_i} \right]. \quad (5.25)$$

Für $\dot{\epsilon}_h^S = 0$ und $\hat{w}_{\omega_i} = 0$ ist ersichtlich, dass $V_{\omega_i} \leq 0$ für $d_{\omega_i} > 0$ und (5.24) in diesem Fall eine global asymptotisch stabile Ruhelage in Null besitzt. Durch die unbekanntenen Ableitungen der Unsicherheit kann jedoch im allgemeinen Fall keine Aussage getroffen werden. Aus diesem Grund wird eine zusätzliche Rückführung

$$\hat{w}_{\omega_i} = - \sum_{j=1}^3 \lambda_{\omega_i}^j e_{\omega_i} (z_{\omega_i}^{1j})^2, \quad \lambda_{\omega_i}^j > 0$$

entworfen. Eingesetzt in (5.25) ergibt sich mit Hilfe quadratischer Ergänzung der Ausdruck

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\omega_i} &= -d_{\omega_i} (e_{\omega_i})^2 - \sum_{j=1}^3 \left[\lambda_{\omega_i}^j \left(e_{\omega_i} z_{\omega_i}^{1j} - \frac{\dot{\epsilon}_{hj}^S}{2\lambda_{\omega_i}^j} \right)^2 - \frac{(\dot{\epsilon}_{hj}^S)^2}{4\lambda_{\omega_i}^j} \right] \\ &\leq -d_{\omega_i} (e_{\omega_i})^2 + \sum_{j=1}^3 \frac{(\dot{\epsilon}_{hj}^S)^2}{4\lambda_{\omega_i}^j} \end{aligned} \quad (5.26)$$

mit dem Aussagen zur Beschränktheit und Konvergenz gemacht werden können. Mit der Ungleichungsabschätzung aus (5.26) wird deutlich, dass \dot{V}_{ω_i} negativ ist, solange $|e_{\omega_i}| \geq \sum_{j=1}^3 \sqrt{\frac{(\dot{\epsilon}_{hj}^S)^2}{4d_{\omega_i} \lambda_{\omega_i}^j}}$ ist. Wenn $\dot{\epsilon}_h^S$ beschränkt ist, folgt daraus dass \dot{V}_{ω_i} außerhalb der kompakten Menge

$$\mathcal{R}_{\omega_i} = \left\{ e_{\omega_i} : |e_{\omega_i}| \leq \sum_{j=1}^3 \sqrt{\frac{(\|\dot{\epsilon}_{hj}^S\|_{\infty})^2}{4d_{\omega_i} \lambda_{\omega_i}^j}} \right\} \quad (5.27)$$

negativ ist und $|e_{\omega_i}|$ kleiner wird, solange e_{ω_i} außerhalb von \mathcal{R}_{ω_i} liegt, womit e_{ω_i} ebenfalls beschränkt ist. Die \mathcal{H}_{∞} -Norm $\|\dot{\epsilon}_{hj}^S\|_{\infty}$ entspricht hier der maximal auftretenden Änderung der Störkräfte $\dot{\epsilon}_h^S$. Die Reglerparameter $\lambda_{\omega_i}^j$ müssen, wie in (5.26) zu sehen ist, größer Null gewählt werden und deren Betrag beeinflusst zusammen mit d_{ω_i} die Größe von (5.27). Weiterhin lassen sich Grenzen angeben, innerhalb denen e_{ω_i} nach \mathcal{R}_{ω_i} konvergiert. Dafür sei auf [74] und Anhang A.4 verwiesen. Voraussetzung für die Gültigkeit der angestellten Überlegungen ist

die Kompaktheit von (5.27) und damit die Beschränktheit von $\dot{\epsilon}_h^S$. Somit garantiert eine gute Schätzung der Unsicherheit mit der beschriebenen Methodik die Stabilität und eine Konvergenz des Fehlers in der Raddynamik gegen eine in gewissen Grenzen einstellbare Größe. Um ähnliche Ergebnisse für die Regelung der Lenkung zu erhalten, wird das beschriebene Vorgehen im nächsten Abschnitt mit Backstepping kombiniert.

5.1.5 Nichtlineare Dämpfung für die Regelung der Lenkung

Das Verfahren der nichtlinearen Dämpfung ist für dynamische Systeme 1. Ordnung direkt anwendbar und wird bei Systemen höherer Ordnung im Allgemeinen mit Backstepping kombiniert. Dieses Vorgehen bietet sich ebenfalls für die Lenkdynamik des hier betrachteten Fahrzeugs an. Ausgangspunkt sind die vier Fehlerdifferentialgleichungen

$$\ddot{e}_{\delta_i} = -d_{\delta_i}^1 \dot{e}_{\delta_i} - d_{\delta_i}^0 e_{\delta_i} + Z_{\delta_i} (\epsilon_h^S, \dot{\epsilon}_h^S, \ddot{\epsilon}_h^S) + \hat{w}_{\delta_i}$$

der Lenkdynamik mit zusätzlichem additiven Eingang \hat{w}_{δ_i} , der über das Eingangsmoment am Rad aufgebracht werden kann. Das Argument von Z_{δ_i} wird im Folgenden nicht mitgeführt. Für die Anwendung des Verfahrens ist die Systembeschreibung

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_{\delta_i}^1 &= \hat{x}_{\delta_i}^2 \\ \dot{\hat{x}}_{\delta_i}^2 &= -d_{\delta_i}^1 \hat{x}_{\delta_i}^2 - d_{\delta_i}^0 \hat{x}_{\delta_i}^1 + Z_{\delta_i} + \hat{w}_{\delta_i} \end{aligned}$$

mit $\hat{x}_{\delta_i}^1 = e_{\delta_i}$ und $\hat{x}_{\delta_i}^2 = \dot{e}_{\delta_i}$ besser geeignet. Die Koordinate $\hat{x}_{\delta_i}^2$ wird beim Backstepping als virtueller Eingang für $\dot{\hat{x}}_{\delta_i}^1$ verwendet und soll mit der Wunschgröße

$$\hat{x}_{\delta_i}^{2*} = -\hat{d}_{\delta_i}^1 \hat{x}_{\delta_i}^1$$

Stabilität für $\hat{x}_{\delta_i}^1$ sicherstellen. Mit der Definition des Fehlers

$$\hat{e}_{\delta_i} = \hat{x}_{\delta_i}^2 + \hat{d}_{\delta_i}^1 \hat{x}_{\delta_i}^1,$$

also der Abweichung von der neuen Wunschgröße, lässt sich die Lenkdynamik in den Koordinaten \hat{e}_{δ_i} , $\hat{x}_{\delta_i}^1$ beschreiben und damit als

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_{\delta_i}^1 &= \hat{e}_{\delta_i} - \hat{d}_{\delta_i}^1 \hat{x}_{\delta_i}^1 \\ \dot{\hat{e}}_{\delta_i} &= \left(\hat{d}_{\delta_i}^1 - d_{\delta_i}^1 \right) \hat{e}_{\delta_i} - \left(\left(\hat{d}_{\delta_i}^1 \right)^2 - \hat{d}_{\delta_i}^1 d_{\delta_i}^1 + d_{\delta_i}^0 \right) \hat{x}_{\delta_i}^1 + Z_{\delta_i} + \hat{w}_{\delta_i} \end{aligned} \quad (5.28)$$

darstellen. Für den weiteren Entwurf wird der Kandidat für eine Control Ljapunov Funktion

$$V_{\delta_i} = \frac{1}{2} (\hat{x}_{\delta_i}^1)^2 + \frac{1}{2} (\hat{e}_{\delta_i})^2 \quad (5.29)$$

untersucht. Die zeitliche Ableitung von (5.29) lautet

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\delta_i} &= \hat{x}_{\delta_i}^1 \left(\hat{e}_{\delta_i} - \hat{d}_{\delta_i}^1 \hat{x}_{\delta_i}^1 \right) + \hat{e}_{\delta_i} \left[\left(\hat{d}_{\delta_i}^1 - d_{\delta_i}^1 \right) \hat{e}_{\delta_i} - \left(\left(\hat{d}_{\delta_i}^1 \right)^2 - \hat{d}_{\delta_i}^1 d_{\delta_i}^1 + d_{\delta_i}^0 \right) \hat{x}_{\delta_i}^1 + Z_{\delta_i} + \hat{w}_{\delta_i} \right] \\ &= \left[1 - \left(\left(\hat{d}_{\delta_i}^1 \right)^2 - \hat{d}_{\delta_i}^1 d_{\delta_i}^1 + d_{\delta_i}^0 \right) \right] \hat{x}_{\delta_i}^1 \hat{e}_{\delta_i} - \hat{d}_{\delta_i}^1 \left(\hat{x}_{\delta_i}^1 \right)^2 + \left(\hat{d}_{\delta_i}^1 - d_{\delta_i}^1 \right) \left(\hat{e}_{\delta_i} \right)^2 + \hat{e}_{\delta_i} Z_{\delta_i} + \hat{e}_{\delta_i} \hat{w}_{\delta_i}. \end{aligned} \quad (5.30)$$

In einem ersten Entwurfsschritt wird mit $\hat{w}_{\delta_i} = \hat{w}_{\delta_i}^1 + \hat{w}_{\delta_i}^2$ und

$$\hat{w}_{\delta_i}^1 = - \left[1 - \left(\left(\hat{d}_{\delta_i}^1 \right)^2 - \hat{d}_{\delta_i}^1 d_{\delta_i}^1 + d_{\delta_i}^0 \right) \right] \hat{x}_{\delta_i}^1 - \left(\hat{d}_{\delta_i}^1 - d_{\delta_i}^1 + \hat{d}_{\delta_i}^2 \right) \hat{e}_{\delta_i}$$

garantiert, dass die Ableitung von (5.29) für das System (5.28) ohne Unsicherheiten negativ semi-definit ist, wenn $\hat{d}_{\delta_i}^2 > 0$ gewählt wird. Im ungestörten Fall, also mit $Z_{\delta_i} = 0$, lautet (5.30) mit $\hat{w}_{\delta_i}^2 = 0$ dann

$$\dot{V}_{\delta_i} = -\hat{d}_{\delta_i}^1 \left(\hat{x}_{\delta_i}^1 \right)^2 - \hat{d}_{\delta_i}^2 \left(\hat{e}_{\delta_i} \right)^2. \quad (5.31)$$

In einem zweiten Schritt wird analog zu Kapitel 5.1.4 die Beschränktheit des Fehlers und die Konvergenz sichergestellt. Dazu muss jeder unbekannte Term aus (5.23) einen separaten Rückführanteil erhalten. Dies geschieht mit

$$\hat{w}_{\delta_i}^2 = - \sum_{j=1}^3 \left(\lambda_{\delta_i}^{1j} \left(z_{\delta_i}^{1j} \right)^2 + \lambda_{\delta_i}^{2j} \left(z_{\delta_i}^{2j} \right)^2 + \hat{\lambda}_{\delta_i}^{1j} \left(\hat{z}_{\delta_i}^{1j} \right)^2 + \hat{\lambda}_{\delta_i}^{2j} \left(\hat{z}_{\delta_i}^{2j} \right)^2 \right) \hat{e}_{\delta_i}.$$

Die zeitliche Ableitung von (5.29) erhält damit die Gestalt

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\delta_i} &= -\hat{d}_{\delta_i}^1 \left(\hat{x}_{\delta_i}^1 \right)^2 - \hat{d}_{\delta_i}^2 \left(\hat{e}_{\delta_i} \right)^2 - \sum_{j=1}^3 \left[\lambda_{\delta_i}^{1j} \left(\hat{e}_{\delta_i} z_{\delta_i}^{1j} - \frac{\dot{\epsilon}_{hj}^S}{2\lambda_{\delta_i}^{1j}} \right)^2 - \frac{\left(\dot{\epsilon}_{hj}^S \right)^2}{4\lambda_{\delta_i}^{1j}} \right] \\ &\quad - \sum_{j=1}^3 \left[\hat{\lambda}_{\delta_i}^{1j} \left(\hat{e}_{\delta_i} \hat{z}_{\delta_i}^{1j} - \frac{\left(\dot{\epsilon}_{hj}^S \right)^2}{2\hat{\lambda}_{\delta_i}^{1j}} \right)^2 - \frac{\left(\dot{\epsilon}_{hj}^S \right)^4}{4\hat{\lambda}_{\delta_i}^{1j}} \right] - \sum_{j=1}^3 \left[\lambda_{\delta_i}^{2j} \left(\hat{e}_{\delta_i} z_{\delta_i}^{2j} - \frac{\dot{\epsilon}_{hj}^S}{2\lambda_{\delta_i}^{2j}} \right)^2 - \frac{\left(\dot{\epsilon}_{hj}^S \right)^2}{4\lambda_{\delta_i}^{2j}} \right] \\ &\quad - \hat{\lambda}_{\delta_i}^{21} \left(\hat{e}_{\delta_i} z_{\delta_i}^{21} - \frac{\dot{\epsilon}_{h1}^S \dot{\epsilon}_{h3}^S}{2\hat{\lambda}_{\delta_i}^{21}} \right)^2 - \hat{\lambda}_{\delta_i}^{22} \left(\hat{e}_{\delta_i} z_{\delta_i}^{22} - \frac{\dot{\epsilon}_{h1}^S \dot{\epsilon}_{h2}^S}{2\hat{\lambda}_{\delta_i}^{22}} \right)^2 - \hat{\lambda}_{\delta_i}^{23} \left(\hat{e}_{\delta_i} z_{\delta_i}^{23} - \frac{\dot{\epsilon}_{h2}^S \dot{\epsilon}_{h3}^S}{2\hat{\lambda}_{\delta_i}^{23}} \right)^2 \\ &\quad + \frac{\left(\dot{\epsilon}_{h1}^S \dot{\epsilon}_{h3}^S \right)^2}{4\hat{\lambda}_{\delta_i}^{21}} + \frac{\left(\dot{\epsilon}_{h1}^S \dot{\epsilon}_{h2}^S \right)^2}{4\hat{\lambda}_{\delta_i}^{22}} + \frac{\left(\dot{\epsilon}_{h2}^S \dot{\epsilon}_{h3}^S \right)^2}{4\hat{\lambda}_{\delta_i}^{23}} \end{aligned}$$

womit bezüglich Beschränktheit des Fehlers und Konvergenz auf eine kompakte Menge wie in Kapitel 5.1.4 argumentiert werden kann. Somit ist insgesamt sichergestellt, dass Unsicherheiten im Reifenmodell immer zu einem beschränkten Gesamtfehler führen, welcher über die Reglerparameter λ beeinflusst werden kann. Zudem tritt dieser Fehler nur dynamisch auf und geht für stationäre Zustände gegen null, denn dann verschwinden die unbekanntes zeitlichen Ableitungen der Unsicherheit.

5.2 Parameterunsicherheiten der Horizontal- und Vertikaldynamik

Die im vorangegangenen Kapitel entwickelte Methode ist besonders geeignet, um maßgebliche Unsicherheiten im Reifenmodell bei der Fahrzeugregelung zu berücksichtigen. Im Folgenden soll gezeigt werden, wie sich weitere Parameterunsicherheiten auf das Fahrzeugverhalten und die Regelung auswirken. Wichtige Parameter sind dabei die der Horizontaldynamik. Die geometrischen Parameter zur Schwerpunktlage in der Horizontalen sowie die Masse und die Trägheitsmomente des Fahrzeugaufbaus können beispielsweise durch Zuladung schwanken. Parametervariationen beeinflussen im Allgemeinen bei entsprechender Kopplung der einzelnen Teilsysteme immer die Dynamik des Gesamtsystems. Zur Übersicht werden Parameterunsicherheiten an der Stelle ihrer Entstehung in die dynamischen Gleichungen integriert und deren Wirkung von dort aus weiter verfolgt, bis zu der Stelle, an der eine Schätzung und Aufschaltung erfolgt und dadurch die Auswirkung auf andere Teilsysteme unterbrochen wird.

Sind die Werte der geometrischen Parameter, genauer gesagt von l, b, l_h, l_v, b_1, b_v , nicht exakt bekannt, folgen daraus zwei Auswirkungen auf das Fahrzeugverhalten. Für die Berechnung der Radkräfte über das Modell (2.14) - (2.16) werden die jeweiligen Reifengeschwindigkeiten benötigt, welche mit Hilfe von P_h^T aus den Schwerpunktschwindigkeiten berechnet werden. Die Matrix P_h enthält gerade die erwähnten unsicheren Parameter, die damit auch im Reifenmodell vorkommen. Es lässt sich bei diesen geometrischen Unsicherheiten auf gleiche Weise wie bei nicht exakt bekannten Reifenmodellparametern zeigen, dass sich die realen Radkräfte auch in diesem Fall über das Reifenmodell und eine additive Störkraft ϵ darstellen lassen. Die geometrischen Unsicherheiten können damit direkt zu ϵ_R gezählt werden und es gilt wiederum

$$F_R = F_R^M + \epsilon_R. \quad (5.32)$$

Allerdings haben die geometrischen Unsicherheiten auch eine zusätzliche Auswirkung auf die Horizontaldynamik und Vertikaldynamik, da die Matrix P_h nicht exakt bekannt ist, aus der sich die virtuelle Stellgröße u_h ergibt. Die Matrix kann in diesem Fall jedoch als

$$P_h = P_h^M + \Delta P_h \quad (5.33)$$

dargestellt werden. Die Horizontaldynamik wird mit (5.32) und (5.33) zu

$$\begin{aligned}\dot{x}_h &= f_h(x_h, x_v) + B_h \left(P_h^M (F_R^M + \epsilon_R) + \underbrace{\Delta P_h (F_R^M + \epsilon_R)}_{\epsilon_G} \right) \\ &= f_h(x_h, x_v) + B_h (u_h + P_h^M \epsilon_R + \epsilon_G),\end{aligned}$$

wobei wieder $u_h = P_h^M F_R^M$ gilt. Die Gleichungen der Vertikaldynamik erhalten die Gestalt

$$\begin{aligned}\dot{x}_v &= f_v(x_v, x_h) + B_v g_{v_2}(x_v) (u_h + P_h^M \epsilon_R + \epsilon_G) \\ F_z &= n_v(x_v) + F_{zpl} \\ y_v &= C_v x_v.\end{aligned}\tag{5.34}$$

Durch die unterschiedliche Anregung der Vertikaldynamik gegenüber dem nominalen Fall ändern sich auch die Vertikaldynamiktrajektorien, was wiederum Auswirkungen auf die Horizontaldynamik hat. Da die geometrischen Unsicherheiten jedoch in gleicher Weise auf Horizontal- und Vertikaldynamik wirken, wird deren Einfluss kompensiert, wenn deren Einfluss auf die Horizontaldynamik kompensiert wird, was im Folgenden getan werden soll. Für die Raddynamik ergeben sich gegenüber den Unsicherheiten im Reifenmodell keine Änderungen, es wirkt weiterhin nur ϵ_R und auch die Zwangsbedingungen bleiben wie bei alleinigen Unsicherheiten im Reifenmodell erhalten. Soll nun die Radkraftschätzung wie in Kapitel 5.1 durchgeführt werden, ist die neue Parametrierung

$$u_h = B_h^{-1} (\dot{x}_h - f_h(x_h, x_v)) - P_h^M \epsilon_R - \epsilon_G$$

der Modellkräfte auf den Schwerpunkt notwendig. Mit $F_R^M = (P_h^M)^+ u_h + (P_h^M)^\perp \rho_h$ und $\rho^* = 0$ eingesetzt in (5.32) ergibt sich

$$F_R = (P_h^M)^+ (B_h^{-1} (\dot{x}_h - f_h(x_h, x_v)) - \epsilon_G).\tag{5.35}$$

Gleichung (5.35) zeigt, dass ϵ_G für eine genaue Radkraftschätzung benötigt wird. Soll im Weiteren zwischen ϵ_R und ϵ_G differenziert werden können, um eine genaue Aufschaltung für die Regelung zu entwerfen, sind zusätzliche Schätzgleichungen notwendig. Wird allerdings analog zu Kapitel 5.1 die Schätzung der Radkräfte mittels

$$F_R^S = (P_h^M)^+ (B_h^{-1} (\dot{x}_h - f_h(x_h, x_v))) = F_R + (P_h^M)^+ \epsilon_G$$

durchgeführt, kann damit die Summe

$$\epsilon_R + (P_h^M)^+ \epsilon_G = (P_h^M)^+ B_h^{-1} (\dot{x}_h - f_h(x_h, x_v)) - F_R^M$$

der Unsicherheiten geschätzt werden. Eine Aufschaltung der geschätzten Unsicherheiten wie in Kapitel 5.1 bewirkt eine Kompensation der Unsicherheiten in der Horizontal und Vertikaldynamik unter der Annahme einer hinreichend genauen Schätzung. Da ϵ_G jedoch nicht in

der Raddynamik auftritt, wird dort weiterhin ϵ_R eliminiert und ϵ_G verbleibt als unbekannter Störterm. ϵ_G wirkt in strukturell gleicher Weise wie u_h auf die Raddynamik, wodurch sich die gleichen Eingangsterme (2.13) ergeben und die Fehlerdynamik, beispielsweise für die Drehzahlregelung, die Form

$$\begin{aligned} \dot{e}_{\omega_i} + d_{\omega_i} e_{\omega_i} &= (z_{\omega_i}^1)^T \dot{\epsilon}_h^S + \sum_{j=1}^3 \lambda_{\omega_i}^j e_{\omega_i} (z_{\omega_i}^{1j})^2 \\ &+ \frac{r_{\text{dyni}}}{J_{Ryi}} \left(\left(p_{h_{2i-1}}^{M+} \right)^T \cos(\delta_i) + \left(p_{h_{2i}}^{M+} \right)^T \sin(\delta_i) \right) \epsilon_G \end{aligned}$$

annimmt. Wie schon zuvor bei den unbekanntem Ableitungen der Reifenmodellunsicherheiten, wirkt die unbekanntem geometrische Unsicherheit über bekannte Funktionen auf die Fehlerdynamik und kann so über einen zusätzlichen nichtlinearen Dämpfungsterm berücksichtigt werden. Dafür ergibt sich der zusätzliche additive Rückführterm

$$w_{\omega_i}^2 = - \sum_{j=1}^3 \lambda_{\omega_i}^{2j} \left[\frac{r_{\text{dyni}}}{J_{Ryi}} \left(\left(p_{h_{(2i-1)j}}^{M+} \right)^T \cos(\delta_i) + \left(p_{h_{(2i)j}}^{M+} \right)^T \sin(\delta_i) \right) \right]^2 e_{\omega_i}, \quad (5.36)$$

der analog zu den Betrachtungen in Kapitel 5.1.4 die Beschränktheit des Fehlers e_{ω_i} garantiert. Die Vorgehensweise kann ohne weiteres auch auf die Lenkdynamik übertragen werden und mit der zusätzlichen Rückführung

$$w_{\delta_i}^3 = - \sum_{j=1}^3 \lambda_{\delta_i}^{3j} \left[\frac{n_{ki}}{J_{Rzi}} \left(- \left(p_{h_{(2i-1)j}}^{M+} \right)^T \sin(\delta_i) + \left(p_{h_{(2i)j}}^{M+} \right)^T \cos(\delta_i) \right) \right]^2 \hat{e}_{\delta_i}, \quad (5.37)$$

wird auch der Fehler in der Lenkdynamik bezüglich geometrischer Unsicherheiten beschränkt. Die durch geometrische Unsicherheiten entstehenden Fehler können auch als Abweichung zwischen gewünschter und realer Radkraftverteilung interpretiert werden. Weitere nicht zu vernachlässigenden Unterschiede zwischen gewünschter und realer Radkraftverteilung können entstehen, wenn sich die Reifenmodellparameter an einzelnen Rädern stark unterscheiden, beispielsweise in μ -Split Situationen. Dieser Unterschied hat im Rahmen der Unsicherheitsschätzung ebenfalls Auswirkungen auf das Verhalten der Raddynamik. Ohne zusätzlichen Aufwand kann bei der Schätzung nur auf die gewünschte Verteilung ρ_h^* zurückgegriffen werden. In diesem Fall gilt mit $\Delta\rho_h = \rho_h^* - \rho_h$

$$F_R = P_h^+ B_h^{-1} (\dot{x}_h - f_h(x_h, x_v)) + P_h^\perp \rho_h = P_h^+ B_h^{-1} (\dot{x}_h - f_h(x_h, x_v)) + P_h^\perp (\rho_h^* - \Delta\rho_h)$$

und folglich

$$\epsilon_R + P_h^\perp \Delta\rho_h = (P_h^M)^+ B_h^{-1} (\dot{x}_h - f_h(x_h, x_v)) - F_R^M.$$

Im Regelgesetz für u_h hebt sich dieser Term jedoch heraus, da $P_h P_h^\perp = 0$ gilt. Folglich wird $\Delta\rho_h$ auch in der Raddynamik nicht kompensiert und wirkt dort als Störung. Die Radkraftverteilung wirkt jedoch auf gleiche Weise wie ϵ_G auf die Raddynamik und wird durch (5.36) und (5.37) in seiner Wirkung beschränkt. Ein ähnliches Vorgehen bietet sich ebenfalls für weitere Parameterunsicherheiten an. Eine nicht exakt bekannte Masse, beschrieben durch

die additive Unsicherheit Δm , oder ungenau bekannte Trägheitsmomente verursachen einen additiv abspaltbaren Term $\Delta B_h u_h$. Hinzu kommt ein weiterer additiver Anteil aufgrund des Luftwiderstandes und der kinematischen Kopplungen. Die Horizontaldynamik erhält damit vorerst die Gestalt

$$\dot{x}_h = f_h^M(x_h, x_v) + B_h^M u_h + \Delta f_h + \Delta B_h u_h,$$

$$\Delta f_h = \begin{bmatrix} c_w \rho l \frac{A \Delta m}{2m(m+\Delta m)} v_x^2 \\ 0 \\ (\Delta J_x - \Delta J_y) \dot{\phi} \dot{\theta} \end{bmatrix}, \quad \Delta B_h = \begin{bmatrix} -\frac{\Delta m}{m(m+\Delta m)} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\Delta m}{m(m+\Delta m)} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\Delta J_z}{J_z(J_z+\Delta J_z)} \end{bmatrix}.$$

Für die Vertikaldynamik ergibt sich unter diesen Umständen mit

$$\begin{aligned} \dot{x}_v &= f_v(x_v, x_h) + B_v g_{v2}(x_v) u_h + \Delta f_v + \Delta B_v g_{v2}(x_v) u_h \\ F_z &= n(x_v) + F_{z,stat} + \Delta F_{z,stat} \\ y_v &= C_v x_v \end{aligned} \tag{5.38}$$

eine ganz ähnliche Situation. Die Annahme einer auch unter diesen Umständen stabilen Vertikaldynamik führt darauf, dass sich die durch die andere Anregung ergebenden Vertikaldynamiktrajektorien als $x_v = x_v^M + \Delta x_v$ beschreiben lassen. Diese unterschiedlichen Trajektorien wirken sich wiederum auf die Horizontaldynamik aus, die damit zu

$$\dot{x}_h = f_h^M(x_h, x_v^M) + B_h^M u_h + \underbrace{\Delta f_h(x_h, x_v^M) + \Delta B_h u_h + f_h^M(x_h, x_v, \Delta x_v) + \Delta f_h(x_h, x_v^M, \Delta x_v)}_{\epsilon_T}$$

wird. Zusätzlich wirken sich die unterschiedlichen Trajektorien auf die Radlast aus. Diese erhält dadurch ebenfalls einen vom nominellen Fall verschiedenen Term $n_v(x_v, \Delta x_v)$. Damit geht die Unsicherheit über Δx_v sowie $\Delta F_{z,stat}$ ins Reifenmodell ein und verursacht ein ϵ_R , das zusätzlich auf Horizontal-, Vertikal- und Raddynamik wirkt. Da vergleichbare Gegebenheiten zu den geometrischen Unsicherheiten vorliegen, kann die Radkraftschätzung und Kompensation der Unsicherheiten analog geschehen. Die Aufschaltung eliminiert in diesem Fall die Unsicherheiten, die im Reifenmodell entstehen, aus allen Teilsystemen und die Trägheits- und Massenunsicherheiten aus den Gleichungen der Horizontaldynamik. Die passive Vertikaldynamik verhält sich permanent unterschiedlich zum nominellen Fall und ϵ_T wirkt als Störterm in der Raddynamik, jedoch in gleicher Weise wie bei geometrischen Unsicherheiten, sodass die Rückführanteile (5.36) und (5.37) auch Beschränktheit des Fehlers bezüglich dieser Unsicherheiten garantieren. Sind Parameter nicht exakt bekannt, die nur in der Vertikaldynamik vorkommen, ergeben sich wie im Fall der Trägheits- und Massenunsicherheiten unterschiedliche Trajektorien der Vertikaldynamik gegenüber dem nominellen Fall, was Auswirkungen auf die Horizontaldynamik sowie das Reifenmodell hat. Werden die Radkräfte wie gehabt geschätzt, werden auch diese Unsicherheiten bezüglich des Reifenmodells aus der Horizontal-, Vertikal- und Raddynamik kompensiert. Die Auswirkungen der Parameterunsicherheiten durch die kinematischen Kopplungen werden ebenfalls aus der Horizontaldynamik kompensiert, wirken dann jedoch wieder als Störung in der Raddynamik. Die Auswirkung dieser Störung wird auch hier durch (5.36) und (5.37) begrenzt.

Durch die additive Beschreibung der Unsicherheiten im Reifenmodell und die Umformung der dynamischen Gleichungen zu nominalen Modellbeschreibungen und additiven unbekanntem Termen im Falle anderer Unsicherheiten, gelten die Betrachtungen ohne weiteres im Falle kombinierter Unsicherheiten. Auch wenn die durchgeführte Radkraftschätzung mit Hilfe einer Schätzung der Kräfte auf den Schwerpunkt alle Parameterunsicherheiten aus der Horizontaldynamik und teilweise auch aus der Vertikal- und Raddynamik eliminiert und die nichtlineare Dämpfung den Fehler in der Raddynamik begrenzt, wird die Regelgüte mit steigender Anzahl und Größe der Unsicherheiten abnehmen. Von daher ist eine gute Parametrierung des Modells immer wünschenswert. Änderungen und Unsicherheiten, die im Betrieb entstehen, wie verschiedene Anzahlen von Personen im Fahrzeug, sind jedoch klein im Vergleich zum Nominalfall und können gut behandelt werden, wie in Kapitel 8 gezeigt wird. Größter Unsicherheitsfaktor ist das Reifenmodell und dessen Parametrierung. Auch hier ist es möglich, Werte abzuschätzen und Grenzen anzugeben, in welchen verschiedene Parameter variieren können. Der Reibwert μ liegt im Bereich zwischen $\mu_{\min} = 0.1$ bei Schnee und Eis und $\mu_{\max} = 1.2$ im besten Fall bei trockenen Straßen und mäßiger Umgebungstemperatur. Beispielsweise in [93] sind für den Parameter C charakteristische Werte zwischen 1 und 1.65 angegeben. Genauere Untersuchungen zur Quantifizierung des gemachten Fehlers bei unsicheren und unbekanntem Parametern im Reifenmodell wurden in [63] vorgenommen. Um die Unsicherheiten in einem gewissen Rahmen zu halten, sollte zumindest der Parameter μ witterungs- und temperaturbedingt angepasst werden und für B und C können Mittelwerte angenommen werden.

5.3 Störungen auf die Horizontal- und Vertikaldynamik

Abschließend soll noch kurz gezeigt werden, wie typische, externe Störungen das Regelsystem beeinflussen und wie sich diese in den Entwurf und die Schätzungen der vorherigen Kapitel integrieren. Eine charakteristische Störung auf die Horizontaldynamik ist böenhaft oder auch konstant auftretender Wind, sei es von der Seite, von vorn oder hinten. Für die folgenden Überlegungen wird der Einfluss von Wind auf die Vertikaldynamik vernachlässigt. Eine Modellierungsmöglichkeit ist das Einführen einer Relativgeschwindigkeit $v_{\text{rel}} = v_x - v_{\text{wind}}$ für die Luftwiderstandskraft, wobei dann ein unbekannter additiver Term abgespalten werden kann, der wiederum eine Kraft repräsentiert. Der Wind kann also in Form einer externen Kraft auf den Schwerpunkt in x - oder y - Richtung modelliert werden, sodass alle weiteren äußeren Einflüsse mit dieser Wirkung in die Betrachtung eingeschlossen sind. Zur Abstrahierung kann ein Störmoment um die z -Achse hinzugefügt werden, sodass die Horizontaldynamik mit Störeinfluss über die dynamischen Gleichungen

$$\begin{aligned} \dot{x}_h &= f_h(x_h, x_v) + B_h u_h + F_{\text{ext}}, \\ F_{\text{ext}} &= [F_{\text{ext}_x} \quad F_{\text{ext}_y} \quad M_{\text{ext}_z}]^T \end{aligned} \quad (5.39)$$

beschrieben werden kann. Wie bei jedem additiven Anteil auch, der seinen Ursprung in der Horizontaldynamik hat, wird dieser bei der Reifenkraftschätzung nach Kapitel 5.1 mitgeschätzt und aus der Horizontaldynamik eliminiert, sodass der Einfluss auf die Vertikaldynamik durch die kinematische Kopplung vernachlässigbar klein ist. In der Raddynamik entsteht abermals ein Störterm, dessen Einfluss jedoch durch die nichtlineare Dämpfung begrenzt wird.

Eine weitere typische äußere Störung resultiert aus geneigten Straßen und dem Befahren von Steigungen bzw. Gefällen. Die Gewichtskraft tritt dann anteilhaft als konstante Kraft in der Horizontaldynamik auf und die Wirkung der Gewichtskraft in der Vertikaldynamik wird um den gleichen Anteil geringer. Eine vergleichbare Wirkung bezüglich Horizontal- und Vertikaldynamik hat in diesem Fall eine nicht exakt bekannte Masse, sodass auch diese Störung in der Horizontaldynamik kompensiert und in der Raddynamik mit Hilfe der nichtlinearen Dämpfung behandelt wird.

Allgemein lässt sich festhalten, dass additiv als Kraft wirkende Störungen in der Horizontal- und Vertikaldynamik durch die Betrachtungen in Kapitel 5.2 abgedeckt sind. Dabei spielt es keine Rolle, ob die Störungen aus externen Einflüssen, Modellierungsfehlern oder nicht berücksichtigten Modellanteilen resultieren.

5.4 Zusammenfassung

Zur Verdeutlichung der Zusammenhänge ist abschließend in Bild (5.2) das Strukturbild zur Generierung der Wunschtrajektorien für die Raddynamik, nur mit Unsicherheiten im Reifenmodell, gezeigt und (5.40) - (5.47) zeigt das Gesamtregelgesetz für die Drehmomente am linken Vorderrad. In Bild 5.2 wird deutlich, dass die Wunschdrehzahlen und Wunschlenkwinkel durch die Aufschaltung von $\epsilon_{\text{R}}^{\text{S}}$ mit der virtuellen Stellgröße u_{h} zusätzlich abhängig von den horizontalen Beschleunigungswerten \dot{y}_{h} und den Ist-Werten ω_i , δ_i werden. Gleichungsteil (5.40) des Drehmomentes für die Drehzahlregelung beinhaltet die Entkopplung und Transformation der Drehzahldynamik auf Brunovský Normalform sowie die Kompensation der Unsicherheiten aus dem Reifenmodell über u_{h} . Der Teil (5.41) stellt die Beschränktheit des Fehlers bezüglich geometrischer Unsicherheiten und vom Wunschverhalten abweichender Radkraftverteilungen sicher. Der Gleichungsteil (5.42) beinhaltet die Folgeregelung und die Berücksichtigung der unbekanntenen Störung durch $\dot{\epsilon}_{\text{R}}^{\text{S}}$.

$$M_{\text{Ry}1} = J_{\text{Ry}1} \left(- \begin{bmatrix} k_{\text{R}1}^{+31} & k_{\text{R}1}^{+32} & k_{\text{R}1}^{+33} \end{bmatrix} u_{\text{h}} - \begin{bmatrix} k_{\text{R}1}^{\perp 31} & k_{\text{R}1}^{\perp 32} & k_{\text{R}1}^{\perp 33} & k_{\text{R}1}^{\perp 34} & k_{\text{R}1}^{\perp 35} \end{bmatrix} \rho_{\text{h}}^* - \dots \right) \quad (5.40)$$

$$- \sum_{j=1}^3 \lambda_{\omega_1}^{2j} \left[\frac{r_{\text{dyn}1}}{J_{\text{Ry}1}} \left(\left(p_{\text{h}(1)j}^{M+} \right)^{\text{T}} \cos(\delta_1) + \left(p_{\text{h}(2)j}^{M+} \right)^{\text{T}} \sin(\delta_1) \right) \right]^2 (\omega_1^* - \omega_1) + \dots \quad (5.41)$$

$$+ \dot{\omega}_1^* + d_{\omega_1} (\omega_1^* - \omega_1) - \sum_{j=1}^3 \lambda_{\omega_1}^j (\omega_1^* - \omega_1) (z_{\omega_1}^{1j})^2 \quad (5.42)$$

$$u_{\text{h}} = B_{\text{h}}^{-1} \left(-\hat{f}_{\text{h}}(y_{\text{h}}, \dot{y}_{\text{v}}) + \dot{y}_{\text{h}}^* + d_{\text{h}}(y_{\text{h}}^* - y_{\text{h}}) \right) - P_{\text{h}} \epsilon_{\text{R}}^{\text{S}},$$

Analog setzt sich das Regelgesetz für die Lenkdynamik zusammen. Der Anteil (5.43) transformiert die Lenkdynamik auf Brunovský Normalform und (5.44) berücksichtigt geometrische Unsicherheiten. Der Anteil (5.45) entsteht durch die Anwendung des Backstepping und garantiert eine global asymptotisch stabile Ruhelage im ungestörten Fall bei $e_{\delta_1} = 0$. Der Teil (5.46) enthält die ursprüngliche Folgeregelung und (5.47) berücksichtigt die unbekanntenen Terme $\dot{e}_{\mathbf{R}}^{\mathbf{S}}$.

$$M_{\mathbf{Rz1}} = J_{\mathbf{Rzi}} \left(- [k_{\mathbf{R1}}^{+71} \quad k_{\mathbf{R1}}^{+72} \quad k_{\mathbf{R1}}^{+73}] u_{\mathbf{h}} - [k_{\mathbf{R1}}^{\perp 71} \quad k_{\mathbf{R1}}^{\perp 72} \quad k_{\mathbf{R1}}^{\perp 73} \quad k_{\mathbf{R1}}^{\perp 74} \quad k_{\mathbf{R1}}^{\perp 75}] \rho_{\mathbf{h}}^* - \dots \right) \quad (5.43)$$

$$- \sum_{j=1}^3 \lambda_{\delta_1}^{2j} \left[\frac{n_{\mathbf{k1}}}{J_{\mathbf{Rz1}}} \left(- \left(p_{\mathbf{h}(1)j}^{M+} \right)^{\mathbf{T}} \sin(\delta_1) + \left(p_{\mathbf{h}(2)j}^{M+} \right)^{\mathbf{T}} \cos(\delta_1) \right) \right]^2 (\delta_1^* - \delta_1) + \dots \quad (5.44)$$

$$- \left[1 - \left(\left(\hat{d}_{\delta_1}^1 \right)^2 - \hat{d}_{\delta_1}^1 d_{\delta_1}^1 + d_{\delta_1}^0 \right) \right] (\delta_1^* - \delta_1) - \left(\hat{d}_{\delta_1}^1 - d_{\delta_1}^1 + \hat{d}_{\delta_1}^2 \right) \hat{e}_{\delta_1} - \dots \quad (5.45)$$

$$+ \ddot{\delta}_1^* + d_{\delta_1}^1 \left(\dot{\delta}_1^* - \dot{\delta}_1 \right) + d_{\delta_1}^0 (\delta_1^* - \delta_1) \quad (5.46)$$

$$- \sum_{j=1}^3 \left(\lambda_{\delta_1}^{1j} \left(z_{\delta_1}^{1j} \right)^2 + \lambda_{\delta_1}^{2j} \left(z_{\delta_1}^{2j} \right)^2 + \hat{\lambda}_{\delta_1}^{1j} \left(\hat{z}_{\delta_1}^{1j} \right)^2 + \hat{\lambda}_{\delta_1}^{2j} \left(\hat{z}_{\delta_1}^{2j} \right)^2 \right) \hat{e}_{\delta_1} + \dots \quad (5.47)$$

$$u_{\mathbf{h}} = B_{\mathbf{h}}^{-1} \left(- \hat{f}_{\mathbf{h}}(y_{\mathbf{h}}, \dot{y}_{\mathbf{v}}) + \dot{y}_{\mathbf{h}}^* + d_{\mathbf{h}}(y_{\mathbf{h}}^* - y_{\mathbf{h}}) \right) - P_{\mathbf{h}} \epsilon_{\mathbf{R}}^{\mathbf{S}}$$

$$\hat{e}_{\delta_1} = \left[\delta_1^* - \delta_1 + \hat{d}_{\delta_1}^1 \left(\dot{\delta}_1^* - \dot{\delta}_1 \right) \right]$$

Somit dient die Schätzung aller Unsicherheiten vor allem dazu, die Trajektorien der Raddynamik zu modifizieren und damit Störungen auf die Horizontaldynamik zu eliminieren. Die dabei gemachten Schätzfehler wirken sich nicht auf die Horizontaldynamik aus, denn die dadurch nicht berücksichtigten Störungen *wirken durch Kern* $P_{\mathbf{h}}^{\perp}$ *von* $P_{\mathbf{h}}$. In der Raddynamik werden diese Störungen darauf aufbauend durch die nichtlineare Dämpfung berücksichtigt.

Die Generierung der Stromtrajektorien für die elektrischen Maschinen kann ohne weiteres mit Hilfe von Gleichung (5.43) - (5.47) geschehen und mit einigem Aufwand könnten auch die ersten Ableitungen bestimmt werden. Unsicherheiten in den elektrischen Maschinen sind beispielsweise durch temperaturabhängige Widerstände und Induktivitäten gegeben. Zur Berücksichtigung dieser Unsicherheiten bietet sich im Rahmen des erarbeiteten Konzeptes ebenfalls die nichtlineare Dämpfung an.

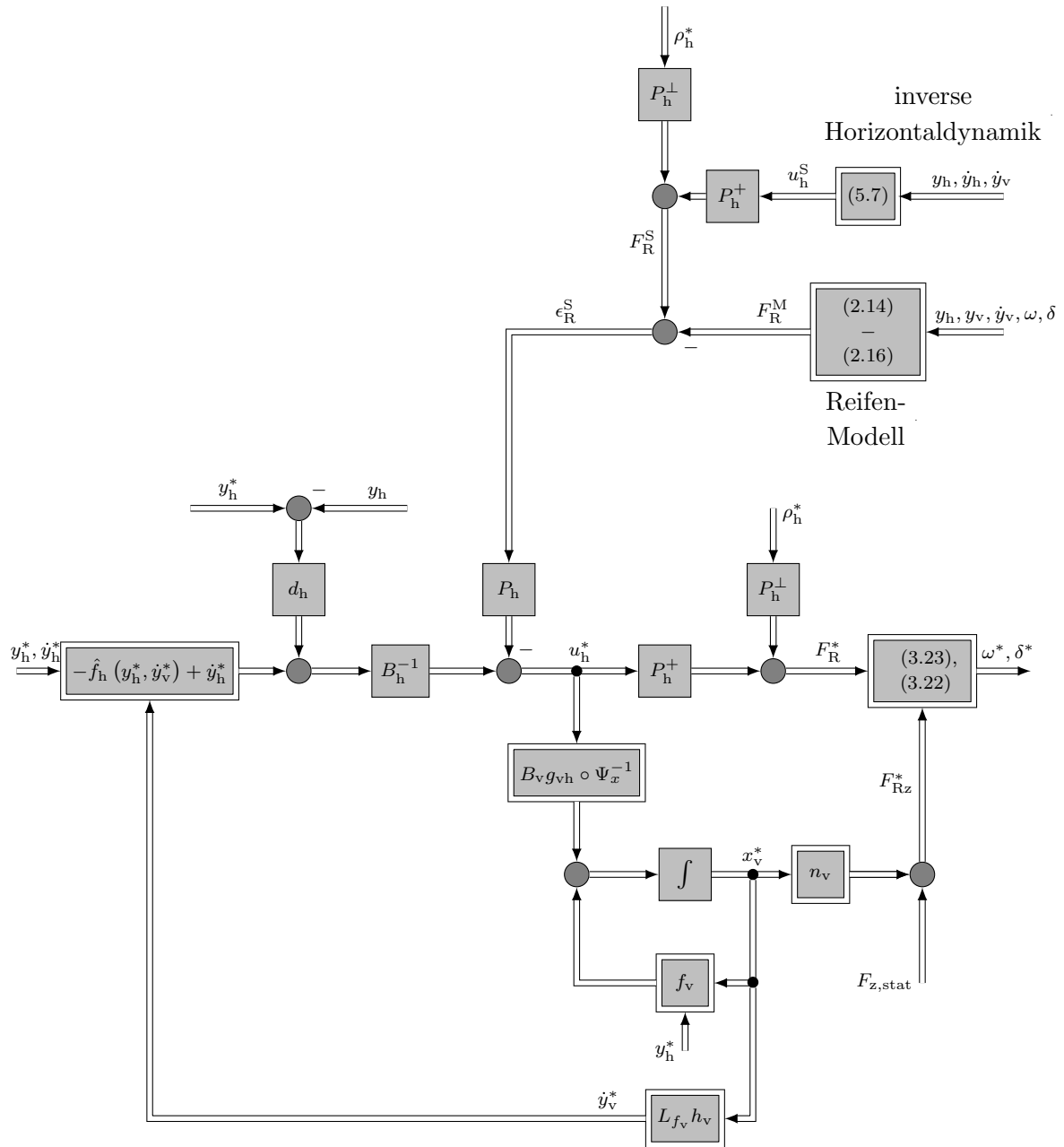


Bild 5.2: Planung der Trajektorien für die Raddynamik mit ϵ -Schätzung

6 Behandlung von Aktorausfällen und Fehlern

Die Ausstattung des in dieser Arbeit betrachteten Fahrzeugmodells mit Einzelradaktorik geschah anfangs mit der Motivation, maximale verteilte Aktorredundanz zu besitzen. Diese verteilte Redundanz stellt ein Konzept dar, um bei Aktorfehlern und Aktorausfällen Fehlertoleranz sicher zu stellen und zusätzlich im fehlerfreien Fall weitere Eingriffsmöglichkeiten für sekundäre Regelziele bereit zu stellen. Wenn vom passiven Fahrwerk ausgegangen wird, stellt die entworfene Regelung diese Eingriffsmöglichkeiten als Freiheitsgrade ρ_h zur Verfügung. Im fehlerfreien Fall wurde gezeigt, wie diese Freiheitsgrade genutzt werden können, um das Kraftschlusspotential zu vergrößern (Kapitel 4.3.1) oder einfache Schätzgleichungen für die Radkräfte zu erhalten ($\rho_h^* = 0$). Abschließend muss noch gezeigt werden, dass mit dieser verteilten Redundanz auch Auswirkungen verschiedener Fehler kompensiert werden können und das Fahrzeug in diesem Fall sicher weiter geführt werden kann. Dabei geht es nicht um die Fehlertoleranz oder Verfügbarkeit einzelner Komponenten. Die Fehlertoleranz an sich umfasst ein weites Feld an Anforderungen, Definitionen und Vorgehensweisen. Für eine kurze Übersicht bietet sich [51] an, speziell für den Fahrzeugbereich existieren verschiedene umfangreiche Normen, u. a. [60]. Es geht im Folgenden vielmehr darum zu zeigen, dass mit der modellierten Systemstruktur und der entworfenen Regelung ein fehlertolerantes Regelsystem möglich ist und dadurch für bestimmte Fehler funktionale Sicherheit bezüglich des Gesamtsystems garantiert werden kann. Dazu soll das Konzept der aktiven Fehlertoleranz genutzt werden, das im Allgemeinen aus einer Diagnoseeinheit und dem Fehlermanagement besteht. Auf den Entwurf der Diagnoseeinheit soll hier verzichtet werden, da dieser stark abhängig vom konkreten System, den verwendeten Sensoren und Aktoren ist. Es soll vielmehr der Entwurf eines verallgemeinerten Fehlermanagements erfolgen, gültig für verschiedene Aktoren, wie z.B. Permanent-Synchron-Maschinen oder Asynchronmaschinen. Aus diesem Grund wird erneut auf die Integration der Dynamik der Maschinen verzichtet und das mechanische Drehmoment am Rad als Eingang betrachtet. Die Strategie zum Entwurf dieses einfachen Fehlermanagements besteht darin, elektrische Maschinen momentanlos zu schalten, sobald ein Fehler auftritt. Das kann auch Sensorausfälle, fehlerhaftes Verhalten eines Frequenzumrichters oder Fehler in der Energieversorgung beinhalten. Somit ist es unter Umständen in manchen Fällen gar nicht notwendig, einen Fehler genau zu isolieren, sondern nur wichtig zu erkennen, dass ein Fehler an einer bestimmten Komponente vorliegt. Dadurch kann das Fehlermanagement schneller aktiviert werden und zu einer schnelleren Stabilisierung des Fahrzeugverhaltens beitragen. Die fehlerhafte Antriebskomponente wird mit der beschriebenen Strategie in einen Fail-Safe-Zustand, d.h. einen sicheren, definierten Zustand gebracht. Dieser Zustand wird im Weiteren einheitlich als Aktorausfall beschrieben und behandelt. Damit die Komponente darauf aufbauend als Fail-Silent einstuftbar ist, d. h. die Komponente darf den Betrieb des Gesamtsystems nicht beeinflussen, muss die Regelung rekonfiguriert werden. Ein besonders schwerwiegender Fehler, der nicht mit dieser

Strategie behandelt werden kann, ist die mechanische Blockade einer elektrischen Maschine. Ob für diesen Fall ein Fail-Silent-Zustand möglich ist, muss für Antrieb und Lenkung gesondert untersucht werden. Für den Ausfall des Lenkmotors wird zusätzlich angenommen, dass das Rad daraufhin festgestellt werden kann, idealerweise bei $\delta_i = 0$ oder in diesen Zustand überführt werden kann. Kann der Lenkwinkel nicht nach $\delta_i = 0$ überführt werden, gilt $\delta_i = \delta_{Bi} = const.$, wie im Fall der Lenkblockade.

Um die beschriebenen Fehler und Ausfälle auf Basis der vorhandenen Redundanz behandeln zu können, müssen diese Zustände und Ereignisse mathematisch beschrieben und in das Fahrzeugmodell integriert werden. Die Integration erfolgt über die Zwangsbedingungen

$$0 = \tilde{q}(\bar{y}^{(\kappa)}, \rho) \quad (6.1)$$

des Deskriptorsystems, einfach durch Hinzufügen weiterer Gleichungen

$$0 = q_F(\bar{y}^{(\kappa)}, \rho). \quad (6.2)$$

zur Fehlerbeschreibung. Zur Berechnung der Fehlerbehandlung müssen analog zu Kapitel 3.3 die Eigenschaften des impliziten Differentialgleichungssystems (6.1),(6.2) untersucht werden, was wiederum über die Jakobimatrix geschieht. Voraussetzung dafür ist die Existenz von Gleichungen (6.2) zur Beschreibung der verschiedenen Ausfälle und Fehler. Haben die Gleichungen (6.2) zusätzlich beispielsweise gemäß (3.12) eine bestimmte Struktur, ist wie im fehlerfreien Fall eine Lösung ohne Integration der Differentialgleichungen möglich. Allgemein ergibt sich für einen Fehler oder Ausfall jeweils mindestens eine zusätzliche Gleichung, die erfüllt werden muss. Somit muss für einen Fehler oder Ausfall auch mindestens ein Freiheitsgrad zur Erfüllung dieser Gleichung parametrisiert werden.

Beim Ausfall eines Antriebsmotors wird das aufgeprägte Moment am entsprechenden Rad null und das Rad rollt frei. Die Drehzahl des Rads bestimmt sich unter diesen Umständen annähernd aus der kinematischen Beziehung $\hat{v}_{Rx_i} = r_{dyn_i} \omega$. Blockiert ein Antrieb, wird die Drehzahl an diesem Rad instantan zu null. Beim Ausfall eines Lenkmotors liegt mit der Prämisse einer idealen mechanischen Fixierung der Lenkwinkel zu $\delta_i = 0$ fest. Andernfalls liegt wie beim Blockieren eines Lenkmotors ein bekannter, konstanter Lenkwinkel δ_{Bi} vor. Tabelle 6.1 fasst die Verhältnisse zusammen.

Tabelle 6.1: Fehlertabelle

| Fehler | Antrieb | Lenkung |
|-------------|---|---|
| Blockade | $\omega_i = 0$ δ_i beliebig | $\delta_i = \delta_{Bi} = const.$ ω_i vorgebbar |
| momentenlos | $\omega_i = \frac{\hat{v}_{Rx_i}}{r_{dyn_i}}$ δ_i vorgebbar | $\delta_i = 0$ ω_i vorgebbar |

Tabelle 6.2: Zuordnung der Freiheitsgrade zu bestimmten Rädern über P_h^\perp

| | | |
|-------|-----------|------------------------|
| Rad 1 | F_{Rx1} | ρ_{h1}, ρ_{h3} |
| | F_{Ry1} | ρ_{h5} |
| Rad 2 | F_{Rx2} | ρ_{h2}, ρ_{h3} |
| | F_{Ry2} | ρ_{h3}, ρ_{h5} |
| Rad 3 | F_{Rx3} | ρ_{h1} |
| | F_{Ry3} | ρ_{h3}, ρ_{h4} |
| Rad 4 | F_{Rx4} | ρ_{h2} |
| | F_{Ry4} | ρ_{h4} |

$$P^\perp = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{l}{b} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{l}{b} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Zur Berechnung der Fehlerbehandlung muss im Weiteren die Bestimmung eines oder mehrerer Freiheitsgrade ρ_h^* möglich sein, sodass diese Gleichungen erfüllt werden. Die Nutzung der Freiheitsgrade für andere Ziele ist dann nicht mehr ohne weiteres möglich und muss nach Berechnung der Fehlerbehandlung neu untersucht werden.

Tabelle 6.2 zeigt, welche Freiheitsgrade zur Erfüllung zusätzlicher Bedingungen an einzelnen Rädern mit dem gewählten Kern P_h^\perp genutzt werden können. Es wird deutlich, dass mit dem gewählten Kern nicht jeder beliebige Freiheitsgrad für jedes Rad zur Verfügung steht und für jedes Rad nur eine bestimmte Anzahl an Freiheitsgraden zur Fehlerkompensation zur Verfügung steht.

Anschaulich können an einem fehlerhaften Rad nicht mehr beide Kräfte F_{Rxi} und F_{Ryi} unabhängig voneinander und wie gewünscht erzeugt werden. Um weiterhin den gewünschten Trajektorien folgen zu können, müssen die Radkräfte mit Hilfe von ρ_h so umverteilt werden, dass die durch den Fehler am betroffenen Rad entstehenden Störkräfte kompensiert werden.

In Tabelle 6.1 ist zu sehen, dass die Freiheitsgrade ρ_h nicht direkt in den zu erfüllenden Bedingungen vorkommen und damit nicht die Form (6.2) haben. Dennoch sind alle Bedingungen rein algebraisch und können direkt dazu genutzt werden, die abhängigen Drehzahlen oder Lenkwinkel aus den Zwangsbedingungen zu eliminieren. Die Untersuchung der Struktur und Lösbarkeit der Zwangsbedingungen erfolgt daher anhand einer modifizierten Jakobimatrix des Reifenmodells. Die partielle Ableitung des Reifenmodells nach der entsprechenden festen Variable aus Tabelle 6.1 entfällt in diesem Fall und wird durch einen der möglichen Freiheitsgrade aus Tabelle 6.2 ersetzt. Gelingt damit die Berechnung der jeweiligen Freiheitsgrade, muss die Regelung im Fehlerfall nicht grundlegend neu strukturiert werden, sondern nur die Aufschaltung der Freiheitsgrade geändert werden, was eine wesentliche Anforderung an den Entwurf aus Kapitel 1 war. In den folgenden Kapiteln werden exemplarisch Lösungen für verschiedene Fehlerfälle mit dem gewählten Kern gezeigt.

6.1 Antriebsausfall

Fällt der Antrieb an einem Rad aus, kann ω_i an diesem Rad nicht mehr vorgegeben werden, sondern liegt fest und errechnet sich über die Kinematik der reinen Rollbewegung aus den Zuständen der Horizontaldynamik. Zur Bestimmung des Zusammenhangs mit der Horizontaldynamik müssen die Radgeschwindigkeiten vom aufbaufesten Koordinatensystem ins radfeste Koordinatensystem transformiert werden. Die Transformationsvorschrift lautet

$$\begin{bmatrix} \hat{v}_{\text{Rx}_i} \\ \hat{v}_{\text{Ry}_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\delta_i) & \sin(\delta_i) \\ -\sin(\delta_i) & \cos(\delta_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\text{Rx}_i} \\ v_{\text{Ry}_i} \end{bmatrix}.$$

Die Rollbedingung legt die Winkelgeschwindigkeit aufgrund der Mittelpunktsgeschwindigkeit des Rads zu

$$\omega_i = \frac{\hat{v}_{\text{Rx}_i}}{r_{\text{dyn}_i}} = \frac{v_{\text{Rx}_i} \cos(\delta_i) + v_{\text{Ry}_i} \sin(\delta_i)}{r_{\text{dyn}_i}}$$

fest, womit ω_i in diesem Fall nicht nur von den Aufbaukoordinaten, sondern auch von δ_i abhängt. Die Schlupfwerte ergeben sich in diesem Fall zu

$$\begin{aligned} s_{x_i} &= \frac{v_{\text{Rx}_i} (\cos(\delta_i))^2 + v_{\text{Ry}_i} \sin(\delta_i) \cos(\delta_i) - v_{\text{Rx}_i}}{\sqrt{(v_{\text{Rx}_i})^2 + (v_{\text{Ry}_i})^2}}, \\ s_{y_i} &= \frac{v_{\text{Rx}_i} \cos(\delta_i) \sin(\delta_i) + v_{\text{Ry}_i} (\sin(\delta_i))^2 - v_{\text{Ry}_i}}{\sqrt{(v_{\text{Rx}_i})^2 + (v_{\text{Ry}_i})^2}}. \end{aligned} \quad (6.3)$$

Mit den Gleichungen (6.3) lässt sich die Drehzahl des frei rollenden Rads aus dem Reifenmodell eliminieren. Anschließend kann die Jakobimatrix

$$\mathcal{J}_{\omega_i} = \frac{\partial \hat{q}_{\text{FR}}}{\partial [\delta^{\text{T}} \quad \hat{\omega}^{\text{T}} \quad \hat{\rho}_{\text{h}}^{\text{T}}]^{\text{T}}}$$

untersucht werden, wobei $\hat{\omega} = [\omega_1 \quad \dots \quad \omega_{j \neq i} \quad \dots \quad \omega_4]$ nur die frei wählbaren Drehzahlen enthält und $\hat{\rho}_{\text{h}}$ nur Freiheitsgrade beinhaltet, die das betroffene Rad beeinflussen. \hat{q}_{FR} beschreibt dabei die Zwangsbedingungen der Radkräfte mit eingesetzter Fehlerbedingung. Für mindestens einen Freiheitsgrad aus $\hat{\rho}_{\text{h}}$ muss wenigstens in realistischen Umgebungen $\text{Rang}(\mathcal{J}_{\omega_i}) = 8$ gelten, damit die verbleibenden Drehzahlen und ein Freiheitsgrad sowie die Lenkwinkel bestimmt werden können. Die etwas umsortierte Jakobimatrix

$$\mathcal{J}_{\omega_2} = \frac{\partial \hat{q}_{F_R}}{\partial [\omega_1 \quad \delta_1 \quad \rho_{h5} \quad \delta_2 \quad \omega_3 \quad \delta_3 \quad \omega_4 \quad \delta_4]^T}$$

$$= \begin{bmatrix} \partial_{\omega_1} F_{R_{x1}} & \partial_{\delta_1} F_{R_{x1}} & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ \partial_{\omega_1} F_{R_{y1}} & \partial_{\delta_1} F_{R_{y1}} & -1 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & \partial_{\delta_2} F_{R_{x2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \partial_{\delta_2} F_{R_{y2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \partial_{\omega_3} F_{R_{x3}} & \partial_{\delta_3} F_{R_{x3}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \partial_{\omega_3} F_{R_{y3}} & \partial_{\delta_3} F_{R_{y3}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \partial_{\omega_4} F_{R_{x4}} & \partial_{\delta_4} F_{R_{x4}} & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \partial_{\omega_4} F_{R_{y4}} & \partial_{\delta_4} F_{R_{y4}} & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

mit $\partial_{k_i} F_{R_{ji}} = \frac{\partial F_{R_{ji}}}{\partial k_i}$, $j = x, y$; $k = \omega, \delta$, zeigt beispielhaft für das rechte Vorderrad mit Freiheitsgrad ρ_{h5} die für alle Möglichkeiten charakteristische Blockdiagonalstruktur, sodass die Regularität der Gesamtmatrix von denen der einzelnen Blöcke abhängt. In den Blöcken für die Räder ohne Fehler ergeben sich die einzelnen singulären Punkte, wie auch in Kapitel 2.2.1 und 3.3 diskutiert wurde. In der Blockmatrix für das rechte Vorderrad hängt die Regularität allein davon ab, ob $\partial_{\delta_2} F_{R_{x2}} \neq 0$ gilt. Diese partielle Ableitung wird nur durch die schon diskutierte Singularität des Reifenmodells im Stillstand null. Respektive ist auch intuitiv klar, dass sich durch eine Radlenkwinkeländerung immer eine Änderung der Radkräfte ergibt, solange der Schlupf nicht gegen unendlich geht. Die explizite Berechnung der Drehzahlen, Lenkwinkel und des Freiheitsgrads kann durch die vorliegende Struktur weiterhin für jedes Rad getrennt erfolgen. Die Berechnung von δ_2 und ρ_{h5} für das fehlerhafte Rad ist allerdings nicht mehr auf dem in Kapitel 3.3 beschriebenen Weg möglich, da weder beide Radkräfte vorgebar sind, noch eindeutig festliegen. Von daher bieten sich andere Bestimmungsgleichungen für eine analytische Lösung an. Da der Schlupf in x-Richtung der Radkoordinaten zu null angenommen werden kann, ist auch die durch das Reifenmodell erzeugte Kraft in x-Richtung der Radkoordinaten null. Deshalb gilt

$$F_{R_{x2}} \cos(\delta_2) + F_{R_{y2}} \sin(\delta_2) = 0. \quad (6.4)$$

Zusätzlich ergibt sich aus den Gleichungen (6.3) ein kompakter Ausdruck

$$\sqrt{(s_{x2})^2 + (s_{y2})^2} = \frac{v_{R_{y2}} \cos(\delta_2) + v_{R_{x2}} \sin(\delta_2)}{\sqrt{(v_{R_{x2}})^2 + (v_{R_{y2}})^2}} = \sin \left(\delta_2 + \arctan \left(\frac{v_{R_{y2}}}{v_{R_{x2}}} \right) \right), \quad v_{R_{x2}} > 0$$

für den Schlupfbetrag. Wird $v_{R_{x2}} < 0$, ändert sich das Vorzeichen der Phase des Sinus, sodass die Rückwärtsfahrt gesondert betrachtet werden muss. Für die invertierte Kraftbeziehung des Reifenmodells gilt weiterhin

$$\sqrt{(s_{x2})^2 + (s_{y2})^2} = \frac{\mu_2}{B_2} \tan \left(\frac{1}{C_2} \arcsin \left(\frac{\sqrt{(F_{R_{x2}})^2 + (F_{R_{y2}})^2}}{F_{\max 2}} \right) \right).$$

Zur expliziten Berechnung müssen noch die entsprechenden Gleichungen für die Kräfte aus (2.4) eingesetzt werden. Damit ergeben sich für das zweite Rad die Bedingungen

$$\begin{aligned}
0 &= \sin\left(\delta_2 + \arctan\left(\frac{v_{Ry2}}{v_{Rx2}}\right)\right) - \dots \\
&\quad - \frac{\mu_2}{B_2} \tan\left(\frac{1}{C_2} \arcsin\left(\frac{\sqrt{\left((p_3^+)^T u_h + \rho_{h2} + \frac{l}{b}\rho_{h3}\right)^2 + \left((p_4^+)^T u_h - \rho_{h3} - \rho_{h5}\right)^2}}{F_{\max 2}}}\right)\right), \\
0 &= \left((p_3^+)^T u_h + \rho_{h2} + \frac{l}{b}\rho_{h3}\right) \cos(\delta_2) + \left((p_4^+)^T u_h - \rho_{h3} - \rho_{h5}\right) \sin(\delta_2)
\end{aligned}$$

zur Bestimmung von δ_2^* und eines Freiheitsgrads. Da in den Gleichungen mehrere Freiheitsgrade auftreten, erfolgen die Transformationen

$$\rho_{h2}^* = -\frac{l}{b}\rho_{h3}^* + \hat{\rho}_{h2}^*, \quad \rho_{h5}^* = \rho_{h3}^* - \hat{\rho}_{h5}^*$$

und mit

$$\hat{\rho}_{h2}^* = -(p_3^+)^T u_h^* + \tilde{\rho}_{h2}^*, \quad \hat{\rho}_{h5}^* = -(p_4^+)^T u_h^* + \tilde{\rho}_{h5}^*, \quad \tilde{\rho}_{h2}^* = \check{\rho}_{h2}^* \tilde{\rho}_{h5}^*$$

können

$$\begin{aligned}
\rho_{h5}^* &= \rho_{h3}^* - (p_4^+)^T u_h^* \pm F_{\max 2}^* \frac{\sin\left(C_2 \arctan\left(\frac{B_2 \sin\left(\arctan(\check{\rho}_{h2}^*) + \arctan\left(\frac{v_{Rx4}^*}{v_{Ry4}^*}\right)\right)}{\mu_2}\right)\right)}{\sqrt{1 + (\check{\rho}_{h2}^*)^2}} \\
\delta_2^* &= -\arctan(\check{\rho}_{h2}^*)
\end{aligned}$$

in Abhängigkeit der freien Parameters $\check{\rho}_{h2}^*$ sowie ρ_{h3}^* berechnet werden. Durch die Art der Lösung muss für eine konkrete Lösung auch $\check{\rho}_{h2}^*$ festgelegt werden, wodurch auch ρ_{h2}^* festliegt. Mit diesem Parameter kann der Lenkwinkel am fehlerbehafteten Rad direkt beeinflusst werden. Innerhalb des Sicherheitskonzepts kann es nun sinnvoll sein, dem fehlerbehafteten Rad den Lenkwinkel $\delta_2^* = 0$ zu geben und mechanisch zu fixieren. Eine andere Möglichkeit ist, $\check{\rho}_{h2}^*$ durch einen Koeffizientenvergleich mit (3.22) so zu bestimmen, dass das bisherige Lenkverhalten beibehalten wird. In beiden Fällen bleibt das aufgeprägte Wunschverhalten der Horizontaldynamik unverändert und das Fahrzeug kann sicher weitergefahren werden. Der Parameter ρ_{h3}^* bleibt frei und kann unabhängig von den Berechnungen in diesem Kapitel bestimmt werden. Für die explizite Lösung wird in Kauf genommen, einen Freiheitsgrad mehr zu nutzen als notwendig. Dieser Freiheitsgrad wird jedoch für einen Radlenkwinkel von null oder zur Beibehaltung des bisherigen Lenkverhaltens sinnvoll genutzt. Auf Basis der Regularitätsuntersuchungen kann die Lösung alternativ numerisch berechnet werden oder eine andere analytische Lösung gesucht werden. Problematisch bei numerischer Berechnung ist jedoch die Bestimmung der zeitlichen Ableitungen der Wunschfreiheitsgrade ρ_h^* für die Trajektoriengenerierung. Für eine schnelle numerische Berechnung zumindest einer zeitlichen Ableitung eignet sich die Methode der kontinuierlichen Fortsetzung, was in [40] untersucht wurde. Im Falle einer expliziten Lösung ist die Berechnung der zeitlichen Ableitungen auf Basis der Wunschtrajektorien ohne weiteres möglich.

6.2 Ausfall der Lenkung

Der Ausfall der Lenkung stellt bei einem üblichen Lenksystem einen besonders schwerwiegenden Fehler dar. Das Fahrzeug mit Einzelradaktorik besitzt bezüglich der Lenkantriebe jedoch vierfache Redundanz, wodurch der Ausfall eines Lenkmotors keine große Einschränkung der Funktionalität hervorrufen sollte. In diesem Fall wird für die Berechnungen angenommen, dass ein Rad mit fehlerbehaftetem Lenkmotor bei einem Lenkwinkel $\delta_i = 0$ fixiert werden kann. Das wirkt sich wie beim Antriebsausfall auf die Schlupffunktionen

$$s_{xi} = \frac{r_{\text{dyn}}\omega_i - v_{\text{Rxi}}}{\sqrt{(v_{\text{Rxi}})^2 + (v_{\text{Ryi}})^2}},$$

$$s_{yi} = -\frac{v_{\text{Ryi}}}{\sqrt{(v_{\text{Rxi}})^2 + (v_{\text{Ryi}})^2}}$$

des Reifenmodells aus. Da der Schlupf in y-Richtung dadurch fest liegt, ist durch die noch gültige invertierte Kraftgleichung des Reifenmodells bereits eine Bestimmungsgleichung

$$s_{yi} = \frac{\mu_i}{B_i} \tan \left(\frac{1}{C_i} \arcsin \left(\frac{\sqrt{(F_{\text{Rxi}})^2 + (F_{\text{Ryi}})^2}}{F_{\text{maxi}}} \right) \right) \frac{F_{\text{Ryi}}}{\sqrt{(F_{\text{Rxi}})^2 + (F_{\text{Ryi}})^2}} \quad (6.5)$$

für den benötigten Freiheitsgrad gegeben. Die Bestimmung sei beispielhaft für das linke Hinterrad gezeigt. Das Aufstellen der modifizierten Jakobimatrix, beispielsweise mit ρ_{h1} , ergibt auch bei diesem Einzelfehler eine Blockdiagonalstruktur. Eine Regularitätsuntersuchung führt auf die Bedingung $\partial_{\omega_3} F_{\text{Rx}3} \neq 0$. Eine Nutzung der Freiheitsgrade ρ_{h3} oder ρ_{h4} führt auf die Bedingung $\partial_{\omega_3} F_{\text{Ry}3} \neq 0$. Die Radkräfte lauten mit (2.4) für das dritte Rad

$$F_{\text{Rx}3} = (p_5^+)^T u_h - \rho_{h1},$$

$$F_{\text{Ry}3} = (p_6^+)^T u_h + \rho_{h3} + \rho_{h4}.$$

Mit ähnlichen Transformationen wie im Fall des ausgefallenen Antriebs kann auch hier eine analytische Lösung in Abhängigkeit eines freien Parameters gefunden werden. Mit

$$\rho_{h1}^* = (p_5^+)^T u_h^* - \tilde{\rho}_{h1}^*,$$

$$\rho_{h3}^* = - (p_6^+)^T u_h^* - \rho_{h4}^* + \tilde{\rho}_{h3}^*,$$

$$\tilde{\rho}_{h1}^* = \check{\rho}_{h1}^* \tilde{\rho}_{h3}^*$$

ergibt sich die Lösung

$$\rho_{h3}^* = -\rho_{h4}^* - (p_6^+)^T u_h^* + F_{\text{max}3}^* \frac{\sin \left(C_3 \arctan \left(\frac{B_3}{\mu_3} s_{y3}^* \sqrt{1 + (\check{\rho}_{h1}^*)^2} \right) \right)}{\sqrt{1 + (\check{\rho}_{h1}^*)^2}},$$

$$\rho_{h1}^* = (p_5^+)^T u_h^* - \check{\rho}_{h1}^* F_{\text{max}3}^* \frac{\sin \left(C_3 \arctan \left(\frac{B_3}{\mu_3} s_{y3}^* \sqrt{1 + (\check{\rho}_{h1}^*)^2} \right) \right)}{\sqrt{1 + (\check{\rho}_{h1}^*)^2}}.$$

Auch in diesem Fall ergibt sich eine anschauliche Interpretation für den freien Parameter $\check{\rho}_{h1}^*$, denn es gilt

$$\frac{F_{Rx3}^*}{F_{Ry3}^*} = \frac{s_{x3}^*}{s_{y3}^*} = \check{\rho}_{h1}^*. \quad (6.6)$$

Gleichung (6.6) besagt, dass mit $\check{\rho}_{h1}^*$ die Richtung der Reifenkraft am fehlerhaften Rad beeinflusst werden kann. Wie beim Antriebsausfall muss der Freiheitsgrad $\check{\rho}_{h1}^*$ für eine konkrete Lösung festgelegt werden. Mit $\check{\rho}_{h1}^* = 0$ ergibt sich ein frei rollendes Rad, womit der Antrieb faktisch abgeschaltet wird. Um die Bewegung des Fahrzeugs zu unterstützen, kann der Kraftbetrag in die Richtung des Kraftbetrags auf den Schwerpunkt gedreht werden, wobei dann jedoch kein Einfluss mehr auf den Kraftbetrag am Rad selbst besteht. Mit der Näherung

$$\tan(C \arctan(x)) \approx Cx$$

kann der Parameter $\check{\rho}_{h1}^*$, wie in Anhang C.3 gezeigt, so berechnet werden, dass ein gewünschtes Moment auf den Schwerpunkt erzeugt wird. Soll als Spezialfall dieser Lösung kein Moment auf den Schwerpunkt erzeugt werden, muss $\check{\rho}_{h1}^* = \frac{l_h}{b_r}$ gewählt werden.

Alternativ ist eine numerische Lösung von Gleichung (6.5) möglich wenn die übrigen Freiheitsgrade zuvor auf eine andere Weise festgelegt wurden.

6.3 Blockierender Antrieb

Ein blockierender Antrieb ist im Rahmen der Aktorfehler einer der schwerwiegendsten Fehler, der am Kraftfahrzeug auftreten kann. Konventionelle Fahrzeuge können beim Auftreten eines solchen Fehlers nur noch sehr schwer kontrolliert werden. Wie beschrieben wird die Drehzahl des betroffenen Rads bei der Antriebsblockade zu null. Damit liegen beide Schlupfwerte

$$s_{xi} = -\frac{v_{Rxi}}{\sqrt{(v_{Rxi})^2 + (v_{Ryi})^2}}, \quad s_{yi} = -\frac{v_{Ryi}}{\sqrt{(v_{Rxi})^2 + (v_{Ryi})^2}} \quad (6.7)$$

durch die Trajektorien der Horizontaldynamik fest. Wie an (6.7) zu sehen ist, hat der Lenkwinkel keinen Einfluss mehr auf den Schlupf. Dadurch werden auch die Radkräfte über die Gleichungen des Reifenmodells

$$F_{Rxi} = f_{F\omega xi}(y_v, \dot{y}_v, y_h), \quad F_{Ryi} = f_{F\omega yi}(y_v, \dot{y}_v, y_h) \quad (6.8)$$

vollständig durch die Horizontaldynamiktrajektorien beschrieben. Die Gleichungen (6.8) ergeben sich durch Einsetzen von (6.7) in (2.16). Die Jakobimatrix, beispielsweise für das rechte Hinterrad,

$$\mathcal{J}_{\omega_4} = \frac{\partial \hat{q}_{FR}}{\partial [\omega_1 \ \delta_1 \ \omega_2 \ \delta_2 \ \omega_3 \ \delta_3 \ \rho_{h2} \ \rho_{h4}]^T}$$

$$= \begin{bmatrix} \partial_{\omega_1} F_{Rx1} & \partial_{\delta_1} F_{Rx1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \partial_{\omega_1} F_{Ry1} & \partial_{\delta_1} F_{Ry1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \partial_{\omega_2} F_{Rx2} & \partial_{\delta_2} F_{Rx2} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \partial_{\omega_2} F_{Ry2} & \partial_{\delta_2} F_{Ry2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \partial_{\omega_3} F_{Rx3} & \partial_{\delta_3} F_{Rx3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \partial_{\omega_3} F_{Ry3} & \partial_{\delta_3} F_{Ry3} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

besitzt weiterhin die charakteristische Blockdiagonalstruktur. Außerdem wird kenntlich, dass eine sehr einfache Lösung des Problems möglich ist. Durch Gleichsetzen von (6.8) mit (2.4) können die benötigten Freiheitsgrade ρ_{h2} und ρ_{h4} direkt zu

$$\begin{aligned} \rho_{h2}^* &= (p_7^+)^T u_h^* - f_{F\omega x4}(y_v^*, \dot{y}_v^*, y_h^*), \\ \rho_{h4}^* &= (p_8^+)^T u_h^* - f_{F\omega y4}(y_v^*, \dot{y}_v^*, y_h^*) \end{aligned} \quad (6.10)$$

bestimmt werden. Zu beachten ist für das blockierende Rad zusätzlich, dass durch die Nutzung der Freiheitsgrade nach (6.10) nur die korrekten Kräfte (6.8) berechnet werden. Die zur Berechnung des gewünschten Schlupfs invertierten Kraftgleichungen des Reifenmodells gelten nur bis zur maximal möglichen Kraft. Der Schlupfbetrag ist konstant eins und die Schlupfwerte in x - und y -Richtung sind für das blockierende Rad in der Regel so groß, dass sie nicht mehr im gültigen Bereich liegen. Da die Drehzahl dessen ungeachtet bekannt und der Lenkwinkel beliebig ist, können beide Wunschgrößen direkt auf $\omega_4^* = 0$, $\delta_4^* = 0$ gesetzt werden.

6.4 Blockieren der Lenkung

Das Blockieren eines Lenkmotors ist ein nicht so schwerwiegender Fehler wie das blockierende Rad, da die Kräfte am entsprechenden Rad durch die Drehzahl beeinflussbar bleiben. Die Situation ist vergleichbar mit dem Ausfall des Antriebs, da die Schlupfwerte

$$s_{xi} = \frac{r_{\text{dyn}} \omega_i \cos(\delta_{Bi}) - v_{Rxi}}{\sqrt{(v_{Rxi})^2 + (v_{Ryi})^2}}, \quad s_{yi} = \frac{r_{\text{dyn}} \omega_i \sin(\delta_{Bi}) - v_{Ryi}}{\sqrt{(v_{Rxi})^2 + (v_{Ryi})^2}} \quad (6.11)$$

in x - und y -Richtung nicht festliegen und damit auch beide Radkräfte nicht eindeutig festliegen. Die Jakobimatrix, beispielsweise für Rad 1 mit ρ_{h5} , zeigt wiederum die Lösbarkeit, wenn $\partial_{\omega_1} F_{Ry1} \neq 0$ erfüllt ist. Eine analytische Berechnung des Freiheitsgrads gelingt in diesem Fall jedoch auf einfache Weise nur durch das vorherige Festlegen der Wunschdrehzahl

am betroffenen Rad. Wird der Antrieb an diesem Rad sicherheitshalber abgeschaltet, ergibt sich ein frei rollendes Rad bei einem konstanten, bekannten Lenkwinkel δ_{B1} . Damit liegen beide Kräfte am fehlerhaften Rad fest und können durch Einsetzen von (6.11) in (2.16) berechnet werden. Es ergibt sich eine Jakobimatrix wie im Fall des blockierenden Antriebs. Die Freiheitsgrade können dann exemplarisch am linken Vorderrad zu

$$\begin{aligned}\rho_{h1}^* &= f_{F\delta x1}(y_v^*, \dot{y}_v^*, y_h^*, \delta_{F1}) - (p_1^+)^T u_h^* + \frac{l}{b} \rho_{h3}^*, \\ \rho_{h5}^* &= f_{F\delta y4}(y_v^*, \dot{y}_v^*, y_h^*, \delta_{F1}) - (p_2^+)^T u_h^*\end{aligned}\quad (6.12)$$

bestimmt werden. Alternativ kann die Drehzahl mit Hilfe eines linearisierten Reifenmodells so bestimmt werden, dass eine definierte und gewünschte Kraft in x -Richtung erzeugt wird. Ein Freiheitsgrad kann dann dazu verwendet werden, die Kraft in y -Richtung anzupassen.

6.5 Fehlerkombinationen

In den vorherigen Kapitel wurde davon ausgegangen, dass immer nur Einzelfehler vorliegen, was eine übliche Vorgehensweise bei der Fehlerbehandlung ist. In diesem Kapitel soll noch kurz auf zwei interessante Fehlerkombinationen eingegangen werden.

Um der Forderung nachzukommen, redundante Notspeicher in das Fahrzeug zu integrieren, um auch im Fall einer Versorgungsunterbrechung eine hinreichende Stromzufuhr für das elektronische Fahrzeugsystem zu gewährleisten, kann ebenfalls der Ansatz der für die Aktoren gewählten Redundanz gemacht werden. Anstatt z. B. kapazitive Notspeicher in das Fahrzeug zu integrieren [37], kann ein zentraler Energiespeicher gegen eine verteilte Energieversorgung pro Rad oder pro Achse ersetzt werden. Daraus resultiert bei einer Unterbrechung der Stromversorgung nicht der Ausfall des Gesamtsystems, sondern nur der eines Rads oder einer Achse.

Auch bei einer Unterbrechung der Energieversorgung für ein Rad muss der Lenkwinkel mechanisch fixiert werden können, idealerweise bei $\delta_i = 0$. In jedem Fall ergibt sich eine Kombination der zuvor betrachteten Situationen Antriebsausfall und Lenkausfall oder Lenkblockade. In beiden Fällen liegen die Radkräfte am betroffenen Rad über die Trajektorien der Horizontaldynamik fest. Mit der Auswahl entsprechender Freiheitsgrade ist die Jakobimatrix für jedes Rad regulär und besitzt eine Struktur ähnlich (6.9), sodass zwei Freiheitsgrade in diesem Fall für jedes Rad einfach zu bestimmen sind. Für den Ausfall einer ganzen Achse gelten die selben Bedingungen wie für zwei Räder. Prinzipiell ist eine Lösung möglich, da 4 Bedingungen erfüllt werden müssen und 5 Freiheitsgrade vorhanden sind. Für den Ausfall der Vorderachse ergibt sich unter Nutzung der Freiheitsgrade ρ_{h1} , ρ_{h2} , ρ_{h3} und ρ_{h5} die Jakobimatrix

$$\mathcal{J}_{VA} = \frac{\partial \hat{q}_{FR}}{\partial [\rho_{h1} \ \rho_{h5} \ \rho_{h2} \ \rho_{h3} \ \omega_3 \ \delta_3 \ \omega_4 \ \delta_4]^T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{l}{b} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{l}{b} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & \partial_{\omega_3} F_{Rx3} & \partial_{\delta_3} F_{Rx3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \partial_{\omega_3} F_{Ry3} & \partial_{\delta_3} F_{Ry3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & \partial_{\omega_4} F_{Rx4} & \partial_{\delta_4} F_{Rx4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \partial_{\omega_4} F_{Ry4} & 0 \partial_{\delta_4} F_{Ry4} \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

deren Regularität abermals nur von der Regularität der Blockmatrizen auf der Diagonalen abhängt und durch die Nutzung der entsprechenden Freiheitsgrade vollen Rang besitzt. Der verbleibende Freiheitsgrad ρ_{h4} kann bei einem Ausfall der Vorderachse nicht genutzt werden, da er keinen Einfluss auf die Radkräfte an der Vorderachse hat und die Jakobimatrix damit Rangabfall hätte. Ein äquivalentes Ergebnis ergibt sich für die Hinterachse unter Nutzung der Freiheitsgrade $\rho_{h1}, \rho_{h2}, \rho_{h3}$ und ρ_{h4} .

Eine einfache Lösung zur Bestimmung der Freiheitsgrade ergibt sich immer, wenn an einem Rad beide Kräfte vollständig bestimmt sind. Das ist der Fall wenn das Rad blockiert oder an einem Rad beide Antriebe ausfallen. Für Einzelfehler wurden mehr Freiheitsgrade als nötig genutzt, um eine explizite Lösung zu erhalten. Für gleichzeitig auftretende Fehler an zwei verschiedenen Rädern können mit dieser Methode noch explizite Lösungen angegeben werden, bei drei oder mehr gleichzeitig auftretenden Fehlern an verschiedenen Rädern bleibt noch die Möglichkeit einer numerischen Lösung oder die Nutzung eines linearisierten Reifenmodells, wie in Kapitel 7 gezeigt wird. Für vier gleichzeitige Fehler ist es nicht mehr möglich mit Hilfe der Freiheitsgrade eine reguläre Jakobimatrix zu erzeugen, wenn alle vier Antriebe oder alle vier Lenkmaschinen ausfallen. Dieses Ergebnis ist für den Ausfall aller vier Antriebsmotoren auch intuitiv verständlich. Sind beim Ausfall aller Lenkmotoren die festen Radlenkwinkel null, ist auch verständlich, dass keine unabhängige Kraft in y -Richtung erzeugt werden kann.

Das algebraische Problem der Parametrierung der Freiheitsgrade besitzt solange eine Lösung, wie durch die verbleibenden Aktoren drei Kräfte u_h auf den Schwerpunkt unabhängig von einander erzeugt werden können. Beim Ausfall von mehr Antrieben oder Lenkaktoren können die Radkräfte nicht mehr so mit Hilfe von ρ_h verteilt und erzeugt werden, dass eine gewünschte Kraft u_h auf den Schwerpunkt entsteht. Dann existiert keine reguläre Parametrierung der Radkräfte über y_h, y_v und ρ , sodass diese Komponenten auch keinen flachen oder parametrierenden Ausgang mehr beschreiben. Die Möglichkeit, alle drei Kräfte in der Horizontalen auf den Schwerpunkt frei vorgeben zu können, ist somit eine Voraussetzung dafür, dass der entwickelte Entwurf durchführbar ist. Die Existenz einer Lösung ist dabei unabhängig von der Wahl des Kerns P_h^\perp . Um eine reguläre Jakobimatrix zu erhalten, muss

sie um beliebige Vektoren aus dem Nullraum der linearen Abbildung $u_h = P_h F_R$ ergänzt werden. Der Kern P_h^\perp beschreibt eine Basis dieses Nullraums. Gelingt die Ergänzung zu einer regulären Jakobimatrix mit einer beliebigen Basis nicht, ist dies auch mit keiner anderen Basis möglich. Somit ist die Existenz der Lösung von P_h^\perp unabhängig. Zusammenfassend wurde in diesem Kapitel durch verschiedene beispielhafte Regularitätsuntersuchungen und die konstruktive Errechnung expliziter Lösungen gezeigt, dass die entworfene Regelung in Verbindung mit der Einzelradaktorik für alle betrachteten Einzelfehler, Radausfälle und Achsausfälle fehlertolerant sein kann. Im folgenden Kapitel wird darauf aufbauend diskutiert, wie der Entwurf für andere Aktorkonfigurationen genutzt werden kann und in welchen Fällen noch ein fehlertolerantes Regelsystem erreicht werden kann.

7 Regelung verschiedener Aktorkonfigurationen

Im vorangegangenen Kapitel 6 wurden verschiedene Aktorfehler oder Ausfälle bezüglich der Einzelradaktorik untersucht. Die Behandlung verschiedener Fehler beruht darauf, zusätzliche Zwangsbedingungen durch die Parametrierung verschiedener Freiheitsgrade ρ_h zu erfüllen. Durch die relativ allgemeinen Annahmen bezüglich der Wirkung der Aktorfehler lassen sich Aktorausfälle und deren Behandlung auch auf eine andere Weise interpretieren. Ist ein Aktor nicht vorhanden, kann dies auf gleiche Art wie ein Aktorausfall behandelt werden und führt genauso zu den Zwangsbedingungen des frei rollenden Rads oder eines Lenkwinkels von null. Diese Zwangsbedingungen können ohne Weiteres wie im vorherigen Kapitel behandelt werden. Auf dieser Basis sollen im Folgenden noch einige interessante Aktorkonfigurationen diskutiert und verglichen werden, sowie deren Fehlertoleranz untersucht werden. Diese Konfigurationen werden im Folgenden kurz als Allradantrieb (Bild 7.1), Frontantrieb (Bild 7.2) und Heckantrieb (Bild 7.3) bezeichnet.

7.1 Allradantrieb

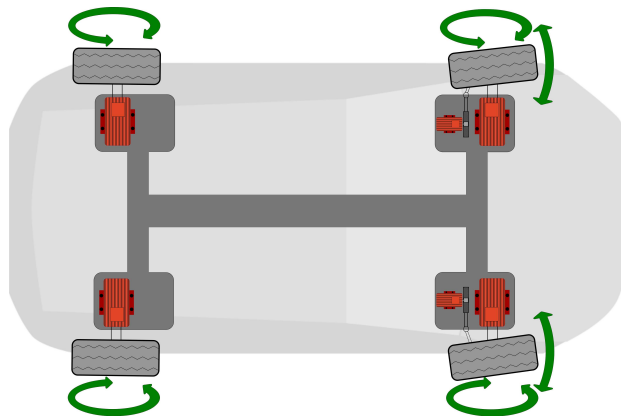


Bild 7.1: Fahrzeug mit unabhängigem Allradantrieb

Bei dieser Konfiguration ist gegenüber der Einzelradkonfiguration keine Lenkung an der Hinterachse vorhanden. Für eine explizite Lösung nach Kapitel 6.2 können die Freiheitsgrade $\rho_{h1} - \rho_{h4}$ parametrierbar sein. Da die Lenkwinkel an der Hinterachse bei der Einzelradaktorik ohnehin sehr klein sind (siehe Kapitel 8), werden die Radkräfte und Momente der elektrischen Maschinen nicht wesentlich anders verlaufen. Der Vorteil dieser Konfiguration besteht darin, dass sich durch den Wegfall der Lenkung die Kinematik der Hinterachse wesentlich vereinfacht und durch den Wegfall zweier Lenkmotoren Kosten gespart werden können. Für den fehlerfreien Fall stehen prinzipiell immer noch drei Freiheitsgrade z.B. zur

Homogenisierung der Kraftschlussausnutzung zur Verfügung. Näherungsweise können dazu die Raddrehzahlen an der Hinterachse so gewählt werden, wie sie mit den Freiheitsgraden nach Kapitel 4.3.1 berechnet wurden. Im Falle eines Ausfalls oder einer Antriebsblockade an der Hinterachse können die schon genutzten Freiheitsgrade umparametriert werden. Fällt die Hinterachse aus, führt das zur Konfiguration des Frontantriebs (Kapitel 7.2). Bei zusätzlichen Fehlern an der Vorderachse ist die Berechnung der Freiheitsgrade mit Hilfe der vorgestellten Methodik zur expliziten Lösung nicht mehr möglich. Fallen beispielsweise die Antriebe an der Vorderachse aus, führt das zur Konfiguration des Heckantriebs. Die Behandlung dieser Antriebskonfiguration oder dieses Fehlerfalls wird in Kapitel 7.3 mit Hilfe eines linearisierten Reifenmodells gezeigt. Anhand der Allradkonfiguration soll noch ein interessanter Einfluss der Parametrierung des Führungsmodells gezeigt werden. In Bild 7.2 ist die dazu genutzte Vergleichstrajektorie zu sehen. Dazu wird bei konstanter Geschwindigkeit von $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ein schneller Spurwechsel simuliert. Bei den unterschiedlichen Trajektorien der Querdynamik wurde der Parameter d_β des Führungsmodells zwischen $d_{\beta 1} = -\frac{1}{350} \frac{\text{°s}^2}{\text{m}}$ und $d_{\beta 2} = -\frac{1}{900} \frac{\text{°s}^2}{\text{m}}$ variiert. In Bild 7.3 ist zu sehen, dass die maximale Kraftschlussausnutzung für die Trajektorie mit $d_{\beta 2}$, also mit kleinerem Schwimmwinkel an allen Rädern deutlich geringer ist. Dieses Verhalten gilt für alle betrachteten Konfigurationen ohne Hinterradlenkung. Bei der Einzelradaktorik ist dieser Effekt durch den Einsatz der Hinterradlenkung nur marginal zu beobachten. Deshalb wird im Folgenden für alle alternativen Antriebskonfigurationen $d_{\beta 2}$ genutzt. Für die Einzelradaktorik kann der Wert $d_{\beta 1}$ genutzt werden, um den Ergebnissen aus subjektiven Bewertungen des Fahrverhaltens nachzukommen.

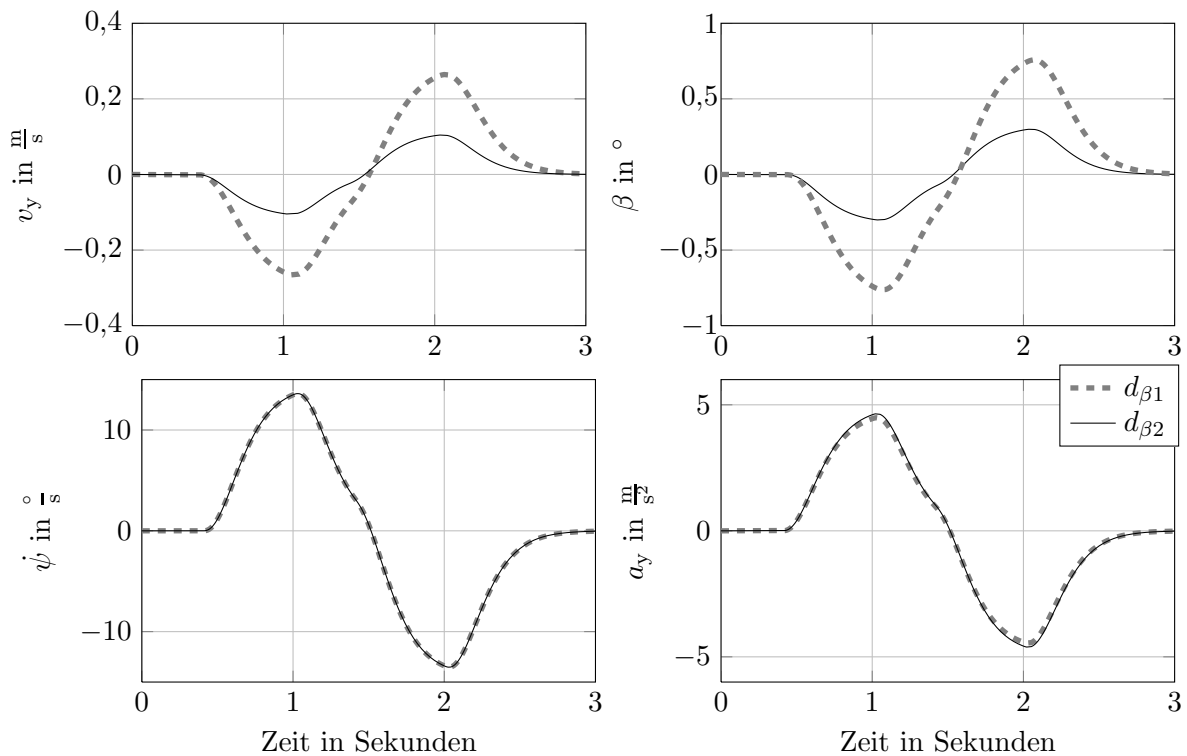


Bild 7.2: Vergleichstrajektorien der Horizontaldynamik

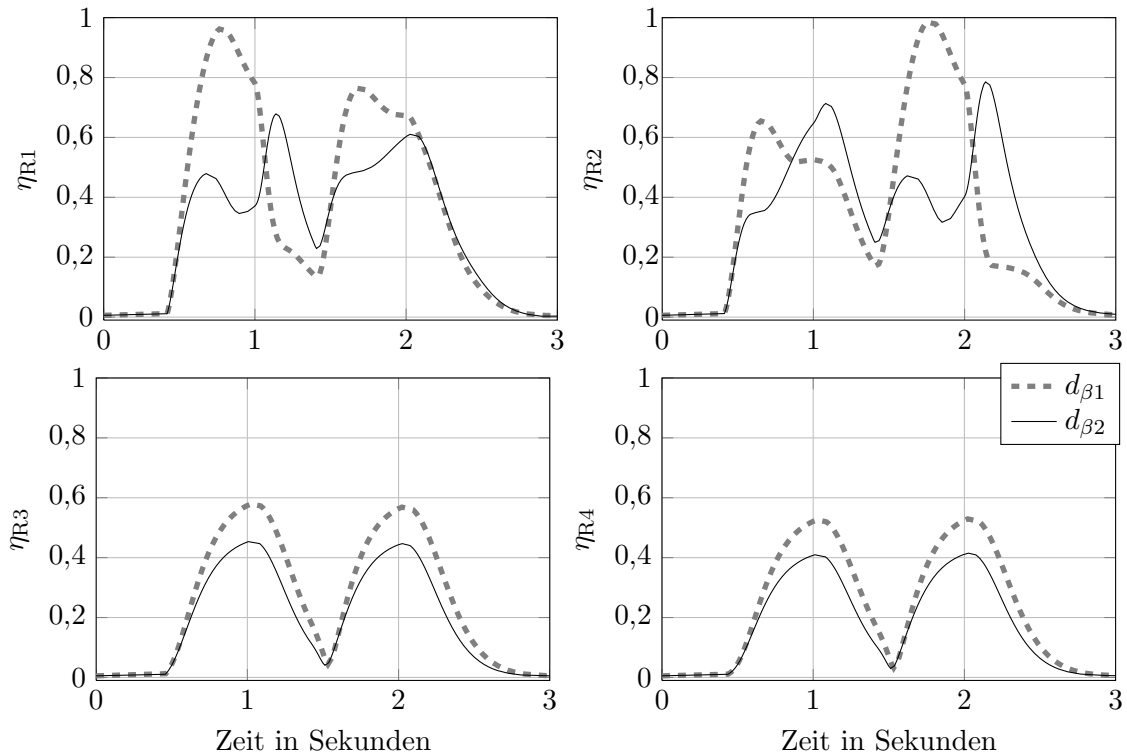


Bild 7.3: Kraftschlussausnutzung bei unterschiedlicher Querdynamik

7.2 Frontantrieb

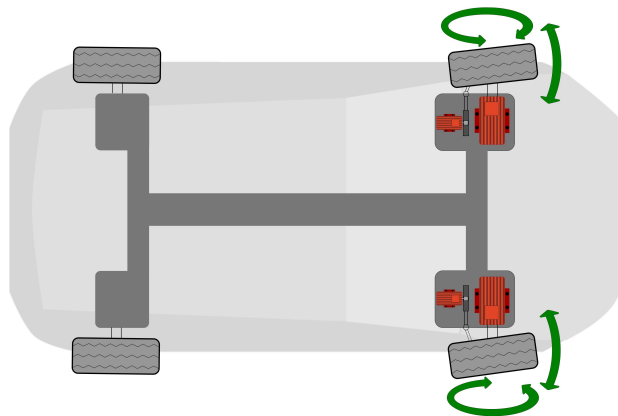


Bild 7.4: Fahrzeug mit unabhängigem Frontantrieb

Der Frontantrieb ist eine einfach zu behandelnde Variante und stellt bezüglich der Einzelradaktorik einen Ausfall der Hinterachse dar. Zur Regelung müssen die Freiheitsgrade $\rho_{h1} - \rho_{h4}$ parametrisiert werden, sodass ein Freiheitsgrad übrig bleibt. Damit ist prinzipiell ein weiterer Aktorfehler oder Ausfall kompensierbar. Der Ausfall eines ganzen Rades oder eine Antriebsblockade ist demnach nicht mehr behandelbar. Weiterhin kann das Verhalten

bei einer Blockade der Lenkung bei maximalem Radlenkwinkel einfach überschlagen werden. Um die Störkraft zu kompensieren, muss das noch lenkbare Rad annähernd um den gleichen Winkel in entgegengesetzter Richtung einschlagen. Damit bleibt wenig Potential für Lenkmanöver und es entstehen hohe Störkräfte für die Längsbewegung. Fällt ein Antrieb bei dieser Konfiguration aus, ist unter der Nutzung des verbleibenden Freiheitsgrads ρ_{h5} leicht zu prüfen, dass noch eine Parametrierung existiert, die Lösungen werden jedoch komplex. Damit ist der Frontantrieb im Bezug auf die Entwurfsanforderungen, unabhängige Kräfte u_h auf den Schwerpunkt erzeugen zu können, für einen Antriebsausfall nicht fehlertolerant. Dieser Zusammenhang lässt sich auch mit einfachen Überlegungen plausibel machen. Davon ausgehend, dass an einem Rad ohne Antrieb nur eine definierte Kraft in y -Richtung erzeugt werden kann, ergibt sich bei exemplarischer Betrachtung eines Antriebsausfalls am rechten Vorderrad die Bedingung

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -b_l & l_v & l_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{Rx1} \\ F_{Ry1} \\ F_{Ry2} \end{bmatrix} = u_h, \quad (7.1)$$

damit durch die aktuierten Räder eine gewünschte Kraft auf den Schwerpunkt erzeugt wird. Die Matrix in (7.1) hat jedoch nur einen Rang von zwei, sodass keine Inverse Darstellung von (7.1) existiert.

7.3 Heckantrieb

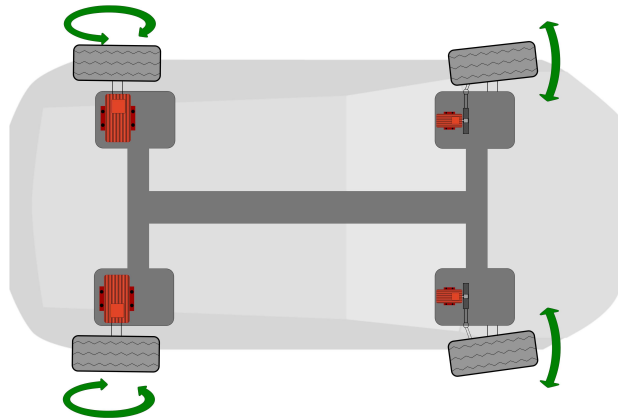


Bild 7.5: Fahrzeug mit unabhängigem Heckantrieb

Der Heckantrieb ist eine beliebte Variante für sportliche Fahrzeuge. Im Falle der verteilten Antriebe besitzt diese Konfiguration den Vorteil einer besseren Massenverteilung gegenüber dem Frontantrieb. Außerdem ist der Raum zur Konstruktion der Antriebs- und Lenkanbindung an das Rad nicht so stark begrenzt wie bei doppelter Aktorik an einem Rad. Auch hier verbleibt wie beim Frontantrieb ein weiterer Freiheitsgrad zur Kompensation von Fehlern und Ausfällen und es gelten ähnliche Schlussfolgerungen. Im Gegensatz zum Frontantrieb wird die Behandlung von Aktorausfällen jedoch etwas komplizierter. Prinzipiell müssen vier

Freiheitsgrade parametrisiert werden, damit die Aktorkonfiguration genutzt werden kann. Unabhängig davon, welche Freiheitsgrade oder welche Kombinationen von Freiheitsgraden dazu genutzt werden, verbleibt mit dem gewählten Kern immer ein Rad, das durch den verbleibenden Freiheitsgrad nicht mehr beeinflussbar ist. Werden beispielsweise die Parameter ρ_{h1} , ρ_{h3} , ρ_{h4} , ρ_{h5} genutzt, hat der verbleibende Freiheitsgrad ρ_{h3} keinen Einfluss mehr auf Rad 4, wodurch im Fehlerfall an diesem Rad eine vollständige Neuberechnung der Freiheitsgrade notwendig wird und somit für jeden Fehler einzeln durchgeführt werden muss.

Die Jakobimatrix zur Berechnung der Freiheitsgrade $\rho_{h1} - \rho_{h4}$ lautet für die Heckantriebs-Konfiguration

$$\mathcal{J}_{\text{heck}} = \frac{\partial \hat{q}_{FR}}{\partial [\rho_{h1} \quad \delta_1 \quad \rho_{h2} \quad \delta_2 \quad \omega_3 \quad \rho_{h3} \quad \omega_4 \quad \rho_{h4}]^T} \quad (7.2)$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & \partial_{\delta_1} F_{Rx1} & 0 & 0 & 0 & \frac{l}{b} & 0 & 0 \\ 0 & \partial_{\delta_1} F_{Ry1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \partial_{\delta_2} F_{Rx2} & 0 & \frac{l}{b} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \partial_{\delta_2} F_{Ry2} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \partial_{\omega_3} F_{Rx3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \partial_{\omega_3} F_{Ry3} & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \partial_{\omega_4} F_{Rx4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \partial_{\omega_4} F_{Ry4} & 1 \end{bmatrix}.$$

Da an jedem Rad eine Bedingung erfüllt werden muss, hat die Jakobimatrix keine Diagonal-Blockmatrix-Struktur mehr. Das wird auch an der Determinante

$$\det(\mathcal{J}_{\text{heck}}) = \partial_{\delta_1} F_{Ry1} \partial_{\omega_3} F_{Rx3} \partial_{\omega_4} F_{Ry4} \left(\partial_{\delta_2} F_{Rx2} - \frac{l}{b} (\partial_{\delta_2} F_{Ry2}) \right) \quad (7.3)$$

deutlich. Aus (7.3) ist ersichtlich, dass die Regularität der Jakobimatrix nicht mehr allein von den Diagonaleinträgen, sondern auch von deren Kombinationen abhängt. Für den Fall des Heckantriebs ist es nicht mehr möglich, getrennte Lösungen der Freiheitsgrade für einzelne Räder zu berechnen. In diesem Fall muss die Lösung für alle Räder gemeinsam bestimmt werden. Ungeachtet des algebraischen Charakters der Problemstellung gelingt die Bestimmung einer expliziten Lösung in diesem Fall nicht. Deshalb wird hier die Lösung mit Hilfe eines linearisierten Reifenmodells gezeigt. In [40] wird außerdem eine numerische Lösung auf Basis der kontinuierlichen Fortsetzung berechnet. Dabei werden sehr gute Ergebnisse erzielt. Das Verfahren bietet eine Lösung mit kurzer Rechenzeit und stellt zudem die erste zeitliche Ableitung der Wunschgrößen bereit. Da die Kraft-Schlupf-Kurve für kleine Schlupfbeträge annähernd eine lineare Steigung besitzt, beschreibt das lineare Reifenmodell in diesem Bereich eine gute Näherung der realen Verhältnisse. Die Linearisierung des Reifenmodells bezüglich des Schlupfs lautet komponentenweise

$$F_{Rxi} = \left(\frac{\partial F_{Rxi}}{\partial s_{xi}} \Big|_{s_{xi}=0, s_{yi}=0} \right) s_{xi} + \left(\frac{\partial F_{Rxi}}{\partial s_{yi}} \Big|_{s_{xi}=0, s_{yi}=0} \right) s_{yi},$$

$$F_{Ryi} = \left(\frac{\partial F_{Ryi}}{\partial s_{xi}} \Big|_{s_{xi}=0, s_{yi}=0} \right) s_{xi} + \left(\frac{\partial F_{Ryi}}{\partial s_{yi}} \Big|_{s_{xi}=0, s_{yi}=0} \right) s_{yi},$$

wobei für das hier genutzte isotrope Reifenmodell

$$\left(\frac{\partial F_{Rxi}}{\partial s_{yi}} \Big|_{s_{xi}=0, s_{yi}=0} \right) = 0, \quad \left(\frac{\partial F_{Ryi}}{\partial s_{xi}} \Big|_{s_{xi}=0, s_{yi}=0} \right) = 0,$$

$$\left(\frac{\partial F_{Ryi}}{\partial s_{yi}} \Big|_{s_{xi}=0, s_{yi}=0} \right) = \left(\frac{\partial F_{Rxi}}{\partial s_{xi}} \Big|_{s_{xi}=0, s_{yi}=0} \right)$$

gilt. Durch diese Vereinfachung wird es möglich, die Lenkwinkel, Drehzahlen und die benötigten Freiheitsgrade zu bestimmen. Zur Trajektoriengenerierung werden nur die Lösungen für die Freiheitsgrade benötigt, die berechneten Lenkwinkel und Drehzahlen werden durch die Nutzung der Freiheitsgrade automatisch generiert. Da im Fall des Heckantriebs die Berechnung von vier Größen ($\delta_1, \delta_2, \omega_3, \omega_4$) und im Falle eines Fehlers von drei Größen aus drei gewünschten Kräften erfolgt, ist alternativ eine direkte Bestimmung durch die Invertierung von $u_h = P_h F_R$ bezüglich der zu berechnenden Größen möglich. Im fehlerfreien Fall kann dann einer der Lenkwinkel oder eine der Drehzahlen prinzipiell frei gewählt werden, bzw. über das Hinzufügen einer weiteren Gleichung bestimmt werden. Die Wahl $\delta_1 = \delta_2$ ist eine Möglichkeit und zeigt, dass der entwickelte Entwurf ohne Weiteres für eine konventionelle Lenkung in Kombination mit einer Torque Vectoring-Lösung an der Hinterachse genutzt werden kann. Eine solche Aktorkonfiguration besitzt jedoch keinen Freiheitsgrad mehr zur Fehlerbehandlung und ist demnach nicht fehlertolerant. Wie ein Fehlerfall solcher Konfigurationen dennoch behandelt werden kann, bietet Raum für weiterführende Arbeiten und wird im Ausblick kurz beschrieben. Eine Berechnung der Freiheitsgrade ist beim Heckantrieb auch für den Fall des blockierenden Antriebs möglich. Die Lösung wird in diesem Fall wie beim Frontantrieb aber komplex, sodass eine Kompensation der Auswirkungen eines blockierenden Rades nicht mehr möglich ist. Dies gilt auch für den Ausfall eines Antriebs, sodass die drei notwendigen Kräfte auf den Schwerpunkt im Falle eines Antriebsausfalls nicht mehr auf die verbleibenden aktuierten Räder verteilt werden können. Auch hier hat die Matrix der Bedingung

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ l_v & l_v & -b_l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{Ry1} \\ F_{Ry2} \\ F_{Rxx3} \end{bmatrix} = u_h, \quad (7.4)$$

beim Antriebsausfall am rechten Hinterrad Rangabfall. Aus den Ergebnissen zum Antriebsausfall für Heck- und Frontantrieb lässt sich zudem schlussfolgern, dass beim Allradantrieb für den Ausfall von drei Antriebsmotoren keine nutzbare Parametrierung für die Freiheitsgrade ρ_h mehr existiert.

7.4 Vergleich der verschiedenen Konfigurationen

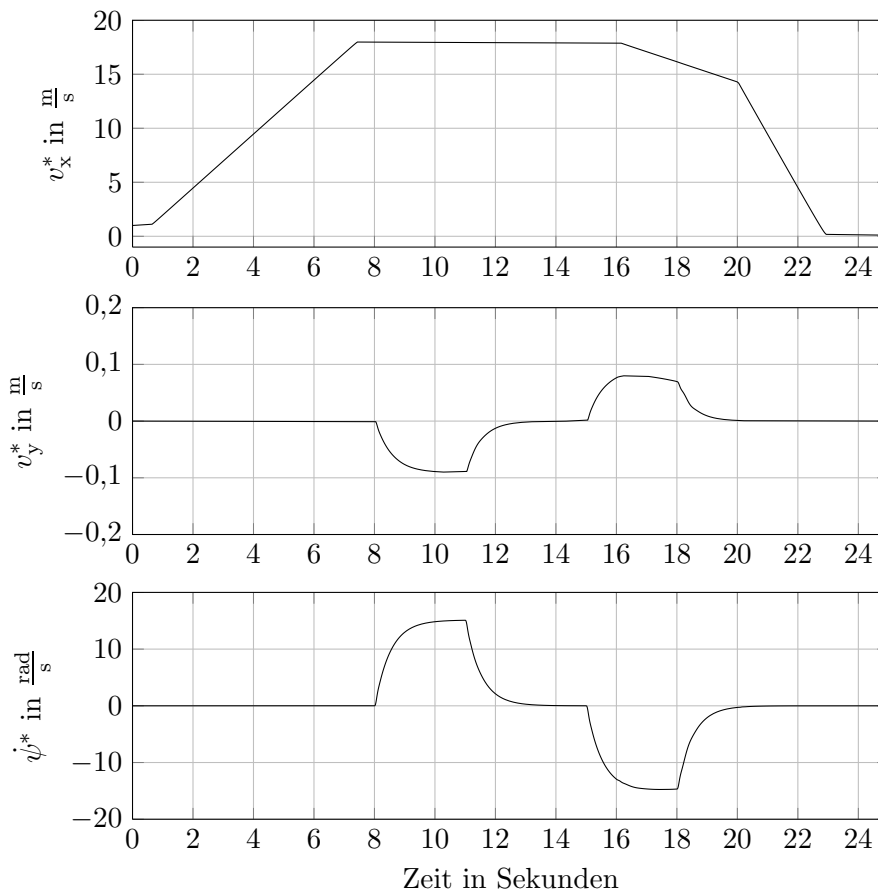


Bild 7.6: Trajektorie zum Vergleich der Aktorkonfigurationen

Ein kurzer simulativer Vergleich der verschiedenen Konfigurationen anhand der von der Trajektoriengenerierung erzeugten Kraftschlussausnutzungen η_i^* , Radlenkwinkel δ_i^* und Radrehzahlen ω_i^* sowie Antriebsmomente M_{Ryi}^* für das in Bild 7.6 dargestellte bekannte dynamische Manöver soll die Unterschiede der Antriebskonfigurationen herausstellen. Dabei erfolgt mit dem Wunschverhalten nach (4.14) eine gradlinige Beschleunigung, danach eine Kurvenfahrt bei konstanter Geschwindigkeit und daraufhin ein weiteres Lenkmanöver mit kombinierter Bremsung. Abschließend wird mit $-6\frac{m}{s^2}$ annähernd in den Stillstand verzögert. Das Manöver wurde in dieser Form gewählt, da wie in Bild 7.7 zu sehen, keine stärkere Bremsung mit gleichzeitiger Gierratenänderung beim Frontantrieb möglich ist. Es wird deutlich, dass der Frontantrieb im Allgemeinen die größte Kraftschlussausnutzung benötigt, um

das Beispielmanöver verfolgen zu können, gerade im wichtigen Bereich des kombinierten Manövers und der Bremsung. Die Einzelradaktorik mit der Nutzung der Freiheitsgrade nach Kapitel 4.3.1 hat die gleichmäßigste Kraftschlussausnutzung der verschiedenen Antriebstopologien. Ähnliches gilt für den Allradantrieb, wobei auch der Allradantrieb eine etwas höhere Kraftschlussausnutzung im Bereich des kombinierten Manövers benötigt. Da beim Allradantrieb jedoch noch Freiheitsgrade zur Verfügung stehen, kann wiederum eine Angleichung vorgenommen werden. In diesem Fall wurden die Freiheitsgrade $\rho_{h1} - \rho_{h4}$ so parametrisiert, dass die Drehzahlen an der Hinterachse denen der Einzelradaktorik entsprechen und der verbleibende Freiheitsgrad ρ_{h5} wurde nach Kapitel 4.3.1 gewählt. Diese Wahl der Freiheitsgrade ergibt eine hinreichend gute Verteilung der Kraftschlussausnutzung. Eine Neuberechnung der Angleichung für die Allradkonfiguration und andere Konfigurationen stellt eine interessante Möglichkeit für fortführende Arbeiten dar. In Bild 7.8 zeigt sich, dass der Front- und Heckantrieb erwartungsgemäß die größten Drehmomentbeträge für das Manöver benötigen. Die Drehmomente der Einzelradaktorik und des Allradantriebs liegen auch im Bereich des kombinierten Brems-Lenkmanövers noch im Spitzenbereich verschiedener charakteristischer Antriebe [38, 47]. Allradantrieb und Einzelradaktorik könnten demnach für ein solches Manöver ohne Reibbremse auskommen, bzw. mit einer sehr klein dimensionierten Notbremseinheit ausgestattet werden. So lässt sich beispielsweise für den Einzelradantrieb oder Allradantrieb argumentieren, dass im Falle eines Ausfalls der Front- oder Heckantriebe nur ein kleines zusätzliches Reibmoment aufgebracht werden muss, was an den Konfigurationen Heck- bzw. Frontantrieb zu sehen ist. Einzelrad- und Allradkonfiguration benötigen erwartungsgemäß die kleinsten maximalen Drehmomente zum Durchfahren des Manövers, wobei im Falle der Allradkonfiguration der Effekt der Giermomentenerzeugung über die Vorderachse deutlich zu sehen ist. Während das linke Vorderrad beim kombinierten Manöver angetrieben wird, bremst das rechte Vorderrad ab. Das erklärt auch die höhere Kraftschlussausnutzung in diesem Bereich. Die Angleichung der Kraftschlussausnutzung sorgt bei der Einzelradaktorik dafür, dass diese notwendigen Kraftanteile von der Hinterradlenkung generiert werden, was in Bild 7.9 zu erkennen ist. In Bild 7.10 wird ersichtlich, dass Front- und Allradantrieb dazu eine Variation der Drehzahl am rechten Vorderrad nutzen. Durch die Verwendung der im vorherigen Kapitel beschriebenen Zwangsbedingungen werden die Radlenkwinkel an der Hinterachse bei Front- und Allradkonfiguration automatisch zu null generiert, während die Drehzahlen an der Hinterachse beim Frontantrieb die Bedingung des freien Rollens erfüllen. Die Berechnung der Trajektorien für den Heckantrieb erfolgt durch die dementsprechende Bestimmung der Freiheitsgrade $\rho_{h1} - \rho_{h4}$ und mit Hilfe des bezüglich Schlupf linearisierten Reifenmodells. Der verbleibende Freiheitsgrad wurde in diesem Fall zu $\rho_{h5} = 0$ gesetzt. Die Drehzahldifferenzen des Heckantriebs an der Hinterachse erzeugen verschiedene Kräfte an den einzelnen Rädern und damit einen Teil des erforderlichen Giermomentes, was auch am unterschiedlichen Vorzeichen des Drehmoments in Bild 7.8 im Bereich der Kurvenfahrt zu sehen ist.

Im fehlerfreien Fall sind alle Aktorkonfigurationen gut für einen By-Wire-Betrieb geeignet, wobei auf Basis des in diesem Kapitel durchgeführten Vergleichs festgehalten werden kann, dass der Frontantrieb gerade bei kombinierten Manövern Nachteile besitzt, da die

gewünschten Kräfte an nur zwei aktuierten Rädern erzeugt werden müssen, wogegen diese Kräfte beim Heckantrieb verteilt erzeugt werden können und somit mehr Potential bleibt. Die Antriebsmomente zeigen, dass beide Antriebstopologien ohne sehr starke Motorisierung eine zusätzliche Reibbremse benötigen, die ein ausreichend großes Drehmoment zur Verzögerung erzeugen können. Dies wird bei zusätzlichen Fehlern besonders wichtig und wird im nächsten Kapitel 8 noch genauer untersucht. Zusätzlich verbleibt bei beiden Konfigurationen nur ein Freiheitsgrad zur Fehlerkompensation, also nur einfache Redundanz, mit der auch nicht mehr alle Fehlerfälle behandelt werden können. Der Allradantrieb ergibt sich als Kompromiss für möglichst hohe Flexibilität und Fehlertoleranz, da drei Freiheitsgrade verbleiben. Es entfällt jedoch eine komplizierte und kostenintensive Hinterachskinematik zur Realisierung einer Lenkung.

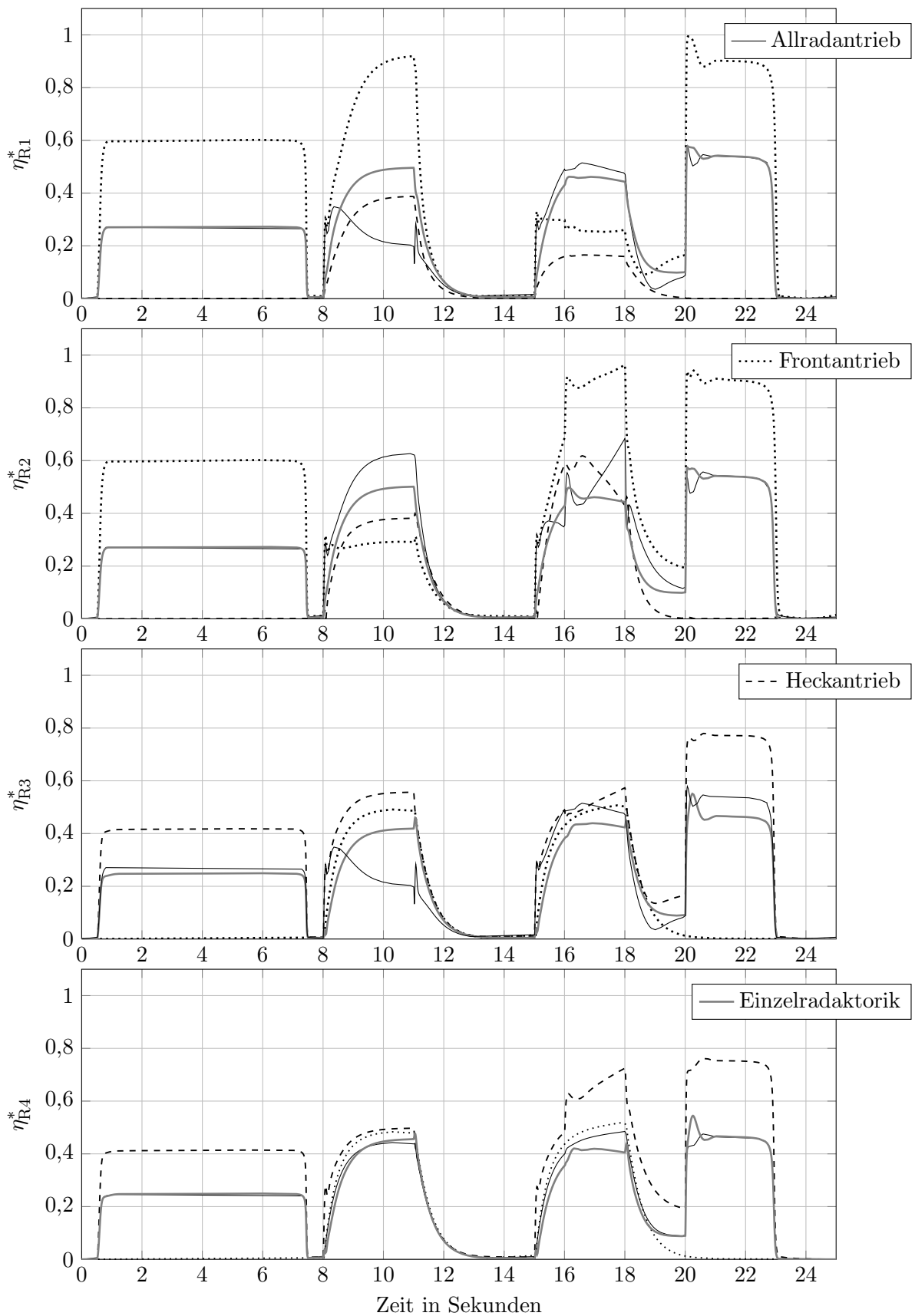


Bild 7.7: Vergleich der Kraftschlussausnutzung

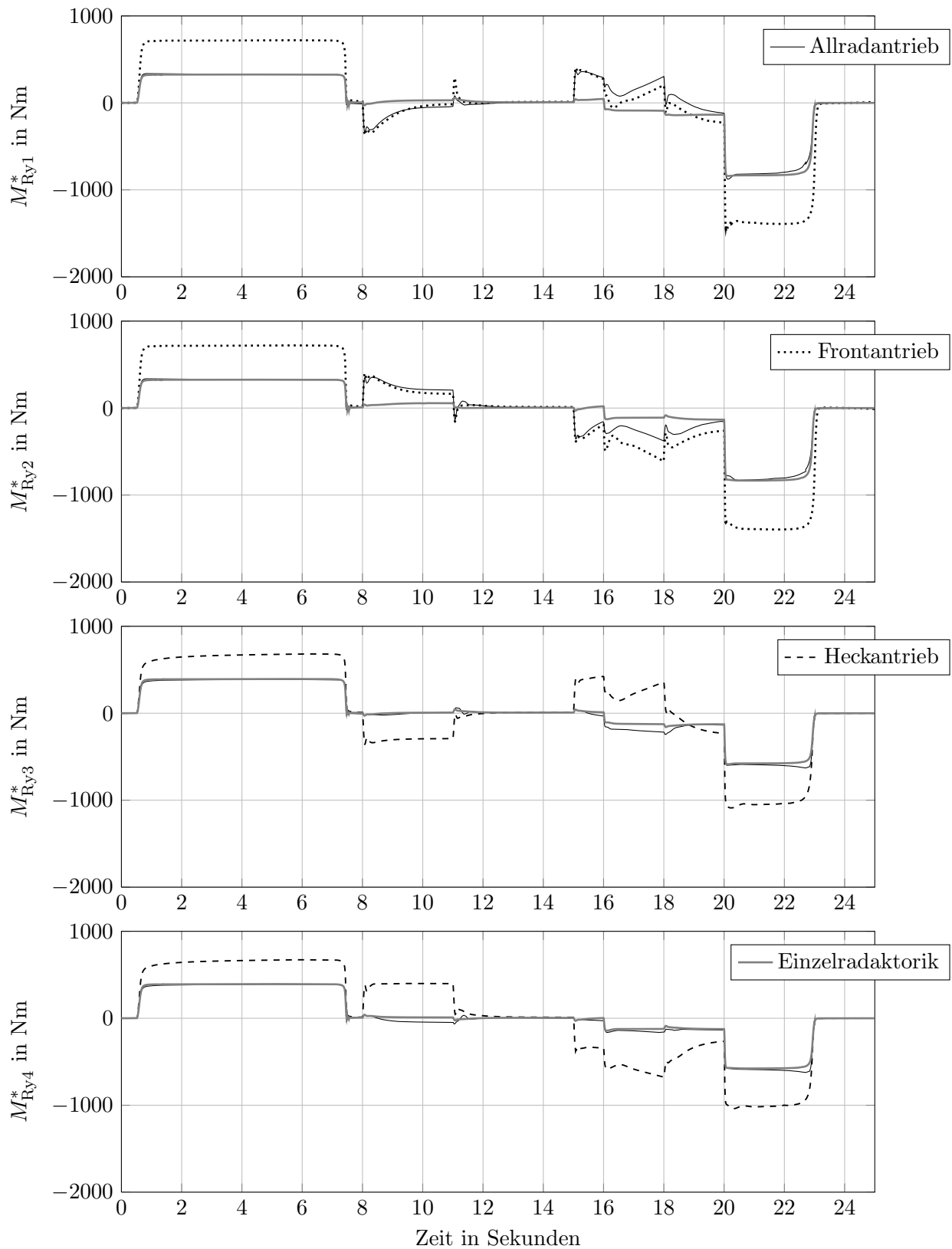


Bild 7.8: Vergleich der Antriebsmomente

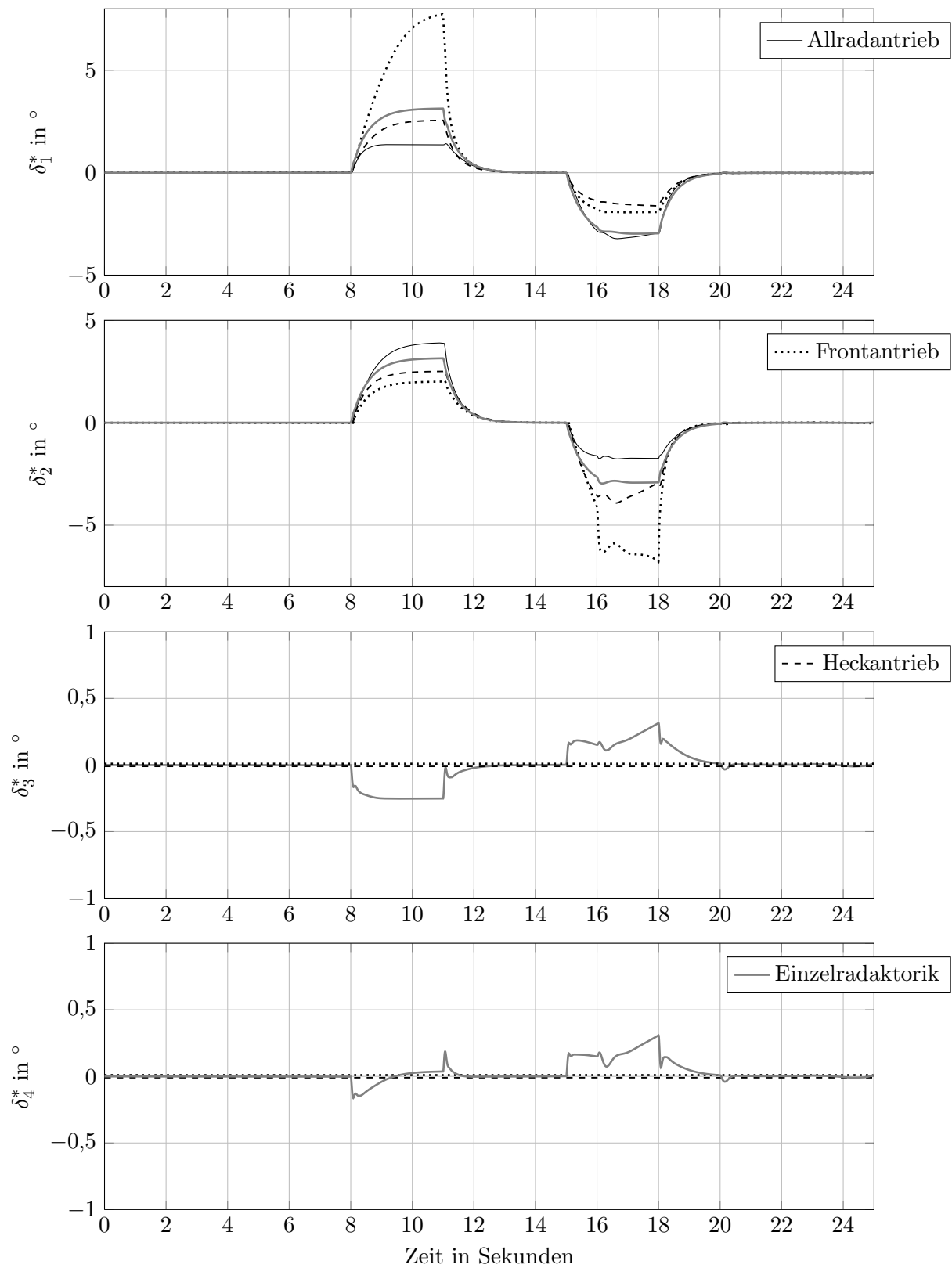


Bild 7.9: Vergleich der Radlenkwinkel

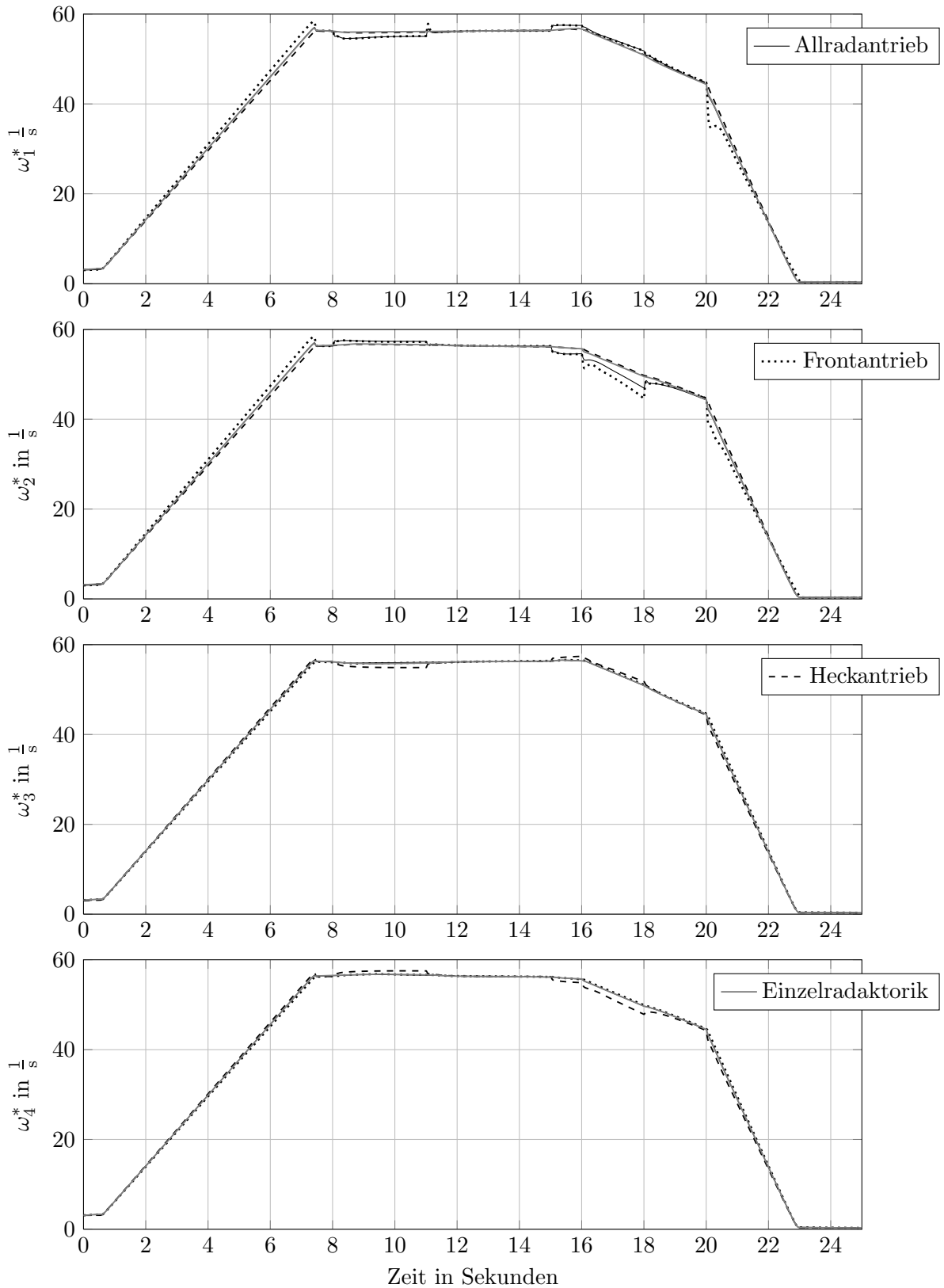


Bild 7.10: Vergleich der Raddrehzahlen

8 Simulation

Die in den vorherigen Kapiteln entwickelten Methoden zur Regelung, Berücksichtigung von Unsicherheiten und Fehlertoleranz sollen in diesem Kapitel simulativ untersucht und deren Leistungsfähigkeit gezeigt werden. Zur Simulation wird das in Kapitel 2 erarbeitete Modell in Minimalform überführt und durch verschiedene Parametervariationen bezüglich des für den Entwurf der Regelung genutzten Modells verändert. Die Vorstellung der gewünschten Trajektorien erfolgt anhand des exakt parametrisierten Modells zur Verifikation der Regelung. Darauf aufbauend werden die Methoden zur Berücksichtigung von Unsicherheiten untersucht und abschließend werden verschiedene Fehlerfälle simuliert, um die entworfene Fehlerbehandlung zu verifizieren. Alle Simulationen wurden mit dem Wunschverhalten nach (4.14) durchgeführt, wobei für eine einfachere Analyse des Fahrzeugverhaltens die Verstärkung zwischen Lenkradwinkel und Gierrate konstant zu $0.4\frac{1}{s}$ gewählt wurde.

8.1 Ausgewählte Manöver bei exakter Parametrierung der Regelung

8.1.1 Slalom

Die Slalomfahrt oder der Wedeltest wurde wegen der hohen Dynamik der Querbewegung gewählt. Bei diesem Manöver wird zu einer konstanten Längsgeschwindigkeit von 60 km/h ein Lenkwinkelsinus mit einer Amplitude von 90° und einer Frequenz von 0,5 Hz auf das Fahrzeug gegeben, was bei den gewählten Parametern des Führungsmodells (4.14) zu einer Amplitude von 27° bei der Gierrate führt (siehe Bild 8.1). Weiterhin ist zu sehen, dass die gewünschten Trajektorien exakt eingeregelt werden. Aufgrund der passiven Vertikaldynamik und der hohen Dynamik des Manöver tritt in Bild 8.1 ein maximaler Wankwinkel von $3,7^\circ$ auf. Die hohe Dynamik zeigt sich auch in der hohen maximalen Querbeschleunigung von ca. $7,5\frac{m}{s^2}$. Durch das eingestellte Führungsverhalten entsteht jedoch nur ein kleiner maximaler Schwimmwinkel von etwas über 1° . Die Radlenkwinkel und Drehzahlen in Bild 8.2 weisen für dieses Manöver keine hohe Dynamik auf und die Räder vorne und hinten lenken gegensinnig. Durch die Nutzung der Freiheitsgrade ρ_h^* nach Kapitel 4.3.1 wird auch bei diesem extremen Manöver eine relativ homogene Kraftschlussausnutzung erreicht. Der größte Unterschied an den verschiedenen Rädern ist in Bild 8.3 bei 1,5 und 3,5 Sekunden zu sehen, ist aber nicht größer als 0,07. Die Antriebsmomente in Bild 8.3 liegen in einem moderaten Bereich und bleiben deutlich kleiner als 200Nm.

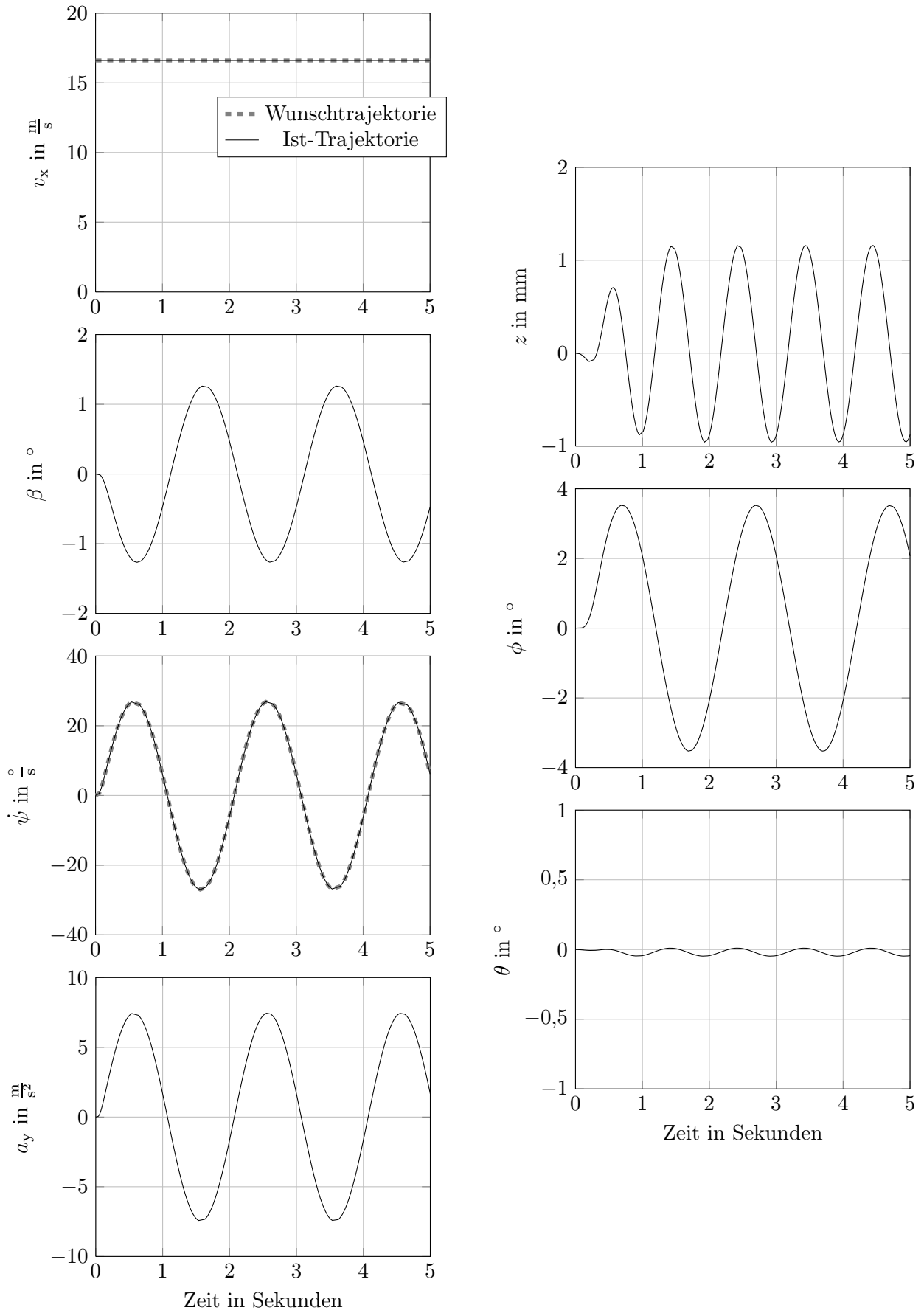
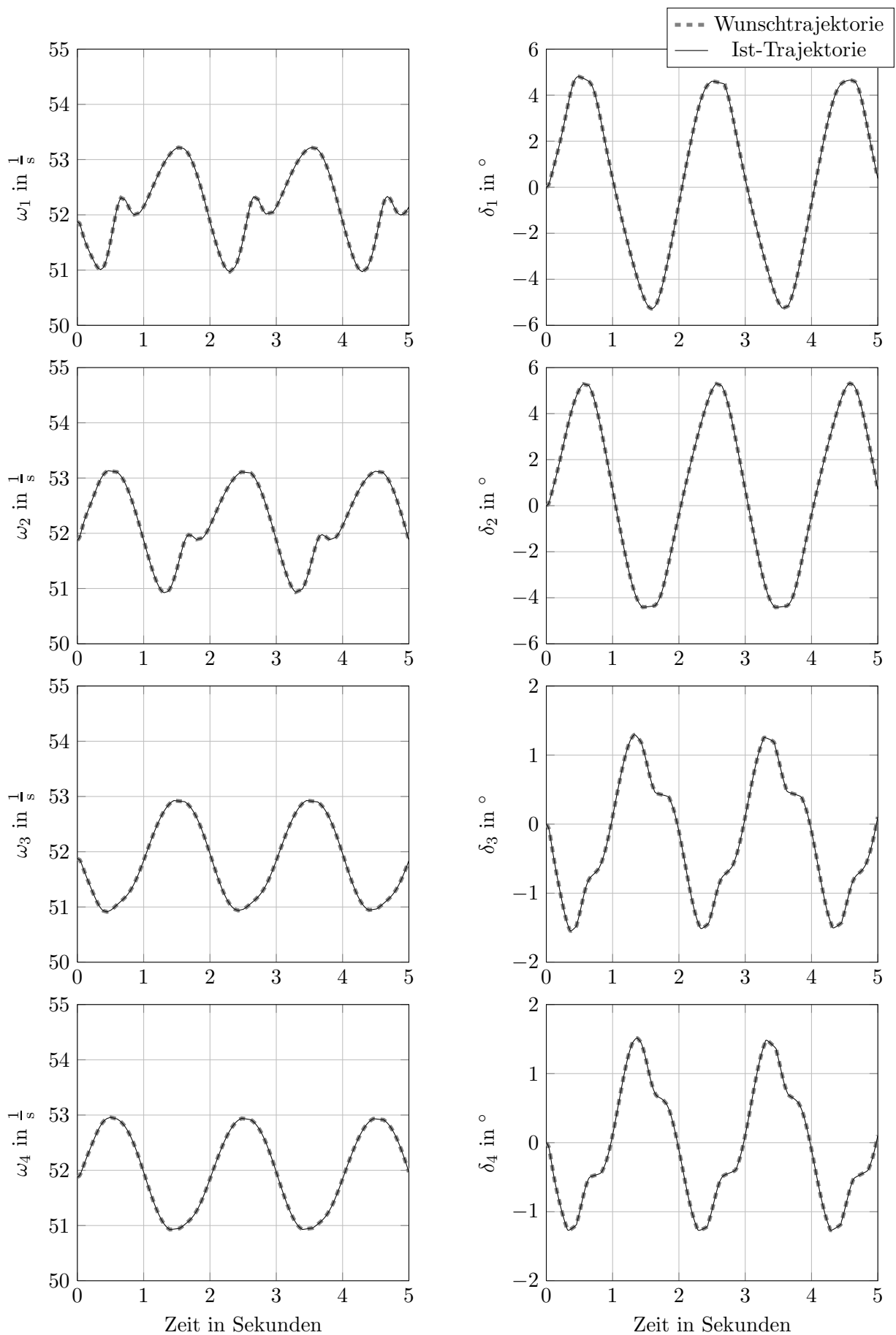


Bild 8.1: Horizontal- und Vertikaldynamik beim Slalom

**Bild 8.2:** Raddynamik beim Slalom

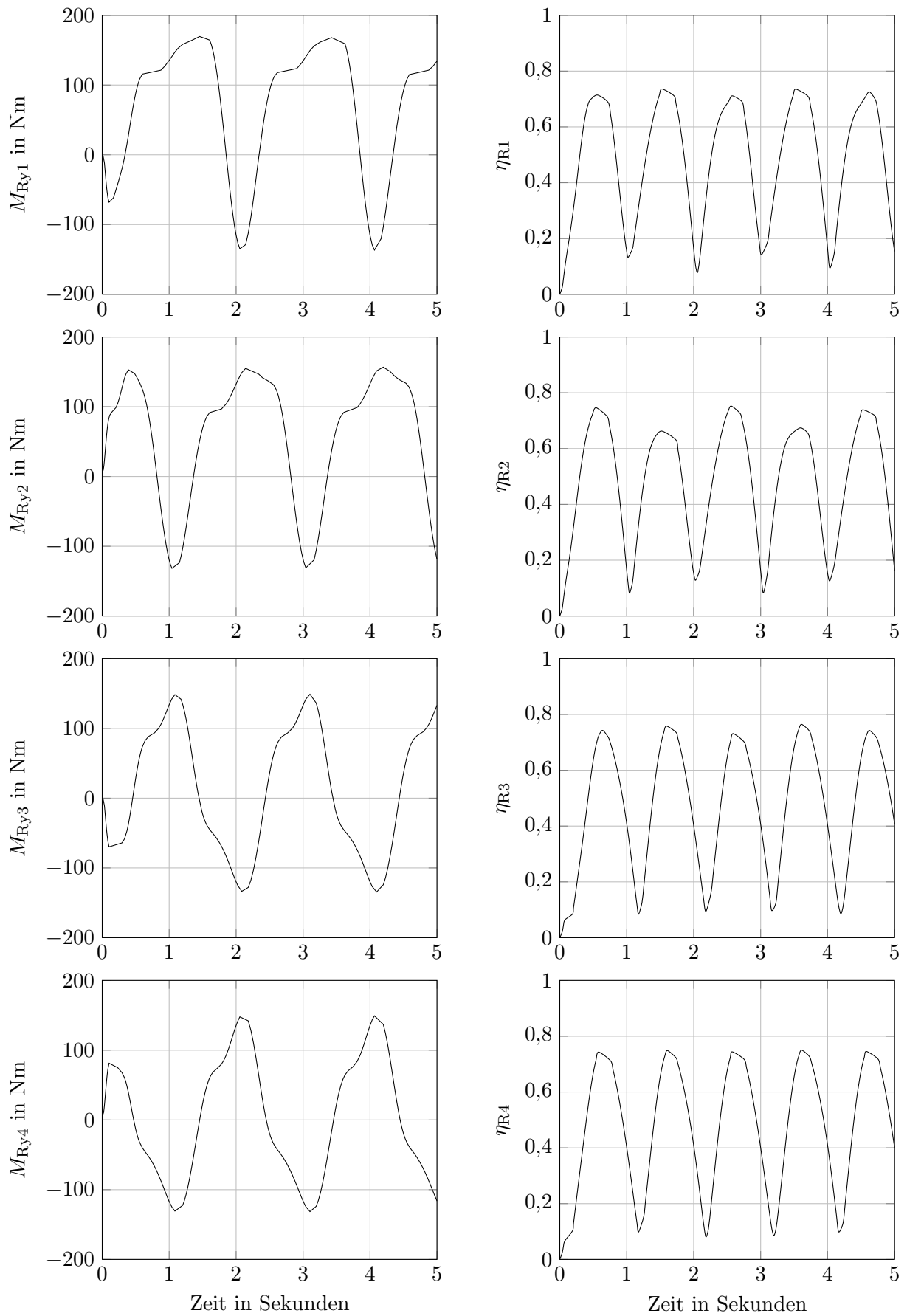


Bild 8.3: Antriebsmomente und Kraftschlussausnutzung beim Slalom

8.1.2 Kombiniertes Manöver

Als zweites Manöver wird das in Bild 8.4 zu sehende, schon mehrmals genutzte kombinierte Manöver verwendet. Es ist sehr flexibel, durch Anpassung können beschleunigte und gebremste Kurvenfahrten, sowie ein Lenkungsziehen und Ausweichmanöver simuliert werden. Dazu wird ein Beschleunigungsvorgang, eine S-Kurve und ein Bremsvorgang kombiniert. Für die Generierung eines gleichmäßigen Geschwindigkeitsverlauf, wird der betreffende Parameter des Längsdynamik-Führungsmodells zu $d_{xk}^3 = 0,5$ gewählt. Für ein leichtes Überschwingen der Gierrate sind zwei Pole des Gierdynamik-Führungsmodells mit imaginärem Anteil zu $p_{\psi,1/2} = -10 \pm 10j$ gewählt. Auch wenn diese Parametrierung nach subjektivem Eindruck ein besseres Verhalten erzeugt, ist in Bild 8.7 zu sehen, dass das Überschwingen der Gierrate ein hohes Überschwingen der Kraftschlussausnutzung verursacht. Im gleichen Bild ist zum Vergleich die Kraftschlussausnutzung mit einem Giermodell zu sehen, bei dem die Pole zu $p_{\psi,1/2} = -10$ gewählt sind. Dadurch wird der Kraftschluss an den betreffenden Stellen wesentlich geringer ausgenutzt. Die relativ hohe Hubbewegung z in Bild 8.5 wird durch die schnell einsetzende Beschleunigungsänderung im Zuge des Bremsvorganges verursacht. Durch das starke Bremsen entsteht eine hohe Änderungsrate des Nickwinkels, was sich in Zusammenhang mit der Längsgeschwindigkeit über die kinematischen Kopplungen auf die Hubbewegung auswirkt. Die Radlasten in Bild 8.5 erreichen bei diesem Manöver zu keinem Zeitpunkt kritische Werte. Die Drehzahlen in Bild 8.6 sind an allen Rädern relativ gleich, im Zuge des kombinierten Lenk-Bremsmanövers ist zu sehen, dass die Drehzahlen links und rechts zur Erzeugung eines Giermomentes leicht unterschiedlich sind. Im gleichen Bild sind in den Lenkwinkeln ebenfalls starke Überschwinger zu sehen, was wiederum aus dem Giermodell mit komplexen Polen resultiert. Bei einem Giermodell mit reellen Polen sind auch bei den Lenkwinkeln die Überschwinger sehr klein, was zu Gunsten der Übersichtlichkeit jedoch nicht eingezeichnet ist. Auffällig ist die starke Änderung des Lenkwinkels am rechten Hinterrad zum Verhindern einer Gierbewegung des Fahrzeugs bei Einsetzen der starken Bremsung, was durch die Wahl der Freiheitsgrade ρ_h^* zu erklären ist. Diese sind so gewählt, dass die Kraftschlussausnutzung bei konstanten Kurvenfahrten und reinen Verzögerungsmanövern homogenisiert wird, was bei kombinierten Manövern weniger effektiv ist. Dies ist auch in Bild 8.7 zu sehen. Im Bereich der kombinierten Bremsung und Lenkung ist die Verteilung der Kraftschlussausnutzung nicht optimal. Bis auf die Überschwinger durch das Giermodell mit konjugiert komplexen Polen ist die Kraftschlussausnutzung im sonstigen Bereich des Manövers jedoch akzeptabel. Die Antriebsmomente weisen nur beim Einsetzen der starken Bremsung eine hohe Dynamik auf. Beträgsmäßig sind die Momente im Bereich der Bremsung an den Vorderrädern sehr hoch und könnten nur noch von sehr starken elektrischen Maschinen aufgebracht werden, was den zusätzlichen Einsatz einer Reibbremse nahe legt. Bild 8.8 zeigt das Verhalten der Soll-Stromgenerierung mit zu null gesetztem Strom I_d und der Erzeugung nach MTPA für den Antrieb am linken Vorderrad. Es ist deutlich zu sehen, dass die Maximalwerte des Strombetrags I_{sy1} während der Beschleunigungs- und Verzögerungssituationen mit der MTPA-Generierung wesentlich geringer sind.

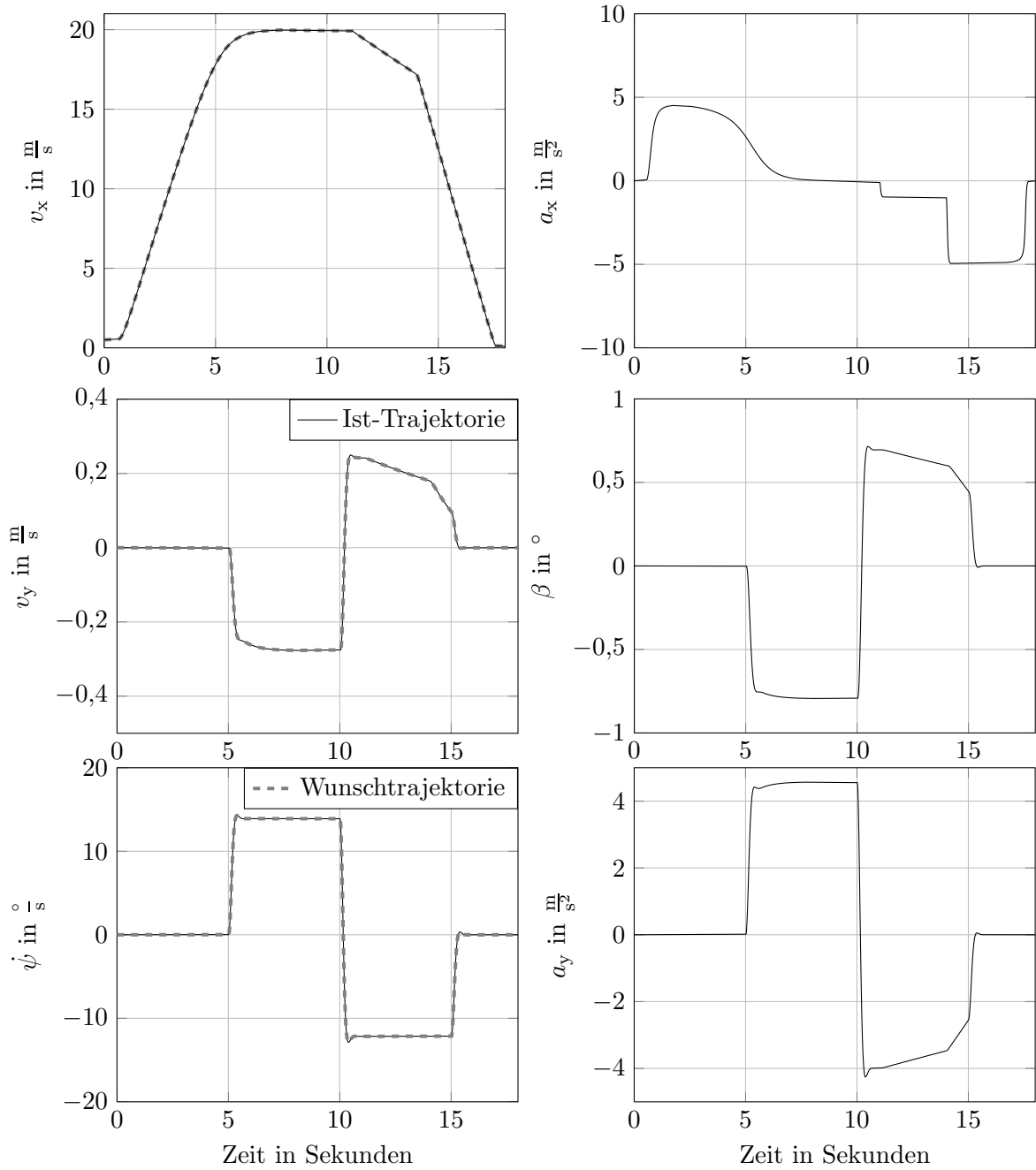


Bild 8.4: Horizontaldynamik beim kombinierten Manöver

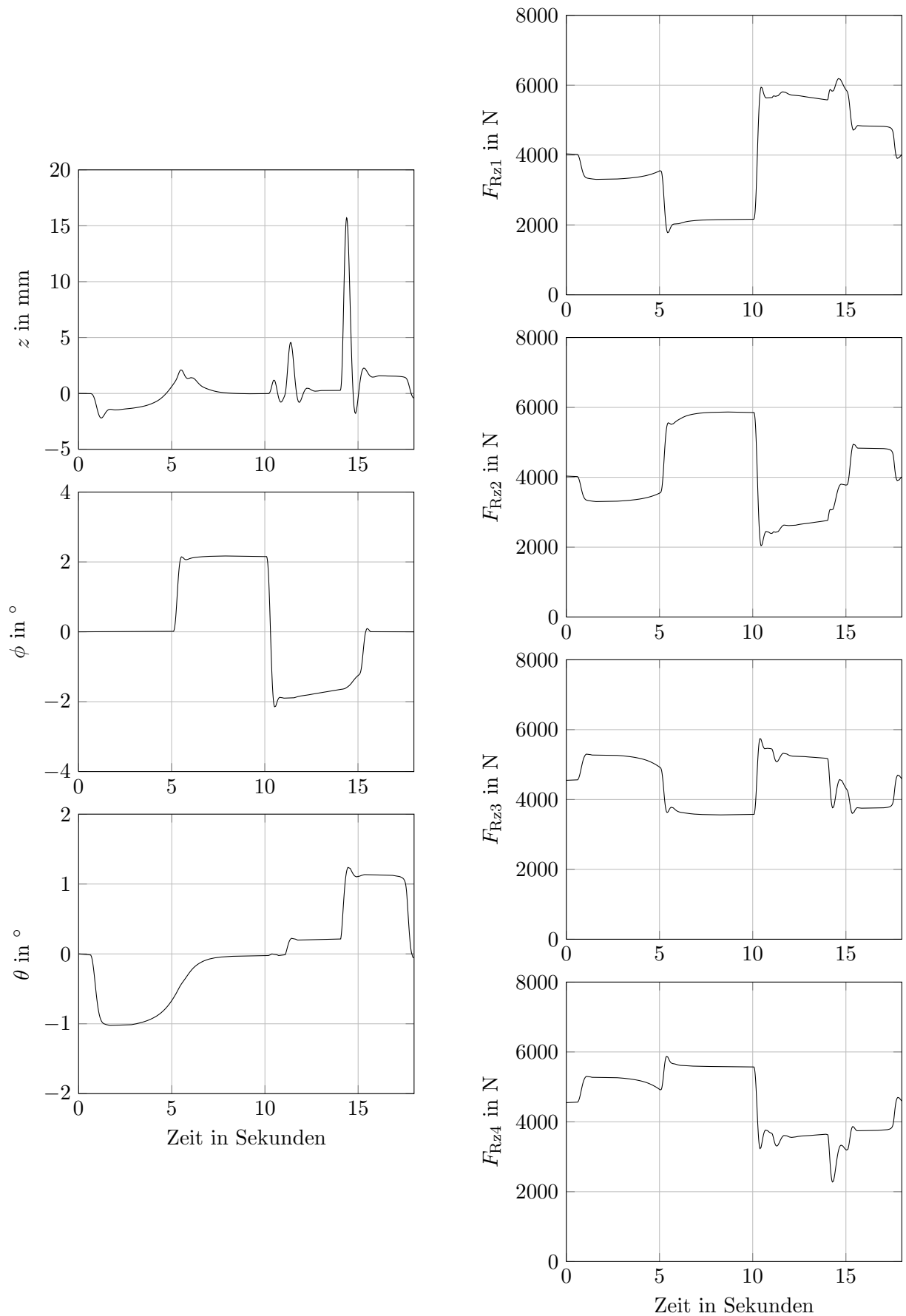


Bild 8.5: Vertikaldynamik und -kräfte beim kombinierten Manöver

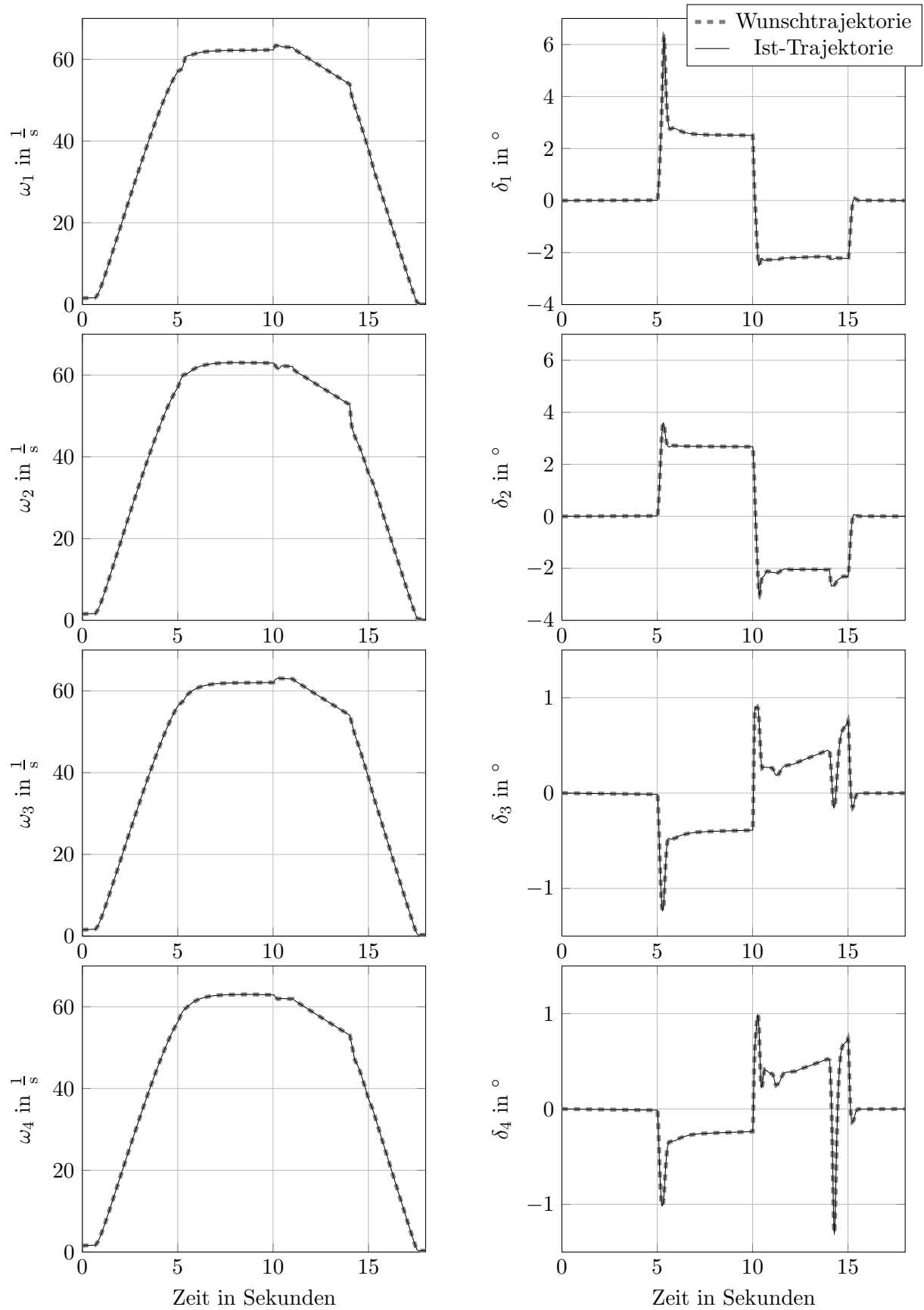


Bild 8.6: Raddynamik beim kombinierten Manöver

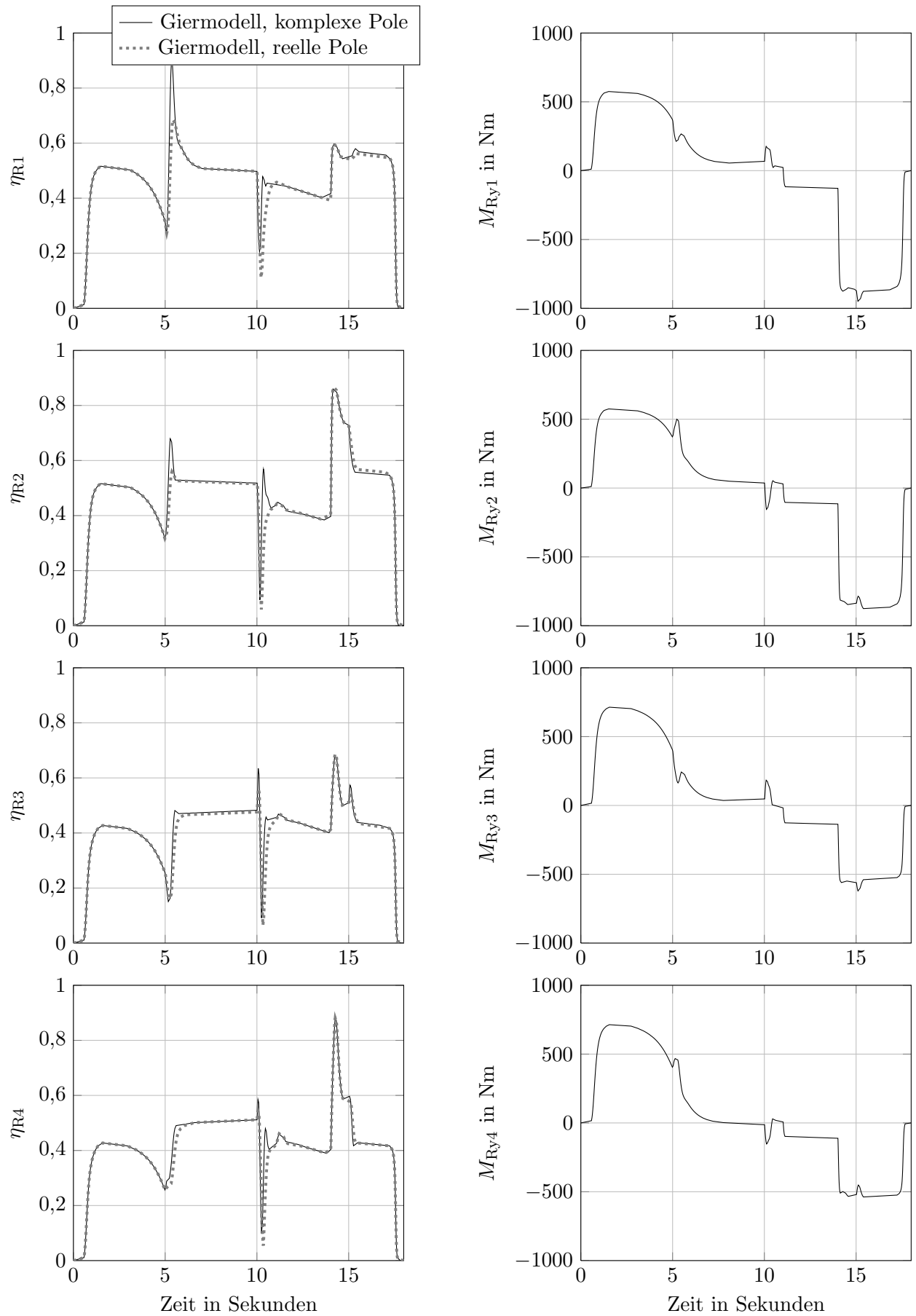


Bild 8.7: Kraftschlussausnutzung und Antriebsmomente beim kombinierten Manöver

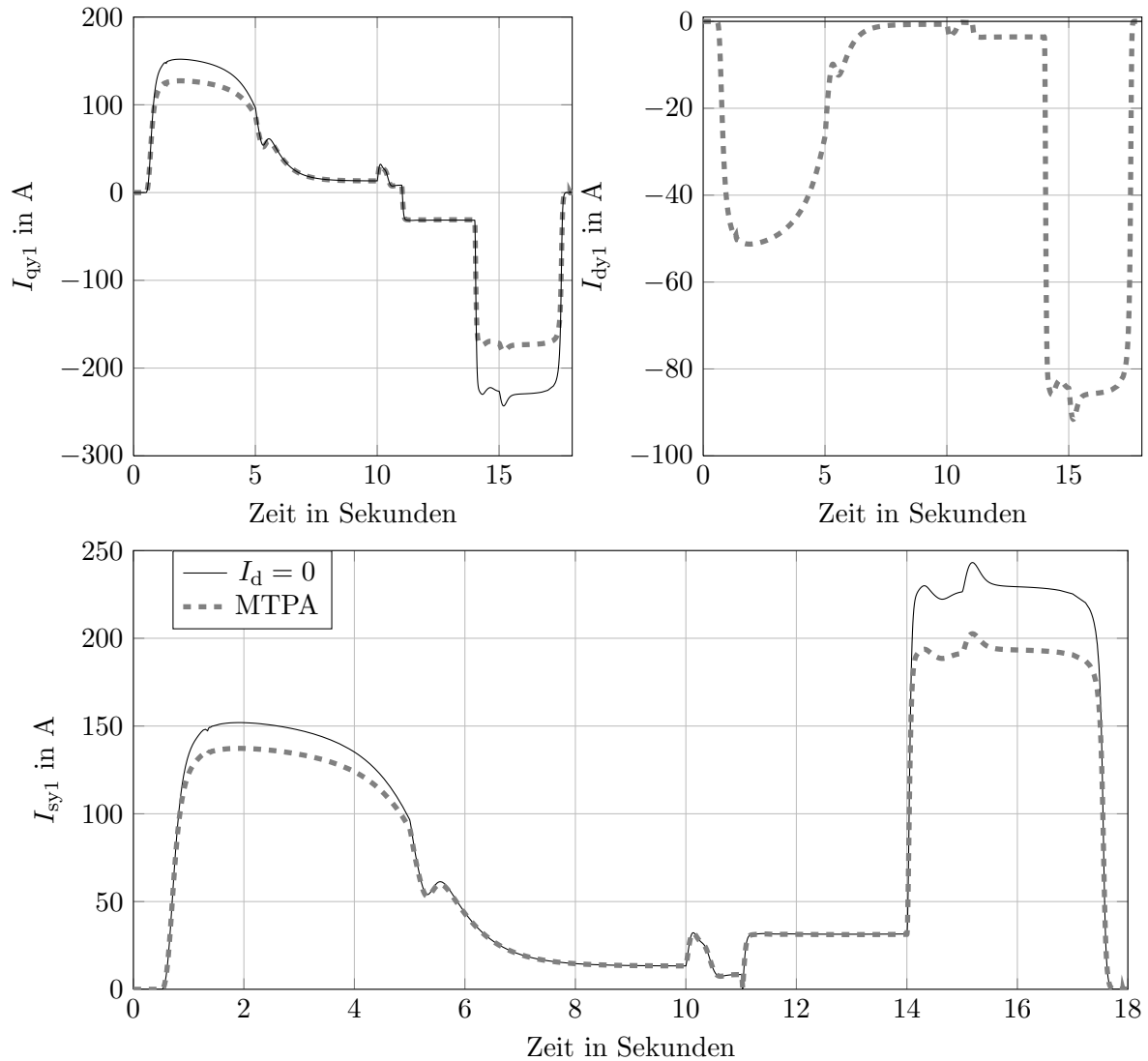


Bild 8.8: Ströme des Antriebsmotors am linken Vorderrad

8.2 Manöver bei unsicheren Systemparametern

In diesem Kapitel werden Simulationen unter Einsatz der in Kapitel 5 erarbeiteten Methoden zur Berücksichtigung von Unsicherheiten durchgeführt. Der Slalom bietet sich aufgrund der hohen Gierdynamik vor allem zum Test unsicherer geometrischer Parameter und Massen an. Zusätzlich werden die Parameter des Reifenmodells stark variiert. Das kombinierte Manöver soll zur Untersuchung eines unsicheren Reibwerts μ dienen und zusätzlich das wichtige Verhalten bei μ -Split Situationen zeigen. Die jeweils variierten Parameter sind in Anhang B in Tabelle B.1 zu finden. Beide Manöver wären ohne die Schätzung und Berücksichtigung der Kraftabweichung ϵ nicht mehr darstellbar.

8.2.1 Slalom

Bei diesem Manöver wird zum einen eine unbekannte Zuladung simuliert, wodurch sich die geometrischen Parameter der Schwerpunktslage, das Trägheitsmoment um die Hochachse und die statischen Radlasten in Ruhelage ändern. Zusätzlich wurden Radstand und Achsabstand variiert und ein hoher konstruktiver Nachlauf angenommen. Weiter wurde der Reibwert zu $\mu = 0,5$ stark vermindert. In Bild 8.9 wird deutlich, dass die Kompensation in Zusammenhang mit der nichtlinearen Dämpfung eine hohe Regelgüte bezüglich der Horizontaldynamik erzielt. Die Gierrate kann aufgrund des niedrigen Reibwerts nicht so hoch wie in Kapitel 8.1.1 gewählt werden. Die Kraftschlussausnutzung ist, wie in Bild 8.12 zu sehen, sehr hoch, aber auf Grund der Wahl der Freiheitsgrade ρ_h^* nach Kapitel 4.3.1 noch immer sehr homogen. Aufgrund der höheren Masse und Trägheit ergeben sich in Bild 8.9 größere Maximalwerte für Hub, Wank- und Nickwinkel. Bild 8.10 zeigt, dass die Trajektorien für die Drehzahlen und Lenkwinkel mit Hilfe der nichtlinearen Dämpfung noch sehr gut eingeregelt werden, nur bei hoch dynamischen Änderungen ergeben sich Abweichungen, welche theoretisch durch Erhöhen der Reglerparameter vermindert werden können. Praktisch sind die Reglerverstärkungen jedoch begrenzt, sodass von dieser Maßnahme abgesehen wird. Das eindeutig gegensinnige Lenken der Hinterräder im nominalen Fall ist nur noch ansatzweise erkennbar. In Bild 8.12 sind außerdem die Funktionen der nichtlinearen Dämpfung für die Ableitungen der Wunschraddrehzahlen sehr klein, was verdeutlicht, dass der störende Effekt einer Vernachlässigung nur bei hohen dynamische Änderungen von ϵ ins Gewicht fällt. Für die Funktionen der Lenkung gilt ähnliches. Einen viel größeren Einfluss hat die reale Radkraftverteilung ρ_h . In Bild 8.13 wird deutlich, dass sich ρ_h von ρ_h^* unterscheidet, da die geschätzten Radkräfte zwar qualitativ in einem akzeptablen Bereich liegen, sich jedoch auch Abweichungen ergeben. In Summe hebt sich die Wirkung bezüglich der Horizontaldynamik auf und die unbekannte Radkraftverteilung und deren Wirkung auf die Radynamik wird von der nichtlinearen Dämpfung sehr gut unterdrückt, was an der guten Einregelung der Raddynamiktrajektorien ersichtlich ist. Die Drehmomente der Antriebe in Bild 8.11 unterscheiden sich nicht wesentlich vom nominalen Fall und die Drehmomente der elektrischen Maschinen für die Lenkung liegen trotz der Störung durch den hohen konstruktiven Nachlauf und der unbekanntenen realen Radkraftverteilung in einem akzeptablen Bereich.

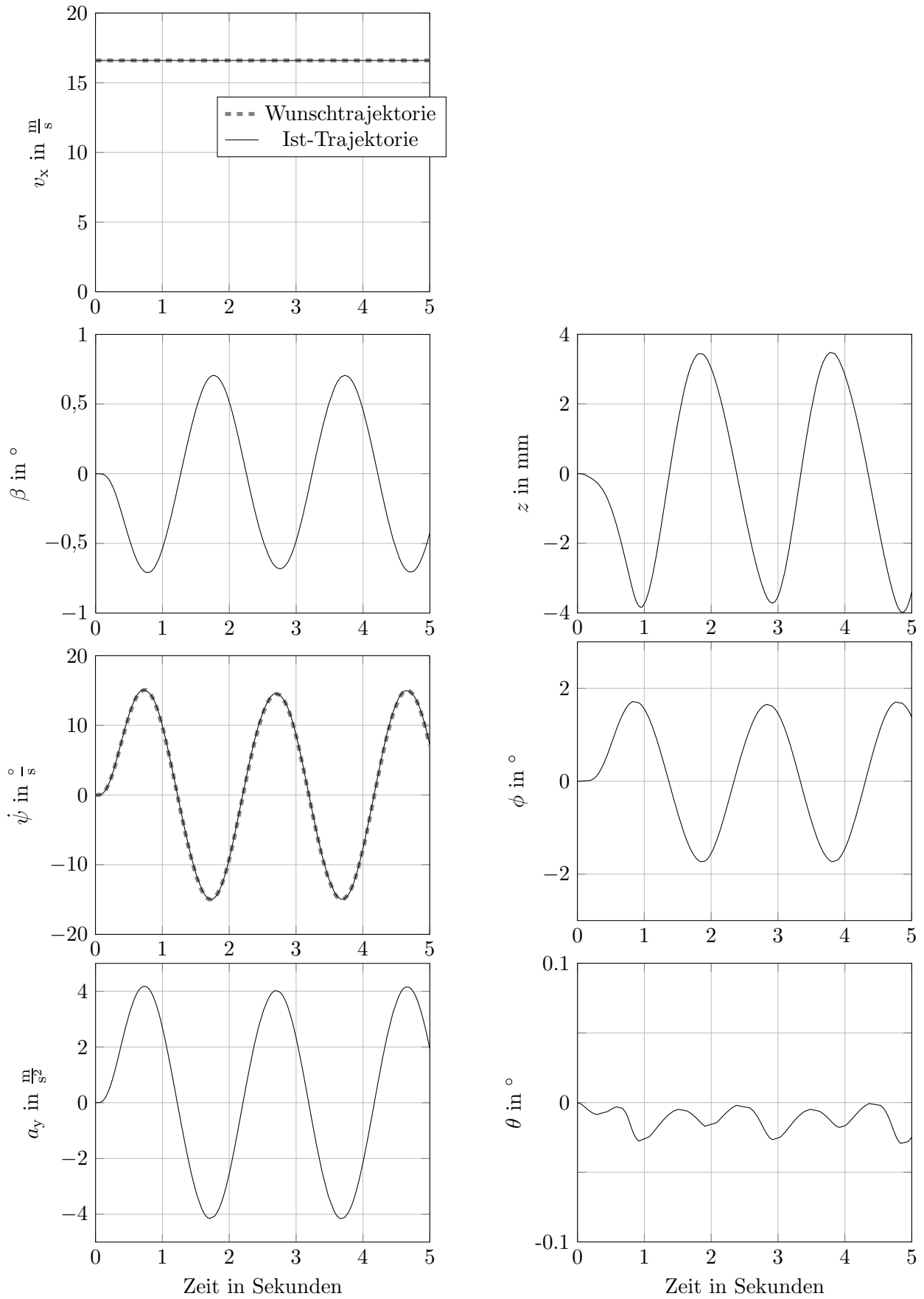


Bild 8.9: Horizontal- und Vertikaldynamik beim Slalom

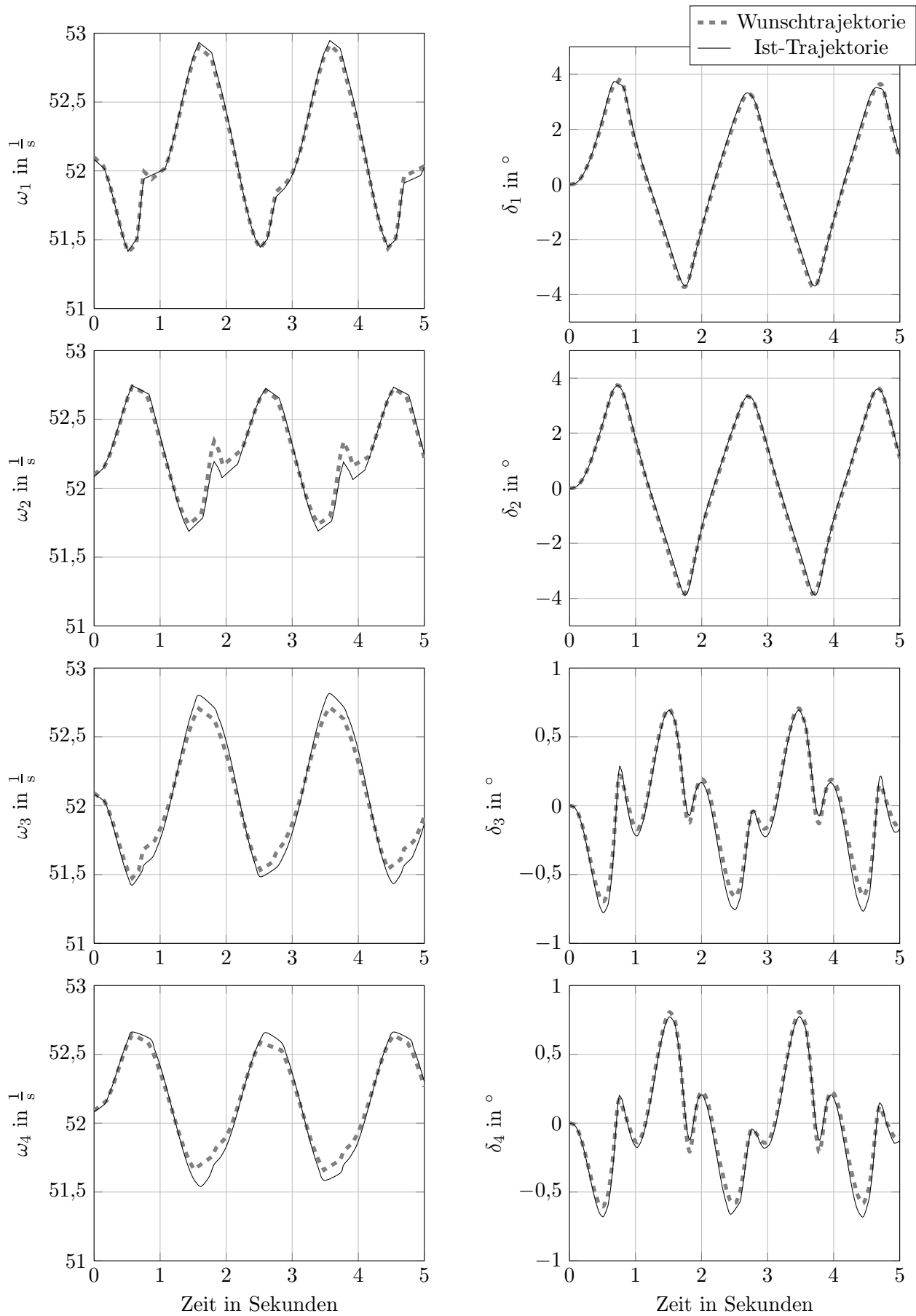


Bild 8.10: Raddynamik beim Slalom

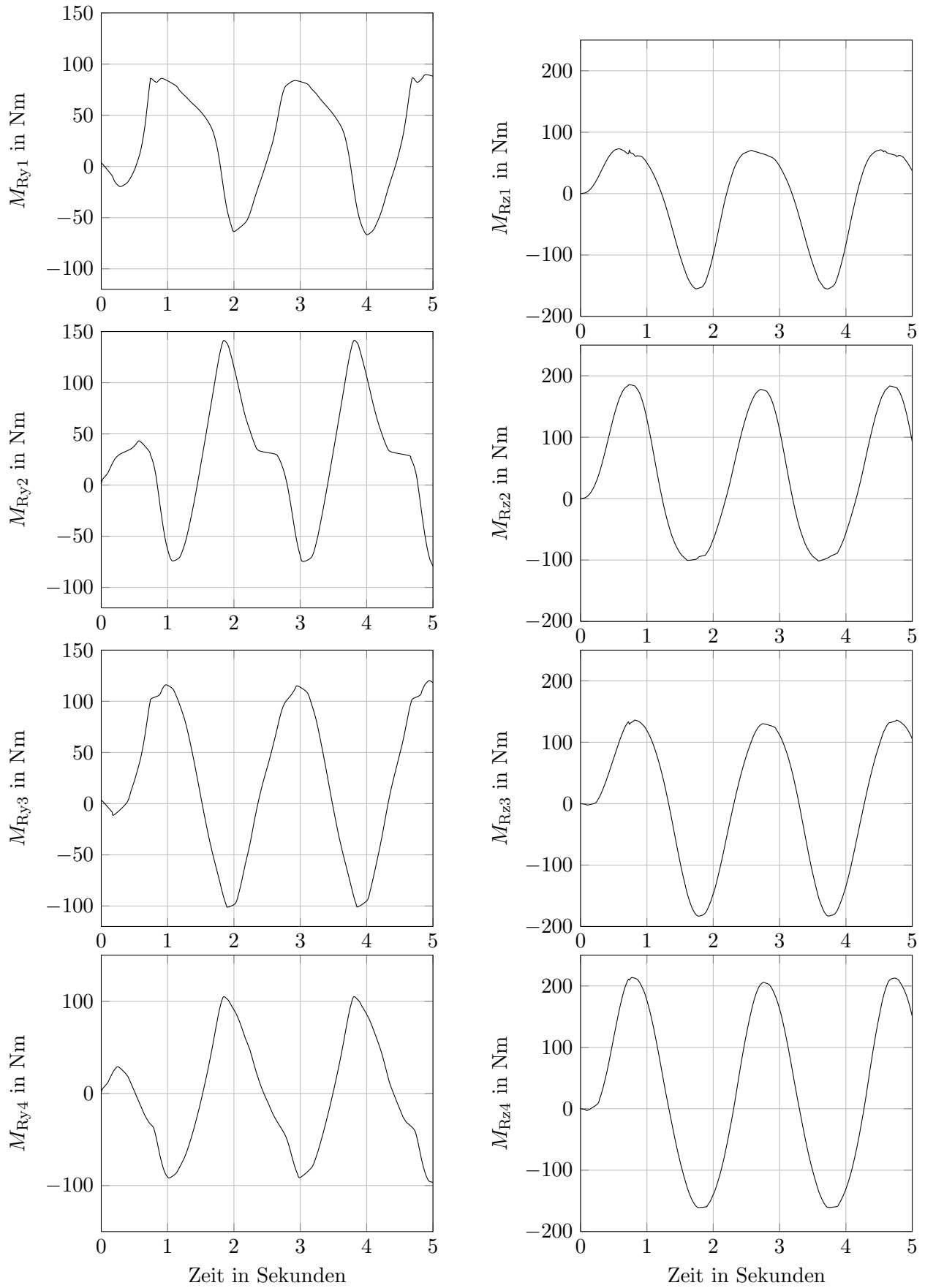


Bild 8.11: Antriebs- und Lenkmomente beim Slalom

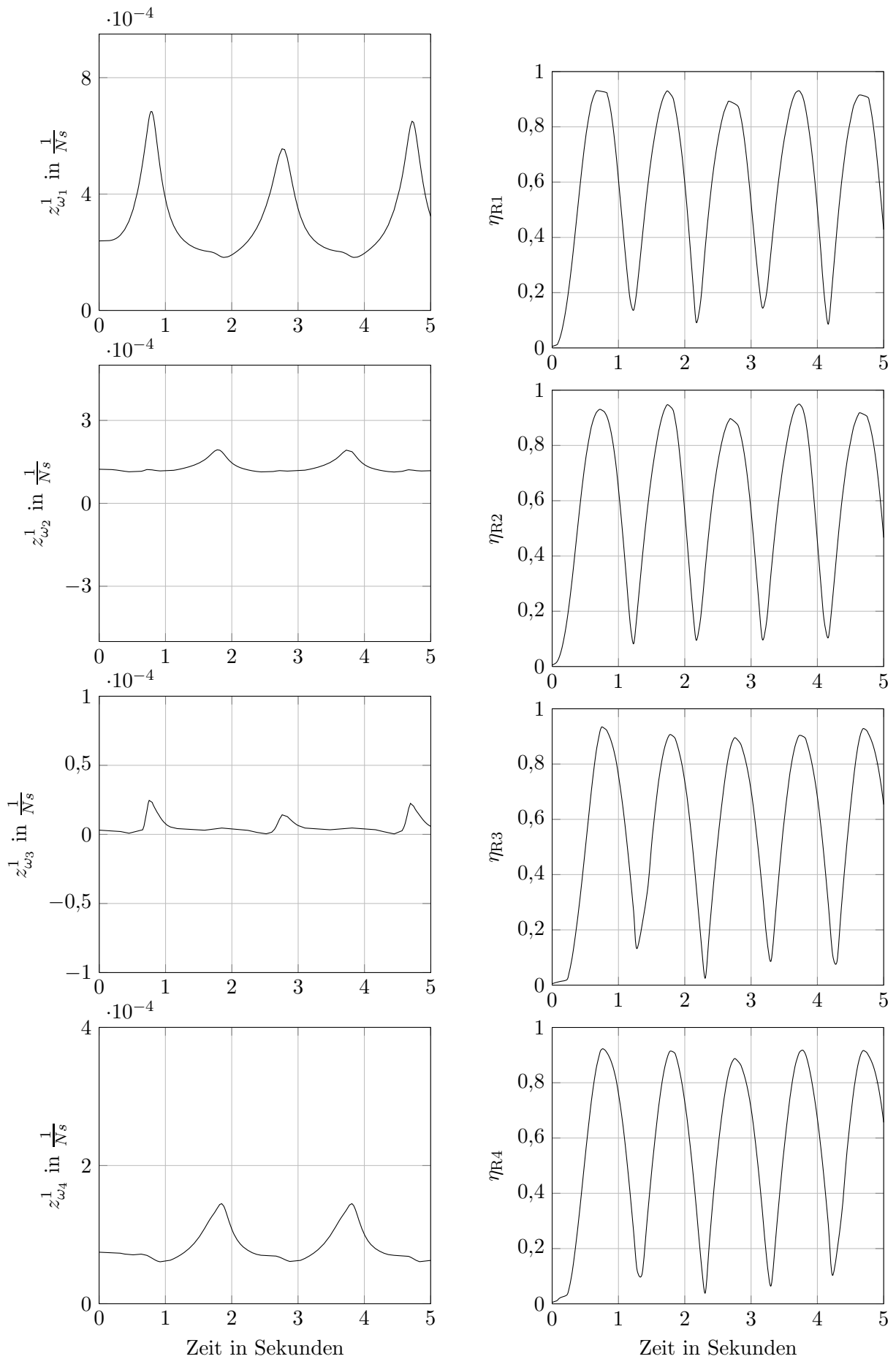


Bild 8.12: Dämpfungsfaktoren und Kraftschlussausnutzung beim Slalom

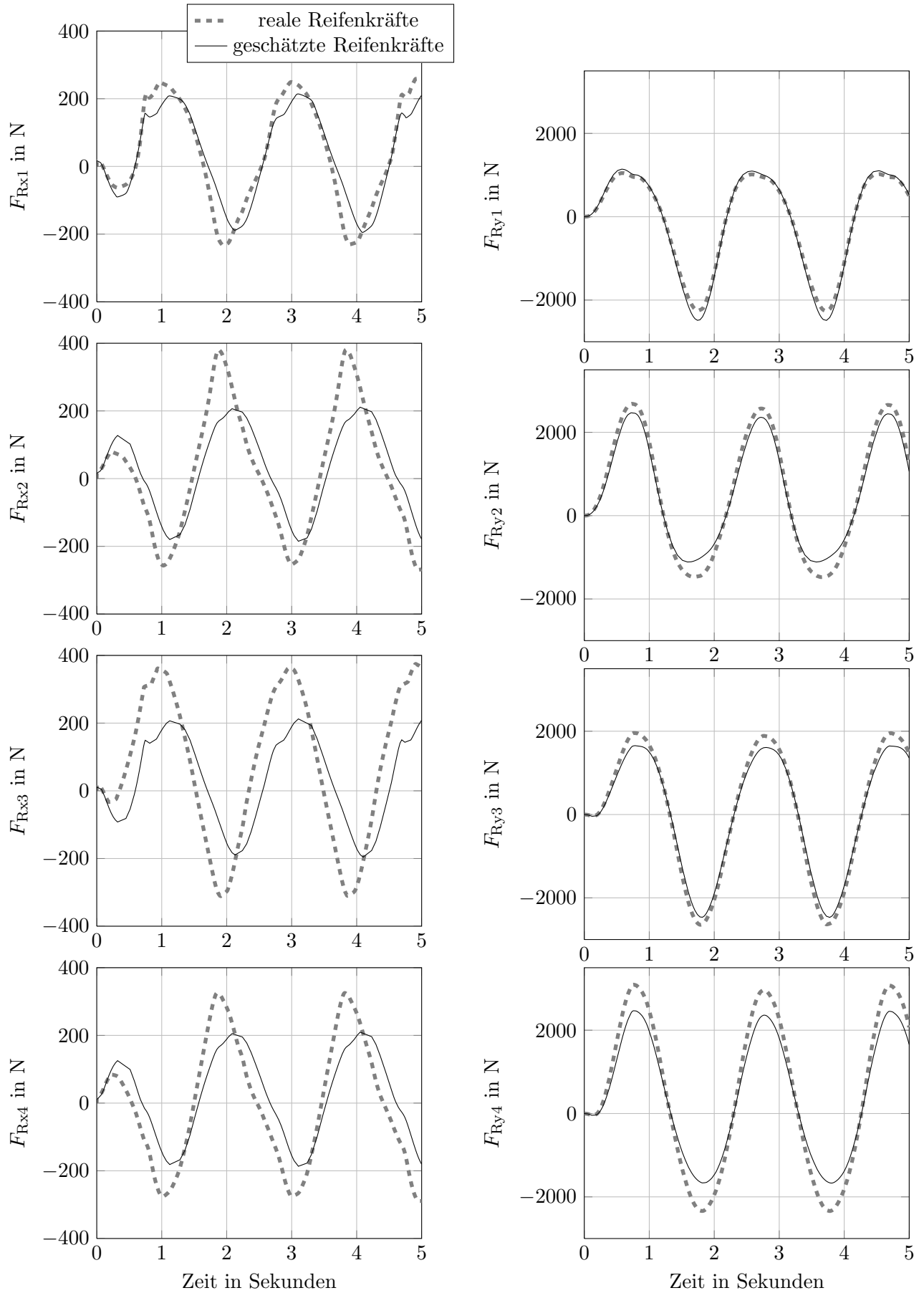


Bild 8.13: Horizontale Radkräfte beim Slalom

8.2.2 Kombiniertes Manöver

Beim kombinierten Manöver in diesem Kapitel erfolgt ein doppeltes Lenkmanöver bei vermindertem Reibwert von $\mu = 0,7$. Zusätzlich wird ab der achten Sekunde bei kombinierter Bremsung und Gierratenänderung der Reibwert auf der linken Fahrzeugseite auf $0,4$ und eine Sekunde später auf unter $0,2$ verringert um eine μ -Split Situation zu simulieren. In Bild 8.14 ist zu sehen, dass die Wunschtrajektorien für die Horizontaldynamik bei unbekanntem Reibwert und bei μ -Split sehr gut eingeregelt werden. Durch den kleinen Schwimmwinkel am Ende des Manövers erfolgt lediglich ein minimaler Versatz des Fahrzeugs in y -Richtung. Dieser Versatz lässt sich durch eine dynamischere Einstellung des Folgereglers für die Horizontaldynamik gänzlich unterdrücken. Die Wahl der Parameter nach B.2 zeigt an dieser Stelle jedoch, welchen Effekt eine begrenzte Dynamik der Folgeregelung hat. Dieses Verhalten verdeutlicht wiederum, dass eine qualitativ hochwertige Regelung der Raddynamik sehr wichtig ist um auch für die Horizontaldynamik gute Ergebnisse erzielen zu können, da die Güte der Radregelung die maximale Dynamik der Horizontaldynamikregelung festlegt. Außerdem sind die Trajektorien für v_x und β bei $\mu_i = 1$ zu sehen. Da mehr Kraftschlusspotential vorhanden ist, kann bei den gleichen Fahrereingaben schneller in den Stillstand verzögert werden. Die stückweise Verringerung des Reibwerts soll zeigen, dass eine Verringerung des Reibwerts bis $\mu = 0,4$ im Rahmen der Behandlung der Unsicherheiten keine nennenswerten Abweichungen erzeugt. Erst eine weitere Verringerung hat erkennbare Auswirkungen auf die Regelgüte der Horizontaldynamik. In Bild 8.15 wird deutlich, dass vor allem die Hinterradlenkung genutzt wird, um einem Giermoment aufgrund der μ -Split Situation entgegen zu wirken, jedoch ist auch eine Modifikation der Wunschtrajektorien für die Drehzahl erkennbar. Deutlich zu sehen ist ebenfalls die Modifikation der Trajektorien der Raddynamik gegenüber dem nominellen Fall mit $\mu_i = 1$. Im Falle des unbekanntem Reibwerts lenkt das Fahrzeug im ersten Kurvenmanöver gegensinnig anstatt gleichsinnig und beim abschließenden μ -Split Bremsmanöver wird die Lenkung zur Stabilisierung der Gierdynamik genutzt. In Bild 8.16 ist erkennbar, dass eine hohe Dynamik der Antriebe und Lenkmaschinen zur Bewältigung der μ -Split Situation wichtig ist. Bild 8.17 zeigt wiederum, dass die Funktionen der nichtlinearen Dämpfung auch bei diesem Manöver nur kleine Werte annehmen. Der hohe Spitzenwert zum Zeitpunkt der zweiten Verringerung des Reibwerts hat in Zusammenhang mit der hohen Dynamik von ϵ einen Nennenswerten Störeinfluss, da $\dot{\epsilon}$ zu diesem Zeitpunkt gegen unendlich strebt. Für diesen Zeitpunkt ist keine theoretische Aussage über die Beschränktheit des Fehlers möglich. In Bild 8.17 für die Kraftschlussausnutzung wird die schlagartige Verringerung des Reibwerts ebenfalls deutlich. Sie wächst für das Bremsmanöver bis auf 1 an. Bild 8.18 verdeutlicht die starke Verringerung des Reibwerts durch den starken Abfall der Längskräfte auf der linken Fahrzeugseite. Auch hier wird die reale Radkraftverteilung nicht korrekt geschätzt, was sich in Summe als Wirkung auf die Horizontaldynamik jedoch aufhebt und an den Rädern mit Hilfe der nichtlinearen Dämpfung akzeptabel behandelt wird. Somit kann festgehalten werden, dass die Regelung auch im Falle großer Unsicherheiten zuverlässig arbeitet.

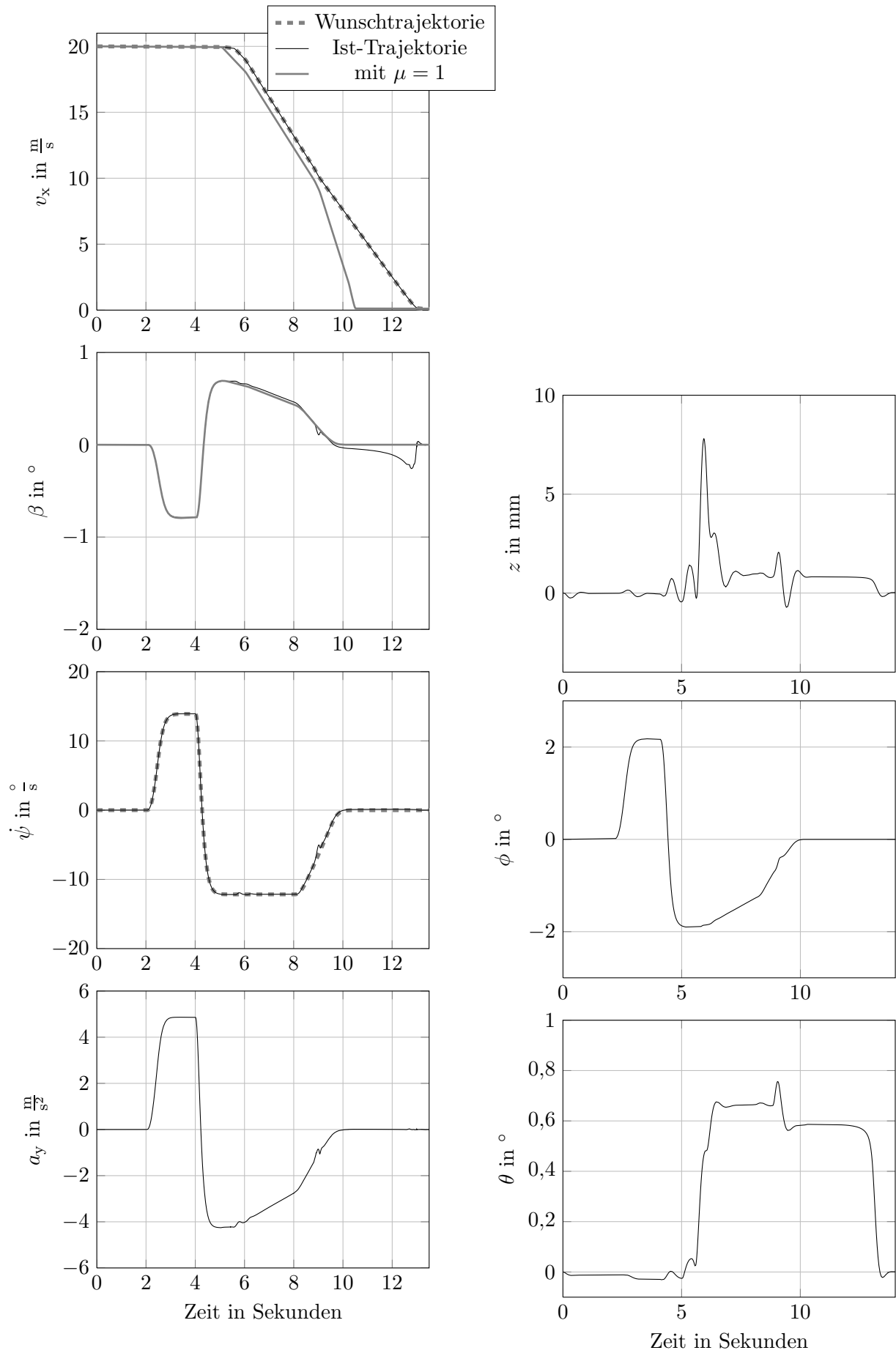


Bild 8.14: Horizontal- und Vertikaldynamik beim dynamischen Manöver

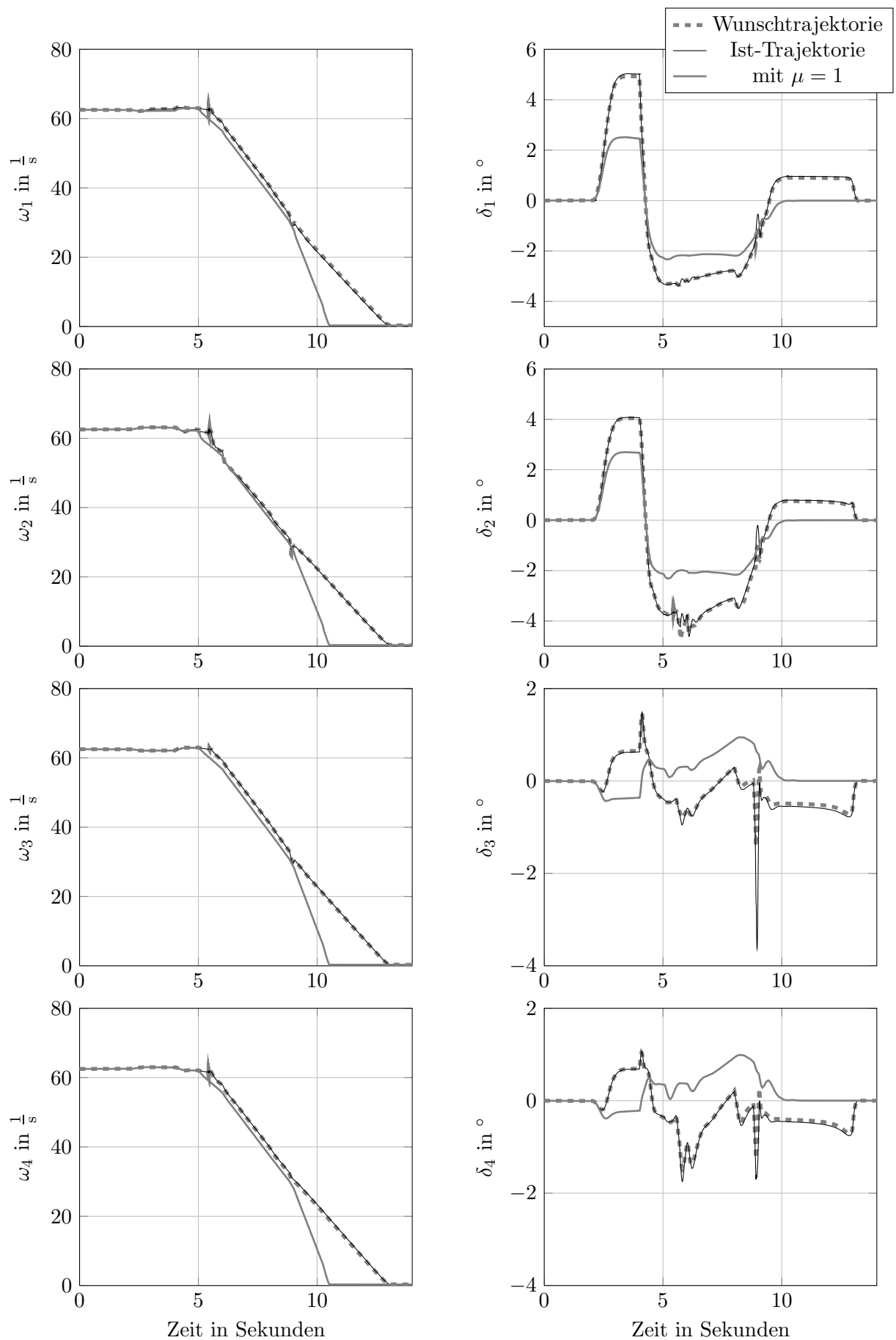


Bild 8.15: Raddynamik beim dynamischen Manöver

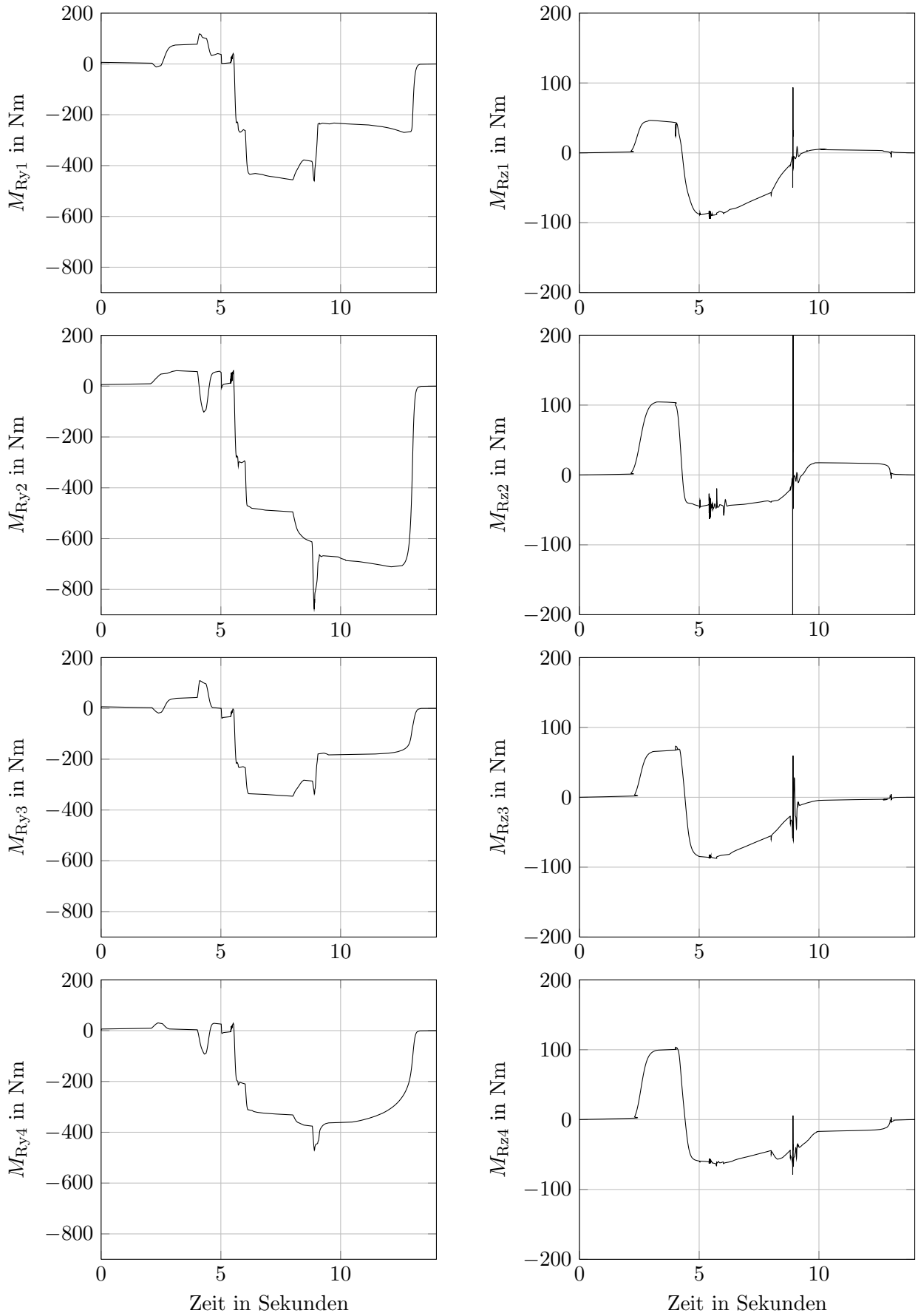


Bild 8.16: Antriebs- und Lenkmomente beim dynamischen Manöver

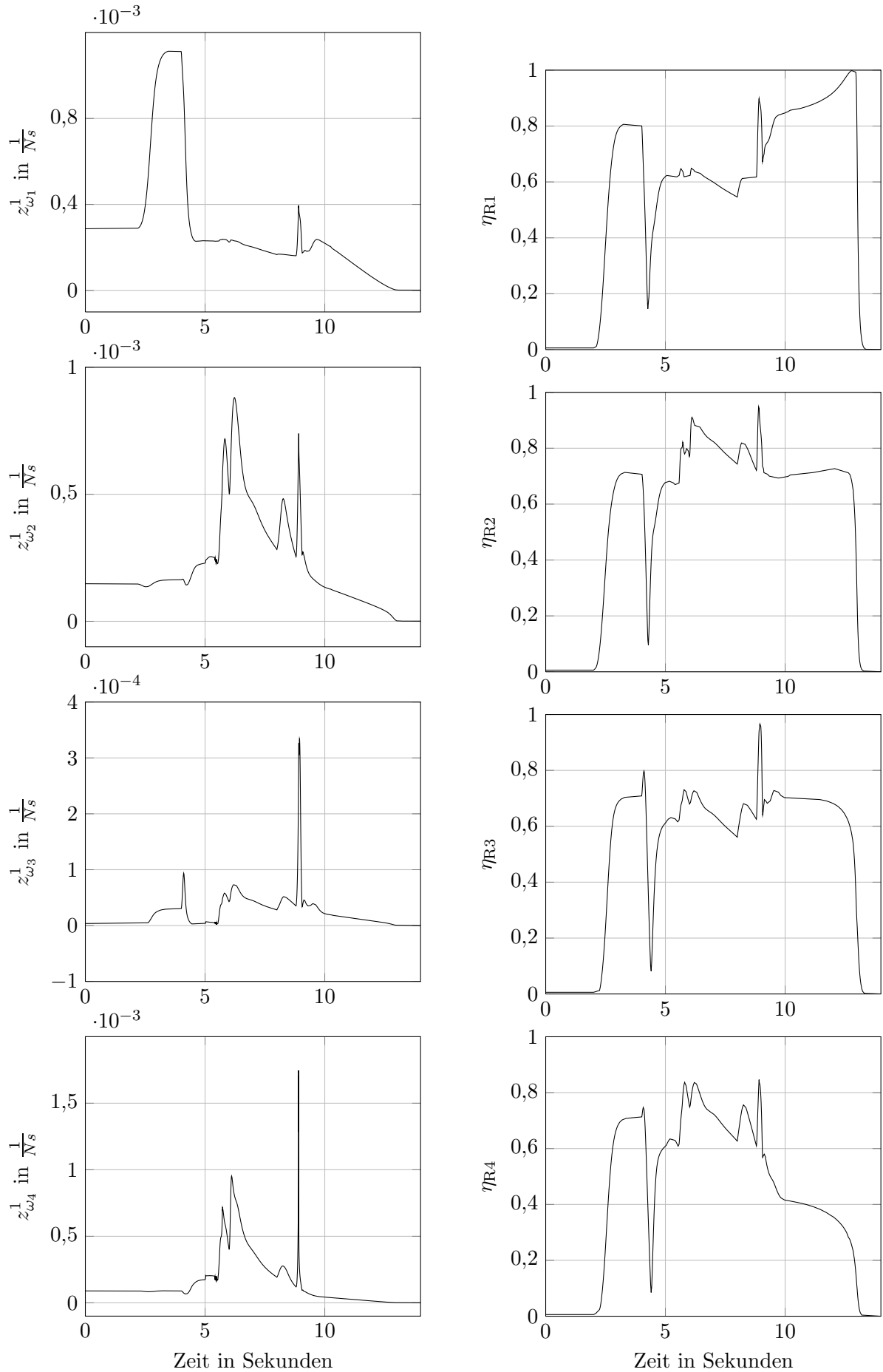


Bild 8.17: Dämpfungsfaktoren und Kraftschluss beim dynamischen Manöver

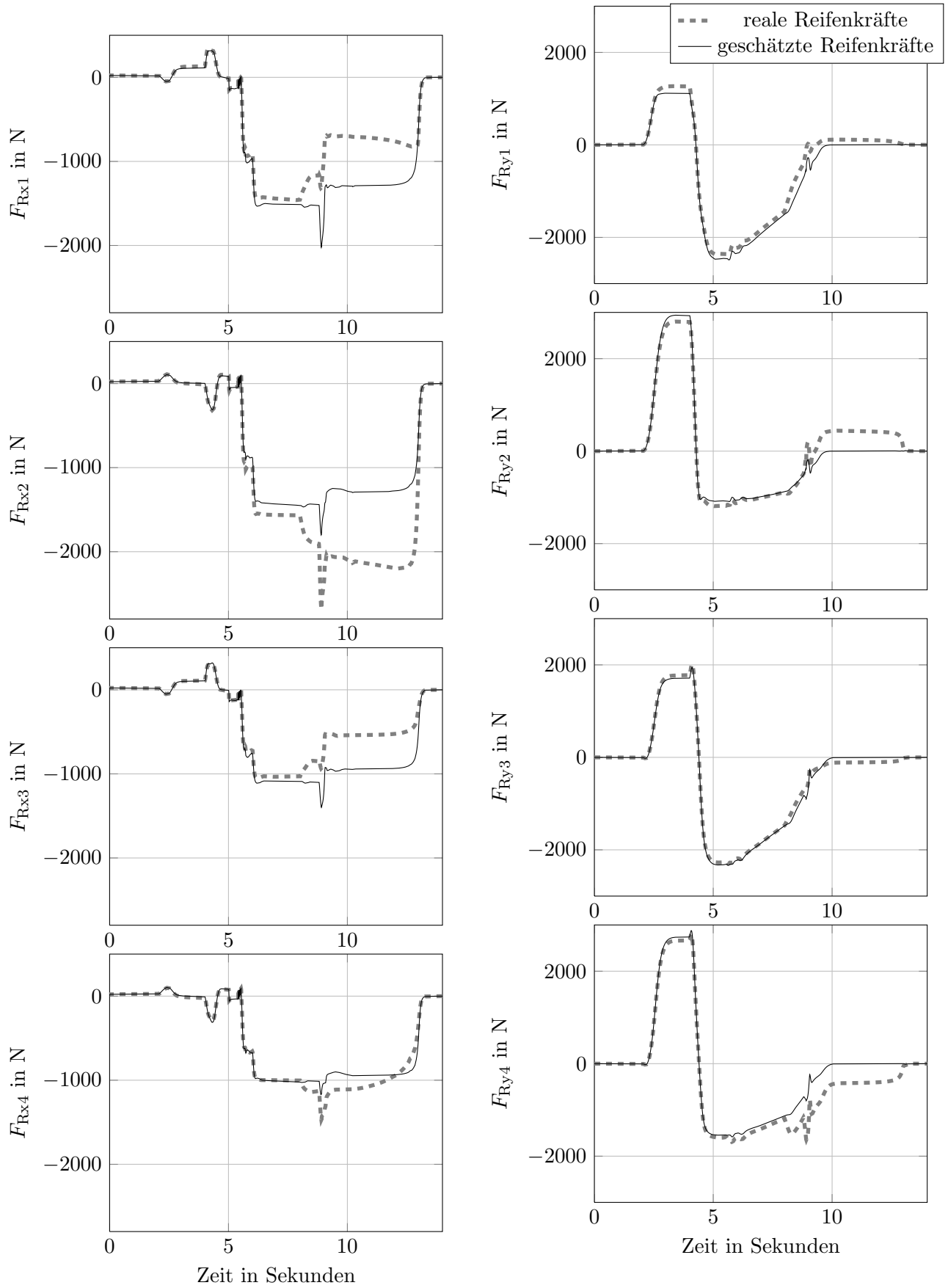


Bild 8.18: Horizontale Radkräfte beim dynamischen Manöver

8.3 Simulation von Aktorfehlern

Abschließend wird in diesem Kapitel die Behandlung verschiedener Fehler simuliert, um zu zeigen, dass eine Kompensation der Fehlerauswirkung möglich ist und somit ein fehlertolerantes Regelsystem erhalten werden kann. Der Ausfall von zwei Lenk- und Antriebsmotoren bei der Einzelradaktorik wurde bereits in [56] gezeigt. Eine Blockade des rechten Hinterrads bei der Einzelradaktorik und ein Lenkungsausfall beim Heckantrieb wurden in [53] gezeigt. In diesem Kapitel wird zusätzlich die Blockade eines Vorderrads bei der Einzelradaktorik, der Ausfall eines Antriebs beim Allradantrieb und die Blockade eines Lenkmotors bei Front- bzw. Heckantrieb gezeigt. Dabei gilt, dass jeder Fehler, der von Front- und Heckantrieb behandelbar ist, auch von Allrad- und Einzelradaktorik behandelt werden kann und die Einzelradaktorik ebenfalls den Fehler bei der Allradaktorik kompensieren kann.

8.3.1 Blockierender Antrieb mit Einzelradaktorik

Bei diesem dynamischen Manöver blockiert, wie in Bild 8.20 zu sehen ist, das linke Vorderrad während einer Kurvenfahrt mit relativ hoher Gierrate. Während des Manövers wird angenommen, dass die Blockade erkannt und die Fehlerbehandlung 200 ms nach auftreten des Fehlers aufgeschaltet wird. Daraus resultieren die kleinen Abweichungen von der Solltrajektorie der Horizontaldynamik in Bild 8.19. Je schneller die Fehlerbehandlung aktiviert wird, desto kleiner wird die Abweichung. Bei der simulativen Untersuchung zum Finden einer maximal möglichen Verzögerung der Fehlerbehandlung hat sich gezeigt, dass das Fahrzeug beim gezeigten Fahrmanöver durch das blockierende Rad nicht destabilisiert wird. Erst durch die Zurücknahme der Gierrate zwei Sekunden später wird die Abweichung von der horizontalen Solltrajektorie so groß, dass die Folgeregelung eine Kraft anfordert, die nicht mehr darstellbar ist. Allgemein hat sich die Folgereglerstruktur gerade bei weniger schwerwiegenden Fehlern als sehr robust erwiesen, sodass ausfallende Antriebe oder Lenkungen das Fahrzeug auch ohne Fehlerbehandlung nicht destabilisieren. In Bild 8.20 wird deutlich, dass zur Kompensation der Auswirkungen des blockierenden Rads eine hohe Aktordynamik am Rad wünschenswert ist, da die Wunschtrajektorien, gerade für die Lenkung, schnelle Änderungen durchlaufen müssen. Durch die Parametrierung der Regelung können die Ist- den Sollgrößen nicht exakt folgen, was sich jedoch nicht negativ auf das Gesamtverhalten auswirkt. In Bild 8.21 ist dies ebenfalls zu sehen. Außerdem wird deutlich, dass zum Beenden dieses sehr dynamischen Manövers sehr hohe Antriebsmomente nötig wären. Realistischer wäre es, direkt kontrolliert in den Stillstand zu verzögern, da das Rad bei diesem Manöver zerstört werden würde. Es sollte jedoch deutlich gemacht werden, dass ein kontrolliertes Weiterfahren ebenfalls möglich wäre. In Bild 8.22 wird deutlich, dass das linke Vorderrad die Kraftschlusskurve übers Maximum hinaus bis zum Gleiten durchläuft, da der Schlupfbetrag nach dem Blockieren konstant eins ist. Die Radlasten werden durch den Fehler nur geringfügig beeinflusst. Bild 8.23 zeigt die schlagartig anwachsende Kraft in x -Richtung am linken Vorderrad und die auf sehr kleine Werte abfallende Seitenkraft des Rads.

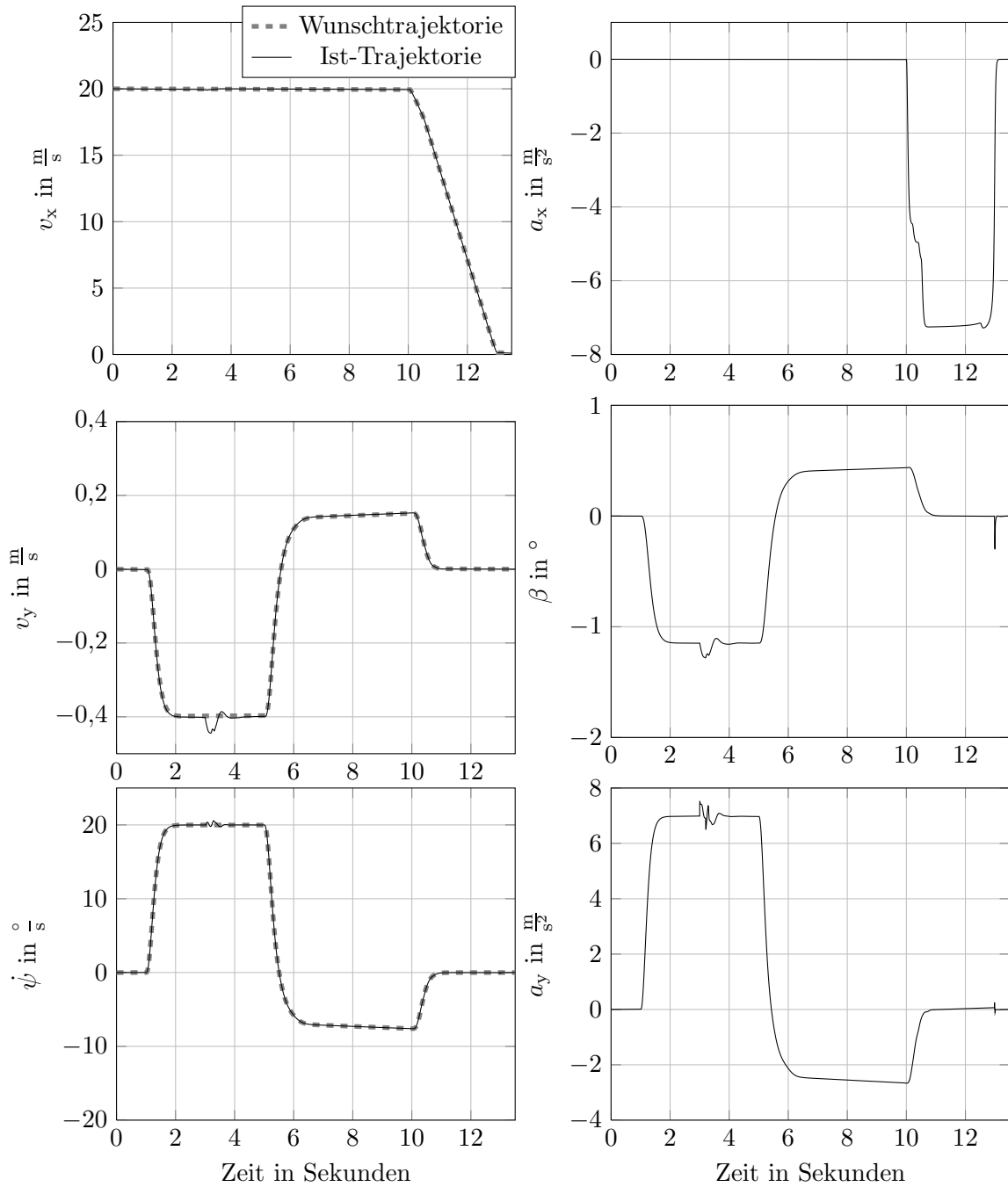


Bild 8.19: Horizontaldynamik beim dynamischen Manöver mit blockierendem Vorderreifen

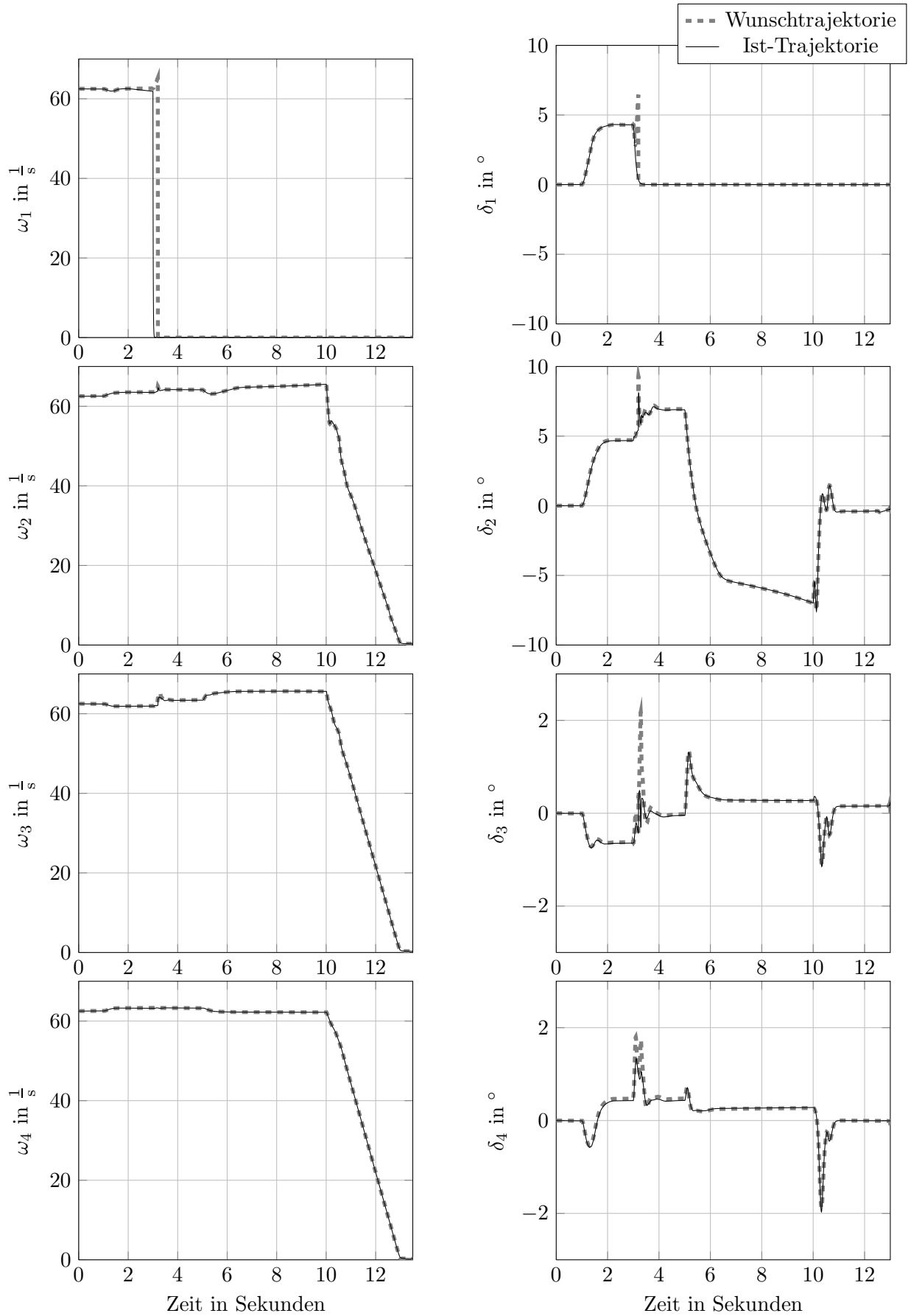


Bild 8.20: Raddynamik beim dynamischen Manöver mit blockierendem Vorderrad

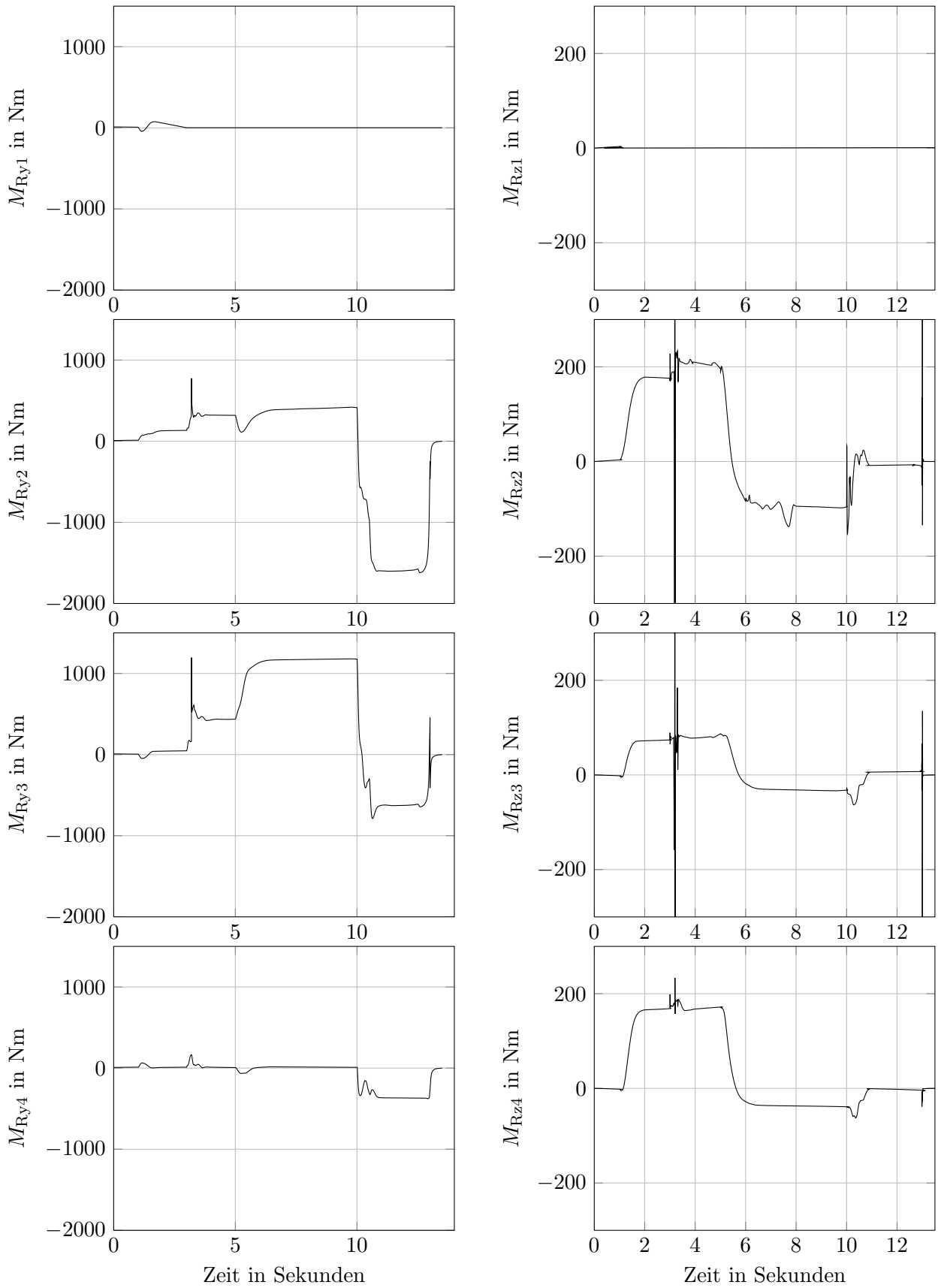


Bild 8.21: Radmomente beim dynamischen Manöver mit blockierendem Vorderrad

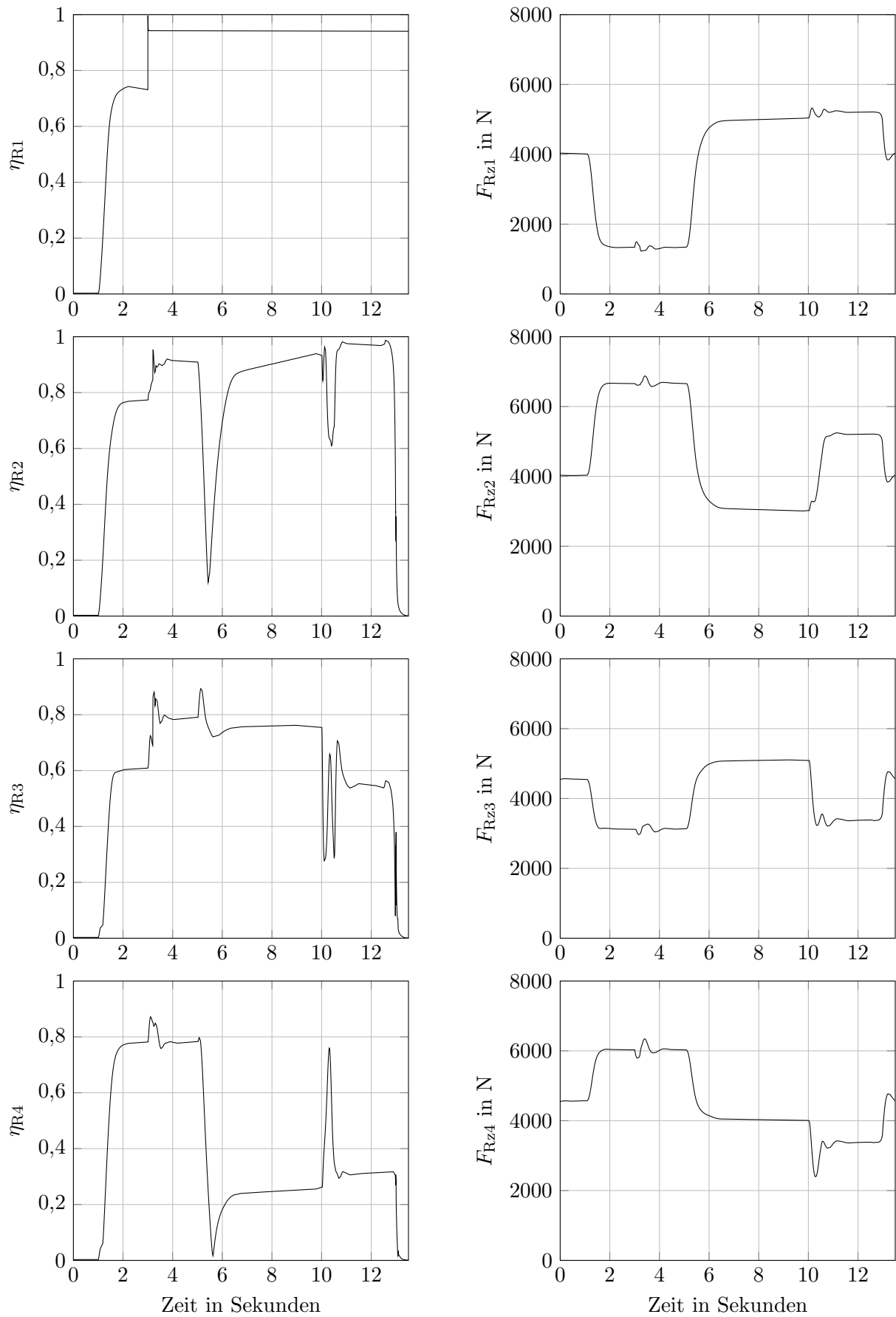


Bild 8.22: Kraftschluss und Radlast beim dynamischen Manöver mit blockierendem Vorderrad

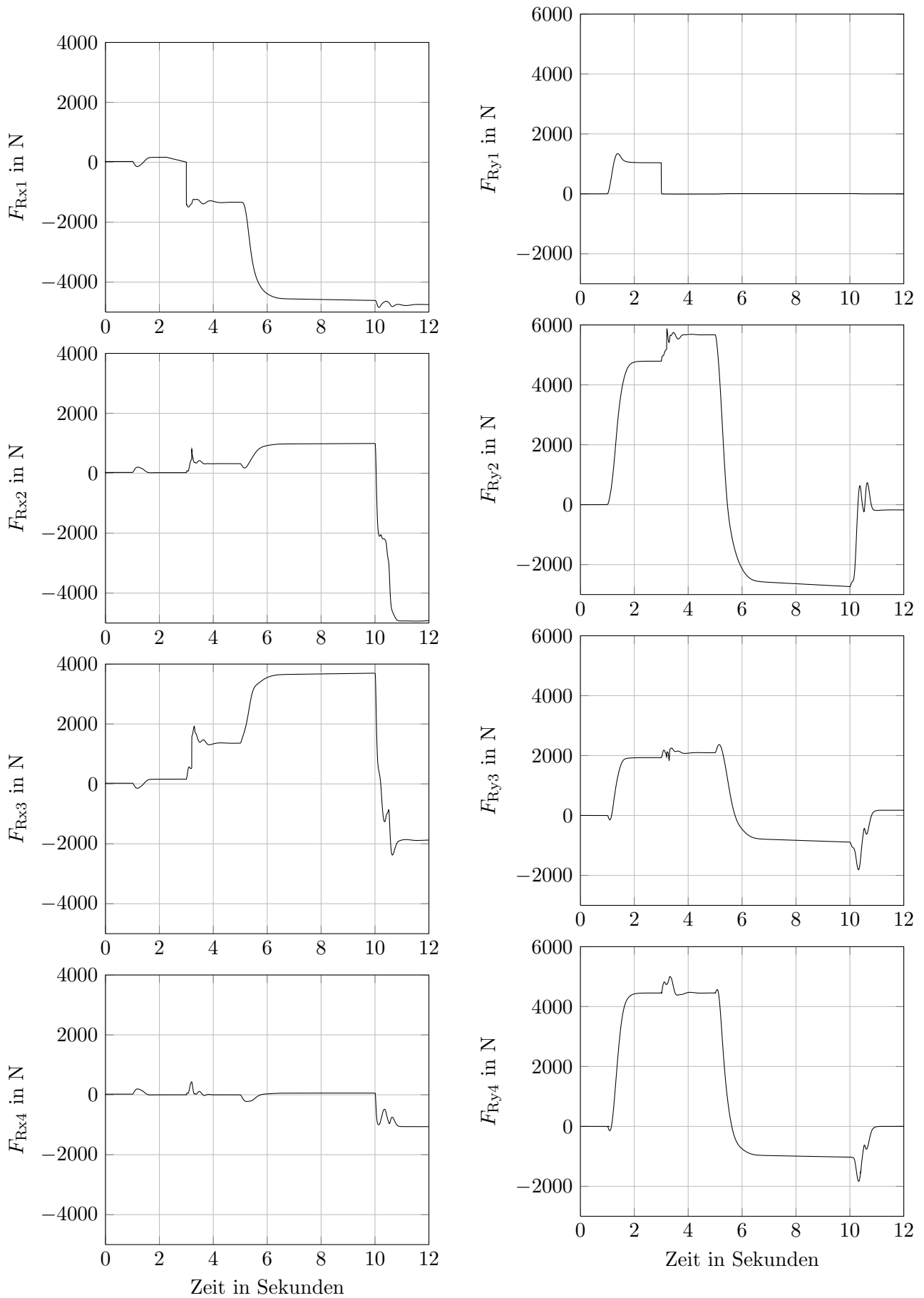


Bild 8.23: Horizontalkräfte beim dynamischen Manöver mit blockierendem Vorderrad

8.3.2 Antriebsausfall beim Allradantrieb

Wahrscheinlicher als ein blockierender Antrieb ist der Ausfall eines Antriebs und dies stellt einen nicht so schwerwiegenden Fehler dar. Bei diesem in Bild 8.24 zu sehenden Manöver wird bei über 100 km/h scharf abgebremst, eine Doppelkurve gebremst durchfahren und danach stark in den Stillstand verzögert. In diesem Szenario fällt nach vier Sekunden der Antrieb am linken Hinterrad aus. Im Verhalten der Horizontaldynamik wird die Auswirkung nicht sichtbar. Auch in den Trajektorien der Drehzahlen und Lenkwinkel in Bild 8.25 ist kaum ein Unterschied auszumachen. In Bild 8.26 wird deutlich, dass der Antrieb am linken Hinterrad ausfällt, da das Drehmoment null wird. Bei der Kraftschlussausnutzung des betreffenden Rads in Bild 8.27 ist zu sehen, dass an diesem Rad nicht mehr gebremst werden kann. Während der Kraftschluss am linken Vorderrad vollständig zum Bremsen genutzt wird, ist die Kraftschlussausnutzung an den anderen Rädern moderat. Das ist notwendig, damit kein Giermoment erzeugt wird, denn es muss $-b_l F_{R_{x1}} + b_r F_{R_{x2}} + b_r F_{R_{x4}} = 0$ gelten. Dieser Zusammenhang wird auch in Bild 8.28 deutlich. Außerdem ist zu erkennen, dass das linke Hinterrad ab vier Sekunden frei rollt, da die Kraft in x -Richtung an diesem Rad zu null wird.

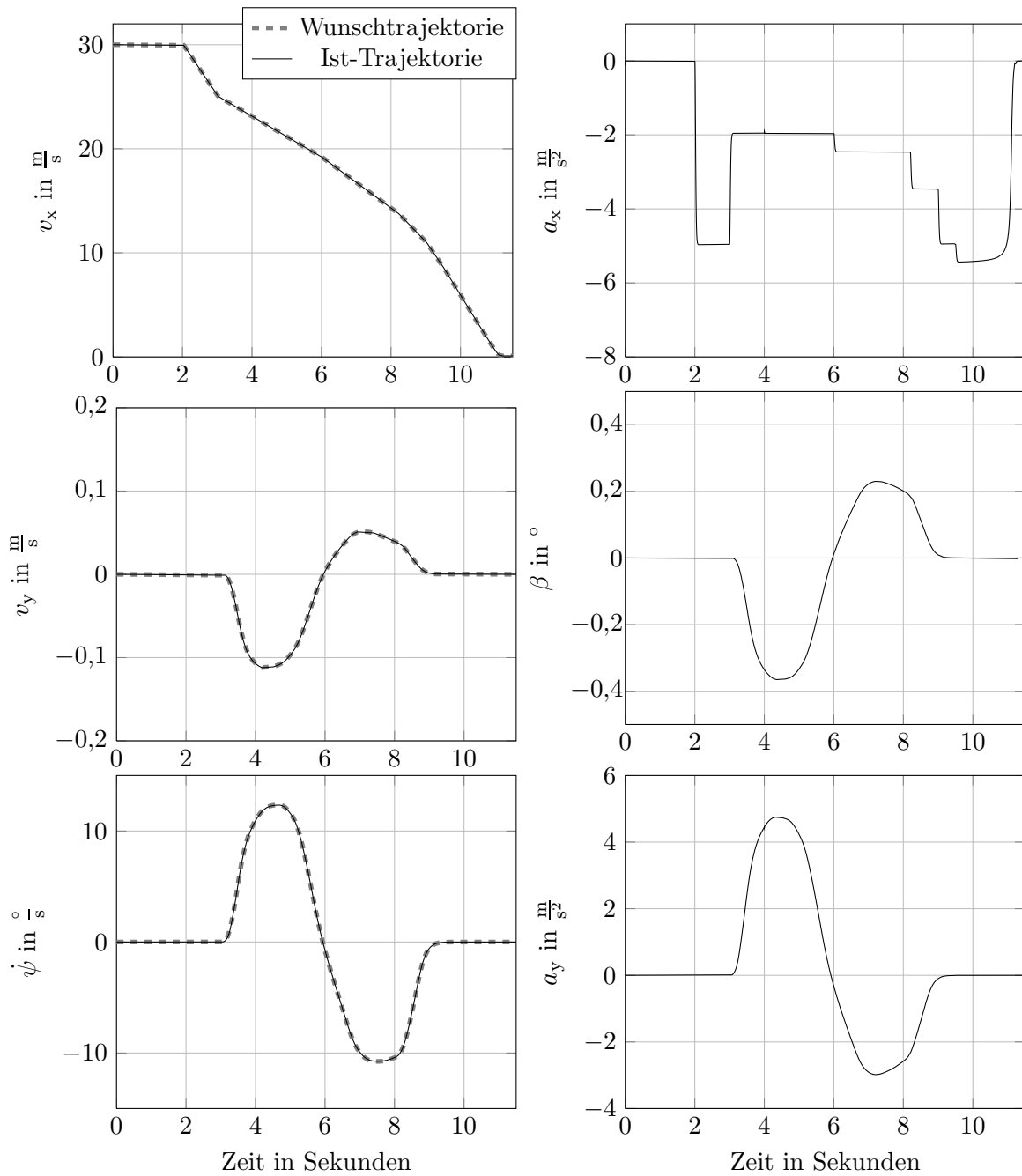


Bild 8.24: Horizontaldynamik beim dynamischen Manöver mit Antriebsausfall

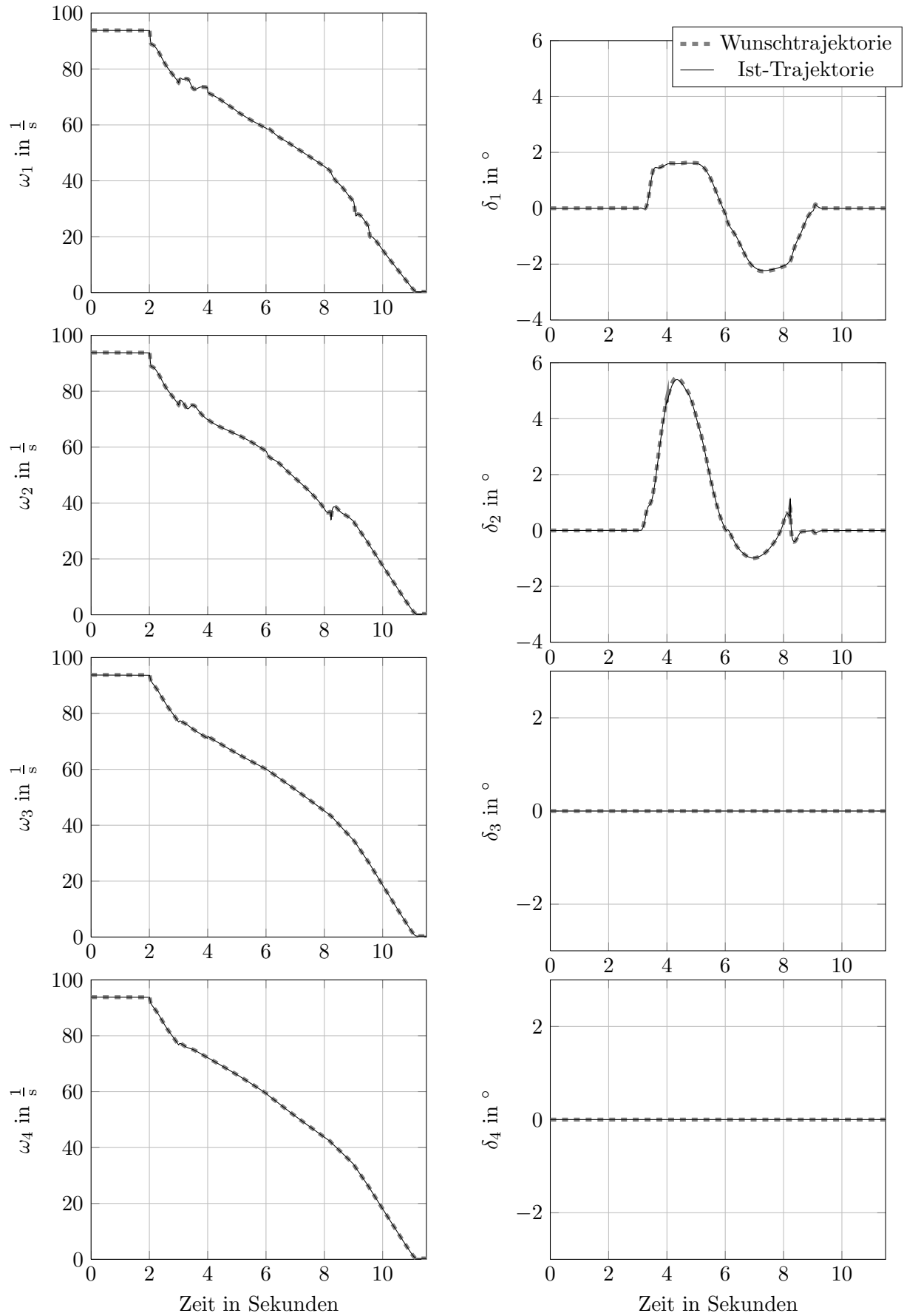


Bild 8.25: Raddynamik beim dynamischen Manöver mit Antriebsausfall

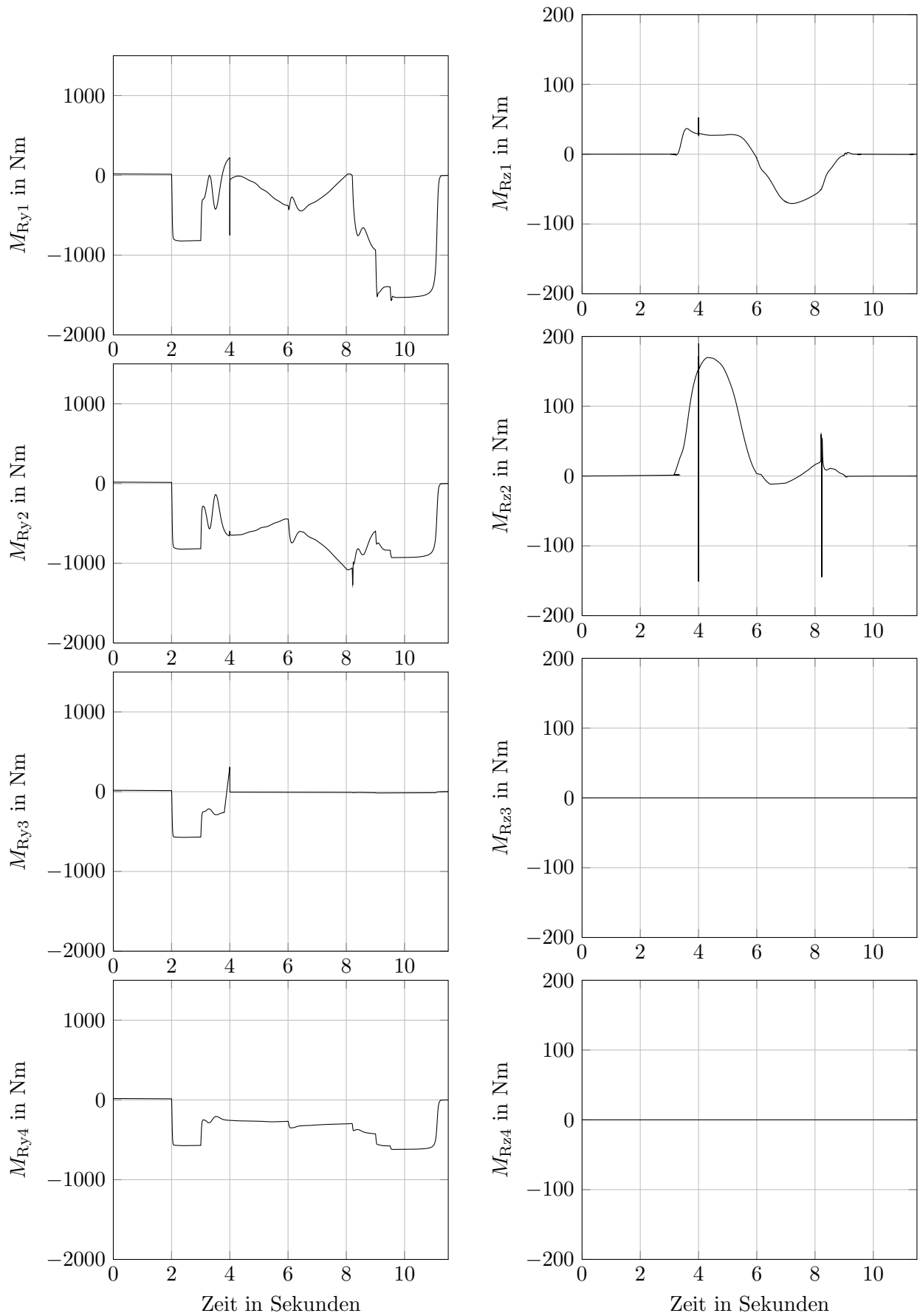


Bild 8.26: Radmomente beim dynamischen Manöver mit Antriebsausfall

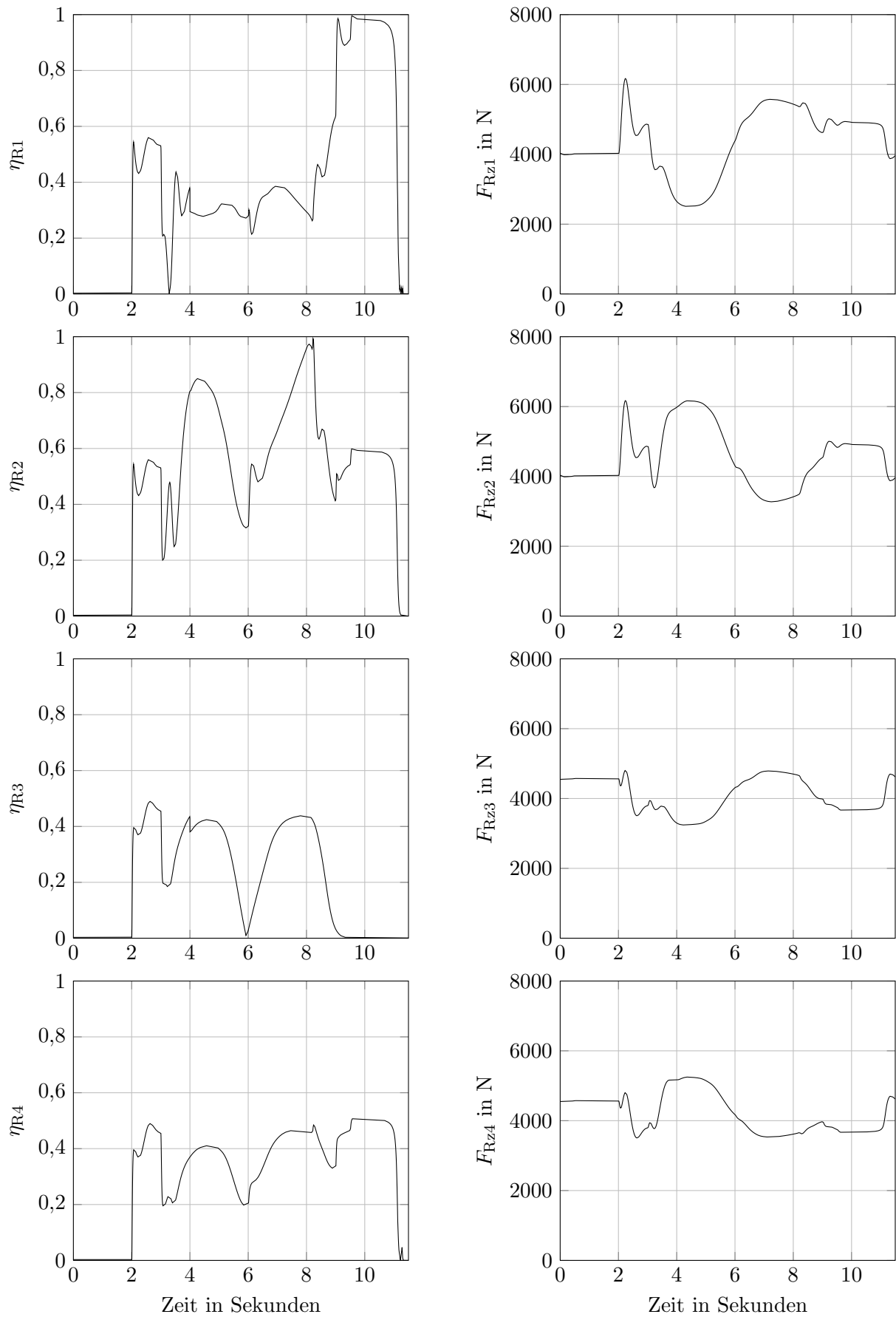


Bild 8.27: Kraftschluss und Radlast beim dynamischen Manöver mit Antriebsausfall

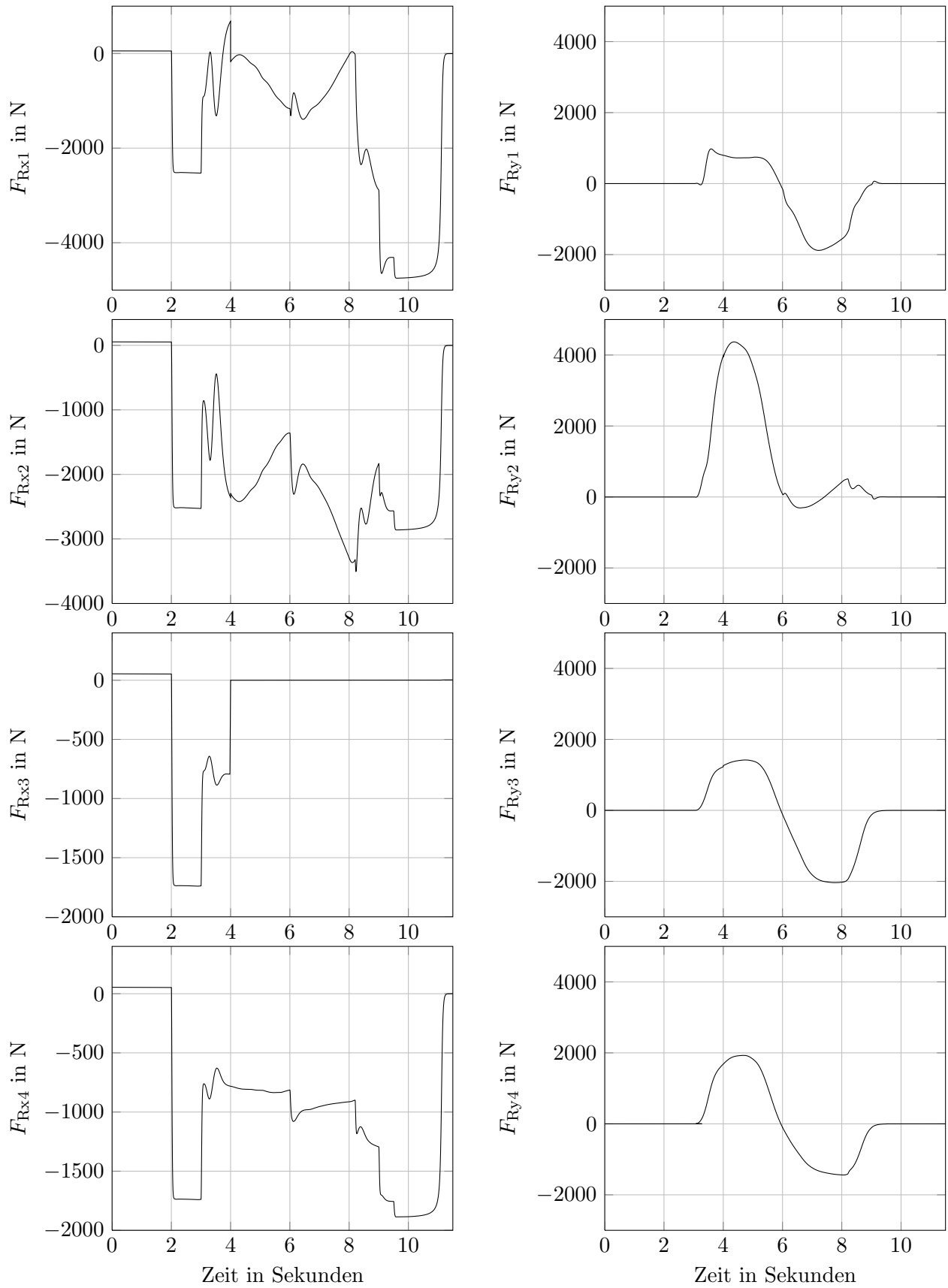


Bild 8.28: Horizontalkräfte beim dynamischen Manöver mit Antriebsausfall

8.3.3 Blockade einer Lenkung beim Heckantrieb

Ein blockierender Lenkantrieb ist gerade bei einer Minimalkonfiguration wie dem Heckantrieb ein schwerwiegender Fehler. Bei diesem Manöver blockiert die Lenkung am rechten Vorderrad in der zweiten Kurve und verbleibt bei einem konstanten Lenkwinkel, wie in Bild 8.30 illustriert wird. Bei sechs Sekunden wird dieser Fehler erkannt und die Fehlerbehandlung aufgeschaltet. Dadurch sind alle Freiheitsgrade parametrisiert, die Drehzahlen werden leicht angepasst und der Lenkwinkel am verbleibenden lenkbaren Rad muss geändert werden. Für eine reine Geradeausfahrt muss das linke Rad im Fehlerfall gegenlenken. Die Trajektorien der Horizontaldynamik in Bild 8.29 werden allgemein nicht mehr mit großer Genauigkeit eingeregelt, da die Raddrehzahlen und Lenkwinkel mit einem linearisierten Reifenmodell berechnet werden. Nichts desto trotz werden Drehzahlen und Lenkwinkel noch sehr exakt eingeregelt. Die Drehmomente für dieses Manöver in Bild 8.31 liegen in einem realistischen Bereich und es wird deutlich, dass der Lenkantrieb im Fehlerfall kein Moment mehr liefert. Durch das Gegenlenken, steigt die Kraftschlussausnutzung an den Vorderrädern beim Geradeausfahren und Bremsen stark an, was in diesem Fall jedoch unterstützend für das Manöver wirkt. Je niedriger die Drehzahl ist, desto größer wird der Schlupf in y -Richtung an den Vorderrädern und wie in Bild 8.33 deutlich wird, durchfahren beide Räder am Ende des Manövers die Kraft-Schlupf-Kurve bis in den Gleitbereich. Weiterhin ist zu sehen, dass sich die Kräfte in y -Richtung bei Geradeausfahrt an der Vorderachse ungefähr kompensieren.

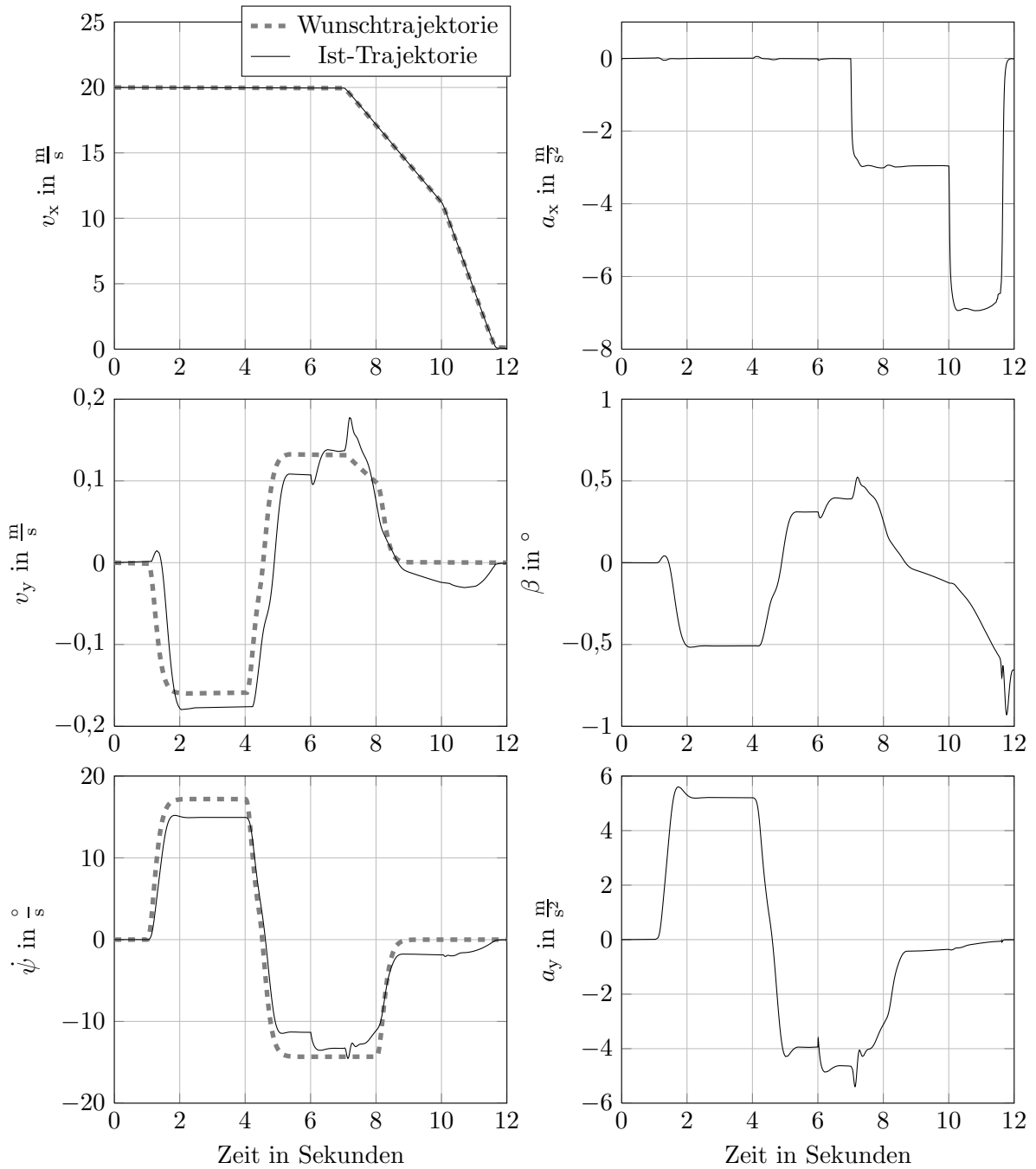


Bild 8.29: Horizontaldynamik beim dynamischen Manöver mit blockierender Lenkung

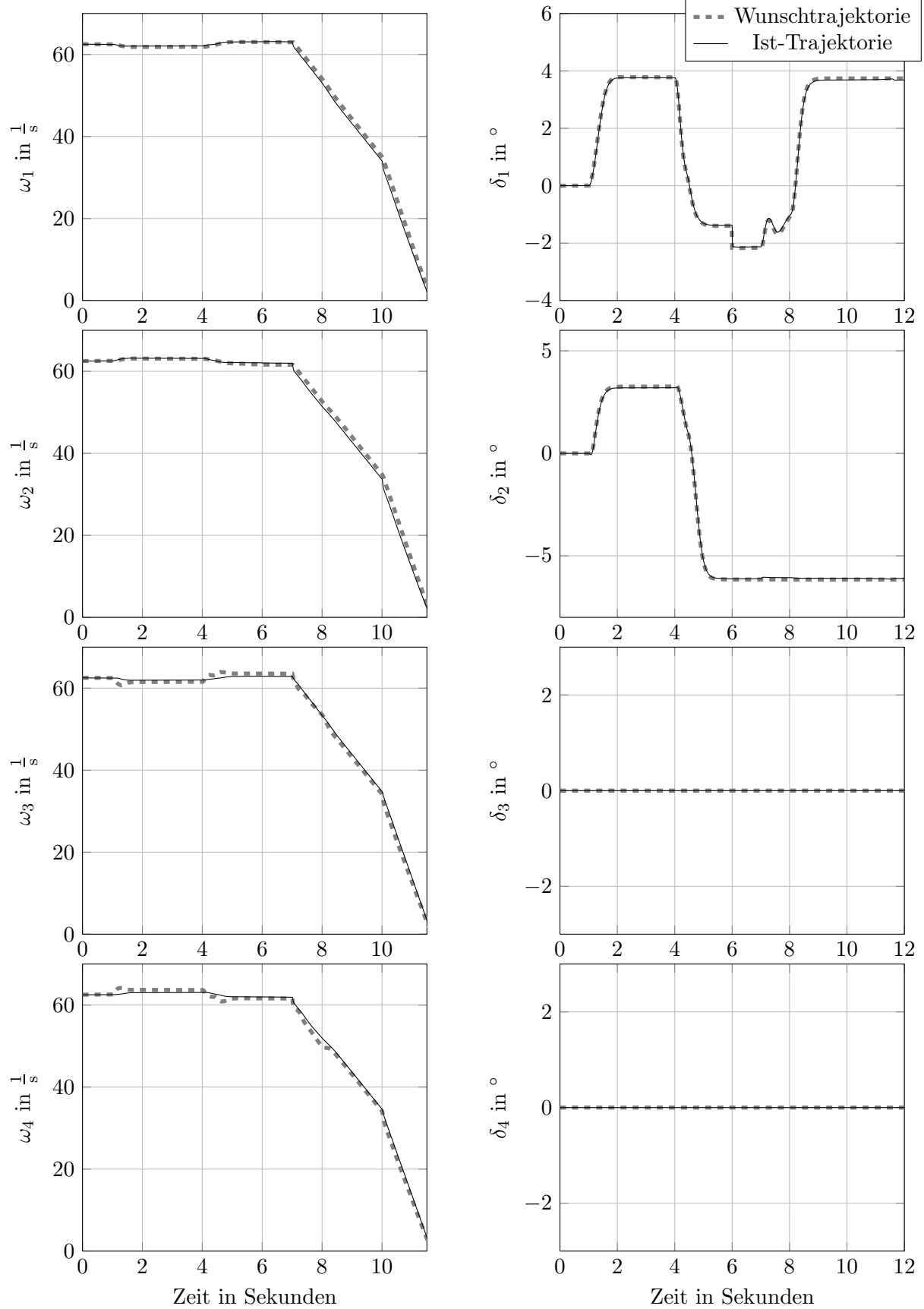


Bild 8.30: Raddynamik beim dynamischen Manöver mit blockierender Lenkung

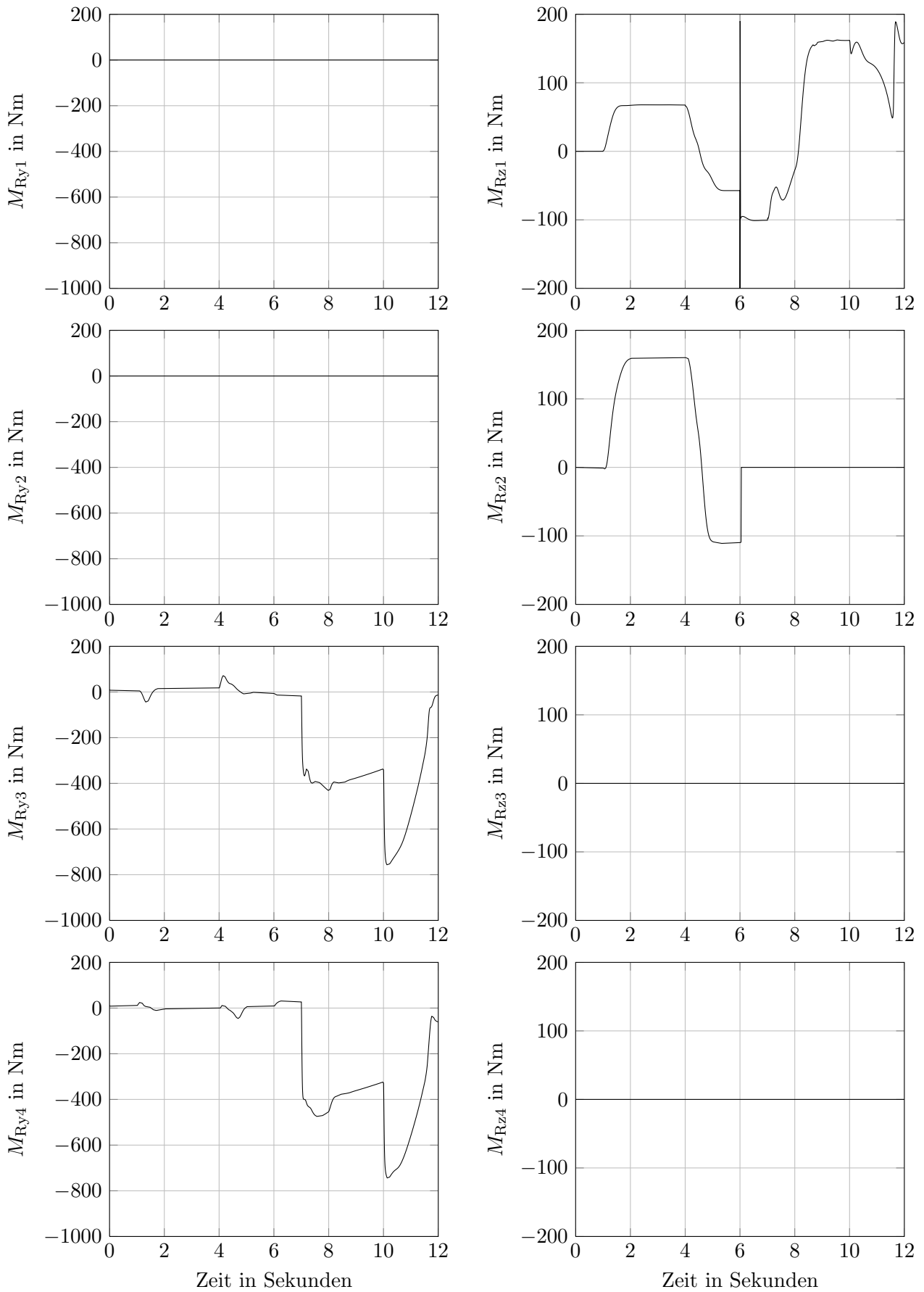


Bild 8.31: Radmomente beim dynamischen Manöver mit blockierender Lenkung

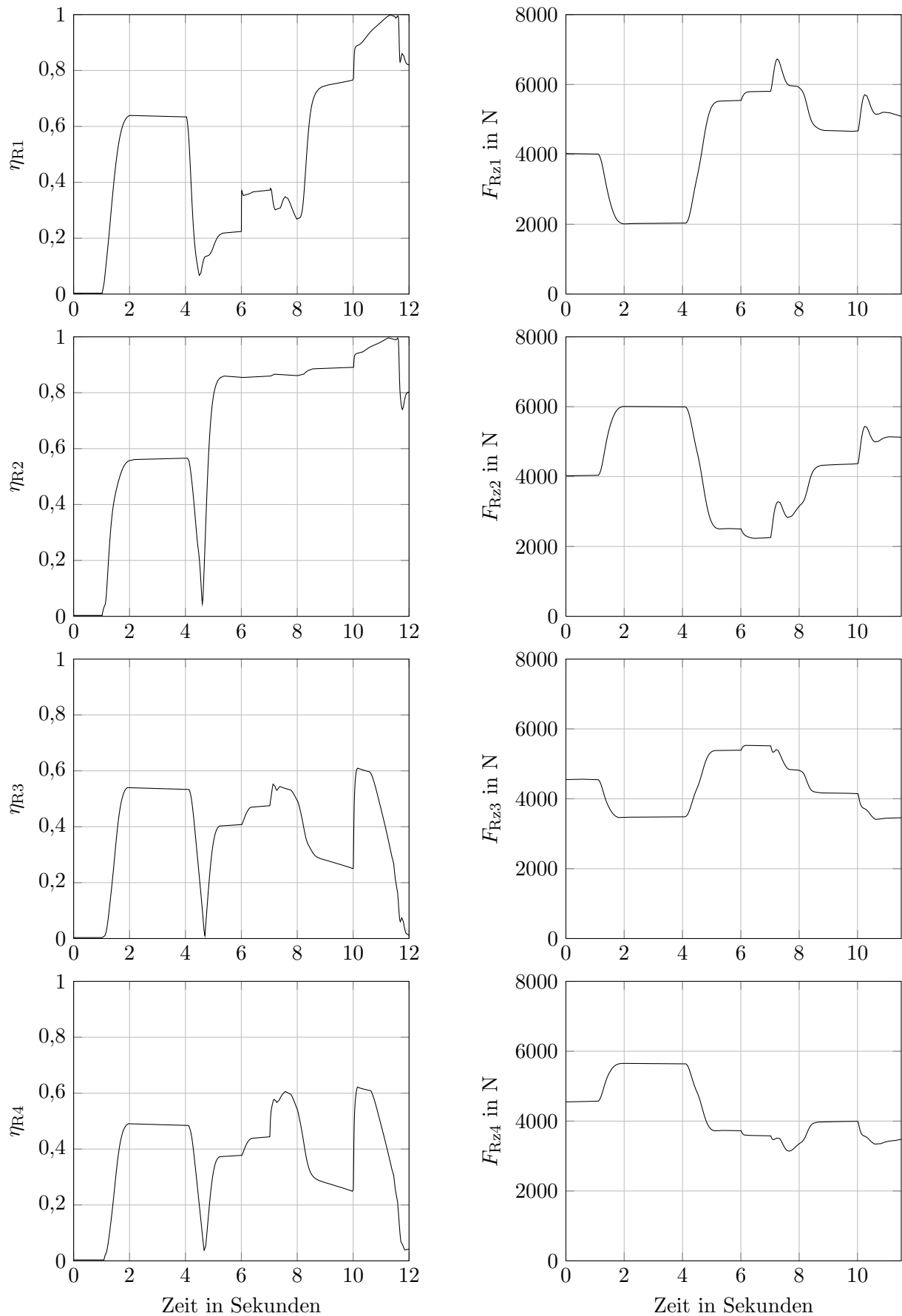


Bild 8.32: Kraftschluss und Radlast beim dynamischen Manöver mit blockierender Lenkung

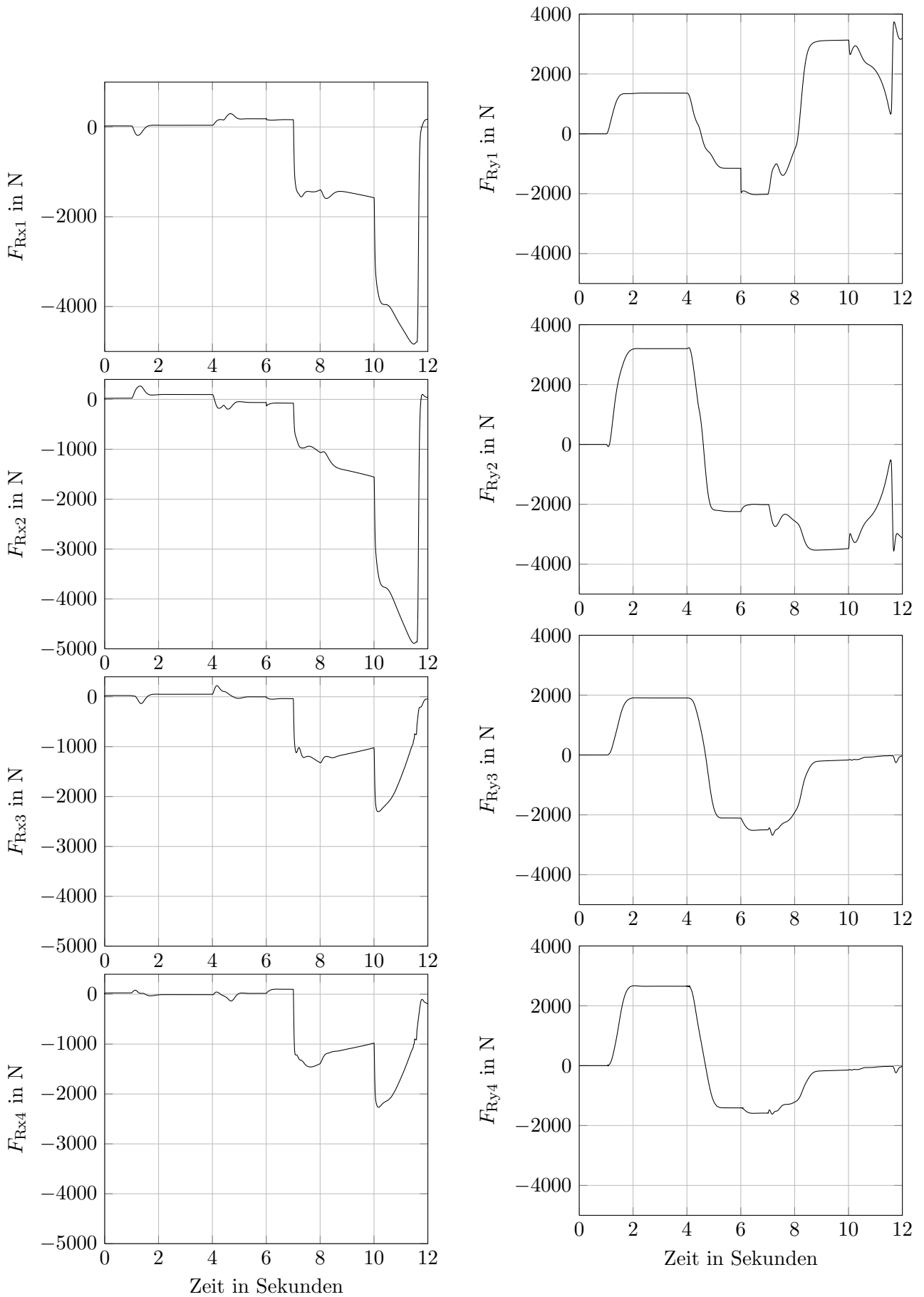


Bild 8.33: Horizontalkräfte beim dynamischen Manöver mit blockierender Lenkung

8.3.4 Blockade einer Lenkung beim Frontantrieb

Im Gegensatz zum Heckantrieb, werden die Trajektorien der Horizontaldynamik in Bild 8.29 sehr genau eingeregelt, da im fehlerfreien Fall kein linearisiertes Reifenmodell genutzt werden muss. Beim gefahrenden Manöver blockiert, wie in Bild 8.35 deutlich wird, in der ersten Kurve der Lenkantrieb am rechten Vorderrad und behält den Lenkwinkel über das ganze Manöver bei. Für die Fehlerbehandlung wird die Drehzahl an diesem Rad mit Hilfe eines linearisierten Reifenmodells so berechnet, dass eine gewünschte Kraft in x -Richtung erzeugt wird. Der im fehlerfreien Fall verbleibende Freiheitsgrad ρ_{h5} wird darauf aufbauend so bestimmt, dass die Kraft in y -Richtung am fehlerbehafteten Rad kompensiert wird. Die Aufschaltung der Fehlerbehandlung erfolgt in diesem Fall sehr glatt, sodass in den Trajektorien der Raddynamik in Bild 8.35 kaum eine Änderung der Trajektorien nach drei Sekunden zu sehen ist. Anhand der Drehmomente in 8.36 wird klar, dass die Trajektorie für die Drehzahl am linken Vorderrad leicht modifiziert wird und dass der Lenkmotor am rechten Vorderrad im Fehlerfall kein Moment mehr liefert bzw. abgeschaltet wird. Beim Bremsen während der Geradeausfahrt wirkt das Gegenlenken auch in diesem Fall unterstützend. Die Kraftschlussausnutzung und die Radlasten in Bild 8.37 weisen dabei keine Besonderheiten auf. Die Horizontalkräfte in Bild 8.38 weisen einen typischen Verlauf für den Frontantrieb auf, da an der Hinterachse keine Kräfte in x -Richtung übertragen werden.

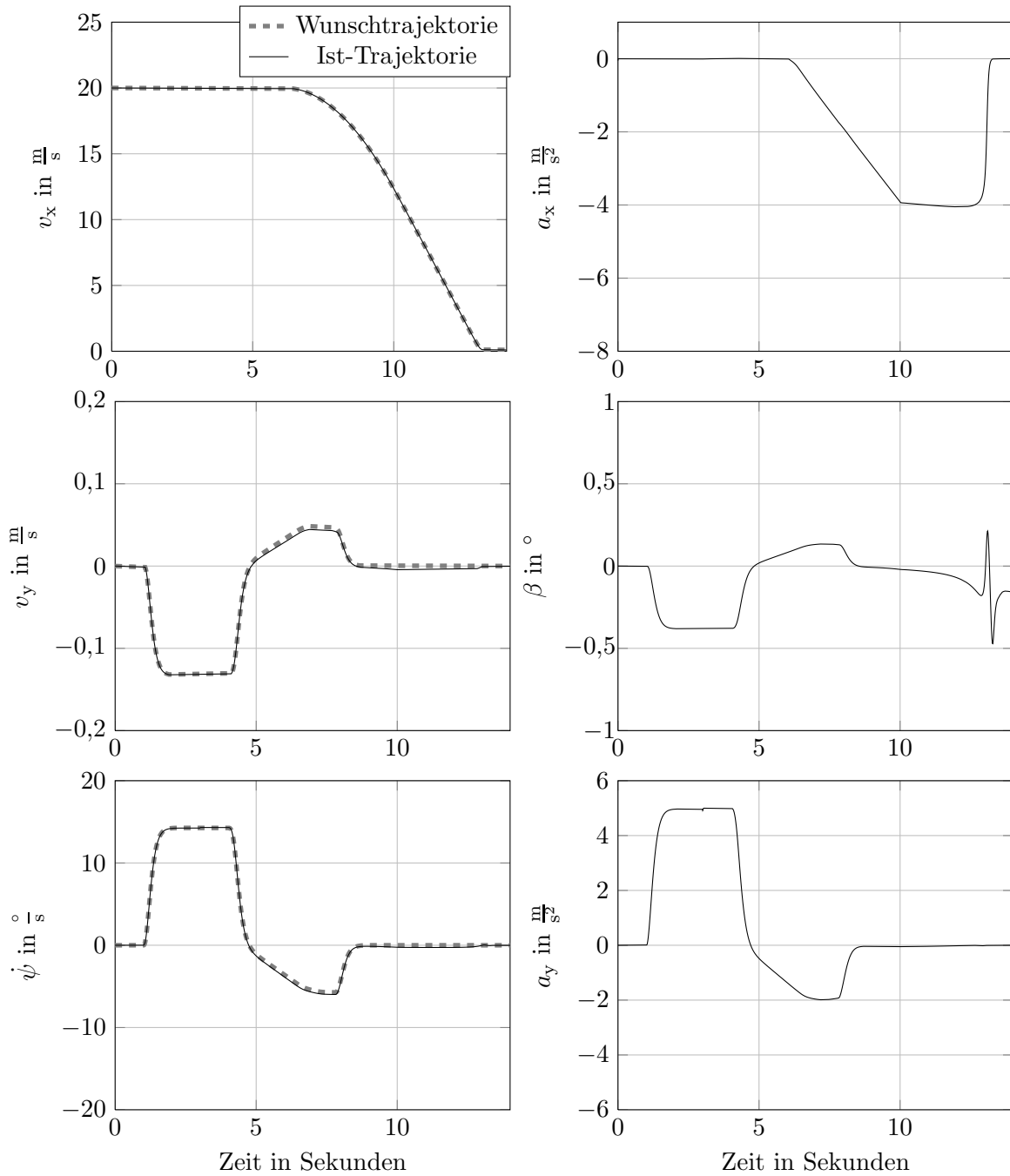


Bild 8.34: Horizontaldynamik beim dynamischen Manöver mit blockierender Lenkung

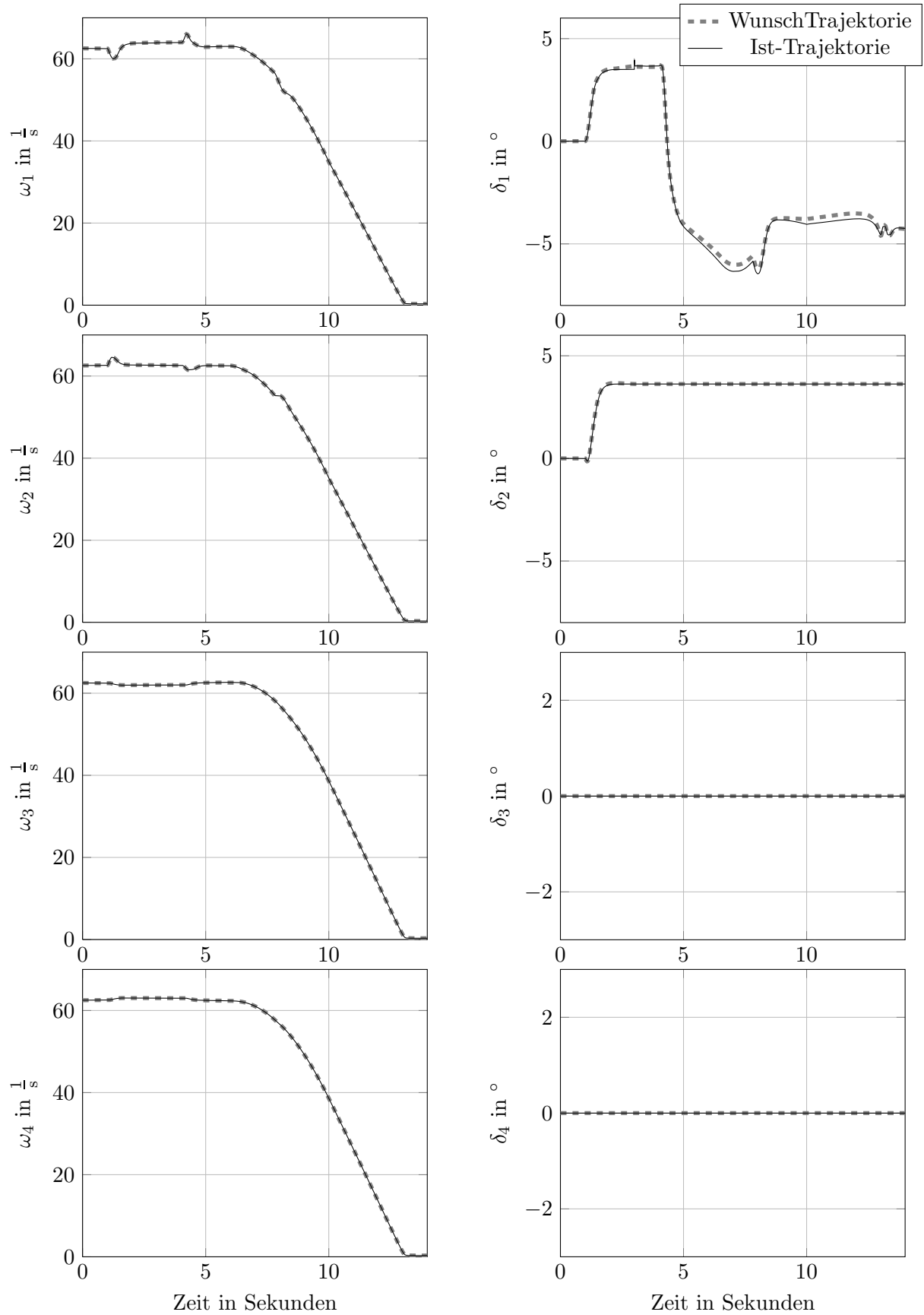


Bild 8.35: Raddynamik beim dynamischen Manöver mit blockierender Lenkung

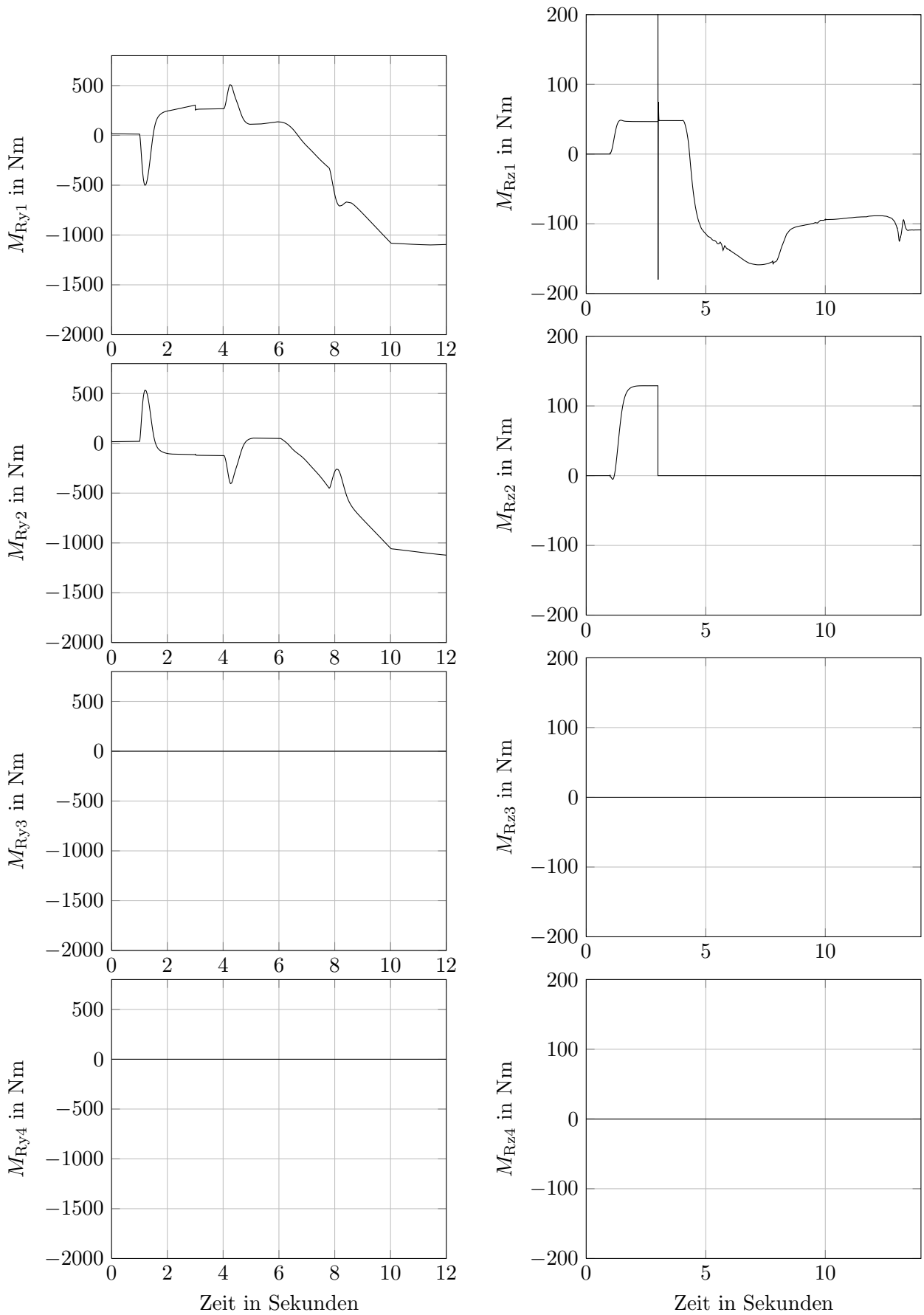


Bild 8.36: Radmomente beim dynamischen Manöver mit blockierender Lenkung

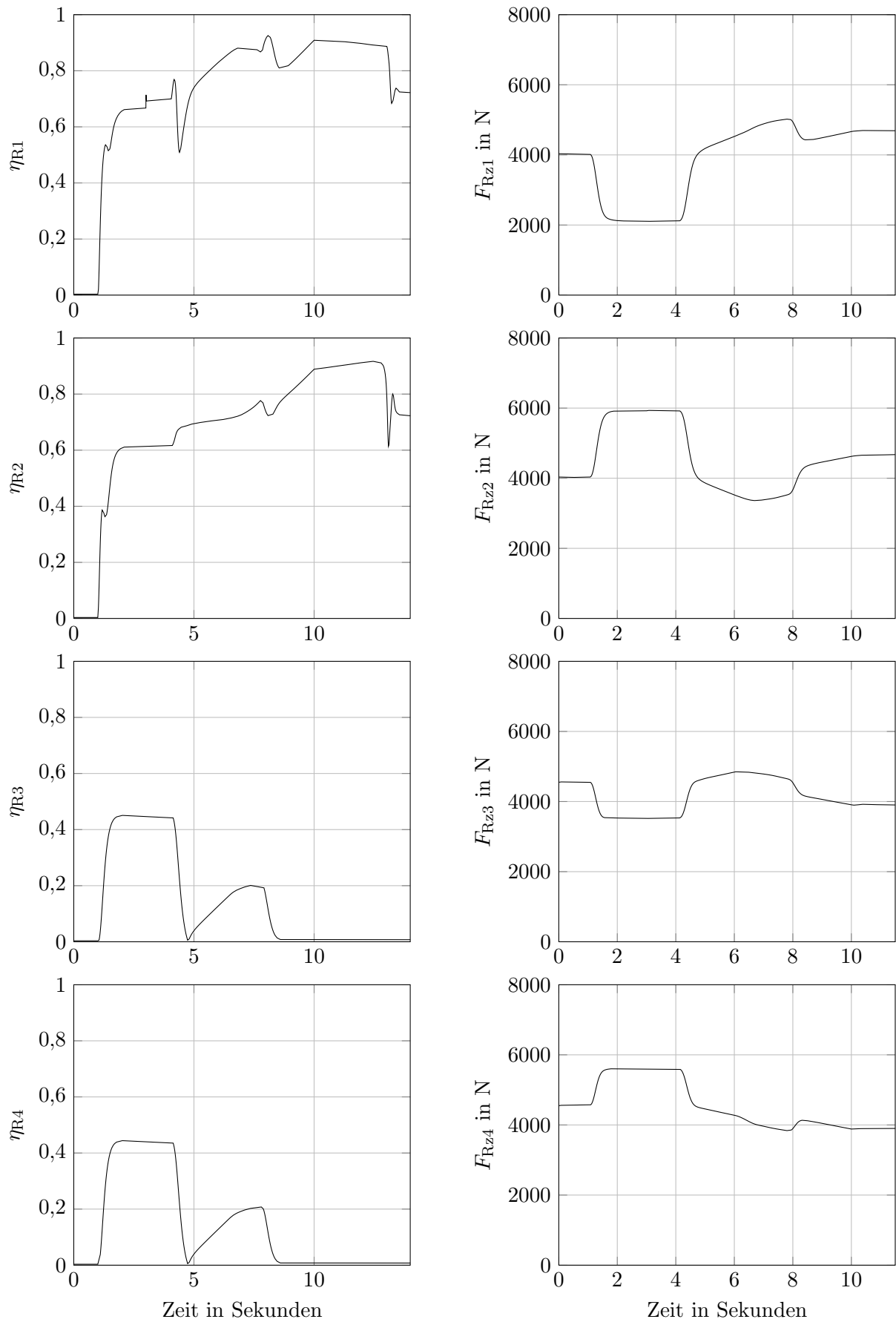


Bild 8.37: Kraftschluss und Radlast beim dynamischen Manöver mit blockierender Lenkung

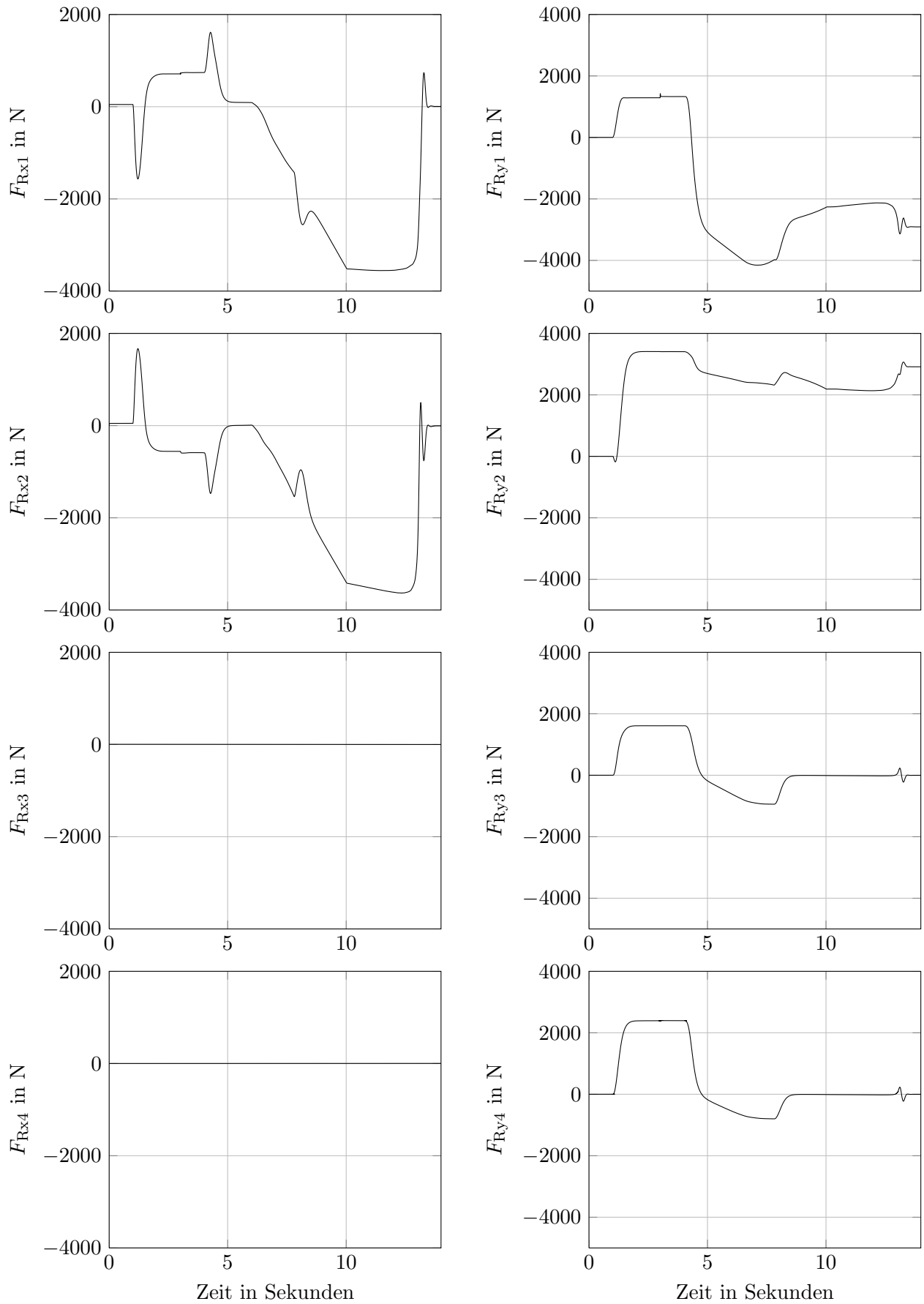


Bild 8.38: Horizontalkräfte beim dynamischen Manöver mit blockierender Lenkung

9 Zusammenfassung und Ausblick

9.1 Beschreibung des entwickelten Entwurfs

Der Schwerpunkt dieser Arbeit lag auf der systemtheoretisch fundierten Entwicklung einer ganzheitlichen Fahrdynamikregelung, die es auf analytische Weise möglich macht, verschiedene Aktorkonfigurationen zu behandeln und mit Hilfe verteilter Redundanz ein fehlertolerantes Regelsystem zu erzeugen. Die dadurch im fehlerfreien Fall entstehenden Freiheitsgrade können das Fahrzeugverhalten verbessern bzw. sicherer machen und sind einfach nutzbar. Beides wurde durch die Entkopplung der Koordinaten der Horizontaldynamik und durch die Bereitstellung der Freiheitsgrade ρ_h^* erreicht. Durch die gezielte Parametrierung der Freiheitsgrade kann die Kraftschlussausnutzung im fehlerfreien Fall homogenisiert werden und im Fehlerfall erfolgt eine Parametrierung zur Kompensation der Wirkung der Fehler. Keine der genutzten Methoden muss dabei auf numerisches Lösen nichtlinearer Gleichungssysteme oder numerische Optimierungsmethoden zurückgreifen. Das Verhalten der Horizontaldynamik kann mit großen Freiheiten entworfen werden, was an verschiedenen Modellen exemplarisch gezeigt wurde. Diese Punkte sind klare Vorteile der ganzheitlichen Betrachtung der Fahrdynamik. Darüber hinaus ermöglicht die ganzheitliche Strukturierung der Regelung in eine Zwei-Freiheitsgradstruktur eine methodische Analyse des Störverhaltens und einen Entwurf unabhängig vom Wunschverhalten, was ebenfalls gezeigt wurde. Dadurch können Unsicherheiten des Reifenmodells wie auch geometrische Unsicherheiten effektiv behandelt werden. Im Allgemeinen ist eine robuste und schnelle Regelung der Raddynamik wichtig, um beispielsweise sehr dynamischen Änderungen von Umgebungseinflüssen, wie μ -Split Situationen oder plötzlich auftretenden Fehlern effektiv begegnen zu können. Gerade die Einzelradaktorik und die Allradkonfiguration erwiesen sich als sehr robust. Diesen Antriebstopologien kann im Rahmen des entwickelten Entwurfs zudem eine uneingeschränkte Fehlertoleranz gegenüber einzelnen oder zweifachen Aktorfehlern bescheinigt werden. Die ebenfalls sehr interessanten Konfigurationen Heck- und Frontantrieb können hingegen nicht als uneingeschränkt fehlertolerant eingestuft werden, da bei beiden Konfigurationen ein Antriebsausfall unter Beibehaltung der Entwurfsfreiheitsgrade nicht kompensiert werden kann.

9.2 Potentiale der X-By-Wire-Struktur mit verteilter Redundanz

Die X-By-Wire Technologie bietet viele neue Möglichkeiten, die aktive und passive Sicherheit von Fahrzeugen zu erhöhen und gleichzeitig den Komfort für den Fahrer zu steigern. Der Wegfall der Lenksäule vermindert Schall- und Vibrationsübertragungswege in den Fahrerraum und erhöht die Crash-Sicherheit enorm. Der eigentliche Nachteil der By-Wire-Technologie, nämlich die notwendige Redundanz, kann durch die gezielte Nutzung zur Rad-

kraftverteilung bei Einzelradaktorik und Allradkonfiguration oder zur Verminderung des Schwimmwinkels in kritischen Situationen bei weniger aktuierten Fahrzeugtopologien genutzt werden. Dazu ist keineswegs eine komplizierte Hinterachskinematik zur Lenkung notwendig. Werden keine aufwendigen, fehlertoleranten Motoren, wie beispielsweise in [88, 89] beschrieben, verwendet, sondern stattdessen unter Nutzung des Konzepts der verteilten Redundanz mehrere kleinere Motoren, sollte es möglich sein, über die höhere Stückzahl Kosten zu sparen. Mit der hier vorgestellten Fehlerbehandlung kann über das Fahrzeugdesign auch der Stromausfall abgefangen werden. Wird der Ansatz zur Dezentralisierung konsequent weitergeführt und auch der Energiespeicher dezentralisiert, kann zumindest für Antrieb, Lenkung und Bremse sicher gestellt werden, dass der Strom nicht überall gleichzeitig ausfällt. An Modulen mit Stromausfall greift dann genau die Fehlerbehandlung für den Lenk- und Antriebsmotorausfall, sodass das Fahrzeug sicher weiter geführt werden kann.

9.3 Ausblick

Die bereitgestellte Struktur zur Regelung der Fahrzeugdynamik bietet viele interessante Anknüpfungspunkte. Die Implementierung des entwickelten Verfahrens in einem geeigneten Versuchsfahrzeug gehört sicher zu den spannendsten Aspekten, wobei kein Fahrzeug mit Einzelradaktorik notwendig ist. Darüber hinaus sind folgende Punkte von großem Interesse:

- Verzicht auf die Rückführung der Fahrzeuggeschwindigkeit.

Ein Hindernis für die Implementierung in heutigen Fahrzeugen ist sicherlich, dass die Regelung auf einer Zustandsrückführung basiert. Der kritischste Punkt ist dabei die Rückführung der Fahrzeuggeschwindigkeiten. Hier können zum einen Beobachterkonzepte in das entwickelte Verfahren integriert werden, wie sie beispielsweise in [104] oder [97] erarbeitet wurden. Auf der anderen Seite zeigen Arbeiten wie [64, 9, 12] oder [21], dass auch an der Nutzung von Sensoren zur Bestimmung der Fahrzeuggeschwindigkeit gearbeitet wird, sei es per GPS oder Radar, welches auch zur Fahrbahnzustandserkennung genutzt werden kann.

Darüber hinaus ermöglicht der Entwurf eine Strukturierung, bei der die Fahrzeuggeschwindigkeiten nicht zurückgeführt werden müssen. Die Folgeregelung der Horizontaldynamik muss dafür natürlich aufgegeben werden, wodurch die Trajektorienplanung nicht mehr abhängig von den aktuellen Fahrzeuggeschwindigkeiten ist. Die Schätzung der Kraft u_h auf den Schwerpunkt kann bis auf den Anteil des Luftwiderstands ohne Geschwindigkeitsinformationen durchgeführt werden. Die Geschwindigkeit des Fahrzeugs kann dafür beispielsweise über die Raddrehzahlen abgeschätzt werden. Mit der Schätzung für u_h kann auch die Regelung für die Raddynamik ohne Geschwindigkeitsinformationen durchgeführt werden. Durch die nichtlineare Dämpfung kann dabei der Einfluss unbekannter realer Radkraftverteilungen weitgehend unterdrückt werden. Die Errechnung der Modellkräfte F_R^M auf Basis der Momentanwerte $y_h, y_v, \dot{y}_v, \omega_i$ und δ_i für die Schätzung von ϵ kann dann auf Basis der Solltrajektorien geschehen.

- Parametrierung der Freiheitsgrade.
Eine analytische Parametrierung der Freiheitsgrade für andere Antriebskonfigurationen ist ein weiterer interessanter Aspekt. Potential liegt außerdem noch in einer genaueren Modellierung der Vertikaldynamik. Fallen Nickpol und Schwerpunkt nicht zusammen und wird die Annahme aufgegeben, dass alle Kräfte horizontal oder senkrecht am Aufbau angreifen, koppeln die Freiheitsgrade ρ_h auch in die Vertikaldynamik ein und können beispielsweise genutzt werden, um Bremsnicken oder Wanken in der Kurve zu vermindern. Die analytische Parametrierung der Freiheitsgrade zur Homogenisierung der Kraftschlussausnutzung auch für kombinierte Manöver wird in [137] untersucht und [87] bietet hier ebenfalls eine Lösung.
- Berücksichtigung der Unsicherheiten bei anderen Antriebskonfigurationen.
Die Schätzung der Kräfte auf den Schwerpunkt und der Reifenkräfte kann auch für andere Konfigurationen unter Nutzung der Parametrierungen für die Freiheitsgrade ρ_h^* im Fehlerfall durchgeführt werden. Diese Parametrierungen hängen jedoch vom Reifenmodell ab, das wiederum unsicherheitsbehaftet ist. Bei alleiniger Nutzung der Wunschfreiheitsgrade, parametrisiert über das Reifenmodell, muss die Radregelung sehr hochwertig sein. Hier könnten im Zusammenhang mit großen Rückführparametern der nichtlinearen Dämpfung akzeptable Ergebnisse erzielt werden. Für eine hohe Regelgüte sollten die unbekannt realen Radkraftverteilungen jedoch geschätzt werden. Bei Voruntersuchungen in [40] wurden dazu ein linearer Störgrößenbeobachter und die Störungsschätzung mit Hilfe von Ableitungsschätzung untersucht.
- Alternative Modellierung der Lenkung für die Regelung.
Durch das physikalisch motivierte Modell zweiter Ordnung der Lenkdynamik, ergeben sich relativ komplizierte und nicht leicht zu handhabende Terme. Eine Modellierung und Identifikation als Subsystem 1.Ordnung, wie in [99] könnte diese Komplexität vermindern. Dabei müsste jedoch untersucht werden, ob ein für alle Reifenmodellparametrierungen gültiges Modell existiert.
- Schätzung der maximal übertragbaren Kräfte am Rad.
Wichtig für die Vorgabe der Wunschtrajektorien ist eine ungefähre Kenntnis der maximal übertragbaren Kraft an den Rädern. Da bei der Vorgabe der Wunschtrajektorien das vorhandene Potential ohnehin nicht vollständig ausgenutzt werden sollte, um der Folgeregelung Potential zu lassen, reicht eine konservative Schätzung. Bei kleinen Schlupfwerten ist die Kraft-Schlupf-Kennlinie näherungsweise linear. Somit kann durch einen Vergleich mit einer Geraden überprüft werden, wann der lineare Bereich verlassen wird, um auf dieser Basis die Sollbeschleunigung zu beschränken.
- Weitere Antriebskonfigurationen und Verkleinern der Entwurfsfreiheiten.
Für eine Konfiguration mit Hinterradlenkung gelten bezüglich Fehlertoleranz prinzipiell die gleichen Aussagen wie beim Allradantrieb. Denkbar wäre hier auch eine Kopplung der Lenkwinkel rechts und links, was aus Sicht der Argumentation in Kapitel 1 und der verteilten Redundanz ebenfalls eine interessante Variante ist. Die Hinterradlenkung

kann in diesem Fall als Redundanz zur Vorderradlenkung interpretiert werden. Hier muss jedoch überprüft werden, ob die Radkräfte in diesem Fall für typische Manöver noch in gewünschter Weise generiert werden können ohne das Kraftschlusspotenzial zu überschreiten. Weiterhin steht in diesem Fall nur noch ein weiterer Freiheitsgrad zur Verfügung. Ein blockierender Antrieb oder ein Ausfall der Vorderachse können damit nicht mehr behandelt werden. Um die maximal nötige Anzahl von Aktoren weiter zu verringern, kann im Fehlerfall die Regelung der Quergeschwindigkeit des Fahrzeugs aufgegeben und als interne Dynamik behandelt werden. Dann muss jedoch für alle möglichen Fälle und Situationen überprüft werden, ob diese interne Dynamik stabil ist. Beispielhaft wurde dies in [51] getestet.

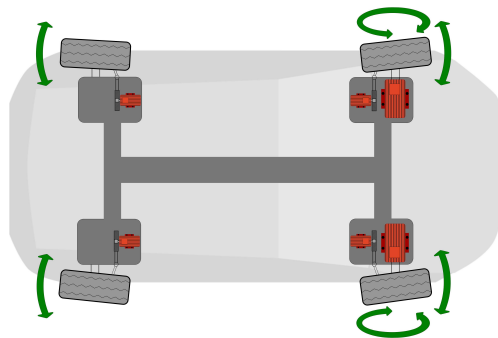


Bild 9.1: Fahrzeug mit Hinterradlenkung

- Analytische Integration weiterer Beschränkungen.
In Kapitel 4.3.2 wurde gezeigt, wie bei dem Entwurf Ungleichungen parametrisiert werden können, um Beschränkungen zu berücksichtigen. Weitere interessante Beschränkungen stellen der Lenkwinkel und das Antriebsmoment dar. Bei beiden kann eine analoge Parametrierung zur Beschränkung der Wunsch-Gierbeschleunigung oder Wunsch-Längsbeschleunigung erfolgen. Die Herleitung eines expliziten Ausdruckes stellt bei der Komplexität der Gleichungen jedoch eine Herausforderung dar, sodass eine numerische Berechnung erfolgen sollte, oder mit Vereinfachungen gearbeitet werden kann.
- Integration einer Reibbremse.
Die in [46] durchgeführten Überlegungen zur analytischen Integration einer Reibbremse über einen Grenzwert des elektrischen Stromes sollten fortgeführt werden, da unter Berücksichtigung realistischer Drehmomentgrenzen für elektrische Maschinen eine Reibbremse für alle Konfigurationen notwendig ist. Die bereits durchgeführte Integration der elektrischen Maschinen in den Entwurf unterstützt diese Maßnahme.
- Fehlerdiagnose und -erkennung.
Ebenfalls einfacher wird der Entwurf einer Fehlerdiagnose und -erkennung durch die bereits durchgeführte Integration der elektrischen Maschinen. Als erste Anhaltspunkte für die Diagnose können die in dieser Arbeit genutzten Zwangsbedingungen für die

verschiedenen Fehlerfälle genutzt werden. Da diese im Betrieb abhängig vom gefahrenen Manöver jedoch auch ohne Fehler zeitweise erfüllt sein können, müssen Messwerte und Kennwerte der Motoren mit einbezogen werden.

A Systemtheoretische Methoden

A.1 Systemdarstellung als Deskriptorsystem

Zur Beschreibung, Analyse und Behandlung dynamischer Vorgänge sind stets mathematische Modelle notwendig. Im Rahmen des Modellierungsprozesses entstehen dabei auf natürlichem Weg zumeist implizite Differentialgleichungssysteme der Form

$$0 = f_{\text{im}}(\dot{x}, x, u), \quad (\text{A.1})$$

$$y = h_{\text{im}}(x, u) \quad (\text{A.2})$$

wobei $x \in \mathbb{R}^n$ die gewählten Koordinaten beschreibt und $u \in \mathbb{R}^p$ die Systemeingänge. Dabei muss x keinesfalls ein Satz generalisierter Koordinaten sein bzw. das System in Minimalform beschreiben. Das äußert sich in einem Rangabfall

$$\text{Rang} \left(\frac{\partial f_{\text{im}}}{\partial \dot{x}} \right) < n \quad (\text{A.3})$$

der n -dimensionalen vektoriellen Abbildung f_{im} bezüglich der zeitlichen Ableitungen von x . Im weiteren Modellierungsprozess muss oft erheblicher Aufwand für die Suche nach einem Satz von Minimalkoordinaten und für die Elimination der redundanten Variablen betrieben werden. In einer großen Anzahl von Fällen existiert jedoch zumindest eine einfach zu findende Transformation auf die semiexplizite Form

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_e(x_1, x_2, u) \\ 0 &= q_e(x_1, x_2, u) \\ y &= h_e(x_1, x_2, u). \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

x_1 beschreibt dabei die differentiellen Variablen und x_2 die nicht differentiell auftretenden algebraischen Variablen. Auf Basis der Form (A.1) bietet sich außerdem eine direkte Linearisierung

$$E\dot{x} = Ax + Bu \quad (\text{A.5})$$

$$y = Cx + Du \quad (\text{A.6})$$

um x_0, u_0 an, wenn eine Ruhelage $0 = f_{\text{im}}(0, x_0, u_0)$ existiert, wobei $\text{Rang}(E) = r < n$ gilt. Die linearisierte Form wurde in [81] ausführlich behandelt und [122] gibt einen guten Überblick über die Modellierung und regelungstechnische Behandlung mechanischer Deskriptorsysteme. In [75] wurde außerdem eine Reihe von Methoden für den nichtlinearen Fall in der Form (A.4) entwickelt. Mit ganz allgemeinen, impliziten Systemen der Form (A.1) beschäftigt sich zum Beispiel [116]. Wichtige Voraussetzung für den Entwurf anhand von Deskriptorsystemen ist immer die Regularität des Deskriptorsystems, wofür folgende Definition gilt.

Definition (reguläre Deskriptorsysteme): Ein Deskriptorsystem der Form

$$\dot{x}_1 = f_e(x_1, x_2, u) \quad (\text{A.7})$$

$$0 = q_e(x_1, x_2, u) \quad (\text{A.8})$$

$$y = h_e(x_1, x_2, u) \quad (\text{A.9})$$

wird regulär genannt, wenn es eine eindeutige Lösung besitzt.

Für lineare Systeme entspricht dies der Forderung von $\det(\lambda E - A) \neq 0$ für fast alle λ . Bei sinnvoll modellierten, technischen Systemen ist diese Voraussetzung zumeist erfüllt. Systemtheoretische Eigenschaften, wie Steuerbarkeit, Beobachtbarkeit, usw. können ebenfalls definiert werden und sind in der angegebenen Literatur zu finden.

Wie in [72] werden in dieser Arbeit die algebraischen Variablen x_2 als virtuelle Eingänge interpretiert und in einem neuen Eingangsvektor $\tilde{u} = [u^T \ x_2^T]^T$ mit den echten Systemeingängen zusammengefasst, was auf die Form

$$\dot{x}_1 = \hat{f}_e(x_1, \tilde{u}) \quad (\text{A.10})$$

$$0 = \tilde{q}_e(x_1, \tilde{u}) \quad (\text{A.11})$$

$$y = \tilde{h}_e(x_1, \tilde{u}) \quad (\text{A.12})$$

führt. Die etwas speziellere Darstellung

$$\dot{x}_1 = \tilde{f}_e(x_1) + \tilde{g}_e(x_1)\tilde{u} \quad (\text{A.13})$$

$$0 = \tilde{q}_e(x_1, \tilde{u}) \quad (\text{A.14})$$

$$y = \tilde{h}_e(x_1, \tilde{u}) \quad (\text{A.15})$$

mit affinem Eingang, deckt noch eine große Menge an technischen Systemen ab.

A.2 Flachheitsbasierter Regelung- und Steuerungsentwurf

In diesem Anhang werden die Begriffe der differentiellen Flachheit und der flachheitsbasierte Reglerentwurf kurz erläutert. Die Ausführungen entsprechen denen aus [4, 32] und [77]. Eine gute Übersicht gibt auch [114]. Der Begriff *Flachheit* wurde im Zusammenhang mit dynamischen Systemen erstmals in einem differential-algebraischen Kontext definiert und wurde auf Grund der Ähnlichkeit zu den “flachen Koordinaten” des Frobenius-Theorems in der Differentialgeometrie gewählt. Diese Sichtweise wurde im Rahmen mehrerer Arbeiten, wie [32] in den differentialgeometrischen Kontext übersetzt. Im differentialgeometrischen Sinne wird ein System

$$\dot{x} = f(x, u), \quad \text{Rang} \left(\frac{\partial f}{\partial u} \right) = \dim(u) = p \quad (\text{A.16})$$

als differentiell flach bezeichnet, wenn es äquivalent zum sogenannten trivialen System

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_j^l &= \xi_j^{l+1} \\ \dot{\xi}_j^{\kappa_j} &= w_j, \quad j = 1, 2, \dots, p; \quad l = 1, 2, \dots, \kappa_j - 1\end{aligned}\tag{A.17}$$

ist. Die Form A.17 wird auch als Brunovský Normalform bezeichnet. Differentiell flache Systeme beschreiben somit eine Äquivalenzklasse. Die Äquivalenzrelation zwischen (A.16) und (A.17) führt dabei auf die allgemein bekannte Definition der Flachheit.

Definition (differentielle Flachheit): Das dynamische System (A.16) ist (differentiell) flach, wenn ein (fiktiver) Ausgang

$$y_f = h_f(x, u, \dot{u}, \dots, u^{(\delta)})\tag{A.18}$$

mit $y_f \in \mathbb{R}^p$ als Funktion von x und einer endlichen Anzahl der Ableitungen von u existiert, der eine differentielle Parametrierung der Zustände

$$x = \Psi_x(y_f, \dot{y}_f, \dots, y_f^{(\kappa-1)})\tag{A.19}$$

und Eingänge

$$u = \Psi_u(y_f, \dot{y}_f, \dots, y_f^{(\kappa)})\tag{A.20}$$

ermöglicht. Zusätzlich darf der Ausgang keine Abhängigkeiten der Form

$$q_f(y_f, \dot{y}_f, \dots, y_f^{(\kappa)}) = 0\tag{A.21}$$

erfüllen, was die differentielle Unabhängigkeit von y_f beschreibt. y_f wird dann flacher Ausgang genannt.

Die Längen der Integratorketten von (A.17) werden durch die verallgemeinerten Steuerbarkeitsindizes κ_j festgelegt. Dabei müssen zwei Fälle unterschieden werden. Wenn $\sum_{j=1}^p \kappa_j = \dim(x)$ gilt, ist das System (A.16) mittels statischer Rückführung zustandslinearisierbar und (A.18) hängt nicht von den Eingängen ab. Zu dieser Art von Systemen gehören beispielsweise alle steuerbaren linearen Systeme. Die Transformation auf Steuerungsnormalform entspricht dabei (A.19) und (A.20) ist durch die Kompensation der Abhängigkeiten an den Anfängen der Integratorketten gegeben, womit jedes lineare, steuerbare System in die Form (A.17) überführt wird. Der flache Ausgang entspricht den Koordinaten an den Enden der Integratorketten. Auch bei flachen Eingrößensystemen gilt immer $\kappa = \dim(x)$.

Die Funktionen (A.19) und (A.20) ermöglichen bei Kenntnis des flachen Ausgangs (A.18) und vorliegenden Wunschtrajektorien $y_f^*(t)$ einen besonders einfachen Regelungs- und Steuerungsentwurf. Denn ist der flache Ausgang bekannt und liegen konsistente Anfangsbedingungen

$$x_0^* = \Psi_x(y_f^*(t_0), \dot{y}_f^*(t_0), \dots, y_f^{(\kappa-1)*}(t_0))\tag{A.22}$$

vor, berechnet sich eine Steuerung zur Realisierung von Wunschtrajektorien $y_f^*(t)$ für den flachen Ausgang einfach durch Einsetzen der Wunschtrajektorie in (A.20) zu

$$u^* = \Psi_u \left(y_f^*(t), \dot{y}_f^*(t), \dots, y_f^{(\kappa)^*}(t) \right). \quad (\text{A.23})$$

Die korrespondierenden Verläufe der Zustände sind durch

$$x^* = \Psi_x \left(y_f^*(t), \dot{y}_f^*(t), \dots, y_f^{(\kappa-1)^*}(t) \right) \quad (\text{A.24})$$

gegeben. Für eine Regelung des Systems zur Trajektorienfolge bieten sich damit zwei Möglichkeiten an.

- Entwurf einer Vorsteuerung auf Basis von (A.23) und Stabilisieren der Trajektorien mit einer Folgeregelung. Dieses Verfahren wird auch *Exact Feedforward Linearisation* genannt und wurde in [43] vorgestellt.
- Transformation des Systems auf Brunovský Normalform und Lösen der Stabilisierungsaufgabe in Brunovský Koordinaten. Dadurch wird das System exakt zustandslinearisiert [62, 91] und die Fehlerdynamik bezüglich der Wunschtrajektorien erhält ebenfalls eine lineare Form und kann mit linearen Methoden stabilisiert werden.

In beiden Fällen kann die Folgeregelung

$$\begin{aligned} v_j &= \dot{\xi}_j^{\kappa_j^*} + \sum_{l=0}^{\kappa_j} d_{j,l} (\xi_j^{l*} - \xi_j^l) + d_{j,I} \int_{t_0}^t \xi_j^{1*} - \xi_j^1 d\tau \\ &= y_{fj}^{(\kappa_j)^*} + \sum_{l=0}^{\kappa_j-1} d_{j,l} \left(y_{fj}^{(l)*} - y_{fj}^{(l)} \right) + d_{j,I} \int_{t_0}^t y_{fj}^* - y_{fj} d\tau \end{aligned}$$

genutzt werden.

Für nichtlineare Mehrgrößensysteme kann jedoch auch $\sum_{j=1}^p \kappa_j > \dim(x)$ gelten. Systeme dieser Art sind immer durch eine spezielle dynamische Rückführung, genannt *endogene Zustandsrückführung* linearisierbar. Endogen, weil die notwendigen Reglerzustände dabei immer durch den flachen Ausgang und eine endliche Anzahl seiner Ableitungen, also durch interne Systemgrößen dargestellt werden kann. Bei Kenntnis des flachen Ausgangs und der verallgemeinerten Steuerbarkeitsindizes kann der Regler zur Transformation auf Brunovský-Normalform bzw. zur exakten Zustandslinearisierung ohne weiteres bestimmt werden. Dazu wird ein dynamischer Regler

$$\begin{aligned} \dot{\zeta} &= r(x, \zeta, w) \\ u &= h_\zeta(x, \zeta, w) \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

der Ordnung $n_\zeta = \sum_{j=1}^p \kappa_j - \dim(x)$ mit dem Reglerzustand ζ und dem neuen Eingang w entworfen. Durch die dynamische Rückführung dürfen sich nun die Steuerbarkeitsindizes

nicht ändern und das System muss den selben flachen Ausgang behalten. Für die Reglerzustände und die neuen Eingänge gelten deshalb die gleichen Bedingungen

$$\begin{aligned}\zeta &= \Psi_\zeta \left(y_f, \dot{y}_f, \dots, y_f^{(\kappa-1)} \right), \\ w &= \Psi_w \left(y_f, \dot{y}_f, \dots, y_f^{(\kappa)} \right),\end{aligned}\tag{A.26}$$

wie für die Zustände x und die ursprünglichen Eingänge u . Zur expliziten Bestimmung der dynamischen Rückführung werden die ursprünglichen Eingangskomponenten um n_ζ Integratoren verlängert. Welche Komponenten verlängert werden müssen, ergibt sich bei bekanntem flachen Ausgang und Steuerbarkeitsindizes konstruktiv durch zeitliches Ableiten der Komponenten des flachen Ausgangs bis zur κ_j -ten Ableitung. Tritt eine Eingangskomponenten vor der κ_j -ten Ableitung explizit auf, wird er um einen Integrator verlängert. Damit ergibt sich auch der sogenannte Brunovský Zustand

$$\begin{aligned}\xi &= \left[\begin{array}{cccc} y_{f1} & \dots & y_{f1}^{(\kappa_1-1)} & \dots & y_{fp} & \dots & y_{fp}^{(\kappa_p-1)} \end{array} \right]^T \\ &= \left[\begin{array}{cccc} h_{f1} & \dots & L_f^{(\kappa_1-1)} h_{f1} & \dots & h_{fp} & \dots & L_f^{(\kappa_p-1)} h_{fp} \end{array} \right]^T.\end{aligned}\tag{A.27}$$

Die Parametrierung

$$w_j = y_{fj}^{(\kappa_j)}, \quad j = 1, \dots, p\tag{A.28}$$

kann direkt aus (A.17) abgelesen werden.

Im Allgemeinen sind die Steuerbarkeitsindizes jedoch unbekannt, sodass die Strecke formal um unendlich lange Integratorketten erweitert wird. Für eine exakte mathematische Beschreibung flacher Systeme sind deshalb weitere mathematische Konzepte, wie unendlich dimensionale Mannigfaltigkeiten nötig. Damit müssen auch Abbildungen, Rückführungen, Lie-Ableitungen, etc. neu definiert werden. Für diese kurze Übersicht sind die in [4, 32, 77] zu findenden Betrachtungen zu umfangreich. Für den zeitvarianten Fall und für eine zusätzliche Transformation der Zeitvariable t zur Definition der sogenannten *Orbital-Flachheit* werden außerdem Lie-Bäcklund-Isomorphismen benötigt, die in diesem Fall eine Verallgemeinerung von Diffeomorphismen beschreiben.

Ist außerdem der flache Ausgang unbekannt ergibt sich das Problem einer systematischen Überprüfung der Flachheitseigenschaft und der Konstruktion eines flachen Ausgangs. Dies ist ein hoch aktuelles und nicht allgemein gelöstes Forschungsthema. Es existieren Lösungen für spezielle Systeme [82, 83]. Neueste Ansätze nutzen Differentialformen [117] und Polynommatrizen [5, 77].

Eine alternative geometrische Methode zur Trajektorienfolgeregelung ohne einen flachen Ausgangs ist die Folgeregelung auf Basis der nichtlinearen Entkopplung oder Eingangs-Ausgangs-Linearisierung. Bei der Nutzung dieser Methodik muss jedoch die verbleibende interne Dynamik mit Koordinaten parametrisiert werden und die Trajektorien müssen auf Stabilität geprüft werden.

A.2.1 Folgeregelung für Deskriptorsysteme auf Basis differentieller Parametrierungen

Da das Auffinden eines unbekanntes flachen Ausgangs oder auch das Parametrieren einer internen Dynamik keineswegs triviale Aufgaben sind, bietet ein Folgereglentwurf auf Basis der Systemdarstellung als Deskriptorsystem noch eine weitere Alternative. In [4] wurde kurz besprochen, wie mit Hilfe fiktiver Eingänge differentielle Parametrierungen auch für nicht flache Systeme hergeleitet werden können und dass es somit immer möglich ist, die dynamischen Gleichungen des betrachteten Systems in eine Darstellung mit maximaler Differenzordnung zu überführen. Für die Wahl der fiktiven Eingänge bestehen dabei bis auf die Unabhängigkeit keine Einschränkungen und die Anzahl ist prinzipiell ebenfalls beliebig.

Für mechatronische Systeme ergibt sich eine intuitivere Möglichkeit, Systemdarstellungen zu erzeugen, die vorteilhaft für einen Reglerentwurf sind. Anstatt beliebiger fiktiver Eingänge bietet sich bei mechatronischen Systemen die Nutzung von Zwangskräften an, um für die Dynamik die Struktur

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_j^l &= \xi_j^{l+1} \\ \dot{\xi}_j^{\kappa_j} &= \alpha_j (\bar{\xi}_1^{\kappa_1-1}, \dots, \bar{\xi}_p^{\kappa_p-1}) + \beta_j^T (\bar{\xi}_1^{\kappa_1-1}, \dots, \bar{\xi}_p^{\kappa_p-1}) u \\ 0 &= q (\bar{\xi}_1^{\kappa_1-1}, \dots, \bar{\xi}_p^{\kappa_p-1}, u)\end{aligned}\tag{A.29}$$

$$\bar{\xi}_j^{\kappa_j} = (\xi_j^1, \xi_j^2, \dots, \xi_j^{\kappa_j}), \quad u = [u_r^T \quad u_z^T]^T$$

$$j = 1, 2, \dots, p; \quad l = 1, 2, \dots, \kappa_j - 1$$

mit

$$\bar{\xi}_i^{\kappa_i-1} = (\xi_i^1, \xi_i^2, \dots, \xi_i^{\kappa_i-1}).\tag{A.30}$$

zu erzeugen. Der Vektor u beinhaltet dabei alle p_r realen Stellgrößen und p_z Zwangskräfte und es gilt $p_r + p_z = p$. Außerdem wird der Vektor $\xi^\kappa = [\xi_1^{\kappa_1} \dots \xi_j^{\kappa_j} \dots \xi_p^{\kappa_p}]^T$ zur Abkürzung eingeführt.

Ziel der Nutzung der Zwangsbedingungen ist es, eine Eingangs-Ausgangs-Darstellung mit maximaler Differenzordnung zu erzeugen und darüber hinaus ein System mit

$$\text{Rang} \begin{bmatrix} \beta_1 (\bar{\xi}_1^{\kappa_1-1}, \dots, \bar{\xi}_p^{\kappa_p-1}) \\ \vdots \\ \beta_p (\bar{\xi}_1^{\kappa_1-1}, \dots, \bar{\xi}_p^{\kappa_p-1}) \end{bmatrix} = p,\tag{A.31}$$

also einem relativen Grad in der betrachteten Umgebung zu erhalten.

Das bedeutet, die Zwangskräfte müssen unabhängig sein. Außerdem müssen die echten Stellgrößen unabhängig wirken können. Diese Annahmen sind bei sinnvoll modellierten, technischen Systemen immer erfüllt. Die Zwangsbedingungen können allgemein nichtlinear

von den gewählten Koordinaten bis zu deren $\kappa_i - 1$ -ten Ableitung und von den Stellgrößen sowie Zwangskräften abhängen. Bei mechanischen Systemen entspricht die Methode aus [4] der ausschließlichen Nutzung von Kraftzwangsbedingungen. Die Nutzung von holonomen und nicht-holonomen Zwangsbedingungen führt hier auf andere Strukturen, da die Zwangskraft nicht explizit in der Zwangsbedingung vorkommt. Die fiktiven Eingänge müssen bei mechanischen Deskriptorsystemen nicht nachträglich und künstlich eingefügt werden, sondern ergeben sich im Modellierungsprozess, wodurch auch die unter Umständen komplizierte Überführung des Systems in Minimalkoordinaten entfällt.

Gelingt es nicht, die Systemgleichungen in der Form (A.29) zu modellieren, kann das mehrere Gründe haben. Zum einen kann es vorkommen, dass weniger Zwangs- und Stellgrößen als Integratorketten vorhanden sind, und es gilt

$$\text{Rang}(\beta) = \dim(u) = r < p.$$

Dies ist ein direkter Hinweis auf einen nicht aktuierten mechanischen Freiheitsgrad, muss aber noch nicht bedeuten, dass das Gesamtsystem nicht flach ist. Unter welchen Umständen dieser Fall eintritt, stellt eine interessante Forschungsfrage dar. β soll bezüglich der Stellgrößen immer noch Höchststrang besitzen. In diesem Fall kann eine einfache Koordinatenpermutation

$$\left(\tilde{\xi}_1, \dots, \tilde{\xi}_r, \tilde{\xi}_{r+1}, \dots, \tilde{\xi}_p \right) = \left(\zeta_1, \dots, \zeta_r, \eta_1, \dots, \eta_{p-r} \right)$$

durchgeführt werden, so dass ein Teil der Systemdarstellung die Form

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_j^l &= \zeta_j^{l+1} \\ \dot{\zeta}_j^{\tilde{\kappa}_j} &= \tilde{\alpha}_j \left(\bar{\zeta}_1^{\tilde{\kappa}_1-1}, \dots, \bar{\zeta}_r^{\tilde{\kappa}_r-1}, \bar{\eta}_1^{\tilde{\kappa}_{r+1}-1}, \dots, \bar{\eta}_{p-r}^{\tilde{\kappa}_p-1} \right) + \tilde{\beta}_j^T \left(\bar{\zeta}_1^{\tilde{\kappa}_1-1}, \dots, \bar{\zeta}_r^{\tilde{\kappa}_r-1}, \bar{\eta}_1^{\tilde{\kappa}_{r+1}-1}, \dots, \bar{\eta}_{p-r}^{\tilde{\kappa}_p-1} \right) u \\ j &= 1, 2, \dots, r; \quad l = 1, 2, \dots, \kappa_j - 1 \\ &\text{mit } \text{Rang}(\tilde{\beta}) = r \end{aligned} \tag{A.32}$$

erhält. Dabei ist es immer möglich eine Permutation zu finden, für die ein quadratisches $\tilde{\beta}$ entsteht, dass in einer gewissen Umgebung regulär ist. $\tilde{\kappa}$ entspricht dabei dem entsprechend der Koordinaten permutierten ursprünglichen κ . Bei der Koordinatenwahl muss darauf geachtet werden, dass die Koordinaten, an denen das primäre Regelziel definiert ist, im ζ -Vektor enthalten sind. Die Differentialgleichungen für die η -Koordinaten, in denen auch der Eingangsvektor vorkommen kann, ergeben sich zu

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_m^l &= \eta_m^{l+1} \\ \dot{\eta}_m^{\tilde{\kappa}_r+m} &= \gamma_{1m} \left(\bar{\zeta}_1^{\tilde{\kappa}_1-1}, \dots, \bar{\zeta}_r^{\tilde{\kappa}_r-1}, \bar{\eta}_1^{\tilde{\kappa}_{r+1}-1}, \dots, \bar{\eta}_{p-r}^{\tilde{\kappa}_p-1} \right) + \gamma_{2m} \left(\bar{\zeta}_1^{\tilde{\kappa}_1-1}, \dots, \bar{\zeta}_r^{\tilde{\kappa}_r-1}, \bar{\eta}_1^{\tilde{\kappa}_{r+1}-1}, \dots, \bar{\eta}_{p-r}^{\tilde{\kappa}_p-1} \right) u \\ m &= 1, \dots, p - r; \quad l = 1, 2, \dots, \tilde{\kappa}_{r+m} - 1 \end{aligned} \tag{A.33}$$

und die Zwangsbedingungen werden zu

$$0 = \tilde{q} \left(\bar{\zeta}_1^{\tilde{\kappa}_1-1}, \dots, \bar{\zeta}_r^{\tilde{\kappa}_r-1}, \bar{\eta}_1^{\tilde{\kappa}_{r+1}-1}, \dots, \bar{\eta}_{p-r}^{\tilde{\kappa}_p-1}, u \right). \tag{A.34}$$

Damit wurden die Systemgleichungen aufgeteilt in einen Anteil, in den die Stell- und Zwangsgrößen mit Maximalrang eingehen und in einen Teil in dem die Stellgrößen singulär oder unter Umständen gar nicht auftreten. Das Ziel dabei ist, in der Dynamik einen Systemanteil (A.32) vorliegen zu haben, der über die Stell- und Zwangsgrößen beliebig veränderbar ist. Der Restdynamikanteil (A.33) ist dann nicht mehr explizit beeinflussbar. Der Fall, dass β bezüglich der Stellgrößen Rangabfall besitzt, wurde nicht untersucht. Diesem Fall kann jedoch mit einer veränderten Wahl der Koordinaten oder einem möglichen dynamischen Reglerentwurf begegnet werden.

Gelingt die Modellierung in der Form (A.29), ist der Reglerentwurf sehr schnell und einfach durchgeführt. Da β regulär ist, kann der dynamische Anteil des Deskriptorsystems mit Hilfe des Rückführgesetzes

$$u = \beta^{-1}(\alpha + v) \quad (\text{A.35})$$

in die Brunovský-Normalform

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_j^l &= \xi_j^{l+1} \\ \dot{\xi}_i^{\kappa_j} &= v_j \\ j &= 1, 2, \dots, p; \quad l = 1, 2, \dots, \kappa_j - 1 \end{aligned} \quad (\text{A.36})$$

überführt werden. Durch die Nutzung von Zwangsgrößen als fiktive Eingänge kann oft direkt und ohne Koordinatentransformation eine Systembeschreibung gefunden werden, die einen einfachen Reglerentwurf ermöglicht. Denn in der Brunovský-Normalform lässt sich nun bekanntlich direkt eine Folgeregelung

$$v_j = \xi_j^{\kappa_j^*} + \sum_{l=0}^{\kappa_j-1} d_{j,l} (\xi_j^{l*} - \xi_j^l) - d_{j,I} \int_{t_0}^t \xi_j^{1*} - \xi_j^1 d\tau$$

implementieren, die Größen ξ_i^{1*} und deren Ableitungen können dabei als Solltrajektorien vorgegeben werden.

Gelingt die Modellierung in Normalform nicht und es ergibt sich eine Struktur wie in (A.33), ist auch ein unmittelbarer Entwurf für die ζ -Koordinaten möglich, denn das $\tilde{\beta}$ ist regulär. Somit kann eine Rückführung

$$u = \tilde{\beta}^{-1}(-\tilde{\alpha} + \tilde{v})$$

und die Folgeregelung

$$\tilde{v}_j = \zeta_j^{\tilde{\kappa}_j^*} + \sum_{l=0}^{\tilde{\kappa}_j-1} d_{j,l} (\zeta_j^{l*} - \zeta_j^l) - d_{j,I} \int_{t_0}^t \zeta_j^{1*} - \zeta_j^1 d\tau$$

entworfen werden. Die η -Koordinaten bleiben so unberücksichtigt und können nicht direkt beeinflusst werden. Falls in der η -Dynamik noch die Stellgröße auftaucht, kann diese durch die Parametrierung

$$u = \tilde{\beta}^{-1}(-\tilde{\alpha} + \zeta^{\tilde{\kappa}+1})$$

ersetzt werden. Diese Parametrierung kann in die Gleichungen für die η -Koordinaten eingesetzt werden, woraus die Gesamtsystemdarstellung

$$\begin{aligned}
\dot{\zeta}_j^l &= \zeta_j^{l+1} \\
\dot{\zeta}_j^{\tilde{\kappa}_j} &= \tilde{v}_j \\
\dot{\eta}_m^{\tilde{\kappa}_r+m} &= \tilde{\gamma}_m \left(\bar{\zeta}_1^{\tilde{\kappa}_1+1}, \dots, \bar{\zeta}_r^{\tilde{\kappa}_r+1}, \bar{\eta}_1^{\tilde{\kappa}_{r+1}-1}, \dots, \bar{\eta}_{p-r}^{\tilde{\kappa}_{p-1}} \right) \\
0 &= \tilde{q} \left(\bar{\zeta}_1^{\tilde{\kappa}_1-1}, \dots, \bar{\zeta}_r^{\tilde{\kappa}_r-1}, \bar{\eta}_1^{\tilde{\kappa}_{r+1}-1}, \dots, \bar{\eta}_{p-r}^{\tilde{\kappa}_{p-1}}, u \right) \\
j &= 1, 2, \dots, r; \quad l = 1, 2, \dots, \kappa_j - 1; \quad m = 1, \dots, p - r
\end{aligned} \tag{A.37}$$

resultiert. Die η -Koordinaten beschreiben nun eine interne Dynamik, die durch die ζ -Koordinaten und deren Ableitung bis zur $\tilde{\kappa}_i$ -ten Ordnung angeregt werden. Damit wurde in den vorliegenden Koordinaten eine Parametrierung der internen Dynamik hergeleitet, basierend auf einer einfachen Permutation der Koordinaten. Das Arbeiten mit einer internen Dynamik kann wesentlich intuitiver sein, als in abstrakte Koordinaten zu wechseln um eine Normalform zu erhalten. Die Zwangsbedingungen und die interne Dynamik müssen im Folgenden bei der Vorgabe der Trajektorien berücksichtigt werden. Um die Abhängigkeiten in den Trajektorien zu spezifizieren, wird die Parametrierung der Stellgröße

$$u = \beta^{-1} (-\alpha + \xi^{\kappa+1}), \tag{A.38}$$

zuerst für den Fall, dass eine Steuerungsnormalform erzeugt werden konnte, in die Zwangsbedingungen eingesetzt, woraus sich kompakt geschrieben

$$0 = q \left(\bar{\xi}_1^{\kappa_1+1}, \dots, \bar{\xi}_p^{\kappa_p+1} \right) \tag{A.39}$$

ergibt. Gleichung (A.39) beschreibt ganz allgemein ein implizites Differentialgleichungssystem, das die Trajektorien der involvierten Koordinaten erfüllen müssen. Dieses Differentialgleichungssystem ist unterbestimmt, d.h. es existieren mehr unabhängige Variablen als Gleichungen. Wie die Gleichung gelöst werden kann, soll im Folgenden untersucht werden. Die Anzahl der Differentialgleichungen entspricht der Anzahl z der Zwangsgrößen bzw. Zwangsbedingungen und es existieren $p = z + r$ differenzielle Variablen. Unter Umständen gibt es also r Koordinaten, die frei gewählt werden können. Dann existiert ein Satz von Koordinaten $(\varsigma, \lambda) = (\hat{\xi}_1, \dots, \hat{\xi}_z, \hat{\xi}_{z+1}, \dots, \hat{\xi}_p)$, für den

$$\text{Rang} \left(\frac{\partial \hat{q}}{\partial \varsigma^{\hat{\kappa}}} \right) = \dim(\hat{q}) = z \tag{A.40}$$

gilt und es gibt nach dem Satz über implizite Funktionen zumindest lokal eine Darstellung

$$\varsigma^{\hat{\kappa}} = \hat{q}^{-1} \left(\bar{\zeta}_1^{\hat{\kappa}_1-1}, \dots, \bar{\zeta}_z^{\hat{\kappa}_z-1}, \bar{\lambda}_1^{\hat{\kappa}_{z+1}}, \dots, \bar{\lambda}_{p-z}^{\hat{\kappa}_p} \right), \tag{A.41}$$

mit der die Koordinaten ς aus einer unabhängigen Vorgabe der λ -Koordinaten berechnet werden können, wenn (A.41) stabil ist. Um die Durchführbarkeit des Gesamtentwurfes zu gewährleisten, muss ein geeigneter Koordinatensatz existieren, und die entstehende explizite Differentialgleichung muss stabil sein. Unter welchen Bedingungen diese Voraussetzungen erfüllt sind und wie damit differentielle Flachheit für ein Deskriptorsystem nachgewiesen werden kann, stellen sehr interessante Fragestellungen für weiterführende Arbeiten dar.

A.2.2 Holonome mechanische Systeme

Bei holonomen mechanischen Systemen ergeben sich die Zusammenhänge auf besonders anschauliche einfache Weise. Wenn die Modellierung in Steuerungsnormalform nur mit holonomen Zwangsbedingungen gelingt, kann niemals eine interne Dynamik entstehen, so dass durch einfache Ranguntersuchungen der Zwangsbedingungen immer untersucht werden kann, ob ein flacher Ausgang existiert. Dann existieren Koordinaten, so dass

$$\begin{aligned} (\tilde{\xi}_1, \dots, \tilde{\xi}_r, \tilde{\xi}_{r+1}, \dots, \tilde{\xi}_p) &= (\varphi \quad \nu) \\ \text{Rang} \left(\frac{\partial q(\varphi_1, \dots, \varphi_r, \nu_1, \dots, \nu_{p-r})}{\partial \nu} \right) &= p - r. \end{aligned} \quad (\text{A.42})$$

Dass φ ein flacher Ausgang ist, lässt sich auf einfache Weise begründen. Wenn (A.42) gilt, lassen sich die Zwangsbedingungen gemäß dem impliziten Funktionen Theorem zumindest lokal als

$$\nu = \tilde{q}^{-1}(\varphi_1, \dots, \varphi_r) \quad (\text{A.43})$$

darstellen. Somit lassen sich alle Koordinaten mit Hilfe von φ parametrieren und durch die vorliegende Steuerungsnormalform lassen sich somit auch alle Stellgrößen und Zwangskräfte parametrieren. Da es $p - r$ Zwangsbedingungen und Zwangskräfte gibt, stimmt auch die Dimension mit den echten Stellgrößen überein.

A.3 Nichtlineare Dämpfung

A.3.1 Stabilität

Als Basis der nichtlinearen Dämpfung dient die nichtlineare Stabilitätstheorie nach Ljapunov, die deshalb hier kurz erläutert wird. Ausführliche Betrachtungen sind in [67, 74, 115] oder auch [1] zu finden. Zur Definition der Stabilitätseigenschaften werden allgemein die Lösungen $x(t, t_0, x_0)$ des dynamischen Systems

$$\dot{x} = f(x, t) \quad (\text{A.44})$$

betrachtet, wobei $x \in \mathbb{R}^n$ gilt und $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^n$ stückweise stetig in t und lokal Lipschitz in x ist. Die Lösungen von (A.44) heißen dann

- beschränkt, wenn eine Konstante $B(t_0, x_0)$ existiert, sodass

$$|x(t, t_0, x_0)| < B(x_0, t_0), \quad \forall t \geq t_0; \quad (\text{A.45})$$

- stabil, wenn für jedes $\epsilon > 0$ ein $\delta(\epsilon, t_0) > 0$ existiert, sodass

$$|\tilde{x}_0 - x_0| < \delta \Rightarrow |x(t, t_0, \tilde{x}_0) - x(t, t_0, x_0)| < \epsilon, \quad \forall t \geq t_0; \quad (\text{A.46})$$

- attraktiv, wenn ein $r(t_0) > 0$ existiert und für jedes $\epsilon > 0$ ein $T(\epsilon, t_0) > 0$ existiert, sodass

$$|\tilde{x}_0 - x_0| < r \Rightarrow |x(t, t, \tilde{x}_0) - x(t, t_0, x_0)| < \epsilon, \quad \forall t \geq t_0 + T; \quad (\text{A.47})$$

- asymptotisch stabil, wenn sie stabil und attraktiv sind;
- instabil, wenn sie nicht stabil sind.

Sind diese Aussagen unabhängig von t_0 oder ist das System zeitinvariant, werden sie uniform genannt. Analog dazu lassen sich Eigenschaften von Ruhelagen x_r , $f(x_r, t) \equiv 0$ definieren.

Definition (Stabilität im Sinne von Ljapunov): Eine Ruhelage x_r für das dynamische System $\dot{x} = f(x, t)$ wird stabil im Sinne von Ljapunov genannt, wenn für alle $t \geq 0$ und $\epsilon > 0$ ein $\delta(t_0, \epsilon)$ existiert, sodass

$$|x_0 - x_r| < \delta(t_0, \epsilon) \Rightarrow |x(t) - x_r| < \epsilon \quad \forall t \geq t_0 \quad (\text{A.48})$$

Die sogenannte *direkte Methode nach Ljapunov* bewahrt dabei davor, die Lösungen von (A.44) für eine Stabilitätsanalyse explizit ausrechnen zu müssen. Durch diese Methode werden die Stabilitätseigenschaften von Lösungen und Ruhelagen mit Hilfe einer radial unbeschränkten, positiv definiten Funktion $V(x)$ bestimmt. Um außerdem Aussagen über das Konvergenzverhalten zu bekommen wird zusätzlich eine einfach händelbare Vergleichsfunktion $W(x)$ für das folgende Theorem genutzt.

Theorem (LaSalle-Yoshizawa): Sei $x = 0$ eine Ruhelage von (A.44) und sei $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$ eine stetig differenzierbare, positiv definite und radial unbeschränkte Funktion $V(x)$, sodass

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial x}(x)f(x, t) \leq -W(x) \leq 0, \quad \forall t \geq 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}^n, \quad (\text{A.49})$$

wobei W eine stetige Funktion ist. Dann sind alle Lösungen von (A.44) global uniform beschränkt und erfüllen

$$\lim_{t \rightarrow \infty} W(x(t)) = 0. \quad (\text{A.50})$$

Ist $W(x)$ zusätzlich positiv definit, ist die Ruhelage $x = 0$ global uniform asymptotisch stabil.

Weiterhin von Bedeutung sind sogenannte *invariante Mengen*. Eine Menge M wird invariant genannt, wenn eine Lösung von $\dot{x} = f(x)$ zum Zeitpunkt t_0 zu M gehört und auch zu jedem anderen Zeitpunkt t_1 in M verbleibt. Eine Menge wird auch positiv invariant genannt, wenn dies nur für zukünftige Zeiten $t_1 > t_0$ gilt. Auf invariante Mengen bezieht sich das folgende

Theorem (LaSalle):

Sei Ω eine positiv invariante Menge von $\dot{x} = f(x)$ und sei $V : \Omega \rightarrow \mathbb{R}_+$ eine stetig differenzierbare Funktion $V(x)$, sodass $\dot{V}(x) \leq 0, \forall x \in \Omega$. Dabei sei außerdem $E = \{x \in \Omega | \dot{V}(x) = 0\}$ und sei M die größte invariante Menge in E . Dann konvergieren in Ω beginnende, beschränkte Lösungen $x(t)$ nach M für $t \rightarrow \infty$.

Wichtig ist das daraus folgende

Korollar (Asymptotische Stabilität): Sei $x = 0$ die einzige Ruhelage von $\dot{x} = f(x)$. Sei $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$ eine stetig differenzierbare, positiv definite und radial unbeschränkte Funktion, sodass $\dot{V}(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}^n$. Sei $E = \{x \in \mathbb{R}^n | \dot{V}(x) = 0\}$ und sei angenommen, dass keine andere Lösung als $x \equiv 0$ für alle Zeit in E verbleiben kann. Dann ist die Ruhelage $x = 0$ global asymptotisch stabil.

A.3.2 Stabilisierung mit Unsicherheiten

Die nichtlineare Dämpfung ist ein Konzept, dass auf *Control Ljapunov Funktionen* basiert. Es wurde zur Stabilisierung von Ruhelagen bei unsicheren Systembeschreibungen entwickelt. Dafür gilt die folgende

Definition (Control Ljapunov Funktion): Eine glatte, positiv definite und radial unbeschränkte Funktion $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$ wird Control Ljapunov Funktion genannt, wenn

$$\inf_{u \in \mathbb{R}} \left\{ \frac{\partial V}{\partial x} f(x, u) \right\} < 0, \quad \forall x \neq 0$$

gilt.

Die Erläuterung der nichtlinearen Dämpfung geschieht anhand einer Unsicherheit, die in der Eingangsspanne liegt und mit Hilfe des Systems

$$\dot{x} = u + \varphi(x)\Delta(t). \quad (\text{A.51})$$

Um zu zeigen welchen Einfluss die Störung oder nicht modellierte Dynamik haben kann, wird das Beispiel

$$\Delta(t) = \Delta(0)e^{-kt} \quad (\text{A.52})$$

genutzt, wobei die Unsicherheit asymptotisch abklingt. Ist $\varphi(x)$ eine konstante oder linear in x beschränkte Funktion, gelingt eine Stabilisierung der Ruhelage im Ursprung durch das Regelgesetz $u = -cx$. Das gilt jedoch nicht mehr, wenn zugelassen wird, dass φ eine beliebige, glatte Funktion ist. Für das Beispiel $\varphi(x) = (x)^2$ kann für die Differentialgleichung

$$\dot{x} = -cx + (x)^2\Delta(0)e^{-kt} \quad (\text{A.53})$$

die explizite Lösung

$$x(t) = \frac{x(0)(c+k)}{(c+k - \Delta(0)x(0))e^{ct} + \Delta(0)x(0)e^{kt}} \quad (\text{A.54})$$

angegeben werden. An dieser Lösung ist zu sehen, dass die Eigenschaften der Lösung in hohem Maße von den Anfangsbedingungen $x(0)$ und $\Delta(0)$ abhängen.

- Wenn $\Delta(0)x(0) < c + k$ gilt, ist die Lösung beschränkt und konvergiert asymptotisch gegen null.
- Wenn $\Delta(0)x(0) > c + k$ gilt, strebt die Lösung in endlicher Zeit

$$t_f = \frac{1}{c+k} \ln \left(\frac{\Delta(0)x(0)}{\Delta(0)x(0) - (c+k)} \right) \quad (\text{A.55})$$

gegen unendlich.

Diese Tatsache hängt nicht von konkreten Werten k , c , $\Delta(0)$ ab, denn für jede Kombination an Werten kann eine Anfangsbedingung $x(0)$ gefunden werden, sodass $\Delta(0)x(0) > c + k$ erfüllt ist. Um für beliebige glatte Funktionen und unabhängig von Anfangswerten Beschränktheit der Lösungen zu garantieren, wird die Rückführung um einen nichtlinearen Dämpfungsterm $u = -cx - s(x)x$ erweitert. Zum Entwurf dieses Terms wird die quadratische Funktion $V(x) = \frac{1}{2}(x)^2$ betrachtet, dessen zeitliche Ableitung

$$\dot{V} = -c(x)^2 - (x)^2s(x) + x\varphi(x)\Delta(t) \quad (\text{A.56})$$

lautet. Mit der Wahl

$$s(x) = \lambda(\varphi(x))^2, \quad \lambda > 0 \quad (\text{A.57})$$

ergibt sich die Rückführung zu

$$u = -cx - \lambda x(\varphi(x))^2 \quad (\text{A.58})$$

und die erste Ableitung von $V(x)$ erhält die Gestalt

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -c(x)^2 - \lambda(x)^2(\varphi(x))^2 + x\varphi(x)\Delta(t) \\ &= -c(x)^2 - \lambda \left[x\varphi(x) - \frac{\Delta(t)}{2\lambda} \right]^2 + \frac{(\Delta(t))^2}{4\lambda} \\ &\leq -c(x)^2 + \frac{(\Delta(t))^2}{4\lambda}. \end{aligned} \quad (\text{A.59})$$

Die spezielle Wahl der Rückführung ermöglicht damit eine quadratische Ergänzung, mit der nun globale Beschränktheit und Konvergenz gezeigt werden kann. \dot{V} ist nun negativ solange $x \geq \frac{\Delta(t)}{2\sqrt{\lambda c}}$. Solange $\Delta(t)$ beschränkt ist, folgt daraus, dass \dot{V} außerhalb der kompakten Menge

$$\mathcal{R} = \left\{ x : |x| \leq \frac{\|\Delta\|_\infty}{2\sqrt{\lambda c}} \right\} \quad (\text{A.60})$$

negativ ist. Mit $V = \frac{1}{2}(x)^2$ folgt, dass $|x(t)|$ kleiner wird solange $x(t)$ außerhalb \mathcal{R} ist womit auch $x(t)$ zu

$$\|x\|_\infty \leq \max \left\{ |x(0)|, \frac{\|\Delta\|_\infty}{2\sqrt{\lambda c}} \right\} \quad (\text{A.61})$$

beschränkt ist. Zur Untersuchung des asymptotischen Verhaltens wird (A.59) zu

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}(x)^2 \right) \leq -c(x)^2 + \frac{(\Delta(t))^2}{4\lambda} \quad (\text{A.62})$$

umgeschrieben. Unter Nutzung des Vergleichssignals $x(t)e^{ct}$ ergibt sich

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}(x)^2 e^{2ct} \right) &= \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}(x)^2 \right) e^{2ct} + 2(x)^2 e^{2ct} \\ &\leq -2c(x)^2 e^{2ct} + \frac{(\Delta(t))^2}{2\lambda} e^{2ct} + 2c(x)^2 e^{2ct} \\ &= \frac{(\Delta(t))^2}{2\lambda} e^{2ct}. \end{aligned} \quad (\text{A.63})$$

Die Integration beider Seiten über das Intervall $[0, t]$ führt auf

$$\begin{aligned} (x)^2 e^{2ct} &\leq (x(0))^2 + \int_0^t \frac{1}{2\lambda} (\Delta(\tau))^2 (x)^2 e^{2c\tau} d\tau \\ &\leq (x(0))^2 + \frac{1}{2\lambda} \left[\sup_{0 \leq \tau \leq t} (\Delta(\tau))^2 \right] \int_0^t (x)^2 e^{2c\tau} d\tau \\ &\leq (x(0))^2 + \frac{1}{2\lambda c} \left[\sup_{0 \leq \tau \leq t} (\Delta(\tau))^2 \right] (e^{2ct} - 1). \end{aligned} \quad (\text{A.64})$$

Durch die Multiplikation beider Seiten mit e^{-2ct} und die Nutzung von $\sqrt{(b)^2 + (c)^2} \leq |b| + |c|$ lassen sich explizite Grenzen

$$\begin{aligned} |x(t)| &\leq x(0)e^{-2ct} + \frac{1}{2\sqrt{\lambda c}} \left[\sup_{0 \leq \tau \leq t} (\Delta(\tau))^2 \right] (1 - e^{-2ct})^{\frac{1}{2}} \\ &\leq x(0)e^{-2ct} + \frac{1}{2\sqrt{\lambda c}} \left[\sup_{0 \leq \tau \leq t} (\Delta(\tau))^2 \right] \end{aligned} \quad (\text{A.65})$$

angeben.

Wenn $\sup_{0 \leq \tau \leq t} |\Delta(\tau)| \leq \sup_{0 \leq \tau \leq \infty} |\Delta(\tau)| \hat{=} \|\Delta\|_\infty$ gilt folgt daraus

$$|x(t)| \leq |x(0)|e^{-2ct} + \frac{\|\Delta\|_\infty}{2\sqrt{\lambda c}}, \quad (\text{A.66})$$

womit gezeigt ist, dass $x(t)$ in die kompakte Menge (A.60) konvergiert.

Die Beschränktheit und Konvergenzeigenschaften sind gültig für beliebige, beschränkte Störungen und glatte Nichtlinearitäten $\varphi(x)$. Außerdem muss das Supremum der Störung nicht bekannt sein. Abschließend führen die Betrachtungen aus [74] zu dem

Lemma (Nichtlineare Dämpfung): Gegeben sein ein gestörtes dynamisches System

$$\dot{x} = f(x) + g(x) (u + \varphi(x)^T \Delta(x, u, t)), \quad (\text{A.67})$$

wobei $\varphi(x)$ ein Vektor bekannter glatter nichtlinearer Funktionen darstellt und $\Delta(x, u, t)$ einen Vektor mit für alle Werte (x, u, t) begrenzten Unsicherheiten. Außerdem existiert eine Rückführung

$$u = \alpha(x), \quad \alpha(0) = 0 \quad (\text{A.68})$$

und eine glatte, positiv definite und radial unbeschränkte Funktion $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ so, dass

$$\frac{\partial V}{\partial x} [f(x) + g(x)\alpha(x)] \leq -W(x) \leq 0 \quad (\text{A.69})$$

gilt, wobei $W : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ positiv definit radial unbeschränkt ist. Dann garantiert die Rückführung

$$u = \alpha(x) - \lambda \frac{\partial V}{\partial x}(x) g(x) |\varphi(x)|^2, \quad \lambda > 0, \quad (\text{A.70})$$

globale Beschränktheit des geschlossenen Regelkreises bezüglich der Störung und Konvergenz auf eine kompakte Menge.

A.4 Backstepping mit Unsicherheiten

Die reine Methode des Backstepping sei nur kurz erklärt an folgendem

Lemma (Backstepping): Gegeben sei das System

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\xi, \quad (\text{A.71})$$

$$\dot{\xi} = u. \quad (\text{A.72})$$

Für den Fall, dass ξ den Eingang für (A.71) beschreibt, existiert ein stetig differenzierbares Regelgesetz

$$\xi = \alpha(x), \quad \alpha(0) = 0$$

und eine glatte, positiv definite und radial unbeschränkte Funktion $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, sodass

$$\frac{\partial V}{\partial x} [f(x) + g(x)\alpha(x)] \leq -W(x) \leq 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}^n \quad (\text{A.73})$$

gilt.

- Wenn $W(x)$ positiv definit ist, dann ist

$$V_a(x, \xi) = V(x) + \frac{1}{2} [\xi - \alpha(x)]^2 \quad (\text{A.74})$$

eine CLF für das Gesamtsystem (A.71),(A.72). Außerdem existiert eine Rückführung, die $x = 0, \xi = 0$ zu einer global asymptotisch stabilen Ruhelage macht. Eine solche Rückführung lautet

$$u = c(\xi - \alpha(x)) + \frac{\partial \alpha}{\partial x}(x) [f(x) + g(x)\xi] - \frac{\partial V}{\partial x}(x)g(x), \quad c > 0. \quad (\text{A.75})$$

- Ist $W(x)$ positiv semidefinit, dann existiert eine Rückführung, welche $\dot{V}_a \leq -W_a(x, \xi) \leq 0$ macht, wobei $W_a(x, \xi) > 0$ ist wenn $W(x) > 0$ oder $\alpha(x) \neq \xi$ ist. Damit ist globale Beschränktheit garantiert und $[x(t) \quad \xi(t)]^T$ konvergiert auf die größte invariante Menge, enthalten in

$$E_a = \left\{ [x \quad \xi]^T \in \mathbb{R}^{n+1} \mid W(x) = 0, \xi = \alpha(x) \right\}. \quad (\text{A.76})$$

Zur Erläuterung von Backstepping mit Unsicherheiten wird das Beispielsystem

$$\dot{x} = \xi + (x)^2 \arctan \xi \Delta_0(t) \quad (\text{A.77})$$

$$\dot{\xi} = (1 + (\xi)^2)u + e^{x\xi} \Delta_0(t) \quad (\text{A.78})$$

aus [74] betrachtet. $\Delta_0(t)$ ist eine zeitvariante und beschränkte Unsicherheit oder Störung. In einem ersten Schritt wird ξ als virtueller Eingang für Gleichung (A.77) gewählt. Mit der Notation nach (A.67) gilt $(x)^2 \arctan \xi \Delta_0(t) = (x)^2 \Delta_1(\xi, t) = \varphi_1(x) \Delta_1(\xi, t)$, wobei $\Delta_1(\xi, t)$ beschränkt ist, wenn $\Delta_0(t)$ beschränkt ist. Das Lemma der nichtlinearen Dämpfung kann somit benutzt werden um eine stabilisierende Wunschfunktion für ξ zu entwerfen. Im ungestörten Fall ist durch $V(x) = \frac{1}{2}(x)^2$ eine CLF gegeben und die zugehörige Rückführung lautet $\xi = \alpha(x) = -c_1 x$. Mit (A.75) lautet die Rückführung im gestörten Fall

$$\alpha_1(x) = -c_1 x - \lambda_1 x (\varphi_1(x))^2. \quad (\text{A.79})$$

Der geschlossene Regelkreis lautet damit

$$\dot{x} = -c_1 x + z - \lambda_1 x (\varphi_1(x))^2 + \varphi(x)_1 \Delta_1(\xi, t), \quad (\text{A.80})$$

wobei $z = \xi - \alpha(x)$ die Abweichung von ξ bezüglich der Wunschfunktion beschreibt. Die zeitliche Ableitung von $V(x)$ ist

$$\begin{aligned} \dot{V} &= zx - c_1(x)^2 - \lambda_1(x\varphi_1)^2 + (x)^3 \arctan \xi \Delta_0 \\ &\leq zx - c_1(x)^2 - \lambda_1(x\varphi_1)^2 + |x\varphi_1(x)| \cdot \|\Delta_1\|_\infty \\ &\leq zx - c_1(x)^2 + \frac{\|\Delta_1\|_\infty^2}{4\lambda_1}. \end{aligned} \quad (\text{A.81})$$

Wenn ξ der Systemeingang wäre, würde somit global uniforme Beschränktheit von x garantiert werden. In einem weiteren Schritt muss die Variable ξ bezüglich der Wunschfunktion stabilisiert werden. Dazu kann das ursprüngliche System (A.77) mit Hilfe von z zu

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -c_1 x + z - \lambda_1 x (\varphi_1(x))^2 + \varphi_1(x) \Delta_1(\xi, t) \\ \dot{z} &= (1 + (\xi)^2)u - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x} \xi + \left[e^{x\xi} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x} (x)^2 \arctan \xi \right] \Delta_0(t) \end{aligned} \quad (\text{A.82})$$

mit

$$\frac{\partial \alpha_1}{\partial x} = -c_1 x - \lambda_1 \frac{\partial}{\partial x} \left[x (\varphi_1(x))^2 \right] = -c_1 - 5\lambda_1 (x)^4 \quad (\text{A.83})$$

umgeschrieben werden.

Ohne Δ_0 könnte die Ljapunov-Funktion $V(x, \xi) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}z = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}[\xi - \alpha_1(x)]^2$ und das Regelgesetz

$$u = \tilde{\alpha}(x, \xi) = \frac{1}{1 + (\xi)^2} \left[-c_2 z + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x} \xi - x \right] \quad (\text{A.84})$$

gewählt werden. Um den Einfluss von Δ_0 zu berücksichtigen, kann nochmals das Lemma der nichtlinearen Dämpfung angewendet werden und das modifizierte Regelgesetz

$$u = \tilde{\alpha}(x, \xi) = \frac{1}{1 + (\xi)^2} \left[-c_2 z + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x} \xi - x - \lambda_2 z \left(e^{x\xi} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x} (x)^2 \arctan \xi \right)^2 \right] \quad (\text{A.85})$$

sorgt dafür, dass \dot{V}_2 außerhalb einer kompakten Menge negativ ist. Zusammenfassend ergibt sich das

Lemma (Beschränktheit mit Backstepping):

Gegeben sei das System

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + F(x)\Delta_1(x, u, t), \quad (\text{A.86})$$

mit $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}$ und $F(x)$ ist eine $n \times q$ -Matrix mit bekannten nichtlinearen, glatten Funktionen. $\Delta_1(x, u, t)$ beschreibt einen $q \times 1$ -Vektor von Unsicherheiten und/oder Störungen, die für alle x, u, t uniform beschränkt sind. Es sei angenommen, dass ein Regelgesetz $u = \alpha(x)$ existiert mit dem x global uniform beschränkt wird, entworfen anhand positiv definiten und radial unbeschränkten Funktionen $V(x)$, $W(x)$ und einer Konstanten b , sodass

$$\frac{\partial V}{\partial x}(x) [f(x) + g(x)\alpha(x) + F(x)\Delta_1(x, u, t)] \leq -W(x) + b. \quad (\text{A.87})$$

Wird nun das erweiterte System

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u + F(x)\Delta_1(x, u, t) \\ \dot{\xi} &= u + \varphi(x, \xi)^T \Delta_2(x, \xi, u, t) \end{aligned} \quad (\text{A.88})$$

betrachtet, wobei $\varphi(x, \xi)$ ein $(p \times 1)$ -Vektor mit bekannten nichtlinearen, glatten Funktionen ist und $\Delta_2(x, \xi, u, t)$ ein $(p \times 1)$ -Vektor mit unbekanntem Störungen und/oder Unsicherheiten ist, die für alle x, ξ, u, t uniform beschränkt sind. Dann garantiert das Regelgesetz

$$\begin{aligned} u &= -c [\xi - \alpha(x)] + \frac{\partial \alpha}{\partial x}(x) [f(x) + g(x)\xi] - \frac{\partial V}{\partial x}(x)g(x) \\ &\quad - \lambda [\xi, \alpha(x)] \left(|\varphi(x, \xi)| + \left| \frac{\partial \alpha}{\partial x}(x)F(x) \right|^2 \right) \end{aligned} \quad (\text{A.89})$$

global uniforme Beschränktheit von $x(t)$ und $\xi(t)$ für beliebige $c > 0$ und $\lambda > 0$.

B Simulationsmodell und Parameter

Tabelle B.1: Fahrzeugparameter für Entwurfs- und Simulationsmodell

| | | nominal | Slalom unsicher | dynamisch unsicher | Einheit |
|-------------------------------------|----------------------|---------|--------------------|-----------------------|--------------------------------|
| Querspanntfläche | A | 2 | - | - | m^2 |
| Spurweite | b | 1,48 | 1,8 | - | m |
| Abstand Schwerpunkt, Räder rechts | b_r | 0,74 | 0,8 | - | m |
| Abstand Schwerpunkt, Räder links | b_l | 0,74 | 1,0 | - | m |
| Federsteifigkeit | c_F | 30000 | - | - | $\frac{\text{N}}{\text{m}}$ |
| Dämpfungskoeffizient | c_D | 4000 | - | - | $\frac{\text{N}}{\text{ms}}$ |
| Stabilisatorsteifigkeit Vorderachse | $c_{S,v}$ | 39600 | - | - | $\frac{\text{N}}{\text{rad}}$ |
| Stabilisatorsteifigkeit Hinterachse | $c_{S,h}$ | 6600 | - | - | $\frac{\text{N}}{\text{rad}}$ |
| Widerstandsbeiwert | c_w | 0,2 | - | - | |
| Federvorspannkraft vorne links | $F_{z,\text{stat}1}$ | 4034 | 3514 | - | N |
| Federvorspannkraft vorne rechts | $F_{z,\text{stat}2}$ | 4034 | 4604 | - | N |
| Federvorspannkraft hinten links | $F_{z,\text{stat}3}$ | 4549 | 5205 | - | N |
| Federvorspannkraft hinten rechts | $F_{z,\text{stat}4}$ | 4549 | 6295 | - | N |
| Schwerpunkthöhe, statische Ruhelage | h | 0,5 | - | - | m |
| Trägheitsmomente Fahrzeugaufbau | J_x | 430 | - | - | kg m^2 |
| | J_y | 2000 | - | - | kg m^2 |
| | J_z | 2200 | 2500 | - | kg m^2 |
| Trägheitsmomente des Rades | J_{Ry} | 1,2 | - | - | kg m^2 |
| | J_{Rz} | 1,5 | - | - | kg m^2 |
| Radstand | l | 2,7 | 2,9 | - | m |
| Abstand Schwerpunkt, Vorderachse | l_v | 1,43 | 1,7 | - | m |
| Abstand Schwerpunkt, Hinterachse | l_h | 1,27 | 1,2 | - | m |
| Fahrzeugmasse | m | 1750 | 2000 | - | Kg |
| konstruktiver Nachlauf | n_k | 0 | 0,07 | 0,0375 | m |
| dynamischer Radhalbmesser | r_{dyn} | 0,32 | - | - | m |
| Luftdichte | ρ_l | 1,2 | - | - | $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ |

Tabelle B.2: Fahrzeugparameter für Entwurfs- und Simulationsmodell (Fortsetzung)

| | | nominal | Slalom unsicher | dynamisch unsicher | Einheit |
|-------------------------------------|------------------|---------|--------------------|-----------------------|----------|
| Reifenmodellparameter vorne links | B_1 | 10,4 | 26 | - | |
| | C_1 | 1,3 | - | - | |
| Reifenmodellparameter vorne rechts | B_2 | 10,4 | 26 | - | |
| | C_2 | 1,3 | - | - | |
| Reifenmodellparameter hinten links | B_3 | 21,4 | 53,5 | - | |
| | C_3 | 1,1 | - | - | |
| Reifenmodellparameter hinten rechts | B_4 | 21,4 | 53,5 | - | |
| | C_4 | 1,1 | - | - | |
| Nominale Radlast der Reifen | F_{z0} | 4000 | - | - | N |
| Degressivitätsfaktor der Reifen | k_{F_z} | 0.1 | - | - | |
| Haftbeiwert vorne links | μ_1 | 1 | 0,5 | 0,7/0,17 | |
| Haftbeiwert vorne rechts | μ_2 | 1 | 0,5 | 0,7 | |
| Haftbeiwert hinten links | μ_3 | 1 | 0,5 | 0,7/0,17 | |
| Haftbeiwert hinten rechts | μ_4 | 1 | 0,5 | 0,7 | |
| Induktivität d-Achse | $L_{d_{yi}}$ | 2 | - | - | mH |
| Induktivität q-Achse | $L_{q_{yi}}$ | 3.2 | - | - | mH |
| elektrischer Widerstand | $R_{p_{yi}}$ | 160 | - | - | Ω |
| Polpaarzahl | $Z_{p_{yi}}$ | 8 | - | - | |
| Flusskonstante Permanentmagnet | $\Psi_{PM_{yi}}$ | 318 | - | - | mWb |

B.1 Daten der Führungsmodelle

B.1.1 Einspurmodell

Der Index * für das Wunschverhalten wird dabei zu Gunsten der Übersicht weggelassen. Zur Modellierung werden die Kräfte- und das Momentengleichgewicht

$$\begin{aligned}
 m_e a_x &= F_{x1} \cos(\delta_1) - F_{y1} \sin(\delta_1) + F_{x2} \cos(\delta_2) - F_{y2} \sin(\delta_2) - F_{D_x}, \\
 m_e a_y &= F_{y1} \cos(\delta_1) + F_{x1} \sin(\delta_1) + F_{y2} \cos(\delta_2) + F_{x2} \sin(\delta_2), \\
 J_e \ddot{\psi} &= l_{ve} (F_{x1} \sin(\delta_1) + F_{y1} \cos(\delta_1)) - l_{he} (F_{y2} \cos(\delta_2) + F_{x2} \sin(\delta_2)),
 \end{aligned} \tag{B.1}$$

aufgestellt, wobei der Index 1 für das Vorderrad und der Index 2 für das Hinterrad steht. Der Index e kennzeichnet die Parameter des Einspurmodells. F_{x1} und F_{x2} sind die Längskräfte am Rad und F_{D_x} sind die Widerstandskräfte in x -Richtung. Für die Querkräfte gilt üblicherweise der nichtlineare Zusammenhang

$$\begin{aligned}
 F_{y1} &= f_{sv}(\alpha_1), \\
 F_{y2} &= f_{sh}(\alpha_2)
 \end{aligned} \tag{B.2}$$

zu den Schräglaufwinkeln α_i , die sich als Verhältnis der Radgeschwindigkeitskomponenten mit Kleinwinkelbeziehungen zu

$$\alpha_1 = \delta_1 - \frac{v_y + l_{ve}\dot{\psi}}{v_x},$$

$$\alpha_2 = \delta_2 - \frac{v_y - l_{he}\dot{\psi}}{v_x}$$

ergeben. δ_1 ist dabei der Winkel des Vorderrades und δ_2 der des Hinterrades gegenüber dem Aufbau. Der funktionale Zusammenhang zwischen Schräglaufwinkeln und Querkräften ist hier als Freiheitsgrad für den Entwurf des Führungsmodells zu sehen. Um das Führungsmodell einfach zu halten und um ein lineares Fahrverhalten zu erzeugen, wird der lineare Zusammenhang

$$\begin{aligned} F_{y1} &= c_{ey1}\alpha_1, \\ F_{y2} &= c_{ey2}\alpha_2 \end{aligned} \tag{B.3}$$

gewählt, wobei die Parameter c_{eyi} in klassischer Weise den Schräglaufsteifigkeiten entsprechen. In der Fahrzeugmodellierung beschreiben sie ein linearisiertes Reifenverhalten, bei dem die Steifigkeit der Räder, aber auch Elastizitäten der Radführung enthalten sind [108]. Im Führungsmodell entsprechen sie Entwurfparametern, durch die das Fahrzeugverhalten eingestellt werden kann.

Das Einspurmodell wird nun abweichend von den üblichen Koordinaten Geschwindigkeitsbetrag $|v|$, Schwimmwinkel β und Gierrate $\dot{\psi}$ in den aufbaufesten Geschwindigkeiten v_x, v_y und der Gierrate $\dot{\psi}$ beschrieben. Der Zusammenhang zu den oft genutzten Koordinaten Geschwindigkeitsbetrag und Schwimmwinkel lautet

$$\begin{aligned} |v| &= \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}, \\ \beta &= \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right). \end{aligned}$$

Weiterhin gilt

$$\begin{aligned} a_x &= \dot{v}_x - v_y\dot{\psi}, \\ a_y &= \dot{v}_y + v_x\dot{\psi}. \end{aligned}$$

Die Widerstandskräfte seien hier einzig ähnlich dem Luftwiderstand

$$F_{Dx} = -c_{ew}m_e(v_x)^2$$

modelliert. Mit der Konstanten c_{ew} kann das Verhalten in Längsrichtung beeinflusst werden und wird beim realen Fahrzeug durch Parameter wie den c_w -Wert und die Querspanntfläche

A_x festgelegt. Im Zuge der Vorgabe eines linearisierten Fahrverhalten wird im Folgenden $\sin(\delta_i) = \delta_i$ und $\cos(\delta_i) = 1$ gesetzt. Damit ergeben sich die Bewegungsgleichungen

$$\begin{aligned}\dot{v}_x &= v_y \dot{\psi} - c_{ew}(v_x)^2 + \frac{1}{m_e} (F_{x1} - c_{ey1}\alpha_1\delta_1 + F_{x2} - c_{ey2}\alpha_2\delta_2), \\ \dot{v}_y &= -v_x \dot{\psi} + \frac{1}{m_e} (c_{ey1}\alpha_1 + F_{x1}\delta_1 + c_{ey2}\alpha_2 + F_{x2}\delta_2), \\ \ddot{\psi} &= \frac{1}{J_e} (l_{ve} (F_{x1}\delta_1 + c_{ey1}\alpha_1) - l_{he} (c_{ey2}\alpha_2 + F_{x2}\delta_2)).\end{aligned}$$

Zur Beeinflussung der Längsdynamik durch den Fahrer stehen die beiden Radkräfte in x -Richtung zur Verfügung. Durch die gezielte Nutzung einer oder beider Kräfte im Führungsmodell kann dem Fahrzeug eine Front-, Heck- oder Allradcharakteristik gegeben werden.

Zusätzlich steht dem Fahrer der Lenkradwinkel zur Steuerung des Fahrzeuges zur Verfügung. Dieser Lenkwinkel wird üblicherweise mit einer Übersetzung i_L auf das Vorderrad übertragen. Eine gewisse Elastizität und Lenkungssteifigkeit, wie sie beispielsweise in [85] in das Einspurmodell integriert wird, kann im Wunschverhalten unberücksichtigt bleiben und verursacht bei Steer-By-Wire-Systemen prinzipiell eine unmaßgebliche Beeinflussung des Lenkverhaltens. Damit ergibt sich als Ergebnis für das Führungsmodell das Gleichungssystem

$$\begin{aligned}\dot{v}_x^* &= v_y^* \dot{\psi}^* + \frac{c_{ey1}}{m_e} \frac{v_y^* + l_{ve} \dot{\psi}^*}{v_x^*} i_L \delta_{\text{Lenk}} - \frac{c_{ey2}}{m_e} \frac{v_y^* - l_{he} \dot{\psi}^*}{v_x^*} \delta_2 - \frac{c_{ew}}{m_e} (v_x^*)^2 \dots \\ &+ \frac{1}{m_e} (F_{x1} + F_{x2} - c_{ey1} (i_L \delta_{\text{Lenk}})^2 + c_{ey2} (\delta_2)^2), \\ \dot{v}_y^* &= -v_x^* \dot{\psi}^* - \frac{c_{ey1}}{m_e} \frac{v_y^* + l_{ve} \dot{\psi}^*}{v_x^*} - \frac{c_{ey2}}{m_e} \frac{v_y^* - l_{he} \dot{\psi}^*}{v_x^*} \dots \\ &+ \frac{1}{m_e} (c_{ey1} i_L \delta_{\text{Lenk}} + c_{ey2} \delta_2 + F_{x1} i_L \delta_{\text{Lenk}} + F_{x2} \delta_2), \\ \ddot{\psi}^* &= \frac{l_{he} c_{ey2}}{J_e} \frac{v_y^* - l_{he} \dot{\psi}^*}{v_x^*} - \frac{l_{ve} c_{ey1}}{J_e} \frac{v_y^* + l_{ve} \dot{\psi}^*}{v_x^*} \dots \\ &+ \frac{1}{J_e} (l_{ve} F_{x1} i_L \delta_{\text{Lenk}} - l_{he} F_{x2} \delta_2 + l_{ve} c_{ey1} i_L \delta_{\text{Lenk}} - l_{he} c_{ey2} \delta_2).\end{aligned}\tag{B.4}$$

Auf eine Fallunterscheidung für die Rückwärtsfahrt wird hier aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet. Zum Einstellen des Verhaltens stehen nun die Parameter m_e , J_e , l_{ve} , l_{he} , c_{ey1} , c_{ey2} , c_{ew} , i_L sowie der Lenkwinkel δ_2 zur Verfügung. Ein Applikateur erhält damit ein relativ einfaches, aber physikalisch motiviertes Modell, dass parametrisiert werden kann. Auch wenn alle Gleichungen stark verkoppelt und mit vielen Vereinfachungen dennoch nichtlinear sind, ergibt sich aus (B.4) ein realistisches Fahrverhalten.

Der Lenkwinkel des Hinterrades ist als weiterer Eingang zu sehen und kann im Rahmen des Entwurfes als interne Rückführung bestimmt werden, um verschiedene Kennwerte zu

beeinflussen oder er wird zu Null gesetzt. Die Beeinflussung des Einspurmodells über eine Hinterradlenkung wird in der Literatur ausführlich behandelt (z.B. [132, 103, 126]) .

Um im Folgenden eine Beispielkonfiguration zu zeigen, wird nun ein heckgetriebenes Fahrzeug ohne Hinterradlenkung betrachtet. Damit gilt $F_{x1} = 0$, $\delta_2 = 0$ und das Modell (B.4) vereinfacht sich erheblich zu

$$\begin{aligned}\dot{v}_x^* &= v_y^* \dot{\psi}^* + \frac{c_{ey1}}{m_e} \frac{v_y^* + l_{ve} \dot{\psi}^*}{v_x^*} i_L \delta_{Lenk} - \frac{c_{ew}}{m_e} (v_x^*)^2 + \frac{1}{m_e} (F_{x2} - c_{ey1} (i_L \delta_{Lenk})^2), \\ \dot{v}_y^* &= -v_x^* \dot{\psi}^* - \frac{c_{ey1}}{m_e} \frac{v_y^* + l_{ve} \dot{\psi}^*}{v_x^*} - \frac{c_{ey2}}{m_e} \frac{v_y^* - l_{he} \dot{\psi}^*}{v_x^*} + \frac{c_{ey1} i_L}{m_e} \delta_{Lenk}, \\ \ddot{\psi}^* &= \frac{l_{he} c_{ey2}}{J_e} \frac{v_y^* - l_{he} \dot{\psi}^*}{v_x^*} - \frac{l_{ve} c_{ey1}}{J_e} \frac{v_y^* + l_{ve} \dot{\psi}^*}{v_x^*} + \frac{l_{ve} c_{ey1} i_L}{J_e} \delta_{Lenk}.\end{aligned}\quad (B.5)$$

Zur Berechnung aller nötigen Ableitungen der Wunschtrajektorien, müssen die Gleichungen (B.5) differenziert und die Eingangsgrößen gefiltert werden. Für einen Eindruck des Vorgehens sei dies an der Längsdynamik gezeigt. Für eine übersichtliche Berechnung der Ableitungen ist es günstiger, die Schräglaufwinkel nicht einzusetzen. Die nötigen Ableitungen für die Sollgeschwindigkeit v_x^* lauten dann

$$\begin{aligned}\dot{v}_x^* &= v_y^* \dot{\psi}^* - c_{ew} (v_x^*)^2 + \frac{1}{m_e} F_{x2} - \frac{c_{ey1}}{m_e} \alpha_1^*, \\ \ddot{v}_x^* &= \dot{v}_y^* \dot{\psi}^* + v_y^* \ddot{\psi}^* - 2c_{ew} v_x^* \dot{v}_x^* + \frac{1}{m_e} \dot{F}_{x2} - \frac{c_{ey1}}{m_e} \dot{\alpha}_1^*, \\ v_x^{(3)*} &= \ddot{v}_y^* \dot{\psi}^* + 2\dot{v}_y^* \ddot{\psi}^* + v_y^* \psi^{(3)*} - 2c_{ew} v_x^* \dot{v}_x^* - 2c_{ew} (\dot{v}_x^*)^2 + \frac{1}{m_e} \ddot{F}_{x2} - \frac{c_{ey1}}{m_e} \ddot{\alpha}_1^*, \\ v_x^{(4)*} &= v_y^{(3)*} \dot{\psi}^* + 3\dot{v}_y^* \ddot{\psi}^* + 3v_y^* \psi^{(3)*} + v_y^* \psi^{(4)*} - 2c_{ew} v_x^* v_x^{(3)*} - 6c_{ew} \dot{v}_x^* \dot{v}_x^* + \frac{1}{m_e} F_x^{(3)} - \frac{c_{ey1}}{m_e} \alpha_1^{(3)*},\end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned}\alpha_1^* &= i_L \delta_{Lenk} - \frac{v_y^* + l_{ve} \dot{\psi}^*}{v_x^*}, \\ \dot{\alpha}_1^* &= i_L \dot{\delta}_{Lenk} + \frac{(l_{ve} \dot{\psi}^* + v_y^*) \dot{v}_x^* - v_x^* (l_{ve} \ddot{\psi}^* + \dot{v}_y^*)}{(v_x^*)^2}, \\ \ddot{\alpha}_1^* &= i_L \ddot{\delta}_{Lenk} + \frac{1}{(v_x^*)^3} \left(-2(l_{ve} \dot{\psi}^* + v_y^*) (\dot{v}_x^*)^2 \dots \right. \\ &\quad \left. + v_x^* \left(2\dot{v}_x^* (l_{ve} \ddot{\psi}^* + \dot{v}_y^*) + (l_{ve} \dot{\psi}^* + v_y^*) \ddot{v}_x^* \right) - (v_x^*)^2 (l_{ve} \psi^{(3)*} + \ddot{v}_y^*) \right), \\ \alpha_1^{(3)*} &= i_L \delta_{Lenk}^{(3)} + \frac{1}{(v_x^*)^4} \left(6(l_{ve} \dot{\psi}^* + v_y^*) \dot{v}_x^{*3} + 6v_x^* \dot{v}_x^* \left(-\dot{v}_x^* (l_{ve} \ddot{\psi}^* + \dot{v}_y^*) - (l_{ve} \dot{\psi}^* + v_y^*) \ddot{v}_x^* \right) \dots \right. \\ &\quad \left. + (v_x^*)^2 \left(3(l_{ve} \ddot{\psi}^* + \dot{v}_y^*) \ddot{v}_x^* + 3\dot{v}_x^* (l_{ve} \psi^{(3)*} + \ddot{v}_y^*) + (l_{ve} \dot{\psi}^* + v_y^*) v_x^{(3)*} \right) - (v_x^*)^3 (l_{ve} \psi^{(4)*} + v_y^{(3)*}) \right).\end{aligned}$$

Die Gleichungen sehen relativ umfangreich aus, können aber sukzessiv und rein algebraisch aus den jeweils vorherigen berechnet werden. Benötigt werden noch die zeitlichen Ableitungen der Eingänge F_{x2} und δ_{Lenk} . Diese lassen sich wie in (4.3) erzeugen oder durch die Nutzung eines Filters

$$\begin{bmatrix} \dot{F}_{x2} \\ \ddot{F}_{x2} \\ F_{x2}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -d_{\text{Fe}}^0 & -d_{\text{Fe}}^1 & -d_{\text{Fe}}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{x2} \\ \dot{F}_{x2} \\ \ddot{F}_{x2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k_{\text{Fe}} \end{bmatrix} h_{\text{Fahr}} \quad (\text{B.6})$$

in Zustandsraumdarstellung erzeugen. Dadurch ergeben sich glatte Trajektorien für einen komfortablen Längsgeschwindigkeits- und Beschleunigungsverlauf. Abhängig von der Wahl der Parameter d_{Fe}^i ergibt sich damit eine Verzögerung zwischen Eingangssignal und Wunschtrajektorie. Die Parameter d_{Fe}^i können durch Polvorgabe bestimmt werden. Je weiter links in der negativen komplexen Halbebene die Pole liegen, desto kleiner ist die Verzögerung und desto größer wird die maximal auftretende Längsbeschleunigung, analog zum stückweise linearen Modell. Gleiches gilt für die Erzeugung der zeitlichen Ableitungen des Lenkwinkelverlaufs.

Beim Abbremsen des Fahrzeuges besteht nicht unbedingt die Anforderung eines für den Fahrer komfortablen Trajektorienverlaufes. Gerade in Notsituationen ist ein schnelles Ansprechen von großer Bedeutung. Aus diesem Grund wird ein Betätigen des Bremspedals direkt als gewünschte negative Beschleunigung interpretiert und wieder durch Gleichung (4.2) realisiert. Das hat den Vorteil, dass die Verzögerung sehr definiert durchgeführt wird und nicht über c_{ew} und α^* vom Fahrzustand abhängt. Damit die maximal mögliche Beschleunigung in Längsrichtung nicht überschritten wird, können die Pole des Filters abhängig von der Sprunghöhe variiert werden. In Bild 4.4 sind alle Pole des Filters beim Beschleunigungsvorgang auf $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ analog zum einfachen linearen Modell zu $p_{1,2,3} = -3$ gewählt. Für den Beschleunigungsvorgang auf $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sind die drei Pole zu $p_{1,2,3} = -1.6$ gewählt. Wie es möglich ist, Beschränkungen für die Fahrzeugbeschleunigungen zu erhalten und in die Führungsmodelle zu integrieren, wird in Kapitel 4.3.2 gezeigt. Um Stabilität im gesamten Betriebsbereich zu gewährleisten, muss das Fahrzeug untersteuernd ausgelegt werden [85], was durch Einhalten der Bedingung $c_{\text{ey1}}l_{\text{ve}} < c_{\text{ey2}}l_{\text{he}}$ erreicht werden kann [48].

Tabelle B.3: Parameter des Einspurmodells

| | | |
|-------------------------------|------------------|-------------------------------------|
| Fahrzeugmasse | m_e | 1750 Kg |
| Trägheitsmoment | J_e | 2200 kg m ² |
| Schräglaufsteifigkeit vorn | c_{ey1} | 40000 $\frac{\text{n}}{\text{rad}}$ |
| Schräglaufsteifigkeit hinten | c_{ey2} | 59000 $\frac{\text{n}}{\text{rad}}$ |
| Stabilisierungswert | c_{we} | 0.4 c_{w} |
| Abstand Schwerpunkt Vorderrad | l_{ve} | 1.43 m |
| Abstand Schwerpunkt Hinterrad | l_{he} | 1.27 m |

B.1.2 Ermittlung der Kennwerte des Kriterienmodells

Parameter des Längsdynamikmodells:

$$(I) \quad p_{1,2,3} = 3, \quad d_{\max} = 7,5 \frac{2}{\pi}, \quad d_{\text{xk}}^3 = 0,5$$

$$(II) \quad p_{1,2,3} = 4, \quad d_{\max} = 7,5 \frac{2}{\pi}, \quad d_{\text{xk}}^3 = 0,5$$

$$(III) \quad p_{1,2,3} = 5, \quad d_{\max} = 7,5 \frac{2}{\pi}, \quad d_{\text{xk}}^3 = 0,5$$

Tabelle B.4: Werte zur Bestimmung der Kriterien für die Längsdynamik 1

| $v_{x,\text{stat}}$ | $a_{x,\text{max}}$ | Δa | Δt |
|---------------------|--------------------|------------|------------|
| 5,6 | 0,5 | 1,1 | 0,16 |
| | | | |
| 5,8 | 0,5 | 0,7 | 0,24 |
| | 0,6 | 1,05 | 0,2 |
| 6 | 0,87 | 1,8 | 0,17 |
| | | | |
| 6,5 | 1,29 | 2,65 | 0,17 |
| | 0,94 | 1,29 | 0,26 |
| | 1,1 | 1,95 | 0,2 |
| 7 | 1,7 | 3,3 | 0,16 |
| | 1,25 | 1,73 | 0,25 |
| | 1,5 | 2,68 | 0,2 |
| 7,5 | 2,1 | 4,27 | 0,15 |
| | 1,55 | 2,19 | 0,25 |
| | 1,86 | 3,19 | 0,21 |
| 8 | 2,48 | 5,23 | 0,17 |
| | 1,85 | 2,64 | 0,24 |
| | 2,2 | 4,00 | 0,21 |
| 8,5 | 2,84 | 6,06 | 0,17 |
| | 2,14 | 2,93 | 0,26 |
| | 2,54 | 4,67 | 0,2 |
| 9 | 2,42 | 3,33 | 1,59 |
| | 2,85 | 4,77 | 0,2 |
| 9,5 | 2,69 | 3,72 | 1,59 |

Daraus folgen die Werte

$$\begin{aligned}
\text{(I)} \quad & \bar{T}_{a_x 15\%} = 0,24\text{s}, \quad \Delta\bar{a} = 2,12\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\
\text{(II)} \quad & \bar{T}_{a_x 15\%} = 0,20\text{s}, \quad \Delta\bar{a} = 3,19\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\
\text{(III)} \quad & \bar{T}_{a_x 15\%} = 0,164\text{s}, \quad \Delta\bar{a} = 3,23\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\
\text{(IV)} \quad & p_{1,2,3} = 3, \quad a_{\max} = 10, \quad d_{xk}^3 = 15 \tag{B.7}
\end{aligned}$$

Tabelle B.5: Werte zur Bestimmung der Kriterien für die Längsdynamik 2

| $v_{x,\text{stat}}$ | $a_{x,\text{max}}$ | Δa | Δt |
|---------------------|--------------------|------------|------------|
| 5,65 | 0,52 | 1,11 | 0,11 |
| 6 | 0,8 | 1,69 | 0,12 |
| 6,5 | 1,22 | 2,66 | 0,1 |
| 7 | 1,62 | 3,35 | 0,11 |
| 7,5 | 2,09 | 4,56 | 0,12 |
| 8 | 2,43 | 5,44 | 0,12 |

$$\Rightarrow \text{(IV)} \quad \bar{T}_{a_x 15\%} = 0,11\text{s}, \quad \Delta\bar{a} = 3,14\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \tag{B.8}$$

B.1.3 Gewählte Parameter für das Kriterienmodell

Im Simulationskapitel wurden für das Kriterienmodell folgende Parameter genutzt:

$$\begin{aligned}
d_{xk}^0 &= 27, \quad d_{xk}^1 = 27, \quad d_{xk}^2 = 9, \quad d_{xk}^3 = 0,5 \Rightarrow p_{1,2,3} = -3, \quad d_{\max} = 10\frac{2}{\pi} \\
d_{ak}^0 &= 27000, \quad d_{ak}^1 = 2700, \quad d_{ak}^2 = 90 \Rightarrow p_{1,2,3} = -30, \quad k_{\text{schaft}} = 15, \quad d_{\text{Brems}} = 30 \\
d_{\beta} &= -\frac{1}{330} \text{ (Einzelradaktorik)}, \quad d_{\beta} = -\frac{1}{900} \text{ (andere Konfigurationen)} \\
d_{\psi k}^1 &= 20, \quad d_{\psi k}^0 = 100 \Rightarrow p_{1,2} = -10 \text{ und } d_{\psi k}^1 = 20, \quad d_{\psi k}^0 = 200 \Rightarrow p_{1,2} = -10 \pm 10j \\
k_{\psi k} &= 0,4, \quad d_{\delta k}^0 = 8000, \quad d_{\delta k}^1 = 1200, \quad d_{\delta k}^2 = 60 \Rightarrow p_{1,2,3} = -20
\end{aligned}$$

B.2 Parametrierung der Regelung

Die Parametrierung der Regelung muss ganzheitlich unter Berücksichtigung der Dynamik des Führungsmodells und der Vertikaldynamik erfolgen. Damit die Trajektorien der Horizontaldynamik exakt eingeregelt werden, muss die Stabilisierung der Horizontalfehlerdynamik über die Folgeregelung eine höhere Dynamik besitzen, als das Führungsmodell. Für die

Ausregelung von Störungen aus der Vertikaldynamik aufgrund von Parameterunsicherheiten oder der Anregung durch Straenunebenheiten gelten analoge Bedingungen. Für ein akzeptables Verhalten des Gierfreiheitsgrades, wurden die Pole des Giermodells zu $p_\psi_{1,2,3} = -10$ platziert. Die betragsmäßig größten Pole der linearisierten Vertikaldynamik besitzen mit den genutzten Parametern einen reellen Teil von -8 . Für eine schnelle Einregelung der Wunschtrajektorien werden daher die Parameter

$$d_h^0 = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 0 \\ 0 & 0 & 200 \end{bmatrix} \quad (\text{B.9})$$

gewählt. Diese Wahl priorisiert die Einregelung der Trajektorien für die Gier- und Quergeschwindigkeitsdynamik. Darauf aufbauend müssen die Parameter der Folgeregelung für die Raddynamik gewählt werden. Damit auch hier den Trajektorien bei entsprechender Dynamik gefolgt werden kann, muss die Stabilisierung der Radfehlerdynamik um ein vielfaches schneller geschehen als durch die Folgeregelung der Horizontaldynamik vorgegeben wird. Für eine schnelle Einregelung der Trajektorien, gerade bei unsicheren Parametern, sollten die Pole der Fehlerdynamik zu

$$\begin{aligned} p_{\omega_i} &= -500, \\ p_{\delta_{i1,2}} &= -500 \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

gewählt werden. Die Einregelung der Trajektorien wird mit bis zu

$$\begin{aligned} p_{\omega_i} &= -200, \\ p_{\delta_{i1,2}} &= -200 \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

nicht wesentlich schlechter. Theoretisch ist eine möglichst hohe Dynamik der Folgeregelung wünschenswert. Sie wird begrenzt durch die Güte der Messsignale für die Lenkwinkel, Lenkwinkelgeschwindigkeiten und Raddrehzahlen. Eine zu hohe Dynamik verstärkt das Messrauschen und wirkt sich wiederum negativ auf die Regelgüte aus. Somit ist ein Kompromiss aus Rauschverstarkung und Güte der Folgeregelung notwendig. In anderer Richtung begrenzt starkes Messrauschen wiederum die Dynamik der Folgeregelung für die Horizontaldynamik und dadurch auch die realisierbare Dynamik für die Führungsmodelle.

Die zusätzliche Rückführung über die nichtlineare Dämpfung muss dabei ebenfalls betrachtet werden. Da die nichtlinearen Ruckfuhrfunktionen für die Berücksichtigung der Änderung von ϵ wie in der Simulation gezeigt sehr klein sind, können diese Parameter ohne weiteres zu

$$\begin{aligned} \lambda_{\omega_i}^{1j} &= 1000, \\ \lambda_{\delta_i}^{jk} &= 1000, \\ \hat{\lambda}_{\delta_i}^{jk} &= 1000, \quad j = 1, 2, 3; \quad k = 1, 2 \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

oder größer gewählt werden. Die Parameter für die nichtlineare Dämpfung (5.36),(5.37) zur Berücksichtigung geometrischer Unsicherheiten, welche auch unbekannte Radkraftverteilungen verursachen, können auf Grund der in den Funktionen vorkommenden Faktoren $\left(\frac{r_{\text{dyn}i}}{J_{\text{R}yi}}\right)^2$

$\left(\frac{n_{ki}}{J_{Rzi}}\right)^2$ und der zusätzlichen Multiplikation mit Einträgen aus P_h^+ ebenfalls groß gewählt werden und verursachen mit Werten

$$\begin{aligned}\lambda_{\omega_i}^2 &= 2500, \\ \lambda_{\delta_i}^{j3} &= 2500, \\ \hat{\lambda}_{\delta_i}^{j3} &= 2500, \quad j = 1, 2, 3\end{aligned}\tag{B.13}$$

eine maximale zusätzliche Verstärkung der Rückführung, beispielsweise bei der Drehzahlregelung von

$$\frac{1}{4} \left(\frac{r_{dyni}}{J_{Ryi}}\right)^2 \cdot 2500 \approx 45.\tag{B.14}$$

Die Parameter für die Stromregelung müssen entsprechend zu schnellerem Abklingen der Fehlerdynamik des Stroms gegenüber der Raddynamik führen, sodass mit

$$500 < d_{jki} < 2000, \quad j = q, d; \quad k = y, z\tag{B.15}$$

ein akzeptables Verhalten der Regelung erzielt wird.

C Berechnungen

C.1 Strukturierung der Ableitungen der Raddynamik

Für die Darstellbarkeit innerhalb dieses Berichtes müssen für verschiedene Terme Abkürzungen eingeführt werden. Die Indizes i und $*$ werden zu Gunsten einer besseren Lesbarkeit weggelassen. Die erste Ableitung der Drehzahl lautet

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \underbrace{\frac{\partial \omega}{\partial [v_{Rx} \ v_{Ry}]^T} \begin{bmatrix} \dot{v}_{Rx} \\ \dot{v}_{Ry} \end{bmatrix}}_{F_2} + \underbrace{\frac{\partial \omega}{\partial s_x}}_{F_3} \dot{s}_x + \underbrace{\frac{\partial \omega}{\partial s_y}}_{F_4} \dot{s}_y \quad (C.1)$$

Für die erste Ableitung des Lenkwinkels ergibt sich

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = \underbrace{\frac{\partial \delta}{\partial [v_{Rx} \ v_{Ry}]^T} \begin{bmatrix} \dot{v}_{Rx} \\ \dot{v}_{Ry} \end{bmatrix}}_{q_2} + \underbrace{\frac{\partial \delta}{\partial s_x}}_{q_3} \dot{s}_x + \underbrace{\frac{\partial \delta}{\partial s_y}}_{q_4} \dot{s}_y. \quad (C.2)$$

Mit diesen Abkürzungen kann die zweite Ableitung des Lenkwinkels kompakt als

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} &= \frac{\partial q_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} [q_3 \dot{s}_x + q_4 \dot{s}_y] \\ &= \underbrace{\frac{\partial q_2}{\partial [v_{Rx} \ v_{Ry}]^T} \begin{bmatrix} \dot{v}_{Rx} \\ \dot{v}_{Ry} \end{bmatrix} + \frac{\partial q_2}{\partial [\dot{v}_{Rx} \ \dot{v}_{Ry}]^T} \begin{bmatrix} \ddot{v}_{Rx} \\ \ddot{v}_{Ry} \end{bmatrix}}_{q_5} + \frac{\partial q_2}{\partial s_x} \dot{s}_x + \frac{\partial q_2}{\partial s_y} \dot{s}_y \\ &+ q_3 \ddot{s}_x + \left[\frac{\partial q_3}{\partial [v_{Rx} \ v_{Ry}]^T} \begin{bmatrix} \dot{v}_{Rx} \\ \dot{v}_{Ry} \end{bmatrix} + \frac{\partial q_3}{\partial s_x} \dot{s}_x + \frac{\partial q_3}{\partial s_y} \dot{s}_y \right] \dot{s}_x \\ &+ q_4 \ddot{s}_y + \left[\frac{\partial q_4}{\partial [v_{Rx} \ v_{Ry}]^T} \begin{bmatrix} \dot{v}_{Rx} \\ \dot{v}_{Ry} \end{bmatrix} + \frac{\partial q_4}{\partial s_x} \dot{s}_x + \frac{\partial q_4}{\partial s_y} \dot{s}_y \right] \dot{s}_y \quad (C.3) \\ &= q_5 + \underbrace{\left[\frac{\partial q_2}{\partial s_x} + \frac{\partial q_3}{\partial [v_{Rx} \ v_{Ry}]^T} \begin{bmatrix} \dot{v}_{Rx} \\ \dot{v}_{Ry} \end{bmatrix} \right]}_{q_6} \dot{s}_x + \underbrace{\left[\frac{\partial q_2}{\partial s_y} + \frac{\partial q_4}{\partial [v_{Rx} \ v_{Ry}]^T} \begin{bmatrix} \dot{v}_{Rx} \\ \dot{v}_{Ry} \end{bmatrix} \right]}_{q_7} \dot{s}_y \\ &+ q_3 \ddot{s}_x + q_4 \ddot{s}_y + \underbrace{\frac{\partial q_3}{\partial s_x}}_{q_8} \dot{s}_x^2 + \underbrace{\frac{\partial q_4}{\partial s_y}}_{q_9} \dot{s}_y^2 + \underbrace{\left[\frac{\partial q_3}{\partial s_y} + \frac{\partial q_4}{\partial s_x} \right]}_{q_{10}} \dot{s}_x \dot{s}_y. \end{aligned}$$

dargestellt werden.

Für eine Bestimmung der zweiten Ableitung des Lenkwinkels werden die zeitlichen Ableitungen des Schlupfes benötigt. Die erste zeitliche Ableitung des Schlupfes in x -Richtung lautet

$$\frac{\partial s_x}{\partial t} = \underbrace{\frac{\partial s_x}{\partial F_{\max}} \frac{dF_{\max}}{dt}}_{h_2} + \underbrace{\frac{\partial s_x}{\partial F_{R_x}} \dot{F}_{R_x}}_{h_3} + \underbrace{\frac{\partial s_x}{\partial F_{R_y}} \dot{F}_{R_y}}_{h_4}, \quad (\text{C.4})$$

womit sich die zweite zeitliche Ableitung zu

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 s_x}{\partial t^2} = & \underbrace{\frac{\partial h_2}{\partial x} \dot{x}}_{h_5} + \underbrace{\left[\frac{\partial h_2}{\partial F_{R_x}} + \frac{\partial h_3}{\partial x} \dot{x} \right]}_{h_6} \dot{F}_{R_x} + \underbrace{\left[\frac{\partial h_2}{\partial F_{R_y}} + \frac{\partial h_4}{\partial x} \dot{x} \right]}_{h_7} \dot{F}_{R_y} \\ & + h_3 \ddot{F}_{R_x} + h_4 \ddot{F}_{R_y} + \underbrace{\frac{\partial h_3}{\partial F_{R_x}} \dot{F}_{R_x}^2}_{h_8} + \underbrace{\frac{\partial h_4}{\partial F_{R_y}} \dot{F}_{R_y}^2}_{h_9} + \underbrace{\left[\frac{\partial h_3}{\partial F_{R_y}} + \frac{\partial h_4}{\partial F_{R_x}} \right]}_{h_{10}} \dot{F}_{R_x} \dot{F}_{R_y}. \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

ergibt. Analog ergibt sich für den Schlupf in y -Richtung

$$\frac{\partial s_y}{\partial t} = \underbrace{\frac{\partial s_y}{\partial F_{\max}} \frac{dF_{\max}}{dt}}_{g_2} + \underbrace{\frac{\partial s_y}{\partial F_{R_x}} \dot{F}_{R_x}}_{g_3} + \underbrace{\frac{\partial s_y}{\partial F_{R_y}} \dot{F}_{R_y}}_{g_4}, \quad (\text{C.6})$$

und

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 s_y}{\partial t^2} = & \underbrace{\frac{\partial g_2}{\partial x} \dot{x}}_{g_5} + \underbrace{\left[\frac{\partial g_2}{\partial F_{R_x}} + \frac{\partial g_3}{\partial x} \dot{x} \right]}_{g_6} \dot{F}_{R_x} + \underbrace{\left[\frac{\partial g_2}{\partial F_{R_y}} + \frac{\partial g_4}{\partial x} \dot{x} \right]}_{g_7} \dot{F}_{R_y} \\ & + g_3 \ddot{F}_{R_x} + g_4 \ddot{F}_{R_y} + \underbrace{\frac{\partial g_3}{\partial F_{R_x}} (\dot{F}_{R_x})^2}_{g_8} + \underbrace{\frac{\partial g_4}{\partial F_{R_y}} (\dot{F}_{R_y})^2}_{g_9} + \underbrace{\left[\frac{\partial g_3}{\partial F_{R_y}} + \frac{\partial g_4}{\partial F_{R_x}} \right]}_{g_{10}} \dot{F}_{R_x} \dot{F}_{R_y}. \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

Die gewünschten Reifenkräfte und Ableitungen dazu lauten

$$\begin{aligned} F'_R &= P_h^+ B_h^{-1} \underbrace{\left(-\hat{f}_h(y_h, \dot{y}_v) + \dot{y}_h + d_h(y_h - y_h) \right)}_{F_R} + P_h^\perp \rho_h - \epsilon_R \\ \dot{F}'_R &= P_h^+ B_h^{-1} \underbrace{\left(-\frac{d\hat{f}_h}{dt} + \ddot{y}_h - d_h^2(y_h - y_h) \right)}_{\dot{F}_R} + P_h^\perp \dot{\rho}_h - \dot{\epsilon}_R \\ \ddot{F}'_R &= P_h^+ B_h^{-1} \underbrace{\left(-\frac{d^2\hat{f}_h}{dt^2} + y_h^{(3)} + (d_h)^3(y_h - y_h) \right)}_{\ddot{F}_R} + P_h^\perp \ddot{\rho}_h - \ddot{\epsilon}_R, \end{aligned}$$

wobei ϵ_R für diese Herleitung den achtdimensionalen Vektor aller auftretenden Unsicherheiten repräsentiert.

Für eine gut lesbare Darstellung in diesem Anhang wird die gewünschte Reifenkraft inklusive Kompensation der Unsicherheiten F'_R genannt und ohne Kompensation F_R . Eingesetzt in die Schlupfgleichungen ergibt sich

$$\begin{aligned}\dot{s}_x &= \hat{h}_2 + h_3 \dot{F}'_{Rx} + h_4 \dot{F}'_{Ry} \\ &= \hat{h}_2 + h_3 \dot{F}_{Rx} + h_3 \dot{\epsilon}_x + h_4 \dot{F}_{Ry} + h_4 \dot{\epsilon}_y,\end{aligned}\tag{C.8}$$

$$\begin{aligned}\dot{s}_y &= \hat{g}_2 + g_3 \dot{F}'_{Rx} + g_4 \dot{F}'_{Ry} \\ &= \hat{g}_2 + g_3 \dot{F}_{Rx} + g_3 \dot{\epsilon}_x + g_4 \dot{F}_{Ry} + g_4 \dot{\epsilon}_y.\end{aligned}\tag{C.9}$$

Die Funktionen \hat{h}_2 und \hat{g}_2 können wiederum als

$$\begin{aligned}\hat{h}_2 &= h_2 + \tilde{h}_2 \epsilon_R \\ \hat{g}_2 &= g_2 + \tilde{g}_2 \epsilon_R\end{aligned}\tag{C.10}$$

mit

$$\begin{aligned}h_2 &= \frac{\partial s_x}{\partial F_{\max}} \frac{\partial F_{\max}}{\partial F_z} \frac{\partial F_z}{\partial x_v} \left(f_v + B_v g_{vh} P_h^+ B_h^{-1} \left(-\hat{f}_h + \dot{y}_h + d_h (y_h^* - y_h) \right) \right), \\ \tilde{h}_2 &= -\frac{\partial s_x}{\partial F_{\max}} \frac{\partial F_{\max}}{\partial F_z} \frac{\partial F_z}{\partial x_v} B_v g_{vh} P_h^+, \\ g_2 &= \frac{\partial s_y}{\partial F_{\max}} \frac{\partial F_{\max}}{\partial F_z} \frac{\partial F_z}{\partial x_v} \left(f_v + B_v g_{vh} P_h^+ B_h^{-1} \left(-\hat{f}_h + \dot{y}_h + d_h (y_h^* - y_h) \right) \right), \\ \tilde{g}_2 &= -\frac{\partial s_y}{\partial F_{\max}} \frac{\partial F_{\max}}{\partial F_z} \frac{\partial F_z}{\partial x_v} B_v g_{vh} P_h^+,\end{aligned}\tag{C.11}$$

Die Quadrate der ersten Ableitungen lauten

$$\begin{aligned}\dot{s}_x^2 &= \hat{h}_2^2 + \hat{h}_2 h_3 \dot{F}_{Rx} + \hat{h}_2 h_4 \dot{F}_{Ry} + h_3^2 \dot{F}_{Rx}^2 + h_4^2 \dot{F}_{Ry}^2 + 2h_3 h_4 \dot{F}_{Rx} \dot{F}_{Ry} \\ &\quad + 2 \left(h_3^2 \dot{F}_{Rx} + \hat{h}_2 h_3 + h_3 h_4 \dot{F}_{Ry} \right) \dot{\epsilon}_x + 2 \left(h_4^2 \dot{F}_{Ry} + \hat{h}_2 h_4 + h_3 h_4 \dot{F}_{Rx} \right) \dot{\epsilon}_y \\ &\quad + h_3^2 \dot{\epsilon}_x^2 + h_4^2 \dot{\epsilon}_y^2 + 2h_3 h_4 \dot{\epsilon}_x \dot{\epsilon}_y\end{aligned}\tag{C.12}$$

$$\begin{aligned}\dot{s}_y^2 &= \hat{g}_2^2 + \hat{g}_2 g_3 \dot{F}_{Rx} + \hat{g}_2 g_4 \dot{F}_{Ry} + g_3^2 \dot{F}_{Rx}^2 + g_4^2 \dot{F}_{Ry}^2 + 2g_3 g_4 \dot{F}_{Rx} \dot{F}_{Ry} \\ &\quad + 2 \left(g_3^2 \dot{F}_{Rx} + \hat{g}_2 g_3 + g_3 g_4 \dot{F}_{Ry} \right) \dot{\epsilon}_x + 2 \left(g_4^2 \dot{F}_{Ry} + \hat{g}_2 g_4 + g_3 g_4 \dot{F}_{Rx} \right) \dot{\epsilon}_y \\ &\quad + g_3^2 \dot{\epsilon}_x^2 + g_4^2 \dot{\epsilon}_y^2 + 2g_3 g_4 \dot{\epsilon}_x \dot{\epsilon}_y\end{aligned}\tag{C.13}$$

und die Ausdrücke für für die zweiten Ableitungen lauten

$$\begin{aligned}
\ddot{s}_x &= h_5 + h_6 \dot{F}_{R_x} + h_7 \dot{F}_{R_y} + h_3 \ddot{F}_x + h_4 \ddot{F}_y + h_8 \dot{F}_{R_x}^2 + h_9 \dot{F}_{R_y}^2 + h_{10} \dot{F}_{R_x} \dot{F}_{R_y} \\
&+ \left(h_6 + 2h_8 \dot{F}_{R_x} + h_{10} \dot{F}_{R_y} \right) \dot{\epsilon}_x + \left(h_7 + 2h_9 \dot{F}_{R_y} + h_{10} \dot{F}_{R_x} \right) \dot{\epsilon}_y \\
&+ h_8 \dot{\epsilon}_x^2 + h_9 \dot{\epsilon}_y^2 + h_3 \ddot{\epsilon}_x + h_4 \ddot{\epsilon}_y + h_{10} \dot{\epsilon}_x \dot{\epsilon}_y + \tilde{h}_2 \dot{\epsilon}_R
\end{aligned} \tag{C.14}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{s}_y &= g_5 + g_6 \dot{F}_{R_x} + g_7 \dot{F}_{R_y} + g_3 \ddot{F}_x + g_4 \ddot{F}_y + g_8 \dot{F}_{R_x}^2 + g_9 \dot{F}_{R_y}^2 + g_{10} \dot{F}_{R_x} \dot{F}_{R_y} \\
&+ \left(g_6 + 2g_8 \dot{F}_{R_x} + g_{10} \dot{F}_{R_y} \right) \dot{\epsilon}_x + \left(g_7 + 2g_9 \dot{F}_{R_y} + g_{10} \dot{F}_{R_x} \right) \dot{\epsilon}_y \\
&+ g_8 \dot{\epsilon}_x^2 + g_9 \dot{\epsilon}_y^2 + g_3 \ddot{\epsilon}_x + g_4 \ddot{\epsilon}_y + g_{10} \dot{\epsilon}_x \dot{\epsilon}_y + \tilde{g}_2 \dot{\epsilon}_R
\end{aligned}$$

mit

$$h_5 = \frac{\partial h_2}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial \tilde{h}_2}{\partial x} \dot{x} \epsilon_R, \quad g_5 = \frac{\partial g_2}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial \tilde{g}_2}{\partial x} \dot{x} \epsilon_R. \tag{C.15}$$

Außerdem ist für die zweite Ableitung des Lenkwinkels der Ausdruck

$$\begin{aligned}
\dot{s}_x \dot{s}_y &= \hat{h}_2 \hat{g}_2 + \left(\hat{h}_2 g_3 + \hat{h}_3 g_2 \right) \dot{F}_{R_x} + \left(\hat{h}_2 g_4 + h_4 g_2 \right) \dot{F}_{R_y} + h_3 g_3 \dot{F}_{R_x}^2 + h_4 g_4 \dot{F}_{R_y}^2 \\
&+ \left(h_3 g_4 + h_4 g_3 \right) \dot{F}_{R_x} \dot{F}_{R_y} + \left(2h_3 g_3 \dot{F}_{R_x} + \left(h_3 g_4 + h_4 g_3 \right) \dot{F}_{R_y} + \hat{h}_2 g_3 + h_3 \hat{g}_2 \right) \dot{\epsilon}_x \\
&+ \left(2h_4 g_4 \dot{F}_{R_y} + \left(h_3 g_4 + h_4 g_3 \right) \dot{F}_{R_x} + \hat{h}_2 g_4 + h_4 \hat{g}_2 \right) \dot{\epsilon}_y + h_3 g_3 \dot{F}_{R_x}^2 + h_4 g_4 \dot{F}_{R_y}^2
\end{aligned} \tag{C.16}$$

notwendig. Abschließend müssen die strukturierten Gleichungen für die Schlupfwerte und deren Ableitungen sowie deren Kombinationen in die strukturierten Gleichungen für die Ableitungen der Drehzahlen und Lenkwinkel eingesetzt werden. Daraus können alle Terme, in denen Ableitungen von ϵ vorkommen, aussortiert werden.

Damit ergibt sich

$$\begin{aligned}
z_{\delta_i}^2 &= \begin{bmatrix} p_{(2i-1)1}^+ (h_3 q_3 + g_3 q_4) + p_{(2i)1}^+ (h_4 q_3 + g_4 q_4) \\ p_{(2i-1)2}^+ (h_3 q_3 + g_3 q_4) + p_{(2i)2}^+ (h_4 q_3 + g_4 q_4) \\ p_{(2i-1)3}^+ (h_3 q_3 + g_3 q_4) + p_{(2i)3}^+ (h_4 q_3 + g_4 q_4) \end{bmatrix} \\
z_{\delta_i}^1 &= \begin{bmatrix} \tilde{z}_{\delta_i}^{11} \\ \tilde{z}_{\delta_i}^{12} \\ \tilde{z}_{\delta_i}^{13} \end{bmatrix}, \quad \hat{z}_{\delta_i}^1 = \begin{bmatrix} \hat{z}_{\delta_i}^{11} \\ \hat{z}_{\delta_i}^{12} \\ \hat{z}_{\delta_i}^{13} \end{bmatrix}, \quad \hat{z}_{\delta_i}^2 = \begin{bmatrix} \hat{z}_{\delta_i}^{21} \\ \hat{z}_{\delta_i}^{22} \\ \hat{z}_{\delta_i}^{23} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{C.17}$$

$$\begin{aligned}
\hat{z}_{\delta_i}^{11} &= p_{(2i-1)1}^+(2g_2h_4q_{10} + h_6q_3 + \tilde{h}_2q_3 + \tilde{g}_2q_4 + h_7q_4 + h_9q_4 + h_3q_6 + h_4q_7 + g_2h_3q_8 + h_2h_4q_8 \\
&\quad + 2h_2h_3q_9) + p_{(2i)1}^+(2g_2g_4q_{10} + h_7q_3 + g_7q_4 + h_4q_6 + g_4q_7 + g_4h_2q_8 + g_2h_4q_8 + 2h_2h_4q_9) \\
&\quad + \dot{F}_{Rxi}(p_{(2i-1)1}^+(2h_4^2q_{10} + 2h_8q_3 + 2g_8q_4 + 2h_3h_4q_8 + 2h_3^2q_9) + p_{(2i)1}^+(2g_4h_4q_{10} + h_{10}q_3 \\
&\quad + g_{10}q_4 + g_4h_3q_8 + h_4^2q_8 + 2h_3h_4q_9)) + \dot{F}_{Ryi}(p_{(2i-1)1}^+(2g_4h_4q_{10}h_{10}q_3 + g_{10}q_4 + g_4h_3q_8 \\
&\quad + h_4^2q_8 + 2h_3h_4q_9) + p_{(2i)1}^+(2g_4^2q_{10} + 2h_9q_3 + 2h_{10}q_4 + 2g_4h_4q_8 + 2h_4^2q_9)) \\
\hat{z}_{\delta_i}^{12} &= p_{(2i-1)2}^+(2g_2h_4q_{10} + h_6q_3 + \tilde{h}_2q_3 + \tilde{g}_2q_4 + h_7q_4 + h_9q_4 + h_3q_6 + h_4q_7 + g_2h_3q_8 + h_2h_4q_8 \\
&\quad + 2h_2h_3q_9) + p_{(2i)2}^+(2g_2g_4q_{10} + h_7q_3 + g_7q_4 + h_4q_6 + g_4q_7 + g_4h_2q_8 + g_2h_4q_8 + 2h_2h_4q_9) \\
&\quad + \dot{F}_{Rxi}(p_{(2i-1)2}^+(2h_4^2q_{10} + 2h_8q_3 + 2g_8q_4 + 2h_3h_4q_8 + 2h_3^2q_9) + p_{(2i)2}^+(2g_4h_4q_{10} + h_{10}q_3 \\
&\quad + g_{10}q_4 + g_4h_3q_8 + h_4^2q_8 + 2h_3h_4q_9)) + \dot{F}_{Ryi}(p_{(2i-1)2}^+(2g_4h_4q_{10} + h_{10}q_3 + g_{10}q_4 + g_4h_3q_8 \\
&\quad + h_4^2q_8 + 2h_3h_4q_9) + p_{(2i)2}^+(2g_4^2q_{10} + 2h_9q_3 + 2h_{10}q_4 + 2g_4h_4q_8 + 2h_4^2q_9)) \\
\hat{z}_{\delta_i}^{13} &= p_{(2i-1)3}^+(2g_2h_4q_{10} + h_6q_3 + \tilde{h}_2q_3 + \tilde{g}_2q_4 + h_7q_4 + h_9q_4 + h_3q_6 + h_4q_7 + g_2h_3q_8 + h_2h_4q_8 \\
&\quad + 2h_2h_3q_9) + p_{(2i)3}^+(2g_2g_4q_{10} + h_7q_3 + g_7q_4 + h_4q_6 + g_4q_7 + g_4h_2q_8 + g_2h_4q_8 + 2h_2h_4q_9) \\
&\quad + \dot{F}_{Rxi}(p_{(2i-1)3}^+(2h_4^2q_{10} + 2h_8q_3 + 2g_8q_4 + 2h_3h_4q_8 + 2h_3^2q_9) + p_{(2i)3}^+(2g_4h_4q_{10} + h_{10}q_3 + g_{10}q_4 \\
&\quad + g_4h_3q_8 + h_4^2q_8 + 2h_3h_4q_9)) + \dot{F}_{Ryi}(p_{(2i-1)3}^+(2g_4h_4q_{10} + h_{10}q_3 + g_{10}q_4 + g_4h_3q_8 + h_4^2q_8 \\
&\quad + 2h_3h_4q_9) + p_{(2i)3}^+(2g_4^2q_{10} + 2h_9q_3 + 2h_{10}q_4 + 2g_4h_4q_8 + 2h_4^2q_9)) \\
\hat{z}_{\delta_i}^{11} &= \left(p_{(2i-1)1}^+\right)^2 (h_4^2q_{10} + h_8q_3 + g_8q_4 + h_3h_4q_8 + h_3^2q_9) + p_{(2i-1)1}^+p_{(2i)1}^+(2g_4h_4q_{10} + h_{10}q_3 \\
&\quad + g_{10}q_4 + g_4h_3q_8 + h_4^2q_8 + 2h_3h_4q_9) + \left(p_{(2i)1}^+\right)^2 (g_4^2q_{10} + h_9q_3 + h_{10}q_4 + g_4h_4q_8 + h_4^2q_9) \\
\hat{z}_{\delta_i}^{12} &= \left(p_{(2i-1)2}^+\right)^2 (h_4^2q_{10} + h_8q_3 + g_8q_4 + h_3h_4q_8 + h_3^2q_9) + p_{(2i-1)2}^+p_{(2i)2}^+(2g_4h_4q_{10} + h_{10}q_3 \\
&\quad + g_{10}q_4 + g_4h_3q_8 + h_4^2q_8 + 2h_3h_4q_9) + \left(p_{(2i)2}^+\right)^2 (g_4^2q_{10} + h_9q_3 + h_{10}q_4 + g_4h_4q_8 + h_4^2q_9) \\
\hat{z}_{\delta_i}^{13} &= \left(p_{(2i-1)3}^+\right)^2 (h_4^2q_{10} + h_8q_3 + g_8q_4 + h_3h_4q_8 + h_3^2q_9) + p_{(2i-1)3}^+p_{(2i)3}^+(2g_4h_4q_{10} + h_{10}q_3 \\
&\quad + g_{10}q_4 + g_4h_3q_8 + h_4^2q_8 + 2h_3h_4q_9) + \left(p_{(2i)3}^+\right)^2 (g_4^2q_{10} + h_9q_3 + h_{10}q_4 + g_4h_4q_8 + h_4^2q_9) \\
\hat{z}_{\delta_i}^{21} &= p_{(2i-1)1}^+(p_{(2i-1)3}^+(2h_4^2q_{10} + 2h_8q_3 + 2g_8q_4 + 2h_3h_4q_8 + 2h_3^2q_9) + p_{(2i)3}^+(2g_4h_4q_{10} + h_{10}q_3 \\
&\quad + g_{10}q_4 + g_4h_3q_8 + h_4^2q_8 + 2h_3h_4q_9)) + p_{(2i)1}^+(p_{(2i-1)3}^+(2g_4h_4q_{10} + h_{10}q_3 + g_{10}q_4 + g_4h_3q_8 \\
&\quad + h_4^2q_8 + 2h_3h_4q_9) + p_{(2i)3}^+(2g_4^2q_{10} + 2h_9q_3 + 2h_{10}q_4 + 2g_4h_4q_8 + 2h_4^2q_9)) \\
\hat{z}_{\delta_i}^{22} &= p_{(2i-1)2}^+(p_{(2i-1)3}^+(2h_4^2q_{10} + 2h_8q_3 + 2g_8q_4 + 2h_3h_4q_8 + 2h_3^2q_9) + p_{(2i)3}^+(2g_4h_4q_{10} + h_{10}q_3 \\
&\quad + g_{10}q_4 + g_4h_3q_8 + h_4^2q_8 + 2h_3h_4q_9)) + p_{(2i)2}^+(p_{(2i-1)3}^+(2g_4h_4q_{10} + h_{10}q_3 + g_{10}q_4 + g_4h_3q_8 \\
&\quad + h_4^2q_8 + 2h_3h_4q_9) + p_{(2i)3}^+(2g_4^2q_{10} + 2h_9q_3 + 2h_{10}q_4 + 2g_4h_4q_8 + 2h_4^2q_9)) \\
\hat{z}_{\delta_i}^{23} &= p_{(2i-1)1}^+(p_{(2i-1)2}^+(2h_4^2q_{10} + 2h_8q_3 + 2g_8q_4 + 2h_3h_4q_8 + 2h_3^2q_9) + p_{(2i)2}^+(2g_4h_4q_{10} + h_{10}q_3 \\
&\quad + g_{10}q_4 + g_4h_3q_8 + h_4^2q_8 + 2h_3h_4q_9)) + p_{(2i)1}^+(p_{(2i-1)2}^+(2g_4h_4q_{10} + h_{10}q_3 + g_{10}q_4 + g_4h_3q_8 \\
&\quad + h_4^2q_8 + 2h_3h_4q_9) + p_{(2i)2}^+(2g_4^2q_{10} + 2h_9q_3 + 2h_{10}q_4 + 2g_4h_4q_8 + 2h_4^2q_9))
\end{aligned}$$

C.2 Zweite zeitliche Ableitung des Lenkwinkels

Aus den Überlegungen und Berechnungen des vorangegangenen Abschnittes ergibt sich die zweite Ableitung des Lenkwinkel im Falle exakter Parametrierungen aus den hergeleiteten Funktionen mit $\epsilon_R = 0$, $\dot{\epsilon}_R = 0$, $\ddot{\epsilon}_R = 0$ zu

$$\begin{aligned}
\ddot{\delta}_i = & \ddot{F}_{Rxi}(h_3q_3 + g_3q_4) + \ddot{F}_{Ryi}(h_4q_3 + g_4q_4) + \dot{F}_{Rxi} \left(2g_2h_4q_{10} + h_6q_3 + h_7q_4 + h_9q_4 + h_3q_6 \right. \\
& + h_4q_7 + g_2h_3q_8 + h_2h_4q_8 + 2h_2h_3q_9 + \dot{F}_{Ryi}(2g_4h_4q_{10} + h_{10}q_3 + g_{10}q_4 + g_4h_3q_8 + h_4^2q_8) \\
& \left. + \dot{F}_{Rxi}(h_4^2q_{10} + h_8q_3 + g_8q_4 + h_3h_4q_8) \right) + \dot{F}_{Ryi} \left(2g_2g_4q_{10} + h_7q_3 + g_7q_4 + h_4q_6 + g_4q_7 \right. \\
& + g_4h_2q_8 + g_2h_4q_8 + \dot{F}_{Ryi}(g_4^2q_{10} + h_9q_3 + h_{10}q_4 + g_4h_4q_8) \left. \right) + h_2^2q_9 + g_2^2q_{10} + h_5q_3 + g_5q_4 \\
& + q_5 + h_2q_6 + g_2q_7 + g_2h_2q_8
\end{aligned} \tag{C.18}$$

C.3 Freiheitsgrad zur Vorgabe eines Wunschkrehmoments auf den Schwerpunkt

$$\begin{aligned}
\check{\rho}_{h1}^* = & \frac{b_r B_3 C_3 (F_{\max 3}^*)^2 l_h s_{y3}}{B_3 C_3 s_{y3} \left((b_r)^2 (F_{\max 3}^*)^2 - (u_{hz3})^2 \right)} \pm \dots \\
& \pm \frac{u_{hz3} \sqrt{(F_{\max 3}^*)^2 \left((b_r)^2 + (B_3 C_3 s_{y3})^2 \left((b_r)^2 + (l_h)^2 \right) \right) - \left(1 + (B_3 C_3 s_{y3})^2 \right) (u_{hz3})^2}}{B_3 C_3 s_{y3} \left((b_r)^2 (F_{\max 3}^*)^2 - (u_{hz3})^2 \right)}
\end{aligned} \tag{C.19}$$

Literaturverzeichnis

- [1] ADAMY, JÜRGEN: *Nichtlineare Regelungen*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009.
- [2] AHMADI, JAVAD, ALI KHAKI SEDIGH und MANSOUR KABGANIAN: *Adaptive Vehicle Lateral-Plane Motion Control Using Optimal Tire Friction Forces With Saturation Limits Consideration*. IEEE Transactions on vehicular technology, 58:4098 – 4107, 2009.
- [3] AMMON, DIETER: *Modellbildung und Systementwicklung in der Fahrzeugdynamik*. G. Hotz and P. Kall and K. Magnus and E. Meister, 1997.
- [4] ANTRITTER, FELIX: *Tracking Controller Design for Nonlinear Dynamics using Differential Parameterizations*. Doktorarbeit, Universität der Bundeswehr München, 2007.
- [5] ANTRITTER, FELIX und JEAN LEVINE: *Towards a computer algebraic algorithm for flat output determination*. In: *Proceedings of the International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation (ISSAC)*, 2008.
- [6] BAFFET, GUILLAUME, ALI CHARARA und GERALD DHERBOMEZ: *An Observer of Tire-Road Forces and Friction for Active Security Vehicle Systems*. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 12:651–661, 2007.
- [7] BARTOLINI, GOIORGIO, LEONID FRIDMAN, ALESSANDRO PISANO und ELIO USAI: *Lecture Notes in Control and Information Sciences: Modern Sliding Mode Control Theory - New Perspectives and Applications*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
- [8] BAUER, ERIC, F. LOTZ, M. PFROMM, M. SCHREIER, U. KONIGOSRKI und H. WINNER: *Proreta 3 : An Integrated Approach to Collision Avoidance and Vehicle Automation*. at – Automatisierungstechnik, 12:755–765, 2012.
- [9] BAUER, MARKUS, RADOY STANCHEV und ROLF ISERMANN: *Bestimmung der Übergrundgeschwindigkeit aus Fahrdynamiksensoren und Satelliten-Navigationsdaten*. In: *AUTOREG 2011. Steuerung und Regelung von Fahrzeugen und Motoren*, VDI-Berichte 2135, Seiten 401–412, Baden-Baden, November 2011.
- [10] BEN-ISRAEL, ADI und THOMAS N.E. GREVILLE: *Generalized Inverses*. Springer-Verlag, 2003.
- [11] BERKEFELD, V.: *Theoretische Untersuchungen zur Vierradlenkung – Stabilität und Manövrierbarkeit*. In: WALLENTOWITZ, HENNING (Herausgeber): *Allradsysteme bei Personenkraftwagen*, 1991.

- [12] BONNABEL, SILVERE, JEAN-EMMANUEL DESCHAUD und ERWAN SALAÜN: *A simple nonlinear filter for low-cost ground vehicle localization system*. In: *Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference, Orlando, USA, 2011*.
- [13] BOSSDORF-ZIMMER, BASTIAN, LARS FRÖMMIG, ROMAN HENZE und FERIT KÜCÜKAY: *Echtzeitfähige Reibwert- und Fahrzustandsschätzung*. In: *15. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorentchnik, 2006*.
- [14] BRAESS, HANS HERMANN und ULRICH SEIFFERT (HRSG.): *Vieweg Handbuch Kraftfahrzeugtechnik*. Vieweg+Teubner Verlag, 2011.
- [15] BREMBECK, JONATHAN und PETER RITZER: *Energy Optimal Control of an Over Actuated Robotic Electric Vehicle using enhanced Control Allocation Approaches*. In: *Proceedings of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium, Alcalá de Henares, Spanien, 2012*.
- [16] BRONSTEIN, DAVID IONOWITSCH, KONSTANTIN A. SEMENDJAEV, GERHARD MUSIOL und HEINER MÜHLIG: *Taschenbuch der Mathematik, 5., überarbeitete Auflage*. Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt am Main, 2001.
- [17] BUNDESMINISTERIUM FÜR VERKEHR, BAU UND STADTENTWICKLUNG: *Nationaler Entwicklungsplan Elektromobilität*, August 2009.
- [18] BUNDESMINISTERIUM FÜR VERKEHR, BAU UND STADTENTWICKLUNG: *Verkehrssicherheitsprogramm, 2011*.
- [19] BÜNTE, TILMAN, JOHNATHAN BREMBECK und LOK MAN HO: *Human Machine Interface Concept for Interactive Motion Control of a Highly Maneuverable Robotic Vehicle*. In: *Proceedings of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV), Baden-Baden, 2011*.
- [20] BURCKHARDT, MANFRED: *Fahrwerkstechnik: Radschlupf-Regelsysteme*. Jörnßen Reimpell, 1993.
- [21] DAILY, ROBERT und DAVID M. BEVLY: *The Use of GPS for Vehicle Stability Control Systems*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 51, No.2:270 – 277, 2004.
- [22] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMEN: *DIN 74250 – Formelzeichen, Einheiten und Indizes für Bremsausrüstungen, 1979*.
- [23] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMEN: *DIN ISO 4138: Straßenfahrzeuge; Stationäre Kreisfahrt, 1982*.
- [24] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMEN: *DIN ISO 7401 Straßenfahrzeuge; Testverfahren für querdynamisches Übertragungsverhalten, 1988*.

-
- [25] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMEN: *DIN 70000: Straßenfahrzeuge; Fahrzeugdynamik und Fahrverhalten; Begriffe (ISO 8855:1991, modifiziert)*, 1994.
- [26] DONGES, E., R. AUFFHAMMER, P. FEHRER und T. SEIDENFUSS: *Funktion und Sicherheitskonzept der aktiven Hinterachskinematik von BMW*. In: WALLENTOWITZ, HENNING (Herausgeber): *Allradssysteme bei Personenkraftwagen*, 1991.
- [27] DOUMIATI, MOUSTAPHA, ALESSANDRO CORREA VICTORINO, ALI CHARARA und DANIEL LECHNER: *Onboard Real-Time Estimation of Vehicle Lateral Tire-Road Forces and Sideslip Angle*. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 16:601–614, 2011.
- [28] DUGOFF, HOWARD, PAUL S. FANCHER und LEONARD SEGEL: *Tire Performance Characteristics Affecting Vehicle Response To Steering And Braking Control Inputs*. Technischer Bericht, Highway Safety Research Institute, Institute of Science and Technology, University of Michigan, 1969.
- [29] ERTAN, RAMAZAN: *Integrierte Fahrdynamikregelung*. Diplomarbeit, Technische Universität Darmstadt, 2010.
- [30] EUROPÄISCHES PARLAMENT UND DER RAT DER EUROPÄISCHEN UNION: *Verordnung (EG) Nr. 661/2009 über die Typp Genehmigung von Kraftfahrzeugen, Kraftfahrzeuganhängern und von Systemen, Bauteilen und selbstständigen technischen Einheiten für diese Fahrzeuge hinsichtlich ihrer allgemeinen Sicherheit*, 13. Juli 2009.
- [31] FLIESS, MICHEL, JOIN CÉDRIC und HEBERTT SIRA-RAMIREZ: *Non-linear estimation is easy*. International Journal of Modelling, Identification and Control, 4(1):12–27, 2008.
- [32] FLIESS, MICHEL, JEAN LEVINE, PHILLIPE MARTIN und PIERRE ROUCHON: *A Lie-Bäcklund Approach to Equivalence and Flatness of Nonlinear Systems*. IEEE Transactions on Automatic Control, 44:922 – 937, 1999.
- [33] FÖLLINGER, OTTO: *Regelungstechnik – Einführung in die Methoden und ihre Anwendung*. Hüthig GmbH Heidelberg, 1994.
- [34] GASPAR, PETER, ZOLTAN SZABO und JOZSEF BOKOR: *LPV design of reconfigurable and integrated control for road vehicles*. In: *Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference, Orlando, USA*, 2011.
- [35] GIPSER, M.: *Ftire: ein physikalisch basiertes, anwendungsorientiertes Reifenmodell für alle wichtigen fahrdynamischen Fragestellungen*. In: *4. Darmstädter Reifenkolloquium, Darmstadt, S.42-68.*, 2002.

- [36] GIPSER, MICHAEL: *Systemdynamik und Simulation*. B.G. Teubner Stuttgart, Leipzig, 1999.
- [37] GOMBERT, BERND: *Fahrzeug mit kapazitivem Energiespeicher*, 2007.
- [38] GOMBERT, BERND, RAPHAEL FISCHER und WOLFGANG HEINRICH: *Elektrische Radnabenmotoren - Konstruktionskriterien und Fahrzeugintegration*. ATZ – Automobiltechnische Zeitschrift, 1:8 – 14, 2010.
- [39] GONG, ZHONGYI: *Entwurf von Führungsmodellen für die Fahrdynamikregelung*. Technische Universität Darmstadt, November 2011. Bachelorarbeit.
- [40] GONG, ZHONGYI: *Fehlermanagement für X-By-Wire Fahrzeuge*. TU Darmstadt, 2013. Masterarbeit.
- [41] GOODARZI, AVESTA und EBRAHIM ESMAILZADEH: *Design of a VDC System for All-Wheel Independent Drive Vehicles*. In: *IEEE/ASME Transactions On Mechatronics*, 2007.
- [42] GRASSMANN, O. und H. HENRICHFREISE: *Variable Lenkunterstützung für eine elektromechanische Servolenkung*. In: *23. Tagung – Elektronik im Kfz, Haus der Technik – Essen*, 2003.
- [43] HAGENMEYER, VEIT und EMMANUEL DELALEAU: *Exact feedforward linearisation based on differential flatness: The SISO case*. In: *Nonlinear and Adaptive Control*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2001.
- [44] HAHN, JIN-OH, RAJESH RAJAMANI und LEE ALEXANDER: *GPS-Based Real-Time Identification of Tire-Road Friction Coefficient*. *IEEE Transactions On Control Systems Technology*, 10:331–343, 2002.
- [45] HALFMANN, CHRISTOPH und HENNING HOLZMANN: *Adaptive Modelle für die Kraftfahrzeugdynamik*. Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2003.
- [46] HANUS, JAN LINO: *Regelung rekuperationsfähiger Direktantriebe*. Studienarbeit Technische Universität Darmstadt, Juli 2010.
- [47] HEIM, RÜDIGER, HOLGER HANSELKA und CHALID EL DOSOKI: *Potential von Radnabenantrieben für Elektrostraßenfahrzeuge*. ATZ- Automobiltechnische Zeitschrift, 10:752 – 758, 2012.
- [48] HEISSING, BERND: *Fahrwerkhandbuch*. Vieweg+Teubner Verlag, 2008.
- [49] HEISSING, BERND und HANS BRANDL: *Subjektive Beurteilung des Fahrverhaltens*. Vogel Buchverlag Würzburg, 2002.
- [50] HERMANN, DAVID: *Optimierung der Fahrdynamik mittels aktivem Fahrwerk*. Technische Universität Darmstadt, Oktober 2012. Diplomarbeit.

-
- [51] HERMANN, JONATHAN: *Fehlertolerante Fahrdynamikregelung von Fahrzeugen in X-By-Wire-Struktur*. Bachelorarbeit, Dezember 2012. Technische Universität Darmstadt.
- [52] HEROLD, PETER, THOMAS THALHAMMER und STEFAN GIETL: *Die Integral Aktivlenkung - Das neue Lenksystem von BMW*. ATZextra, 8:104 – 107, 2008.
- [53] HOEDT, JENS: *Fahrdynamikregelung fehlertoleranter X-By-Wire Antriebstopologien*. In: *Tagungsband 47. Regelungstechnisches Kolloquium, Boppard*, 2013.
- [54] HOEDT, JENS und ULRICH KONIGORSKI: *Integrated Electric Vehicle Control by Differential Parameterization*. In: *Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*, 2011.
- [55] HOEDT, JENS und ULRICH KONIGORSKI: *Integrierte Fahrdynamikregelung mittels differentieller Parametrierungen*. In: *AUTOREG 2011 - Steuerung und Regelung von Fahrzeugen und Motoren*, 2011.
- [56] HOEDT, JENS und ULRICH KONIGORSKI: *X-By-Wire Fahrzeugregelung mittels differential-algebraischer Modelle*. In: *GMA Fachausschuss 1.30, Modellbildung, Identifikation und Simulation in der Automatisierungstechnik, Workshop, Salzburg, 19. Sept. - 21. Sept.*, 2012.
- [57] HOLLE, MICHAEL: *Fahrdynamikoptimierung und Lenkmomentrückwirkung durch Überlagerungslenkung*. Doktorarbeit, RWTH Aachen, 2004.
- [58] HORN, A. und V. VOELSEN: *Kurshaltungskennwerte und ihre Abhängigkeiten von Fahrzeugdaten*. *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, 10:1 – 19, 1981.
- [59] HSU, YUNG-HSIANG JUDY, SHAD M. LAWS und J. CHRISTIAN GERDES: *Estimation of Tire Slip Angle and Friction Limits Using Steering Torque*. *IEEE Transactions On Control Systems Technology*, 18, No. 4:896 – 906, 2010.
- [60] INTERNATIONALE ORGANISATION FÜR NORMUNG: *ISO 26262 – Road vehicles – Functional safety*, 11/2011.
- [61] ISERMANN, ROLF: *Fahrdynamik-Regelung – Modellbildung, Fahrerassistenzsysteme, Mechatronik*. Friedr. Vieweg & Sohn Verlag, 2006.
- [62] ISIDORI, ALBERTO: *Nonlinear Control Systems*. Springer, 1995.
- [63] IUDICA, MARTIN: *Integration von Modellunsicherheiten und Kraftschlusschwankungen in die Fahrdynamikregelung*. Diplomarbeit, Technische Universität Darmstadt, 2012.
- [64] KEES, NORBERT: *Kraftfahrzeugsensoren zur Eigengeschwindigkeitsmessung, Navigation und Fahrbahnzustandserkennung*. Doktorarbeit, Technische Universität München, 1997.

- [65] KELEMEN, M.: *A stability property*. IEEE Transactions On Automatic Control, 31:766 – 768, 1986.
- [66] KETTELER, DR. KARL-HERMANN, MANFRED BEK, GÜNTHER HORSACK und MATTHIAS LOCHNER: *Electric Axle Drive for Car Applications*. In: *20th Aachen Colloquium Automobile and Engine Technology*, 2011.
- [67] KHALIL, HASSAN K.: *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, 2002.
- [68] KNOBEL, C., A. PRUCKNER und T. BÜNTE: *Optimized Force Allocation - A General Approach to Control and to Investigate the Motion of Over-Actuated Vehicles*. In: *4th IFAC-Symposium on Mechatronic Systems*, 2006.
- [69] KNOBEL, CHRISTIAN: *Optimal Control Allocation for Road Vehicle Dynamics using Wheel Steer Angles, Brake/Drive Torques, Wheel Loads and Camber Angles*. Doktorarbeit, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, Oberpfaffenhofen, 2009.
- [70] KOBER, WERNER, MARLENE KREUTZ, ULRICH ANGERINGER und MARTIN HORN: *Konzept eines Fahrdynamikreglers für die Längs- und Querdynamik von Fahrzeugen*. at – Automatisierungstechnik, 5:238 – 244, 2009.
- [71] KÖHN, PHILIP, THORSTEN RICHTER, HENDRIKUS SMAKMAN und HOLGER VIELER: *Integrated Chassis Management – ein Weg zur Integrierten Fahrdynamikregelung*. In: *15. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorentechnik*, 2006.
- [72] KONIGORSKI, ULRICH: *Entwurf linearer Deskriptorsysteme durch Polvorgabe*. at – Automatisierungstechnik, 1:39 – 45, 2004.
- [73] KRAFT, CHRISTIAN: *Gezielte Variation und Analyse des Fahrverhaltens von Kraftfahrzeugen mittels elektrischer Linearaktuatoren im Fahrwerksbereich*. Doktorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2010.
- [74] KRSTIC, MIROSLAV, IOANNIS KANELAKOPOULOS und PETAR KOKOTOVIC: *Nonlinear and Adaptive Control Design*. John Wiley & Sons, Inc., 1995.
- [75] LABISCH, DANIEL: *Verkopplungsbasierte Methoden zum Regler- und Beobachterentwurf für nichtlineare Deskriptorsysteme*. Doktorarbeit, Technische Universität Darmstadt, 2013.
- [76] LAINE, LEO und JONAS FREDRIKSSON: *Coordination of Vehicle Motion and Energy Management Control Systems for Wheel Motor Driven Vehicles*. In: *Proceedings of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium, Istanbul, Turkey*, 2007.
- [77] LEVINE, JEAN: *Analysis and Control of Nonlinear Systems – A Flatness-based Approach*. Springer Dordrecht Heidelberg London New York, 2009.

-
- [78] MAGALLAN, GUILLERMO A., CRISTIAN H. DE ANGELO und GUILLERMO O. GARCIA: *Maximization of the Traction Forces in a 2WD Electric Vehicle*. IEEE Transactions On Vehicular Technology, 60:396–380, 2011.
- [79] MAHNKEN, ROLF: *Lehrbuch der Technischen Mechanik - Dynamik*. Springer Heidelberg Dordrecht London New York, 2010.
- [80] MAI, PHILIPP: *Fehlertolerante Regelung nichtlinearer Systeme*. Doktorarbeit, Universität der Bundeswehr München, 2009.
- [81] MANDERLA, MAXIMILIAN: *Eine Methodik zum Regler- und Beobachterentwurf für Mehrgrößensysteme in Deskriptorform*. Doktorarbeit, Technische Universität Darmstadt, 2011.
- [82] MARTIN, PHILIPPE: *A geometric sufficient condition for flatness of systems with m inputs and $m+1$ states*. In: *Proceedings of the 32th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, 1993.
- [83] MARTIN, PHILIPPE und PIERRE ROUCHON: *Any (controllable) driftless system with m inputs and $m+2$ states is flat*. In: *Proceedings of the 34th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, 1995.
- [84] MEYER, MICHAEL und JOACHIM BÖCKER: *Optimum Control for Interior Permanent Magnet Synchronous Motors (IPMSM) in Constant Torque and Flux Weakening Range*. In: *Proceedings of the Power Electronics and Motion Control Conference*, 2006.
- [85] MITSCHKE, MANFRED und HENNING WALLENTOWITZ: *Dynamik der Kraftfahrzeuge*. Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2004.
- [86] MORIMOTO, SHIGEO, KEITA HATANAKA, YI TONG, YOJI TAKEDA und TAKAO HIRASA: *High performance servo drive system of salient pole permanent magnet synchronous motor*. In: *Conference Record of the 1991 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, 1991.
- [87] MOSEBERG, JAN-ERIK und GÜNTER ROPPENECKER: *Analytische Radkraftermittlung für die Horizontaldynamik eines Fahrzeugs mit Einzelradaktorik*. In: *AUTOREG 2013 - Steuerung und Regelung von Fahrzeugen und Motoren*, 2013.
- [88] MÜNCHHOF, MARCO und SEBASTIAN CLEVER: *Fault Tolerant Electric Drives – Solutions and Current Research Activities, Part I*. In: *Proceedings of the European Control Conference*, 2009.
- [89] MÜNCHHOF, MARCO und SEBASTIAN CLEVER: *Fault Tolerant Electric Drives – Solutions and Current Research Activities, Part II*. In: *Proceedings of the European Control Conference*, 2009.

- [90] NAM, KANGHYUN, HIROSHI FUJIMOTO und YOICHI HORI: *Lateral Stability Control of In-wheel-motor-driven Electric Vehicles Based on Sideslip Angle Estimation Using Lateral Tire Force Sensors*. IEEE Transactions On Vehicular Technology, 61:1972–1985, 2012.
- [91] NIJMEIJER, HENK und ARJAN VAN DER SCHAFT: *Nonlinear Dynamical Control Systems*. Springer Verlag New York Inc., 1990.
- [92] OREND, RALF: *Integrierte Fahrdynamikregelung mit Einzelradaktorik*. Doktorarbeit, Technische Fakultät der Universität Erlangen-Nürnberg, 2006.
- [93] PACEJKA, HANS und EGBERT BAKKER: *The Magic Formula Tyre Model*. Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, 21:1 – 18, 1992.
- [94] PACEJKA, H.B.: *Tyre and Vehicle Dynamics*. Butterworth-Heinemann, 2006.
- [95] PALMIERI, GIOVANNI, MIROSLAV BARIC, LUIGI GLIELMO, ERIC H. TSENG und FRANCESCO BORRELLI: *Robust Vehicle Lateral Stabilization via Set-Based Methods for Uncertain Piecewise Affine Systems: Experimental Results*. In: *Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference, Orlando, USA*, 2011.
- [96] PFEFFER, PETER und MANFRED HARRER (HRSG.): *Lenkungsbandbuch - Lenksysteme, Lenkgefühl, Fahrdynamik von Kraftfahrzeugen*. Vieweg+Teubner Verlag, 2011.
- [97] PRUCKNER, ALFRED: *Nichtlineare Fahrzustandsbeobachtung und -regelung einer PKW-Hinterradlenkung*. Doktorarbeit, RWTH Aachen, 2001.
- [98] PYPER, MICHAEL, WILLHELM SCHIFFER und WALTER SCHNEIDER: *ABC – Active Body Control – Von der Blattfederung zum aktiven System für mehr Fahrsicherheit und Fahrkomfort*. Verlag Moderne Industrie, 2003.
- [99] RASS, SEBASTIAN: *Reglerentwurf zur Trajektorienfolgeregung eines Ausweichassistenten*. Diplomarbeit, Technische Universität Darmstadt, 2012.
- [100] RASTE, THOMAS, SASCHA J. SEMMLER und PETER E. RIETH: *Global Chassis Control mit Schwerpunkt auf Hinterradlenkung*. In: *15. Aachener Kolloquium Fahrzeug und Motorentechnik*, 2006.
- [101] RAU, MAGNUS: *Koordination aktiver Fahrwerk-Regelsysteme zur Beeinflussung der Querdynamik mittels Verspannungslenkung*. Doktorarbeit, Universität Stuttgart, 2007.
- [102] RAY, LAURA R.: *Nonlinear State and Tire Force Estimation for Advanced Vehicle Control*. IEEE Transactions On Control Systems Technology, 3:117–124, 1995.

-
- [103] REDLICH, PETER: *Objektive und subjektive Beurteilung aktiver Vierradlenkstrategien*. Doktorarbeit, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, 1994.
- [104] REIF, KONRAD, KERTIN RENNER und MARTIN SAEGER: *Fahrzustandsschätzung auf Basis eines nichtlinearen Zweispurmodells*. ATZ- Automobiltechnische Zeitschrift, 7-8:682 – 687, 2007.
- [105] REIMPELL, JÖRNSSEN: *Fahrwerktechnik: Grundlagen*. Vogel Buchverlag Würzburg, 1988.
- [106] REINHOLD, PETER und ANSGAR TRÄCHTLER: *Mehrzieloptimierung zur Stellgrößenermittlung für die Horizontaldynamik eines Elektrofahrzeugs mit Einzelradaktorik*. In: *AUTOREG 2011 - Steuerung und Regelung von Fahrzeugen und Motoren*, 2011.
- [107] REUL, MARCUS-ANDRE: *Bremswegverkürzungspotential bei Informationsaustausch und Koordination zwischen semiaktiver Dämpfung und ABS*. Doktorarbeit, 2011.
- [108] RICHERZHAGEN, MARTINA: *Entwicklung eines Ansatzes zur Systemtheoretischen Analyse und Synthese fahrdynamischer Systeme bis an den Grenzbereich*. Doktorarbeit, TU Clausthal, 2004.
- [109] RITTER, DANIEL: *Integration verschiedener Antriebskonfigurationen in Carmaker*. Technische Universität Darmstadt, 04/13. Diplomarbeit.
- [110] RODIC, ALEKSANDAR D. und MIOMIR K. VUKOBRATOVIC: *Contribution to the Integrated Control Synthesis of Road Vehicles*. IEEE Transactions On Control Systems Technology, 7:64–78, 1999.
- [111] ROMPE, KLAUS: *Objektive Testverfahren für die Fahreigenschaften von Kraftfahrzeugen*. Verlag TÜV Rheinland, 1984.
- [112] ROPPENECKER, GÜNTER: *Fahrzeugdynamik: Grundlagen der Modellierung und Regelung*. at – Automatisierungstechnik, 10:429 – 441, 1994.
- [113] ROPPENECKER, GÜNTER und HENNING WALLENTOWITZ: *Integration of Chassis and Traction Control Systems What is Possible – What makes Sense – What is under Development*. Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, Seiten 283 – 298, 1993.
- [114] ROTHFUSS, RALF: *Anwendung der flachheitsbasierten Analyse und Regelung nichtlinearer Mehrgrößensysteme*. Doktorarbeit, Universität Stuttgart, 1997.
- [115] SASTRY, SHANKAR: *Nonlinear Systems - Analysis, Stability and Control*. Springer-Verlag New York Berlin Heidelberg, 1999.

- [116] SCHLACHER, KURT und KURT ZEHETLEITNER: *Formale Methoden für implizite dynamische Systeme*. at – Automatisierungstechnik, 9:446–455, 2004.
- [117] SCHÖBERL, MARKUS und KURT SCHLACHER: *Zur konstruktiven Berechnung flacher Ausgänge für nichtlineare Systeme*. at – Automatisierungstechnik, 8:453–461, 2012.
- [118] SCHORN, MATHIAS: *Quer- und Längsregelung eines Personenkraftwagens für ein Fahrerassistenzsystem zur Unfallvermeidung*. Doktorarbeit, Technische Universität Darmstadt, 2007.
- [119] SCHRAMM, DIETER, MANFRED HILLER und ROBERTO BARDINI: *Modellbildung und Simulation in der Dynamik von Kraftfahrzeugen*. Springer Heidelberg Dordrecht London New York, 2010.
- [120] SCHRÖDER, DIERK: *Elektrische Antriebe - Grundlagen*. Springer Dordrecht Heidelberg London New York, 2009.
- [121] SCHRÖDER, DIERK: *Elektrische Antriebe - Regelung von Antriebssystemen*. Springer Dordrecht Heidelberg London New York, 2009.
- [122] SCHÜPPHAUS, ROLF: *Regelungstechnische Analyse und Synthese von Merkkörpersystemen*. VDI-Verlag, 1995.
- [123] SCHWARZ, RALF und PETER RIETH: *Global Chassis Control - Systemvernetzung im Fahrwerk*. at – Automatisierungstechnik, 7:300 – 312, 2003.
- [124] SEMMLER, SASCHA: *Regelung der Fahrzeugbremsdynamik mit kontinuierlich einstellbaren Radbremsen*. Doktorarbeit, Technische Universität Darmstadt, 2005.
- [125] SIMON, DIRK: *Entwicklung eines effizienten Verfahrens zur Bewertung des Anfahrverhaltens von Fahrzeugen*. Doktorarbeit, Universität Rostock, 2010.
- [126] STAMER, NOBERT: *Ermittlung optimaler PKW-Querdynamik und ihre Realisierung durch Allradlenkung*. Doktorarbeit, Technische Universität Braunschweig, 1997.
- [127] TJONNAS, JOHANNES und TOR A. JOHANSEN: *Stabilization of Automotive Vehicles Using Active Steering and Adaptive Brake Control Allocation*. IEEE Transactions On Control Systems Technology, 18:545–558, 2010.
- [128] TRÄCHTLER, ANSGAR: *Integrierte Fahrdynamikregelung mit ESP, aktiver Lenkung und aktivem Fahrwerk*. at – Automatisierungstechnik, 1:11 – 19, 2005.
- [129] TRÄCHTLER, ANSGAR und ERWIN LIEBEMANN: *Vehicle Dynamics Management: ein Konzept für den Systemverbund*. In: 11. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorentechnik, 2002.
- [130] VILLAGRA, JORGE, BRIGITTE D'ANDREA NOVEL, MICHEL FLIESS und HUGES MOUNIER: *A diagnosis-based approach for tire-road forces and maximum friction estimation*. Control Engineering Practice, 19:174 – 184, 2011.

-
- [131] VILLEGAS, CARLOS, YIN-LAM CHOW, MARTIN J. CORLESS, ROBERT SHORTEN und WYNITA M. GRIGGS: *A Decentralized Control Technique for Vehicle Chassis Control*. In: *Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*, 2011.
- [132] WALLENTOWITZ, HENNING: *Allradlenksysteme bei Personenkraftwagen*. Friedr. Vieweg & Sohn Verlag, 1991.
- [133] WALLENTOWITZ, HENNING: *Vertikal-/Querdynamik von Kraftfahrzeugen*. fka - Forschungsgesellschaft Kraftfahrwesen mbH Aachen, 2008.
- [134] WANG, FEI und HAOMING WU: *Fahrdynamikregelung für Elektrofahrzeuge*. Technische Universität Darmstadt, 2012. Projektseminar.
- [135] WANG, JUNMIN und RAUL G. LONGORIA: *Coordinated and Reconfigurable Dynamics Control*. *IEEE Transactions On Control Systems Technology*, 17:723–732, May 2009.
- [136] WANG, RONGRONG und JUNMIN WANG: *Stability Control of Electric Vehicles with Four Independently Actuated Wheels*. In: *Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference, Orlando, USA*, 2011.
- [137] WEGSTEIN, JAN: *Assistenzentwicklung zur radindividuellen Begrenzung der Kraftschlussausnutzung*. TU Darmstadt, 2013. Bachelorarbeit.
- [138] WEHLING, MORITZ: *Ein neues Konzept für die Trajektoriengenerierung und -stabilisierung in zeitkritischen Verkehrsszenarien*. Doktorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2010.
- [139] WERLING, MORITZ, PHILLIP REINSCH und KLAUS GRESSER: *Kombinierte Brems-Ausweich-Assistenz mittels nichtlinearer modellprädiktiver Trajektorienplanung für den aktiven Fußgängerschutz*. In: *8. Workshop Fahrerassistenzsysteme FAS 2012*, 2012.
- [140] WINNER, HERMANN, STEPHAN HAKULI und GABRIELE WOLF: *Handbuch Fahrerassistenzsysteme*. Vieweg+Teubner Verlag, 2009.
- [141] WIRTSCHAFTSKOMMISSION FÜR EUROPA DER VEREINTEN NATIONEN: *Uniform Provisions concerning the Approval of Vehicles with regard to Steering Equipment. Regulation No. 79, 04* 2005.
- [142] WOITE, ARMIN: *Analyse des Funktionspotentials von Brake-By-Wire Bremsanlagen und Realisierung von Bremsfunktionen in einer modularen Architektur*. Doktorarbeit, Technische Universität Darmstadt, 2006.
- [143] YAMAKADO, MAKOTO, JYUNYA TAKAHASHI, SHINJIRO SAITO und ATSUSHI YOKOYAMA: *Improvement in Vehicle Agility and Stability by G-Vectoring Control*. In: *18. Aachener Kolloquium Fahrzeug und Motorentechnik*, 2009.

- [144] YI, JINGANG, LUIS ALVAREZ, ROBERTO HOROWITZ und CARLOS CANUDAS DE WIT: *Adaptive Emergency Braking Control Using a Dynamic Tire/Road Friction Model*. In: *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control, Sydney, Australia, 2000*.
- [145] ZEHETNER, JOSEF, JOHAN REGER und MARTIN HORN: *Echtzeit-Implementierung eines algebraischen Ableitungsschätzverfahrens*. at – Automatisierungstechnik, 11:553 – 560, 2007.
- [146] ZOMOTOR, ADAM: *Fahrwerktechnik: Fahrverhalten*. Vogel Buchverlag Würzburg, 1991.
- [147] ZSCHOCKE, ALEXANDER K.: *Ein Beitrag zur objektiven und subjektiven Evaluierung des Lenkkomforts von Kraftfahrzeugen*. Doktorarbeit, Universität Karlsruhe (TH), 2009.

Lebenslauf

Persönliche Daten

Geburtsdatum 25. Mai 1979
Geburtsort Wolfsburg
Nationalität deutsch

Hochschultätigkeit

10/2008–10/2013 Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Technischen Universität Darmstadt
Institut für Automatisierungstechnik und Mechatronik
FG Regelungstechnik und Mechatronik/ Prof. Dr.-Ing. Ulrich Konigorski

Hochschulausbildung

04/2005–10/2008 Technische Universität Darmstadt
Studium des Maschinenbaus, Vertiefungsrichtung Mechatronik
Abschluss: Diplom

11/2004–03/2005 Technische Universität Braunschweig
Studium des Maschinenbaus, Vertiefungsrichtung Mechatronik

10/2002–10/2004 Technische Universität Braunschweig
Studium des Maschinenbaus
Abschluss : Vordiplom

Berufsausbildung und Berufstätigkeit

02/2002–10/2002 Tätigkeit als Landmaschinenmechaniker, Fa. Hoedt, Klein Twülpstedt
09/1999–01/2002 Ausbildung zum Landmaschinenmechaniker, Fa. Richtsteig Braunschweig