

Università degli Studi di Padova  
Dipartimento di Scienze Statistiche  
Corso di Laurea Magistrale in  
Scienze Statistiche



**Analisi delle relazioni tra il prezzo dell'elettricità, il tasso di cambio e il prezzo del petrolio: il caso spagnolo.**

Relatore Prof. Silvano Bordignon

Dipartimento di Scienze Statistiche

Laureando: Davide Reato

Matricola N 1035051

Anno Accademico 2012/2013



## Indice

Introduzione	5
1. Analisi del problema e rassegna bibliografica	9
2. I dati	15
3. Test di radice unitaria	23
3.1 Test ADF	24
3.2 Test di Zivot e Andrews	25
3.3 Test di Lee e Strazicich	29
3.4 Test BBC	33
4. Analisi di cointegrazione standard	37
4.1 Test di cointegrazione di Engle e Granger	37
4.2 Test CUSUM per la stabilità strutturale	42
4.3 Procedura di Johansen	46
5. Analisi di cointegrazione con break strutturale	53
5.1 Test di cointegrazione di Gregory - Hansen	54
5.2 Test di Hansen per la significatività del cambio strutturale	60
5.3 Procedura di Johansen per serie con break strutturale	64
5.4 Stima della rappresentazione VECM	73
6. Analisi delle causalità	75
6.1 Test parametrico per la causalità secondo Granger	75
6.2 Test non parametrico per la causalità secondo Granger	78
7. Threshold VECM	83
7.1 Test per la verifica dell'ipotesi di cointegrazione lineare	87
7.2 TVECM 2 variabili	94
7.3 Test di Enders e Siklos	96
7.4 TVECM 3 variabili	98
8. Conclusioni	105
Appendice	109
Bibliografia	119



# Introduzione

In questo lavoro sono analizzate le relazioni di lungo e di breve periodo che intercorrono tra il prezzo *spot* giornaliero dell'elettricità, il tasso di cambio dollaro/euro e il prezzo in dollari a barile di petrolio in Spagna. Si farà riferimento all'articolo di Muñoz e Dickey (2009), i quali hanno prima applicato le procedure standard per la cointegrazione, per poi illustrare possibili estensioni di tali approcci che tengono in considerazione la presenza di un *break* strutturale nei processi. Il periodo storico delle serie prese in esame, che va dall'inizio del 2005 alla fine del 2007, è infatti contraddistinto dall'esistenza di punti di rottura. Il tasso di cambio risente dell'imminente crisi economica, l'andamento del prezzo del petrolio è caratterizzato da un forte aumento nell'ultimo anno e i prezzi dell'elettricità diminuiscono considerevolmente a causa di variazioni legislative nel mercato. Applicando i metodi robusti alla presenza di un *break* strutturale si ottengono risultati ampiamente diversi rispetto a quelli derivanti dall'approccio classico. L'articolo di Muñoz e Dickey può essere esteso; durante l'analisi emergono segnali che evidenziano la presenza di relazioni non lineari tra le variabili. Per mettere in risalto tali relazioni si è scelto di sviluppare l'analisi seguendo l'approccio della cointegrazione a soglia. Inserendo nella specificazione del modello questa particolare forma di non linearità si riesce a mettere

in evidenza nuovi effetti tra le variabili, che erano totalmente offuscati in precedenza.

In letteratura l'analisi delle relazioni tra le variabili prese in considerazione è un problema ampiamente trattato; i primi articoli risalgono a metà degli anni '90, ma la discussione si sviluppa ancora oggi. I risultati che sono stati ottenuti in precedenza sono a volte contrastanti, date le diverse peculiarità dei mercati elettrici nei diversi Stati. L'applicazione in questo problema di un modello per la cointegrazione a soglia rappresenta comunque una novità; dalla rassegna della bibliografia si evince infatti che i metodi di analisi utilizzati si limitano alla stima di modelli VAR lineari oppure ai classici metodi per la cointegrazione. In letteratura quindi, l'analisi delle relazioni tra le variabili in questione si concentra sull'utilizzo di metodi basati sull'assunzione di linearità, che si rivela però forzata con i dati a disposizione. Liberando il modello da tale assunzione si giunge a considerazioni ampiamente diverse.

In particolare in questo lavoro, nel Capitolo 1, viene introdotto il problema in esame ed è riportata una rassegna della bibliografia, nel Capitolo 2 sono illustrate le serie storiche a disposizione, la loro evoluzione nel tempo ed alcune statistiche descrittive. Nel Capitolo 3 sono condotti diversi test di radice unitaria con l'obiettivo di identificare l'ordine di integrazione. I test che sono applicati tengono conto di diverse specificazioni del modello sotto l'ipotesi nulla e sotto l'ipotesi alternativa. Successivamente nel Capitolo 4 sono effettuati il test di Engle e Granger e la procedura di Johansen; queste procedure appartengono alla categoria

di analisi standard nel contesto in questione. Inoltre è implementato un test di tipo CUSUM per mettere in evidenza eventuali instabilità nei parametri. Nel Capitolo 5 si sviluppano dei modelli robusti alla presenza di un *break* strutturale. Per identificare il *break* strutturale e il vettore di cointegrazione si utilizza la procedura proposta da Gregory e Hansen (1992). È poi applicato, per verificare la significatività dei parametri che permettono alla relazione di lungo periodo di cambiare nel tempo, uno dei vari test proposti da Hansen (1992). Per determinare il rango di cointegrazione e le relazioni di lungo periodo si utilizza la procedura di Johansen, corretta per serie con *break* strutturali, proposta da Lutkepohl (2001), e si procede infine con la stima del modello VECM lineare. Nel Capitolo 6 sono analizzate le relazioni di causalità secondo Granger, prima attraverso un test parametrico basato sulla specificazione VAR lineare, poi attraverso un test non parametrico, il quale non è quindi vincolato da alcuna assunzione di linearità. Visti i risultati a volte contrastanti dei test di causalità, nel Capitolo 7 si approfondiscono le relazioni presenti tra le variabili, introducendo un modello che permette una specificazione non lineare. In questa sezione viene utilizzato un test LM proposto da Hansen e Seo (2002) per verificare l'ipotesi nulla di cointegrazione lineare contro l'ipotesi alternativa di cointegrazione a soglia. Poiché si identifica la presenza di cointegrazione non lineare, si applica la procedura di Enders e Siklos (2001) per provare l'ipotesi nulla di assenza di cointegrazione contro l'ipotesi di cointegrazione a soglia; dopo aver verificato queste due ipotesi si prosegue infine con la stima del modello vettoriale a soglia a

correzione dell'errore. Nel Capitolo 8 sono riportati i risultati più rilevanti e le considerazioni conclusive di questo lavoro.

# 1. Analisi del problema e rassegna bibliografica

La liberalizzazione e la deregolamentazione, che hanno caratterizzato il mercato dell'elettricità nell'ultimo ventennio nei Paesi più sviluppati, hanno portato ad un importante cambiamento nella gestione delle politiche delle compagnie elettriche, dovuto alla volatilità dei prezzi e al cambiamento delle condizioni del mercato. Prima degli anni '90, in quasi tutti i Paesi, il mercato dell'elettricità era spesso un monopolio del governo, ed era inoltre sottoposto ad un'elevata regolamentazione. In un contesto di mercati non liberalizzati i prezzi non sono caratterizzati da un'alta volatilità, sono infatti sottoposti a rigidi controlli e non sono riconducibili a numerose cause esterne. Ad esempio, il prezzo può essere influenzato dalla domanda, ma anche dalle politiche economiche ed industriali del governo. Tra le motivazioni che hanno spinto i Paesi a promuovere delle politiche di liberalizzazione ci sono l'obiettivo di migliorare l'efficienza in termini di guadagni, stimolare le innovazioni tecnologiche e motivare gli investimenti.

Nel 1997, in Spagna, veniva creata l'OMEL (*Compania Operadora del Mercado Español de Electricidad*), una compagnia che aveva l'obiettivo di gestire e di far funzionare il mercato dell'elettricità. Il mercato spagnolo fino a metà del 2006 restava largamente isolato dal resto dell'Europa a

causa di una limitata capacità nella distribuzione internazionale. Alla fine del 2006 veniva organizzato un mercato integrato spagnolo e portoghese per l'elettricità e la compagnia OMEL prese il nome di OMIE (*Operadora del Mercado Ibérico de la Electricidad*).

L'elettricità è una delle *commodities* più importanti e a seguito della sua liberalizzazione il prezzo è verosimilmente determinato oltre che dall'incrocio tra la curva di domanda e quella di offerta, da una serie di fattori che possono influenzare il costo della sua generazione o importazione. Inoltre essa ha delle caratteristiche che rendono il suo prezzo particolarmente volatile. Prima di tutto la domanda deve essere soddisfatta in tempo reale, visto che non è possibile accumulare ed "immagazzinare" questo bene. Oltre a ciò, molti beni necessari per produrla come gas, carbone, petrolio e derivati, hanno anch'essi un prezzo molto volatile.

Come già detto, in questo lavoro si farà riferimento allo studio effettuato da Muñoz e Dickey (2009), che analizzano la relazione tra i prezzi *spot* dell'elettricità in Spagna e il tasso di cambio dollaro/euro tenendo in considerazione anche il prezzo del petrolio. Si cerca quindi di capire se le cause esterne prese in considerazione hanno un effetto sui prezzi dell'elettricità in Spagna; infatti, nel caso in cui si identifichi un effetto, il risultato andrebbe a favore di chi in Spagna cerca di promuovere e di aumentare la diffusione di impianti per le energie rinnovabili. Ciò, oltre ad avere effetti positivi a livello ambientale

comporterebbe una maggiore indipendenza del Paese a livello energetico.

Di seguito riporto una rassegna degli articoli presenti in letteratura a questo riguardo, presentando anche alcuni dei risultati più importanti.

Uno dei primi studi che cerca di approfondire le relazioni in questo contesto è Sadorsky (2000), il quale analizza la relazione di lungo periodo tra i prezzi *future* dell'energia e il tasso di cambio negli Stati Uniti. Veith (2009), dopo aver notato l'importanza del tasso di cambio nell'evoluzione dei prezzi dell'elettricità, mette invece in evidenza la rilevanza di considerare il tasso di cambio come fattore di rischio per le imprese che importano ed esportano. Blomberg e Harris (1995) affermano che le recenti fluttuazioni dei prezzi dei *commodities* sono la conseguenza dell'indebolimento del tasso di cambio del dollaro più che un segnale generalizzato di pressioni inflazionistiche. Essendo quindi dei beni omogenei e scambiati nei mercati internazionali, è plausibile che siano soggetti alla legge del prezzo unico. Ciò significa che hanno un prezzo simile in ogni Paese, relativamente alla valuta domestica. Quindi se il dollaro si indebolisce rispetto alle altre monete, *ceteris paribus*, i consumatori al di fuori degli Stati Uniti sono disponibili a pagare di più per i beni. Il tasso di cambio può essere quindi considerato un importante stimolo per le fluttuazioni dei prezzi delle *commodities*. Narayan (2008) esamina la relazione tra il prezzo del petrolio e il tasso di cambio nelle Isole Fiji. Nel suo articolo afferma che un aumento dei prezzi del petrolio porta ad un aumento dei prezzi aggregati e quindi dell'inflazione. I tassi

d'interesse domestici tendono a salire in risposta all'aumento dei prezzi, causando un apprezzamento della valuta domestica. Anche Chen (2007) cerca di approfondire la relazione tra i prezzi del petrolio e il tasso di cambio per un campione di Paesi del G7. Nel suo articolo propone un semplice modello economico per cercare di spiegare perché questi due fenomeni dovrebbero essere correlati.

Assumiamo che tutti i *traded* e i *non-traded good* siano prodotti nel Paese domestico e in un Paese straniero. Definiamo  $p$  e  $p^*$  il logaritmo dell'indice dei prezzi al consumo rispettivamente del Paese domestico e del Paese straniero:

$$p = \alpha p_T + (1 - \alpha) p_N$$

$$p^* = \alpha^* p_{T^*} + (1 - \alpha^*) p_{N^*}$$

dove  $p_T$ ,  $p_{T^*}$  e  $p_N$ ,  $p_{N^*}$  sono i prezzi dei *traded* e dei *non-traded goods* nel Paese domestico e in quello straniero. I pesi  $\alpha$  e  $\alpha^*$  corrispondono alla quota di spesa nei due diversi tipi di beni. Il logaritmo del tasso di cambio reale è definito come:

$$q = s + p^* - p, \tag{1}$$

dove  $s$  è il logaritmo del tasso di cambio nominale (espresso come il prezzo in valuta domestica per una unità di moneta straniera). La (1) si può scrivere come segue:

$$q = (s + p_{T^*} - p_T) + (1 - \alpha)(p_T - p_N) - (1 - \alpha^*)(p_{T^*} - p_{N^*}). \tag{2}$$

Nella (2), ipotizzando  $\alpha \approx \alpha^*$ , un aumento nei prezzi domestici di un *traded-good* deprezza il tasso di cambio se l'aumento di prezzo nel paese domestico è più grande dell'aumento nel paese straniero. Nel caso in cui il Paese domestico sia più dipendente dal petrolio rispetto a quello straniero, un aumento del prezzo del petrolio farebbe aumentare i prezzi nel Paese domestico in modo maggiore rispetto a quello straniero, causando quindi un deprezzamento della valuta domestica. Indjehagopian (2000) analizza il mercato del petrolio nel Nord Europa (ARA, Amsterdam-Rotterdam-Antwerp) negli anni '80; durante questo periodo avveniva la liberalizzazione del settore petrolifero in Francia. Egli mette in evidenza un impatto istantaneo delle variazioni del tasso di cambio con le variazioni di prezzo dei derivati del petrolio in Francia. Infine Mohammadi (2009) studia le dinamiche di lungo e di breve periodo tra il prezzo del petrolio e il prezzo dell'elettricità per gli Stati Uniti, scoprendo l'assenza di una relazione di lungo periodo.

In letteratura sono quindi presenti diversi studi, che approfondiscono le relazioni tra i fenomeni macroeconomici succitati, caratterizzati a volte da risultati contrastanti. Questo può essere spiegato dal fatto che diversi Paesi possono essere contraddistinti da un mercato dell'energia con peculiarità molto diverse tra di loro. Come precedentemente chiarito, in questo lavoro ci soffermiamo sul caso spagnolo, analizzando le dinamiche di breve e di lungo periodo del prezzo *spot* dell'elettricità, del tasso di cambio dollaro/euro e del prezzo in dollari a barile di petrolio.



## 2. I dati

Per le successive analisi sono state utilizzate le serie storiche del prezzo *spot* dell'elettricità in Spagna, il tasso di cambio dollaro/euro, il prezzo in dollari a barile di petrolio<sup>1</sup>. I dati hanno frequenza giornaliera e nelle serie storiche rientrano solo i giorni lavorativi, poiché i prezzi del petrolio non sono disponibili per il fine settimana. Inoltre in caso di dati mancanti, questi sono ripristinati con l'ultimo valore disponibile. Le serie storiche sono quindi composte da 781 osservazioni ciascuna, il periodo oggetto dello studio va dal 3 Gennaio 2005 al 31 Dicembre 2007. Come nell'articolo originale la trasformazione logaritmica non è applicata, perché essa ridurrebbe la volatilità delle serie, offuscando le relazioni che vogliamo analizzare (Karakatsani e Bunn, 2008; Zhang et al., 2008). La trasformazione logaritmica è stata comunque provata in particolare come possibile soluzione al problema della presenza di effetti non lineari tra le variabili, affrontato nel Capitolo 7, non risultando però adatta. Nei grafici sotto riportati la linea rossa identifica il punto di *break* identificato dal test di Zivot e Andrews (1992), descritto nel Capitolo 3.2.

Come si può vedere dalla Figura 2.1, il periodo preso in considerazione è caratterizzato da un forte apprezzamento del dollaro nei confronti dell'euro fino al terzo trimestre del 2005. Successivamente il dollaro continua ad indebolirsi per tutto il 2006 e il 2007.

---

<sup>1</sup> Fonti: [www.omel.es](http://www.omel.es), [www.statistics.dnb.nl](http://www.statistics.dnb.nl), <http://tonto.eia.doe.gov/dnav/pet/hist/rbrteD.htm>

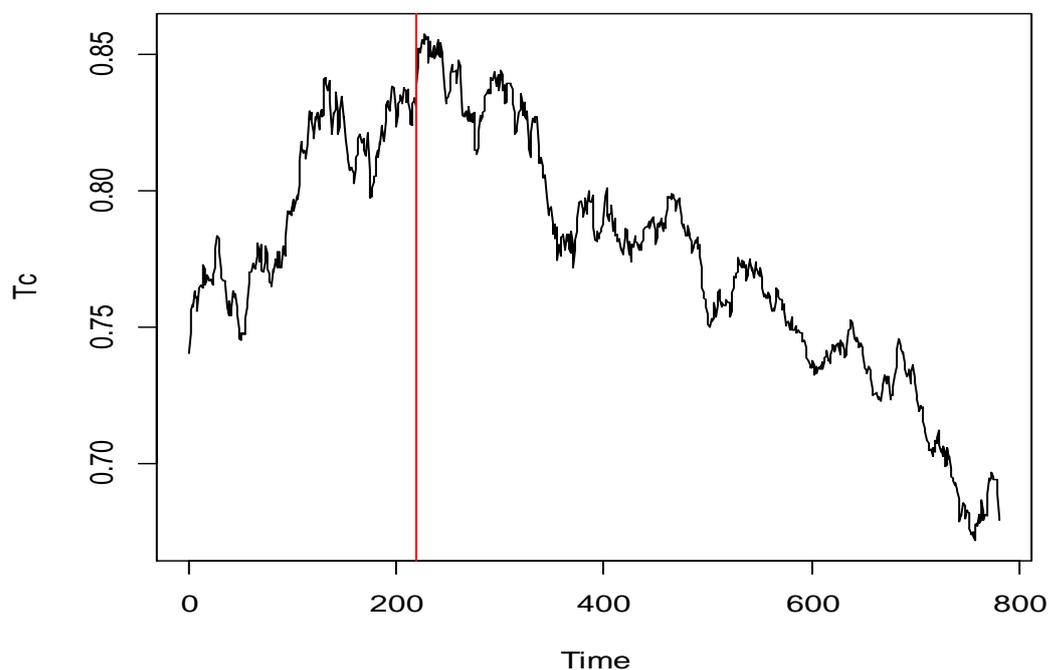


Figura 2.1 Tasso di cambio giornaliero dollaro/euro.

L'indebolimento del dollaro durante il 2006 può essere giustificato, secondo la *Federal Reserve Bank of New York* (2005), dai deludenti dati del settore manifatturiero e del mercato immobiliare che hanno portato a più basse aspettative di crescita per l'economia statunitense. Nel 2007 la fase di deprezzamento continua, guidata per la maggior parte dai cambiamenti nelle prospettive di crescita. Le previsioni macroeconomiche, le deboli performance finanziarie, il settore immobiliare hanno generato pessimismo riguardo l'economia statunitense, nonostante i buoni dati sull'occupazione. Questo ha spinto ad un rafforzamento dell'euro nei confronti del dollaro, viste le prospettive di crescita positive che ancora presentava l'eurozona.

Un altro fenomeno caratterizzante questo periodo è il forte aumento del prezzo petrolio, come si può notare dalla Figura 2.2. Secondo la Banca di Spagna il continuo aumento dei prezzi del petrolio è la conseguenza della

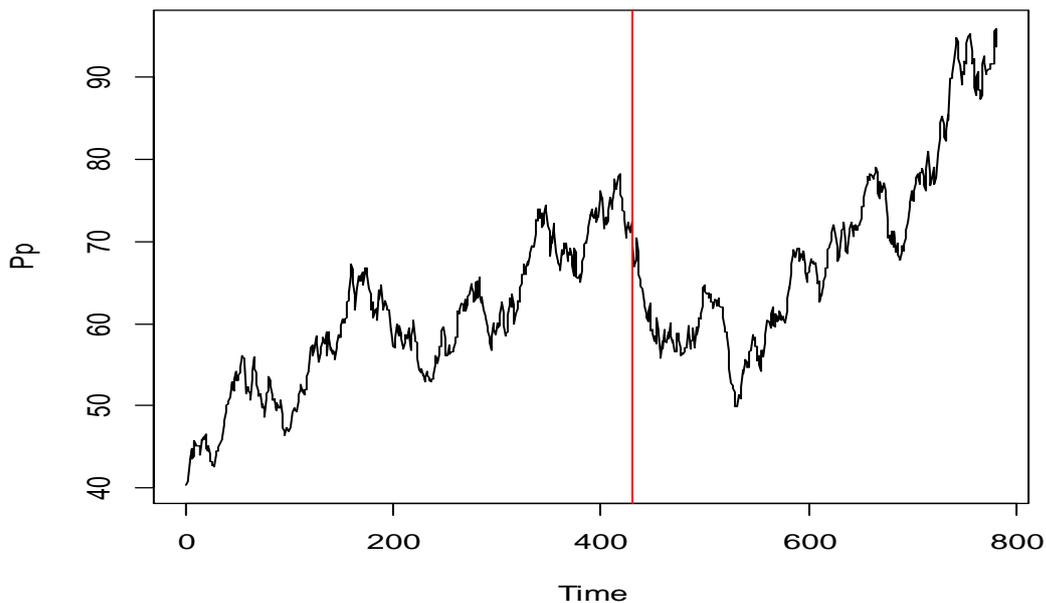


Figura 2.2 Prezzo Brent giornaliero a barile di petrolio in dollari.

forte crescita della domanda da parte delle economie più sviluppate, come Stati Uniti e Cina. Infine, per quanto riguarda i prezzi dell'elettricità in Spagna, riportati in Figura 2.3, bisogna dedicare particolare attenzione all'andamento della serie storica agli inizi del 2007.

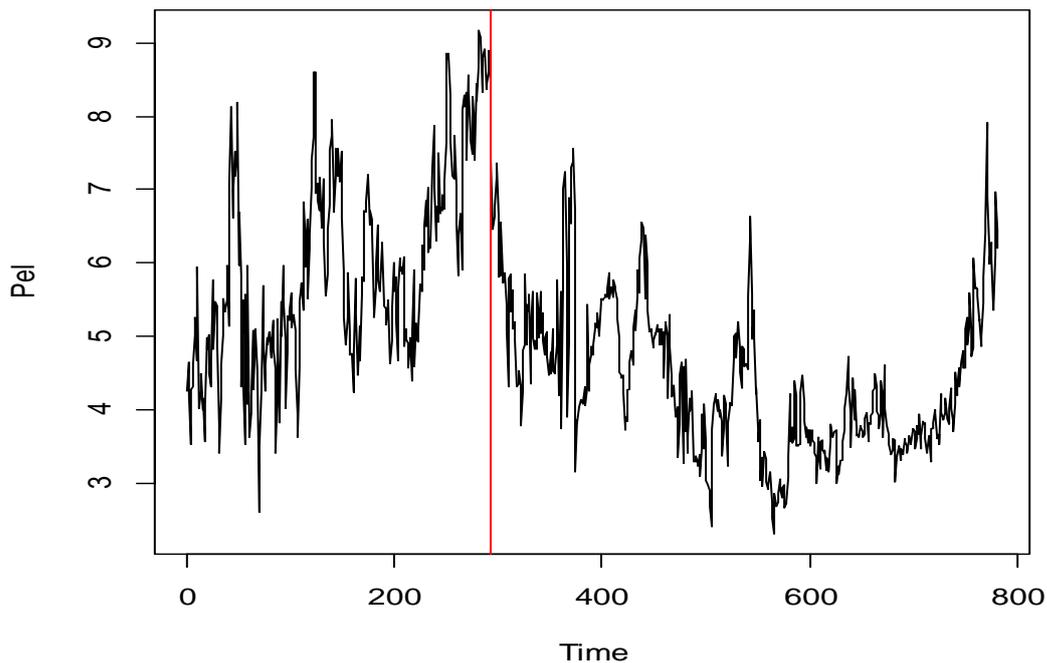


Figura 2.3 Prezzo giornaliero in euro per un KWh di elettricità in Spagna.

Nonostante la domanda di elettricità in Spagna sia in continuo aumento, la diminuzione dei prezzi all'inizio del 2007 può essere spiegata dal cambiamento delle leggi sul mercato dell'elettricità, approvate dal governo spagnolo alle fine del 2006. Queste leggi prevedevano, come già detto, un mercato più competitivo con lo sviluppo di un mercato unico per Spagna e Portogallo e l'inizio del mercato dei *future* dell'elettricità. Il successivo nuovo incremento dei prezzi, che ha inizio nella metà del 2007, può essere causato dalla forte crescita dei prezzi del petrolio, visto che il 51% dell'energia è generata da combustibili fossili. L'aumento potrebbe quindi essere dovuto all'incremento dei costi di produzione.

In Tabella 2.1 riporto le statistiche descrittive delle serie differenziate (nel capitolo successivo sarà messo in evidenza che le serie sono integrate di ordine uno). In questo lavoro con Pel e dPel si farà riferimento rispettivamente ai prezzi dell'elettricità in Spagna e alle loro differenze, con Tc e dTc si indicherà il tasso di cambio e le rispettive differenze, infine con Pp e dPp saranno denotati il prezzo del petrolio e il prezzo del petrolio differenziato.

	Media	SE media	Varianza	Asimmetria	Curtosi
dPel	0.002505	0.020262	0.320217	-0.345583	3.654601
dTc	-0.000078	-0.061055	0.000014	-0.148497	0.759548
dPp	0.068333	0.042946	1.438575	-0.017553	0.653255

Tabella 2.1 Principali statistiche descrittive per le serie di interesse.

Attraverso la stima della media ed il suo *standard error* si possono avere delle preliminari e approssimative indicazioni riguardo i processi. Sembra infatti ragionevole supporre che in tutti e tre i casi la media sia pari a zero. Questa affermazione è da ritenersi approssimativa: infatti è violata l'assunzione di indipendenza, necessaria per effettuare il classico test finalizzato a verificare la nullità della media. Si può notare inoltre, soprattutto per i valori assunti dalla curtosi, come le distribuzioni delle tre variabili differenziate si allontanano da quella normale. Ciò è confermato dal test di Jarque-Bera, riportato in Tabella 2.2.

	Jarque-Bera test	p-value
dPel	453.73	< 2.2e-16
dTc	22.11	1.583e-05
dPp	14.31	0.0007807

Tabella 2.2 Test di Jarque-Bera applicato alle differenze delle serie d'interesse.

Per avere una prima visione delle relazioni lineari che intercorrono tra le variabili può essere utile soffermarsi sull'ACF delle serie differenziate (Figura 2.4).

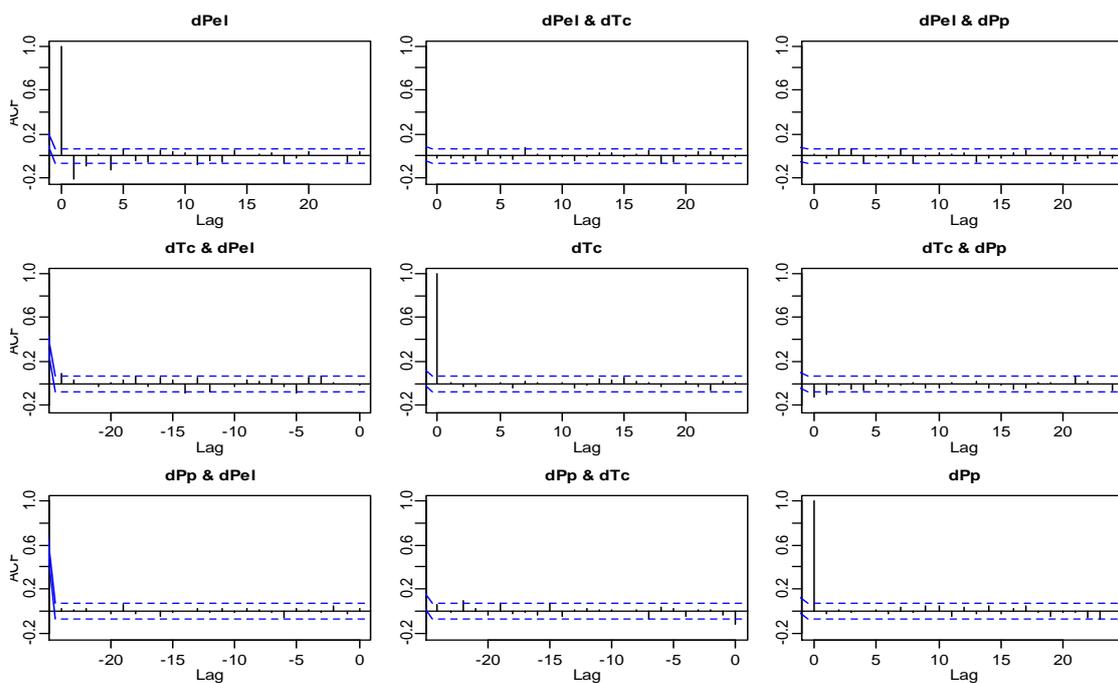


Figura 2.4 Auto e cross-correlazioni delle serie differenziate.

Dalle auto e cross correlazioni emergono delle prime importanti informazioni. Le differenze dei prezzi dell'elettricità presentano infatti dell'autodipendenza, diversamente da dTc e dPp che non sembrano

essere autocorrelati con i rispettivi ritardi. Le stime della cross-correlazione tra  $dTc$  e  $dPp$  mettono in evidenza una relazione unidirezionale di  $dTc$  verso  $dPp$ .



### 3. Test di radice unitaria

I test di radice unitaria hanno l'obiettivo di individuare la presenza di una radice unitaria in un processo. Questi test permettono quindi di distinguere tra processi nei quali la non stazionarietà è dovuta a trend deterministici e processi nei quali la non stazionarietà è dovuta alla presenza di una soluzione unitaria nell'equazione caratteristica, che comporta un trend stocastico derivante dal cumulo di errori con pesi tutti uguali a uno. È necessario conoscere il corretto tipo di trend (stocastico o deterministico) presente nel processo ai fini di una corretta procedura di detrendizzazione. In questo Capitolo sono applicati diversi test di radice unitaria; oltre al classico test aumentato di Dickey e Fuller (1979) sono implementati il test di Zivot e Andrews (1992), robusto alla presenza di un *break* strutturale sotto l'ipotesi alternativa di serie trend stazionaria, e il test di Lee and Strazicich (2004), robusto alla presenza di un *break* strutturale sotto entrambe le ipotesi. Infine, per avere un'ulteriore riscontro, è applicato il test BBC (Bec et al., 2004), che specifica come ipotesi alternativa un modello autoregressivo a soglie. Quest'ultimo è applicato per verificare se, specificando sotto l'ipotesi alternativa un modello non lineare, si attribuisce ancora l'andamento nel tempo dei processi a un trend stocastico.

## 3.1 Test ADF

Il test ADF (*Augmented DF*) è costruito a partire da un modello con la seguente rappresentazione:

$$y_t = D_t + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + a_t,$$

con  $a_t \sim WN(0, \sigma^2)$  e  $D_t$  la parte deterministica ( $D_t=0$ ,  $D_t=\alpha$ ,  $D_t=\alpha+\delta t$ ). Una formulazione equivalente è:

$$y_t = D_t + \rho y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \beta_j \Delta y_{t-j} + a_t, \quad (3)$$

dove  $\rho = \phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_p$ ,  $\beta_j = -\sum_{i=j+1}^p \phi_i$ . Nel caso di radice unitaria nella (3) si verifica che  $\phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_p = 1$  ( $\phi(1)=0$ ), si tratta quindi di verificare l'ipotesi nulla  $\rho=1$ , oppure, sottraendo  $y_{t-1}$  a destra e a sinistra dell'uguale, verificare la nullità del coefficiente associato a  $y_{t-1}$ . La distribuzione della statistica test *t-ratio* dipende dalla specificazione della parte deterministica e ha distribuzione asintotica non normale. L'ordine  $p$  può essere scelto utilizzando il criterio di identificazione automatica (AIC, BIC,...) oppure seguendo la procedura suggerita da Ng e Perron (1995).

Applicando il test ADF alle serie storiche, inserendo nella specificazione del modello la componente deterministica in modo opportuno, si ottengono i risultati riportati in Tabella 3.1.

	Tau1	
	Livelli	Differenze
Pel	-0.31 ()	-8.32 (**)
Tc	-0.66 ()	-20.23 (**)
Pp	-1.42 ()	-19.70 (**)

Tabella 3.1 Test ADF applicato ai livelli e alle differenze delle serie, ordine  $p$  è scelto seguendo la procedura di Ng e Perron (1995). Tau1 ha come ipotesi nulla  $\rho=1$ . Inoltre \*\*\* 0.01 \*\* 0.05 ' ' 0.1 ' ' 1. Nelle serie sui livelli la parte deterministica è  $D_t=0$ , mentre nelle serie differenziate la parte deterministica è  $D_t=\alpha+\delta t$ .

Visti i valori del test di radice unitaria, possiamo affermare che le serie storiche relative ai prezzi dell'elettricità, al tasso di cambio e quella relativa ai prezzi del petrolio sono  $I(1)$  senza *drift*. In presenza di *break* strutturali però le conclusioni tratte dal test ADF possono risultare non corrette. Perron (1989) affermò che i classici test di radice unitaria hanno poca potenza nel caso in cui nella specificazione del modello sia presente una instabilità strutturale. Può infatti accadere che, se nel modello generatore dei dati è presente un *break* strutturale ad esempio nel trend, il test ADF accetti l'ipotesi di radice unitaria portando quindi a conclusioni non corrette.

## 3.2 Test di Zivot e Andrews

Perron (1989) ha sviluppato una procedura robusta alla presenza di *break* strutturali per verificare l'ipotesi nulla di radice unitaria con *drift*

contro l'ipotesi alternativa di serie trend-stazionaria; Perron inserisce nella specificazione sotto entrambe le ipotesi un punto di rottura in un punto noto  $0 < T_B < T$ . Le ipotesi nulle sono:

1.  $y_t = \mu + dD(TB)_t + y_{t-1} + e_t$ ;
2.  $y_t = \mu_1 + y_{t-1} + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + e_t$ ;
3.  $y_t = \mu_1 + y_{t-1} + dD(TB)_t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + e_t$ ,

dove  $dD(TB)_t = 1$  se  $t = T_B + 1$  e 0 altrimenti,  $DU_t = 1$  se  $t \geq T_B$  e 0 altrimenti,  $A(L)e_t = B(L)v_t$  con  $v_t \sim i.i.d.(0, \sigma^2)$ .

Ipotesi alternative:

$$1. y_t = \mu_1 + \beta t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + e_t; \quad (4)$$

$$2. y_t = \mu + \beta_1 t + (\beta_2 - \beta_1)DT^*_t + e_t; \quad (5)$$

$$3. y_t = \mu_1 + \beta_1 t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + (\beta_2 - \beta_1)DT^*_t + e_t, \quad (6)$$

dove  $DT^*_t = t - T_B$  e  $DT_t = t$  se  $t > T_B$ , 0 altrimenti. Il modello (4) permette un cambiamento nella costante nei livelli, modello (5) ammette un cambiamento nel trend mentre il (6), il più generale, ammette un cambiamento sia nella costante che nel trend.

Il test di radice unitaria di Perron si basa sulle seguenti 3 regressioni aumentate (le quali tengono conto di una struttura  $AR(p)$  per la serie), da scegliere in base all'ipotesi nulla e alternativa che si vuole verificare:

$$1. y_t = \mu + \theta DU_t + \beta t + dD(TB)_t + \alpha y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta y_{t-i} + e_t;$$

$$2. y_t = \mu + \theta DU_t + \beta t + \gamma DT^*_t + \alpha y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta y_{t-i} + e_t;$$

$$3. y_t = \mu + \theta DU_t + \beta t + dD(TB)_t + \gamma DT_t + \alpha y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta y_{t-i} + e_t.$$

La statistica test è  $t_\alpha(\lambda)$ , la quale rappresenta il classico test t per verificare l'ipotesi nulla  $\alpha=1$ . Il valore della statistica test dipende dalla collocazione del punto di rottura ( $\lambda=T_B/T$ ), si rifiuta l'ipotesi nulla se  $t_\alpha(\lambda) < k_\alpha(\lambda)$ , dove  $k_\alpha(\lambda)$  denota il quantile corrispondente ad un determinato livello di significatività.

Nel test di Perron, sopra descritto, il punto di cambiamento strutturale è considerato noto; Zivot e Andrews (1992) costruiscono il test in una maniera differente trattando il punto di rottura come endogeno (non noto). L'ipotesi nulla, in questo caso, è quella di una *random walk* con *drift*, solo sotto l'ipotesi alternativa di serie trend stazionaria gli autori inseriscono nella specificazione un *break* strutturale. Le regressioni da utilizzare per l'esecuzione del test cambiano in base alla specificazione dell'ipotesi alternativa e sono:

1.  $y_t = \mu + \theta DU_t(\lambda) + \beta t + \alpha y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta y_{t-i} + e_t$ ;
2.  $y_t = \mu + \beta t + \gamma DT_t^*(\lambda) + \alpha y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta y_{t-i} + e_t$ ;
3.  $y_t = \mu + \theta DU_t(\lambda) + \beta t + \gamma DT_t^*(\lambda) + \alpha y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta y_{t-i} + e_t$ ,

dove  $DU_t(\lambda) = 1$  se  $t > T\lambda$ , 0 altrimenti;  $DT_t^*(\lambda) = t - T\lambda$  se  $t > T\lambda$ , 0 altrimenti. Il modello viene stimato con i minimi quadrati ordinari e  $\lambda$  si fa variare da  $2/T$  a  $(T-1)/T$ . La statistica test è  $\inf t_\alpha(\lambda)$ , cioè il valore più piccolo delle statistiche test t (applicate per verificare  $\alpha=1$ ) che si ottengono facendo variare  $\lambda$ ; si rifiuta l'ipotesi nulla di radice unitaria se è minore del quantile di riferimento della distribuzione asintotica (test unilaterale). L'obiettivo è stimare il punto di *break* che dà più peso all'ipotesi alternativa di serie

trend-stazionaria. Il numero  $k$  di ritardi può essere scelto attraverso le stesse procedure del test ADF. Indicando con  $\inf t_{\alpha^i}(\lambda)$ , con  $i=1,2,3$  la statistica test appena descritta, basata rispettivamente sul modello  $i$ , la distribuzione asintotica di  $\inf t_{\alpha^i}(\lambda)$  è una funzione di moti browniani. La distribuzione si può ottenere assumendo che la serie sia generata dal modello sotto l'ipotesi nulla e che  $e_t$  sia i.i.d. con media 0 e varianza finita. I valori critici sono stati tabulati da Zivot e Andrews (1992).

I risultati del test, dove i ritardi sono stati scelti seguendo la procedura Ng e Perron (1995), sono riportati in Tabella 3.2.

	ritardi	Statistica test	Punto di <i>break</i>
Pel	13	-4.25 ()	14 Feb 2006
Tc	15	-4.56 ()	09 Sett 2005
Pp	0	-4.77 ()	25 Ago 2006

Tabella 3.2 Test di Zivot e Andrews applicato ai livelli delle serie, numero di ritardi scelto seguendo la procedura di Ng e Perron (1995). La specificazione del modello utilizzata per l'implementazione del test è quella più generale, che ammette un cambiamento sia nella costante che nel trend. Inoltre '\*\*\*\*' 0.001 '\*\*\*' 0.01 '\*\*' 0.05 '.' 0.1 '' 1.

Applicando il test alle serie differenziate si ottengono i risultati riportati in Tabella 3.3.

	ritardi	Statistica test	Punto di <i>break</i>
dPel	18	-8.79 (***)	09 Mar 2005
dTc	0	-28.07 (***)	12 Dic 2007
dPp	18	-6.59 (**)	08 Ago 2006

Tabella 3.3 Test di Zivot e Andrews applicato alle differenze delle serie, numero di ritardi scelto seguendo la procedura di Ng e Perron (1995). La specificazione del modello utilizzata per l'implementazione del test è quella più generale, che ammette un cambiamento sia nella costante che nel trend. Inoltre '\*\*\*\*' 0.001 '\*\*\*' 0.01 '\*\*' 0.05 '.' 0.1 '' 1.

Le ipotesi nulle di radice unitaria sono tutte accettate al livello di significatività 5% nelle serie sui livelli, i p-value per  $Pel$ ,  $Tc$ ,  $Pp$  sono maggiori del 10%. Per i prezzi dell'elettricità il punto di *break* individuato è il 14 Febbraio 2006, periodo nel quale, come spiegato dalla società Omel (*Annual Report*, 2006), inizia la diminuzione del prezzo dell'elettricità spagnola fino a convergere ai prezzi europei. Per quanto riguarda il tasso di cambio, invece, il punto di rottura è situato nel Settembre 2005, periodo in cui, come puntualizzato dalla *Federal Reserve Bank of New York* (2005), comincia il deprezzamento del dollaro nei confronti dell'euro. Infine, per la serie del prezzo a barile di petrolio, uno dei più forti aumenti del prezzo del petrolio è nell'ultimo trimestre del 2006, ciò giustifica la data individuata dal test. Per le serie differenziate invece la procedura rifiuta l'ipotesi di presenza di radice unitaria nel processo, quindi sembra confermare i risultati ottenuti con il test ADF. Le serie in esame hanno ordine di integrazione pari a uno.

### 3.3 Test di Lee e Strazicich

Lee e Strazicich (2004) affermano che una delle principali limitazioni dei test di radice unitaria con *break* endogeno (non noto), presenti nella precedente letteratura, era che essi omettevano la possibilità di un punto

di rottura sotto l'ipotesi nulla di radice unitaria. Se il processo generatore dei dati è, ad esempio, *random walk* con una rottura strutturale è possibile che, usando i test standard, si concluda che la serie sia trend stazionaria con uno *shift* nei parametri. Si andrebbe quindi incontro ad una sorta di "rifiuto spurio", causato appunto da una errata specificazione del modello sotto l'ipotesi nulla. Inoltre, Lee e Strazicich (2001) hanno notato che i classici test di radice unitaria con *break* endogeno tendono a non stimare in modo corretto il punto di rottura, spesso lo identificano infatti in un tempo precedente a quello reale (ad esempio a  $T_{B-L}$  piuttosto che  $T_B$ , con  $T_B$  osservazione nella quale avviene il cambiamento strutturale). Gli autori suggerirono quindi un test LM di radice unitaria con *break* endogeno, il quale evita i problemi sopra menzionati e ammette anche nella specificazione dell'ipotesi nulla di radice unitaria un cambiamento nei regimi.

Mantenendo la notazione di Lee e Strazicich (2004), definiamo il seguente modello generatore dei dati:

$$y_t = \delta' Z_t + X_t, X_t = \beta X_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (7)$$

Sotto l'ipotesi nulla di radice unitaria  $\beta = 1$ . Consideriamo quindi due tipi di *break* strutturale:

- il modello A permette un cambiamento nell'intercetta sotto l'ipotesi alternativa, quindi  $Z_t = [1, t, D_t]'$  con  $D_t = 1$  se  $t \geq T_B + 1$  e 0 altrimenti;

- il modello B invece permette uno *shift* nell'intercetta e nella pendenza del trend sotto l'ipotesi alternativa, quindi  $Z_t = [1, t, D_t, DT_t]'$  con  $DT_t = t - T_B$  se  $t \geq T_B + 1$  e 0 altrimenti.

Il test LM di radice unitaria si ottiene stimando la seguente regressione ausiliaria:

$$\Delta y_t = \delta' \Delta Z_t + \phi \widetilde{S}_{t-1} + u_t, \quad (8)$$

dove  $\widetilde{S}_t = y_t - \widetilde{\psi}_x - Z_t \widetilde{\delta}$  con  $t = 2, \dots, T$ , e  $\widetilde{\delta}$  sono i coefficienti della regressione di  $\Delta y_t$  su  $\Delta Z_t$ , e  $\widetilde{\psi}_x = y_1 - Z_1 \widetilde{\delta}$ .

Il modello A prevede quindi sotto l'ipotesi alternativa una variazione nell'intercetta, mentre sotto l'ipotesi nulla una *dummy* che assume il valore 1 solo nel punto  $T_B$ ; il modello B invece prevede uno *shift* sia nell'intercetta che nel trend sotto l'alternativa, mentre sotto l'ipotesi nulla ammette un "salto di un periodo" e un cambiamento nel drift.

Sotto l'ipotesi nulla di radice unitaria nella regressione ausiliaria (8)  $\phi = 0$ . Poiché il *break* strutturale avviene in un punto endogeno la statistica test LM è  $\inf \widetilde{\tau}(\widetilde{\lambda})$ , dove  $\widetilde{\tau}$  è la statistica t per verificare l'ipotesi  $\phi = 0$  e  $\lambda = T_B/T$ .

Possono inoltre essere inseriti i termini  $\Delta \widetilde{S}_{t-j}$ , con  $j=1, \dots, k$  come nel test ADF seguendo la procedura Ng e Perron (1995). Assumendo che i dati siano generati dal modello (7), che  $Z_t$  sia specificato come nel modello A e assumendo che il termine  $\varepsilon_t$  soddisfi le condizioni di regolarità di Phillips e Perron (1998) sotto l'ipotesi nulla di  $\beta=1$ :

$$\inf \widetilde{\tau}(\widetilde{\lambda}) \xrightarrow{d} \inf_{\lambda} [-\frac{1}{2} \int_0^1 V(r)^2]^{-1/2},$$

dove  $V(r) = W(t) - tW(1)$  con  $W(t)$  che definisce un processo di Wiener. Per quanto riguarda il modello B le proprietà asintotiche sono simili eccetto che la statistica test non è più invariante rispetto alla posizione di  $\lambda$ . I valori critici sono stati tabulati dagli autori, questi variano quindi in base alla specificazione del modello che si sceglie e, nel caso in cui si assuma il modello B, anche dalla posizione relativa del punto di rottura.

Gli autori mettono a disposizione il codice in GAUSS per effettuare questo test; in questo lavoro invece è stato attuato scrivendo il codice con il software statistico R. In Tabella 3.4 sono illustrati i risultati che si sono ottenuti utilizzando  $Z_t = [1, t, D_t, DT_t]'$ .

	Stat. Test	1%	5%	10%	$\tilde{\lambda}$
Pel	-4.11	-5.05	-4.50	-4.18	0.39
Tc	-1.69	-5.15	-4.45	-4.18	0.25
Pp	-1.95	-5.05	-4.50	-4.18	0.57

Tabella 3.4 Test di Lee e Strazicich applicato ai livelli delle serie. Il numero di ritardi di  $\Delta \widetilde{S}_{t-j}$  è pari a 4.

Implementando invece il test alle serie differenziate si conseguono i risultati in Tabella 3.5.

	Stat. Test	1%	5%	10%	$\tilde{\lambda}$
dPel	-31.39	-5.07	-4.47	-4.20	0.19
dTc	-24.51	-5.11	-4.50	-4.21	0.94
dPp	-21.96	-5.05	-4.50	-4.18	0.62

Tabella 3.5 Test di Lee e Strazicich applicato alle serie differenziate. Il numero di ritardi di  $\Delta \widetilde{S}_{t-j}$  è pari a 4.

I punti di rottura delle serie sui livelli non coincidono esattamente con quelli individuati da Zivot e Andrews però indicativamente lo individuano nello stesso periodo. Più precisamente,  $\tilde{\lambda}=0.39$  corrisponde all'osservazione 2 Marzo 2006,  $\tilde{\lambda}=0.25$  corrisponde a 30 Settembre 2005 e  $\tilde{\lambda}=0.57$  a 15 Settembre 2006. Valgono perciò le stesse interpretazioni fornite in precedenza. Questa versione di test di radice unitaria con *break* strutturale endogeno conferma la presenza nelle tre serie storiche di una radice unitaria sui livelli, la quale scompare passando alle differenze.

### 3.4 Test BBC

Nel caso in cui il processo generatore dei dati sia un modello SETAR (*Self Exciting Threshold Auto Regressive*) il test ADF può erroneamente portare ad accettare l'ipotesi di radice unitaria a causa di un errata specificazione del modello. Il test ADF quindi, se siamo in presenza di questo particolare tipo di non linearità, potrebbe portare a risultati non corretti. Pertanto, il test di Bec, Ben Salem e Carrasco (2004) specifica un modello SETAR a tre regimi sotto l'ipotesi alternativa. La specificazione del modello SETAR è la seguente:

$$\Delta y_t = \begin{cases} \alpha_{10} + \alpha_{11}\Delta y_{t-1} + \dots + \alpha_{1p-1}\Delta y_{t-p+1} + \rho_1 y_{t-1} + \varepsilon_t, & \text{se } y_{t-1} \leq -\lambda \\ \alpha_{20} + \alpha_{21}\Delta y_{t-1} + \dots + \alpha_{2p-1}\Delta y_{t-p+1} + \rho_2 y_{t-1} + \varepsilon_t, & \text{se } |y_{t-1}| < \lambda \\ \alpha_{30} + \alpha_{31}\Delta y_{t-1} + \dots + \alpha_{3p-1}\Delta y_{t-p+1} + \rho_3 y_{t-1} + \varepsilon_t, & \text{se } y_{t-1} \geq \lambda \end{cases}$$

Definiamo  $\alpha_j = (\alpha_{j1}, \dots, \alpha_{jp-1})'$  con  $j=1,2,3$ , inoltre, denotando con  $I$  una variabile indicatrice, definiamo  $I_{t<} = I(y_{t-1} \leq -\lambda)$ ,  $I_t = I(|y_{t-1}| < \lambda)$ ,  $I_{t>} = I(y_{t-1} \geq \lambda)$ ,  $u_t = \Delta y_t$ ,  $u_{t-1}^p = (\Delta y_{t-1}, \dots, \Delta y_{t-p+1})$ . Il modello può quindi essere riscritto come segue:

$$u_t = x_t' \beta + \varepsilon_t. \quad (9)$$

Nel modello si è posto  $\beta = (\alpha_1', \alpha_2', \alpha_3', \alpha_{10}, \rho_1, \alpha_{20}, \rho_2, \alpha_{30}, \rho_3)'$ ,  $x_t = (I_{t<} u_{t-1}^p, I_t u_{t-1}^p, I_{t>} u_{t-1}^p, I_{t<} y_{t-1}, I_t y_{t-1}, I_{t>} y_{t-1})'$ .

Per quanto riguarda il termine d'errore  $\varepsilon_t$  si assume essere i.i.d.  $(0, \sigma^2)$ , indipendente da  $y_0$ , e con una distribuzione assolutamente continua e densità positiva in tutti i punti. Le assunzioni sul termine d'errore sono ad esempio soddisfatte se  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ . L'ipotesi nulla di radice unitaria può essere verificata testando nella (9):  $H_0: \rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = 0$ , ma gli autori ottengono la distribuzione del test sotto l'ipotesi più restrittiva:

$$H_0': \rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = 0 = \alpha_{10} = \alpha_{20} = \alpha_{30} \text{ e } \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3.$$

Sotto  $H_0'$  il modello è una *random walk* senza *drift*. Gli autori propongono per la verifica dell'ipotesi un test di Wald, un test LM, oppure un test rapporto di verosimiglianza. Le tre versioni di test proposti, hanno la stessa distribuzione sotto  $H_0'$  e convergono a funzioni di moti browniani. Per eliminare il parametro di disturbo  $\lambda$  le statistiche test vanno calcolate

per ogni suo valore fissato, e ne sarà successivamente preso il valore più grande. La statistica test qui utilizzata è la statistica LM, così definita:

$$LM_T(\lambda) = \frac{1}{\widetilde{\sigma}^2} [\sum_{t=1}^T x_t \widetilde{\varepsilon}_t]' [\sum_{t=1}^T x_t x_t']^{-1} [\sum_{t=1}^T x_t \widetilde{\varepsilon}_t], \quad (10)$$

dove  $\widetilde{\beta}$  è lo stimatore dei minimi quadrati di  $\beta$  del modello (9) sotto l'ipotesi nulla (*random walk senza drift*),  $\widetilde{\varepsilon}_t = u_t - x_t' \widetilde{\beta}$ , e  $\widetilde{\sigma}^2$  è la stima della varianza di  $\widetilde{\varepsilon}$ . Infine la notazione  $A^-$  denota l'inversa generalizzata di Moore-Penrose. Una volta calcolata la (10) per i diversi valori di  $\lambda$  (dove con  $\underline{\lambda}$  e  $\overline{\lambda}$  si definiscono rispettivamente gli estremi dello spazio parametrico) si prende il valore più grande:  $\sup_{\underline{\lambda} < \lambda < \overline{\lambda}} LM(\lambda)$ . Per quanto riguarda la distribuzione della (10), assumendo  $\lambda$  noto, sotto l'ipotesi  $H_0'$  gli autori dimostrano che:

$$LM_T(\lambda) \xrightarrow{d} \sum_{j=1}^3 \frac{(N_j)^2}{D_j \int_0^1 I_j(r) dr},$$

dove si è posto  $k = \pi/\delta$ ,  $\delta = \sigma/(1 - \alpha_{11} - \alpha_{12} - \dots - \alpha_{1p-1})$ ,  $I_1(r) = I(B(r) \leq -k)$ ,  $I_2(r) = I(|B(r)| < k)$ ,  $I_3(r) = I(B(r) \geq k)$ , e con  $N_j = \int_0^1 I_j(r) dr \int_0^1 I_j(r) B(r) dB(r) - \int_0^1 B(r) I_j(r) dr \int_0^1 I_j(r) dB(r)$ , e  $D_j = \int_0^1 I_j(r) dr \int_0^1 B^2(r) I_j(r) dr - [\int_0^1 B(r) I_j(r) dr]^2$ .  $B(\cdot)$  identifica un moto Browniano standard. La distribuzione asintotica del test  $\sup_{\underline{\lambda} < \lambda < \overline{\lambda}} LM(\lambda)$  è:

$$\sup_{\underline{\lambda} < \lambda < \overline{\lambda}} LM(\lambda) \xrightarrow{d} \sup T(k),$$

con  $\underline{k} < k < \bar{k}$ .

Applicando il test BBC si conseguono i risultati in Tabella 3.6.

	Stat. Test	90%	95%	99%
Pel	16.07			
Tc	13.23	15.59	17.63	21.76
Pp	3.75			

Tabella 3.6 Test BBC applicato ai livelli delle serie, numero di ritardi di  $\Delta y_t$  pari a 1.

Nella Tabella 3.7 si possono invece vedere i risultati che si raggiungono applicando il medesimo test alle rispettive serie differenziate.

	Stat. Test	90%	95%	99%
dPel	275.62			
dTc	171.81	15.59	17.63	21.76
dPp	171.03			

Tabella 3.7 Test BBC applicato alle differenze, numero di ritardi di  $\Delta y_t$  pari a 1.

Per quanto riguarda Tc e Pp il test conferma i risultati messi in evidenza fino ad ora, nonostante vari la specificazione dei modelli per verificare l'ipotesi di radice unitaria. Per la serie dei prezzi dell'elettricità il p-value è compreso tra il 5 ed il 10%, l'ipotesi nulla è dunque accettata e, viste anche le conclusioni dei precedenti test, il risultato non può essere considerato un debole segnale di assenza di radice unitaria. I test di radice unitaria applicati portano quindi univocamente alla stessa conclusione. Il test ADF, il test di Zivot e Andrews, il test di Lee e Strazicich, e il test BBC identificano le serie in esame come integrate di ordine uno.

## 4. Analisi di cointegrazione standard

Poiché le serie sono integrate di ordine uno bisogna verificare se esse sono o no cointegrate. Per analizzare le relazioni tra le variabili, nel caso in cui siano cointegrate, si procederà con la stima di un modello a correzione dell'errore; in caso contrario si procede con la stima di un modello VAR alle differenze. In questo capitolo saranno illustrate brevemente ed applicate le procedure standard per la verifica della presenza di cointegrazione e, oltre al classico test ADF, sarà applicato un test di tipo CUSUM sui residui di cointegrazione che si ottengono dalla procedura di Engle e Granger per verificare l'ipotesi nulla di cointegrazione.

### 4.1 Test di cointegrazione di Engle e Granger

In generale combinazioni lineari di processi  $I(1)$  sono ancora processi  $I(1)$ . In alcuni casi però esiste la possibilità che una particolare

combinazione lineare di due o più processi  $I(1)$  sia  $I(0)$ . Ciò accade quando i processi presi in considerazione condividono un trend stocastico comune. In questo caso i processi si dicono cointegrati  $CI(1,1)$ . Ossia:  $y_t=(y_{1,t},\dots,y_{k,t})'$ ,  $y_{j,t} \sim I(1)$ ,  $j=1,2,\dots,K$  allora  $y_t$  si dice cointegrato e indicato con  $CI(1,1)$  se  $\beta'y_t=\beta_1y_{1,t}+\dots+\beta_ky_{k,t} \sim I(0)$ . Il vettore  $\beta$  non è unico, deve quindi essere normalizzato; tipicamente una semplice normalizzazione è:  $\beta=(1,-\beta_2,\dots,-\beta_k)$ . Quindi  $\beta'y_t=y_{1,t}-\beta_2y_{2,t}-\dots-\beta_ky_{k,t}=u_t \sim I(0)$ .  $u_t$  viene chiamato residuo di cointegrazione. In generale se  $y_t$  è un vettore di  $K$  elementi cointegrati, possono esistere  $0 < r < K$  vettori di cointegrazione (linearmente indipendenti).  $r$ , cioè il numero di relazioni di cointegrazione, viene chiamato rango di cointegrazione. Quindi, ad esempio, nel caso di  $K=3$  e  $r=2$  esisterà una matrice  $B$  di dimensioni  $(K \times r)$  tale che:

$$B'y_t = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \\ y_{3t} \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} I(0) \\ I(0) \end{bmatrix},$$

$B$  viene chiamata matrice di cointegrazione.

Concentrando momentaneamente l'attenzione al caso di cui è noto, o si assume che esiste al più una relazione di cointegrazione, si può seguire l'approccio di Engle e Granger (1986) per stimare il vettore di cointegrazione e un ECM (*Error Correction Model*); quest'ultimo mette in evidenza la relazione di lungo periodo e la dinamica di breve periodo. La procedura di Engle e Granger prevede di stimare un modello di regressione lineare tramite i minimi quadrati ordinari. Il passo successivo consiste nel verificare la presenza di una radice unitaria nella serie dei

residui; in caso di presenza di radice unitaria la combinazione di serie I(1) ha generato un'altra serie I(1), quindi le serie non sono cointegrate. Nel caso in cui si rifiuti l'ipotesi nulla di radice unitaria le serie sono CI(1,1) e i residui sono quindi I(0). Le stime dei coefficienti ottenute in precedenza comporranno quindi il vettore di cointegrazione. Inoltre nel caso in cui si applicasse il test ADF per verificare la presenza di radice unitaria non si possono utilizzare gli usuali valori critici, bensì bisogna utilizzare la distribuzione asintotica tabulata da Phillips-Ouliaris (1990). Lo stimatore OLS per il vettore di cointegrazione è super-consistente; stime però più accurate possono essere ottenute attraverso lo stimatore DOLS, il quale è (asintoticamente) efficiente. Una volta ottenute le stime dei coefficienti di cointegrazione si può procedere alla stima dell'ECM:

$$\Delta y_{i,t} = \alpha_{i,01} + \alpha_{i,1}(\widehat{u}_t) + \sum_j a_{i,j} \Delta y_{1,t-j} + \dots + \sum_j b_{i,j} \Delta y_{k,t-j} + \varepsilon_{i,t}, \quad (11)$$

con  $i=1,2,\dots,K$  e con  $\widehat{u}_t \sim I(0)$  residuo di cointegrazione stimato. I parametri  $\alpha_{i,1}$  della (11) si chiamano fattori di aggiustamento e misurano la velocità di aggiustamento verso l'equilibrio di lungo periodo.

Seguendo l'analisi effettuata da Muñoz e Dickey, l'esistenza di una relazione di cointegrazione attraverso l'approccio di Engle e Granger verrà verificata per Pel e Tc e per Pel e Pp. In questa analisi le tre variabili non saranno ancora analizzate congiuntamente. Il modello a tre variabili sarà introdotto successivamente, le relazioni saranno esaminate attraverso altre metodologie. Lo stimatore dei minimi quadrati ordinari utilizzando

Pel come variabile di risposta e Tc come esplicativa fornisce le seguenti stime:

$$Pel = -8.27 + 17.06Tc + \hat{u}_t.$$

Il grafico dei residui si può vedere in Figura 4.1.

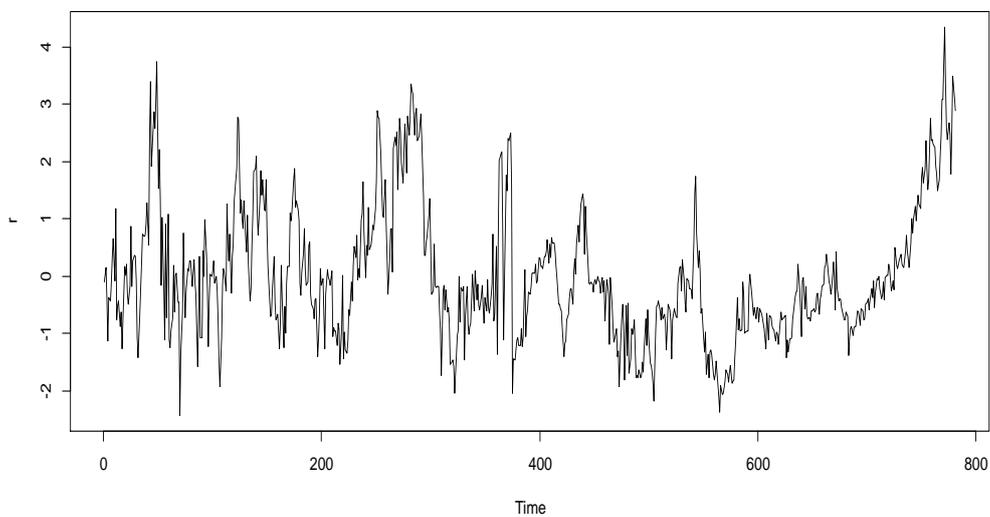


Figura 4.1 Andamento di  $\hat{u}_t$ , residuo di cointegrazione di Pel e Tc.

Applicando invece OLS a Pel e Pp si ottiene:

$$Pel = 6.18 - 0.02Pp + \hat{e}_t.$$

Il grafico dei residui è in Figura 4.2.

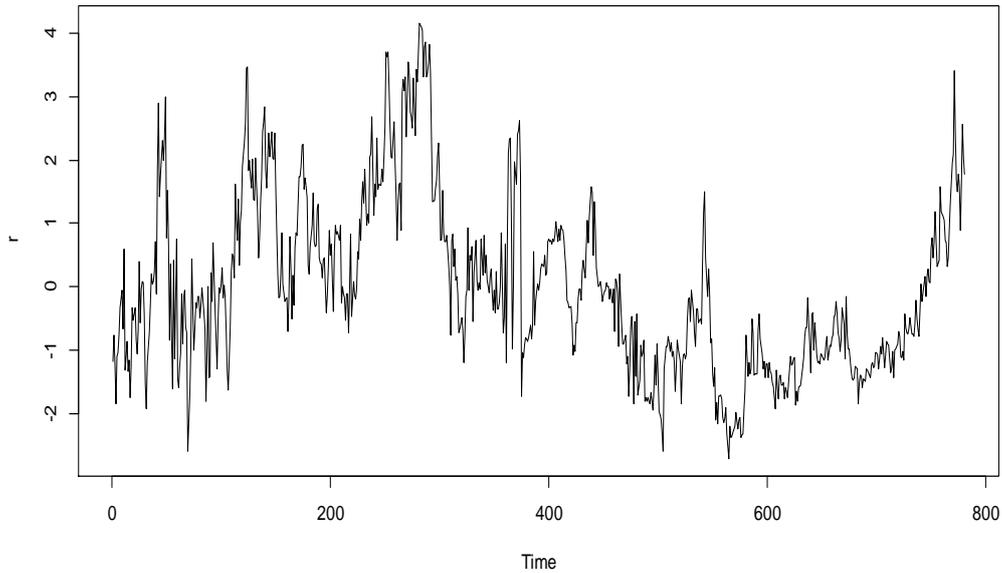


Figura 4.2 Andamento di  $\hat{e}_t$ , residuo di cointegrazione di Pel e Pp.

Il test ADF applicato alle serie dei residui fornisce i risultati riportati in Tabella 4.1 e 4.2.

Pel,Tc	Stat. Test	1%	5%	10%
$\hat{u}_t$	-3.14	-3.44	-2.87	-2.57

Tabella 4.1 Test di Engle e Granger, verifica della presenza di una radice unitaria in  $\hat{u}_t$  attraverso ADF. Il numero di ritardi è stato scelto seguendo la procedura proposta da Ng e Perron(1995).

Pel,Pp	Stat. test	1%	5%	10%
$\hat{e}_t$	-2.69	-3.44	-2.87	-2.57

Tabella 4.2 Test di Engle e Granger, verifica della presenza di una radice unitaria in  $\hat{e}_t$  attraverso ADF. Il numero di ritardi è stato scelto seguendo la procedura proposta da Ng e Perron(1995).

I valori critici sono quelli tabulati da Phillips-Ouliaris (1990) corretti per numerosità finite attraverso la formula di MacKinnon (1991 e 2010). L'ipotesi nulla di radice unitaria per  $\hat{u}_t$  è rifiutata al livello di significatività

5%, quindi  $\widehat{u}_t \sim I(0)$  e i coefficienti stimati attraverso OLS sono i coefficienti di cointegrazione, ma è accettata al livello di significatività dell'1%. Se si decidesse di rifiutare l'ipotesi nulla l'equilibrio di lungo periodo messo in evidenza dall'approccio di Engle e Granger è:

$$E(Pe|_t | Tc_t) = -8.27 + 17.06Tc_t$$

Il test di Engle e Granger non dà una forte indicazione riguardo il rifiuto o meno dell'ipotesi nulla. Invece, per quanto riguarda  $\widehat{e}_t$ , il test ADF sembra accettare l'ipotesi di radice unitaria nella serie dei residui. Le serie non sembrano quindi cointegrate.

## 4.2 Test CUSUM per la stabilità strutturale

Poiché i risultati del test di Engle e Granger non forniscono forti evidenze a favore o contro l'ipotesi nulla, di seguito è applicato un test CUSUM per verificare la presenza di cambiamenti strutturali nel modello. Xiao e Phillips (2002), e Hao e Inder (1995) hanno proposto un test CUSUM per verificare rispettivamente l'ipotesi nulla di cointegrazione e per verificare la stabilità dei parametri nel tempo, cioè per la stabilità strutturale del modello. Le due procedure proposte sono strettamente collegate e le due statistiche test hanno lo stesso comportamento sotto

l'ipotesi nulla, ma diverso sotto l'ipotesi alternativa. Nell'articolo propongono di utilizzare lo stimatore DOLS per stimare la relazione di cointegrazione e ricavare quindi i residui. Nel nostro caso, ad esempio, applicando la procedura per Pel e Tc:

$$Pel = \beta_0 + \beta_1 Tc + \sum_{j=-p}^p \delta_j \Delta T c_{t-j} + u_t,$$

con  $p=3$  scelto in base alla significatività dei coefficienti. Le stime  $\widehat{\beta}_0$  e  $\widehat{\beta}_1$  ( $\widehat{\beta}_0 = -8.78$ ,  $\widehat{\beta}_1 = 17.70$ ) sono migliori di quelle ottenute in precedenza (sotto l'ipotesi di cointegrazione), ma non cambiano significativamente. Lo stimatore DOLS è infatti asintoticamente efficiente. Si ottengono ora i residui  $\widehat{u}_t = Pel_t - \widehat{\beta}_0 - \widehat{\beta}_1 Tc_t - \sum_{j=-p}^p \widehat{\delta}_j \Delta T c_{t-j}$ . L'ipotesi nulla del test è che i parametri siano stabili al variare di  $t$ . La statistica test è:

$$\sup_{0 < \tau < 1} |B^{(T)}(\tau)|, \quad (12)$$

dove  $B^{(T)}(\tau) = \frac{1}{\widehat{\omega}\sqrt{T}} \sum_{t=1}^{[T\tau]} \widehat{u}_t$  e  $\widehat{\omega}^2$  è la stima della varianza di lungo periodo di  $\widehat{u}_t$ . Per la stima della varianza di lungo periodo si utilizza lo stimatore non parametrico proposto da Xiao e Phillips (2002):

$$\widehat{\omega}_u^2 = \sum_{h=-M}^M k\left(\frac{h}{M}\right) C_{uu}(h).$$

La quantità  $C_{uu}(h)$  sta per la covarianza campionaria ossia  $C_{uu}(h) = \frac{\sum_{t=1}^{t-h} \widehat{u}_t \widehat{u}_{t+h}}{n}$ , mentre  $k$  sta a indicare la funzione Kernel.  $M$  è invece una *bandwidth* scelta nel modo seguente  $M = O(2\sqrt[3]{T})$ , quindi nel nostro caso  $M=18$ . Riguardo la distribuzione della (12) sotto l'ipotesi nulla

si può dimostrare che, se il termine d'errore soddisfa opportune condizioni di regolarità, si ha:

$$\sup_{0 < \tau < 1} |B^{(T)}(\tau)| \xrightarrow{d} \sup_{0 \leq \tau \leq 1} |W_d(\tau)|,$$

dove  $W_d(\tau) = W_1(r) - \left[ \int_0^1 dW_1 S' \right] \left[ \int_0^1 SS' \right]^{-1} \int_0^r S$ , con  $S(\tau)' = (d(\tau)', W_2(\tau)')$ , e con  $d(\tau) = (1, \tau)'$ . Infine  $W_1(\tau)$  e  $W_2(\tau)$  definiscono dei moti browniani standard rispettivamente 1 e p-dimensionali indipendenti tra di loro.

In questo lavoro i valori critici della distribuzione della statistica test sono ottenuti applicando una tipologia di bootstrap che prende il nome di *sieve bootstrap*. La procedura consiste in:

- a. Stimare con OLS il modello:  $Pe_t = \beta_0 + \beta_1 Tc_t + \sum_{j=-p}^p \delta_j \Delta Tc_{t-j} + u_t$ . una volta ottenute le stime del modello si ricava la statistica test  $\sup_{0 < \tau < 1} |B^{(T)}(\tau)|$  come descritto in precedenza. Si ottiene inoltre il residuo della relazione di cointegrazione:  $\widehat{r}_t = Pe_t - \widehat{\beta}_0 - \widehat{\beta}_1 Tc_t$ ;
- b. Definiamo  $\widehat{\xi}_t = (v_t, \widehat{r}_t)$ , dove  $v_t = \Delta Tc_t$ . Si stima per  $\widehat{\xi}_t$  un modello AR di ordine p utilizzando, come consigliato da Kreiss e Lahiri (2012), le equazioni di Yule-Walker:

$$\widehat{\xi}_t = \sum_{j=1}^p A_j \widehat{\xi}_{t-j} + b_t;$$

Una volta ottenute le stime del modello si possono ricavare i residui:

$$\widehat{b}_t = \widehat{\xi}_t - \sum_{j=1}^p \widehat{A}_j \widehat{\xi}_{t-j};$$

- c. Si centrano i residui  $\widehat{b}_t$  (sottraendone la media); si applica poi il bootstrap ai residui centrati, ottenendo:  $\{b_t^*\}_{p+1}^T$ . Da  $b_t^*$  si può successivamente ricavare  $\widehat{\xi}_t^*$  attraverso:  $\widehat{\xi}_t^* = \sum_{j=1}^p A_j \widehat{\xi}_{t-j}^* + b_t^*$ ;
- d. Una volta ottenuto  $\widehat{\xi}_t^*$  si può ricavare  $Tc_t^* = Tc_{t-1}^* + v_t^*$ , con  $Tc_1^* = Tc_1$ .  
Una volta generato  $Tc_t^*$  si può ottenere  $Pel_t^*$  attraverso la relazione  $Pel_t^* = \widehat{\beta}_0 + \widehat{\beta}_1 Tc_t^* + r_t^*$ ;
- e. Si è così ottenuto un campione di osservazioni bootstrap attraverso il quale reiterando la procedura possiamo ottenere diverse realizzazioni della statistica test sotto l'ipotesi nulla. In questo caso sono state eseguite 1000 replicazioni bootstrap.

In Tabella 4.3 e 4.4 riporto il valore della statistica test, e i rispettivi quantili d'interesse della distribuzione ottenuti tramite il *sieve bootstrap*.

stat. Test Pel,Tc	Q 90%	Q 95%	Q 99%
1.24	0.87	0.94	1.06

Tabella 4.3 Valore delle statistica test di tipo CUSUM sul residuo di cointegrazione di Pel e Tc, con i relativi quantili.

stat. Test Pel,Pp	Q 90%	Q 95%	Q 99%
2.03	1.14	1.17	1.22

Tabella 4.4 Valore delle statistica test di tipo CUSUM sul residuo di cointegrazione di Pel e Pp, con i relativi quantili.

L'ipotesi nulla viene rifiutata se  $\sup_{0 < \tau < 1} |B^{(T)}(\tau)| > Q(1-\alpha)$ , dove  $\alpha$  è la probabilità di un errore del primo tipo. Nel nostro caso, l'ipotesi nulla è rifiutata (p-value < 0.01); i parametri della relazione di cointegrazione non

possono essere quindi ritenuti stabili, quindi possono variare nel tempo. Le serie possono essere contraddistinte da un'instabilità nei parametri che non è colta dal modello. Il test di cointegrazione di Engle e Granger non è adatto all'analisi e può quindi essere "sostituito" dal test di Gregory-Hansen (1992, vedi Capitolo 5.1), robusto alla presenza di un *break* strutturale all'interno della relazione di cointegrazione. Inoltre, poiché le statistiche di Xiao e Phillips (2002), e Hao e Inder (1995) coincidono e hanno la stessa distribuzione sotto l'ipotesi nulla, possiamo anche affermare che, in entrambi i casi, le serie non sono cointegrate. Il risultato non è in contrapposizione con quello ottenuto con il test ADF, infatti quest'ultimo non portava forti evidenze contro l'ipotesi nulla di radice unitaria.

## 4.3 Procedura di Johansen

Ulteriori evidenze, riguardo la presenza o meno di cointegrazione, possono essere ottenute applicando il test della traccia di Johansen. Come nell'articolo al quale si sta facendo riferimento, questa procedura sarà applicata, oltre che ai casi bivariati, anche a tutte e tre le variabili congiuntamente. Questa metodologia è infatti più opportuna nel caso di tre o più variabili, in quanto ammette la presenza di più di una relazione

di cointegrazione. Di seguito si fornirà un breve riepilogo della procedura di Johansen (1990), per eventuali approfondimenti si veda Johansen (1991 e 1995). Definendo  $y_t$  un VAR(p) K-variato:

$$y_t = D_t + \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + a_t, \quad (13)$$

con  $a_t \sim WN(0, \Sigma)$  e  $D_t$  la parte deterministica. Il modello (13) è stazionario se  $|\Phi(B)| = |I - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p| \neq 0$ , per ogni  $|B| \leq 1$ . Se esistono radici unitarie le variabili  $y_t$  sono I(1) e possono essere cointegrate. Se le variabili sono cointegrate la rappresentazione VECM (*Vector Error Correction Model*) è la più adatta all'analisi perché mette in evidenza in modo esplicito le relazioni di lungo periodo. La rappresentazione VECM è data da:

$$\begin{aligned} \Delta y_t &= \Pi y_{t-1} + \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + \dots + \Gamma_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + a_t = \\ &\Pi y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \Gamma_j \Delta y_{t-j} + a_t, \end{aligned} \quad (14)$$

dove  $\Pi = -\Phi(1)$ ,  $\Gamma_j = -\sum_{i=j+1}^p \phi_i$ .

Se nella (14) il rango di  $\Pi = K$  allora  $y_t \sim I(0)$ , mentre se  $rank(\Pi) = 0$  allora  $y_t \sim I(1)$ , ma le serie non sono cointegrate. Se invece  $0 < rank(\Pi) < K$ , allora  $y_t \sim I(1)$ , ma esistono  $r = rank(\Pi)$  relazioni di cointegrazione. In quest'ultima situazione  $\Pi$  è singolare e ha rango ridotto ed è quindi possibile scomporre nell'equazione (14) la matrice  $\Pi$  di dimensioni (K x K) in  $\alpha\beta'$ , dove  $\alpha$  e  $\beta$  sono matrici di dimensioni (K x r).  $\alpha$  è la matrice dei fattori di aggiustamento, mentre  $\beta$  contiene le relazioni di cointegrazione. Nella pratica bisogna prima di tutto identificare l'ordine p dal VAR,

successivamente si determina il numero di vettori di cointegrazione attraverso il test della traccia, ed infine si può procedere con la stime della forma VECM. Per determinare il rango di cointegrazione Johansen mostra che la procedura più corretta è di tipo sequenziale e consiste nel verificare l'ipotesi più vincolata  $H(0): rank(\Pi) = 0$ , e in caso di rifiuto si verifica  $H(1): rank(\Pi) = 1$ . Si ripete la procedura fino a  $rank(\Pi) = K - 1$ . Le ipotesi hanno come alternativa  $rank(\Pi)=K$ . Le verifiche sono effettuate attraverso test basati sul rapporto di verosimiglianza, dove ogni verosimiglianza concentrata su  $\beta$  è massimizzata sotto l'ipotesi del rango alla quale si sta facendo riferimento. La distribuzione della statistica test è non standard. Le stime delle altre quantità d'interesse sono ottenute a posteriori a partire da  $\hat{\beta}$ .

Nel caso in esame il test della traccia è applicato a 3 diversi gruppi di variabili: il primo include il prezzo dell'elettricità e il tasso di cambio (Tabella 4.5), il secondo il prezzo dell'elettricità e quello del petrolio (Tabella 4.6) e il terzo include tutte e tre le variabili, quindi  $P_{el}$ ,  $T_c$  e  $P_p$  (Tabella 4.7).

Ritardi	$H_0$	test	Q90%	Q95%	Q99%
2	$r \leq 1$	0.18	2.69	3.76	6.65
	$r = 0$	31.77	13.33	15.41	20.04

Tabella 4.5 Test della traccia applicato a  $P_{el}$  e  $T_c$  (Gruppo 1). Il numero di ritardi è riferito ai livelli della serie.

Si accetta l'ipotesi  $r=1$ , la relazione di cointegrazione stimata è:

$$(1, -15.60) \begin{pmatrix} P_{el} \\ T_c \end{pmatrix}.$$

Ritardi	H <sub>0</sub>	test	Q90%	Q95%	Q99%
3	r≤1	1.19	2.69	3.76	6.65
	r=0	18.81	13.33	15.41	20.04

Tabella 4.6 Test della traccia applicato a Pel e Pp (Gruppo 2). Il numero di ritardi è riferito ai livelli della serie.

Si accetta l'ipotesi r=1, la relazione di cointegrazione stimata è:

$$(1, 0.02) \begin{pmatrix} Pel \\ Pp \end{pmatrix}.$$

Ritardi	H <sub>0</sub>	test	Q90%	Q95%	Q99%
2	r≤2	0.00	2.69	3.76	6.65
	r≤1	9.74	13.33	15.41	20.04
	r=0	49.32	26.79	29.68	35.65

Tabella 4.7 Test della traccia applicato a Pel, Tc e Pp (Gruppo 3). Il numero di ritardi è riferito ai livelli della serie.

Si accetta l'ipotesi r=1, la relazione di cointegrazione stimata è:

$$(1, -26.22, -0.07) \begin{pmatrix} Pel \\ Tc \\ Pp \end{pmatrix}.$$

Per il gruppo 2 (Tabella 4.6) l'ipotesi r=0 sarebbe accettata all'1%; in questo caso la rappresentazione VECM si riduce ad un VAR e le serie sono quindi I(1), ma non sono cointegrate. Questo risultato è coerente con quanto messo in evidenza dal test di Engle e Granger e dal test di tipo CUSUM sui residui. Nel gruppo 1 e nel gruppo 3 (rispettivamente Tabella 4.5 e 4.7) si accetta l'ipotesi di una relazione di cointegrazione. Si può notare nella relazione di lungo periodo il forte impatto del tasso di cambio sui prezzi dell'elettricità e un effetto più debole del prezzo del

petrolio. Oltre a ciò si può constatare che il parametro associato al tasso di cambio nella relazione di lungo periodo del modello con due variabili (gruppo 1:  $Pel$ ,  $Tc$ ), cambia fortemente rispetto al modello con tre variabili (gruppo 3:  $Pel$ ,  $Tc$ ,  $Pp$ ). Il coefficiente nel modello con tre variabili misura un effetto più forte rispetto al coefficiente del modello con due variabili. Il segno stimato per il coefficiente della relazione di lungo periodo nel gruppo 2 è difficile da razionalizzare; nel gruppo 3 invece, considerando le tre variabili congiuntamente, il segno del coefficiente associato a  $Pp$  indica un ragionevole effetto positivo dei prezzi del petrolio verso i prezzi dell'elettricità nel lungo periodo. Possiamo affermare che nel lungo periodo, analizzando le tre variabili congiuntamente, un aumento dei prezzi del petrolio o un apprezzamento del tasso di cambio dollaro/euro, porta ad un aumento dei prezzi dell'elettricità. Avere quindi un tasso di cambio euro/dollaro in aumento (apprezzamento dell'euro rispetto al dollaro) porta, in Spagna, a prezzi *spot* dell'elettricità più bassi. La procedura di Johansen, come già detto, mette comunque anch'essa in evidenza dubbi riguardo la cointegrazione tra  $Pel$  e  $Pp$ , come confermato dalle analisi precedenti. Per quanto riguarda  $Pel$  e  $Tc$  siamo in presenza di risultati contrastanti, infatti la procedura di Engle e Granger non fornisce un risultato chiaro, il test CUSUM rifiuta l'ipotesi di cointegrazione, mentre la procedura di Johansen accetta l'ipotesi di una relazione di cointegrazione. La procedura di Johansen potrebbe però fornire risultati distorti nel caso in

cui le serie siano caratterizzate da un *break* strutturale, sarà per questo introdotta successivamente una estensione di tale procedura.



## 5. Analisi di cointegrazione con *break* strutturale

Le procedure standard per l'analisi di cointegrazione forniscono risultati contrastanti, si sono perciò rivelate non adatte al contesto. Ciò può essere dovuto al fatto che le serie storiche in considerazione sono caratterizzate da un punto di rottura e, applicando i metodi standard, si specifica in modo non corretto il modello. Per ottenere risultati più affidabili saranno applicati in questo Capitolo dei test per verificare la cointegrazione di serie affette da *break* strutturale in un punto non noto. Di seguito sarà applicato il test di Gregory–Hansen (1992), che può essere visto come una generalizzazione del test di Engle e Granger, e la procedura Lütkepohl (2004), che può essere considerata un'estensione della procedura di Johansen. Questi due test ammettono una specificazione del *break* diversa; infatti, mentre il primo prevede uno *shift* sia nella costante che nel coefficiente angolare, il secondo ammette che lo *shift* sia presente solo nella media del processo.

## 5.1 Test di cointegrazione di Gregory-Hansen

La specificazione del modello come in Engle e Granger non tiene in considerazione dell'instabilità dei parametri che sembra presente in queste serie. Gregory e Hansen (1992) hanno sviluppato questa procedura per testare l'ipotesi nulla di assenza di cointegrazione. Il test proposto permette una specificazione con un cambio di regime nei coefficienti della relazione di cointegrazione in un punto ignoto. In questo modo si cerca di cogliere eventuali punti di rottura presenti nelle serie. Si hanno quindi a disposizione le osservazioni  $y_t=(y_{1,t},y_{2,t})$ , dove  $y_{1,t}$  ha dimensioni  $(n \times 1)$  e  $y_{2,t}$  ha dimensioni  $(n \times k)$  con  $n$  numero di osservazioni, inoltre  $y_t \sim I(1)$ . Il modello "standard" utilizzato per descrivere l'equilibrio di lungo periodo è:

$$y_{1,t} = \mu + \alpha^T y_{2,t} + e_t, \text{ con } e_t \sim I(0). \quad (15)$$

In (15) i parametri  $\mu$  e  $\alpha$  (coefficienti di cointegrazione) sono costanti nel tempo.

In alcune applicazioni può risultare verosimile pensare che i coefficienti di cointegrazione valgano per un periodo abbastanza lungo di tempo e che poi cambino a favore di un'altra relazione di lungo periodo. Il

tempo nel quale avviene il cambio di regime è considerato ignoto a priori. Il cambiamento strutturale coinvolgerà l'intercetta  $\mu$  e/o i parametri  $\alpha$ .

Seguendo la notazione di Gregory e Hansen (1992), definiamo ora la variabile *dummy*:

$$\varphi_{t,\tau} = \begin{cases} 0, & \text{se } t \leq [n\tau] \\ 1, & \text{se } t > [n\tau] \end{cases}'$$

dove il parametro non noto  $\tau$  ( $0 < \tau < 1$ ) denota il punto (relativo) del cambiamento dei coefficienti nel tempo, e  $[\cdot]$  denota la parte intera dell'argomento. Il cambiamento strutturale può assumere diverse forme:

- Modello con *shift* nei livelli: un caso semplice è che il cambiamento della relazione di cointegrazione possa essere modellato attraverso un cambiamento di regime dell'intercetta  $\mu$ , mentre i coefficienti di pendenza  $\alpha$  sono tenuti costanti. Questo modello è specificato in (16).

$$y_{1,t} = \mu_1 + \mu_2 \varphi_{t,\tau} + \alpha^T y_{2,t} + e_t, \text{ con } t=1, \dots, n. \quad (16)$$

Con la parametrizzazione (16)  $\mu_1$  rappresenta l'intercetta prima dello *shift* e  $\mu_2$  rappresenta il cambiamento dell'intercetta una volta superata  $[n\tau]$ -esima osservazione.

- Modello con trend e *shift* nei livelli: nella specificazione del modello può essere incluso un trend deterministico come in (17):

$$y_{1,t} = \mu_1 + \mu_2 \varphi_{t,\tau} + \beta t + \alpha^T y_{2,t} + e_t, \text{ con } t=1, \dots, n. \quad (17)$$

- Modello con *shift* nei regimi: possiamo specificare il modello in modo che si permetta ai coefficienti  $\alpha$  di variare anch'essi nel tempo, come in (18):

$$y_{1,t} = \mu_1 + \mu_2 \varphi_{t,\tau} + \alpha_1^T y_{2,t} + \alpha_2^T y_{2,t} \varphi_{t,\tau} + e_t, \text{ con } t=1, \dots, n. \quad (18)$$

In questo caso l'interpretazione di  $\mu_1$  e  $\mu_2$  non cambia, mentre  $\alpha_1$  denota i coefficienti di pendenza della cointegrazione prima dello *shift* e  $\alpha_2$  ne misura il loro cambiamento dopo lo *shift*.

- Modello con *shift* sia nei regimi sia nel trend: ci sono ovviamente altre specificazioni che possono essere proposte, una delle più usate è una generalizzazione della (18) che si ottiene includendo un trend deterministico un suo rispettivo *break* strutturale come nella (19):

$$y_{1,t} = \mu_1 + \mu_2 \varphi_{t,\tau} + \beta_1 t + \beta_2 t \varphi_{t,\tau} + \alpha_1^T y_{2,t} + \alpha_2^T y_{2,t} \varphi_{t,\tau} + e_t, \text{ con } t=1, \dots, n. \quad (19)$$

Nei modelli (16),..., (19) se il punto  $[\tau]$  è noto a priori si può procedere con il metodo "standard".

Gregory e Hansen propongono una procedura per testare l'ipotesi nulla nel caso in cui il punto di *break* strutturale non sia noto. La soluzione proposta è di calcolare la statistica test per ogni  $\tau$  compreso tra 0.15 e 0.85 e prenderne il valore più piccolo. La statistica test da applicare ai residui del modello che si vuole utilizzare è ADF oppure il test di Phillips-Perron (1987). Gli autori provano la convergenza della statistica test quando è applicata ai residui del modello (18). La statistica test converge in distribuzione ad una funzione di moti browniani e i valori critici sono

tabulati nell'articolo. La distribuzione varia in base alla specificazione del modello scelto e in base al numero di regressori. In questa analisi si è utilizzato il modello (18), il modello con *shift* nei regimi e, per testare l'ipotesi di radice unitaria sui residui, è stato utilizzato il test ADF. La procedura è applicata ancora analizzando i soli modelli bivariati come nel Capitolo 4.1. Si verifica quindi l'ipotesi nulla di assenza di cointegrazione tra i prezzi dell'elettricità e il tasso di cambio, tra i prezzi dell'elettricità e i prezzi del petrolio, ammettendo però nella specificazione del modello un cambio di regime in un punto non noto a priori e che sarà stimato.

Stat. Test (Pel, Tc)	Q 1%	Q 5%	Q 10%	$\hat{\tau}$	Punto di break
-7.24	-5.47	-4.95	-4.68	0.71	15 Feb 2007

Tabella 5.1 Test di Gregory – Hansen. La variabile dipendente è Pel, mentre come variabile esplicativa è stata usata Tc. La specificazione del modello è come in (18). La presenza di radice unitaria sui residui è stata verificata attraverso il test ADF.

Stat. Test (Pel, Pp)	Q 1%	Q 5%	Q 10%	$\hat{\tau}$	Punto di break
-6.59	-5.47	-4.95	-4.68	0.40	14 Mar 2006

Tabella 5.2 Test di Gregory – Hansen. La variabile dipendente è Pel, mentre come variabile esplicativa è stata usata Pp. La specificazione del modello è come in (18). La presenza di radice unitaria sui residui è stata verificata attraverso il test ADF.

Stimando con OLS il modello (18) attribuendo a  $\tau$  il valore stimato attraverso la procedura di Gregory - Hansen, rispettivamente 0.71 e 0.40 si ottengono le stime del vettore di cointegrazione.

$$Pel_t = -14.49 + 36.85\varphi_{t,\tau} + 24.91Tc_t - 50.30\varphi_{t,\tau}Tc + \hat{e}_t.$$

$$Pel_t = 0.32 + 2.44\varphi_{t,\tau} + 0.10Pp_t - 0.08\varphi_{t,\tau}Pp + \widehat{u}_t.$$

I valori delle statistiche riportati in Tabella 5.1 e 5.2 portano a rifiutare l'ipotesi nulla di assenza di cointegrazione in entrambi i casi. La relazione di cointegrazione per Pel e Tc è (1,14.49,-24.91) per le osservazioni precedenti il 15 Febbraio 2007, e (1,-22.36,25.39) per le osservazioni successive. Per Pel e Pp la relazione di cointegrazione prima del 14 Marzo 2006 è (1,-0.32,-0.10), mentre per le osservazioni successive (1,-2.76,-0.02). Di seguito, in Figura 5.1, è riportato il grafico del residuo di cointegrazione tra Pel e Tc, identificato come  $I(0)$  dalla procedura.

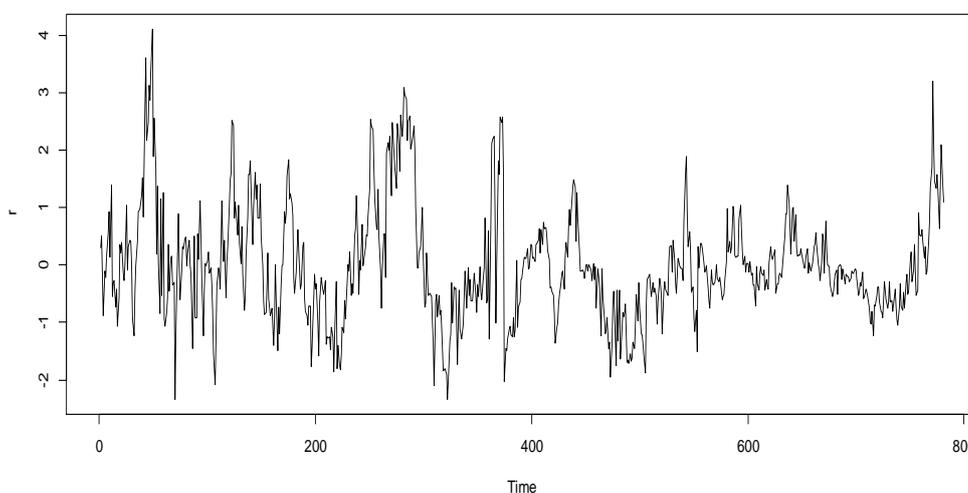


Figura 5.1 Andamento di  $\widehat{e}_t$ , residuo di cointegrazione di Pel e Tc, nel tempo.

In Figura 5.2 è messo in evidenza il punto di *break* individuato nella relazione di lungo periodo delle due serie storiche prese in considerazione.

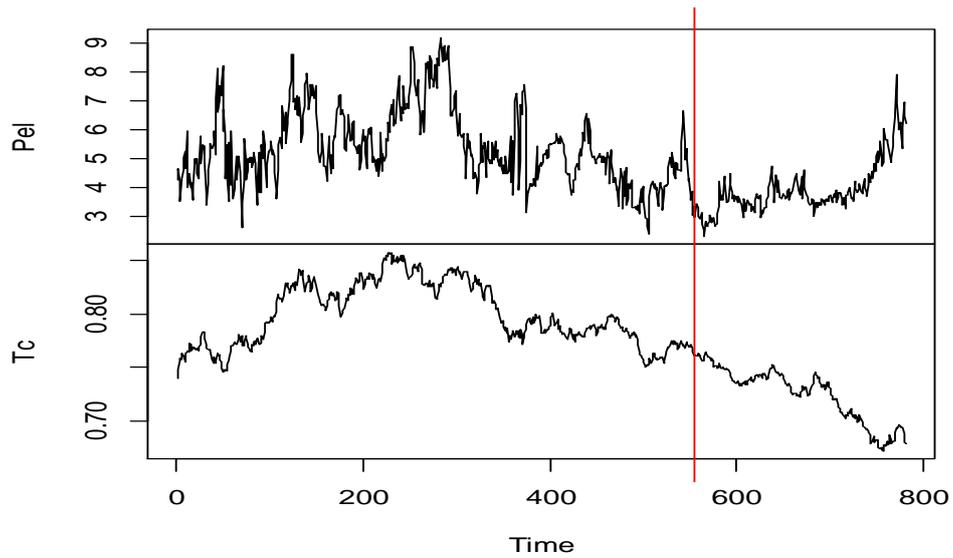


Figura 5.2 Il grafico mette in evidenza il punto di *break* nella relazione di lungo periodo tra Pel e Tc.

Il grafico di  $\hat{u}_t$ , il residuo di cointegrazione tra Pel e Pp, è invece riportato in Figura 5.3.

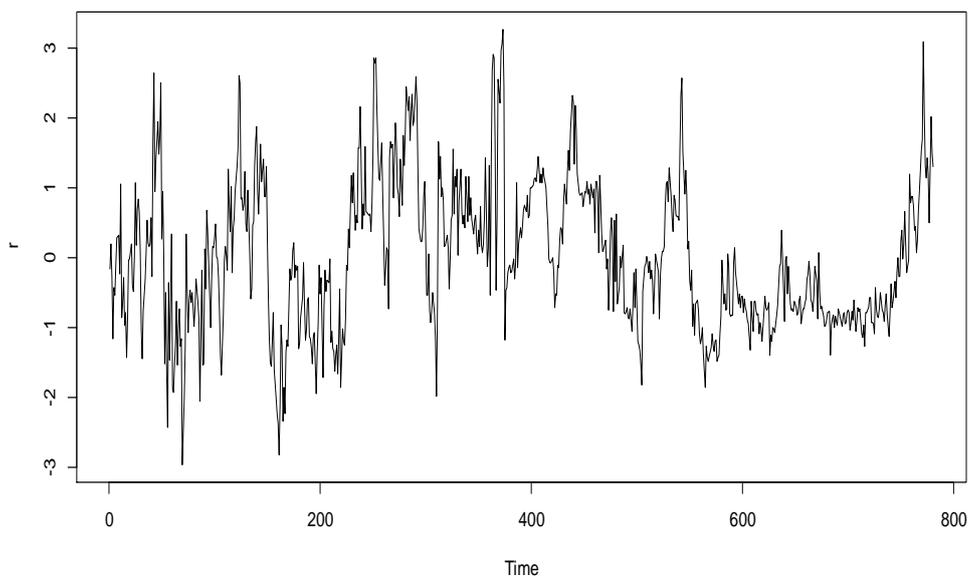


Figura 5.3 Andamento di  $\hat{u}_t$ , residuo di cointegrazione di Pel e Pp, nel tempo.

Il *break* strutturale identificato dalla procedura è 14 Marzo 2006, e in Figura 5.4 sono riportati i grafici di  $P_{el}$  e  $P_p$  mettendo in evidenza il punto di *shift* nella relazione di lungo periodo.

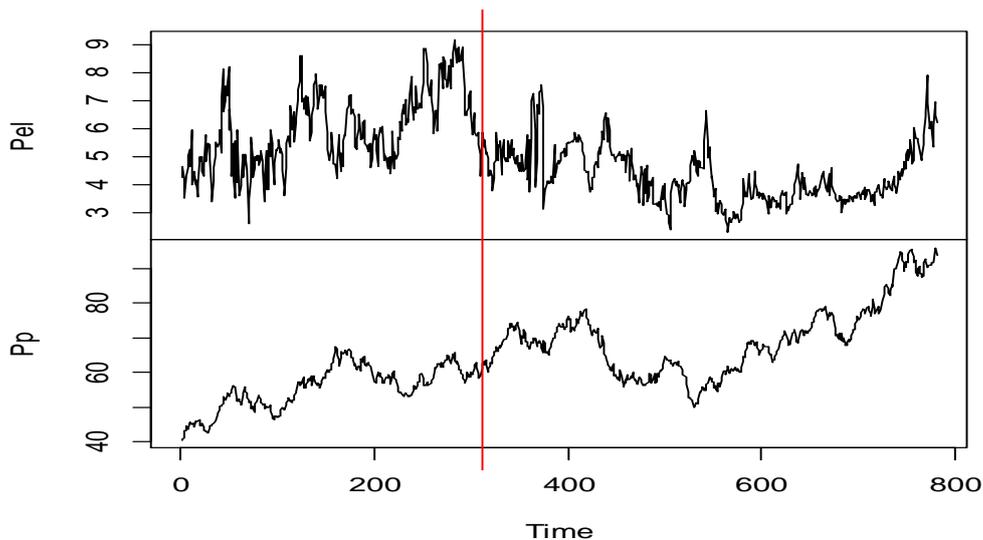


Figura 5.4 Il grafico mette in evidenza il punto di *break* nella relazione di lungo periodo tra  $P_{el}$  e  $P_p$ .

## 5.2 Test di Hansen per la significatività del cambio strutturale

Il modello specificato alla base del test di Gregory-Hansen coglie l'instabilità nei parametri ammettendo un cambiamento strutturale sia nella costante che nel coefficiente angolare. Per accettare questo tipo di

specificazione però è necessario verificare la significatività dei parametri che permettono il cambio di regime. Hansen (1992) ha proposto dei test per verificare l'ipotesi nulla di specificazione che prevede una relazione di lungo periodo costante come in (15), contro l'ipotesi alternativa di modello con *shift* nei regimi come in (18). Se la statistica test è significativa, ciò è un'evidenza a favore del modello con cambio nei regimi. Il test di tipo CUSUM effettuato nei residui di (15) riportato in Tabella 4.3 e 4.4 ha evidenziato un'instabilità dei parametri del modello; proponiamo ora il test "Sup-F" per cercare di confermare o di confutare la scelta di utilizzare il modello con *shift* nei regimi per identificare l'equilibrio di lungo periodo. Trattando come in precedenza il punto di *break* come non noto, la statistica test Sup-F proposta da Hansen consiste in:  $\text{SupF} = \sup F_{n\tau}$ , con  $0.15 < \tau < 0.85$  e  $F_{n\tau}$  che rappresenta il test F applicato ai parametri che permettono lo *shift* nel modello (18) considerando come punto di rottura  $n\tau$ . L'autore ottiene la distribuzione della statistica test tramite metodi di simulazione e riporta nell'articolo i valori critici (Tabella 5.3).

	Livello di significatività		
	1%	5%	10%
Valori critici	16.2	12.4	10.6

Tabella 5.3 Valori critici della distribuzione della statistica test Sup-F proposta da Hansen.

Il test F applicato alla specificazione con cambio nei regimi con  $Pel$  variabile dipendente e  $Tc$  variabile esplicativa porta ai risultati ottenuti in Figura 5.5.

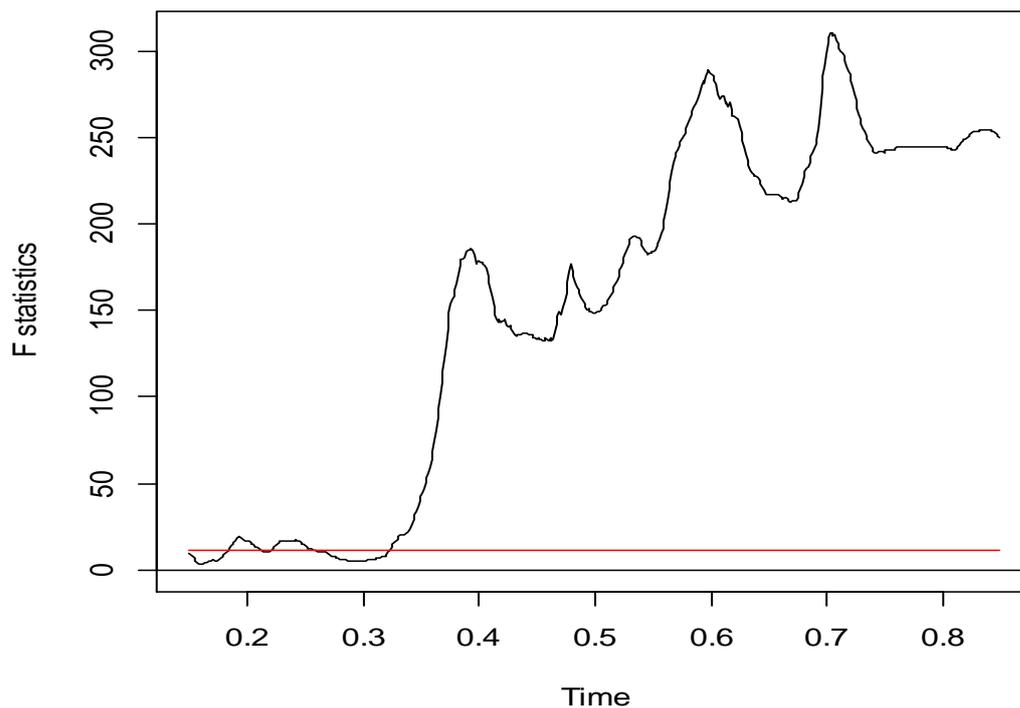


Figura 5.5 Test F applicato ai coefficienti che permettono lo *shift* nella relazione di lungo periodo al variare del punto di *break*. Si fa riferimento al modello (18) con  $Pel$  variabile dipendente e  $Tc$  variabile esplicativa.

La linea rossa indica il 95esimo quantile della distribuzione F. La statistica test Sup-F assume il valore 310.67, con  $p\text{-value} < 2.2e-16$ . Il valore di  $\tau$  che massimizza la statistica test F è 549, che corrisponde all'8 Febbraio 2007. Il test rifiuta quindi drasticamente l'ipotesi nulla, confermando l'adeguatezza del modello con cambiamento nei regimi in questo contesto. Inoltre questo risultato è coerente con quanto messo in

evidenza dal CUSUM test. Il punto di *break* individuato dal test è molto prossimo a quello identificato dal test di Gregory-Hansen (15 Febbraio 2007). Ciò può essere considerata un'altra evidenza a favore dell'ipotesi della presenza di un break strutturale in queste serie.

Applicando il test Sup-F a  $P_{el}$  e  $P_p$  la statistica test assume il valore 539.05, con p-value  $< 2.2e-16$ . Il valore di  $\tau$  che massimizza la statistica test F è 314, che corrisponde al 16 Marzo 2006, anche in questo caso molto prossimo al punto individuato attraverso la procedura di Gregory – Hansen (14 Marzo 2006). In Figura 5.6 sono riportati i diversi valori assunti dalla statistica F al variare di  $\tau$ .

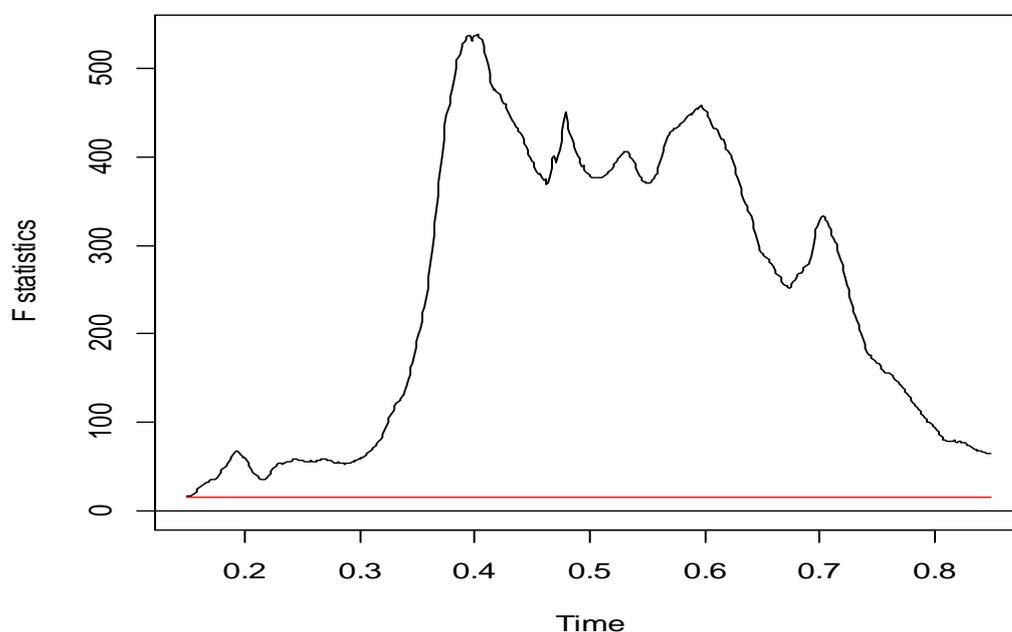


Figura 5.6 Test F applicato ai coefficienti che permettono lo *shift* nella relazione di lungo periodo al variare del punto di *break*. Si fa riferimento al modello (18) con  $P_{el}$  variabile dipendente e  $P_p$  variabile esplicativa.

In entrambi i casi risulta quindi importante inserire nella specificazione del modello il *break* strutturale, infatti i coefficienti che permettono il cambiamento strutturale sono fortemente significativi. Inoltre permettendo alla relazione lungo periodo di variare nel tempo, le serie possono essere considerate cointegrate.

## 5.3 Procedura di Johansen per serie con *break* strutturale

Lütkepohl (2004) ha proposto una strategia per implementare il test della traccia di Johansen (1988) a serie storiche che sono affette da un *break* strutturale in un punto non noto. In questa procedura il cambiamento strutturale si assume sia presente solo nella media del processo. Esempi pratici riguardanti questo approccio possono essere trovati in Lütkepohl e Kratzig (2004). Gli autori applicano il test di Johansen standard e la procedura corretta per *break* strutturali alle serie storiche del logaritmo del PIL tedesco, al logaritmo della quantità di moneta e al tasso di interesse per il periodo che va dal primo trimestre del 1972 al quarto trimestre del 1998. I risultati che hanno ottenuto gli autori sono riportati in Tabella 5.4.

Procedura	Numero di ritardi	Ipotesi nulla	Test	Valori critici	
				90%	95%
Johansen	0	r=2	4.04	10.56	12.39
		r=1	10.67	22.95	25.47
		r=0	33.75	39.08	42.20
Johansen con break	0	r=2	0.15	5.43	6.83
		r=1	12.43	13.89	15.92
		r=0	35.31	25.90	28.47

Tabella 5.4 Test per il rango di cointegrazione applicato al sistema della domanda di moneta tedesco. Confronto tra la procedura di Johansen standard e la procedura con una *shift dummy*. Esempio tratto da Lütkepohl e Kratzig (2004).

In Tabella 5.4 si possono vedere le conseguenze che si possono verificare nel caso in cui il punto di rottura sia ignorato. Ciò che si verifica è che il test standard non identifica relazioni di cointegrazione, mentre se il *break* è preso in considerazione il risultato cambia drasticamente. Quindi, poiché non si riesce a rifiutare l'ipotesi di rango pari a 0 nel caso della procedura standard, ciò potrebbe essere sintomo di un problema di potenza del test.

La procedura proposta da Lütkepohl (2004) propone di stimare il punto di *break* attraverso la stima di modelli VAR nei livelli delle serie, identificando così il punto di cambiamento strutturale che minimizza il determinante della matrice di varianze e covarianze dei residui. Successivamente i parametri della parte deterministica del modello sono stimati tramite GLS. Alla serie originale è poi sottratta la componente deterministica (che comprende il *break* strutturale), e la procedura di Johansen è successivamente applicata alla serie aggiustata. Di seguito

sarà descritto questo approccio e per maggiori dettagli si veda Lütkepohl (2004). Seguendo la notazione proposta da Lütkepohl, definiamo il processo generatore dei dati come:

$$y_t = \mu_0 + \mu_1 t + \delta d_{t\tau} + x_t, \quad (20)$$

con  $y_t = (y_{1,t}, \dots, y_{k,t})'$  e  $d_{t\tau} = \begin{cases} 0, & \text{se } t < \tau \\ 1, & \text{se } t \geq \tau \end{cases}$ .  $d_{t\tau}$  è quindi la variabile che rappresenta lo *shift* nella costante dalla  $\tau$ -esima osservazione in poi. Inoltre definiamo  $\tau = [T\lambda]$ , con  $0 < \underline{\lambda} < \lambda < \bar{\lambda} < 1$  e con  $[\cdot]$  che denota la parte intera.  $\bar{\lambda}$  e  $\underline{\lambda}$  possono essere scelti arbitrariamente vicino rispettivamente a uno e zero. Si assume che il processo  $x_t$  abbia una rappresentazione VAR(p):

$$x_t = A_1 x_{t-1} + \dots + A_p x_{t-p} + \varepsilon_t, \quad (21)$$

$t = 1, 2, \dots$ , dove  $A_j$  sono matrici di coefficienti di dimensioni  $(K \times K)$  e  $\varepsilon_t \sim \text{i.i.d.}(0, \Omega)$ . La rappresentazione VECM del processo (21) è:

$$\Delta x_t = \Pi x_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \Gamma_j \Delta x_{t-j} + \varepsilon_t,$$

dove  $\Pi = -(I_k - A_1 - \dots - A_p)$  e  $\Gamma_j = -(A_{j+1} + \dots + A_p)$  con  $j=1, \dots, p-1$  sono matrici  $(K \times K)$ . Il processo  $x_t$  si assume essere al massimo  $I(1)$ , il rango di cointegrazione è indicato con  $r$ . Come già detto in precedenza la matrice  $\Pi$  può essere scomposta nel modo seguente  $\Pi = \alpha\beta'$ , con  $\alpha$  e  $\beta$   $(K \times r)$  a rango pieno. La (21) può essere riscritta usando l'operatore ritardo:

$$A(L)x_t = \varepsilon_t,$$

con

$$\begin{aligned} A(L) &= I_k - A_1L - \dots - A_pL^p = \\ &I_k\Delta - \Pi L - \Gamma_1\Delta L - \dots - \Gamma_{p-1}\Delta L^{p-1}. \end{aligned} \quad (22)$$

La riparametrizzazione della (22) è avvenuta attraverso le relazioni:

$$A_1 = I_k + \alpha\beta' + \Gamma_1, \quad A_j = \Gamma_j - \Gamma_{j-1} \quad j = 2, \dots, p-1, \quad A_p = -\Gamma_{p-1}.$$

Moltiplicando la (20) per la (22) si ottiene:

$$\begin{aligned} \Delta y_t &= v + \alpha(\beta' y_{t-1} - \phi(t-1) - \theta d_{t-1,\tau}) + \sum_{j=1}^{p-1} \Gamma_j \Delta y_{t-j} + \\ &+ \sum_{j=0}^{p-1} \gamma_j^* \Delta d_{t-j,\tau} + \varepsilon_t, \end{aligned} \quad (23)$$

con  $t=p+1, p+2, \dots$ , e dove:

$$- v = -\Pi\mu_0 + \psi\mu_1, \phi = \beta'\mu_1, \theta = \beta'\delta;$$

$$- \gamma_j^* = \begin{cases} \delta & , \text{ se } j = 0 \\ -\Gamma_j\delta & , \text{ se } j = 1, \dots, p-1 \end{cases};$$

-  $\Delta d_{t-j,\tau}$  è una variabile *dummy* che vale uno se  $t=\tau+j$  e zero altrimenti.

La procedura prevede innanzitutto l'identificazione dell'ordine  $p$  del VAR, la stima di  $\tau$ , il punto di *break*. L'ordine  $p$  può essere identificato minimizzando criteri come l'AIC o il BIC a partire dalla specificazione (23) nei livelli, senza imporre restrizioni al rango di cointegrazione. Eseguendo queste operazioni sulla (23) si ottiene:

$$y_t = v_0 + v_1 t + \delta_1 d_{t,\tau} + \sum_{j=0}^{p-1} \gamma_j \Delta d_{t-j,\tau} + A_1 y_{t-1} + \dots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_{t\tau}, \quad (24)$$

dove si è posto  $v_0 = v + \Pi\mu_1$ ,  $v_1 = -\Pi\mu_1$ ,  $\delta_1 = -\Pi\delta$ ,  $\gamma_0 = \delta - \delta_1$ , e  $\gamma_j = \gamma_j^*$  ( $j = 1, \dots, p-1$ ).

La stima di  $\tau$  si può invece ottenere a partire dalla medesima specificazione usata per identificare  $p$ , quindi dalla (24). Si stima attraverso i minimi quadrati il modello (24) al variare di  $\tau$ . Il valore stimato di  $\tau$  sarà quello che comporta che il determinante della matrice  $\sum_{t=p+1}^T \widehat{\varepsilon}_{t\tau} \widehat{\varepsilon}_{t\tau}'$  è il più piccolo, cioè:

$$\hat{\tau} = \operatorname{argmin} \det(\sum_{t=p+1}^T \widehat{\varepsilon}_{t\tau} \widehat{\varepsilon}_{t\tau}'),$$

con  $T\underline{\lambda} < \tau < T\bar{\lambda}$ . Ora che l'ordine del VAR è specificato e il punto nel quale avviene il cambiamento strutturale è stato stimato si può procedere con la stima dei parametri della parte deterministica. I parametri  $\mu_0, \mu_1, e \delta$  della (20) sono stimati attraverso una procedura GLS proposta da Saikkonen e Lütkepohl (2000). Premoltiplicando la (20) prima per (22) e successivamente per  $Q'$ , dove  $QQ' = \Omega^{-1}$ , si ottiene che la matrice di covarianza del termine d'errore è una matrice identità. Per rendere calcolabili le operazioni appena citate si può stimare attraverso una regressione a rango ridotto la (23), ottenendo così le stime delle quantità d'interesse. Successivamente si può procedere con la stima FGLS e attraverso lo stimatore dei minimi quadrati otteniamo le stime di

$\mu_0, \mu_1, e \delta$ . La procedura di Johansen verrà poi applicata alla serie aggiustata per la parte deterministica,  $\hat{x}_t = y_t - \hat{\mu}_0 - \hat{\mu}_1 t - \hat{\delta} d_{t\hat{\tau}}$ .

I risultati ottenuti sono riportati in Tabella 5.5, 5.6 e 5.7. La procedura è stata applicata a 3 diversi gruppi di variabili, gli stessi analizzati con la procedura di Johansen.

Ritardi	H <sub>0</sub>	test	Q90%	Q95%	Q99%
2	r≤1	3.90	3.00	4.12	6.89
	r=0	48.84	10.45	12.28	16.42

Tabella 5.5 Procedura di Johansen estesa a serie con affette da *break* strutturale applicata a Pel e Tc (Gruppo 1). Il numero di ritardi è riferito ai livelli della serie.

Si accetta l'ipotesi r=1, la relazione di cointegrazione stimata è:

$(1, -28.95) \begin{pmatrix} Pel \\ Tc \end{pmatrix}$  e il punto di *break* è il 10 Ottobre 2007.

Ritardi	H <sub>0</sub>	test	Q90%	Q95%	Q99%
3	r≤1	2.68	3.00	4.12	6.89
	r=0	30.44	10.45	12.28	16.42

Tabella 5.6 Procedura di Johansen estesa a serie con affette da *break* strutturale applicata a Pel e Pp (Gruppo 2). Il numero di ritardi è riferito ai livelli della serie.

Si accetta l'ipotesi r=1, la relazione di cointegrazione stimata è:

$(1, -0.04) \begin{pmatrix} Pel \\ Pp \end{pmatrix}$  e il punto di *break* è il 15 Febbraio 2006.

Ritardi	H <sub>0</sub>	test	Q90%	Q95%	Q99%
2	r≤2	0.80	3.00	4.12	6.89
	r≤1	9.54	10.45	12.28	16.42
	r=0	59.11	21.80	24.28	29.47

Tabella 5.7 Procedura di Johansen estesa a serie con affette da break strutturale applicata a Pel, Tc, Pp (Gruppo 3). Il numero di ritardi è riferito ai livelli della serie.

Si accetta l'ipotesi  $r=1$ , la relazione di cointegrazione stimata è:

$$(1, -18.52, -0.08) \begin{pmatrix} Pel \\ Tc \\ Pp \end{pmatrix} \text{ e il punto di } break \text{ è il 15 Febbraio 2006.}$$

Si può notare che per quanto riguarda il gruppo 1 l'ipotesi di rango pari a 0, utilizzando la procedura di Johansen "standard", è stata rifiutata al 5% ma accettata all'1%. Estendendo la procedura, tenendo quindi in considerazione uno *shift* nella media del processo, l'ipotesi  $r=0$  è drasticamente rifiutata. L'ipotesi di una relazione di cointegrazione è accettata in tutti e tre i gruppi. Ciò, nonostante il tipo di *break* ammesso sia diverso da quello che prevede la procedura di Gregory – Hansen, può quindi essere considerato una conferma dei risultati delle procedure applicate nel Capitolo 5, e una prova dell'importanza di tenere in considerazione i *break* strutturali nella specificazione dei modelli. In Tabella 5.8 si possono confrontare le relazioni di lungo periodo identificate con la procedura di Johansen e con la procedura proposta da Lütkepohl.

	Procedura di Johansen	Procedura di Lütkepohl	Punto di <i>break</i>
Gruppo 1	(1,-15.60)	(1,-28.95)	10 Ott 2007
Gruppo 2	(1,0.02)	(1,-0.04)	15 Feb 2006
Gruppo 3	(1,-26.22,-0.07)	(1,-18.52,-0.08)	15 Feb 2006

Tabella 5.8 Sono riportate le relazioni di lungo periodo stimate per i 3 gruppi attraverso la procedura di Johansen e la procedura Lütkepohl.

Per il gruppo 1 si può notare che la procedura di Lütkepohl identifica un effetto di lungo periodo del tasso di cambio sui prezzi dell'elettricità decisamente più forte rispetto a quella di Johansen. Per il gruppo 2 invece le diverse procedure identificano un effetto di segno opposto. Mentre per la procedura di Johansen l'equilibrio di lungo periodo prevede che un aumento dei prezzi del petrolio comporti una diminuzione dei prezzi dell'elettricità (risultato alquanto confutabile), aggiustando la procedura con una specificazione che prevede uno *shift* sulla media del processo si stima un effetto di segno opposto. Il segno di questo effetto è confermato nel gruppo 3 in entrambe le procedure, ma mentre l'effetto di Pp su Pel rimane sostanzialmente invariato, l'effetto di lungo periodo di Tc su Pel è fortemente ridimensionato nella specificazione robusta al *break* strutturale.

Il punto di rottura individuato dalla procedura di Gregory-Hansen applicata a Pel e Tc era il 15 Febbraio 2007, diverso quindi da quello identificato nel gruppo 1 dalla procedura proposta da Lütkepohl (10 Ottobre 2007). Le due procedure non sono totalmente confrontabili, in quanto, come già detto, la procedura di Gregory e Hansen prevede uno

*shift* sia nella costante che nel coefficiente della variabile esplicative, mentre la procedura di Lütkepohl prevede uno *shift* solo nella costante del processo. Nel gruppo 2 e nel gruppo 3 il *break* individuato è lo stesso: 15 Febbraio 2006. Per quanto riguarda il gruppo 2 esso è prossimo a quello individuato da Gregory – Hansen, 14 Marzo 2006.

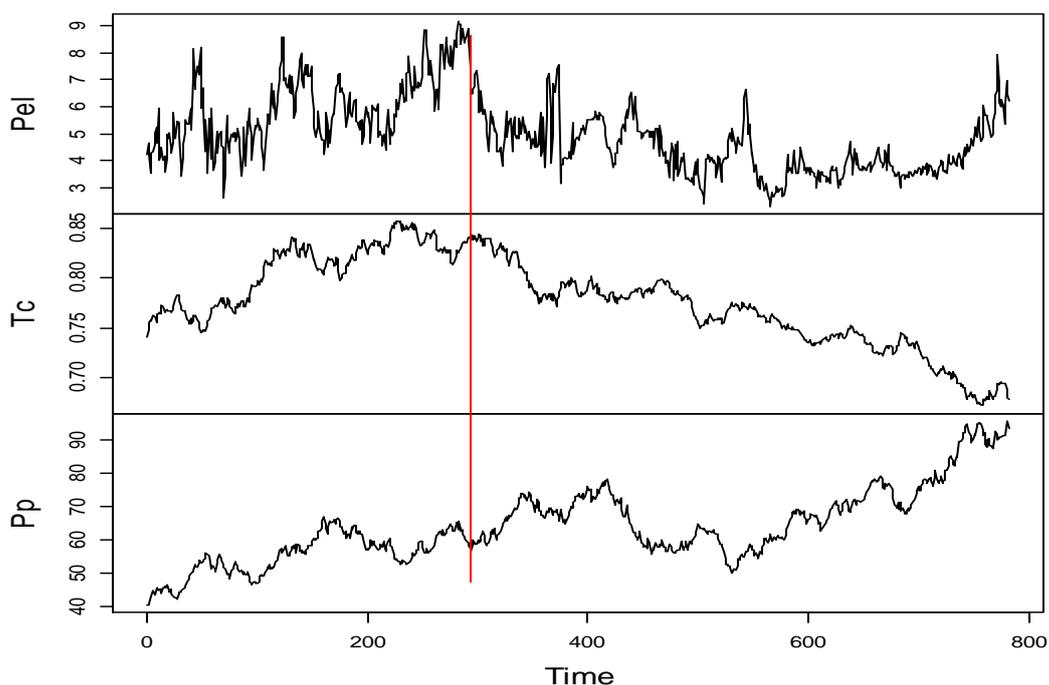


Figura 5.7 Pel, Tc e Pp e il rispettivo punto di *break* individuato attraverso la procedura Lütkepohl.

Il punto di *break* 15 Febbraio 2006 è stimato congiuntamente usando tutte e tre le variabili ed è comune ai tre processi. Esso sembra cogliere abbastanza bene un cambiamento nella media dei processi, nonostante si stia implicitamente assumendo che il *break* sia lo stesso per tutte e tre le serie. Il punto di cambiamento strutturale stimato nel gruppo 3 e le rispettive serie storiche sono riportate in Figura 5.7.

## 5.4 Stima della rappresentazione VECM

Determinato quindi nel Capitolo 5.3 il rango di cointegrazione attraverso la procedura Lütkepohl, riporto in Tabella 5.9 la stima del modello VECM per il gruppo 3 (modello a tre variabili) indicando con  $ect_t$  il residuo di cointegrazione al tempo  $t$ . La stima della rappresentazione VECM permette di mettere in evidenza le relazioni di breve periodo e la velocità di aggiustamento verso l'equilibrio di lungo periodo, chiarendo le relazioni che intercorrono tra le variabili.

	$ect_{t-1}$	$\Delta Pel_{t-1}$	$\Delta Tc_{t-1}$	$\Delta Pp_{t-1}$
$\Delta Pel_t$	-0.14032 (***)	-0.15166 (***)	-6.09932 ( )	-0.01330 ( )
$\Delta Tc_t$	0.00042 (**)	-0.00031 ( )	-0.01043 ( )	-0.00030 (*)
$\Delta Pp_t$	-0.01622 ( )	-0.03321 ( )	-13.08887 ( )	-0.01085 ( )

Tabella 5.9 Stima della forma VECM per il gruppo 3. Il numero di ritardi è stato scelto minimizzando i criteri HQ e SC. Inoltre '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 '' 1.

La variabile Pp è esogena rispetto alla relazione di cointegrazione, inoltre anche gli altri coefficienti non risultano significativi. Le fluttuazioni del prezzo del petrolio non sembrano poter essere spiegate con le informazioni a disposizione. Per quanto riguarda i prezzi dell'elettricità invece, il coefficiente di aggiustamento (*loading factors*) è -0.14; quindi

nel caso di un errore di disequilibrio positivo al tempo  $t-1$ , al tempo  $t$  la variabile  $Pel$  si assesta in modo da ridurre il disequilibrio in media del 14%. Anche il coefficiente associato a  $\Delta Pel_{t-1}$  è significativo, sintomo di una dipendenza dal valore precedente nella serie differenziata. Il tasso di cambio invece varia per ottenere il raggiungimento della relazione di lungo periodo in modo molto più lento, 0.042%. Nel suo andamento sembra poter essere soggetto a degli shock di breve periodo dovuti alle fluttuazioni dei prezzi del petrolio. Attraverso il modello stimato sembra quindi che i prezzi dell'elettricità in Spagna, risentano delle cause esterne considerate solo nel lungo periodo, gli shock di breve periodo non sembrano poter essere causati dall'effetto del prezzo del petrolio o dal tasso di cambio.

## 6. Analisi delle causalità

In questa sezione saranno analizzate le relazioni di causalità secondo Granger tra le variabili. Ciò sarà effettuato applicando due test: il test parametrico classico basato sulla specificazione VAR lineare, e un test non parametrico libero quindi dall'assunzione di linearità del modello.

### 6.1 Test parametrico per la causalità secondo Granger

Per analizzare ulteriormente le relazioni presenti tra le variabili si proseguirà con l'analisi della causalità. Secondo Granger (1969) se un gruppo di variabili ( $y_1$ ) è di aiuto per migliorare le previsioni di un altro gruppo di variabili ( $y_2$ ), allora  $y_1$  causa secondo Granger  $y_2$ . Quindi sia  $y_t = \begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{bmatrix}$  una serie storica multivariata in cui K serie storiche sono divise nei due gruppi  $y_{1t}$  e  $y_{2t}$ ,  $F_t = \{y_t, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots\}$  l'insieme delle osservazioni fino al tempo t,  $y_{2,t+h|t}$  il previsore ottimale di  $y_{2,t+h}$  basato su  $F_t$ ,  $\Sigma_2(h|F_t)$  il suo MSE; allora  $y_{1t}$  causa secondo Granger  $y_{2t}$  se per almeno un h:  $\Sigma_2(h|F_t) < \Sigma_2(h|F_t \setminus \{y_{1s} | s \leq t\})$ . Inoltre se  $\Sigma_2(1|F_t \cup$

$[y_{1,t+1}] \neq \Sigma_2(1|F_t)$ , allora esiste causalità istantanea tra  $y_{2t}$  e  $y_{1t}$ . Sia  $y_t$  specificato come un VAR(p) stazionario:

$$\begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11,1} & \phi_{12,1} \\ \phi_{21,1} & \phi_{22,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1,t-1} \\ y_{2,t-1} \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} \phi_{11,p} & \phi_{12,p} \\ \phi_{21,p} & \phi_{22,p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1,t-p} \\ y_{2,t-p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{1,t} \\ a_{2,t} \end{bmatrix},$$

con  $a_t \sim WN(0, \Sigma)$ . Per verificare se  $y_{1t}$  non causa secondo Granger  $y_{2t}$  è sufficiente verificare l'ipotesi nulla:  $\phi_{21,i} = 0, i = 1, 2, \dots, p$ . L'ipotesi nulla può essere riformulata nel modo seguente:  $C\beta=0$ , dove  $C$  è una matrice  $(N \times (K^2 p + K))$ ,  $0$  è un vettore  $(N \times 1)$ ,  $\beta = \text{vec}(B)$  con  $B = [\phi_0 \ \phi_1 \dots \ \phi_p]$ . Infine  $Z = [Z_0 \dots Z_{t-1}]$ , con  $Z_t = [1 \ y_t \dots \ y_{t-p+1}]'$ . Se  $\hat{\beta}$  è lo stimatore OLS o ML la statistica test è:

$$(C\hat{\beta})' [C((ZZ')^{-1} \otimes \hat{\Sigma})C']^{-1} (C\hat{\beta}),$$

che si distribuisce asintoticamente sotto l'ipotesi nulla come un  $\chi^2(N)$ .

Per quanto riguarda la causalità istantanea invece, non esiste causalità istantanea tra  $y_{1t}$  e  $y_{2t}$  se e solo se  $\Sigma_{12} = 0$  cioè se la covarianza tra i residui è nulla. Definendo  $\sigma = \text{vech}(\Sigma)$ , con  $\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix}$  che rappresenta la matrice di varianze e covarianze dei residui, l'ipotesi nulla da verificare è:  $C\sigma=0$ , dove  $C$  è una matrice  $(N \times K(K+1)/2)$ . La statistica test corrispondente è:

$$T\hat{\sigma}' C' [2CD_k^+ (\hat{\Sigma} \otimes \hat{\Sigma}) D_k^+ C']^{-1} C\hat{\sigma} \xrightarrow{d} \chi^2(N),$$

dove  $D_k^+$  è l'inversa generalizzata della matrice di duplicazione. Ulteriori dettagli possono essere trovati in Lütkepohl (2006).

Applicando le statistiche appena descritte, si ottengono i risultati in Tabella 6.1.

$A \overset{?}{\rightarrow} B$	Ritardi	Causalità s. Granger*		Causalità istantanea**	
		Stat. Test	p-value	Stat. Test	p-value
$\Delta Tc, \Delta Pel$	4	0.97	0.42	0.02	0.88
$\Delta Pel, \Delta Tc$	4	2.04	0.09	0.02	0.88
$\Delta Pp, \Delta Pel$	4	2.68	0.03	0.39	0.53
$\Delta Pel, \Delta Pp$	4	0.38	0.82	0.39	0.53
$\Delta Tc, \Delta Pp$	1	1.20	0.27	11.47	0.0007
$\Delta Pp, \Delta Tc$	1	7.03	0.008	11.47	0.0007
$(\Delta Tc, \Delta Pp), \Delta Pel$	4	1.67	0.09	0.46	0.79

Tabella 6.1 L'ipotesi nulla è A non causa secondo Granger B,\*\* l'ipotesi nulla è non è presente causalità istantanea tra A e B. I ritardi sono stati scelti minimizzando il criterio AIC.

Si ricorda innanzitutto che verificando la causalità secondo Granger attraverso questo test si è strettamente legati all'assunzione di linearità implicita nella specificazione VAR lineare, la quale potrebbe non far cogliere eventuali effetti tra le variabili. Inoltre un altro aspetto da ricordare è che nel caso di omissione di variabili rilevanti il test potrebbe individuare delle relazioni causali "spurie". I risultati in Tabella 6.1 suggeriscono che il prezzo del petrolio ha un impatto nel breve periodo sul tasso di cambio. Inoltre il test solleva dubbi riguardo all'effetto dei prezzi del petrolio sui prezzi dell'elettricità in quanto il valore delle statistiche test non dà forti indicazioni riguardo l'accettazione o il rifiuto dell'ipotesi nulla. Queste relazioni sono unidirezionali, e non valgono

quindi nel senso opposto. Inoltre dalla Tabella 6.1 emerge la presenza di causalità istantanea tra il prezzo del petrolio e il tasso di cambio.

## 6.2 Test non parametrico per la causalità secondo Granger

Per avere ulteriori riscontri riguardo le relazioni tra le variabili, si propone l'applicazione di un test non parametrico per la verifica della causalità. Utilizzare questo tipo di test permette di svincolarci dall'ipotesi di linearità, che era invece necessaria nell'implementazione del test parametrico in quanto legato alla specificazione di un modello VAR lineare. Il test qui proposto è stato sviluppato da Diks e Panchenko (2006); gli autori migliorano il test di Hiemstra-Jones (1994) infatti, dopo aver dimostrato che la probabilità di rifiutare sotto l'ipotesi nulla poteva tendere a uno all'aumentare della numerosità campionaria, propongono una nuova statistica che non è affetta da questo problema.

In modo più generale la causalità secondo Granger può essere definita come segue: dato un processo bivariato e stazionario  $\{(X_t, Y_t)\}$ ,  $X_t$  causa secondo Granger  $Y_t$  se i valori passati e correnti di X contengono informazione aggiuntiva rispetto ai valori passati e presenti di Y riguardo i

valori futuri di Y. Definendo quindi  $F_{x,t}$  e  $F_{y,t}$  l'informazione formata rispettivamente dai valori passati di X e di Y fino al tempo t, e indicando con  $\sim$  l'equivalenza in distribuzione allora X causa secondo Granger Y se per qualche  $k \geq 1$ :

$$(Y_{t+1}, \dots, Y_{t+k}) | (F_{x,t}, F_{y,t}) \not\sim (Y_{t+1}, \dots, Y_{t+k}) | (F_{y,t}).$$

Questa definizione è quindi generale e non coinvolge alcuna assunzione riguardo la specificazione del modello. Attraverso una procedura non parametrica è possibile testare la presenza di causalità, che in questo caso può essere lineare o non lineare. Gli autori si limitano al caso più comune di  $k=1$ , quindi sotto la nulla  $Y_{t+1}$  dato  $Y_t, Y_{t-1}, \dots$  è indipendente da  $X_t, X_{t-1}, \dots$ . Nella pratica condizionarsi ad un numero infinito di ritardi non è possibile, perciò l'indipendenza condizionale è testata per un numero finito di ritardi:

$$H_0: Y_{t+1} | (X_t^{l_x}, Y_t^{l_y}) \sim Y_{t+1} | (Y_t^{l_y}),$$

dove  $X_t^{l_x} = (X_{t-l_x+1}, \dots, X_t)$  e  $Y_t^{l_y} = (Y_{t-l_y+1}, \dots, Y_t)$ . Definiamo ora  $Z_t = Y_{t+1}$ , e si consideri d'ora in poi la scelta  $l_x = l_y = 1$ . Sotto l'ipotesi nulla

possiamo scrivere:  $\frac{f_{X,Y,Z}(x,y,z)}{f_{X,Y}(x,y)} = \frac{f_{Y,Z}(y,z)}{f_Y(y)}$  oppure equivalentemente:

$$\frac{f_{X,Y,Z}(x,y,z)}{f_Y(y)} = \frac{f_{X,Y}(x,y)}{f_Y(y)} \frac{f_{Y,Z}(y,z)}{f_Y(y)}.$$

Diks e Panchenko (2006) dimostrano che sotto la nulla si ha:

$$q_g = E \left[ \left( \frac{f_{X,Y,Z}(X,Y,Z)}{f_Y(Y)} - \frac{f_{X,Y}(X,Y)}{f_Y(Y)} \frac{f_{Y,Z}(Y,Z)}{f_Y(Y)} \right) g(X, Y, Z) \right] = 0, \quad (25)$$

dove  $g(x, y, z)$  è una funzione di pesi positiva. Gli autori hanno proposto diverse forme per la funzione di pesi  $g$ :

- a.  $g_1(x, y, z) = f_Y(y)$ ;
- b.  $g_2(x, y, z) = f_Y^2(y)$ ;
- c.  $g_3(x, y, z) = \frac{f_Y(y)}{f_{X,Y}(x,y)}$ .

Attraverso metodi di simulazione si può mostrare che  $g_1$  e  $g_2$  sono più stabili di  $g_3$ . Gli autori decidono di utilizzare  $g_2$ , poiché il suo utilizzo comporta dei vantaggi nella formulazione della (25) che diventa:

$$q = E[f_{X,Y,Z}(X, Y, Z)f_Y(Y) - f_{X,Y}(X, Y)f_{Y,Z}(Y, Z)].$$

Definiamo ora uno stimatore della densità di probabilità calcolata in  $w_i$  del vettore  $d_w$ -variato  $W$ ,  $\widehat{f}_w(w_i)$ :

$$\widehat{f}_w(w_i) = \frac{(2\varepsilon_n)^{-d_w}}{n-1} \sum_{j, j \neq i} I_{ij}^W,$$

dove:

- a.  $I_{ij}^W = I(\|w_i - w_j\| < \varepsilon_n)$  è una funzione indicatrice che vale 1 se  $\|w_i - w_j\| < \varepsilon_n$ , 0 altrimenti;
- b.  $\|x\| = \sup|x_i|$  con  $i = 1, 2, \dots, d_w$ ;
- c.  $\varepsilon_n$  è una *bandwidth* che dipende dalla numerosità campionaria.

La statistica test assume la forma:

$$T_n(\varepsilon_n) = \frac{n-1}{n(n-2)} \sum_i (\widehat{f}_{X,Y,Z}(X_i, Y_i, Z_i) \widehat{f}_Y(Y_i) - \widehat{f}_{X,Y}(X_i, Y_i) \widehat{f}_{Y,Z}(Y_i, Z_i)). \quad (26)$$

Nel caso in cui  $l_y = l_x = 1$ , il test è consistente se si fa dipendere la *bandwidth* dalla numerosità campionaria:  $\varepsilon_n = Cn^{-\beta}$ , con C che è una costante positiva e  $1/4 < \beta < 1/3$ . In questo caso la (26) sotto l'ipotesi nulla si distribuisce asintoticamente come una normale:

$$\sqrt{n} \frac{(T_n(\varepsilon_n) - q)}{\widehat{S}_n} \xrightarrow{d} N(0,1),$$

dove  $\widehat{S}_n^2$  è uno stimatore della varianza asintotica di  $T_n(\varepsilon_n)$  robusto all'autocorrelazione (Newey e West, 1987).

La procedura è stata quindi applicata alle variabili sotto analisi fissando  $\varepsilon_n = 1.5$ ; la scelta della *bandwidth* è giustificata dagli studi di simulazione riportati nell'articolo di Diks e Panchenko. La statistica test, i p-value e i rispettivi ritardi utilizzati sono riportati Tabella 6.2.

$A \overset{?}{\rightarrow} B$	Ritardi	Stat. Test	p-value
$\Delta Pel, \Delta Tc$	4	3.46	0.00027
$\Delta Tc, \Delta Pel$	4	3.43	0.00030
$\Delta Pel, \Delta Pp$	4	-0.69	0.75493
$\Delta Pp, \Delta Pel$	4	-0.18	0.57303
$\Delta Pp, \Delta Tc$	1	2.53	0.00564
$\Delta Tc, \Delta Pp$	1	0.63	0.26525

Tabella 6.2 Il numero di ritardi è stato posto uguale a quello utilizzato nel test parametrico.

I risultati che emergono dal test di Diks e Panchenko sono a volte in contraddizione con quelli messi in evidenza dal test parametrico effettuato in precedenza. Questo potrebbe quindi essere dovuto alla presenza di effetti non lineari tra le serie prese in considerazione. I due

test individuano entrambi una causalità unidirezionale dai prezzi del petrolio al tasso di cambio. Il test parametrico segnalava inoltre una dubbia presenza di causalità dai prezzi del petrolio ai prezzi dell'energia elettrica ( $0.01 < p\text{-value} < 0.05$ ), relazione non confermata però dal test di Diks e Panchenko. Inoltre il test non parametrico individua, a differenza del precedente, una relazione di feedback tra i prezzi dell'elettricità e il tasso di cambio. Questa relazione, totalmente non segnalata dal test parametrico potrebbe essere un indizio di presenza di effetti non lineari tra le due variabili.

## 7. Threshold VECM

Visti i risultati messi in evidenza dal confronto tra i diversi test della causalità possono sorgere dubbi riguardo l'assunzione di linearità che è implicita nella specificazione VECM. Forzare l'assunzione di linearità potrebbe non far cogliere eventuali relazioni tra le variabili. Una forma di non linearità può essere inserita nella specificazione del modello permettendo un aggiustamento asimmetrico verso la relazione di lungo periodo, ed eventualmente anche nei coefficienti che colgono le dinamiche di breve periodo.

Un modello adatto per questo tipo di analisi è il *Threshold Vector Error Correction Model*; i coefficienti di questo modello cambiano regime in base ad una determinata soglia. Balke e Fonby (1997) e successivamente Enders e Granger (1998) sono stati tra i primi a considerare questo tipo di modello e hanno sviluppato una versione univariata simile alla procedura a due passi di Engel e Granger; Tsay (1998) sviluppò una procedura multivariata basata su CLS (Conditional Least Square) per la stima di un modello a soglia considerando la variabile soglia nota. Enders e Siklos (2001) invece svilupparono tra le altre una procedura per testare l'ipotesi nulla di assenza di cointegrazione contro l'ipotesi alternativa di cointegrazione a soglia (sotto l'assunzione di una relazione di cointegrazione). Hansen e Seo (2002) hanno approfondito la

cointegrazione a soglia tra due variabili proponendo una procedura multivariata basata sulla massima verosimiglianza e implementando un test LM per verificare la presenza di una soglia. Lo e Zivot (2001) e Seo (2009) studiano infine la cointegrazione a soglia sviluppando la procedura di Tsay (1998), adattando quindi la procedura CLS alla stima di un modello vettoriale a soglia a correzione dell'errore. Bisogna inoltre sottolineare che la maggior parte di queste procedure multivariate sono applicate al caso bivariato, con il residuo di cointegrazione che fungerà da variabile soglia. L'estensione a più di due variabili può essere fatta vincolandosi però all'assunzione di una relazione di cointegrazione. Infatti, nel caso di più relazioni di cointegrazione, il dibattito in letteratura è ancora aperto e alcuni autori (Seo, 2009) propongono di usare come variabile soglia una combinazione lineare dei residui di cointegrazione.

In questa analisi si farà principalmente riferimento agli articoli di Tsay (1998) e di Seo (2009). In particolare in quest'ultimo articolo l'autore fornisce una dettagliata descrizione del problema in questione e riporta la distribuzione asintotica dei coefficienti del modello vettoriale a soglia a correzione dell'errore. Seguendo la notazione proposta da Seo (2009) illustriamo ora la specificazione e la stima del modello TVECM.

Sia  $x_t$  un vettore p-dimensionale di serie storiche I(1) cointegrate e sia  $\beta$  il vettore di cointegrazione. Sia quindi  $w_t(\beta) = \beta' x_t$  un termine I(0). La specificazione VECM può essere scritta:

$$\Delta x_t = A' X_{t-1}(\beta) + u_t, \quad (27)$$

dove  $X_{t-1}(\beta) = \begin{bmatrix} 1 \\ w_{t-1}(\beta) \\ \Delta x_{t-1} \\ \Delta x_{t-2} \\ \vdots \\ \Delta x_{t-l} \end{bmatrix}$ .  $X_{t-1}(\beta)$  ha dimensioni  $(k \times 1)$ ,  $A$  ha

dimensioni  $(k \times p)$ ,  $k=pl+2$ . Le notazioni  $X_{t-1}(\beta)$  e  $w_{t-1}(\beta)$  indicano che le variabili sono valutate in un generico valore di  $\beta$ . Per permettere l'identificazione del modello, bisogna imporre la normalizzazione del vettore  $\beta$ . Poiché si assume una sola relazione di cointegrazione, la scelta più opportuna è quella di porre uno degli elementi di  $\beta$  uguale a uno. Un'estensione del modello (27) è il modello di cointegrazione a soglia con due regimi; il modello ha la seguente rappresentazione:

$$\Delta x_t = \begin{cases} A'_1 X_{t-1}(\beta) + u_t & \text{se } w_{t-1}(\beta) \leq \gamma \\ A'_2 X_{t-1}(\beta) + u_t & \text{se } w_{t-1}(\beta) > \gamma \end{cases} \quad (28)$$

dove il parametro  $\gamma$  rappresenta la soglia che regola l'appartenenza al regime. Una specificazione equivalente al modello (28) è:

$$\Delta x_t = A'_1 X_{t-1}(\beta) d_{1t}(\beta, \gamma) + A'_2 X_{t-1}(\beta) d_{2t}(\beta, \gamma) + u_t,$$

dove  $d_{1t}(\beta, \gamma) = 1$  se  $w_{t-1}(\beta) \leq \gamma$  e  $d_{2t}(\beta, \gamma) = 1$  se  $w_{t-1}(\beta) > \gamma$ . La specificazione del modello ammette due regimi; l'appartenenza ad uno o all'altro al tempo  $t$  è determinata dal valore del residuo di cointegrazione al tempo  $t-1$ . Inoltre la rappresentazione può essere ulteriormente estesa aumentando il numero dei regimi.

Il modello specificato come nella (28) permette a tutti i coefficienti (tranne il vettore di cointegrazione che rimane costante) di cambiare in

base al valore assunto dalla variabile soglia. In alcuni casi appare sensato un modello più parsimonioso, permettendo solo ad alcuni coefficienti di variare. Ad esempio una rappresentazione di particolare interesse permette alla costante e al parametro associato a  $w_{t-1}(\beta)$  di cambiare, vincolando gli altri coefficienti a rimanere costanti al variare dei regimi. Per impostare la soluzione del problema attraverso i minimi quadrati definiamo  $X_{<}^*(\beta) = X'_{t-1}(\beta)d_{1t}(\beta, \gamma)$ ,  $X_{>}^*(\beta) = X'_{t-1}(\beta)d_{1t}(\beta, \gamma)$ ,  $y = \text{vec}(\Delta x_t)$ ,  $u = \text{vec}(u_t)$ , considerando ora  $X'_{t-1}(\beta)d_{1t}(\beta, \gamma)$ ,  $X'_{t-1}(\beta)d_{1t}(\beta, \gamma)$ ,  $\Delta x_t$ ,  $u_t$  come matrici che tengono in considerazione di tutte le osservazioni. Ponendo  $\lambda = \text{vec}((A'_1, A'_2)')$ , si può scrivere, sfruttando le proprietà dell'operatore  $\text{vec}$ :

$$y = [(X_{<}^*(\beta), X_{>}^*(\beta)) \otimes I_p] \lambda + u.$$

Seguendo il principio dei minimi quadrati la funzione da minimizzare è:

$$S_n^*(\theta) = (y - [(X_{<}^*(\beta), X_{>}^*(\beta)) \otimes I_p] \lambda)' (y - [(X_{<}^*(\beta), X_{>}^*(\beta)) \otimes I_p] \lambda),$$

dove  $\theta = (\beta', \gamma, \lambda')'$ . Per proseguire bisogna concentrare la funzione su  $\beta$  e  $\gamma$ ; quindi considerando momentaneamente  $\beta$  e  $\gamma$  dai parametri fissi lo stimatore di  $\lambda$  è semplicemente quello dei minimi quadrati ordinari. Definendo quindi  $Z'(\beta) = (X_{<}^*(\beta), X_{>}^*(\beta))$ , lo stimatore dei minimi quadrati di  $\lambda$  è  $\lambda^*(\beta, \gamma) = ((ZZ')^{-1}Z \otimes I_p)y$ . Sostituendo questo stimatore in  $S_n^*(\theta)$  si ottiene la funzione concentrata su  $\beta$  e  $\gamma$  e si può procedere con l'ottimizzazione su questi due parametri. Una volta ottenute queste stime si possono ricavare le stime di  $\lambda$ . L'ottimizzazione

della funzione obiettivo avviene attraverso *grid search* nel caso bivariato. Se  $p > 2$  Hansen e Seo (2002) propongono invece l'utilizzo di algoritmi genetici.

Seo (2009) dimostra che la stima del parametro soglia è super-consistente, la sua distribuzione asintotica è però molto complicata. Inoltre anche le stime del vettore di cointegrazione convergono più velocemente dello standard; il loro tasso di convergenza è infatti  $n^{3/2}$ . Le stime dei parametri  $\lambda$  sono asintoticamente indipendenti dalle stime di  $\beta$  e  $\gamma$ , e hanno distribuzione asintotica normale.

## 7.1 Test per la verifica dell'ipotesi di cointegrazione lineare

Poniamo sia  $\mathcal{H}_0$  il modello VECM lineare come in (27), e  $\mathcal{H}_1$  il modello TVECM a due regimi come in (28). Le due specificazioni sono annidate, infatti il modello ridotto  $\mathcal{H}_0$  è il modello  $\mathcal{H}_1$  sotto il vincolo  $A_1 = A_2$ . Nel seguito vogliamo verificare l'ipotesi di cointegrazione lineare contro l'ipotesi di cointegrazione a soglia. Si può utilizzare a questo riguardo il test parametrico sviluppato da Hansen e Seo (2002). In letteratura sono presenti test non parametrici per verificare l'ipotesi di

non linearità, vedi Tsay (1989 e 1998), sia per il caso univariato che per il caso multivariato, ma, come mostrato da Balke e Fomby (1997) e Lo e Zivot (2001), questi test sono caratterizzati da poca potenza rispetto a quelli parametrici. Di seguito riporto il test LM perché ritenuto un test facile a livello computazionale e perché non necessita delle stime del modello sotto l'ipotesi alternativa, che sarebbero invece necessarie per implementare un test rapporto di verosimiglianza o un test alla Wald. Assumiamo momentaneamente  $(\beta, \gamma)$  come noti. Il modello sotto  $\mathcal{H}_0$  è:

$$\Delta x_t = A' X_{t-1}(\beta) + u_t;$$

mentre sotto  $\mathcal{H}_1$ :

$$\Delta x_t = A'_1 X_{t-1}(\beta) d_{1t}(\beta, \gamma) + A'_2 X_{t-1}(\beta) d_{2t}(\beta, \gamma) + u_t.$$

Siano  $X_1(\beta, \gamma)$  e  $X_2(\beta, \gamma)$  rispettivamente le matrici  $X_{t-1}(\beta) d_{1t}(\beta, \gamma)$  e  $X_{t-1}(\beta) d_{2t}(\beta, \gamma)$ . Definiamo inoltre  $\xi_1(\beta, \gamma)$  e  $\xi_2(\beta, \gamma)$  rispettivamente  $\tilde{u}_t \otimes X_{t-1}(\beta) d_{1t}(\beta, \gamma)$  e  $\tilde{u}_t \otimes X_{t-1}(\beta) d_{2t}(\beta, \gamma)$  con  $\tilde{u}_t$  che identifica la matrice dei residui del modello VECM lineare. Definiamo inoltre le seguenti quantità:

- $M_1(\beta, \gamma) = I_p \otimes X_1(\beta, \gamma)' X_1(\beta, \gamma);$
- $M_2(\beta, \gamma) = I_p \otimes X_2(\beta, \gamma)' X_2(\beta, \gamma);$
- $\Omega_1(\beta, \gamma) = \xi_1(\beta, \gamma)' \xi_1(\beta, \gamma);$
- $\Omega_2(\beta, \gamma) = \xi_2(\beta, \gamma)' \xi_2(\beta, \gamma).$

La statistica LM robusta rispetto all'eteroschedasticità è:

$$LM(\beta, \gamma) = \text{vec} \left( \widehat{A}_1(\beta, \gamma) - \widehat{A}_2(\beta, \gamma) \right)' \left( \widehat{V}_1(\beta, \gamma) + \widehat{V}_2(\beta, \gamma) \right)^{-1} \text{vec} \left( \widehat{A}_1(\beta, \gamma) - \widehat{A}_2(\beta, \gamma) \right), \quad (29)$$

dove  $\widehat{V}_1(\beta, \gamma)$  e  $\widehat{V}_2(\beta, \gamma)$  sono le stime delle matrici di covarianza alla White di  $\text{vec}\widehat{A}_1(\beta, \gamma)$  e  $\text{vec}\widehat{A}_2(\beta, \gamma)$  cioè rispettivamente:

$$\begin{aligned} - \widehat{V}_1(\beta, \gamma) &= M_1(\beta, \gamma)^{-1} \Omega_1(\beta, \gamma) M_1(\beta, \gamma)^{-1}; \\ - \widehat{V}_2(\beta, \gamma) &= M_2(\beta, \gamma)^{-1} \Omega_2(\beta, \gamma) M_2(\beta, \gamma)^{-1}. \end{aligned}$$

Nella (29)  $\widehat{A}_1(\beta, \gamma)$  e  $\widehat{A}_2(\beta, \gamma)$  sono gli stimatori delle rispettive quantità che vanno calcolati con il valore di  $\beta$  sotto l'ipotesi nulla. Per quanto riguarda  $\gamma$  non si dispone di alcuna stima di tale quantità sotto  $\mathcal{H}_0$ . Definiamo quindi la statistica:

$$\sup LM = \sup LM(\tilde{\beta}, \gamma), \quad (30)$$

con  $\gamma_l < \gamma < \gamma_u$ .  $\gamma_l$  è il quantile di ordine  $\pi_0$  di  $\tilde{w}_{t-1}$  e  $\gamma_u$  è il quantile di ordine  $1-\pi_0$ . Per trovare l'estremo superiore della statistica test al variare di  $\gamma$  si effettua l'ottimizzazione tramite grid search. Sotto forti assunzioni, tra le quali che il modello (28) sia specificato senza intercetta e senza i ritardi di  $\Delta x_t$ , si può ottenere distribuzione della (30), che è la seguente:

$$\sup LM \xrightarrow{d} \sup \frac{(W(s) - sW(1))^2}{s(1-s)},$$

con  $s_1 \leq s \leq s_2$  e con  $W(s)$  che identifica un moto Browniano standard. Gli estremi  $s_1$  e  $s_2$  sono calcolati a partire da una particolare funzione in

base al valore di  $\pi_0$ . In generale però, per non forzare troppo le assunzioni, la distribuzione della (30) è ottenuta attraverso una tecnica chiamata bootstrap a regressori fissi descritta da Hansen (1996, 2000b).

In questo lavoro il test è applicato a ogni possibile coppia di serie. Inoltre, come si è visto, usa come ipotesi nulla la specificazione VECM, specificazione accettata al 5% in tutte le possibile coppie di serie storiche. In Tabella 7.1 e in Figura 7.1 si possono vedere l'output del test sopra-riportato applicato alla serie storica dei prezzi dell'elettricità e al tasso di cambio.

Serie storiche	Stat. test	Q90%	Q95%	Q99%
(Pel, Tc)	13.86	9.98	10.38	11.42

Tabella 7.1 Sup LM-Test per la verifica dell'ipotesi di VECM vs. TVECM applicato a Pel e Tc. Numero di replicazioni bootstrap pari a 500. Numero di ritardi pari a 1.

### Density of bootstrap distribution

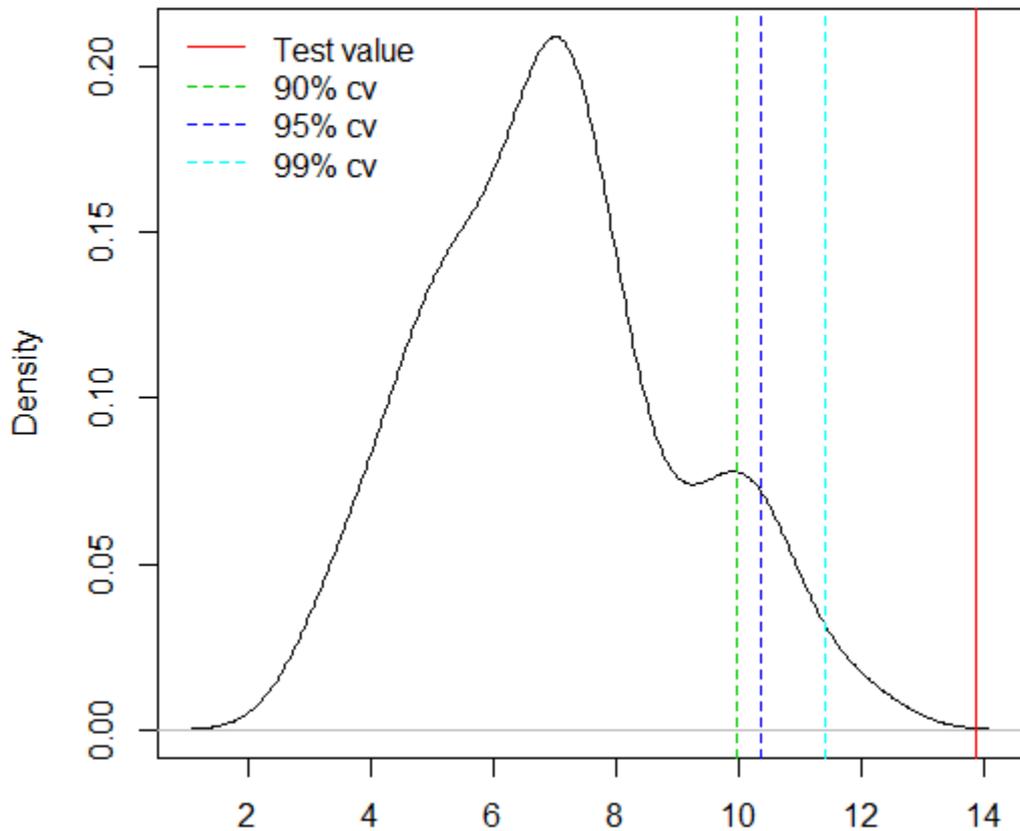


Figura 7.1 Distribuzione bootstrap del test Sup-LM per Pel e Tc.

Per Pel e Tc il test  $\text{sup}LM$  porta al rifiuto dell'ipotesi nulla di cointegrazione lineare. Le evidenze portate dal test lasciano quindi dubbi riguardo la linearità delle relazioni tra le due variabile prese in considerazione, aprendo all'idea che una specificazione non lineare del modello sarebbe più corretta. Nella Tabella 7.2 e Figura 7.2 sono presentati i risultati del test applicato a Pel e Pp.

Serie storiche	Stat. test	Q90%	Q95%	Q99%
(Pel, Pp)	18.19	18.86	19.62	21.09

Tabella 7.2 Sup LM-Test per la verifica dell'ipotesi di VECM vs. TVECM applicato a Pel e Pp. Numero di replicazioni bootstrap pari a 500. Numero di ritardi pari a 1.

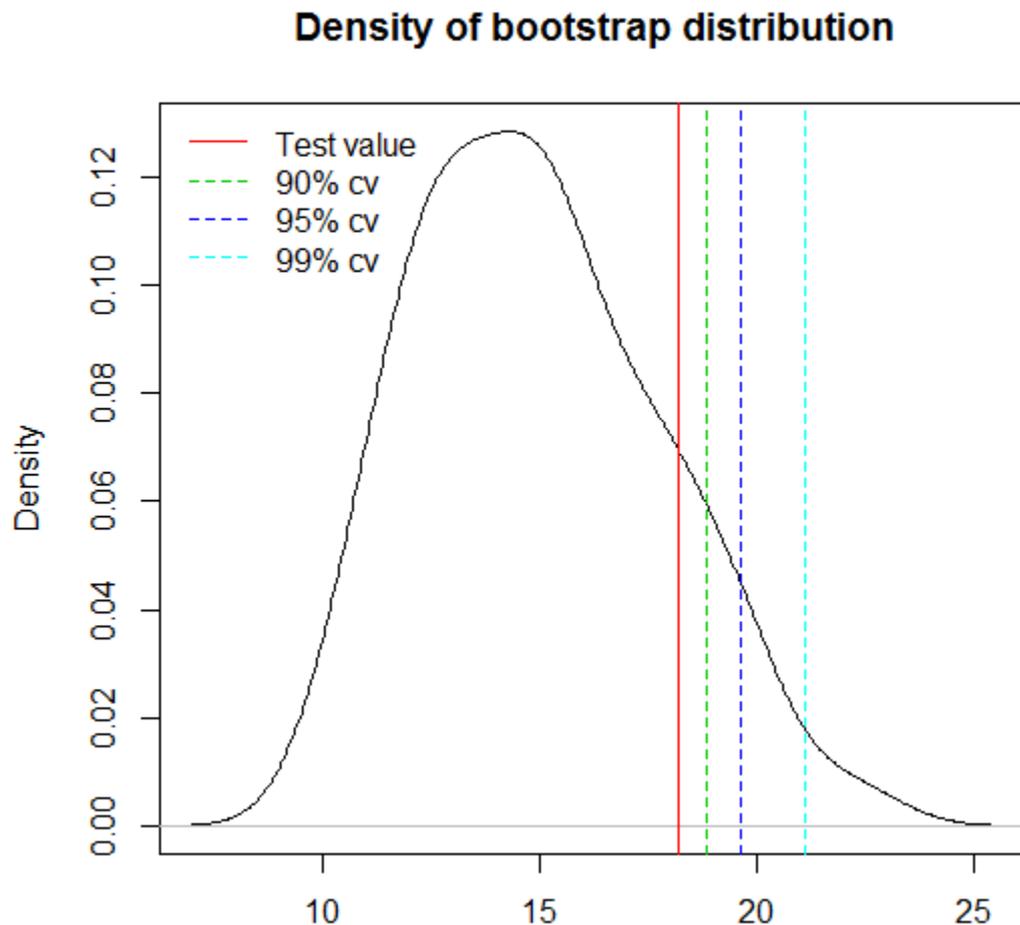


Figura 7.2 Distribuzione bootstrap del test Sup-LM per Pel e Pp.

Per quanto riguarda le serie Pel e Pp l'ipotesi nulla di cointegrazione lineare è invece accettata, indicando la rappresentazione VECM classica come la più adatta. Verifichiamo infine l'ipotesi di linearità per Tc e Pp; in Tabella 7.3 e in Figura 7.3 sono rappresentati i risultati del test.

Serie storiche	Stat. test	Q90%	Q95%	Q99%
(Tc, Pp)	5.03	11.43	12.98	16.41

Tabella 7.3 Sup LM-Test per la verifica dell'ipotesi di VECM vs. TVECM applicato a Tc e Pp. Numero di replicazioni bootstrap pari a 500. Numero di ritardi pari a 1.

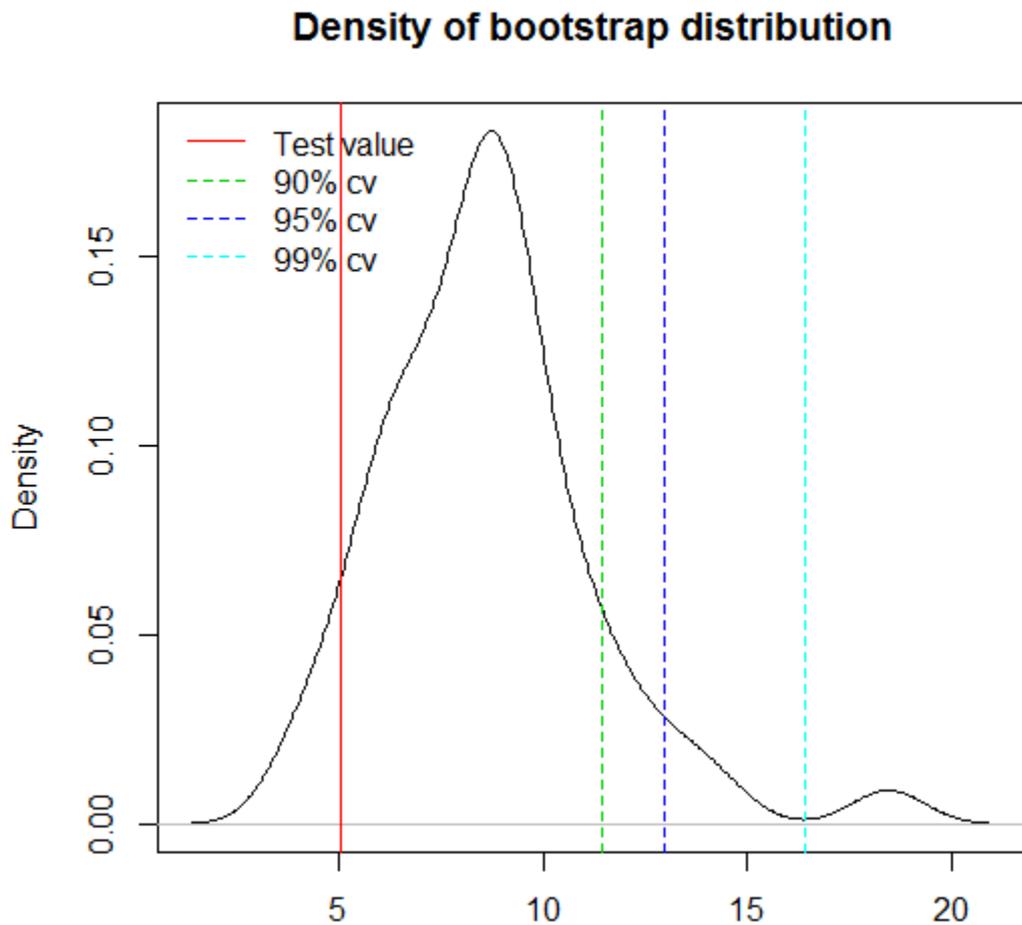


Figura 7.3 Distribuzione bootstrap del test Sup-LM per Tc e Pp.

L'ipotesi di linearità è accettata anche per il tasso di cambio e il prezzo del petrolio. In conclusione il test di tipo LM per la verifica dell'ipotesi di cointegrazione lineare e il confronto tra i risultati dei test parametrico e non parametrico di causalità mettono in evidenza la presenza di relazioni non lineari, che la specificazione VECM classica non riesce a spiegare.

## 7.2 TVECM 2 variabili

Poiché si sono ottenute evidenze contro l'ipotesi nulla di cointegrazione lineare per le variabili  $Pel$  e  $Tc$ , si proseguirà stimando un TVECM bivariato per cercare di capire più a fondo le relazioni non lineari e l'aggiustamento asimmetrico verso la relazione di lungo periodo presente tra queste due variabili. Inoltre, se questa specificazione del modello risulta idonea per mettere in evidenza le relazioni tra le variabili, sarà proposta anche per il modello che tiene in considerazione le tre variabili congiuntamente. In Tabella 7.4 si hanno le stime ottenute, ponendo il numero di soglie pari a 1, e  $l=1$  come nel caso lineare.

Regime basso				
	$ect_{t-1}$	$\Delta Pel_{t-1}$	$\Delta Tc_{t-1}$	$cost$
$\Delta Pel_t$	-0.1001 (***)	-0.1970 (***)	-8.1378 ()	-0.0184()
$\Delta Tc_t$	5.6e-06 ()	-0.0003 ()	0.0133 ()	-0.0002 ()
Regime alto				
	$ect_{t-1}$	$\Delta Pel_{t-1}$	$\Delta Tc_{t-1}$	$cost$
$\Delta Pel_t$	-0.4712 (***)	0.0841()	38.4596 (**)	1.0650 (**)
$\Delta Tc_t$	-0.0004 ()	0.0013 (.)	-0.0039 ()	0.0018 ()

Valore soglia: 1.957391

Percentuale di osservazioni in ogni regime: 91.5% 8.5%

Vettore di cointegrazione: (1, - 6.499168 )

Tabella 7.4 Stime e significatività dei coefficienti del modello TVECM per  $Pel$  e  $Tc$ . Inoltre '\*\*\*\*' 0.001 '\*\*\*' 0.01 '\*\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1.

Il modello a soglia bivariato sembra riuscire a mettere in evidenza le relazioni “nascoste” nel modello lineare. Per quanto riguarda le dinamiche di breve periodo il modello mette in evidenza un effetto di Tc verso Pel. Più precisamente l’effetto di breve periodo del tasso di cambio verso i prezzi dell’elettricità è presente solo nel regime alto, cioè solo quando al tempo t-1 il residuo di cointegrazione è maggiore di 1.96. Inoltre, nel regime alto si nota anche un possibile debole effetto delle differenze di Pel al tempo t-1 verso le differenze di Tc al tempo t. Si può osservare che la serie differenziata dei prezzi dell’elettricità dipende dal periodo precedente solo nel basso regime. Tc è esogena rispetto alla relazione di cointegrazione, mentre la velocità di aggiustamento verso la relazione di lungo periodo per Pel aumenta se il residuo di cointegrazione al periodo precedente assume un valore maggiore di 1.96. Il vettore di cointegrazione stimato è (1, - 6.499168 ), l’effetto di lungo periodo di Tc verso Pel è positivo. La direzione dell’effetto è la stessa individuata dal modello sotto l’assunzione di linearità riportato in Tabella 4.5, anche se l’effetto individuato in questo caso è di dimensioni minori. Riepilogando, il modello mette quindi in evidenza:

- l’effetto positivo nel lungo periodo di Tc verso Pel;
- Tc è esogeno rispetto alla relazione di cointegrazione;
- l’effetto fortemente significativo presente nel basso regime di  $\Delta Pel_{t-1}$  verso  $\Delta Pel_t$ ;

- la presenza nell'alto regime di effetto di  $\Delta Tc_{t-1}$  verso  $\Delta Pel_t$  che conferma quanto emerso dall'analisi di causalità.

## 7.3 Test di Enders e Siklos

I risultati emersi dalla stima del modello TVECM bivariato sembrano riuscire a mettere in evidenza in modo soddisfacente le relazioni tra le variabili in modo coerente con quanto emerso dall'analisi di causalità. La specificazione del modello sembra quindi opportuna per le variabili in esame. Per avere però una visione completa del problema bisogna analizzare congiuntamente tutte e tre le variabili. Prima di stimare il modello TVECM, che tiene in considerazione anche del prezzo del petrolio, si verifica l'ipotesi di cointegrazione a soglia tra le variabili.

In letteratura non sono presenti molte procedure per verificare l'ipotesi nulla di assenza di cointegrazione contro l'ipotesi alternativa di cointegrazione a soglia, quando la relazione di cointegrazione non è nota. Enders e Granger (1998) sono stati i primi a proporre un test a questo riguardo; gli autori tabularono anche i valori critici, ma solo nel caso in cui la soglia è nota a priori. Enders e Siklos (2001) hanno proposto una procedura simile, permettendo però di stimare la soglia nel caso in cui

essa non sia nota. Il test assume implicitamente l'esistenza di al più una relazione di cointegrazione.

Gli autori propongono la seguente procedura:

- Stimare con OLS un modello con la seguente specificazione:  
$$x_{1t} = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_p x_{pt} + u_t;$$
- Ottenere  $\widehat{u}_t$  e ordinarli in ordine crescente; i residui saranno considerati tutti come un possibile valore per la soglia tranne il 15% più piccolo ed il 15% più grande;
- Per ogni possibile soglia si stima il seguente modello:  $\Delta u_t = I_t \rho_1 u_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 u_{t-1} + \varepsilon_t$ , con  $I_t$  funzione indicatrice che vale 1 se  $u_{t-1} \geq \tau$  con  $\tau$  che denota quindi il valore soglia;
- La soglia stimata è quella che minimizza la varianza stimata di  $\varepsilon_t$ ;
- Facendo quindi riferimento al modello stimato con  $\hat{\tau}$  che minimizza la somma dei quadrati dei residui, la statistica test t-Max è la statistica t più grande che si ottiene verificando l'ipotesi  $\rho_1 = 0$  e  $\rho_2 = 0$ .

La distribuzione sotto la nulla della statistica test t-Max è ottenuta tramite metodi di simulazione e i valori critici (vedi Tabella 7.5) sono riportati nell'articolo. È inoltre possibile aumentare l'ordine del processo inserendo i ritardi della variabile di risposta. Il codice è stato scritto con il software R; il test è stato applicato utilizzando Pel come variabile di risposta e Tc e Pp come esplicative per verificare l'ipotesi di cointegrazione a soglia. Sono stati inseriti 4 ritardi della variabile  $\Delta u_t$ .

In Tabella 7.5 si riassumono statistica test e valori critici del test di Enders e Siklos.

t-Max	90%	95%	99%
-2.72	-1.89	-2.14	-2.69

Tabella 7.5 Test di Enders e Siklos applicato a  $P_{el}$ ,  $T_c$  e  $P_p$  per verificare l'ipotesi nulla di assenza di cointegrazione contro l'ipotesi alternativa di cointegrazione a soglia. Numero di ritardi pari a 4.

Il test porta quindi al rifiuto dell'ipotesi nulla di assenza di cointegrazione, a favore dell'ipotesi alternativa di cointegrazione a soglia.

## 7.4 TVECM 3 variabili

Per riuscire ad analizzare congiuntamente le tre variabili senza forzare l'assunzione di linearità si applica la rappresentazione del modello TVECM a tutte e tre le variabili. La parametrizzazione del modello proposta in questo Capitolo è diversa da quella tenuta nel Capitolo 7.2. Nella specificazione del modello a tre variabili si utilizza la parametrizzazione proposta da Seo (2009) che è computazionalmente conveniente; l'autore ricava la distribuzione asintotica dei parametri, necessaria per ricavare le statistiche test sui singoli coefficienti. La nuova parametrizzazione prevede che le stime che si ottengono per il regime alto sono da

interpretare come aumento o diminuzione rispetto al coefficiente del regime basso.

Per ottimizzare la funzione obiettivo, vista la forte irregolarità che la caratterizza, si è utilizzato un algoritmo genetico; esso è definito come un metodo di ricerca stocastico in uno spazio finito basato sul principio darwiniano dell'evoluzione biologica. Di seguito riporto una semplice ed intuitiva descrizione di come funzionano questi algoritmi.

La nascita degli algoritmi genetici trova origine dalle teorizzazioni di Ingo Rechenberg, che nel 1960 aveva cominciato a parlare di "strategie evoluzionistiche" all'interno dell'informatica. La vera prima creazione di un algoritmo genetico è tuttavia storicamente attribuita a John Henry Holland che, nel 1975, nel libro *"Adaptation in Natural and Artificial Systems"* ha pubblicato una serie di teorie e di tecniche ancora di fondamentale importanza per lo studio e lo sviluppo della materia. Questi algoritmi riadattano alcuni termini provenienti dalla biologia come:

- a. Cromosoma: una delle soluzioni ad un problema considerato;
- b. Popolazione: insieme di soluzioni relative al problema considerato;
- c. Gene: parte di un cromosoma. Generalmente consiste in una o più parti del vettore di bit o caratteri che codificano il cromosoma;
- d. Fitness: grado di valutazione associato ad una soluzione, ossia la funzione da ottimizzare;
- e. Crossover: generazione di una nuova soluzione mescolando delle soluzioni esistenti;

f. Mutazione: alterazione casuale di una soluzione.

Gli algoritmi genetici (GA) operano su una popolazione di potenziali soluzioni applicando il principio della sopravvivenza del più adatto, così come avviene in natura, evolvendo verso una soluzione che si avvicina il più possibile alla reale soluzione del problema. Gli algoritmi genetici sono applicabili alla risoluzione di un'ampia varietà di problemi d'ottimizzazione non indicati per gli algoritmi classici, compresi quelli in cui la funzione obiettivo è discontinua, non derivabile, stocastica, o fortemente non lineare.

L'algoritmo genetico si svolge nei seguenti passi :

- a. generazione di una popolazione iniziale con caratteristiche pseudocasuali;
- b. assegnazione, ad ogni individuo, di un valore di fitness;
- c. ordinamento degli individui per valori di fitness;
- d. i migliori individui sono definiti come genitori della prossima generazione;
- e. A partire da tali individui si genera un numero pari di individui della generazione successiva; ciò può avvenire secondo due modalità distinte: effettuando cambiamenti casuali su un singolo genitore (mutazione), oppure combinando opportunamente le caratteristiche di una coppia di genitori (incrocio o crossover).

L'algoritmo procede nuovamente fino a quando non si ha la convergenza delle caratteristiche, ovvero i genitori ottenuti da una popolazione non possono essere migliorati ulteriormente.

Spesso inoltre l'algoritmo sopra descritto viene integrato con la tecnica dell'"elitarismo". La tecnica dell'"elitarismo" consiste nel considerare all'interno della nuova popolazione anche le soluzioni migliori della popolazione precedente. Questa tecnica e quella delle mutazioni casuali possono permettere l'uscita da eventuali ricadute in ottimi locali.

Ritornando al problema in esame, facendo riferimento alla parametrizzazione proposta da Seo (2009), si può dimostrare che sotto determinate condizioni la distribuzione asintotica di  $\hat{\lambda}$  è:

$$\sqrt{n}(\hat{\lambda} - \lambda_0) \xrightarrow{d} N(0, [E \left( \begin{bmatrix} 1 & d_{2t}(\beta, \gamma) \\ d_{2t}(\beta, \gamma) & d_{2t}(\beta, \gamma) \end{bmatrix} \otimes X_{t-1}X'_{t-1} \right)^{-1} \otimes \Sigma).$$

Sostituendo quindi ai momenti teorici i momenti empirici, si possono ottenere le statistiche test ad esempio sulla nullità dei coefficienti.

Le stime che si ottengono dopo aver concentrato la funzione obiettivo su  $(\beta', \gamma)$  e dopo aver applicato per l'ottimizzazione un algoritmo genetico sono: (7.015816, 0.08253988, -6.300869). Quindi il vettore di cointegrazione è (1, -7.015816, -0.08253988), mentre il valore soglia che regola l'appartenenza ad uno o all'altro regime è -6.3. Quindi,  $Pel - 7.016Tc - 0.083Pp \sim I(0)$ . In Tabella 7.6 vengono riassunte le stime e la significatività dei coefficienti  $\lambda$  ottenuti dopo aver effettuato l'ottimizzazione della funzione obiettivo su  $(\beta', \gamma)$ .

Regime basso					
	$ect_{t-1}$	$\Delta Pel_{t-1}$	$\Delta Tc_{t-1}$	$\Delta Pp_{t-1}$	$cost$
$\Delta Pel_t$	0.0037 ( )	-0.2884 (***)	7.6492 ( )	0.0035 ( )	0.0966 ( )
$\Delta Tc_t$	0.0002 ( )	-0.0003 ( )	-0.1025 (*)	-0.0002 ( )	-0.0006 ( )
$\Delta Pp_t$	0.1741 (***)	0.1213 ( )	-18.2708 ( )	-0.0243 ( )	1.3821 (***)

Regime alto – <i>dummy</i> con <i>baseline</i> il regime basso					
	$ect_{t-1}$	$\Delta Pel_{t-1}$	$\Delta Tc_{t-1}$	$\Delta Pp_{t-1}$	$cost$
$\Delta Pel_t$	-0.0792 (***)	0.1431 (**)	-15.7777 (*)	-0.0283 ( )	-0.4992 (***)
$\Delta Tc_t$	-0.0007 ( )	0.0002 ( )	0.1258 (*)	-0.0002 (**)	0.0003 ( )
$\Delta Pp$	-0.0988 (*)	0.2643 (.)	5.1861 ( )	-0.0898 ( )	-0.9987 (***)

Valore soglia: -6.30

Percentuale di osservazioni in ogni regime: 43.6% 56.4%

Tabella 7.6 TVECM applicato a Pel, Tc e Pp assumendo una relazione di cointegrazione e ottimizzando la funzione obiettivo attraverso un algoritmo genetico. Inoltre '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 '' 1.

Il modello TVECM stimato, che analizza congiuntamente le tre variabili, identifica, per quanto riguarda la relazione di lungo periodo, un effetto di dimensioni simile al caso bivariato presentato nel Capitolo 7.2 di Tc verso Pel. L'effetto di Pp su Pel nel lungo periodo è invece di dimensioni minori. Entrambi gli effetti hanno segno positivo, questo conferma sia il segno dei coefficienti che si ottenevano nella relazione di lungo periodo applicando la procedura di Johansen, sia quelli che si ottenevano applicando la procedura di Johansen corretta per *break* strutturali. Verosimilmente

quindi nel lungo periodo all'aumentare del prezzo del petrolio aumenta il prezzo dell'elettricità in Spagna; analogamente se l'euro si indebolisce rispetto al dollaro il prezzo dell'elettricità aumenta. Per quanto riguarda l'appartenenza ad uno o all'altro regime il modello stima come soglia il valore  $-6.30$ , al basso regime appartengono il  $43.6\%$  delle osservazioni mentre al regime più alto il  $56.4\%$ . Si ricorda che nella relazione di cointegrazione non c'è la costante, per questo i residui di cointegrazione possono assumere valori non centrati sullo zero. Vista la significatività dei fattori di aggiustamento possiamo affermare che  $T_c$  è esogeno rispetto alla relazione di cointegrazione in entrambi i regimi; questo risultato è coerente con quello ottenuto nel TVECM bivariato trattato nel Capitolo 7.2. Il tasso di cambio non si aggiusta quindi nel caso in cui ci sia una deviazione dall'equilibrio di lungo periodo. I prezzi dell'energia elettrica invece si aggiustano per rimediare ad uno squilibrio nella relazione di lungo periodo solo nell'alto regime, ossia solo se il residuo di cointegrazione al tempo precedente è maggiore di  $-6.30$ . Anche  $P_p$  reagisce all'errore di disequilibrio, in particolare lo fa in maniera più forte nel basso regime, mentre la velocità di aggiustamento diminuisce nel regime più alto. Per quanto riguarda le relazioni di breve periodo il modello mostra che la serie differenziata dei prezzi dell'elettricità dipende dal periodo precedente sia nell'alto che nel basso regime. Inoltre, facendo riferimento alle stime ottenute con il modello VECM con *break* strutturale, il modello TVECM conferma anche l'effetto di  $P_p$  verso  $T_c$ , ma solo nell'alto regime. Questo tipo di specificazione mette però in

evidenza relazioni che, sotto l'assunzione di linearità, non emergevano. Si può infatti notare la presenza di un effetto delle differenze di  $T_c$  al tempo  $t-1$  verso le differenze di  $P_{el}$  al tempo  $t$  nel regime più alto, mentre nel regime più basso si nota una dipendenza tra le differenze di  $T_c$  al tempo  $t$  e il suo valore al tempo  $t-1$ . Il modello a soglia mette quindi in evidenza delle relazioni che prima erano "nascoste"; alcune di queste relazioni, come l'effetto di breve periodo da  $T_c$  verso  $P_{el}$  sono tra l'altro confermate dal modello VECM bivariato e dal test di causalità non parametrico.

## 8. Conclusioni

In questo lavoro sono state studiate le relazioni tra le serie storiche a frequenza giornaliera dei prezzi dell'elettricità in Spagna, il tasso di cambio dollaro/euro e i prezzi del petrolio in dollari. L'obiettivo dell'analisi era identificare la presenza o meno di un'eventuale relazione tra i prezzi dell'elettricità in Spagna e i fattori esterni sopra menzionati; nel caso in cui emergesse un forte effetto di queste cause verso i prezzi dell'elettricità il risultato andrebbe a favore dei promotori dell'energia rinnovabile in Spagna, la quale potrebbe quindi ambire a diventare indipendente a livello energetico con evidenti ripercussioni sia a livello ambientale sia per quanto riguarda la stabilità dei prezzi. Infatti l'elettricità non avrebbe più relazioni di causalità con queste serie storicamente molto volatili.

Nella fase iniziale sono state presentate le serie storiche utilizzate mediante analisi descrittive e grafiche, soffermandosi sul contesto macro o micro economico per cercare di motivare alcuni trend e alcuni punti di rottura che presentano i processi.

Attraverso diversi test di radice unitaria è stato messo in evidenza il trend stocastico presente in ciascuna serie. Essendo quindi le serie sotto esame  $I(1)$ , si è verificato se le stesse siano o meno cointegrate, per delineare successivamente la procedura di analisi più adeguata.

I test standard per verificare la presenza di cointegrazione forniscono però risultati contrastanti e non sembrano i più adatti all'analisi in quanto sottovalutano una potenziale presenza di *break* strutturali nei processi.

Vengono perciò introdotte ed utilizzate estensioni dell'analisi di cointegrazione standard, estensioni robuste al *break* strutturale perché ammettono uno *shift* nei parametri nella specificazione del modello. Attraverso queste tecniche, analizzando congiuntamente le tre variabili, si può affermare che le tre serie sono cointegrate e che i prezzi dell'elettricità in Spagna seguono un equilibrio di lungo periodo al quale appartengono anche il tasso di cambio e i prezzi del petrolio; nel breve periodo però, i prezzi dell'elettricità non sembrano essere condizionati dagli effetti macroeconomici presi in considerazione.

L'analisi della causalità fa emergere però dubbi riguardo l'assunzione di linearità; il classico test di causalità secondo Granger fornisce risultati in contrasto con il test non parametrico riguardo le relazioni di causalità tra  $P_{el}$  e  $T_c$ . Il test non parametrico identifica infatti causalità tra le due variabili, che non è messa in luce dal test parametrico.

Si applica un test di tipo LM alle serie per verificare l'ipotesi nulla di cointegrazione lineare contro l'ipotesi di cointegrazione a soglia. Il test è applicato a tutte le possibili coppie di serie e mette in risalto il rifiuto dell'ipotesi nulla di modello VECM lineare per  $P_{el}$  e  $T_c$ . Questo risultato conferma quindi quanto messo in evidenza dal confronto tra il test parametrico e quello non parametrico per la causalità.

La stima del modello TVECM bivariato, applicato quindi solo a Pel e Tc, mette da subito in evidenza come questa specificazione sia più adatta all'analisi; essa mette infatti in evidenza causalità di breve periodo da Tc verso Pel.

Il test di Enders e Siklos accetta l'ipotesi di cointegrazione a soglia per le tre serie e, per permettere quindi una visione globale del fenomeno in esame, si procede con la stima di un TVECM a tre variabili, assumendo una relazione di cointegrazione. Da quest'ultima analisi emerge che i prezzi dell'elettricità in Spagna, oltre ad aggiustarsi per raggiungere l'equilibrio di lungo periodo, sono determinati nel breve periodo dal tasso di cambio (solo nel regime più alto).

Dalle analisi risulta quindi che i prezzi dell'elettricità dipendono dai fattori esterni in esame. Nell'articolo di Muñoz e Dickey viene messo in risalto solamente l'equilibrio di lungo periodo presente tra le variabili concludendo l'assenza di relazioni di breve periodo. Infatti, nel caso in cui si conduca l'analisi applicando i metodi robusti alla presenza di *break* strutturale, le variabili risultano cointegrate, ma i coefficienti di breve periodo non sono statisticamente significativi. In questo lavoro però, seguendo l'approccio della cointegrazione a soglia, si riesce a mettere in evidenza, oltre alla relazione di lungo periodo, anche le relazioni di breve periodo tra le variabili; ciò porta a concludere che i prezzi dell'elettricità seguono un equilibrio di lungo periodo con le variabili macroeconomiche considerate, e sono inoltre influenzati nel breve periodo dal tasso di cambio. I risultati emersi attraverso questo lavoro appoggiano quindi le

correnti che vorrebbero puntare sulle energie rinnovabili in Spagna. Queste potrebbero infatti comportare una maggiore stabilità e autonomia energetica.

# Appendice

Codice del test di Lee e Strazicich:

```
##Lee and Strazicich, modello con break nell'intercetta e nel trend
#da implementare dopo aver caricato la libreria arm
lee=function(y){
  y=as.matrix(y)
  n=nrow(y)
  begin=round(0.05*n)
  final=round(0.95*n)
  z=matrix(0,n,2)
  for (i in 1:n){
    z[i,1]=1}
  for (i in 1:n){
    z[i,2]=i}
  temp1=matrix(0,(final-begin+1),1)
  r=matrix(0,(final-begin),1)
  for (t in begin:final){
    dummyi=rbind(matrix(0,t,1),matrix(1,n-t,1))
    dummyt=rbind(matrix(0,t,1),matrix(1:(n-t),n-t,1))
    z=cbind(z,dummyi,dummyt)
    dy=diff(y)
    dz=diff(z)
    dz=as.matrix(dz)
    dz=dz[,2:4]
    a=lm(dy~-1+dz)
    p=c(a$coefficients[1],a$coefficients[2],a$coefficients[3])
    p=as.matrix(p)
    s=y-z[,2:4]%*%p
    s=s-matrix(y[1],nrow(s),1)+matrix(z[1,2:4]%*%p,nrow(s),1)
    s=ts(s)
    s=s[2:length(s)]
    s=s[1:(length(s)-1)]
    sl1=s
    sl2=s
    sl3=s
    sl4=s
    e=lm(dy[6:nrow(dy)]~-1+dz[6:nrow(dz),]+s[5:length(s)])}
```

```

        #+sl1[4:(length(s)-1)]+sl2[3:(length(s)-2)]+sl3[2:(length(s)-
3)]+sl3[2:(length(s)-3)]+sl4[1:(length(s)-4)]
        t=e$coefficients[4]/se.coef(e)[4]
        temp1[t-begin+1]=t
    }
    temp1=as.matrix(temp1)
    stat.test=min(temp1)
    for (i in 1:nrow(temp1)){
        if (stat.test==temp1[i]) {b=i+begin}
    }
tb=b/n
cat ("*****Lee and Strazicich*****", "\n")
cat ("Stat. Test", stat.test, "\n")
cat ("tb", tb, "\n")
cat ("critical values 5%:tb=0.1 -4.50", "\n")
cat ("critical values 5%:tb=0.2 -4.47", "\n")
cat ("critical values 5%:tb=0.3 -4.45", "\n")
cat ("critical values 5%:tb=0.4 -4.50", "\n")
cat ("critical values 5%:tb=0.5 -4.51", "\n")
cat ("\n")

}

```

Codice del test di tipo CUSUM di Hao e Inder per la stabilità dei parametri e applicazione del sieve bootstrap:

```

#stime dols
fit1.lm=dynlm(z~x+L(diff(x),-3:3))
summary(fit1.lm)
eps1.test=(z+8.7756-17.7024*x)
u=residuals(fit1.lm)
T=length(u)
M=round((2*T^(1/3)),0)
M=18
# funzione che calcola il Kernel di Bartlett
bart.kern=function(c)
{
if(abs(c)<=1){y=1-abs(c)}
else {y=0}

```

```

return(y)
}
# funzioni per il calcolo della varianza di lungo periodo dei residui
vM<-c(-(M:1),0,1:M)
length(vM)
gamma.xy=function(h,x,y) {
t = T-18

a = rep(0,(t-h)-19)
for (i in 19:(t-h)) a[i]=x[i]*y[i+h]
return(sum(a)/T)}
xxx.fun=function(x,y)
{
b=0
for (i in (1:37))
{
b=b+bart.kern(vM[i]/M)*gamma.xy(vM[i],x,y)
}
return(b)}
lrv=xxx.fun(u,u)

for (i in 1:(length(u)-1)) {
u[i+1]=u[i]+u[i+1]
}

cusum=((sqrt(lrv)*(sqrt(length(x))))^(-1))*u)
cusum=abs(cusum)
cusum=max(cusum)
cusum
#quantile al 5% tabulato nell'articolo 1.1684

#tabuliamo via simulazione la distribuzione sotto l'ipotesi nulla
n=length(eps1.test)
m=length(eps1.test)-1
# stima DOLS del coefficiente di cointegrazione
beta.dols.f1=round(coef(fit1.lm)[2],5)
y=z

x1=x
d.x1=diff(x1,1)
w1=cbind(d.x1,eps1.test[2:781])

p1=19 # ordine del processo autoregressivo

```

```

M=1000 # numero di replicazioni bootstrap
val.crit.boot.1=rep(0,M)
for (t in 1:M)
{
# ricavo gli stimatori di Yule-Walker:
ar.w1=ar(w1,method="yule-walker",demean=F,aic=F,order.max=p1)
# estraggo gli stimatori dei coefficienti di Yule Walker e i residui:
B1=ar.w1$ar
e1.partial=ar.w1$resid[((p1+1):m),]
# centro i residui:
mean.e1=apply(e1.partial,2,mean)
e1.q=e1.partial-mean.e1
# applico il bootstrap con cui mi ricavo e1*
e1.star=apply(e1.q,2,sample,size=(m-p1),replace=T)

wt.1.star=cbind(rep(0,m),rep(0,m))
wt.1.star[(1:p1),]=w1[(1:p1),] # fisso i primi p1 valori

for (i in (p1+1):m)
{ a=0
for (j in 1:p1)
{a=a+B1[j,,]*wt.1.star[i-j,]}
wt.1.star[i,]=a+e1.star[(i-p1),]}

v.t.star=wt.1.star[,1]
x1.star=rep(0,m)
x1.star[1]=x1[1]
for (i in 2:m)
{
x1.star[i]=x1.star[i-1]+v.t.star[i]
}

u.t.star=wt.1.star[,2]
alpha.dols.f1=round(coef(fit1.lm)[1],5)
y1.star=rep(0,m)
for (i in 1:m)
{
y1.star[i]=alpha.dols.f1+beta.dols.f1*x1.star[i]+u.t.star[i]
}

d2.x1.star=d1.x1.star=d3.x1.star=d_1.x1.star=d_2.x1.star=d_3.x1.star=0
d.x1.star=diff(x1.star)
for (i in 1:(length(d.x1.star)-1)) {

```

```

d1.x1.star[i]=d.x1.star[i+1]
}

for (i in 1:(length(d.x1.star)-2)) {
d2.x1.star[i]=d.x1.star[i+2]
}
for (i in 1:(length(d.x1.star)-1)) {
d3.x1.star[i]=d.x1.star[i+3]
}
for (i in 2:length(d.x1.star)) {
d_1.x1.star[i]=d.x1.star[i-1]
}
for (i in 3:length(d.x1.star)) {
d_2.x1.star[i]=d.x1.star[i-2]
}
for (i in 4:length(d.x1.star)) {
d_3.x1.star[i]=d.x1.star[i-3]
}
y1.star=y1.star[5:777]
x1.star=x1.star[5:777]
d.x1.star=d.x1.star[4:776]
d_3.x1.star=d_3.x1.star[4:776]
d_2.x1.star=d_2.x1.star[4:776]
d_1.x1.star=d_1.x1.star[4:776]
d2.x1.star=d2.x1.star[4:776]
d1.x1.star=d1.x1.star[4:776]
d3.x1.star=d3.x1.star[4:776]

fit1=lm(y1.star~x1.star+d_3.x1.star+d_2.x1.star+d_1.x1.star+d.x1.star+d1.x1.star+d2.x1.star+d3.x1.star)
res=residuals(fit1)
T=length(res)
lrv=xxx.fun(res,res)
for (f in 1:(length(res)-1)) {
res[f+1]=res[f]+res[f+1]
}
test=(((sqrt(lrv)*(sqrt(length(x1.star))))^(-1))*res)
test=abs(test)
test=max(test)
val.crit.boot.1[t]=test
}

## valori critici

```

```

cusum
quantile(val.crit.boot.1,0.9)
quantile(val.crit.boot.1,0.95)
quantile(val.crit.boot.1,0.99)

```

Codice del test di Enders e Siklos:

```

a=(lm(z~x+y))
r=residuals(a)
plot.ts(r)
dr=diff(r)
r=r[2:length(r)]
r=as.matrix(r)
dr=as.matrix(dr)
n <- nrow(r)
l=sort(r)
l=as.vector(l)
final=round(0.85*n)
begin=round(0.15*n)
l[begin]
l[final]
r=as.vector(r)
rt=r[(r<l[final])&(r>l[begin])]
r=as.matrix(r)
rt=as.matrix(rt)
drt=diff(rt)
drt=as.matrix(drt)
rt=rt[2:nrow(rt),]
temp1 <- matrix(0,(final-begin+1),1)
temp2 <- temp1
rt=as.matrix(rt)
dummy=matrix(0,nrow(r),1)
for (j in 1:nrow(rt)) {
  for (t in 1:nrow(r)){
    dummy[t,1] <- (r[t,1]>=rt[j,1])
  }
}
dur=(dummy*r)
cdur=((1-dummy)*r)
a=lm(dr[2:nrow(dr),]~dur[1:(nrow(dur)-1),]+cdur[1:(nrow(cdur)-1),])
res=a$residuals
res2=res^2
rss=sum(res2)

```

```

temp1[j]=rss
}
minrss=min(rss)
  for (j in 1:nrow(rt)){
if (temp1[j]==minrss) {ntresh=j}}
tresh=rt[ntresh,]
tresh=matrix(tresh,nrow(r),1)
dummy=matrix(0,nrow(r),1)
for (t in 1:nrow(r)){
  dummy[t,1] <- (r[t,1]>=tresh[t,1])
}

dur=(dummy*r)
cdur=((1-dummy)*r)
a=lm(dr[6:nrow(dr),]~dur[5:(nrow(dur)-1),]+cdur[5:(nrow(cdur)-
1),]+dr[5:(nrow(dr)-1),]+dr[4:(nrow(dr)-2),]+dr[3:(nrow(dr)-
3),]+dr[2:(nrow(dr)-4),])
summary(a)

```

Codice per l'ottimizzazione della funzione obiettivo (somma dei quadrati dei residui) per ricavare le stime del modello TVECM a tre variabili.

```

Za=matrix(0,5,777)
Zb=matrix(0,5,777)
for (i in 1:ncol(Za)) {
Za[1,i]=1
}

for (i in 1:ncol(Za)) {
Za[2,i]=1
}
for (i in 1:ncol(Za)) {
Za[3,i]=(diff(z)[i+1])
}
for (i in 1:ncol(Za)) {
Za[4,i]=(diff(c)[i+1])
}
for (i in 1:ncol(Za)) {
Za[5,i]=(diff(y)[i+1])
}
for (i in 1:ncol(Zb)) {

```

```

Zb[1,i]=1
}
for (i in 1:ncol(Zb)) {
Zb[2,i]=1
}
for (i in 1:ncol(Zb)) {
Zb[3,i]=(diff(z)[i+1])
}
for (i in 1:ncol(Zb)) {
Zb[4,i]=(diff(c)[i+1])
}
for (i in 1:ncol(Zb)) {
Zb[5,i]=(diff(y)[i+1])
}
Y=matrix(0,3,777)
for (i in 1:ncol(Y)) {
Y[1,i]=(diff(z)[2+i])
}
for (i in 1:ncol(Y)) {
Y[2,i]=(diff(c)[2+i])
}
for (i in 1:ncol(Y)) {
Y[3,i]=(diff(y)[2+i])
}
Y=vec(Y)
Y=matrix(Y,2331,1)
z1=z[3:779]
y1=y[3:779]
c1=c[3:779]

f=function(x){
j=x[1]
k=x[2]
l=x[3]
I=diag(c(1,1,1))
d=matrix(0,777,1)
l=matrix(l,777,1)
d=(z1-j*c1-k*y1>l)
h=matrix(0,777,1)
h=z[3:779]-j*c[3:779]-k*y[3:779]

Za[2,]=Za[2,]*h
Zb[2,]=Zb[2,]*h

```

```
Zb[3,]=Zb[3,]*d
Zb[4,]=Zb[4,]*d
Zb[5,]=Zb[5,]*d
Zb[1,]=Zb[1,]*d
Zb[2,]=Zb[2,]*d
```

```
Z=rbind(Za,Zb)
```

```
return(-t((Y-
((t(Z)%x%I)%*%(((solve(Z%*%t(Z))%*%Z)%x%I)%*%Y))))%*%((Y-
((t(Z)%x%I)%*%(((solve(Z%*%t(Z))%*%Z)%x%I)%*%Y))))
})
```

```
result=ga(type=c("real-valued"),pcrossover=.5,pmutation=.5,fitness=f,min=c(-
30,-30,-30),max=c(30,30,30),popSize=100)
summary(result)
plot(result)
```



# Bibliografia

Balke N. S., Fomby T. B. (1992), Threshold Cointegration, Research Paper n. 9209, Federal Reserve Bank of Dallas, Dallas.

Bec F., Ben Salem M., Carrasco M. (2004), Tests for Unit-Root versus Threshold Specification With an Application to the Purchasing Power Parity Relationship, *Journal of Business & Economic Statistics*, 22, 382-395.

Blomberg S. B., Harris E. S. (1995), The Commodity–Consumer Price Connection: Fact or Fable?, *Federal Reserve Bank of New York Economic Policy Review*, 21-38.

Boyer M. M., Filion D. (2007), Common and fundamental factors in stock returns of Canadian oil and gas companies, *Energy Economics*, 29, 428-453.

Chen S. S., Chen H. C. (2007), Oil prices and real exchange rates, *Energy Economics*, 29, 390–404.

Dickey D.A., Fuller W.A. (1979), Distribution of the Estimator for Autoregressive Time Series With a Unit Root, *Journal of the American Statistical Association*, 74, 427-431.

Diks C., Panchenko V. (2005), A Note on the Hiemstra-Jones Test for Granger Non-causality, *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 9.

Diks C., Panchenko V. (2006), A new statistic and practical guidelines for nonparametric Granger causality testing, *Journal of Economic Dynamics & Control*, 30, 1647–1669.

Dufrénot G., Mignon V. (2007), *Recent Developments in Nonlinear Cointegration with Applications to Macroeconomics and Finance*, Springer, Dordrecht.

Enders W., Siklos P. L. (2001), Cointegration and Threshold Adjustment, *Journal of Business & Economic Statistics*, 19, 166–76.

Fosten J. (2012), Rising household diesel consumption in the United States: A cause for concern? Evidence on asymmetric pricing, *Energy Economics*, 34, 1514–1522.

Gregory A. W., Hansen B. E. (1992), Residual-Based Tests for Cointegration in Models with Regime Shifts, Working Paper n. 862, Queen's Economics Department, Kingston.

Hahn E. (2007), The Impact of Exchange Rate Shocks on Sectoral Activity and Prices in the Euro Area, Working Paper n. 796, European Central Bank, Francoforte.

Hansen B. E. (1992), Tests for Parameter Instability in Regressions with I(1) Processes, *Journal of Business & Economic Statistics*, 10.

Hansen B. E. (1996), Inference when a nuisance parameter is not identified under the null hypothesis, *Econometrica*, 64, 413–430.

Hansen B. E. (2006), Testing for structural change in conditional models, *Journal of Econometrics*, 97, 93–115.

Hansen B. E., Seo B. (2002), Testing for two-regime threshold cointegration in vector error-correction models, *Journal of Econometrics*, 110, 293 – 318.

Hao K., Inder B. (1996), Diagnostic test for structural change in cointegrated regression Models, *Economics Letters*, 50, 179-187.

Hiemstra C., Jones J. D. (1994), Testing for linear and nonlinear Granger causality in the stock price–volume relation, *Journal of Finance*, 49, 1639–1664.

Hristu-Varsakelis D., Kyrtsov C. (2008), Evidence for Nonlinear Asymmetric Causality in US Inflation, Metal, and Stock Returns, *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2008.

Indjehagopian J.P., Lantz F., Simon V. (2000), Dynamics of heating oil market prices in Europe, *Energy Economics*, 22, 225-252.

Johansen S., Juselius K. (1990), Maximum Likelihood Estimation and Inference of Cointegration with Applications to the Demand for Money, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 52, 2.

Karakatsani N.V., Bunn D.W. (2008), Intra-day and regime-switching dynamics in electricity price formation, *Energy Economics*, 30, 1776–1797.

Kreiss J. P., Lahiri S. N. (2012), Bootstrap Methods for Time Series. In: Rao T. S., Rao S. S., Rao C. R. (Eds.), *Handbook of Statistics: Time Series- Methods and Applications*, Elsevier North Holland, Amsterdam.

Lee J., Strazicich M. C. (2004), Minimum LM unit root test with one structural break, Working Paper, Appalachian State University, Boone.

Liu Y., Xie Y. (2013), Asymmetric adjustment of the dynamic relationship between energy intensity and urbanization in China, *Energy Economics*, 36, 43–54.

Lo M. C., Zivot E. (2001), Threshold cointegration and nonlinear adjustments to the law of one price, *Macroeconomic Dynamics*, 5, 533–576.

Lütkepohl H. (2006), *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer, Berlin.

Lütkepohl H., Kratzig M. (2004), *Applied Time Series Econometrics*, Cambridge University Press, New York.

Lütkepohl H., Saikkonen P., Trenkler C. (2001), Testing for the cointegrating rank of a VAR process with level shift at unknown time, Discussion Papers n. 63, Humboldt University Berlin, Berlin.

Mohammadi H. (2009), Electricity prices and fuel costs: Long-run relations and short-run dynamics, *Energy Economics*, 31, 503–509.

Muñoz M. P., Dickey D. A. (2009), Are electricity prices affected by the US dollar to Euro exchange rate? The Spanish case, *Energy Economics*, 31, 857–866.

Narayan P. K., Narayan S., Prasad A. (2008), Understanding the oil price-exchange rate nexus for the Fiji islands, *Energy Economics*, 30, 2686–2696.

Newey W., West K. (1987), A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix, *Econometrica*, 55, 703–708.

Ng S., Perron P. (1995), Unit Root Tests in ARMA Models with Data-Dependent Methods for the Selection of the Truncation Lag, *Journal of the American Statistical Association*, 90, 268-281.

Oberndorfer U. (2008), EU Emission Allowances and the Stock Market: Evidence from the Electricity Industry, Discussion Paper n. 59, Centre for European Economic Research, Mannheim.

Perron P. (1989), The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis, *Econometrica*, 57, 1361-1401.

Pfaff B. (2008), *Analysis of Integrated and Cointegrated Time Series with R*, Springer, Taunus.

Phillips P. C. B., Durlauf S. N. (1986), Multiple Time Series Regression with Integrated Processes, *Review of Economic Studies*, 53, 473-495.

Phillips P. C. B., Ouliaris S. (1990), Asymptotic Properties of Residual Based Tests for Cointegration, *Econometrica*, 58, 165-193.

Phillips P. C. B., Perron P. (1988), Testing for a unit root in a time series regression, *Biometrika*, 75, 335-46.

Sadorsky P. (1999), Oil price shocks and stock market activity, *Energy Economics*, 21, 449-469.

Sadorsky P. (2000), The empirical relationship between energy futures prices and exchange rates, *Energy Economics*, 22, 253-266.

Scrucca L. (2013), GA: A Package for Genetic Algorithms in R., *Journal of Statistical Software*, 53, 1-37.

Seo M. H. (2009), Estimation of Nonlinear Error Correction Models, Discussion paper, London School of Economics, London.

Terasvirta T., Tjostheim D., Granger W. J. (2011), *Modelling Nonlinear Economic Time Series*, Oxford University Press, Oxford.

Tsay R. S. (1998), Testing and Modeling Multivariate Threshold Models, *Journal of the American Statistical Association*, 93, 1188-1202.

Veith S., Werner J. R., Zimmermann J. (2009), Capital market response to emission rights returns: Evidence from the European power sector, *Energy Economics*, 31, 605–613.

Xiao Z., Phillips P. C. B. (2002), A CUSUM test for cointegration using regression Residuals, *Journal of Econometrics*, 108, 43 – 61.

Yousefia A., Wirjanto T. S. (2004), The empirical role of the exchange rate on the crude-oil price formation, *Energy Economics*, 26, 783– 799.

Zhang Y.J., Fan Y., Tsai H.T., Wei Y. M. (2008), Spillover effect of US dollar exchange rate on oil prices, *Journal of Policy Modeling*, 30, 973–991.

Zivot E., Andrews D. W. K. (1992), Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit-Root Hypothesis, *Journal of Business & Economic Statistics*, 10, 251-270.