

ELLIPSZIS PÁLYÁN MOZGÓ HENGER KÖRÜLI KIS REYNOLDS SZÁMÚ ÁRAMLÁS NUMERIKUS VIZSGÁLATA

BARANYI LÁSZLÓ

Ez a dolgozat a párhuzamos áramlásba helyezett, ellipszis pályán mozgó körhenger körül kialakuló kis Reynolds-számú összenyomhatatlan folyadékáramlás két-dimenziós numerikus szimulációjával foglalkozik. A felhajtóerő-tényező, az ellenállástényező és a hátsó nyomástényező (base pressure coefficient) időátlagát és *rms* értéket, valamint a henger és a folyadék közötti energiacsereire jellemző energiaátadási tényezőt a pálya ellipticitása függvényében ábrázolva, azok értékeiben ugrásszerű változások tapasztalhatók. Egy „ugrás” előtt és után határciklus analízist végeztünk, időbeli, fázisszög és áramkép változásokat vizsgáltunk. A vizsgálatok azt mutatják, hogy az ellipticitás nagy hatással lehet a mechanikusan mozgatott henger és folyadék közötti energiaátadásra, és hogy a transzverzális mozgás amplitúdójának kis mértékű megváltoztatása erősen befolyásolhatja az erőtényezőket. A felhajtóerő-tényező és a henger transzverzális elmozdulása közötti fázisszög az ugráson áthaladva 180° -ot változik. Ezeket a változásokat az okozhatja, hogy ennek a nemlineáris rendszernek valószínűleg két attraktora van, és hogy megoldás ezek melyikéhez vonzódik, az a probléma paramétereinek értékeitől függ.

1. Bevezetés

A levegő- vagy folyadékáramlásba helyezett nem áramvonalas, vagy más néven tompa testekről leváló örvények gyakran a szerkezet meghibásodását okozzák. Jó példa erre a Tacoma Narrows függőhíd (USA), amely örvényleválás által keltett csavaróingés miatt omlott össze 1940-ben. Egy másik eset a Japán-beli Monju atomerőműben történt, ahol az áramló folyadékba helyezett műanyag hőmérőtok a róla leváló örvények miatt kifáradt és megrepedt, a repedésen keresztül pedig primer hűtőfolyadék jutott ki a rendszerből. Az erőművet 1995-ös leállítása óta nem indították újra. A szélnek kitett magas karcsú épületekről, silókról, gyárkérményekről leváló örvények az építmény nagy amplitúdójú rezgéséhez vezethetnek, ha annak sajátfrekvenciája közel esik az örvényleválási frekvenciához és ugyanakkor a szerkezet csillapítása kicsi. A hőcserélőkben lévő csőkötegekről leváló örvények a hőcserélő rezgéséhez és kellemetlen zajos üzeméhez vezethetnek.

A körhenger körüli áramlást annak gyakorlati fontossága miatt igen sok kutató vizsgálja napjainkban is mind elméleti, mind kísérleti és numerikus eszközökkel.

A körhenger mögötti tér igen gazdag áramlástanai jelenségekben: az örvényleválás szerkezete nagyon sok tényezőtől függ. Sok kutató foglalkozik a párhuzamos áramlásba helyezett álló és rezgő körhenger körüli áramlás vizsgálatával. Különösen sok tanulmány található álló henger esetére, lásd például [15], [31] és [39], de sokan foglalkoznak a henger transzverzális rezgőmozgásával, lásd [16] és [38], és a longitudinális irányban rezgő henger esetével is, lásd például [28]. A párhuzamos áramlásba helyezett elliptikus mozgást végző hengerek körüli esettel kevesebben foglalkoznak (lásd például [35]), annak ellenére, hogy ez a hullámokban mozgó henger körüli áramlás modelljének tekinthető.

A dolgozat következő fejezeteiben röviden ismertetünk egy eljárást az összenyomhatatlan newtoni közeg homogén párhuzamos áramlásába helyezett ellipszis pálya mentén keringő körhenger körüli két-dimenziós instacionárius kis Reynolds-számú áramlás számítására. A tanulmány az ellipszis pályán keringő henger esetén a mechanikai energiaátadási tényező, a fázisszög, a három erőtenyező (felhajtóerő-tényező, ellenállás-tényező és hátsó nyomástényező) időátlagát és *rms* (root-mean-square) értékét vizsgálja egy eddig ismeretlen jelenséggel kapcsolatban: hirtelen ugrások lépnek fel az erőtenyezők időátlagában és *rms* értékében, amikor a pálya ellipticitása függvényben rajzoljuk fel azokat.

Jelölésjegyzék

\mathbf{a}_0	a henger gyorsulásvektora, U^2/d -vel dimenziótlánítva
$A_{x,y}$	a rezgés amplitúdója x vagy y irányokban, d -vel dimenziótlánítva
C_D	ellenállás-tényező, $2F_D/(\rho U^2 d)$
C_L	felhajtóerő-tényező, $2F_L/(\rho U^2 d)$
C_{pb}	hátsó nyomástényező (base pressure coefficient), $[2p/(\rho U^2)]_{\theta=0}$
d	hengerátmérő, hosszlépték, [m]
D	sebesség divergenciája, U/d -vel dimenziótlánítva
e	ellipticitás, A_y/A_x
E	mechanikai energiaátadási tényező, $\rho U^2 d^2/2$ -vel dimenziótlánítva
f	henger rezgési frekvenciája, U/d -vel dimenziótlánítva
\mathbf{F}	egységnyi hosszú hengerre ható erő, $F_D \mathbf{i} + F_L \mathbf{j}$
F_D	egységnyi hosszú hengerre ható ellenállás, [N/m]
F_L	egységnyi hosszú hengerre ható felhajtóerő, [N/m]
\mathbf{i}, \mathbf{j}	x, y irányú egységvektorok
p	folyadéknyomás, ρU^2 -el dimenziótlánítva
R	sugár, d -vel dimenziótlánítva
Re	Reynolds-szám, Ud/ν
St	Strouhal-szám, örvényleválási frekvencia, U/d -vel dimenziótlánítva
t	idő, d/U -val dimenziótlánítva
T	örvényleválási periódus, d/U -val dimenziótlánítva
U	párhuzamos áramlás sebessége, sebességlépték, [m/s]

u, v	x, y irányú sebességkomponensek, U -val dimenziótlantva
v_0	henger sebességvektora, U -val dimenziótlantva
x, y	Descartes-féle derékszögű koordináták, d -vel dimenziótlantva
Φ	fázisszög
ν	kinematikai viszkozitási tényező, $[m^2/s]$
ρ	folyadék sűrűsége, $[kg/m^3]$
Θ	polárszög
ξ, η	a számítási síkon lévő koordináták

Indexek

L	felhajtóerő
D	ellenállás
rms	rms (root-mean-square) érték
x, y	x vagy y irányú komponens
1, 2	energiaátadás y és x irányokban; a henger felületén, ill. a tartomány külső peremén
0	a hengermozgás elmozdulására, sebességére, gyorsulására

2. Alapegyenletek

Vizsgálatunk során egy összenyomhatatlan, állandó anyagjellemzőjű newtoni folyadék kétdimenziós (2D) áramlását tételezzük fel. Az alapegyenleteink a Navier–Stokes-egyenletek két komponenséből és a kontinuitási egyenletből állnak, amelyek dimenziótlan alakjai a tetszőleges a_0 gyorsulással mozgó hengerhez kötött koordinátarendszerben a következő módon írhatók fel:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 u - a_{0x}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 v - a_{0y}, \quad (2)$$

$$D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (3)$$

Bár az (1)–(3) egyenletek elvileg alkalmasak az u , v sebességek és a p nyomás meghatározására, de azok időbeli változásának pontos megoldási lehetőségét jelentősen megnehezíti az a tény, hogy a (3) kontinuitási egyenlet nem tartalmazza explicite az idő szerinti deriváltat. A probléma áthidalható, ha egy külön egyenletet származtatunk a nyomásra. Az (1) egyenlet x szerinti és a (2) egyenlet y szerinti deriváltjait összeadva (azaz képezve a Navier–Stokes-egyenlet divergenciáját), a D sebességdivergenciát tartalmazó tagok közül csak annak idő szerinti parciális

deriváltját meghagyva, némi átrendezés után adódik a nyomásra vonatkozó Poisson-egyenlet (lásd [23]):

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = 2 \left[\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} \right] - \frac{\partial D}{\partial t}. \quad (4)$$

Mivel a henger a_0 gyorsulása csak az időtől függ, így annak divergenciája zérus, ezért természetesen nem jelenik meg a (4) egyenletben. A fenti egyenletben a D a (3) egyenlet alapján ugyan zérus, de a fenti leírásmódot véges differenciák módszerével együtt alkalmazva nem elégíti ki egzakt módon a kontinuitást. Ezért a numerikus hibahalmazódás és az instabilitás elkerülése érdekében célszerű a (4) egyenletben a D idő szerinti parciális deriváltját meghagyni (lásd [23]). Baranyi és Shirakashi [3] a véges differenciák módszerén alapuló numerikus vizsgálata megerősítette, hogy a (4) utolsó tagjának elhagyása drasztikus hatással van a megoldásra, ugyanakkor az egyenletből elhagyott egyéb, D -t tartalmazó tagok csak elhanyagolható mértékben befolyásolják a megoldást.

Ezekben az egyenletekben u , v az x és y irányú sebességkomponens, p a nehézségi erőter potenciáljával kibővített nyomás, D a sebesség divergenciája, Re az U áramlási sebesség, a d hengerátmérő és a folyadék ν kinematikai viszkozitási tényezőjéből számítható Reynolds-szám. Bár a (3) egyenlet alapján a D divergencia elméletileg zérus, annak idő szerinti deriváltját mégis meghagyjuk a (4) egyenletben a numerikus hibahalmazódás elkerülése érdekében (lásd [23]).

Peremfeltételek és kezdeti feltételek:

A v sebességre és a p nyomásra vonatkozó peremfeltételek az R_1 sugarú körhenger felületén valamint a számítási tartomány külső peremét jellemző, a körhengerrel azonos középpontú R_2 sugarú kör mentén, az alábbi módon adhatók meg (lásd 1. ábra):

(R_1) hengerfelület:

$$u = v = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{1}{Re} \nabla^2 v_n - a_{0n}. \quad (6)$$

(R_2) külső perem:

$$u = u_{pot} - u_0, \quad v = v_{pot} - v_0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \left(\frac{\partial p}{\partial n} \right)_{pot}. \quad (8)$$

Az (5) egyenletből látható, hogy a henger felületén az u , v sebességkomponensek eltűnnek, míg a p nyomásra az (1) és (2) egyenletek felhasználásával a (6) Neumann-típusú peremfeltételt származtatjuk. A (6) egyenletben az n index a görbe külső normálisa irányában vett komponensre utal. A henger felületén kialakuló nyomáseloszlás – valamint a test és a folyadék között fellépő erő – pontos meghatározásához szükséges (6) összefüggésben szerepel a sebességkomponensek

felületi normális irányú, henger felületén vett deriváltjai, amelyeket a Taylor-sor felhasználásával nyert harmadrendű „féloldalas” differenciaséma segítségével származtatunk. A hengertől távoli, zavartalan áramlást jellemző R_2 sugár mentén potenciáláramlást tételezünk fel. Erre utal a (7) és (8) egyenletekben szereplő „*pot*” index. Megjegyezzük, hogy a potenciáláramlás feltételezése a tartomány külső peremén jó közelítést jelent a henger mögötti vékony holtterétől eltekintve. A külső perem igen messze van a hengertől, így nem meglepő az a számítási tapasztalat (lásd [3]), hogy e feltevés mindössze a holtter külső tartományhatára környezetében torzítja el kis mértékben a sebességteret. A henger \mathbf{a}_0 gyorsulása és \mathbf{v}_0 sebessége (eltekintve természetesen a két mennyiség közötti összefüggéstől) tetszőleges lehet.

A dimenziótlan sebesség- és nyomáseloszlásra vonatkozó kezdeti feltételként a számítások során a körhenger körüli potenciáláramlás sebesség- és nyomáseloszlását használjuk, amelyek az $U\mathbf{v}_0 = U(v_{0x}(t)\mathbf{i} + v_{0y}(t)\mathbf{j})$ sebességgel mozgó hengerhez kötött rendszerben a dimenziótlan x, y koordináták segítségével a következő alakban írhatók fel:

$$u(x, y, t = 0) = 1 - \frac{R_1^2(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2} - v_{0x}(t = 0), \quad \text{ha } x^2 + y^2 > R_1^2 \quad (9)$$

$$v(x, y, t = 0) = -2 \frac{R_1^2 xy}{(x^2 + y^2)^2} - v_{0y}(t = 0), \quad \text{ha } x^2 + y^2 > R_1^2 \quad (10)$$

$$p(x, y, t = 0) = p_\infty + \frac{R_1^2}{(x^2 + y^2)^2} \left(x^2 - y^2 - \frac{R_1^2}{2} \right), \quad (11)$$

ahol $R_1 = 0,5$ a körhenger d átmérőjével dimenziótlanított sugara, p_∞ a hengertől távoli zavartalan áramlásban érvényes dimenziótlan nyomás. Az (5) peremfeltétel alapján a henger felületén a $t = 0$ időpontban is előírjuk az

$$u(x, y, t = 0) = v(x, y, t = 0) = 0, \quad \text{ha } x^2 + y^2 = R_1^2 \quad (12)$$

feltételt is.

A számításokat a $t = 0$ időpillanatban a hirtelen mozgásba hozott hengerhez tartozó kezdeti feltételek esetére is elvégeztük, amelyek az alábbi módon adhatók meg:

$$u(x, y, t = 0) = U - v_{0x}(t = 0), \quad \text{ha } x^2 + y^2 > R_1^2 \quad (13)$$

$$v(x, y, t = 0) = -v_{0y}(t = 0), \quad \text{ha } x^2 + y^2 > R_1^2 \quad (14)$$

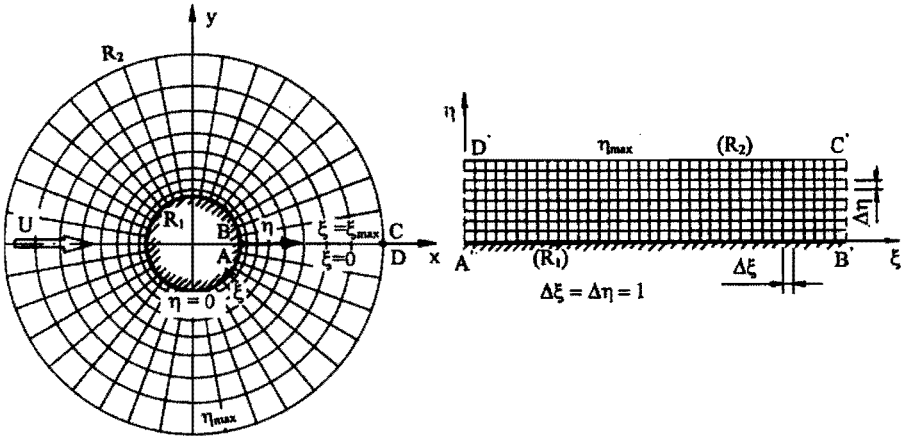
$$p(x, y, t = 0) = p_\infty, \quad (15)$$

továbbá itt is előírjuk a (12) feltételt. A szerző (9)–(12) valamint a (13)–(15) kezdeti feltételek alapján nyert számítási eredményei elhanyagolható mértékben különböznek egymástól.

Természetesen az (1)–(4) alapegyenletek, (5)–(8) peremfeltételek és a fenti kezdeti feltételek álló hengerre is érvényesek maradnak az $\mathbf{a}_0 = \mathbf{0}$ és $\mathbf{v}_0 = \mathbf{0}$ helyettesítésekkel.

3. A tartomány és az alapegyenletek transzformációja

Azért, hogy a diszkretizációhoz használandó véges differenciák módszerének alkalmazása során a peremfeltételeket pontosan ki tudjuk elégíteni, és elkerülhessük a számítási pontosságot rontó interpolációt, peremre illesztett koordinátákat használunk. A fizikai sík számítási síkra való leképezését az 1. ábra mutatja.



1. ábra. A fizikai és számítási síkok

A fizikai sík (x, y) és a számítási sík (ξ, η) koordinátái közti kapcsolatot az

$$\begin{aligned} x(\xi, \eta) &= R(\eta) \cos[g(\xi)], \\ y(\xi, \eta) &= -R(\eta) \sin[g(\xi)] \end{aligned} \quad (16)$$

alakban vesszük fel, ahol

$$R(\eta) = R_1 \exp[f(\eta)]. \quad (17)$$

Az R_1 és R_2 sugarú hengerfelületeknek – ahol az (5)–(8) peremfeltételeket ki kell elégíteni – a számítási síkon az $\eta = 0$, ill. az $\eta = \eta_{\max}$ egyenesek felelnek meg. A ξ és η koordinátákat egész számokra választottuk, amelyek egyben a diszkretizációs pontok kerületi-, ill. sugárirányú sorszámainak vagy indexeinek is felfoghatók. Figyelembe véve még a (16) és (17) egyenleteket is, könnyen belátható, hogy a számítási síkon ortogonális egyenközű hálót nyerünk, amely azért is előnyös, mert a differenciasémák többsége erre az esetre van kidolgozva, és azok általában ilyenkor magasabb rendű közelítést jelentenek, mint nem egyenközű háló esetén.

Bár többféle $f(\eta)$ és $g(\xi)$ függvényt kipróbáltunk, ebben a dolgozatban az egyszerű

$$g(\xi) = 2\pi \frac{\xi}{\xi_{\max}}, \quad f(\eta) = \frac{\eta}{\eta_{\max}} \ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right) \quad (18)$$

lineáris leképzőfüggvény alkalmazásával nyert eredményeket mutatjuk be. Az $f(\eta)$ és $g(\xi)$ függvények ilyen megválasztása is biztosítja, hogy a henger közelében – ahol a sebesség erősen változik – a háló sűrű, attól távolodva pedig egyre ritkább legyen. A (16)–(18) leképzés kölcsönösen egyértelmű, mert a J Jacobi-féle determináns

$$J = y_\eta x_\xi - y_\xi x_\eta = \frac{2\pi \ln(R_2/R_1)}{\xi_{\max} \eta_{\max}} R^2(\eta) \quad (19)$$

tetszőleges ξ és η értékekre pozitív értéket ad. A (19) egyenletben a ξ és η indexek differenciálást jelölnek.

A fizikai síkon (lásd 1. ábra) a görbe vonalú háló egy elemi négyszöge két oldalának a hányadosa – az ún. rácsviszony – [22] alapján a következő alakban írható fel:

$$AR = \sqrt{\frac{g_{22}}{g_{11}}} = \frac{f_\eta}{g_\xi} = \frac{\xi_{\max} \ln(R_2/R_1)}{2\pi \eta_{\max}}, \quad (20)$$

ahol g_{11} és g_{22} a metrikus tenzor elemei, és az egyenletben a ξ és η indexek most is differenciálást jelölnek. A (20) egyenletből látható, hogy a rácsviszony a (18) lineáris leképzőfüggvények esetén az egész fizikai tartományon állandó. A két egymásra merőleges irányban vett rácspontok számának (ξ_{\max}, η_{\max}) és a vizsgált tartomány méretére jellemző R_2/R_1 sugárviszony megfelelő választásával elérhető, hogy az AR értéke pontosan 1 legyen, így megvalósítható az előnyös számítási tulajdonságokkal rendelkező konformis leképzés. A módszer előnye, hogy a (16)–(18) leképzés biztosítja, hogy a metrikus tenzor mellékátláiban lévő elemek nullák legyenek, azaz $g_{12} = g_{21} = 0$. Így az (1), (2) és (4) egyenletekben szereplő Laplace-deriváltak transzformálásakor a vegyes másodrendű deriváltak eltűnnek. A (18) leképzőfüggvények lineáris volta miatt további egyszerűsödést jelent az, hogy a Laplace-deriváltak transzformálásakor az elsőrendű deriváltak is kiesnek, lásd [5]. Mivel a leképzés zárt alakban elemi függvényekkel van megadva, a metrikus paraméterek és a koordináta-deriváltak szintén zárt alakban számíthatók, így nincs szükség a számítási hibát okozó numerikus differenciálásra.

A (16)–(18) leképzés felhasználásával az (1)–(4) alapegyenleteket, az (5)–(8) peremfeltételeket és a (9)–(12) kezdeti feltételeket leképezzük a számítási síkra. Az (1) és (2) Navier–Stokes-egyenletek transzformált megfelelői a következők:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{J} \left(u \frac{\partial y}{\partial \eta} - v \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \left(v \frac{\partial x}{\partial \xi} - u \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \frac{\partial u}{\partial \eta} = \\ - \frac{1}{J} \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial p}{\partial \xi} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{\text{Re}J^2} \left(g_{22} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + g_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \right) - a_{0x}, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{J} \left(u \frac{\partial y}{\partial \eta} - v \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{1}{J} \left(v \frac{\partial x}{\partial \xi} - u \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \frac{\partial v}{\partial \eta} = \\ - \frac{1}{J} \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial p}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial p}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{\text{Re}J^2} \left(g_{22} \frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} + g_{11} \frac{\partial^2 v}{\partial \eta^2} \right) - a_{0y}. \end{aligned} \quad (22)$$

A D sebességdivergencia transzformációjára a következőt kapjuk:

$$D = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial u}{\partial \xi} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial u}{\partial \eta} + \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial v}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial v}{\partial \xi} \right) = 0. \quad (23)$$

A nyomásra vonatkozó Poisson-egyenlet transzformáltja pedig a

$$g_{22} \frac{\partial^2 p}{\partial \xi^2} + g_{11} \frac{\partial^2 p}{\partial \eta^2} = 2J \left(\frac{\partial u}{\partial \xi} \frac{\partial v}{\partial \eta} - \frac{\partial u}{\partial \eta} \frac{\partial v}{\partial \xi} \right) - J^2 \frac{\partial D}{\partial t} \quad (24)$$

alakot ölti.

Az egyenletekhez hasonlóan az (5)–(8) peremfeltételeket is leképezzük a számítási síkra. A (16)–(18) leképezés alkalmazása után a nyomásra vonatkozó (6) és (8) peremfeltételek a következő alakokba mennek át:

$$\text{ha } R = R_1 : \quad \frac{\partial p}{\partial \eta} = \frac{g_{11}}{\text{Re}J^2} \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} + \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial^2 v}{\partial \eta^2} \right) - \frac{\partial x}{\partial \eta} a_{0x} - \frac{\partial y}{\partial \eta} a_{0y}, \quad (25)$$

$$\text{ha } R = R_2 : \quad \frac{\partial p}{\partial \eta} \cong \frac{R_2}{\eta_{\max}} \ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right) \left(\frac{\partial p}{\partial n} \right)_{\text{pot}}. \quad (26)$$

A sebességre vonatkozó peremfeltételek és a kezdeti feltételek transzformációjának bemutatásától eltekintünk. A (21), (22), (24) és (25) egyenletekben szereplő metrikus tenzor főátlójában lévő g_{11} , ill. g_{22} elemei a következő alakúak:

$$g_{11} = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2, \quad g_{22} = \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2.$$

A transzformáció (16), (17) alakú megválasztása tetszőleges $f(\eta)$ és $g(\xi)$ függvények esetén biztosítja, hogy a metrikus tenzor főátlón kívüli elemei nullák legyenek, azaz $g_{12} = g_{21} = 0$. Ezért hiányoznak a vegyes másodrendű deriváltak a (21), (22) és (24) egyenletekben szereplő Laplace-deriváltakból. A (18) leképezőfüggvények lineáris megválasztása egyben azt is biztosítja, hogy az előbb említett Laplace-deriváltak transzformált alakjaiból az elsőrendű deriváltak is kiessenek, (lásd [5]). Mivel az $f(\eta)$ és $g(\xi)$ leképezőfüggvények elemi függvényekkel adottak, a számításhoz szükséges metrikus paraméterek és a koordináta-deriváltak zárt alakban származtathatók, így nincs szükség a számítási hibához vezető numerikus differenciálásra. Mint már említettük, mind a számítási síkon nyert egyenközű háló, mind a fizikai síkon az AR rácsvizony egységnyire választásával nyerhető konformis leképezés előnyös számítástechnikai szempontból. További előny, hogy mivel a számítási hálót a mozgó hengerhez rögzítjük, és a számítások során nem változtatjuk, ezért nincs szükség minden egyes időlépcsőben új hálót létrehozni, elég a hálógenerálást egyszer, a számítások előtt elvégezni. Ennek további előnye az, hogy a transzformációs egyenleteink egyszerűbbek, mivel nem szerepelnek benne a háló deformációjára jellemző tagok. Látható tehát, hogy ez a számítási eljárás több szempontból is optimalizált.

4. Numerikus módszer és számítási eredmények

Az egyenletek megoldására a véges differenciák módszerét használjuk. A térbeli deriváltakat a tartomány belsejében negyedrendű centrális differenciákkal közelítjük, a tartomány szélei közelében ugyancsak negyedrendű, de nem centrális differenciákat használunk, a konvektív deriváltak közelítésére a [24] által kidolgozott harmadrendű módosított *upwind* sémát alkalmazzuk. Az időbeli diszkretizációhoz elsőrendű haladó differenciákat használunk. A módszer részletesebb leírása a [3] és [5] dolgozatokban található. A sebességet a (21), (22) egyenletek közvetlen integrálásával kapjuk, miközben minden időlépcsőben kielégítjük a (23) kontinuitási egyenletet. A nyomáelosztást a (24) Poisson-egyenletből a szukszcesszív túrelaxálás módszerének segítségével határozzuk meg minden időlépcsőben. A relaxációs paraméter értékét 1,8-ra választva, viszonylag gyors konvergenciát tapasztaltunk. A relatív hibakorlát 10^{-5} -re, ill. 10^{-6} -ra választása gyakorlatilag elhanyagolható különbséget jelentett a megoldásban. Ugyan a szerző tudatában van annak, hogy ennél modernebb és hatékonyabb számítási eljárások is léteznek, de mivel a jelen módszer alkalmazásával a szakirodalomban található kísérleti eredményekkel jól egyező eredményeket kapott elfogadható számítási idő mellett, így nem tekintette elsődleges szempontnak a modernebb eljárás alkalmazását. A numerikus diszkretizáció során a (24) egyenletben a D divergencia n . időlépcsőben érvényes idő szerinti parciális deriváltját a

$$\frac{\partial D^n}{\partial t} \cong \frac{D^{n+1} - D^n}{\Delta t} = -\frac{D^n}{\Delta t} \quad (27)$$

összefüggéssel közelítjük, amely során a divergencia D^{n+1} új értékét nullának választjuk. Az elvégzett numerikus vizsgálataink azt mutatják, hogy ily módon a D^n divergencia-térben és időben is egy igen kis érték alatt tartható (amely, mint tudjuk, a (3) és (23) egyenletek alapján elméletileg nulla).

A körhenger felületén lévő nyomáeloszlást – amely rendkívül fontos a körhenger és folyadék között fellépő erő meghatározásához – a következő harmadrendű formula segítségével származtattuk a Taylor-sor felhasználásával, figyelembe véve, hogy $\Delta\eta = 1.0$

$$p_{i,1} = \frac{-p_{i,3} + 4p_{i,2} - \left[2\frac{\partial p}{\partial \eta}\right]_{i,1}}{3} \quad (28)$$

A (28) egyenletben az első (i) index a kerületi, a második index pedig a sugárirányú koordinátára utal (a második index 1 értéke a körhenger felületén lévő jellemzőkre vonatkozik). Az egyenletben szerepel a nyomás felületi normális irányában vett (η szerinti) deriváltja is, amely a (6), ill. (25) peremfeltétellel van megadva. Ezt a nyomásderiváltat minden időlépcsőben a körhenger környezetében lévő sebességeloszlás és a henger a_0 gyorsulásának felhasználásával határozzuk meg. A (25) egyenletben a g_{11} metrikus tenzorelem, és az x és y koordináták ξ és η szerinti deriváltjai analitikus alakban származtathatók, valamint a henger gyorsulás a_{0x} és a_{0y} komponenseinek időbeli változása is ismert. Így csak az u és v sebességkomponensek fal menti η szerinti második deriváltja igényel komolyabb figyelmet,

amelyre a Taylor-sor alkalmazásával kapjuk a következő harmadrendű formulát:

$$\left[\frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \right]_{i,1} = \frac{35u_{i,1} - 104u_{i,2} + 114u_{i,3} - 56u_{i,4} + 11u_{i,5}}{12(\Delta\eta)^2}. \quad (29)$$

Az (5) peremfeltétel alapján a falon a sebesség eltűnik, így $u_{i,1} = 0$, másrészt $\Delta\eta = 1.0$, így a (29) összefüggés tovább egyszerűsödik.

Az alternáló jelek spektrumát a gyors Fourier-transzformációval (FFT) kapjuk, amelyekből meghatározható az örvényleválás frekvenciája.

A következőkben bemutatandó néhány számítási eredmény többsége esetében $R_2/R_1 = 40$; a dimenziótlán időlépcső: $\Delta t = 0,0005$; rácspontok száma: 301×177 , de kipróbáltuk a $\Delta t = 0,00025$ és 481×288 értékeket is. Tapasztalatunk az, hogy ilyen háló esetén a megoldások gyakorlatilag már „hálófüggetlen”-nek tekinthetők. A 2. ábra (lásd a [13] dolgozatot is) egy, a főáramláshoz képest merőleges irányban rezgő hengerre ($Re = 185$; $Ax = 0$; $Ay = 0, 2$; $f/St_0 = 0, 8$; $St_0 = 0, 195$) vonatkozó, a tehetetlenségi erőt nem tartalmazó (lásd [8]) felhajtóerő-tényező időbeli változását mutatja a fent említett két háló és időlépcső kombinációra. A pontvonal a durvább (301×177 ; $\Delta t = 0,0005$), a folytonos vonal a finomabb (481×288 ; $\Delta t = 0,00025$) háléhoz tartozik. Mivel a két megoldás gyakorlatilag egybeesik, ezért a számítások többségét a kisebb számítási időt igénylő durvább hálón végeztük.

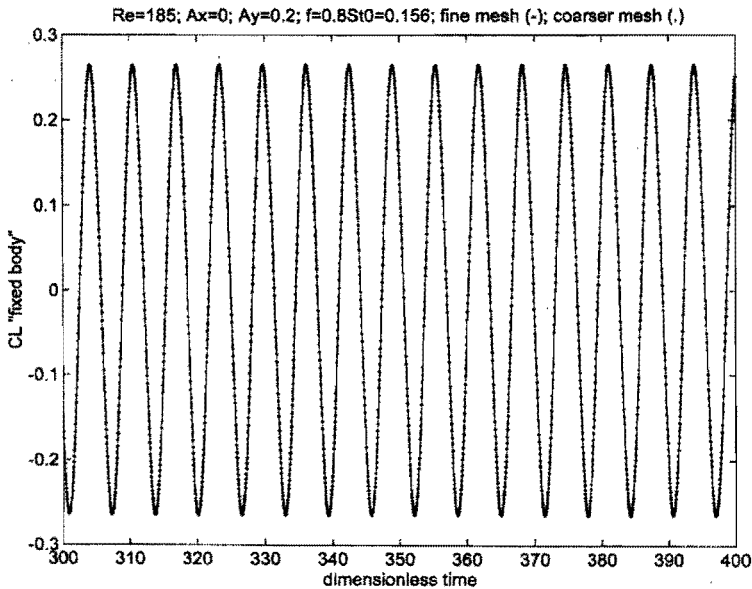
Megjegyezzük, hogy a rácspontok számát úgy választottuk meg, hogy a (20) egyenlettel definiált AR rácsviszony közelítőleg egységnyi legyen (amely a R_2/R_1 sugárviszony változtatásával pontosan egységnyi értékre is beállítható). A nyert sebesség- és nyomáeloszlás ismeretében számos más jellemző is kiszámítható: például az áram- és örvényvonal eloszlás, fejhajtóerő- és ellenállás-tényező, nyomástényező, nyomatóktényező időbeli változása, a torlópont és a leválási pontok időbeli vándorlása és egyéb jellemzők.

Egy tetszőleges periodikus f függvény \bar{f} időátlagát és f_{rms} rms (root-mean-square) értékét az

$$\bar{f} = \frac{1}{mT} \int_{t_1}^{t_1+mT} f(t) dt; \quad f_{rms} = \sqrt{\frac{1}{mT} \int_{t_1}^{t_1+mT} [f(t) - \bar{f}]^2 dt}$$

összefüggésekből numerikus integrálás felhasználásával számítottuk, ahol t_1 az integrálás alsó határa, T egy örvényleválási ciklus (amely során a henger felső és alsó felületén is leválik egy-egy örvény) és m a számításához alapul vett ciklusok száma. Mind az rms értékeket, mind az időátlagokat több m érték esetére meghatároztuk a pontosság fokozása céljából. A periodikussá vált erő-tényező időátlagát és rms értékét általában 80-100 örvényleválási ciklus alapján határoztuk meg, de végeztünk 2000 periódusra vonatkozó számításokat is. A hosszú és rövid számításokon alapuló eredmények átlaga és rms értéke gyakorlatilag egybeesett.

Mint ismeretes (lásd pl. [2], [22]), az explicit módszer esetén az időlépcsőt elég kicsire kell választani ahhoz, Courant–Friedrichs–Levy (CFL) stabilitási feltétel teljesüljön. Mivel a nagy pontosság eléréséhez egyébként is kis időlépcsőre van



2. ábra. A tehetetlenségi erőtlől mentes felhajtóerő-tényező időbeli változása két számítási háló és időlépcső kombinációra (pontvonal: 301×177 , $\Delta t = 0,0005$; folytonos vonal: 481×283 , $\Delta t = 0,00025$) a főáramlásra merőleges irányban rezgő henger esetén ($Re = 185$, $A_x = 0$; $A_y = 0,2$, $f = 0,8St_0$, $St_0 = 0,195$)

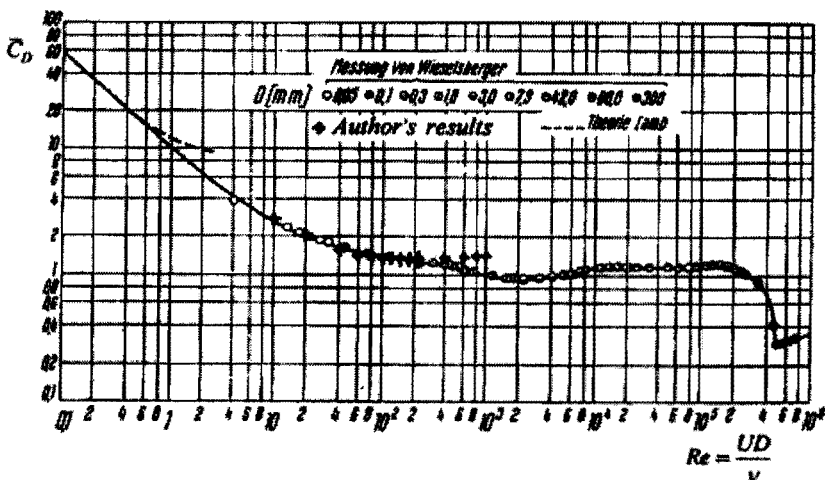
szükség, számításaink során mindössze igen kis Reynolds-számoknál ($Re \leq 5$) fordult elő instabilitási probléma, amely az időlépcső további csökkentésével mindig elkerülhető volt. Mivel a jelen dolgozat az örvényleválásos tartományra koncentrált ($Re > 47$), így az adott vizsgálatok során CFL stabilitási feltétel semmilyen korlátozást nem jelentett.

4.1. Összehasonlítás mérési és számítási eredményekkel

E probléma megoldására a szerző által kidolgozott számítógépes eljárás hibakoriátjának meghatározása igen bonyolult lenne. E helyett a számítási háló és az időlépcső változtatása hatásának vizsgálatán túl fontos eszköz lehet a szakirodalomban rendelkezésre álló kísérleti és számítási eredményekkel történő összehasonlítás. A párhuzamos áramlásba helyezett álló körhengerekre vonatkozóan nagy számú megbízható mérési eredmény található a szakirodalomban, amely sajnos nem mondható el a gyorsuló mozgást végző hengerek esetére. Ezért stratégiánk az, hogy az álló hengerre vonatkozó számítási eredmények kísérleti eredményekkel való egyezése után terjesztjük ki a számítási eljárást a bonyolultabb, gyorsuló mozgást végző henger esetére.

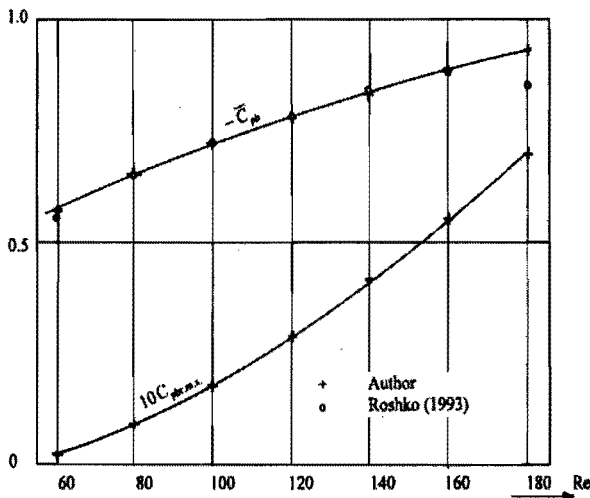
A szakirodalomban található következő mennyiségekre vonatkozó mérési eredményekkel hasonlítottuk össze a számítási eredményeinket: $St(Re)$, $\bar{C}_D(Re)$, $\bar{C}_{pb}(Re)$, $C_{Lrms}(Re)$, $Nu(Re)$, áramlás megjelenítés. Itt Nu az állandó hőmérsékleten tartott, fűtött hengerre vonatkozó dimenziótlan hőátadási tényező, vagy Nusselt-szám, amelyet úgy nyertünk, hogy az alapegyenlet-rendszerünket kiegészítettük egy energiaegyenlettel (lásd [5]). Minden mennyiség tekintetében jó egyezést tapasztaltunk a kísérleti és számított eredmények között. Ezek közül itt most csak néhányat mutatunk be.

A számított és mért ellenállás-tényező időátlagának összehasonlítását mutatja a Reynolds-szám függvényében a 3. ábra, amelynek eredetije például a [34] könyvben található. A kör alakú jelek a mérési, a kereszt alakú jelek pedig a jelen szerző számítási eredményeit mutatják. Látható, hogy az $10 < Re < 200$ tartományban jó az egyezés, $Re > 200$ esetén pedig a 2D számítási eljárás felülbecsüli a tényleges ellenállás-tényezőt. Ez összhangban van [14] eredményeivel, akik a Floquet-analízis segítségével igazolták, hogy körülbelül $Re = 190$ -nél három-dimenziós (3D) instabilitások jelennek meg a körhenger körüli sűrűdásos áramlásban, és így a Reynolds-szám fölött álló henger esetén már 3D numerikus szimulációs eljárást kell használni. Mint már említettük, az ellenállás-tényező mellett számos más jellemzőt is összehasonlítottunk a Reynolds-szám függvényében adott mérési eredményekkel, így a hátsó nyomástényező időátlagát, a dimenziótlan örvényleválási frekvenciát vagy Strouhal-számot és a felhajtóerő tényező *rms* értékét. Ezeken túl, az alapegyenleteket egy energiaegyenlettel kiegészítve, meghatároztuk a párhuzamos áramlásba helyezett álló, állandó felületi hőmérsékletű körhenger dimenziótlan hőátadási tényezőjét, az ún. Nusselt-számot, amelynek időátlagát szintén össze



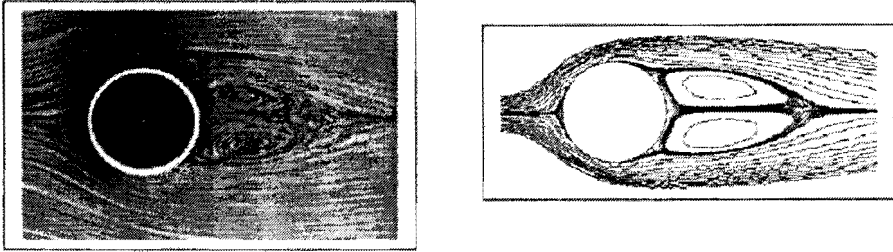
3. ábra. Az ellenállás-tényező időátlaga a Reynolds-szám függvényében

tudtuk hasonlítani a szakirodalomban rendelkezésre álló mérési eredményekkel. Az összes felsorolt esetben jó egyezést találtunk. A hely hiánya miatt ezek közül csak a C_{pb} hátsó nyomástényező időátlagának kísérleti eredményekkel (lásd [33]) történő összehasonlítását mutatjuk be (lásd 4. ábra). Az ábrán jó egyezést látható, eltekintve az $Re = 180$ értékhez tartozó C_{pb} értékétől. Ebben a pontban a mérésnél jelenlevő zavarások felerősítik a három-dimenziós hatásokat; valószínűleg ez okozhatja e pontban a nagyobb eltérést. Az ábra tartalmazza még a C_{pb} rms értékek Reynolds-számtól való függését is.



4. ábra. A C_{pb} időátlaga és rms értéke a Reynolds-szám függvényében

Mint például a [36] dolgozattól ismeretes, a párhuzamos áramlásba helyezett álló körhenger esetén 47 alatti Reynolds-számoknál az áramlás stacionárius, és a körhenger mögött két álló ikerörvény helyezkedik el, amelyek nem válnak le a hengerről. Az $Re = 47$ környezetében a Hopf-bifurkáció miatt megindul a henger két oldalán a periodikus örvényleválás, és ennél nagyobb Re érték esetén az áramlás instacionáriussá válik. Sok szerző végzett mind a stacionárius, mind az instacionárius áramlási tartományban áramlás-megjelenítéssel kísérleteket; az eredmények gazdag tárháza a [20] könyv. A jelen szerző szerzőtársával (lásd [37]) számos körhenger körüli stacionárius áramlásra kiszámította az áramképeket, és összehasonlítva azokat áramlás-megjelenítéssel fotókkal, igen jó egyezést tapasztalt. Itt a helyhiány miatt csak egy ilyen esetet mutatunk be (lásd a 5. ábra). A vizsgált esetben $Re = 26$. A bal oldali ábra az alumínium porral történő kísérleti áramlás-megjelenítést mutatja, amelyet Taneda készített 1956-ban és a [20] könyvben található, a jobb oldalon pedig a számított áramkép található. Látható, hogy az egyezés igen jó.

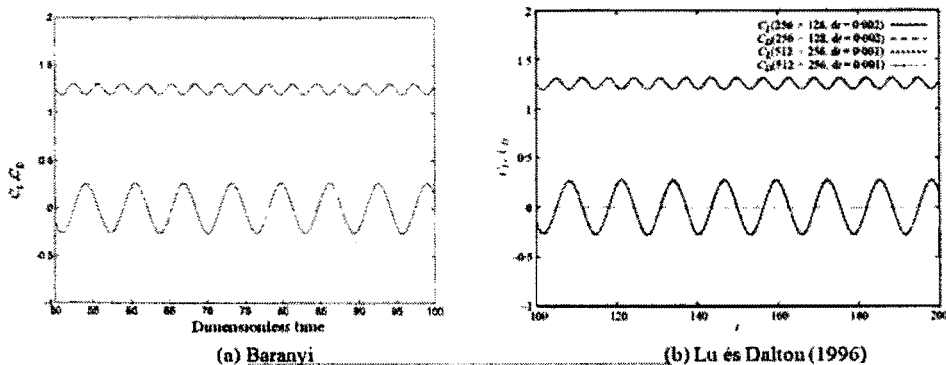


5. ábra. Körhenger körüli áramlás $Re = 26$ esetén. Bal oldal: kísérleti; jobb oldal: számított

A kísérleti összehasonlítás mellett a számítási eredményeket más számítási módszerekkel nyert eredményekkel is összehasonlítottuk. Az egyik ilyen volt a spektrális elem módszer, amely során S. Sherwin (Department of Aeronautics, Imperial College of Science, Technology and Medicine, London, UK) nem publikált eredményeivel hasonlítottuk össze saját számításainkat, amelyről a [4]-ben számoltunk be. Egy másik összehasonlítást a felületi örvények módszerével nyert eredményekkel tettük, és igen jó egyezést találtunk, amelyről a [9]-ben számoltunk be. Ugyancsak kiváló egyezést tapasztaltunk más szerzők számított eredményeivel az ellenállás-tényező falsúrlódásból származó részének tekintetében is (lásd [13]).

Az álló hengerre vonatkozó összehasonlítások mellett számítási eredményeink hossz-, illetve keresztirányú rezgést, valamint körmozgást végző hengerekre vonatkozóan más szerzők számítási eredményeivel is összehasonlítottuk (lásd [13]), amelyek közül csak egyet kívánunk itt bemutatni. A 6(a) és 6(b) ábrákon a tehetetlenségi erőt nem tartalmazó (lásd [8]) C_D ellenállás-tényező és a C_L felhajtóerő-tényező időbeli változásai láthatók keresztirányban rezgő henger esetén. A 6(a) ábra a szerző saját számítási eredményeit mutatja a durvább háló és időlépcső (301×177 ; $\Delta t = 0,0005$; lásd továbbá a 2. ábrát mindkét háló esetére), a 6(b) ábra pedig Lu és Dalton [26] ugyanerre az esetre vonatkozó eredményeit mutatja egy finomabb és egy durvább háló esetére. Látható, hogy a két számítás eredménye igen hasonló; a [26]-ban mindkét számítási háló esetén $\bar{C}_D = 1,25$, ill. $C_{Lrms} = 0,18$ értéket adnak meg, a jelen számítások pedig finom háló esetén $\bar{C}_D = 1,244$, ill. $C_{Lrms} = 0,185$, durva háló esetén pedig $\bar{C}_D = 1,243$, ill. $C_{Lrms} = 0,185$ értékeket szolgáltatottak. A 6(a) és 6(b) ábra vízszintes tengelyein lévő értékek különbözősége az idő dimenziótlanításának különböző voltából származik.

Hasonlóan jó egyezést nyertünk akkor is, amikor eredményeinket Al-Mdallal és szerzőtársai [1] által a főáramlás irányában rezgőmozgást végző henger, ill. a körpályán keringő henger (lásd [19]) körüli áramlásra vonatkozó eredményeivel hasonlítottuk össze (lásd [13]). Miután meggyőződünk róla, hogy a párhuzamos áramlásba helyezett álló, hossz- és keresztirányban rezgő, valamint a körpályán keringő henger körüli áramlásra jól működik a kifejlesztett számítási eljárás, ráértünk a párhuzamos áramlásba helyezett ellipszis pályán keringő henger körüli



6. ábra. A tehetetlenségi erőtől mentes felhajtóerő- és ellenállás-tényező időbeli változása (a) a szerző és (b) Lu és Dalton [26] számításai alapján ($Re = 185$, $A_x = 0$; $A_y = 0,2$, $f = 0,8 \text{ rms } St_0$, $St_0 = 0,195$)

áramlás vizsgálatára. A gyakorlatban előfordul, hogy a henger nemcsak kereszt- vagy hosszirányban, hanem mindkét irányban rezeg. A vizsgálandó ellipszis pályá a henger hossz- és keresztirányú rezgésének szuperpozíciójaként állítható elő.

5. A henger ellipszis pályán történő mozgása

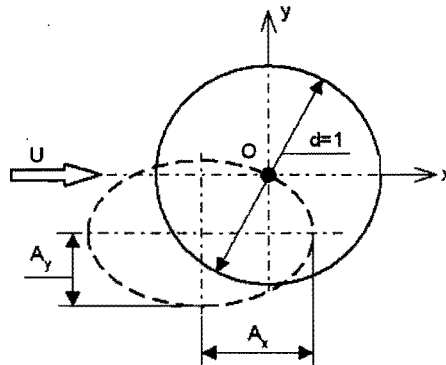
A 7. ábrán az ellipszis pályán mozgó körhengerre vonatkozó elrendezés látható. Az ellipszispályát két azonos frekvenciájú harmonikus rezgőmozgás eredőjeként kapjuk. Az egységnyi átmérőjű henger (minden hosszúságot a d hengerátmérővel dimenziótlantunk) x_0, y_0 középpontjának mozgása a következő módon írható le:

$$x_0(t) = A_x \cos(2\pi f_x t) \quad y_0(t) = A_y \sin(2\pi f_y t), \quad (30)$$

ahol az U/d -vel dimenziótlantott frekvenciák azonosak: $f_x = f_y = f$, az A_x, A_y az ellipszis dimenziótlan nagy- és kistengelye. A (30) egyenletet a t dimenziótlan idő szerint egyszer vagy kétszer deriválva megkapjuk a henger \mathbf{v}_0 sebességének és \mathbf{a}_0 gyorsulásának komponenseit. Természetesen ebben az esetben, mivel a henger forgómozgást nem végez, minden pontjának azonos a sebessége. Ha az A_x és A_y is nullától különböző, akkor a (30) egyenletből ellipszist kapunk (szaggatott vonal jelzi a 7. ábrán), amelynek az $e = A_y/A_x$ ellipticitása az A_y növelésével (rögzített A_x mellett) nő. Az $e = 0$ esetén a henger középpontja csak longitudinális rezgést végez, míg $e = 1$ esetén körpályán mozog. A (30) egyenlet óramutató járásával elmentéses hengermozgást eredményez; az y_0 előjelének megváltoztatásával óramutató járásával egyező bolygómozgást kapunk.

Minden egyes számítási sorozat esetében az Re Reynolds-számot, a rezgések A_x amplitúdóját valamint az f dimenziótlan frekvenciáját rögzített értéken tart-

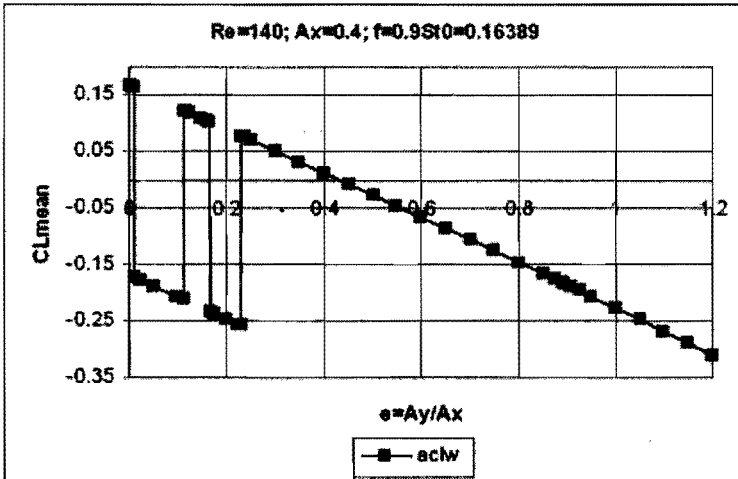
juk, és az A_y amplitúdót (s ezzel az e ellipticitást) változtatjuk. Az f értékét úgy választjuk meg, hogy az közel essen az adott Reynolds-számú, álló hengerről leváló örvények St_0 dimenziótlan örvényleválási frekvenciájához, és hogy a szinkronizálódás (az angol szakirodalomban lock-in-nak nevezett jelenség) a teljes vizsgált A_y , ill. e tartományban fennálljon. A lock-in állapot jellemzője, hogy az örvényleválás frekvenciája megegyezik (szinkronizálódik) a henger rezgésének frekvenciájával. A vizsgálatainkat a jelen tanulmányban $110 < Re < 190$ Reynolds-szám tartományban végeztük. $Re < 110$ esetén általában nem jelentkeztek azok az ugrások, amelyek tanulmányunk vizsgálatának tárgyai. Számítási tapasztalatunk azt mutatja, hogy egy bizonyos Reynolds-szám küszöb alatt nem alakul ki ez a jelenség. Mivel a [25] és [32] dolgozatokban bebizonyították, hogy a rezgés erősíti az áramlás kétdimenziós voltát, így ott a három-dimenziós jelenségek nagyobb Reynolds-számnál jelentkeznek, mint álló körhenger esetén. Ezáltal biztosított, hogy az adott Re tartományban az áramlás kétdimenziós, és így a számítási eljárásunk ezekre az esetekre megbízhatóan használható. Ezt támasztja alá a [11] dolgozatunk is, amelyben az $Re \leq 300$ Reynolds-szám tartományban végzett vizsgálataink során az itt bemutatottakhoz hasonló eredményekre jutottunk.



7. ábra. Henger ellipszis pályán történő keringése

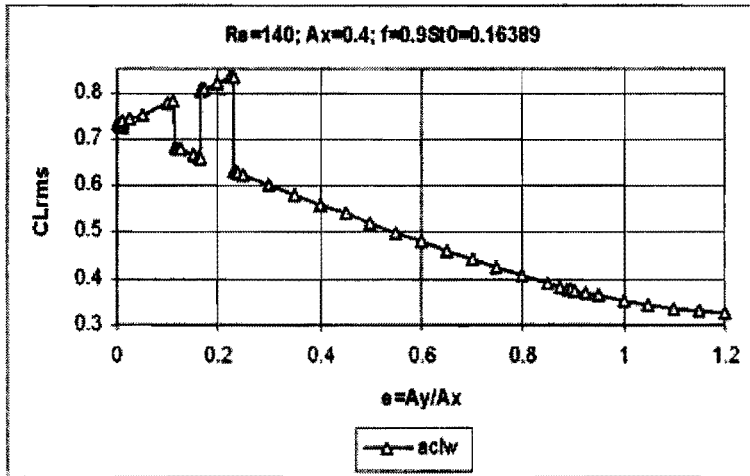
Érdekes jelenséget tapasztaltunk, amikor homogén párhuzamos áramlásba helyezett ellipszis pályán mozgó körhenger esetén a C_L felhajtóerő-tényező, a C_D ellenállás-tényező és a C_{pb} hátsó nyomástényező (base pressure coefficient) idő-átlagát és az oszcilláló jel amplitúdójára jellemző effektív középértéket (*rms* érték) vizsgáltuk rögzített Re , A_x és f értékek esetén. A jellemzőket az e ellipticitás függvényében felrajzolva, azok mindegyikében ugyanazon az e értékeknél hirtelen, ugrásszerű változást tapasztaltunk, lásd [6], [7], [10] és [13]. Egy tipikus példát mutat erre az óramutató járásával ellentétes irányban (acw) keringő henger esetén a 8. ábra, ahol $Re = 140$, $A_x = 0,4$, $f = 0,9St_0$ ($St_0 = 0,1821$) paraméterek mellett a C_L időátlagát ábrázoljuk az e ellipticitás függvényében. Az ábrán három ugrás látható. Mind az alsó, mind a felső görbe mentén – nevezzük őket a továbbiakban

állapotgörbéknek – a függvény értéke közel lineárisan csökken e növekedésével, az iránytangensük is közel azonos, így a két görbe közti távolság is közel állandó. Természetesen a felső görbén nagyobb a felhajtóerő időátlaga, mint az alsó görbén. A jelen szerző a [6] és [7] dolgozataiban megmutatta, hogy a C_L felhajtóerő-tényező időbeli változása az ugrás előtti és utáni e ellipticitás értékek esetén jelentősen különbözik egymástól, amely az örvényleválás szerkezetének megváltozására utal.



8. ábra. A felhajtóerő-tényező időátlaga az ellipticitás függvényében

Vizsgálataink azt mutatják, hogy amikor a fenti három mennyiség *rms* értékét, ill. a C_D és C_{pb} mennyiségek időátlagát ábrázoljuk az e függvényében, akkor mind az öt esetben a 8. ábrán bemutatott esettől különböző, de egymáshoz abban hasonlító görbéket kapunk, hogy a két állapotgörbe az $e = 0$ értéknél metszi egymást és e értékének növekedésével a két állapotgörbe egyre jobban eltávolodik egymástól. Tehát, amennyiben a henger csak longitudinális rezgést végez ($e = 0$), akkor e elemi növelésével, a két állapotgörbe közti különbség is elemi marad, szemben a 8. ábrán bemutatottaktól. Természetesen $e > 0$ esetben elemi kis e változáshoz a függő változó véges nagyságú megváltozása tartozhat. Mivel az említett 5 jellemző változása egymáshoz hasonló, így közülük itt csak egy tipikus – a 9. ábrán látható – esetet, a $C_{Lrms}(e)$ függvényt mutatjuk be, amely ugyanazon paraméterértékekhez tartozik, mint a 8. ábra. Ez az eredmény is azt az elgondolást támogatja, hogy a vizsgált e tartományban két fajta örvényleválás fordulhat elő, és ezért a $C_L(t)$, $C_D(t)$ és $C_{pb}(t)$ függvények mindegyikének két megoldása lehet. Megjegyezzük, hogy mind a 6 említett esetben azonos számú ugrást találtunk, és az ugrások helye is azonos volt.



9. ábra. A felhajtóerő-tényező rms értéke az ellipticitás függvényében

6. Mechanikai energiaátadás a folyadék és a henger között

A párhuzamos áramlás irányára merőlegesen rezgő henger és a folyadék közti mechanikai energiaátadást Blackburn és Henderson [16] vizsgálta először. Az ő elméletüket terjesztjük itt ki a henger 2D mozgására. Az ellipszis pályán keringő henger esetén a folyadék és henger között longitudinális és transzverzális irányban is van mechanikai energiaátadás. Az E fajlagos *mechanikai energiaátadási tényező* értékét akkor vizsgáljuk, amikor az áramlás már periodikus. Így a dimenziótlan $x_0(t)$, $y_0(t)$ hengerelmozdulás koordinátáiból és a hengerre jellemző $C_L(t)$ és $C_D(t)$ erőtényezőkből a $(y_0(t), C_L(t))$ és $(x_0(t), C_D(t))$ határciklusok képezhetők. Az energiacserét akkor tekintjük pozitívnek, ha a hengeren történik a munkavégzés, azaz ha a folyadék energiát ad át a hengernek, és negatívnek, ha a henger ad át energiát a folyadéknak.

Terjesszük most ki most a [16] egy \bar{T} örvényleválási periódusra vonatkoztatott E mechanikai energiaátadási tényezőjének definícióját ellipszis pályán mozgó henger egységnyi hosszúságú szelvényére! Legyen

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{2}{\rho U^2 d^2} \int_0^{\bar{T}} \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}_0 U d\tilde{t} = \frac{2}{\rho U^2 d^2} \int_0^{\bar{T}} (F_D v_{0x} + F_L v_{0y}) d\tilde{t} = \\
 &= \int_0^{\bar{T}} (C_D \dot{x}_0 + C_L \dot{y}_0) dt = E_2 + E_1,
 \end{aligned} \tag{31}$$

tehát

$$E_1 = \int_0^{\bar{T}} C_L(t) \dot{y}_0(t) dt, \quad E_2 = \int_0^{\bar{T}} C_D(t) \dot{x}_0(t) dt. \tag{32}$$

Megjegyezzük, hogy a (31) egyenletben az 1. és 2. egyenlőségjel utáni mennyiségek mind dimenziós fizikai mennyiségek, míg a 3. és 4. egyenlőségjel után már csak dimenziótlan mennyiségek szerepelnek. Az egyenletben ρ a folyadék sűrűsége, U a párhuzamos áramlás sebessége, d a henger átmérője, $\mathbf{F} = F_D \mathbf{i} + F_L \mathbf{j}$ az egységnyi hosszúságú hengerre ható erővektor, amelynek komponensei a párhuzamos áramlás irányában ható F_D ellenállás és az arra merőleges F_L felhajtóerő, \mathbf{i} , \mathbf{j} az x , y irányba mutató egységvektorok, $\mathbf{v}_0 = v_{0x} \mathbf{i} + v_{0y} \mathbf{j}$ a henger középpontjának sebességvektora, \tilde{t} [s] az idő, \tilde{T} [s] az örvényleválás periódusideje, míg a nekik megfelelő t és T mennyiségek a d/U mennyiséggel vannak dimenziótlanítva. A (31) egyenletben szereplő C_L és C_D a Jelölésjegyzékben definiált felhajtóerő-tényező, ill. ellenállás-tényező, \dot{x}_0 és \dot{y}_0 pedig a henger középpontjának U -val dimenziótlanított x , ill. y irányú sebességkomponense. Az egyenletből látható, hogy az energiaátadás az (x, y) irányokban vett energiacserekek összegeként állítható elő: $E_1 + E_2$. Az E mechanikai energiaátadási tényező (31) definíciója abban a határesetben, amikor a henger csak keresztirányú vagy transzverzális (y) rezgést végez, éppen a [16] által bevezetett energiaátadási tényező összefüggését szolgáltatja: $E = E_1$. Csak longitudinális (x irányú) rezgést végző henger esetén $E = E_2$ adódik. Az E_1 és E_2 értékeit a (32) egyenletek alapján számítjuk a t dimenziótlan időben egyenközi osztásban, diszkrét pontokban adott függvények numerikus integrálása segítségével.

A Stokes-tétel síkbeli esetre vonatkozó speciális alakja, a Green-tétel (lásd például [21] és [30] könyveket) felhasználásával az E_1 és E_2 energiaátadási tényezőknek geometriai jelentést is tulajdoníthatunk. A Green-tétel alkalmazásával (amely többek között síkidomok területének vonalintegrállal történő kiszámítására is használható) az E_1 átalakítható:

$$\begin{aligned} E_1 &= \int_0^T C_L(t) \dot{y}_0(t) dt = \oint C_L dy_0 = - \oint y_0 dC_L = \\ &= \frac{1}{2} \left(\oint C_L dy_0 - \oint y_0 dC_L \right), \end{aligned} \quad (33)$$

ahol a vonalintegrálokat az óramutató járásával egyező irányban kell elvégezni a (y_0, C_L) határciklust jelentő zárt görbe mentén. Ehhez hasonlóan az x irányú energiaátadási tényező összefüggése is átalakítható:

$$\begin{aligned} E_2 &= \int_0^T C_D(t) \dot{x}_0(t) dt = \oint C_D dx_0 = - \oint x_0 dC_D = \\ &= \frac{1}{2} \left(\oint C_D dx_0 - \oint x_0 dC_D \right). \end{aligned} \quad (34)$$

A vonalintegrálokat itt is az óramutató járásával egyező irányban kell elvégezni az (x_0, C_D) határciklust jelentő zárt görbe mentén.

Az E_1 és E_2 mennyiségek geometriai jelentése az (y_0, C_L) , ill. (x_0, C_D) határciklusok által határolt előjelhelyes terület. Bármely mennyiség akkor pozitív, ha a hozzá tartozó határciklus görbéje az óramutató járásával megegyező irányítású.

Bár az E_1 és E_2 értékeit a (32) egyenletek alapján célszerű meghatározni, a (33) és (34) egyenletek szemléletes geometriai jelentést adnak e mennyiségeknek. A (31) egyenlet alapján a körhenger és a folyadék közti teljes energiaátadási tényező:

$$E = E_2 + E_1.$$

7. Számítási eredmények és diszkusszió

A vizsgálatok elvégzéséhez igen nagy számú esetet vettünk figyelembe. A henger dimenziótlan $f = f_x = f_y$ rezgési frekvenciáját a $0,7St_0 < f < 1,1St_0$ között $\Delta f = 0,05St_0$ lépcsőzéssel változtattuk, ahol St_0 az adott Reynolds-számhoz tartozó, álló henger dimenziótlan örvényleválási frekvenciája. Még egy adott frekvenciához tartozóan is sok számítást végeztünk. Például az $f = 0,9St_0$ frekvenciánál 5 különböző számítási sorozatot értékeltünk ki: $Re = 120$ -nál és $Re = 140$ -nél $A_x = 0,4$; $Re = 160$ -nál $A_x = 0,2$ és $A_x = 0,3$; $Re = 180$ -nál $A_x = 0,3$. Az említett ötből itt most csak egy esetet mutatunk be, mivel a többi is hasonló jellegű eredményeket adott.

7.1. Energiaátadásra vonatkozó eredmények

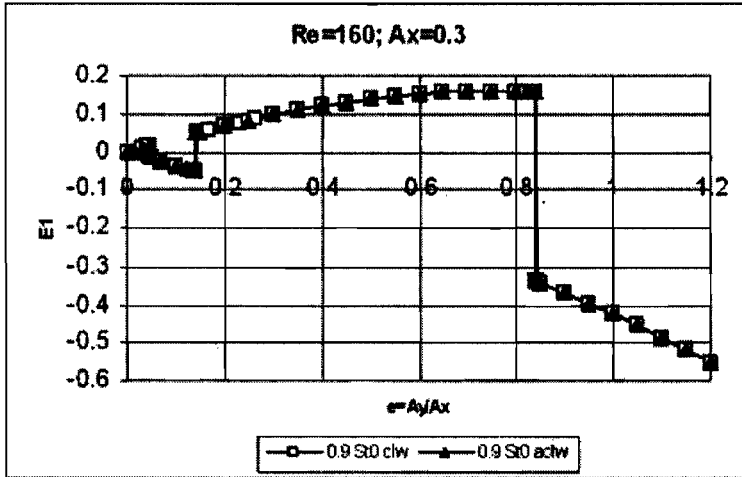
A bemutatott számítási esetet az

$$Re = 160, \quad A_x = 0,3, \quad \text{és} \quad f = 0,9St_0 = 0,16938$$

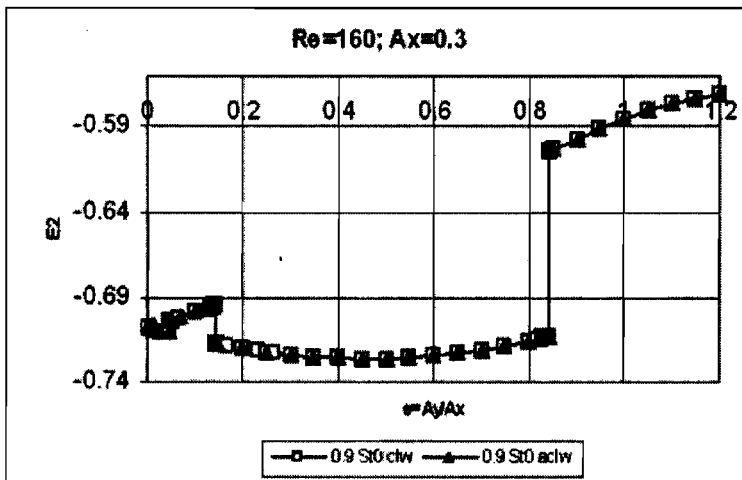
paraméterek jellemzik. A számításokat mind óramutató járásával egyező (clw), mind azzal ellentétes ($aclw$) irányban keringő henger esetére elvégeztük. Az e ellipticitás értéke egy számításon belül rögzített. Az e értékeit a 0 (tisztán longitudinális rezgés) értéktől az 1,2 értékig (körpályán túl) úgy választottuk, hogy viszonylag egyenletesen és sűrűn lefedje a vizsgált tartományt, és így minden ugrást ki tudjunk mutatni. Amikor egy ugrást találtunk, akkor annak mindkét oldalán számos újabb számítást végeztünk az ugrás helyének lokalizálása céljából. A kezdeti feltételt mindkét irányú keringés esetén azonosra választottuk: $x_0(t=0) = A_x$, $y_0(t=0) = 0$. A nagy számú számítási eredményből itt csak egy jellemző példát mutatunk be.

A 10–12. ábrák a fajlagos mechanikai energiaátadási tényezők (E_1 , E_2 , E) változását mutatják az e ellipticitás függvényében a fent említett paraméterek mellett mind az óramutató járásával azonos, mind azzal ellentétes irányban keringő henger esetén. A 10. ábra a henger transzverzális mozgásösszetevőjéből származó, folyadék és test közötti E_1 energiaátadási tényezőt mutatja. Az üres négyzet jelek az óramutató járásával egyező (az ábrán „ clw ”-vel jelölve), a tömör háromszögek pedig az azzal ellentétes (az ábrán „ $aclw$ ”-vel jelölve) irányú keringéshez tartozó számítási eredményeket mutatják. Mindkét keringési irányhoz egy pár burkológörbe vagy állapotgörbe tartozik, amelyek $e = 0$ értéknél metszik egymást, és ez a két pár

burkológörbe vonalvastagságon belül megegyezik egymással. Az ábráról az is látható, hogy az ugrások helye is azonos a két keringési irány esetén. Vegyük észre, hogy a felső állapotgörbén $E_1 > 0$, ami azt jelenti, hogy a folyadék energiát ad át a hengernek. Ugyanakkor az alsó állapotgörbén $E_1 < 0$; ilyenkor az energiaátadás fordított irányú és ez a henger mozgását fékezni igyekszik.



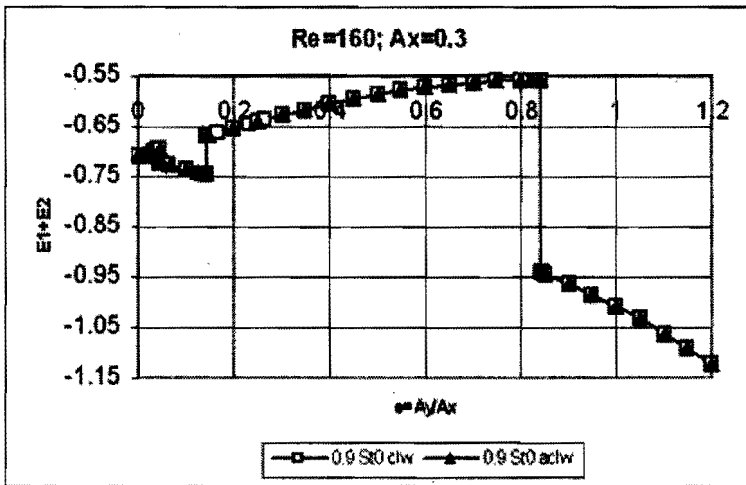
10. ábra. Az E_1 energiaátadási tényező értéke az ellipticitás függvényében



11. ábra. Az E_2 energiaátadási tényező értéke az ellipticitás függvényében

A 11. ábra a henger longitudinális irányú mozgásösszetevőjéből származó, folyadék és test közötti E_2 energiaátadási tényezőt mutatja az e függvényében. A görbék részben hasonlóak a 10. ábrán bemutatottakhoz (két pár egybeeső burkológörbe, azonos helyen lévő ugrások), ugyanakkor megfigyelhető, hogy az E_2 értékek mindkét burkológörbén negatívak. Ez azt jelenti, hogy a folyadék energiát nyer a hengertől, és fékezni igyekezik annak mozgását.

Az E_1 és E_2 energiaátadási tényezők E összegét a 12. ábra mutatja. A két burkológörbe alakja az E_1 alakjához hasonló, de az E értékek – az E_2 értékekhez hasonlóan – mindkét burkológörbén negatívak. Így egy keringő mozgást végző henger és az áramló folyadék között a mechanikai energiacsere mindig negatív, azaz a henger ad át energiát a folyadéknak a keringés irányától függetlenül a teljes vizsgált e tartományban. Egy örvényleválási ciklus esetén tehát a mozgó henger végez munkát a folyadékon, és a folyadék egyfajta ellenállást gyakorol a henger mozgásával szemben.

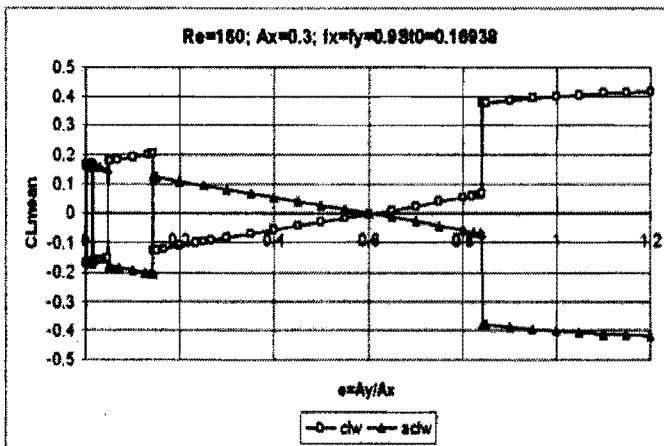


12. ábra. Az $E = E_1 + E_2$ energiaátadási tényező értéke az ellipticitás függvényében

Itt szeretnénk megjegyezni, hogy bár a 10–12. ábrákon bemutatott erőtényezők (és az összes többi, 9. ábrán bemutatott típusú állapotgörbék is) két keringési irányhoz tartozó görbéi szimmetria okok miatt egybeesnek, ez nincs így azon típusú határgörbék esetén, amelyek közel párhuzamosak egymással (lásd 9. ábra). A 13. ábra a C_L felhajtóerő-tényező változását mutatja az e ellipticitás függvényében. A \blacktriangle jelek az óramutató járásával ellentétes (*aclw*), a \square jelek pedig azzal megegyező irányítású (*clw*) bolygómozgás esetére vonatkoznak. Az *aclw* esethez tartozó állapotgörbék irántangense most is negatív (mint azt a 8. ábrán is láttuk), az óramutató járásához (*clw*) tartozóan viszont pozitív irántangenset kapunk. Vegyük észre, hogy mindkét mozgáshoz egy-egy pár állapotgörbe tartozik, amelyek

most is páronként közel párhuzamosak egymással. Az ábrát közelebbről megvizsgálva feltűnik, hogy a két görbe a vízszintes tengelyre vett tükörképe egymásnak. Az, hogy a két keringési irányhoz tartozó felhajtóerőnek különböznie kell egymástól, könnyen belátható. A clw esetben, amikor a henger a pályája legmagasabb $(0, Ay)$, ill. legalacsonyabb $(0, -Ay)$ pontjában van, akkor a henger x irányú maximális sebessége $(u_{0\max} = 2\pi fAx$; lásd a (30) egyenlet t szerinti deriváltját) hozzáadódik az U megfúvási sebességhez, ill. kivonódik abból. Az ellenkező keringési irány $(aclw)$ esetén ez éppen fordítva van. A különböző sebességek miatt más a test mentén kialakuló nyomás és a nyírófeszültség, amely a mozgás szimmetriáját is tekintve testre ható függőleges erők különbözőségéhez vezet. A 10–13. ábrákról látható, hogy a forgásirány megváltoztatása nem változtatja meg az ugrások helyét és számát.

Szemben a hengermozgás irányításának megváltoztatásával, a henger mozgására vonatkozó kezdeti feltételben (amely például egy szöggel jellemezhető; jelöljük Θ -val) történő változtatás megváltoztathatja azokat az e ellipticitás értékeket, amelyeknél az örvénystruktúra ugrásszerűen változik meg. Ennek a vizsgálatával is foglalkoztunk a [13] dolgozatban, de erre itt most nem kívánunk kitérni. Az e ellipticitás (és egyéb paraméterek) kis megváltozása esetén bizonyos esetekben fellépő ugrásszerű megváltozás egy megközelítése az, hogy a vizsgált nemlineáris problémához valószínűleg két periodikus attraktor (*attractor*) tartozik egy-egy vonzási tartománnyal (*basin of attraction*). Az e ellipticitási paraméter értékének megváltoztatásával az attraktorokat elválasztó határ (*basin boundary*) másik oldalára kerülhet a rendszer, a megoldás a másik attraktorhoz vonzódik és ezáltal ugrásszerűen megváltozhat az örvényszerkezet (lásd a [18], [27] és [29] könyveket). A gondolatot kiterjesztve azt mondhatjuk, hogy a párhuzamos áramlásba helyezett ellip-



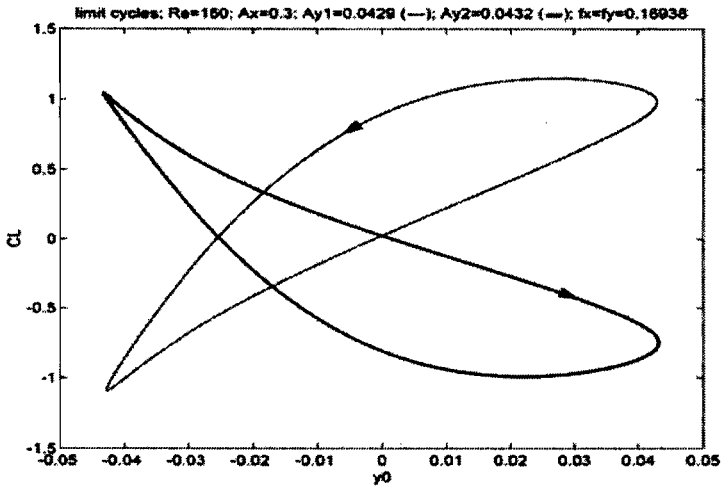
13. ábra. A keringés irányának hatása a felhajtóerő-tényező időátlagára

szis pályán mozgó henger körüli áramlást jellemző 5 elemű $(Re, A_x, e, f$ és $\Theta)$ paraméter-rendszer egy vagy több elemének megváltoztatása megváltoztathatja azt, hogy a megoldás a nemlineáris rendszer melyik attraktorához vonzódik, (lásd [12]).

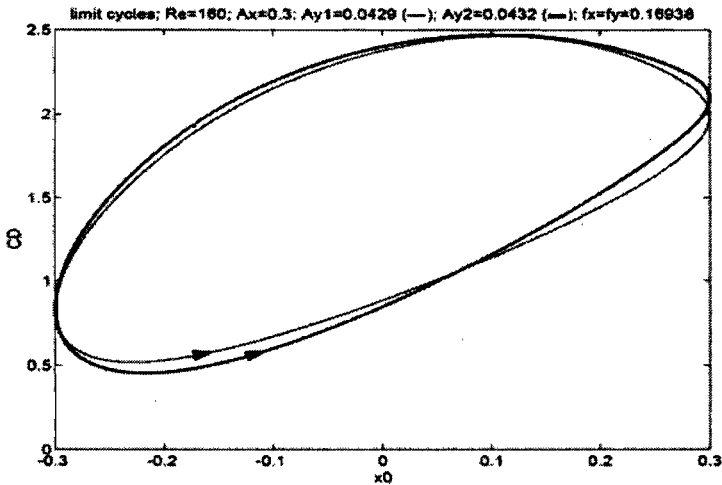
A következőkben az ugrásokat kívánjuk vizsgálatunk tárgyává tenni. A jelen szerző a [6]-ban a C_L felhajtóerő-tényező időbeli változását vizsgálva azt találta, hogy közvetlenül az ugrás előtti és utáni e értékekhez tartozó $C_L(t)$ függvények jelentősen különböztek egymástól, amelyek a jelek különböző időátlagát és *rms* értékét eredményezték. Itt a henger óramutató járásával egyező irányban történő keringése esetén az ugrás előtti és utáni határciklusokat vizsgáljuk a jelen alfejezet elején definiált paraméterek esetén. A vizsgált ugrás helye $e \approx 0,1435$ (lásd a 10. ábrát). A 14. ábra két (y_0, C_L) határciklust mutat, amely egy ellipszis pályán mozgó henger transzverzális mozgásirányára vonatkozik. A vékony vonal az ugrás előtti e értékhez ($e = 0,143$; $A_y = 0,0429$), a vastag vonal pedig az ugrás utáni e értékhez ($e = 0,144$; $A_y = 0,0432$) tartozó határciklust mutatja. Bár a két e érték majdnem azonos, a két határciklus görbe jelentősen különbözik egymástól. A görbék közel egymás tükörképei, és irányításuk is ellentétes. Ez azt jelenti, hogy a két esetben az energiaátadás előjele különböző: $e = 0,143$ esetén negatív ($E_1 = -0,0521$) és az $e = 0,144$ esetén pozitív ($E_1 = 0,0491$). Ez az eredmény hasonló ahhoz, amit [16] és [17] a párhuzamos áramlásba helyezett transzverzális irányban változó frekvenciával rezgő henger esetében tapasztalt. Ezekben a tanulmányokban azt találták, hogy egy kritikus frekvencia értéken áthaladva a határciklus görbék irányítása ellentétesé válik, amely különböző előjelű energiacserét jelent.

A 15. ábra két (x_0, C_D) határciklust mutat, amely az ellipszis pályán mozgó henger longitudinális mozgására vonatkozik. Itt is ugyanahhoz a két e értékhez tartozó határciklusokat ábrázoljuk, mint a 14. ábrán. Az ábráról látható, hogy – szemben a 14. ábrán bemutatott görbékkel – a két különböző e értékhez tartozó határciklus görbéi közel azonosak, és mindkettő az óramutató járásával ellentétes irányítású. Ez az irányítás negatív energiacserét jelent: $e = 0,143$ esetén $E_2 = -0,6947$ és $e = 0,144$ esetén $E_2 = -0,7663$. Látható, hogy az E_2 abszolút értéke sokkal nagyobb, mint az ugyanahhoz az e értékhez tartozó E_1 abszolút értéke, így a teljes E mechanikai energiaátadási tényező negatív lesz mindkét vizsgált e ellipticitás érték esetében.

Azt találtuk, hogy az ellipszis pályán mozgó henger esetén, az e ellipticitás egy kis mértékű megváltoztatása a transzverzális elmozdulás-komponenshez tartozó határciklus görbe jelentős mértékű megváltozását okozhatja, míg a longitudinális elmozdulás-komponenshez tartozó határciklust alig befolyásolja. Ez azt jelenti, hogy a transzverzális irányú elmozdulás-erő (y_0, C_L) határciklus sokkal érzékenyebb arra a jelenségre, amely a korábban említett ugrást okozza, mint a longitudinális irányú elmozdulás-erő (x_0, C_D) határciklus. Ez azt sugallja, hogy a felhajtóerő és ellenállás más jellemzőkre, így például a fázisszögére is különböző hatást gyakorol.



14. ábra. Az (y_0, C_L) határciklus görbék az ugrás előtti és utáni ellipticitás érték esetén

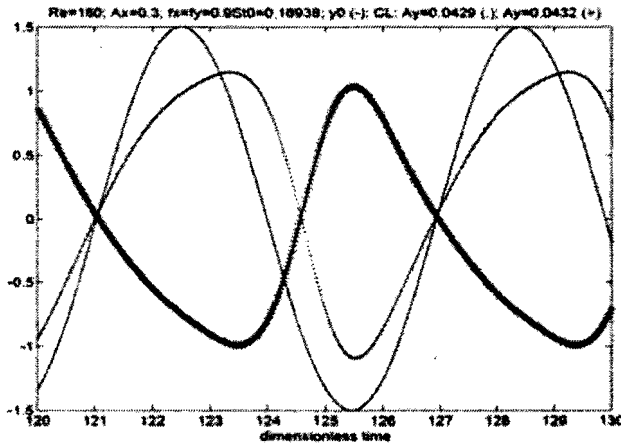


15. ábra. Az (x_0, C_D) határciklus görbék az ugrás előtti és utáni ellipticitás értékek esetén

7.2. Fázisszöggel kapcsolatos eredmények

Több tanulmány, így például [16], [17] és [26] kimutatta, hogy a párhuzamos áramlásba helyezett transzverzális irányban rezgő körhenger szinkronizálódott áramlási állapotában (lock-in) a $C_L(t)$ felhajtóerő-tényező és $y_0(t)$ transzverzális henger-elmozdulás között mérhető Φ_L fázisszögben hirtelen ugrás léphet föl, amikor a henger rezgési frekvenciája közel esik a korábban említett St_0 frekvenciájához. Ezek alapján célszerűnek látszik, hogy az ellipszis pályán keringő körhenger esetében is megvizsgáljuk a felhajtóerő és a keresztirányú elmozdulás között mérhető Φ_L fázisszöget.

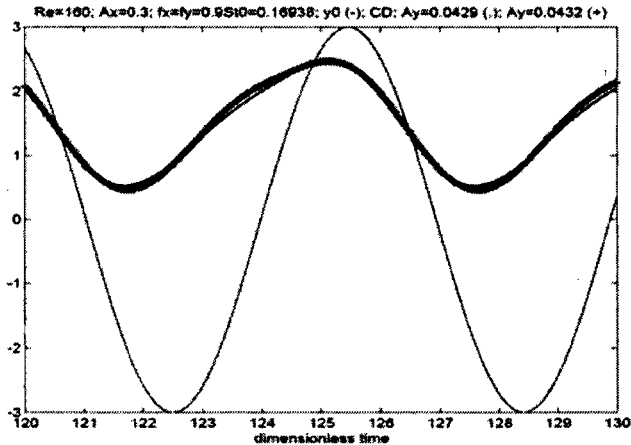
Nézzük meg most is ugyanannak az ugrásnak ($e_1 = 0,143$, $e_2 = 0,144$) a környezetét, amelyet a 7.1. alfejezetben is vizsgáltunk (lásd még 10–13. ábrákat). A 16. ábra a dimenziótlan idő függvényében mutatja a C_L változását az $e = 0,143$ ($A_y = 0,0429$; pontvonal) és az $e = 0,144$ ($A_y = 0,0432$; + jelekből alkotott vonal) értékeknél. Az ábrán folytonos vonallal feltüntetjük még a henger keresztirányú elmozdulását reprezentáló 1,5 amplitúdójú szinusz függvényt is. Ez az amplitúdó a valóságban jóval kisebb; azért nagyítottuk fel, hogy az így jobban használható legyen a Φ_L fázisszög vizsgálatakor. Az ábrán látható, hogy míg az ugrás előtti ellipticitás értékhez ($e = 0,143$) tartozó C_L gyakorlatilag fázisban van a hengerelmozdulással, addig az ugrás utáni ($e = 0,144$) értékhez tartozó C_L közelítőleg ellenfázisban van a hengerelmozdulással. Így tehát a hengerelmozdulás és felhajtóerő-tényező közötti Φ_L fázisszög mintegy 180° -os változást szenvedett, miközben az ugráson áthaladva az e érték minimálisan változott.



16. ábra. A C_L időbeli változása az ugrás előtti és utáni ellipticitás értékekre

A 17. ábra tanúsága szerint a henger longitudinális $x_0(t)$ elmozdulása és a $C_D(t)$ ellenállás-tényező között mérhető fázisszög elhanyagolható mértékben változik az ugrás hatására. Most is folytonos vonal jelzi a henger $x_0(t)$ longitudi-

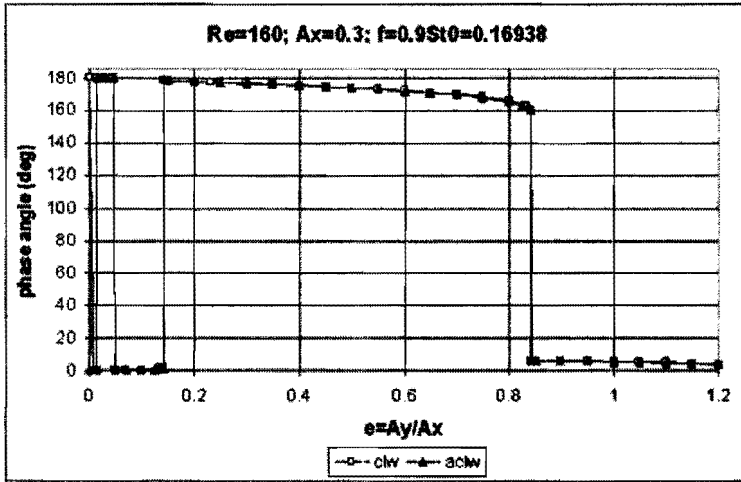
nális elmozdulását. A két másik – alig megkülönböztethető – görbe az ugrás előtti ($e = 0,143$; pontvonal) és utáni ($e = 0,144$; + jelekből alkotott vastag vonal) e értékekhez tartozik. Természetesen a 15. ábra eredményeit tekintve a két görbe közötti kis eltérés nem meglepő eredmény.



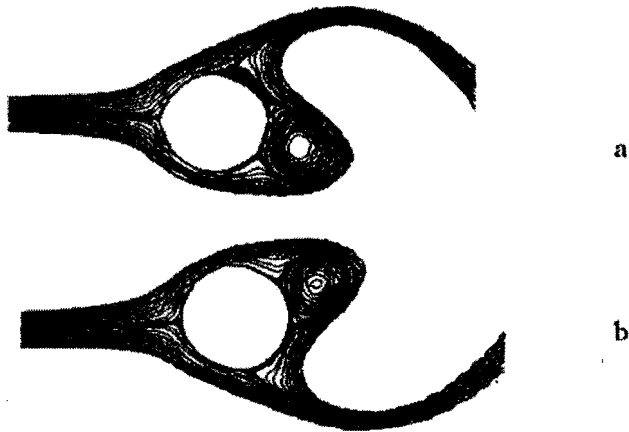
17. ábra. A C_D időbeli változása az ugrás előtti és utáni ellipticitás értékekre

Ezek az eredmények azt sugallják, hogy a továbbiakban a henger keresztirányú elmozdulása és a felhajtóerő-tényező között mérhető Φ_L fázisszögre érdemes koncentrálni. Ezért a 7.1. és jelen alfejezetekben részletesen bemutatott esetre vonatkozóan meghatároztuk a Φ_L változását az e ellipticitás függvényében (18. ábra) mind az óramutató járásával egyező (clw üres négyzet) és azzal ellentétes ($aclw$ töltött háromszög) irányban keringő henger esetén. Ezen az ábrán is ugyanazoknál az e ellipticitás értékeknél vannak az ugrások, mint a 10–12. ábrákon. Az ugrásokon keresztül haladva gyakorlatilag 180° -os fázisszög változás látható a 18. ábrán. Megnyugtató, hogy a két keringési irányhoz tartozó, egymástól függetlenül nyert, fázisszög értékek teljesen egybeesnek (lásd [13]). A 10. és 18. ábrákra tekintve látható, hogy az E_1 tényező előjele meghatározza a Φ_L fázisszög értékét: $E_1 > 0$ esetén $\Phi_L \approx 180^\circ$, míg $E_1 < 0$ esetén $\Phi_L \approx 0^\circ$. Ezek az eredmények összhangban vannak [16], [17] és [26] párhuzamos áramlásba helyezett keresztirányban rezgetett henger fázisszögére vonatkozó eredményeivel.

A [16] és [17] a párhuzamos áramlásba helyezett, transzverzális irányban rezgetett henger körüli áramlásra vonatkozó egy hipotézise az, hogy áramlás struktúrájának ugrásokhoz vezető megváltozását két különböző örvénytermelő mechanizmus közötti egyensúly megváltozása okozza. Ezt a hipotézist a vizsgálataik során nyert eredményeikkel támasztják alá, és úgy tűnik, hogy a párhuzamos áramlásba helyezett keringő mozgást végző henger esetében ugyanez lehet a korábban említett, ugrásokat előidéző jelenség mögött. A 19a és 19b ábrák a numerikus eredményekből származtatott, a hengerhez kötött rendszerben értelmezett áramvonalakat mutat-



18. ábra. A Φ_L fázisszög változása az ellipticitás függvényében óramutató járásával egyező (clw) és azzal ellentétes (aclw) irányban keringő henger esetén



19. ábra. Azonos időpontbeli áramképek. a: $e = 0,143$; b: $e = 0,144$

ják a korábban vizsgált ugrás előtti ($e = 0, 143$) és ugrás utáni ($e = 0, 144$) ellipticitás értékek esetén. Mindkét áramkép ugyanahhoz az időponthoz tartozik (a henger egy felső transzverzális holtpontjához tartozó idő). Ez a két ábra is jól illusztrálja, hogy az e ellipticitás kis mértékű megváltozása az örvényleválás mechanizmusának milyen markáns megváltozását okozhatja. Az ábrákon feltüntetett esetben a két áramkép közel egymás tükörképe, s ez összhangban van a korábban vizsgált Φ_L fázisszög 180° -os ugrásszerű megváltozásával. A párhuzamos áramlásba helyezett keresztirányban rezgetett henger esetében az áramképre vonatkozóan hasonló eredményre jutott [17] is.

8. Összefoglalás

Ebben a dolgozatban kiterjesztettük Blackburn–Henderson [16], a párhuzamos áramlásba helyezett transzverzális irányban rezgőmozgást végző körhenger és folyadék között értelmezett E mechanikai energiaátadási tényezőjét az elliptikus pályán mozgó körhenger esetére. Ebben az esetben az E az E_1 és az E_2 értékekből tevődik össze, amelyek a transzverzális (E_1), ill. a longitudinális (E_2) mozgás- és erőkomponensekből származnak. A dolgozatban megvizsgáltuk, hogyan függenek az E_1 , E_2 és $E = E_1 + E_2$ mennyiségek az e ellipticitástól. Két burkológörbét, ill. állapotgörbét találtunk, amelyek között a megoldások ugrásszerűen változnak. Az E_1 értékek pozitív és negatív értékeket is felvesznek, míg az E_2 mindig negatív. Ugyancsak mindig negatív az $E = E_1 + E_2$ eredő mechanikai energiaátadási tényező is. Az (y_0, C_L) és (x_0, C_D) határciklusokat megvizsgáltuk egy-egy, közvetlenül az ugrás előtti és utáni, egymástól alig különböző e értéknél. Az (y_0, C_L) határciklusról azt találtuk, hogy a két e értékhez egymástól teljesen különböző két görbe tartozik, és még a görbe irányítása is megváltozik, amely az E_1 tényező előjelét is megváltoztatja. Ugyanakkor az (x_0, C_D) határciklus görbéi alig változnak e kis mértékű megváltoztatásának hatására. Az itt említett e értékekre ugyanabban az időpontban felrajzoltuk a számított áramképeket is. Az áramképek különbözősége jól illusztrálja azt a tényt, hogy az e ellipticitás kis mértékű megváltozása az örvényleválás mechanizmusának milyen markáns megváltozását okozhatja.

A $C_L(t)$ felhajtóerő-tényező és az $y_0(t)$ transzverzális irányú hengerelmozdulás közötti Φ_L fázisszög vizsgálata azt mutatta, hogy minden egyes ugráson áthaladva a fázisszög mintegy 180° -os változást szenved. Azt találtuk, hogy az E_1 tényező előjele meghatározza a Φ_L fázisszög értékét: $E_1 > 0$ esetén $\Phi_L \approx 180^\circ$, míg $E_1 < 0$ esetén $\Phi_L \approx 0^\circ$. Ugyanakkor nincs fázisszög eltolódás a $C_D(t)$ és $x_0(t)$ jelek között az ugráshoz tartozó e értéken történő áthaladáskor.

Ezek az eredmények annak a jelenségnek a létezését támasztják alá, amelyek a kis Reynolds-számú, ellipszis pályán mozgó körhenger esetén bizonyos jellemzők ugrásszerű megváltozását idézik elő. Valószínűleg a vizsgált nemlineáris problémához két periodikus attraktor tartozik egy-egy vonzási tartománnyal. Az e ellipticitási paraméter értékének megváltoztatásával az attraktorokat elválasztó határ

másik oldalára kerülhet a rendszer, a megoldás a másik attraktorhoz vonzódik és ezáltal ugrásszerűen megváltozhat az örvényszerkezet. Az eredmények a felhajtóerő-tényező időtől való függését, a határciklusokat, a mechanikai energiaátadási tényező-t, fázisszöveget és áramképeket is magukba foglalnak.

9. Köszönetnyilvánítás

A szerző köszönetet mond a jelen kutatáshoz kapott OTKA (projekt szám: T 042961) támogatásért és Ujvárosi Sándor úrnak a kutatáshoz nyújtott segítségéért.

Hivatkozások

- [1] AL-MDALLAL, Q.M., LAWRENCE, K.P. AND KOCABIYIK, S.: *Forced streamwise oscillations of a circular cylinder: Locked-on modes and resulting fluid forces*, Journal of Fluids and Structures **23**(5) (2007) 681–701.
- [2] ANDERSON, J.D., JR.: *Computational Fluid Dynamics* (McGraw-Hill, New York, 1995).
- [3] BARANYI, L. AND SHIRAKASHI, M.: *Numerical solution for laminar unsteady flow about fixed and oscillating cylinders*, Journal of Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences **6** (1999) 263–277.
- [4] BARANYI, L.: *Numerical analysis of unsteady viscous flow around heat exchanger elements*, Acta Mechanica Slovaca **2/2002** (2002) 485–490.
- [5] BARANYI, L.: *Computation of unsteady momentum and heat transfer from a fixed circular cylinder in laminar flow*, Journal of Computational and Applied Mechanics **4**(1) (2003) 13–25.
- [6] BARANYI, L.: *Numerical simulation of flow past a cylinder in orbital motion*, Journal of Computational and Applied Mechanics **5**(2) (2004) 209–222.
- [7] BARANYI, L.: *Sudden jumps in time-mean values of lift coefficient for a circular cylinder in orbital motion in a uniform flow*, in: Proc. 8th International Conference on Flow-Induced Vibration, Paris, Vol. **2**, (2004), pp. 93–98.
- [8] BARANYI, L.: *Lift and drag evaluation in translating and rotating non-inertial systems*, Journal of Fluids and Structures **20**(1) (2005) 25–34.
- [9] BARANYI, L. AND LEWIS, R.I.: *Comparison of a grid-based CFD method and vortex dynamics predictions of low Reynolds number cylinder flows*, The Aeronautical Journal **110**(1103) (2006) 63–71.
- [10] BARANYI, L.: *Energy transfer between an orbiting cylinder and moving fluid*, in: Proc. PVP2006-ICPVT-11 ASME Pressure Vessels and Piping Division Conference, Vancouver, Canada (2006), on CD ROM, pp. 1–10.
- [11] BARANYI, L.: *Orbiting cylinder at low Reynolds numbers*, in: Proc. IUTAM Symposium on Unsteady Separated Flows and Their Control, Corfu, Greece (2007), on CD ROM, pp. 1–5.
- [12] BARANYI L.: *Mozgó henger körüli lamináris áramlás vizsgálata* (Habilitációs téziszűzet, Miskolci Egyetem, Miskolc, 2007).

- [13] BARANYI, L.: *Numerical simulation of flow around an orbiting cylinder at different ellipticity values*, Journal of Fluids and Structures **24** (2008) 833–906.
- [14] BARKLEY, D. AND HENDERSON, R.D.: *Three-dimensional Floquet stability analysis of the wake of a circular cylinder*, Journal of Fluid Mechanics **322** (1996) 215–241.
- [15] BEARMAN, P. W.: *Developments in the understanding of bluff body flows*, in: Proc. JSME Centennial Grand Congress, International Conference on Fluid Engineering, Vol. 1, (1997), pp. 53–61.
- [16] BLACKBURN, H.M. AND HENDERSON, R.D.: *A study of two-dimensional flow past an oscillating cylinder*, Journal of Fluid Mechanics **385** (1999) 255–286.
- [17] BLACKBURN, H.M.: *“Computational bluff body fluid dynamics and aeroelasticity”*, in Coupling of Fluids, Structures and Waves Problems in Aeronautics, Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design (NNFM), Vol. 85, Eds. Barton, N.G. and Periaux, J. (Springer, Berlin, 2003) 10–23.
- [18] BRONSTEJN, I.N., SZEMENGYAJEV, K.A., MUSIOL, G. ÉS MÜHLIG, H.: *Matematikai Kézikönyv* (8. kiadás, TypoTEX Kiadó, Budapest, 2002).
- [19] DIDIER, E. AND BORGES, A.R.J.: *Numerical predictions of low Reynolds number flow over an oscillating circular cylinder*, Journal of Computational and Applied Mechanics, (in press).
- [20] DYKE, M.V.: *An Album of Fluid Motion* (The Parabolic Press, Stanford, 1982).
- [21] FARKAS M.: *Matematikai Kislexikon* (Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979).
- [22] FLETCHER C.A.J.: *Computational Techniques for Fluid Dynamics*, Vol. 2, (Springer, Berlin, 1997).
- [23] HARLOW, F.H. AND WELCH, J.E.: *Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface*, Physics of Fluids **8** (1965) 2182–2189.
- [24] KAWAMURA, T. AND KUWAHARA, K.: *Computation of high Reynolds number flow around a circular cylinder with surface roughness*, in: Proc. 22nd Aerospace Sci. Meeting, AIAA-84-0340, (1984), pp. 1–11.
- [25] KOIDE, M., TOMIDA, S., TAKAHASHI, T., BARANYI, L. AND SHIRAKASHI, M.: *Influence of cross-sectional configuration on the synchronization of Kármán vortex shedding with the cylinder oscillation*, JSME International Journal, Series B **45**(2) (2002) 249–258.
- [26] LU, X.Y. AND DALTON, C.: *Calculation of the timing of vortex formation from an oscillating cylinder*, Journal of Fluids and Structures **10** (1996) 527–541.
- [27] MOON, F.C.: *Chaotic and Fractal Dynamics* (Wiley, New York, 1992).
- [28] MUREITHI, N.W., COTOI, I. AND RODRIGUEZ, M.: *Response of the Karman wake to external periodic forcing and implications for vortex shedding control*, in: Proceedings of the 8th International Conference on Flow-Induced Vibration, Vol. 1, (2004), pp. 87–92.
- [29] NAYFEH, A.H. AND BALACHANDRAN, B.: *Applied Nonlinear Dynamics* (Wiley, New York, 1995).
- [30] NICOLSKY, S.M.: *A Course of Mathematical Analysis*, Vol. 2, (Mir Publishers, Moscow, 1987).

- [31] NORBERG, C.: *Fluctuating lift on a circular cylinder: review and new measurements*, Journal of Fluids and Structures **17** (2003) 57–96.
- [32] PONCET, P.: *Vanishing of B mode in the wake behind a rotationally oscillating cylinder*, Physics of Fluids **14** (2002) 2021–2023.
- [33] ROSHKO, A.: *Perspectives on bluff body aerodynamics*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics **49** (1993) 79–100.
- [34] SCHLICHTING, H.: *Boundary-Layer Theory* (McGraw-Hill, New York, 1979).
- [35] STANSBY, P.K. AND RAINEY, R.C.T.: *On the orbital response of a rotating cylinder in a current*, Journal of Fluid Mechanics **439** (2001) 87–108.
- [36] THOMPSON, M.C. AND P. LE GAL: *The Stuart-Landau model applied to wake transition revisited*, European Journal of Mechanics B/Fluids **23** (2004) 219–228.
- [37] UJVÁROSI, S. AND BARANYI, L.: *Numerical visualisation of cylinder flows*, in: Proc. MicroCAD 2006, International Computer Science Conference, Miskolc, Section E, (2006), pp. 67–72.
- [38] WILLIAMSON, C.H.K. AND ROSHKO, A.: *Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder*, Journal of Fluids and Structures **2** (1988) 355–381.
- [39] WILLIAMSON, C.H.K.: *Vortex dynamics in the cylinder wake*, Annual Review of Fluid Mechanics **28** (1996) 477–539.

BARANYI LÁSZLÓ

Miskolci Egyetem

Áramlás- és Hőtechnikai gépek Tanszéke

3515 Miskolc-Egyetemváros

E-mail: araml@uni-miskolc.hu

NUMERICAL SIMULATION OF LOW REYNOLDS NUMBER FLOW AROUND AN ORBITING CYLINDER

LÁSZLÓ BARANYI

This paper deals with the 2D numerical simulation of low Reynolds number incompressible fluid flow around a circular cylinder in orbital motion placed in an otherwise uniform stream. Sudden changes (jumps) in state are found when time-mean or *rms* values of force coefficients – lift, drag, and base pressure coefficients – or energy transfer are plotted against ellipticity of the cylinder path. Pre- and post-jump analysis was carried out by investigating limit cycles, time histories, phase angles and flow patterns. These investigations revealed that ellipticity can have a large effect on the energy transfer between the fluid and a cylinder forced to follow an orbital path, and that small changes in the amplitude of transverse motion can have a major effect on the force coefficients. Phase angle between lift and transverse displacement changed by about 180° with the jumps. What triggers these changes is uncertain; probably there are two attractors, each with its ‘basin of attraction’ of this nonlinear system and the solution is attracted to one or the other of the attractors depending on the values of the parameters.