

Universidade de Lisboa

Faculdade de Ciências

Departamento de Estatística e Investigação Operacional



**Modelos Bicritério para a localização de Serviços Semiobnóxios com
restrições de Capacidade por Níveis**

Vasco Miguel de Sousa Loureiro

Mestrado em Investigação Operacional

2010

Universidade de Lisboa

Faculdade de Ciências

Departamento de Estatística e Investigação Operacional



**Modelos Bicritério para a localização de Serviços Semiobnóxios com
restrições de Capacidade por Níveis**

Vasco Miguel de Sousa Loureiro

Dissertação sob orientação da Prof. Doutora Maria da Conceição Fonseca

Mestrado em Investigação Operacional

2010

À minha mãe

Dona Aurora

RESUMO

O problema de localização de serviços é uma das componentes mais importantes no planeamento estratégico aplicado quer no sector público quer no sector privado. Assume maior relevância quando se trata de decidir onde instalar serviços que, tais como, estações de tratamento de águas ou resíduos, exercem um impacto negativo sobre o ambiente. Estes serviços, designados por serviços semiobnóxios são simultaneamente de utilidade pública e ao mesmo tempo prejudiciais para as comunidades que usufruem dos seus serviços. Neste trabalho apresentam-se quatro modelos, em programação linear inteira, para o problema de localização de serviços semiobnóxios com restrições de capacidade por níveis.

Estes modelos diferem nos objectivos e nas funções usadas para calcular o efeito obnóxico. Em dois dos modelos minimiza-se os custos totais e o efeito obnóxico total, nos outros dois modelos minimiza-se os custos totais e o máximo efeito obnóxico sobre um indivíduo. Para calcular o efeito obnóxico é considerada uma função inversamente proporcional ao cubo da distância euclidiana ou uma função da distância euclidiana linear por partes.

As soluções não dominadas foram obtidas usando um método interactivo desenvolvido por Ferreira, Clímaco, & Paixão, (1994) para problemas bicritério.

Os resultados computacionais foram obtidos para exemplos gerados com base em informação relativa ao território continental português. As coordenadas geográficas e população de cada município correspondem a dados reais, sendo todos os outros dados gerados aleatoriamente.

Os quatro modelos considerados para o problema em estudo foram comparados em termos de tempos médios de execução e de equidade das soluções não dominadas obtidas.

Palavras Chave: serviços semiobnóxios, problemas de localização bicritério, equidade, problemas multiobjectivo.

ABSTRACT

The facility location problem is one of the most important components of strategic planning in the public sector or in the private sector. It has higher relevance when deciding where facilities such as waste disposals and water treatment facilities will be installed, that have a more prominent negative impact on the environment will be installed. These facilities, called semi-obnoxious facilities are simultaneously of public use and at the same time prejudicial to the communities who use these services. In this project four models in integer linear programming are presented, for the modular semi-obnoxious facility location problem.

These models differ in the objectives and functions used to calculate the obnoxious effect. In two of the models the total cost and total obnoxious effect are minimized, in the other two models, the total cost and maximum obnoxious effect on one individual are minimized. The obnoxious effect is calculated either by a function inversely proportional to the cube of the euclidean distance or by a piecewise linear function of the euclidean distance.

The non dominated solutions were obtained using an interactive method developed by (Ferreira, et al.) for bicriteria problems.

The computational results were obtained for examples generated on the basis of information relative to the Portuguese territory. The geographical coordinates and population of each municipality correspond to real data, while all the other data were randomly generated.

The four models presented for the study case were compared in terms of average CPU times and equity of the non dominated solutions obtained.

Keywords: Semi-obnoxious facilities, bicriteria facility location problems, equity, multiobjective problems.

AGRADECIMENTOS

Quero começar por agradecer a todos que me apoiaram na realização desta dissertação, contudo gostaria de agradecer de forma especial às seguintes pessoas e entidades:

À minha mãe à qual nem tenho palavras para descrever tudo o que tem feito por mim e pelo meu irmão.

Ao meu irmão, pelo apoio e incentivo prestado desde que comecei a realização da dissertação.

À Professora Doutora Maria da Conceição Fonseca pela sua excelente orientação, encorajamento, dedicação, paciência e disponibilidade.

Aos restantes docentes e colegas do Departamento de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa pelo apoio e incentivo prestados e com quem partilhei alguns anos da minha vida.

Aos meus colegas de trabalho da Sinfic, especialmente aos da Unidade Modernização Administrativa que me apoiaram e incentivaram durante todo este tempo, e em particular a Paula Calado pelo seu encorajamento e compreensão.

À Maria João que se deu ao trabalho de ler a dissertação e fazer os seus comentários construtivos.

E por fim, à minha família e amigos que se viram privados da minha presença durante algum tempo, mas foi por uma boa causa.

ÍNDICE

Capítulo	Página
RESUMO	i
ABSTRACT	ii
AGRADECIMENTOS	iii
ÍNDICE	iv
CAPÍTULO I: Introdução	1
1.1. Motivação do Problema	1
1.2. Objectivos	2
1.3. Estrutura da Dissertação	3
1.4. Revisão Bibliográfica.....	4
CAPÍTULO II: MODELOS BICRITÉRIO PARA O PROBLEMA	13
CAPÍTULO III: OBTENÇÃO DE SOLUÇÕES NÃO DOMINADAS	21
3.1. Breve introdução a problemas multicritério	21
3.2. Descrição do método interactivo utilizado para obter soluções não dominadas ...	25
CAPÍTULO IV: ANÁLISE COMPARATIVA DOS MODELOS.....	29
4.1. Descrição dos casos estudados.....	29
4.2. Medidas de Equidade.....	36
4.3. Resultados Computacionais	37
CAPÍTULO V: CONCLUSÕES.....	54
REFERÊNCIAS.....	58
ANEXO A – Tabelas comparativas dos modelos P1 e P2	60
ANEXO B – Tabelas comparativas dos modelos P3 e P4.....	65
ANEXO C – Tabelas comparativas dos modelos P1 e P3.....	70
ANEXO D – Tabelas comparativas dos modelos P2 e P4	74
ANEXO E – Boxplot (Legenda) e Testes de Hipóteses	78

LISTA DE FIGURAS

Figura	Página
Figura 1: Método ANP.....	8
Figura 2: Função Linear por Partes.....	19
Figura 3: Espaço das soluções dominadas e não dominadas	23
Figura 4: Métodos de Optimização Multiobjectivo	24
Figura 5: Região onde pesquisar soluções não dominadas no espaço dos objectivos.	26
Figura 6: Método Interactivo	28
Figura 7: Exemplo 1.....	31
Figura 8: Exemplo 2.....	31
Figura 9: Exemplo 3.....	31
Figura 10: Exemplo 4.....	31
Figura 11: Efeito Obnócio dado por uma Função Linear por Partes	35
Figura 12: Exemplo 1 - Mínimos Lexicográficos para os modelos P1, P2, P3 e P4 que minimizam os Custos.....	38
Figura 13: Exemplo 1 - Mínimos Lexicográficos para os modelos P1, P2, P3 e P4 que minimizam o Efeito Obnócio.....	38
Figura 14: Exemplo 1 – Outras Soluções Não Dominadas para os modelos P1, P2, P3 e P4	39
Figura 15: Exemplo 4 - Mínimos Lexicográficos para os modelos P1, P2, P3 e P4 que minimizam os Custos.....	40
Figura 16: Exemplo 4 - Mínimos Lexicográficos para os modelos P1, P2, P3 e P4 que minimizam o Efeito Obnócio.....	40
Figura 17: Exemplo 4 – Outras Soluções Não Dominadas para os modelos P1, P2, P3 e P4	41
Figura 18: Regiões consideradas para 30 municípios.....	42
Figura 19: Regiões consideradas para 50 municípios.....	43
Figura 20: Regiões consideradas para 100 municípios.....	44
Figura 21: Tempos médios de execução para o modelo P1	45
Figura 22: Tempos médios de execução para o modelo P2.....	46

Figura 23: Tempos médios de execução para o modelo P3.....	47
Figura 24: Tempos médios de execução para o modelo P4.....	47
Figura 25: Coeficientes de Gini e de Hoover referentes à acessibilidade considerando os modelos P1 e P2.....	48
Figura 26: Coeficientes de Gini e de Hoover referentes ao efeito obnócio total considerando os modelos P1 e P2.....	48
Figura 27: Coeficientes de Gini e de Hoover referentes à acessibilidade considerando os modelos P3 e P4.....	50
Figura 28: Coeficientes de Gini e de Hoover referentes ao efeito obnócio total considerando os modelos P3 e P4.....	50
Figura 29: Coeficientes de Gini e de Hoover referentes à acessibilidade considerando os modelos P1 e P3.....	52
Figura 30: Coeficientes de Gini e de Hoover referentes ao efeito obnócio total considerando os modelos P1 e P3.....	52
Figura 31: Coeficientes de Gini e de Hoover referentes à acessibilidade considerando os modelos P2 e P4.....	53
Figura 32: Coeficientes de Gini e de Hoover referentes ao efeito obnócio total considerando os modelos P2 e P4.....	53

CAPÍTULO I: Introdução

1.1. Motivação do Problema

O estudo do problema de localização de serviços é um dos aspectos mais importantes no planeamento estratégico aplicado a diversos tipos de áreas, tanto públicas como privadas. Antes da tomada de decisão sobre onde construir um serviço, deve ser elaborado um estudo completo, com o objectivo de determinar onde instalar o serviço e qual a capacidade apropriada, bem como o capital necessário para a sua alocação.

Segundo Pizzolato (2004), o problema de determinar onde localizar um serviço consiste em escolher uma posição geográfica para a sua instalação, tal que, seja maximizada uma medida de utilidade, satisfazendo diversas restrições, em particular restrições de procura.

Normalmente, os potenciais locais de instalação de serviços não existem em qualquer ponto do espaço, o que faz com que os modelos discretos sejam muito utilizados. Os modelos para os serviços desejáveis foram os primeiros a serem estudados, mas devido à contínua evolução da sociedade, tem-se verificado um enorme crescendo no que diz respeito a preocupações ambientais e consecutiva preocupação com a qualidade de vida em regiões onde os serviços indesejáveis ou com efeitos desagradáveis são instalados, nomeadamente fábricas poluentes, incineradoras, aterros sanitários, etc.

No entanto, apesar de serem serviços indesejados são necessários para a sociedade e para a sua evolução, daí o surgimento nos últimos anos de modelos que estudam precisamente o problema de instalações de serviços que exercem um efeito desagradável ou nocivo (obnóxico) afectando naturalmente a qualidade de vida das populações próximas aos serviços aí instalados.

Podemos então definir serviços obnóxicos como serviços/equipamentos que afectam quer as pessoas quer o ambiente de forma negativa.

Como consequência da industrialização massiva da sociedade contemporânea a localização de serviços obnóxicos tornou-se um verdadeiro risco para todos os seres humanos. No entanto, estes serviços também são, na maioria dos casos,

indispensáveis para o desenvolvimento e bom funcionamento das sociedades modernas. Assim, a sua acessibilidade também é desejável.

Além disso, a construção de um serviço obnócio ou nocivo determina, o destino dos materiais obnócios e por isso interage directamente com a decisão sobre as rotas de transporte de materiais nocivos: A decisão sobre onde instalar serviços e sobre a logística de transportes estão, assim, estritamente interligadas com contexto de gestão de sistemas que envolvem materiais nocivos.

Existem situações onde a decisão sobre o estabelecimento das rotas prevalece sobre a decisão onde instalar serviços: por exemplo a instalação de uma rede eléctrica de energia. Aqui o incómodo deve-se basicamente ao campo electromagnético que a electricidade produz quando passa pela rede de cabos. Hoje em dia, o efeito poluente destes campos electromagnéticos é visto seriamente como um factor de risco para a população e sociedade em geral, daí que surjam, habitualmente inúmeras “vozes” contra a instalação deste tipo de serviços muito próximos das populações.

1.2. Objectivos

Neste trabalho apresentam-se quatro modelos em programação linear inteira para o problema de localização de serviços semiobnócios. Entende-se por serviços semiobnócios serviços que são simultaneamente úteis e prejudiciais às comunidades. Nestes incluem-se, por exemplo, estações de tratamento de águas, estações de tratamento de resíduos sólidos, fábricas poluentes. Se, por um lado a proximidade destes serviços é benéfica, uma vez que uma maior acessibilidade poderá, por exemplo, originar um melhor serviço a menor custo, por outro lado é nociva porque o efeito desagradável provocado por estes serviços é maior quanto maior for essa mesma proximidade. Assim, o problema de localização de serviços semiobnócios é considerado como um problema biobjectivo. Um objectivo diz respeito à acessibilidade e outro ao efeito obnócio.

Nestes modelos consideraram-se os custos totais (custos de transporte, custos de instalação e custos de operação) como uma forma de medir a acessibilidade, uma vez que, os custos de transporte são proporcionais às distâncias entre as comunidades e os potenciais locais de instalação de serviços.

Quanto ao efeito obnóxico considerou-se o efeito obnóxico total e o máximo efeito obnóxico sobre um indivíduo, os quais se pretendem minimizar.

Os modelos apresentados neste trabalho referem-se a serviços semiobnóxicos com restrições de capacidade por níveis, isto é, em cada potencial local de instalação de serviços pode construir-se um tipo de serviço escolhido de entre um conjunto de serviços que variam na capacidade e no efeito obnóxico produzido. Considerou-se que este tipo de serviços se adequava mais a situações reais.

Considerou-se ainda nos modelos, que uma comunidade está afectada apenas a um serviço. É razoável supor que no caso de serviços tais como estações de tratamento de resíduos sólidos, incineradoras ou aterros sanitários cada comunidade envia a globalidade dos resíduos para um único serviço.

Pretende-se obter soluções não dominadas para este problema biobjectivo e compará-las em termos de equidade das soluções obtidas e também em tempos médios de execução.

1.3. Estrutura da Dissertação

Nesta secção é apresentada a estrutura da dissertação. Assim, a dissertação está dividida em cinco capítulos:

No primeiro capítulo, é constituído pela introdução que, por sua vez, se divide na motivação do problema de investigação, nos objectivos da mesma, na estrutura e organização da dissertação e, por último, na apresentação do estado da arte baseado na revisão bibliográfica sobre o tema em estudo.

No segundo capítulo são apresentados os modelos bicritério para o problema em estudo, isto é, o problema de localização de serviços semiobnóxicos com restrições de capacidade por níveis.

No terceiro capítulo, é apresentado o método interactivo utilizado para obter as soluções não dominadas. Neste capítulo é feita uma breve introdução onde se apresentam alguns métodos de resolução utilizados para os problemas multicritério.

No quarto capítulo, faz-se uma análise comparativa dos modelos apresentados no segundo capítulo, em termos de tempos médios de execução e equidade das soluções obtidas. Ainda neste capítulo, faz-se a descrição dos casos estudados e das medidas de equidade escolhidas, e apresentam-se os resultados computacionais obtidos.

Finalmente, no quinto e último capítulo apresentam-se as conclusões. É feita uma síntese do trabalho realizado e são discutidos os resultados obtidos.

1.4. Revisão Bibliográfica

Os problemas multiobjectivo de localização de serviços preocupam-se em estudar uma área específica relacionada com unidades de distribuição de produtos ou de prestação de serviços. O objectivo nestes problemas é determinar a quantidade e a localização ideal destas unidades de forma a atender da melhor maneira possível um conjunto de organizações.

Os primeiros trabalhos dedicados ao estudo do problema de localização de serviços semiobnóxios datam de década de 70 (Halpern, (1978) e Church & Garfinkel, (1978)).

Desde então, a apresentação e resolução de problemas de localização com vários objectivos tem tido um grande desenvolvimento. Revelle & Eiselt, (2005) apresentam uma síntese muito completa sobre problemas de localização. Krarup, Pisinger, & Plastria, (2002) apresentam alguns modelos para problemas de localização de serviços semiobnóxios, isto é, úteis às comunidades mas com efeito negativo sobre o ambiente. Mais recentemente Farahani, SteadieSeifi, & Asgari, (2010) apresentam uma síntese, muito completa, sobre problemas e métodos de resolução de problemas de localização multicritério, considerando os casos biobjectivo, multiobjectivo e multiatributo.

Apresentam-se de seguida alguns trabalhos relacionados com problemas de localização de serviços semiobnóxios, não se pretendendo, contudo, fazer uma pesquisa exhaustiva. O critério de escolha dos artigos apresentados foi a relevância no que diz respeito a aplicações a casos reais ou às técnicas utilizadas para a obtenção de soluções não dominadas.

Haastrup et al. (1998) implementaram um sistema de apoio à decisão para a gestão de resíduos urbanos na Sicília (Itália). Este sistema é composto por três componentes principais que interagem entre si: sistema de interface de utilizador, sistema de gestão de dados e sistema de gestão de modelos. O objectivo deste sistema de apoio à decisão é ser capaz de comparar diferentes tratamentos de resíduos e cenários e classificá-los (do melhor para o pior) em termos de um conjunto de critérios previamente definidos. O modelo de apoio à decisão usado é constituído por três

submodelos: um modelo para a construção e formulação dos cenários; um outro modelo que contém quatro módulos (risco, impacto ambiental, custo e risco de transporte) para a avaliação dos cenários e um modelo de análise multi-critério chamado NAIADE (*Novel Approach to Imprecise Assessment and Decision Environments*). Este é um método multi-critério discreto cuja matriz de impacto (ou avaliação) pode incluir medidas de desempenho determinísticas, estocásticas ou *fuzzy* para uma alternativa relativamente a um dos critérios de avaliação definidos. Isto torna este método muito flexível para aplicações ao mundo real.

Skriver et al. (2003) consideram a localização de serviços indesejáveis como um problema de localização semiobnoxio. Ao modelar estes problemas com função objectivo *maxmin* ou *minsum*, os serviços podem ser instalados em sítios irrealistas no que diz respeito aos pontos de procura, dando origem a elevados custos/tempo de transporte. O modelo apresentado pelos autores é considerado para dois casos: localização no plano BSPL (*Bicriterion Semi-obnoxious Planar Location*), onde as soluções admissíveis formam uma região num plano e localização em redes BSNL (*Bicriterion Semi-obnoxious Network Location*), onde o conjunto de pontos de procura são vértices formados num grafo. Quer a resolução do caso BSPL quer do caso BSNL, passa por usar uma variante do método BSSS (*Big Square Small Square*) desenvolvida por Hansen et al.

Skriver et al. (2004) apresentam um novo modelo de localização que não é mais do que uma generalização do problema mediana bicritério. A cada aresta estão associados dois objectivos que se pretende minimizar. Um caso prático referente a este tipo de problema é, por exemplo, decidir onde localizar um banco em que se pretende minimizar os custos totais de transporte e minimizar o risco de roubo do produto transportado. O comprimento de cada aresta relativamente aos custos de transporte será a distância e quanto ao risco será a probabilidade de ocorrer um assalto. O método utilizado pelos autores divide-se em duas fases: na primeira, são encontradas as soluções eficientes suportadas (usando o método dos pesos); na segunda fase, as soluções eficientes não suportadas. O caso prático estudado pelos autores consiste em encontrar um local para instalar um banco e o melhor trajecto do banco para os clientes, ou seja, um problema *n-1* bicritério de caminho mais curto

(BSP), onde n é o número de clientes. Neste caso particular, trata-se de um subproblema BSP, pois se para cada aresta tivermos apenas um comprimento, estamos perante um problema de mediana bicritério, mas se tivermos uma medida de comprimento para cada critério estamos perante um subproblema BSP.

Yapicioglu et al. (2007) apresentam um modelo bi-objectivo para o problema de localização de serviços semiobnóxios no plano. Os dois objectivos considerados são: os custos de transporte (dados pela soma ponderada das distâncias euclidianas entre as comunidades e os serviços) e o efeito obnóxico considerado como uma função linear por partes baseada na distância euclidiana. Os autores utilizam para a resolução deste problema um *Particle Swarm Optimization* (PSO) com um objectivo e com dois objectivos.

O método *Particle Swarm Optimization* (PSO) foi desenvolvido por Kennedy & Eberhart, (1995) para resolver funções contínuas não lineares e teve como inspiração os bandos de aves e o seu comportamento. Desde a sua concepção, o método PSO chamou a atenção devido a dois aspectos fundamentais: a optimização através da evolução social e a sua relativa facilidade de utilização.

No método PSO os membros do “*swarm*” podem ser considerados agentes, isto é, partículas, procurando no espaço da solução. Uma partícula é composta por três vectores e dois valores aptidão, um vector- x que regista a posição actual da partícula no espaço, o vector- p que regista a localização da melhor posição até aí encontrada pela partícula e finalmente, um vector- v que contem a direcção na qual a partícula viaja.

Ambos os vectores x e p têm associados valores de aptidão. No início do processo, quer o vector- x quer o vector- v , para cada partícula, são gerados aleatoriamente. Como estes vectores são gerados aleatoriamente corre-se o risco de atingirem valores demasiado elevados. Para resolver este problema podem ser gerados dentro de um intervalo definido pelo utilizador ou pode-se utilizar um factor de inércia ou um coeficiente de constrição.

Para o caso em estudo no artigo foram estudadas três variantes deste método, biobjectivo-PSO (bi-PSO) com um coeficiente de constrição, bi-PSO sem coeficiente de constrição e uma variante híbrida onde metade do “*swarm*” usa o coeficiente de constrição e a outra metade não.

Os autores concluem que as três variantes usadas são eficazes mas é recomendada a versão híbrida uma vez que inclui soluções com e sem coeficiente de restrição. Revelou-se, que o método PSO bi-objectivo é convincente na sua eficiência computacional e na sua capacidade para encontrar numerosas soluções não dominadas. A complexidade computacional do algoritmo é estimada linearmente com um número de pontos fixos, tornando-o num método aplicável a problemas de grande escala.

Tuzkaya et al. (2007) utilizam um método designado *Analytic Network* (ANP), uma técnica de decisão multicritério, para encontrar um local para a de um serviço indesejável na região de Istambul, Turquia. Os critérios a serem considerados e as interdependências entre eles e os pesos foram discutidos e determinados através de entrevistas com as autoridades competentes do Istambul e com duas organizações ambientais. Este método permite considerar critérios qualitativos e quantitativos assim como interdependências e técnica é uma das *Frameworks* de mais fácil compreensão para analisar a decisões a nível público, governamental e corporativo. Permite ao agente de incluir todos os factores e critérios atingíveis ou inatingíveis que tenham um significativo na tomada da melhor decisão. Segue a

Figura 1 do método usado.

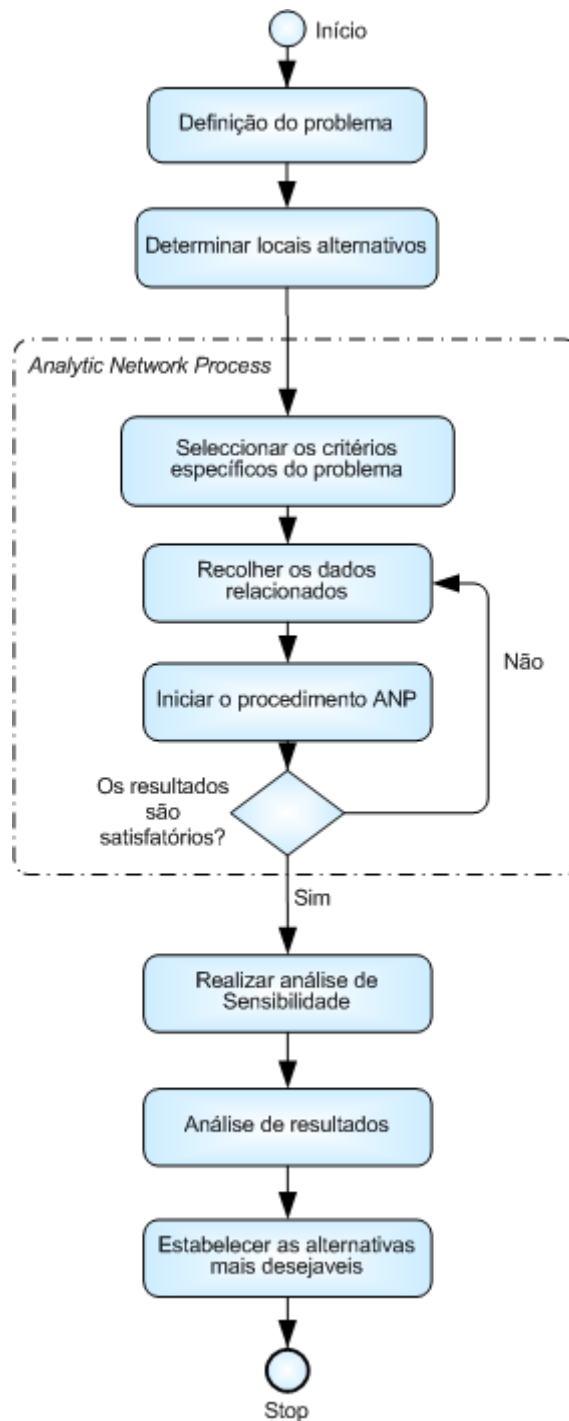


Figura 1: Método ANP

Neste caso de estudo o método ANP é utilizado tendo em conta quatro factores principais: custos, benefícios, oportunidades e riscos. O método permite ter em consideração critérios atingíveis e inatingíveis, sem que haja conflito entre eles e consegue lidar com vários tipos de dependências sistematicamente.

Ao contrário dos métodos tradicionais de tomada de decisão multi-critério, que têm como base suposições independentes, a técnica ANP é uma nova metodologia multi-critério que incorpora relações de interdependência e *feedback* entre os atributos de decisão e as alternativas.

Este estudo revelou ainda que, a classificação das alternativas de acordo com certas características, ajudou a lidar com o complexo e difícil processo de escolha da localização certa para o serviço indesejável.

Quatro potenciais locais para a instalação de um serviço indesejável foram avaliados e o mais conveniente foi seleccionado e, de seguida foi feita uma análise de sensibilidade aos resultados obtidos.

O modelo ANP pode ser usado considerando novos locais de instalação alternativa e os resultados comparados com os existentes.

Liu et al. (2007) desenvolveram um modelo matemático multiobjectivo para uma rede de tratamento de resíduos sólidos aplicado numa província da China. Os objectivos são minimizar o custo de construção dos aterros e o impacto negativo causado à população pelo tratamento dos resíduos. Para a obtenção do conjunto de soluções Óptimas Pareto utilizou-se um algorítmico genético multiobjectivo.

Erkut et al. (2008) desenvolveram um modelo para a Gestão de Resíduos Sólidos na Grécia. O estudo incide sobre a região da Macedónia Central.

Os autores apresentam um modelo de programação linear inteira-mista com múltiplos objectivos para solucionar o problema de localização destes serviços semiobnóxios. A resolução deste problema inclui a escolha (para cada potencial local de instalação de serviços) do tipo de serviço escolhido entre estações de transferência, estações de reciclagem, incineradoras e aterros sanitários.

Assume-se que todos os objectivos definidos são de igual importância. Pretende-se, deste modo, obter uma solução “justa”, ou seja, uma solução em que os valores obtidos para as funções objectivo normalizadas sejam o mais próximo possível umas das outras.

No que diz respeito à formulação do problema, foram definidos os cinco objectivos:

1. Minimizar o efeito de estufa;
2. Minimizar a quantidade total de resíduos a depositar nos aterros;

3. Maximizar a recuperação de energia;
4. Maximizar a recuperação de material reciclado
5. Minimizar o custo total.

Este problema multiobjectivo é formulado como um problema lexicográfico *minimax*. Uma solução *minimax* é uma solução que minimiza o pior valor obtido para um dos objectivos.

O modelo é válido para fazer a comparação entre o planeamento municipal e regional na gestão dos resíduos sólidos. Segundo os autores é possível obter melhores resultados com um plano regional do que com um plano municipal, uma vez que, a região admissível do plano regional é uma relaxação do plano municipal. No entanto os resultados computacionais obtidos mostraram que os ganhos atingidos pela transferência de um plano municipal para um regional são mínimos uma vez que o fluxo de resíduos entre municípios é reduzido.

Almeida et al. (2009) apresentam um modelo multiobjectivo em programação inteira mista para determinar onde localizar e quais as capacidades das incineradoras de resíduos perigosos. Para tal desenvolveram um sistema interactivo de apoio à decisão baseado num sistema de informação geográfica (GIS).

Este sistema incorpora um modelo gaussiano para modelar as emissões atmosféricas das incineradoras. O caso de estudo diz respeito à região centro de Portugal onde o governo nacional decidiu instalar uma incineradora de resíduos industriais perigosos. O objectivo é identificar soluções não dominadas para a localização de incineradoras de resíduos industriais perigosos. É determinado o número de instalações a serem abertas os seu locais e as respectivas quantidades de resíduos a serem incinerados. O modelo inclui cinco objectivos sendo que os primeiros dois são para minimizar os custos das instalações (construção e operacionais).

Assim sendo os objectivos são:

1. Minimizar o custo do investimento total;
2. Minimizar o custo de processamento total;
3. Minimizar o impacto total (medindo o impacto médio por individuo);
4. Minimizar o máximo impacto médio nas freguesias;
5. Minimizar o máximo impacto sobre um indivíduo.

Para este caso de estudo os autores apresentam várias soluções não dominadas e comparam-nas medindo a sua distância ao ponto ideal.

Fonseca et al. (2009) desenvolvem um modelo numa rede logística inversa. Trata-se de um problema estocástico bi-objectivo inteiro-misto, em que se pretende minimizar os custos de instalação e operação e minimizar o efeito obnócio causado pelos serviços. Os autores consideram vários tipos de serviços (centros de recolha, centros de reciclagem e aterros sanitários) e vários produtos (resíduos sólidos, papel, vidro e embalagens).

Este modelo foi testado com um caso de estudo baseado em dados reais relativos à província espanhola de Córdoba. Os autores consideram para este caso nove cenários possíveis.

Galante et al. (2010) abordam um problema de localização e dimensionamento de estações de transferência. Este modelo foi aplicado em Palermo, Itália. Estas estações constituem um nível intermédio na cadeia logística do tratamento de resíduos sólidos entre os municípios e a incineradora. A determinação do número e tipo de veículos envolvidos é realizada de modo integrado.

O modelo considera o investimento inicial e os custos operacionais relacionados com o transporte e com as estações de transferência. Dois objectivos conflituosos são avaliados: a minimização do custo total e a minimização do impacto no ambiente medido pelos níveis de poluição. A *framework* do sistema de gestão integrado de resíduos é abordado num quadro de optimização multiobjectivo.

Para obter soluções não dominadas para o modelo utilizaram-se técnicas de programação por metas, soma ponderada e técnicas *fuzzy* multiobjectivo.

O aspecto inovador do estudo reside na proposta de um sistema eficaz de apoio à decisão para a gestão de resíduos sólidos, não sendo mais uma contribuição da resolução dos problemas de transporte.

No artigo destaca-se a importância do agente de decisão na escolha da solução de entre as alternativas propostas. A importância que o agente de decisão dá a cada um dos objectivos determina a escolha da solução com o melhor compromisso.

No exemplo estudado no artigo, os resultados obtidos mostram que, de acordo com a escolha do agente de decisão, existem variações na utilização do combustível

(utilizado nos veículos de transporte de resíduos) e no custo total, que são de 45% e 32% respectivamente, realçando assim a importância das decisões do agente de decisão.

Neema & Ohgai, (2010) apresentam um modelo multiobjectivo para problemas de localização de serviços. O algoritmo genético desenvolvido para este modelo serve para ser aplicado ao problema específico de obtenção das melhores soluções para a localização de serviços em parques urbanos e áreas abertas considerando quatro objectivos incomensuráveis: o fornecimento de parques urbanos e áreas abertas em regiões densamente povoadas, regiões com o ar poluído, áreas ruidosas e regiões sem parques urbanos e áreas abertas. O modelo foi desenvolvido com base em dados reais retirados na cidade de Dhaka (Japão).

Para avaliar o impacto de cada objectivo foram comparados os resultados computacionais de cada função objectivo e concluiu-se que o segundo objectivo (poluição do ar) tem maior importância relativamente aos outros objectivos, na localização dos serviços.

O estudo realizado pelos autores demonstra também a importância de usar um plano de ponderação dinâmica de modo a converter todos os objectivos num único objectivo múltiplo.

Os autores desenvolveram o modelo de maneira a incorporar um operador multiobjectivo para encontrar soluções não dominadas óptimas de Pareto. Os resultados computacionais mostram ainda que o modelo consegue gerar uma “*pool*” de soluções não dominadas alternativas. Usando esta mesma “*pool*” de soluções não dominadas alternativas, os agentes de decisão poderão escolher a melhor solução baseada nas suas próprias preferências e critérios.

CAPÍTULO II: MODELOS BICRITÉRIO PARA O PROBLEMA

Neste capítulo apresentam-se os modelos em programação linear inteira para o problema de localização de serviços semiobnóxios com restrições de capacidade por níveis.

Tratando-se de serviços semiobnóxios, isto é, serviços de utilidade pública, mas simultaneamente exercendo um efeito desagradável sobre as populações, consideram-se os dois objectivos relacionados com as duas vertentes distintas e conflituosas que caracterizam este tipo de serviços. A acessibilidade das comunidades aos serviços traduziu-se por uma minimização dos custos de transporte entre os serviços e as comunidades. Nos modelos apresentados além dos custos de transporte incluíram-se também os custos de instalação e operação dos serviços. Quanto ao efeito obnócio provocado pelos serviços, minimiza-se este efeito em termos de efeito obnócio total provocado pelos serviços e em termos de máximo efeito obnócio sobre um indivíduo.

Apresenta-se em seguida a notação usada para os modelos estudados.

Seja $I = \{1, \dots, n\}$ o conjunto dos índices correspondentes às comunidades e $J = \{1, \dots, m\}$ o conjunto de índices de potenciais locais para a instalação dos serviços. Em cada um dos potenciais locais de instalação de serviços podem ser instalados serviços de diferentes tipos que variam na capacidade e no efeito obnócio exercido. Para cada comunidade $i \in I$ define-se uma quantidade q_i que representa a quantidade de serviço requerido. Associada a cada comunidade $i \in I$ considera-se o peso a_i , este peso pode representar a população ou importância dada a cada comunidade nomeadamente em termos paisagístico (beleza natural, ...), d_{ij} é a distância euclidiana entre a comunidade i e qualquer serviço $j \in J$, c_{ij} a distância dada pelo caminho mais curto entre a comunidade $i \in I$ e o serviço $j \in J$. O custo de transporte será $ct_{ij} = ct \times c_{ij}$, onde ct é o custo de transporte por unidade transportada e por km. Considere-se ainda, uma vez que se trata de serviços que produzem um efeito desagradável sobre as comunidades, que existe uma distância euclidiana mínima, d , permitida entre qualquer comunidade $i \in I$ e qualquer serviço $j \in J$. Seja $J' = \{j \in J: d_{ij} \geq d \forall i \in I\}$, isto é, só se consideram os serviços que respeitem esta restrição de distância mínima. D é a distância máxima

(em termos de comprimento do caminho mais curto) entre uma comunidade i e o serviço instalado mais próximo de i , então, $M_i = \{j \in J: c_{ij} \leq D\}$ é o conjunto dos potenciais locais de instalação de serviços que podem servir a comunidade i . Pretende-se deste modo, garantir que qualquer comunidade está a uma distância considerada razoável em termos de acessibilidade, dos potenciais serviços instalados.

Como foi dito anteriormente em cada potencial local de instalação de serviços pode instalar-se um serviço escolhido de entre um conjunto de tipos de serviços. Seja T_j o conjunto que representa todos os tipos ou níveis de serviços que se podem instalar em $j \in J$. Para cada potencial local de instalação de serviços, $j \in J$, e para cada tipo de serviço $t \in T_j$, define-se b_{jt} e B_{jt} como a capacidade mínima e máxima, respectivamente, do serviço de tipo $t \in T_j$ instalado em $j \in J$. É suposto que, para existir um certo nível de serviço tem de existir uma utilização mínima desse mesmo serviço. Consideramos que as capacidades dos vários tipos de serviço verificam a relação $b_{jt} \geq B_{j(t-1)} + 1, \forall j \in J, t \in T_j$.

Neste problema consideram-se as duas funções objectivo: minimizar os custos totais e minimizar o efeito obnóxico. Os custos totais envolvem três tipos de custos, custos de instalação, custos de transporte (proporcionais à distância dada pelo caminho mais curto entre serviços e comunidades) e custos operacionais.

Seja f_{jt} o custo fixo de instalar um serviço do tipo $t \in T_j$ num potencial local $j \in J$, ct_{ij} tal como referido anteriormente, o custo de transporte entre a comunidade $i \in I$ e o potencial local de instalação de serviços, $j \in J$, e vm_{jt} o custo unitário de operação de um serviço do tipo $t \in T_j$ a funcionar no potencial local $j \in J$.

Relativamente ao efeito obnóxico exercido, considera-se o efeito obnóxico total exercido pelos serviços instalados e o máximo efeito obnóxico sofrido por um indivíduo.

Definam-se as seguintes variáveis:

$$y_{jt} = \begin{cases} 1 & \text{se um serviço do nível } t \text{ é instalado em } j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se a comunidade } i \text{ está afectada ao serviço instalado em } j \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Ao definir as variáveis deste modo, assume-se que cada comunidade é servida por apenas um serviço.

w_{jt} = Quantidade de serviço fornecido pelo serviço do nível t instalado em j

Os custos são dados pelas seguintes expressões:

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in M_i} q_i c_{t_{ij}} x_{ij} \quad \text{Custo total de transporte entre as comunidades e os serviços}$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{t \in T_j} f_{jt} y_{jt} \quad \text{Custos de instalação}$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{t \in T_j} v m_{jt} w_{jt} \quad \text{Custo Total de Operação dos Serviços}$$

O efeito obnócio pode ser medido usando diferentes funções. Na literatura aparecem vários trabalhos em que o efeito obnócio é medido em função das distâncias euclidianas entre serviços e comunidades elevadas a uma potência negativa (Brimberg & Juel, 1998) ou por funções da distância euclidiana lineares por partes (Yapicioglu, et al., 2007). Em muitas aplicações a casos reais (Alçada-Almeida, et al., 2009) utiliza-se o modelo gaussiano para modelar a dispersão na atmosfera da poluição. Este modelo requer informação sobre, por exemplo, as condições meteorológicas, tais como: a velocidade e direcção do vento; turbulência atmosférica e a temperatura do ar; parâmetros como altura e tipo da fonte de emissão da poluição e a morfologia do terreno.

Para simular a realidade e simultaneamente não complicar em demasia os modelos optou-se por considerar o efeito obnócio quer como uma função inversamente proporcional ao cubo da distância euclidiana ou como uma função da distância euclidiana linear por partes.

Neste problema onde se pretende instalar serviços tais como estações de tratamentos de água ou de resíduos sólidos, o maior impacto sobre as populações é devido ao

efeito desagradável dos odores. Uma vez que a propagação dos odores é inversamente proporcional ao cubo da distância euclidiana considerou-se esta função para medir o efeito obnóxico sobre as comunidades.

Sejam l_{jt} o efeito obnóxico produzido por um serviço do tipo $t \in T_j$ instalado no local $j \in J$ e δ_{ijt} o efeito obnóxico sofrido por cada individuo na comunidade i se o serviço do tipo t for instalado no local $j \in J$.

O efeito obnóxico exercido por cada tipo de serviço $t \in T_j$ instalado no local j , vai ser função da distância euclidiana e do factor β_{jt} . Este factor depende do local de instalação e do nível de serviço e pretende expressar características específicas destes. Tem-se então:

$$l_{jt} = \beta_{jt} \sum_{i \in I} a_i \frac{1}{d_{ij}^3}$$

e

$$\delta_{ijt} = \beta_{jt} \times \frac{1}{d_{ij}^3}$$

Assim tem-se:

$$\sum_{j \in J} \sum_{t \in T_j} l_{jt} y_{jt} - \text{Efeito Obnóxico Total}$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{t \in T_j} \delta_{ijt} y_{jt} - \text{Efeito Obnóxico sobre o individuo}$$

Apresentam-se de seguida os vários modelos estudados:

No modelo designado por **P1** consideram-se como funções objectivo a minimização dos custos totais e do efeito obnóxico total.

Modelo P1

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in M_i} q_i c t_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_j} f_{jt} y_{jt} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_j} v m_{jt} w_{jt} \quad (1)$$

$$\min \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_j} l_{jt} y_{jt} \quad (2)$$

s.a.

$$\sum_{j \in M_i} x_{ij} = 1 \quad i \in I \quad (3)$$

$$\sum_{t \in T_j} y_{jt} \leq 1 \quad j \in J \quad (4)$$

$$b_{jt} y_{jt} \leq w_{jt} \leq B_{jt} y_{jt} \quad j \in J; t \in T_j \quad (5)$$

$$\sum_{i \in I} q_i x_{ij} = \sum_{t \in T_j} w_{jt} \quad j \in J \quad (6)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad i \in I; j \in M_i \quad (7)$$

$$y_{jt} \in \{0,1\} \quad j \in J; t \in T_j \quad (8)$$

Onde (1) representa a função objectivo correspondente aos custos totais e (2) a função objectivo correspondente ao efeito obnócio total quando este é inversamente proporcional ao cubo da distância euclidiana.

As restrições:

(3) Garantem que, todo o serviço requerido pela comunidade i é fornecido.

(4) Garantem que, para cada potencial local de instalação de um serviço, apenas um serviço pode ser instalado. Esse serviço é escolhido de entre um de vários tipos disponíveis para cada local.

(5) Garantem que, a quantidade de serviço fornecido, verifica as quantidades máximas e mínimas de capacidade disponíveis para cada tipo de serviço instalado, só se instala um serviço se existir um mínimo de capacidade.

(6) Garantem que, para cada um dos serviços instalados, a quantidade de serviço fornecida é realmente produzida.

(7) e (8) Definem o domínio de variação das variáveis do problema.

No modelo **P2** consideram-se as duas funções objectivo minimização dos custos totais e minimização do máximo efeito obnócio sobre um individuo:

Modelo P2

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in M_i} q_i c_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_j} f_{jt} y_{jt} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_j} v m_{jt} w_{jt} \quad (1)$$

$$\min \max_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_j} \delta_{ijt} y_{jt} \quad (9)$$

s.a. (3), (4), (5), (6), (7) e (8).

Onde (1) representa a mesma função que no modelo P1, e (9) representa a função objectivo relativa ao máximo efeito obnócio sofrido por um individuo.

Consideraram-se ainda os modelos P3 e P4 que diferem dos apresentados anteriormente apenas no modo como é medido o efeito obnócio

Nestes modelos considera-se o efeito obnócio como uma função da distância euclidiana linear por partes. Com esta função, pretende-se que haja uma redução em termos de escala do efeito obnócio. Assim o decréscimo no efeito obnócio produzido por igual acréscimo na distância euclidiana é maior para os valores menores da distância euclidiana, isto é, o decréscimo no efeito obnócio não é proporcional ao acréscimo na distância euclidiana.

Sejam:

$$\ell_{jt} = \beta_{jt} \sum_{i \in I} a_i \times f(d_{ij})$$

e

$$\varphi_{ijt} = \beta_{jt} \times f(d_{ij})$$

Tem-se deste modo:

$$\sum_{j \in J} \sum_{t \in T_j} \ell_{jt} y_{jt} - \text{Efeito Obnócio Total}$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{t \in T_j} \varphi_{ijt} y_{jt} - \text{Efeito Obnócio sobre o indivíduo}$$

Onde $f(\cdot)$ é uma função da distância euclidiana linear por partes.

Na Figura 2 apresenta-se um exemplo da função $f(\cdot)$:

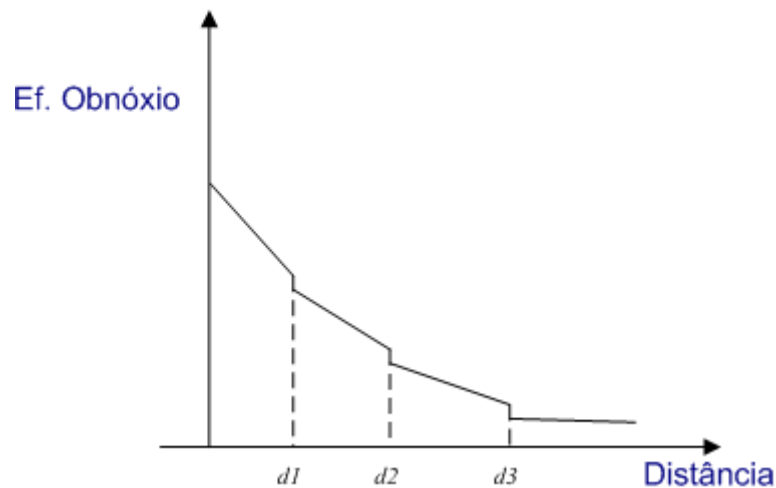


Figura 2: Função Linear por Partes

A dificuldade em representar o efeito obnócio desta maneira está em definir o valor dos parâmetros d_1 , d_2 e d_3 onde o declive da recta que mede o efeito obnócio se altera, definindo assim os patamares onde o efeito obnócio é dado pela mesma função. A definição do valor destes parâmetros deve estar relacionada com as características morfológicas e meteorológicas das zonas onde potencialmente se localiza os serviços. Também a determinação do declive da recta em cada patamar se torna difícil de modo a adequá-lo ao problema em estudo.

Modelo P3

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in M_i} q_i c_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_j} f_{jt} y_{jt} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_j} v m_{jt} w_{jt} \quad (1)$$

$$\min \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_j} \ell_{jt} y_{jt} \quad (10)$$

s.a. (3), (4), (5), (6), (7) e (8).

Modelo P4

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in M_i} q_i c_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_j} f_{jt} y_{jt} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_j} v m_{jt} w_{jt} \quad (1)$$

$$\min \max_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_j} \varphi_{ijt} y_{jt} \quad (11)$$

s.a. (3), (4), (5), (6), (7) e (8).

CAPÍTULO III: OBTENÇÃO DE SOLUÇÕES NÃO DOMINADAS

Neste capítulo é feita uma descrição do método interactivo usado para obter soluções não dominadas para o problema em estudo. Apresenta-se, também, uma breve introdução a problemas multicritério.

3.1. Breve introdução a problemas multicritério

A resolução da maior parte dos problemas que surgem no mundo real consiste em escolher, de entre as várias soluções, a melhor alternativa, ou seja, tomar decisões. Os problemas de optimização de um único critério raramente são realistas, uma vez que na realidade a tomada de decisão é-nos imposta por natureza com vários objectivos a serem optimizados.

A solução para este tipo de situações passa normalmente por utilizar modelos muito simples, em que apenas um dos critérios de decisão assume relevância, colocando de lado os restantes aspectos do problema, reduzindo-o a um problema de optimização do objectivo associado ao critério “relevante”.

Como estamos perante um conflito entre critérios, a entidade responsável ou o agente de decisão tem de estudar os compromissos a efectuar com vista a encontrar a solução que lhe pareça mais satisfatória.

O problema multicritério está relacionado com métodos e procedimentos, pelos quais os vários critérios podem ser formalmente associados a um processo de análise. De uma forma geral, estes problemas dividem-se em problemas multiatributo e multiobjectivo.

Os primeiros caracterizam-se pela existência de um número finito de alternativas explicitamente conhecidas, a avaliar em presença de múltiplos critérios. Os problemas multiobjectivo referem-se aos casos em que as alternativas são definidas implicitamente por um conjunto de restrições e os critérios são operacionalizados através de funções a otimizar.

De acordo com a natureza das variáveis (contínuas, discretas), dos coeficientes (determinísticos, estocásticos ou difusos), das funções objectivo (lineares, não lineares), das restrições (lineares, não lineares), da região admissível (convexa, não convexa), existe uma enorme variedade de problemas de optimização multiobjectivo.

Destes o problema mais estudado é o de programação linear multiobjectivo, que é também o que apresenta menos dificuldades a nível de tratamento (quer em termos teóricos quer do ponto de vista computacional) se comparado com outros modelos de programação matemática multiobjectivo. No entanto, o estudo de um caso real requer muitas vezes a necessidade de incorporar fenómenos discretos, como, por exemplo, a existência de custos fixos, níveis de produção ou condições lógicas. Assim, torna-se necessário recorrer a variáveis discretas para modelar o problema. Estes problemas são classificados como modelos de programação linear inteira multiobjectivo, caso do modelo aplicado ao problema em estudo nesta dissertação ou de programação linear inteira-mista multiobjectivo.

A resolução de um problema de optimização monocritério consiste basicamente em encontrar uma solução óptima para a respectiva função objectivo. Já o mesmo não sucede com os problemas multiobjectivo, uma vez que não existe, em geral, uma solução que optimize em simultâneo todas as funções objectivo do problema. Assim, o conceito de solução óptima dá lugar à noção de conjunto de soluções não dominadas (eficientes, óptimas de Pareto).

Considere-se o problema biobjectivo:

$$\begin{aligned} & \min f_1(x) \\ & \min f_2(x) \\ & s. a. \quad x \in X \end{aligned}$$

Definição 3.1.1. Uma solução admissível $x \in X$ é solução eficiente ou óptima de Pareto se e só se, não existe nenhuma outra solução admissível $x' \in X$ tal que $f_1(x') \leq f_1(x)$ e $f_2(x') \leq f_2(x)$ com a desigualdade estrita em pelo menos um dos objectivos.

Definição 3.1.2. Designa-se por solução não dominada a imagem de uma solução eficiente no espaço dos critérios, isto é, $(f_1(x), f_2(x))$ é solução não dominada se, e só se, x é solução eficiente.

Uma solução **não dominada** é caracterizada pela inexistência de uma outra solução admissível que melhore simultaneamente todos os objectivos, isto é, a melhoria de um dos objectivos será à custa de piorar, pelo menos, um dos restantes. Por outro lado uma solução admissível diz-se **dominada** por outra, se ao passar da primeira para a segunda existir melhoria num dos objectivos sem que se altere os restantes.

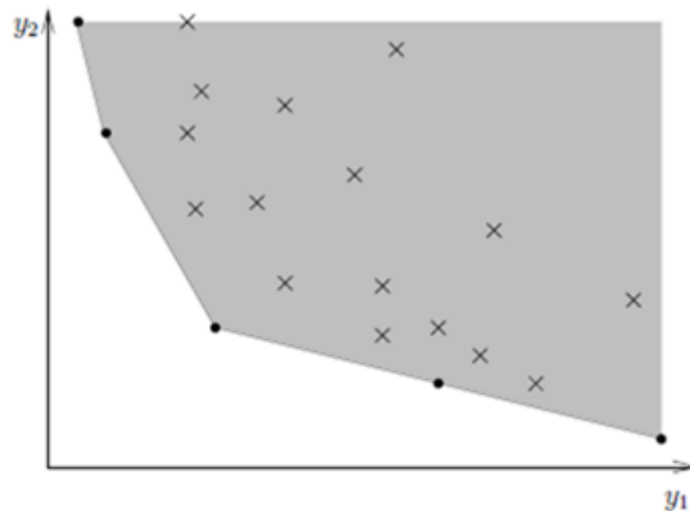


Figura 3: Espaço das soluções dominadas e não dominadas

Na Figura 3 estão identificadas no espaço dos objectivos soluções não dominadas e dominadas representadas por pontos e cruces respectivamente.

Depois de encontradas as soluções não dominadas, cabe ainda ao agente de decisão expressar a sua preferência e seleccionar uma solução de compromisso final.

Existem várias técnicas para analisar problemas de optimização multiobjectivo, sendo que a mais usual é a classificação de Cohon (1985). Em geral esta classificação divide-se em dois princípios base: métodos baseados na preferência e métodos geradores.

Quanto à primeira classificação a decisão pode ser feita *a priori*: são reunidas as preferências do agente de decisão no início do processo de resolução e é-lhe apresentada uma solução, que vá de encontro às preferências estabelecidas por ele inicialmente. A maior dificuldade deste processo prende-se com o facto de não ser possível, na maior parte dos casos, obter uma representação matemática de uma função utilidade por parte do agente de decisão. Ou a decisão é estabelecida por *interactividade* (“articulação progressiva de preferências”), ou seja, o agente de decisão expressa as suas preferências através de um diálogo com a componente

procedimento de cálculo, de modo a conduzir a pesquisa para a região admissível onde se encontram as soluções que melhor se enquadram às suas preferências; ou a decisão é feita *a posteriori*: neste caso são apresentadas ao agente de decisão todas as soluções eficientes do problema (ou parte), e este selecciona, a solução, de acordo com as suas preferências. Um dos problemas deste método deve-se ao elevado esforço computacional requerido para o cálculo de soluções eficientes.

De uma forma geral, o método em que a decisão é tomada de forma interactiva tem-se mostrado como o mais adequado e eficaz na pesquisa de uma solução final de compromisso.

Os métodos que usam o cálculo exaustivo na identificação de um conjunto de soluções, exigem um elevado esforço computacional e relegam para segundo plano o factor humano na análise da solução. Assim, não se tem em conta um factor importante que poderia servir de apoio na resolução do problema, visto existirem múltiplos objectivos em conflito e consequentemente um grande grau de subjectividade no problema.

Os métodos interactivos aproveitam a intervenção do agente de decisão para diminuir a zona de pesquisa (região admissível) do problema, de forma a minimizar o esforço computacional e também do próprio agente de decisão. Na Figura 4 apresenta-se um esquema representativo dos métodos de optimização multiobjectivo.

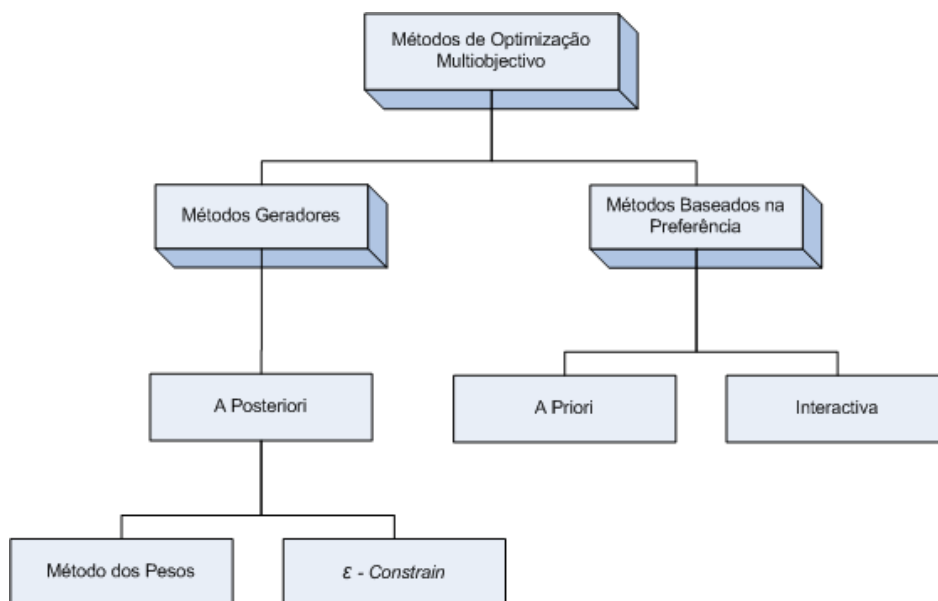


Figura 4: Métodos de Optimização Multiobjectivo

3.2. Descrição do método interactivo utilizado para obter soluções não dominadas

Para o problema em estudo na dissertação a obtenção das soluções ótimas de Pareto é realizada através de um método interactivo que foi desenvolvido por Ferreira, et al., (1994), e que teve como base de partida um método iterativo desenvolvido por Chalmet, Lemonidis, & Elzinga, (1986) para a resolução de problemas em programação linear inteira com dois objectivos.

O método consiste em resolver para cada iteração, numa sub-região do conjunto de soluções não dominadas, um problema de localização com um só objectivo, que é a combinação linear convexa das duas funções objectivo originais e ainda com duas restrições adicionais. Assim, consegue-se garantir, com base no resultado de Ross & Soland, (1980), a possibilidade de obter todas as soluções não dominadas do problema, mesmo as soluções não suportadas.

O método inicia-se com uma primeira iteração, onde são calculados os dois mínimos lexicográficos, ficando assim definida toda a região onde podem existir soluções não dominadas. Para as iterações seguintes existem duas possibilidades, ou se encontram novas soluções não dominadas, ou se conclui que não existem soluções não dominadas na sub-região analisada.

Considere-se o modelo **(P1)**, referido no **capítulo II**, em que se minimiza os custos totais e o efeito obnócio total.

Determina-se o mínimo relativo à função custos:

$$\min C = \sum_{i \in I} \sum_{j \in M_i} q_i c_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_j} f_{jt} y_{jt} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_j} v m_{jt} w_{jt}$$

s.a. (3), (4), (5), (6), (7) e (8).

Designa-se por C_1 o valor mínimo obtido para esta função.

Determina-se o efeito obnócio total mínimo:

$$\min EF = \sum_{j \in J} \sum_{t \in T_j} l_{jt} y_{jt}$$

s.a. (3), (4), (5), (6), (7) e (8).

Designa-se por EF_1 o valor mínimo obtido para o efeito obnócio total

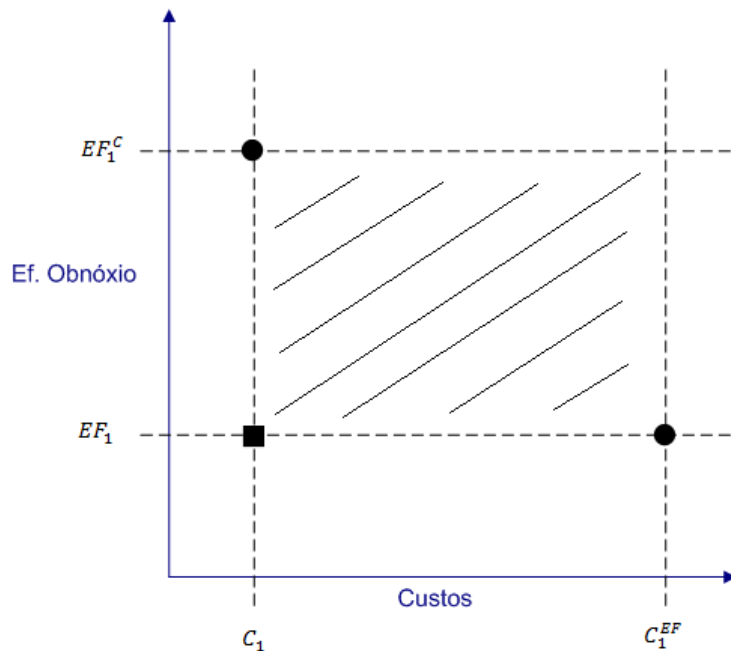


Figura 5: Região onde pesquisar soluções não dominadas no espaço dos objetivos.

Se o ponto ideal (C_1, EF_1) corresponder a uma solução admissível não existe conflito entre os objectivos considerados. Neste caso como estamos perante objectivos conflituosos determinam-se os mínimos lexicográficos, delimitando-se assim a região onde pesquisar soluções não dominadas (ver Figura 5).

O mínimo lexicográfico correspondente aos custos totais obtém-se resolvendo o problema:

$$\begin{aligned} & \min C \\ \text{s. a. } & (3), (4), (5), (6), (7) \text{ e } (8). \\ & EF \leq EF_1 \end{aligned}$$

O mínimo lexicográfico correspondente ao efeito obnóxico obtém-se resolvendo o problema:

$$\begin{aligned} & \min EF \\ \text{s. a. } & (3), (4), (5), (6), (7) \text{ e } (8). \\ & C \leq C_1 \end{aligned}$$

A próxima solução não dominada na região delimitada pelos mínimos lexicográficos obtém-se resolvendo o seguinte problema monocritério.

$$\begin{aligned} & \min \lambda C + (1 - \lambda)EF \\ \text{s. a. } & x \in X \\ & C \leq C_1^{EF} - 1 \\ & EF \leq EF_1^C - 1 \end{aligned}$$

Podemos delimitar a região onde pesquisar soluções não dominadas deste modo porque os coeficientes das variáveis nas funções objectivo são inteiros.

Pode fazer-se a pesquisa de soluções não dominadas nas sub-regiões delimitadas por duas soluções adjacentes não dominadas ou em sub-regiões escolhidas pelo agente de decisão.

Na Figura 6 apresenta-se esquematicamente o método interactivo utilizado:

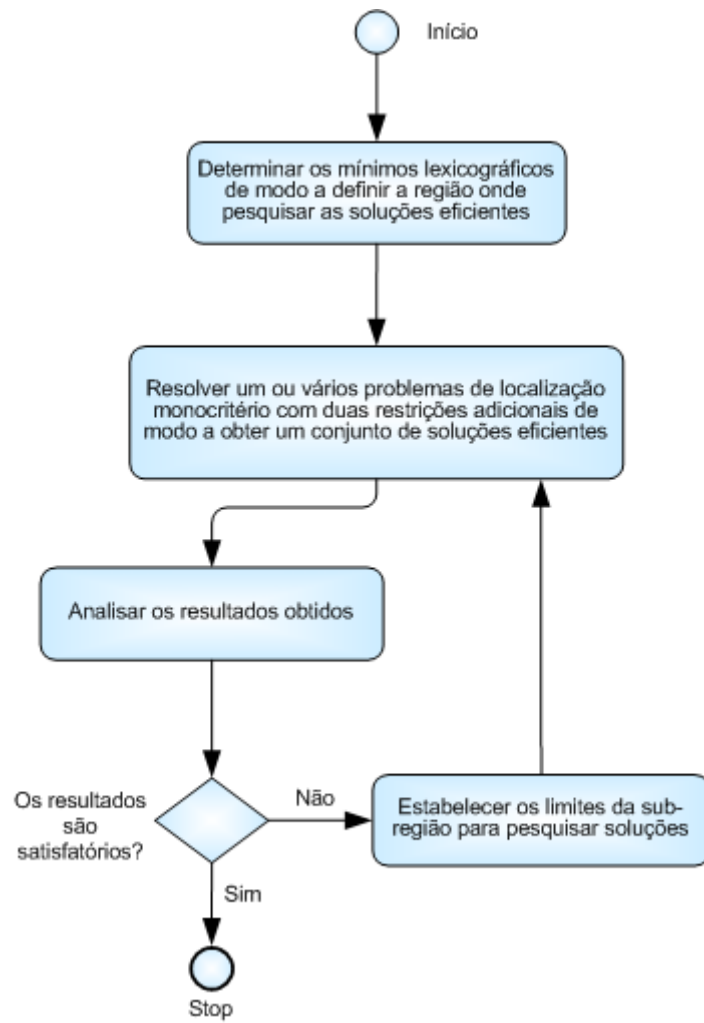


Figura 6: Método Interativo

CAPÍTULO IV: ANÁLISE COMPARATIVA DOS MODELOS

Neste capítulo os modelos apresentados para o problema de localização de serviços semiobnóxios com restrições de capacidade por níveis são comparados em termos de tempos médios de execução e equidade das soluções obtidas.

4.1. Descrição dos casos estudados

Os casos de estudo apresentados nesta dissertação dizem respeito ao território continental português. No estudo realizado considerou-se a totalidade dos municípios de Portugal continental. Com base nas coordenadas geográficas dos municípios e nas coordenadas geográficas dos potenciais locais de instalação de serviços, estas últimas, na sua maioria geradas aleatoriamente calcularam-se as distâncias euclidianas e com base nestas o efeito obnócio. Quanto à quantidade de serviço requerida por cada município considerou-se a população total de cada município (obtida pelos censos de 2007 INE). Assumiu-se que a quantidade de resíduo sólido produzida em cada município é proporcional ao número de habitantes. A cada município foi atribuído um peso que é função do número de habitantes. Cada caso de estudo corresponde a várias sub-regiões de Portugal continental englobando um número variável de municípios. Considerou-se que o município com maior número de habitantes seria o de maior importância, sendo-lhe atribuído o peso 100. A importância de cada um dos outros municípios foi calculada através do rácio entre a população desse município e a que corresponde ao município com maior população de forma percentual. Para cada um dos exemplos consideraram-se zonas do país com 30, 50 e 100 municípios, e 5, 10 e 15 potenciais locais de instalação de serviços para cada uma das zonas escolhidas. Considerou-se para cada potencial local de instalação de serviços a possibilidade de instalar um serviço de entre três possíveis tipos de serviço.

Na construção dos exemplos consideraram-se zonas com densidades populacionais diversas. Alguns exemplos correspondem a zonas com elevada densidade populacional enquanto que outros correspondem a zonas com uma densidade populacional muito baixa.

Para ilustrar os modelos apresentados para o problema em estudo construíram-se quatro exemplos práticos, que se designam por: exemplos 1, 2, 3 e 4 (Figura 7, Figura

8, Figura 9 e Figura 10 respectivamente). Para cada um dos exemplos as zonas foram escolhidas tendo em conta vários critérios que as diferenciassem. Assim, considerou-se a densidade populacional, a riqueza da rede rodoviária e o relevo. Procurou-se escolher, por exemplo, zonas do país mais povoadas do que outras, escolher zonas onde as estradas fossem distribuídas de diferente modo, isto é, zonas no norte e centro onde a rede rodoviária é muito mais extensa do que no sul, por exemplo. Outro aspecto importante que foi tido em conta para a escolha das diferentes zonas, tal como referido anteriormente, foi o aspecto do relevo territorial, ou seja, na região norte do país encontra-se um relevo predominantemente montanhoso, ao contrário da restante região do país que é mais plana. Este factor é importante especialmente no que diz respeito ao efeito obnócio produzido sobre cada uma das comunidades. A existência de uma zona montanhosa funciona como barreira na dispersão do efeito obnócio (gases libertados por incineradoras, estações de tratamento, ...)

Nestes exemplos os potenciais locais para a instalação dos serviços foram escolhidos de acordo com alguns critérios pré-estabelecidos. Os potenciais locais de instalação de serviços deveriam estar o mais afastado possível das comunidades e sobretudo em sítios onde a densidade populacional fosse bastante baixa ou mesmo nula, de modo a que o efeito nocivo fosse minimizado, mas ao mesmo tempo relativamente próximos para que pudessem servir essas mesmas comunidades. Estes potenciais locais de instalação de serviços, foram também escolhidos para que estivessem próximos de estradas. Deste modo os custos fixos de instalação não são agravados, uma vez que deixaria de ser necessário construir vias de acesso até aos potenciais locais de instalação de serviços. Teve-se também em linha de conta o relevo do terreno. A instalação de um serviço numa região ou zona montanhosa pode afectar significativamente os custos de transporte uma vez que seria necessário percorrer vários quilómetros para contornar uma zona montanhosa. Foram ainda determinadas todas as distâncias quilométricas reais entre os municípios escolhidos e os potenciais locais de instalação dos serviços. Assim, nestes quatro exemplos práticos os dados correspondentes ao número de indivíduos de cada município do território nacional, às coordenadas geográficas de cada município do território continental e às distâncias quilométricas e euclidianas entre cada um dos municípios estudados e potenciais locais de instalação de serviços são reais.

Apresentam-se de seguida as zonas consideradas para estes quatro exemplos bem como o número de municípios (n) e potenciais locais de instalação de serviços (m) considerados (ver figuras 7, 8, 9, e 10). Em cada potencial local de instalação de serviços, pode escolher-se um tipo de entre três possíveis tipos de serviços.

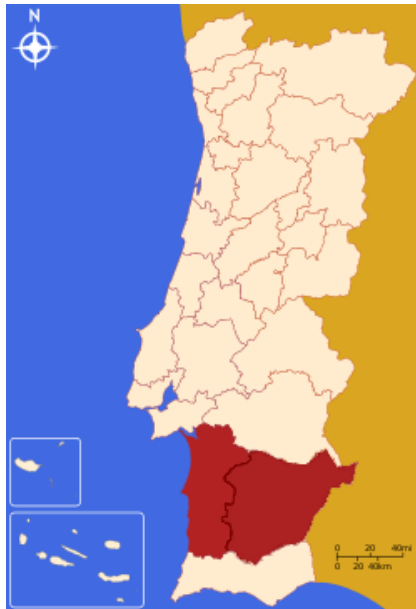


Figura 7: Exemplo 1
n=18, m=5

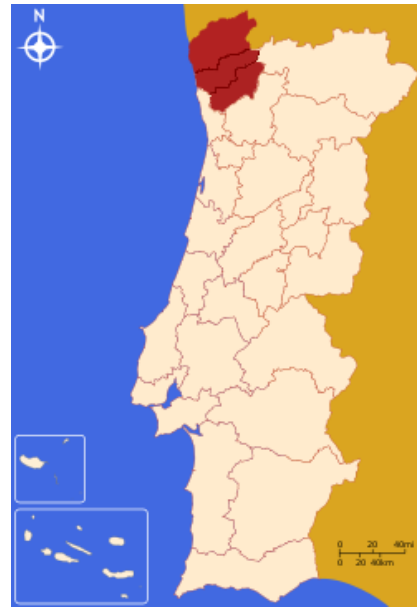


Figura 8: Exemplo 2
n=24, m=4

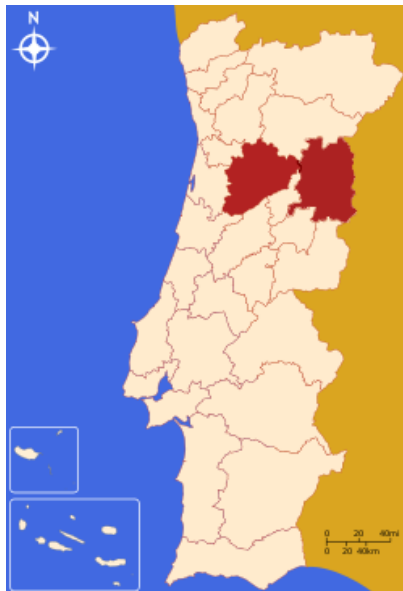


Figura 9: Exemplo 3
n=24, m=6

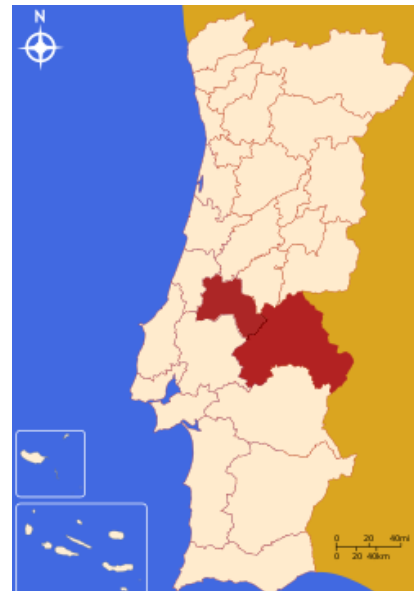


Figura 10: Exemplo 4
n=25, m=5

Para os restantes exemplos escolheu-se um número de municípios igual a 30, 50 e 100 em várias regiões de Portugal continental com características distintas. Para cada número de municípios consideraram-se quatro exemplos que variam nas sub-regiões escolhidas de acordo com o critério da densidade populacional. Para cada número de municípios fixo considerou-se para o número de potenciais locais de instalação de serviços 5, 10 e 15. Consideraram-se três níveis para cada serviço. As coordenadas dos municípios correspondem às coordenadas reais do centro do município. Tal como referido anteriormente, a quantidade de serviço requerida por cada município corresponde ao número total de habitantes do município e a sua importância é uma função deste número. As coordenadas correspondentes aos potenciais locais de instalação de serviços foram geradas aleatoriamente na área delimitada pelo conjunto de municípios escolhidos para cada exemplo.

A geração das capacidades máximas dos vários tipos de serviços e os correspondentes custos de instalação e operação baseou-se em regras semelhantes às propostas por Correia, (2001).

Quanto às capacidades mínimas de utilização dos serviços $b_{jl} = 1$ para todo o potencial local de instalação j e $b_{jt} = B_{j(t-1)} + 1, \forall j \in J, t \in T_j$. As capacidades máximas são tais que $B_{jt} = (unif / 100) * kk, \forall j \in J$, (*unif* segue uma uniforme discreta em 60, 150) e $B_{jt} - B_{j(t-1)}$ segue uma uniforme discreta em $[kk, 5kk]$, onde $kk = \left\lfloor \frac{\sum_{i \in I} q_i}{\sum_{j \in J} t_j} \right\rfloor$ é uma capacidade média por nível de serviço ($\lfloor x \rfloor$ representa o maior inteiro menor ou igual a x).

Para cada local e para cada nível geraram-se custos variáveis de operação e custos fixos de utilização.

Os custos variáveis unitários de operação dos serviços, vm_{jt} para $j \in J$ e $t \in T_j$ são gerados de acordo com a expressão $vm_{jt} = \left\lfloor \frac{\vartheta_j}{\sqrt{B_{jt}}} \right\rfloor$ onde ϑ_j é uma uniforme em $\left[5000 \times \sqrt{\frac{n}{2m}}, 5000 \times \sqrt{\frac{n}{2m}} + 200 \right]$. Assim, os valores dos custos unitários de operação diminuem à medida que a capacidade B_{jt} aumenta e apresentam valores semelhantes para capacidades da mesma ordem de grandeza. Os custos fixos de instalação f_{jt} são gerados usando a expressão $f_{jt} = \lfloor \pi_j + \theta_j \sqrt{B_{jt}} \rfloor$, onde π_j tem uma

distribuição uniforme em $[200, 300]$ e θ_j uma distribuição uniforme em $[\alpha, \alpha + 30]$, α para cada exemplo gerado garante que se verifica a desigualdade

$$f_{jt} + u_{jt}B_{j(t-1)} > f_{j(t-1)} + u_{j(t-1)}B_{j(t-1)}.$$

u_{jt} é dado por $u_{jt} = \left\lfloor \frac{\psi_j}{\sqrt{B_{jt}}} \right\rfloor$ onde

ψ_j é uma Uniforme em $\left[15000 \times \sqrt{\frac{n}{2m}}, 15000 \times \sqrt{\frac{n}{2m}} + 300 \right]$.

O efeito obnócio, como referido anteriormente, foi calculado de duas maneiras distintas:

- Como uma função inversamente proporcional ao cubo da distância euclidiana
- Como uma função da distância euclidiana linear por partes.

Quando o efeito obnócio é dado por uma função inversamente proporcional ao cubo da distância euclidiana procedeu-se do modo que a seguir se apresenta.

Relativamente ao efeito obnócio causado por um serviço, considera-se que para os serviços de nível 1 o efeito obnócio é calculado usando a expressão:

$$l_{j1} = \sum_{i \in I} a_i \frac{1}{d_{ij}^3}$$

ou

Para os serviços de níveis superiores, a que correspondem maiores capacidades considera-se que, faz sentido um maior investimento em equipamentos mais sofisticados, isto é, equipamentos que permitem uma maior redução no efeito obnócio produzido. Considera-se que, também ao nível do efeito obnócio há uma economia de escala. O investimento em equipamento leva a uma redução no efeito obnócio por unidade de capacidade. Assim, para níveis t superiores a 1, tem-se:

$$l_{jt} = \left(1 + \eta_{jt} \frac{B_{jt} - B_{j(t-1)}}{B_{j(t-1)}} \right) \times l_{j(t-1)}$$

$\frac{B_{jt}-B_{j(t-1)}}{B_{j(t-1)}}$ representa a taxa de acréscimo na capacidade de um serviço quando se passa de um nível para um outro de nível a que corresponde uma capacidade maior.

O parâmetro η_{jt} representa a redução no efeito obnócio que advém da adequação dos serviços com equipamentos mais sofisticados. Assume-se que, quanto maior o investimento em equipamentos, maior a redução produzida no efeito obnócio. A escolha do valor η_{jt} é feita de modo a reflectir este facto.

Método de calculo de η_{jt} :

1. Para $j \in J$ e $t \in T_j$ e $t > 1$ calcular $r_1 = \frac{f_{jt}-f_{j(t-1)}}{B_{jt}-B_{j(t-1)}}$
2. se $r_1 \leq 1$ fazer $\eta_{jt} = 1 - r_1$ caso contrário $\frac{1}{r_1}$

Quando o efeito obnócio é dado por uma função da distância euclidiana linear por partes, para os serviços de nível 1, é calculado usando a expressão:

$$\ell_{j1} = \sum_{i \in I} a_i \times f(d_{ij})$$

e pelo procedimento descrito a seguir.

Para cada exemplo determinou-se a distância euclidiana máxima (D_{max}) e a distância euclidiana mínima (D_{min}) entre as comunidades e os potenciais locais de instalação de serviços. Considerou-se em todos os exemplos estudados três secções e em cada uma destas considerou-se o declive S_j e a ordenada na origem K_j da recta correspondente. Seja $a = \frac{D_{max}-D_{min}}{3}$ a amplitude de cada uma das secções consideradas.

Para os exemplos testados, tal como se apresenta na Figura 11, considerou-se que na primeira secção, isto é, no intervalo $[D_{min}, X_1]$, onde $X_1 = D_{min} + a$, o efeito obnócio é dado por uma função que é uma recta com declive $S_1 = -0.577$. Se considerarmos EF_1 o valor correspondente ao máximo efeito obnócio, isto é, o efeito sofrido pelo

indivíduo que está à distância mínima, tem-se $K_1 = EF_1 - S_1 D_{min}$. Para todos os exemplos testados considerou-se $EF_1 = 900$.

No intervalo $[X_1, X_2]$, onde $X_2 = X_1 + a$, considera-se uma recta com declive de $S_2 = -0.176$ e ordenada na origem $K_2 = EF_2 - S_2 X_1$. No intervalo $[X_2, D_{max}]$ o efeito obnócio mantém-se constante e igual a $K_3 = S_2 X_2$.

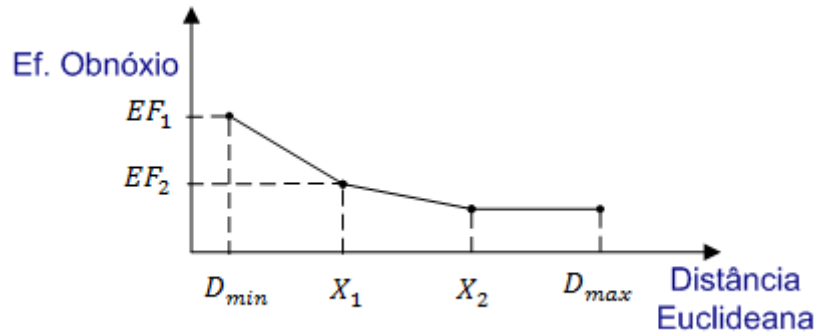


Figura 11: Efeito Obnócio dado por uma Função Linear por Partes

Pretende-se, deste modo, simular o facto do efeito obnócio decrescer mais rapidamente com a distância euclidiana na primeira secção, que corresponde aos municípios mais próximos dos serviços instalados. Quanto maior a distância euclidiana, menos o decréscimo por unidade produzido no efeito obnócio até que a partir de certa distância este mantêm-se constante.

Tal como para o caso em que o efeito obnócio é inversamente proporcional ao cubo da distância euclidiana, para níveis t superiores a 1, tem-se:

$$\ell_{jt} = \left(1 + \eta_{jt} \frac{B_{jt} - B_{j(t-1)}}{B_{j(t-1)}} \right) \times \ell_{j(t-1)}$$

A distância quilométrica medida entre os municípios e os potenciais locais de instalação de serviços foi gerada aleatoriamente com base na distância euclidiana. Assumiu-se que às regiões com maior densidade populacional correspondia uma melhor rede de estradas. Assim, atribui-se a cada zona um factor correspondente à densidade da rede de estradas. Seja dd a densidade dada em percentagem da rede de estradas numa determinada zona. Gerou-se uma uniforme em $[0, 100]$. Se o valor

obtido, *unif*, for menor que *dd* a distância quilométrica é dada por $d_{ij} (1 + (100 - unif)/100)$ onde d_{ij} é a distância euclidiana entre o município *i* e o potencial local de instalação *j*. Caso contrário a distância quilométrica é dada por $d_{ij} (1 + 1.5 \times unif/100)$. Tentou-se, deste modo, simular uma rede de estradas em cada uma das zonas que fosse o mais parecido possível com a realidade. Considerou-se para todos os exemplos o custo por quilómetro e por unidade transportada igual a 0.3.

4.2. Medidas de Equidade

Em relação à localização de serviços que possam beneficiar as comunidades e populações em geral, é importante ter uma ideia da equidade das soluções obtidas. Isto é especialmente importante quando se trata de serviços que também provocam um efeito nocivo sobre essas mesmas comunidades tal como é o caso dos serviços semiobnóxios.

Existem várias medidas para medir a equidade das soluções obtidas ((E. Erkut, 1993) (Marsh & Schilling, 1994) e (Ferreira, Santos, Fonseca, Captivo, & Clímaco, 1996)). No caso do problema em estudo nesta dissertação optou-se por usar as medidas de equidade que a seguir se apresentam.

Para cada comunidade *i*, sejam E_i e A_i , respectivamente, o efeito exercido sobre cada comunidade e o peso associado a cada comunidade. \bar{A} representa o peso médio das comunidades, \bar{E} o efeito médio exercido sobre as comunidades e seja *N* o número de comunidades.

Como estamos perante problemas com dois objectivos, E_i , representa ou uma medida do efeito obnóxio exercido sobre as comunidades ou uma medida da acessibilidade das comunidades aos serviços.

Têm-se então as seguintes medidas de equidade:

1. Coeficiente de Gini: $\frac{\sum_{i \in I} \sum_{h \in I} |E_i - E_h|}{2N^2 \bar{E}}$: é uma medida de desvio, que varia neste caso no intervalo [0,1]. Um valor deste coeficiente perto de um representa uma grande desigualdade quer no que diz respeito à exposição das comunidades ao efeito obnóxio quer no que diz respeito à acessibilidade das comunidades aos serviços, dependendo naturalmente de se considerar E_i como uma medida, respectivamente, do efeito obnóxio ou da acessibilidade das comunidades aos

serviços. Um valor deste coeficiente próximo de zero representa uma distribuição bastante equitativa.

2. Coeficiente de concentração de Hoover: $\frac{1}{N} \sum_{i \in I} \left| \frac{E_i}{E} - \frac{A_i}{A} \right|$: é um coeficiente que compara a proporção do efeito exercido sobre a comunidade i com a proporção do peso dessa mesma comunidade. Este coeficiente reflecte a filosofia de uma partilha proporcional do efeito sobre as comunidades.

4.3. Resultados Computacionais

Neste capítulo apresentam-se os resultados computacionais obtidos para os exemplos estudados. Os modelos apresentados para o problema de localização de serviços semiobnóxios com restrições de capacidade por níveis, foram comparados em termos de tempos médios de execução e equidade das soluções obtidas. Todos os resultados computacionais foram obtidos num computador Desktop com processador Intel Core 2 – 2.4GHz e 3.32 GB RAM. Os problemas foram resolvidos usando o *Solver* CPLEX 11.0 (ILOG 2007). Utilizaram-se os parâmetros por defeito desta ferramenta. Os modelos foram implementados na linguagem C ++.

Para dois dos quatro pequenos exemplos estudados (exemplo 1, 2, 3 e 4), apresentam-se três soluções não dominadas obtidas para os modelos P1, P2, P3 e P4.

Escolheram-se os exemplos 1 e 4 por corresponderem a regiões com características distintas. Os resultados obtidos para os exemplos 2 e 3 são semelhantes aos resultados obtidos para os exemplos 1 e 4. Para estes exemplos apresentam-se os mínimos lexicográficos para cada um dos modelos P1, P2, P3 e P4 e uma outra solução não dominada. O mínimo lexicográfico correspondente à função objectivo custos totais é igual para todos os modelos.

Observando as figuras 13 e 16 relativas, respectivamente, aos exemplos 1 e 4, onde se apresentam os mínimos lexicográficos relativos ao efeito obnóxio para os modelos P1, P2, P3 e P4, verifica-se que estes para P3 e P4 são iguais nos dois exemplos. Para os modelos P1 e P2 os mínimos lexicográficos são iguais para o exemplo 1 mas diferentes no exemplo 4.

Se compararmos os modelos P1 e P3 e os modelos P2 e P4 verificamos que, para os dois exemplos os mínimos lexicográficos relativos ao efeito obnóxio são diferentes.



Custos P1, P2, P3 e P4 = 168828223
 Ef. Obnócio Total P1= 1633376
 Max. Ef. Obnócio sobre o Indivíduo P2 = 14009
 Ef. Obnócio Total P3= 1453677
 Max. Ef. Obnócio sobre o Indivíduo P4 = 2264
 ■ - Potenciais locais de instalação de serviços
 ○ - Municípios
 - - Nível 1
 - - Nível 2
 - - Nível 3

Figura 12: Exemplo 1 - Mínimos Lexicográficos para os modelos P1, P2, P3 e P4 que minimizam os Custos

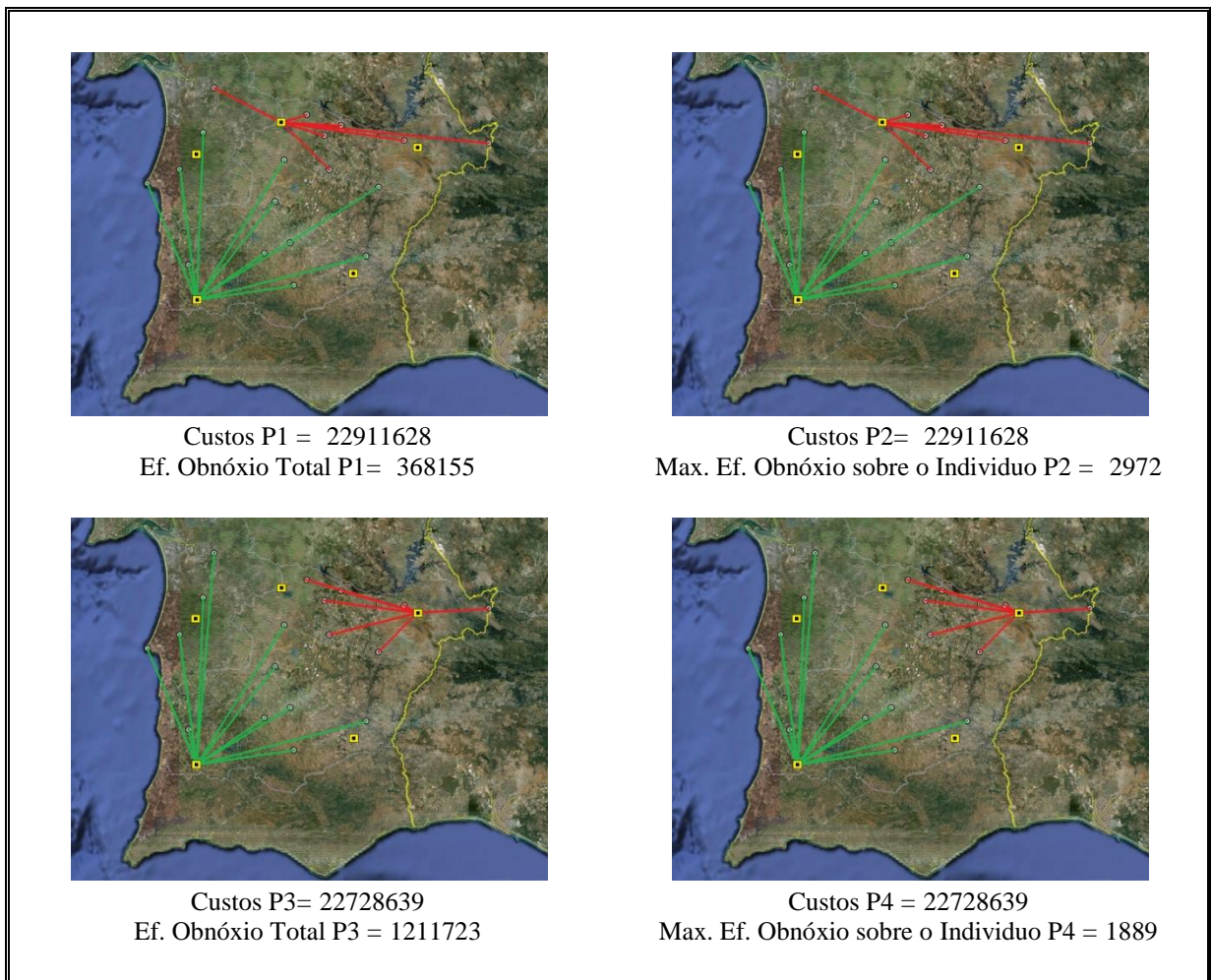


Figura 13: Exemplo 1 - Mínimos Lexicográficos para os modelos P1, P2, P3 e P4 que minimizam o Efeito Obnócio

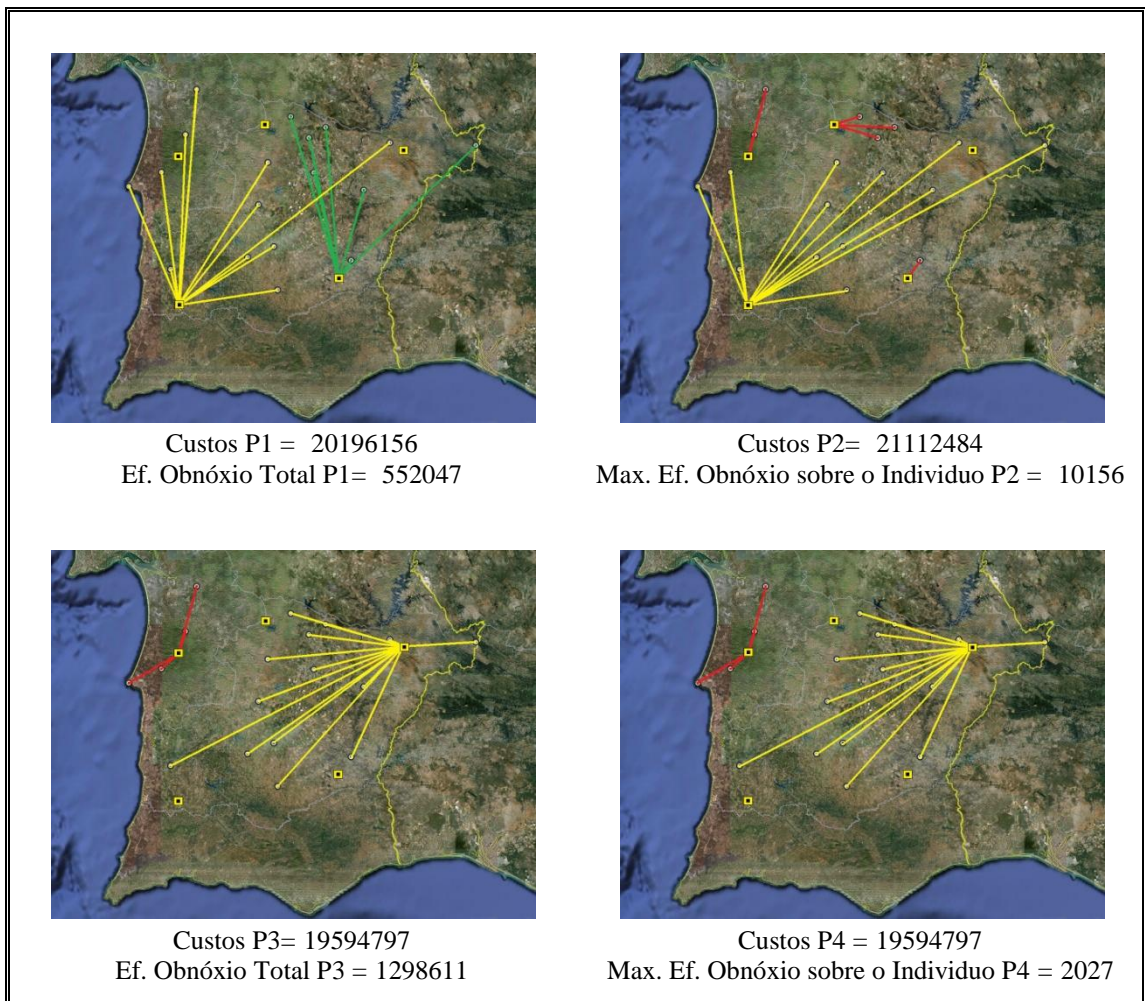
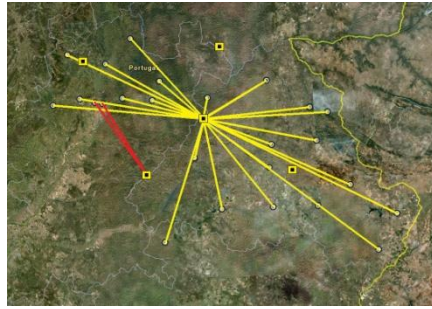


Figura 14: Exemplo 1 – Outras Soluções Não Dominadas para os modelos P1, P2, P3 e P4



Custos P1, P2, P3 e P4 = 32552766
 Ef. Obnócio Total P1= 665423
 Max. Ef. Obnócio sobre o Individuo P2 = 30138
 Ef. Obnócio Total P3= 1532510
 Max. Ef. Obnócio sobre o Individuo P4 = 2265

- - Potenciais locais de instalação de serviços
- ⊙ - Municípios
- (red) - Nível 1
- (green) - Nível 2
- (yellow) - Nível 3

Figura 15: Exemplo 4 - Mínimos Lexicográficos para os modelos P1, P2, P3 e P4 que minimizam os Custos

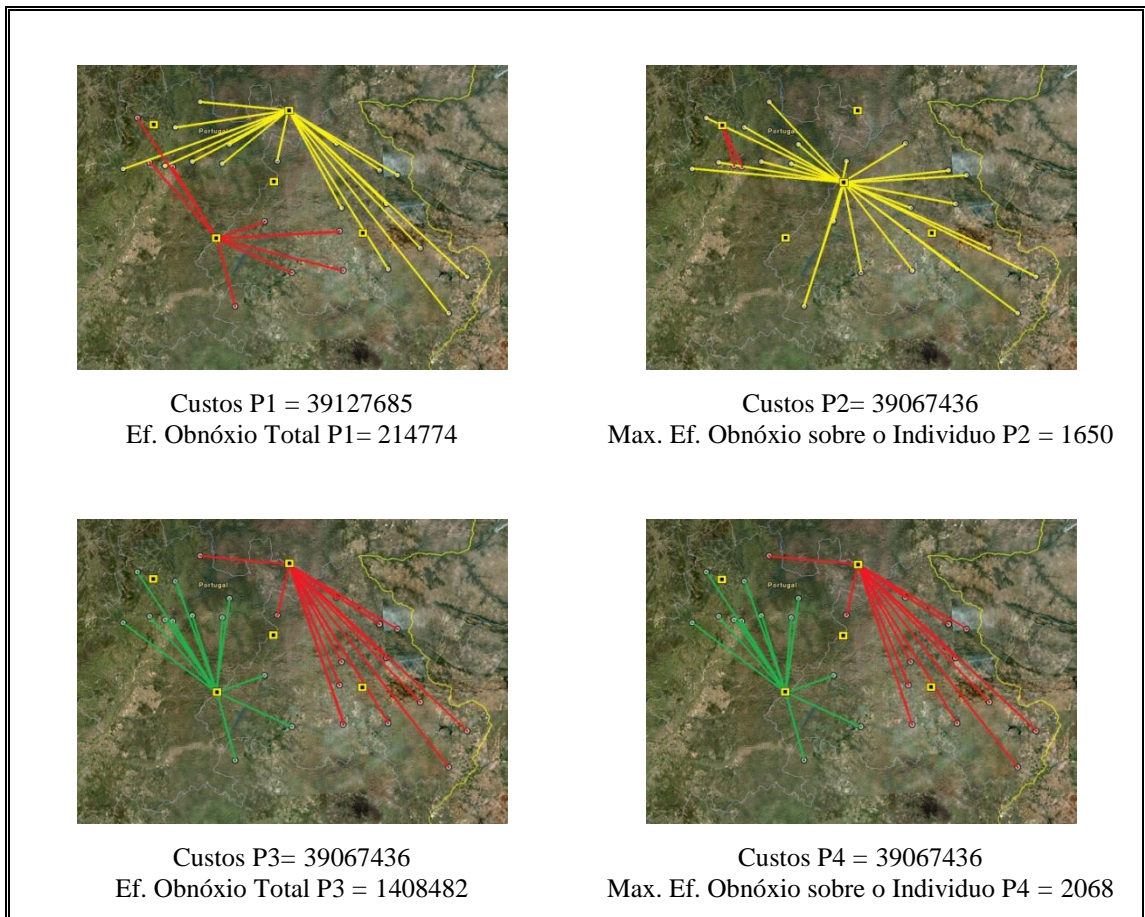


Figura 16: Exemplo 4 - Mínimos Lexicográficos para os modelos P1, P2, P3 e P4 que minimizam o Efeito Obnócio

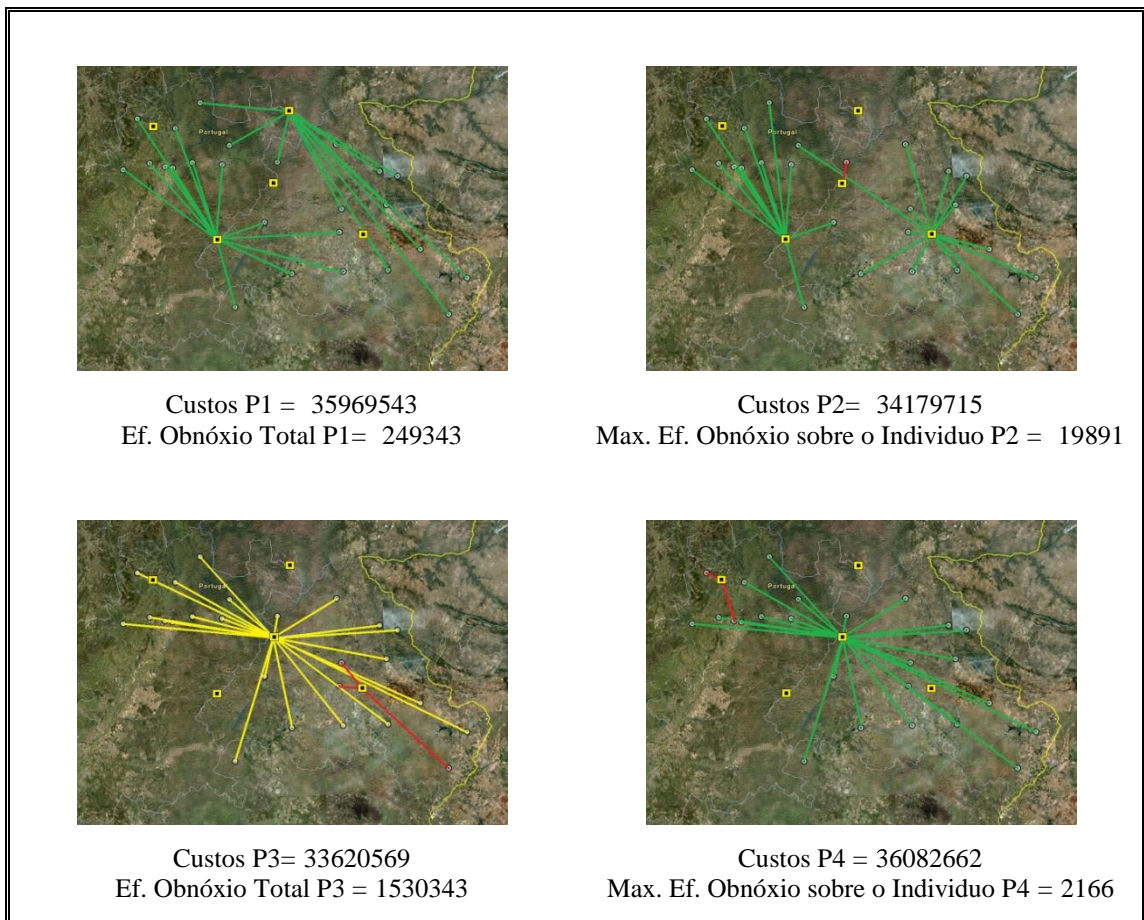


Figura 17: Exemplo 4 – Outras Soluções Não Dominadas para os modelos P1, P2, P3 e P4

Geraram-se vários exemplos que variam no número de comunidades consideradas e no número de potenciais locais de instalação de serviços. Nas figuras que se seguem apresentam-se as zonas escolhidas correspondentes aos exemplos estudados. Para os diferentes valores considerados para o número de municípios 30, 50 e 100, escolheram-se zonas de diferentes regiões do país com alguma diversidade em termos de densidade populacional e de rede rodoviária.

Em cada uma das zonas escolhidas considerou-se o número de potenciais locais de instalação de serviços igual a 5, 10 e 15 e o número de níveis igual a 3, tal como referido no ponto 4.1.

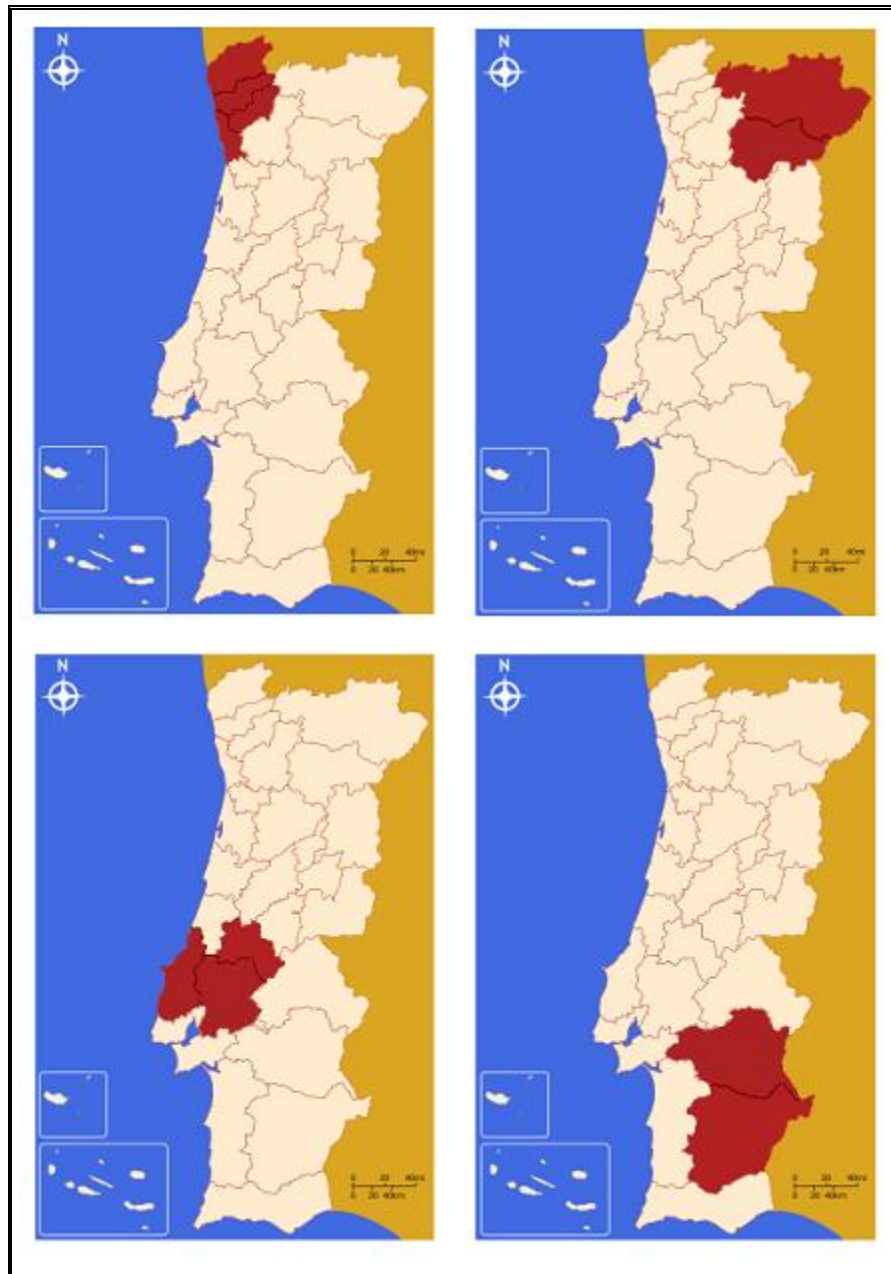


Figura 18: Regiões consideradas para 30 municípios

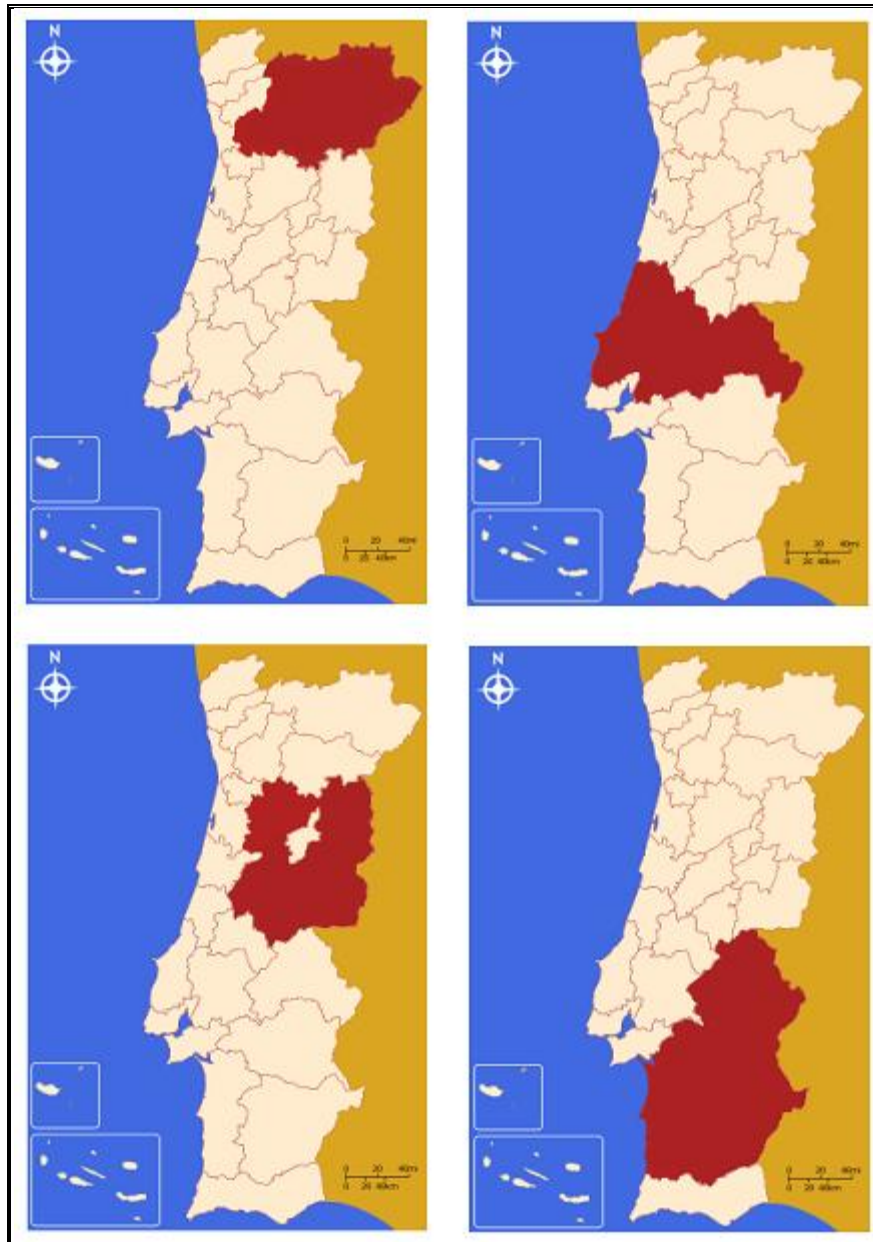


Figura 19: Regiões consideradas para 50 municípios

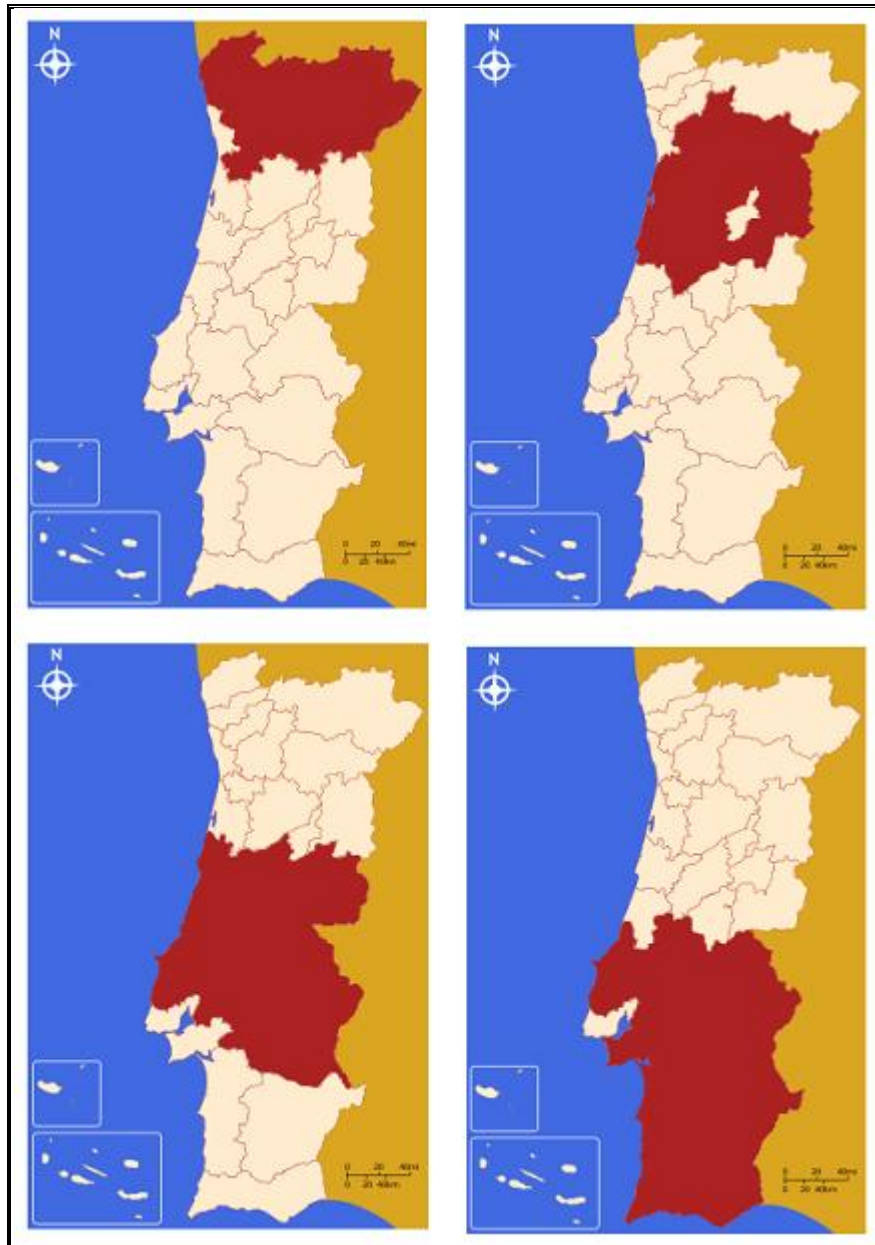


Figura 20: Regiões consideradas para 100 municípios

Os quatro modelos apresentados foram, com base nos resultados computacionais obtidos para estes exemplos, comparados considerando os tempos médios de execução e equidade das soluções obtidas. Os resultados apresentados referem-se a uma amostra de dimensão 34. Inicialmente foram gerados 36 exemplos mas para dois deles (exemplos com 100 municípios e 15 potenciais locais de instalação de serviços) não se obtiveram resultados ao fim de 5 horas de execução do programa.

Para medir a equidade das soluções, no que diz respeito ao efeito obnócio e à acessibilidade, foram utilizadas as medidas, Coeficiente de Gini e Coeficiente de

Hoover, referidas no ponto anterior. Para cada exemplo calculou-se a média relativa a cada uma destas medidas. Para a análise dos tempos médios e da equidade das soluções foi utilizado a ferramenta SPSS.

Na Figura 21 e na Figura 22, respectivamente, apresentam-se, os resultados obtidos para os tempos médios de execução relativos aos modelos P1 e P2

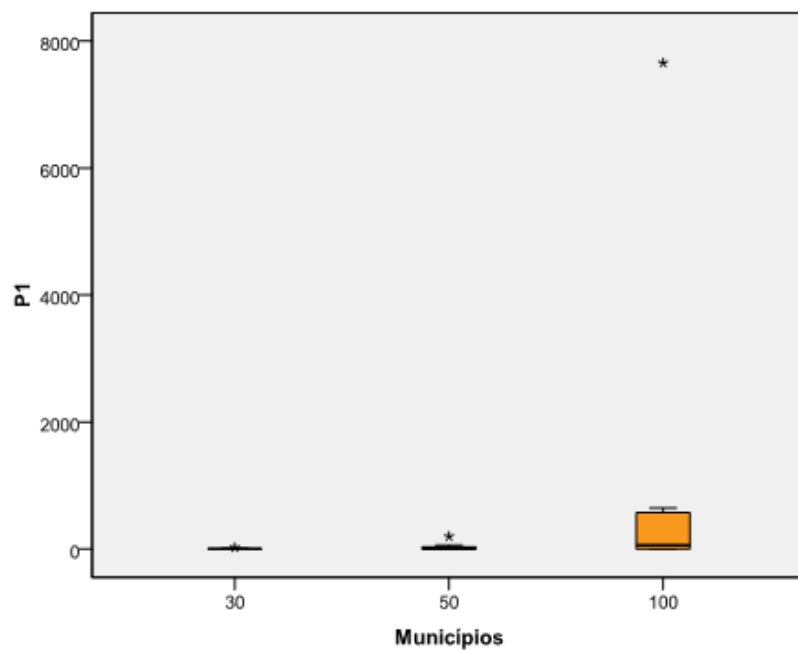


Figura 21: Tempos médios de execução para o modelo P1

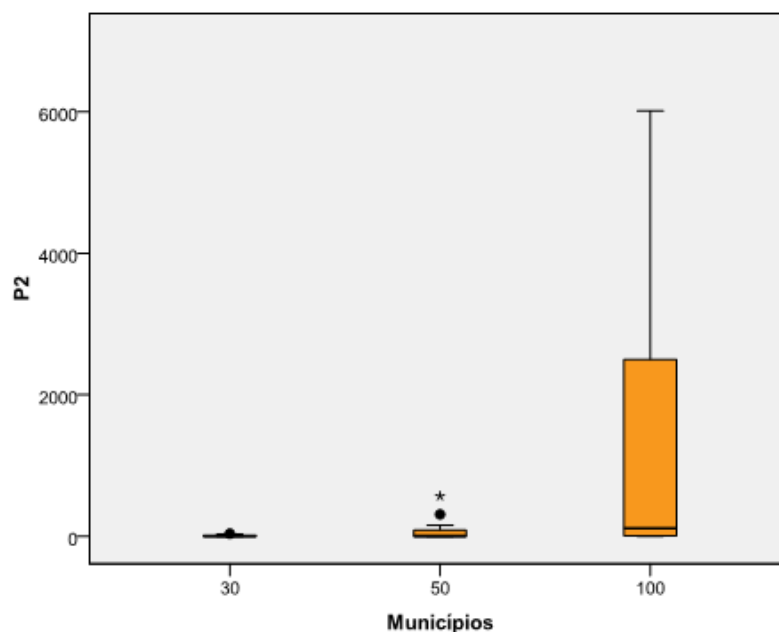


Figura 22: Tempos médios de execução para o modelo P2

Tal como expectáveis os tempos médios de execução aumentam sempre que o número de municípios aumenta.

Para as regiões com 30 e 50 municípios os tempos médios de execução são semelhantes para os dois modelos (P1 e P2). Para as regiões com 100 municípios verifica-se em qualquer um dos modelos um grande aumento nos tempos médios de execução. Existindo também uma grande dispersão nos resultados obtidos.

Tanto para o modelo P1 e P2 existem tempos médios de execução anormalmente elevados.

Nas Figura 23 e Figura 24 apresentam-se os resultados obtidos para os tempos médios de execução relativos aos modelos P3 e P4.

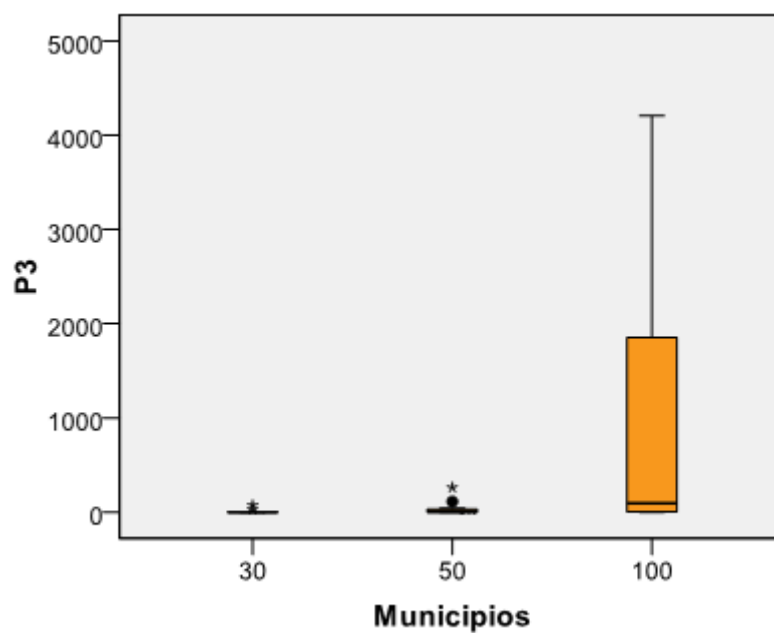


Figura 23: Tempos médios de execução para o modelo P3

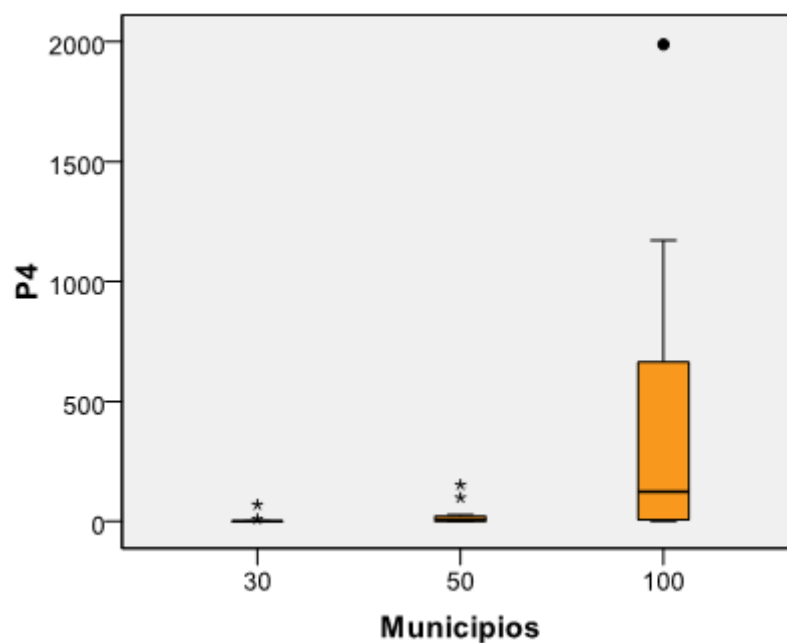


Figura 24: Tempos médios de execução para o modelo P4

Tal como para os modelos P1 e P2 os tempos médios de execução aumentam com o número de municípios escolhidos. Para os diferentes números de municípios considerados a distribuição dos tempos de execução obtidos para os modelos P3 e P4 são semelhantes. Tal como nos dois modelos anteriores para um número de municípios igual a 100 os tempos médios de execução apresentam uma maior

dispersão do que para um número de municípios igual a 30 e 50. Para o modelo P3, 75% dos casos testados têm tempos médios de execução inferiores a 1853 segundos ($\approx 30\text{min}$) e para o modelo P4 tempos médios de execução inferiores a 665 segundos ($\approx 11\text{min}$).

Nas figuras seguintes apresentam-se os resultados obtidos para o coeficiente de Gini e de Hoover relativos à acessibilidade e efeito obnóxico correspondentes ao modelo P1 e P2.

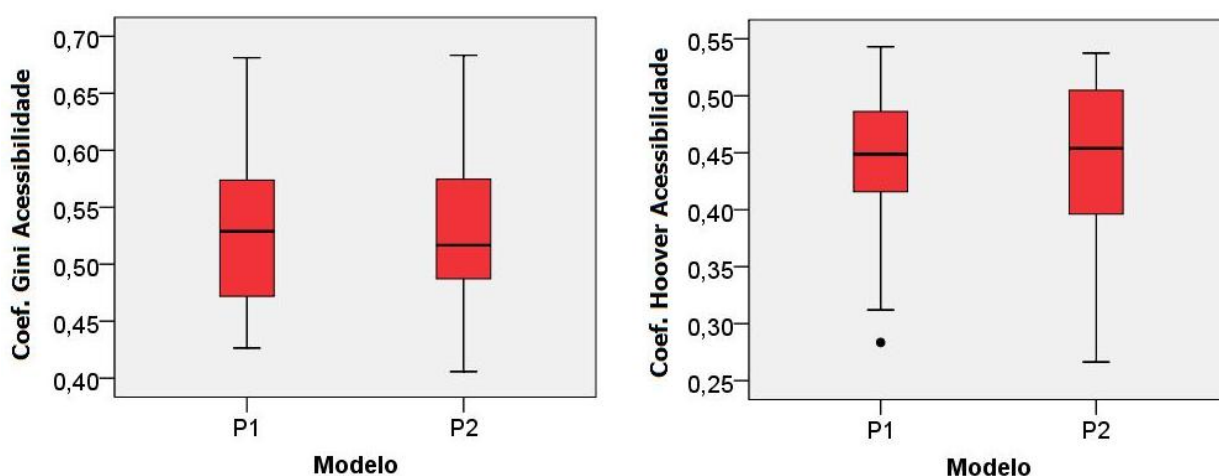


Figura 25: Coeficientes de Gini e de Hoover referentes à acessibilidade considerando os modelos P1 e P2

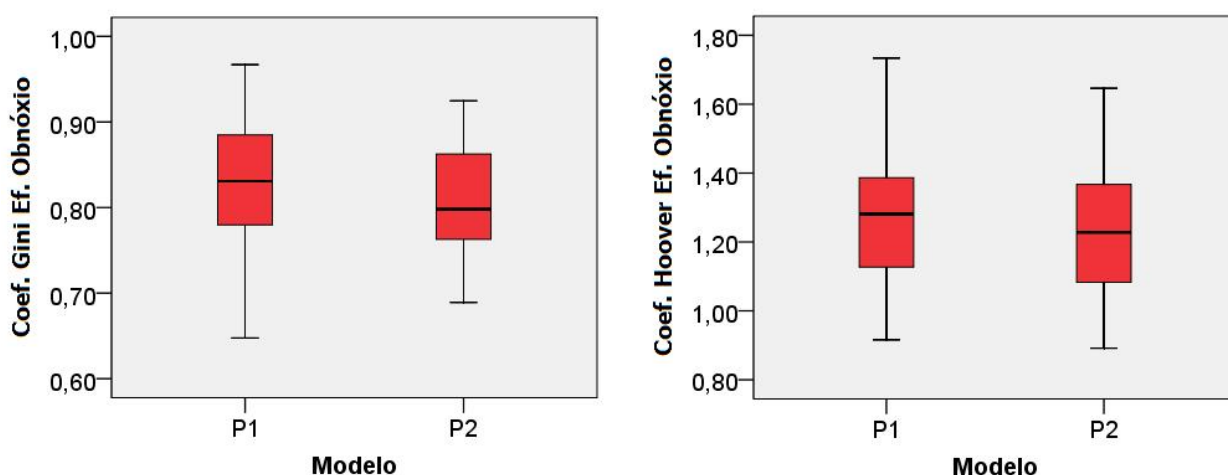


Figura 26: Coeficientes de Gini e de Hoover referentes ao efeito obnóxico total considerando os modelos P1 e P2.

Observando a Figura 25 verifica-se que os valores obtidos para o coeficiente de Gini e de Hoover para os modelos P1 e P2 quando se considera como medida de equidade a acessibilidade são de um modo geral pequenos. Para o coeficiente de Gini tem-se que em 75% dos casos este é inferior 0,57 sendo o máximo valor igual a 0,68. Conclui-se assim que os modelos P1 e P2 originam soluções equitativas relativamente à acessibilidade.

Quando a equidade é medida considerando o efeito obnócio total (Figura 26), verifica-se que as soluções obtidas para ambos os modelos não são tão homogêneas. O valor mínimo obtido para coeficiente de Gini neste caso é de 0,65 para P1 e de 0,69 para P2. Pode-se ainda verificar que em 75% dos casos este coeficiente é inferior a 0,88 para o modelo P1 e inferior a 0,86 para o modelo P2. Conclusões semelhantes se podem retirar relativamente ao coeficiente de Hoover

Fazendo a comparação entre o modelo P1 e P2, em termos de equidade, por observação dos gráficos apresentados não se pode inferir que haja diferenças significativas.

Através de uma análise comparativa usando o teste t de Student do SPSS concluiu-se que para os níveis de significância habituais (1% e 5%) não existem em termos médios diferenças na equidade das soluções obtidas (ver anexo A).

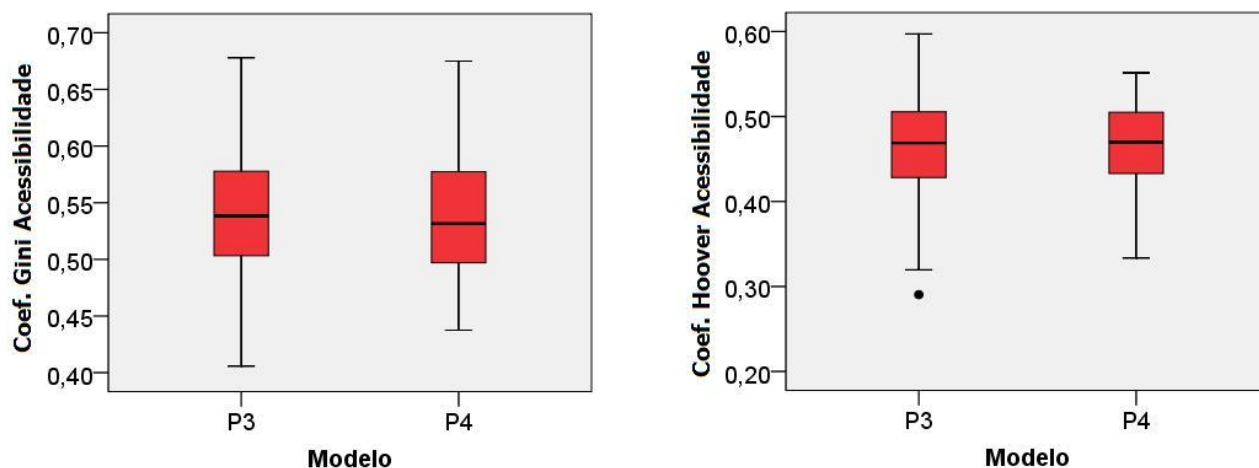


Figura 27: Coeficientes de Gini e de Hoover referentes à acessibilidade considerando os modelos P3 e P4

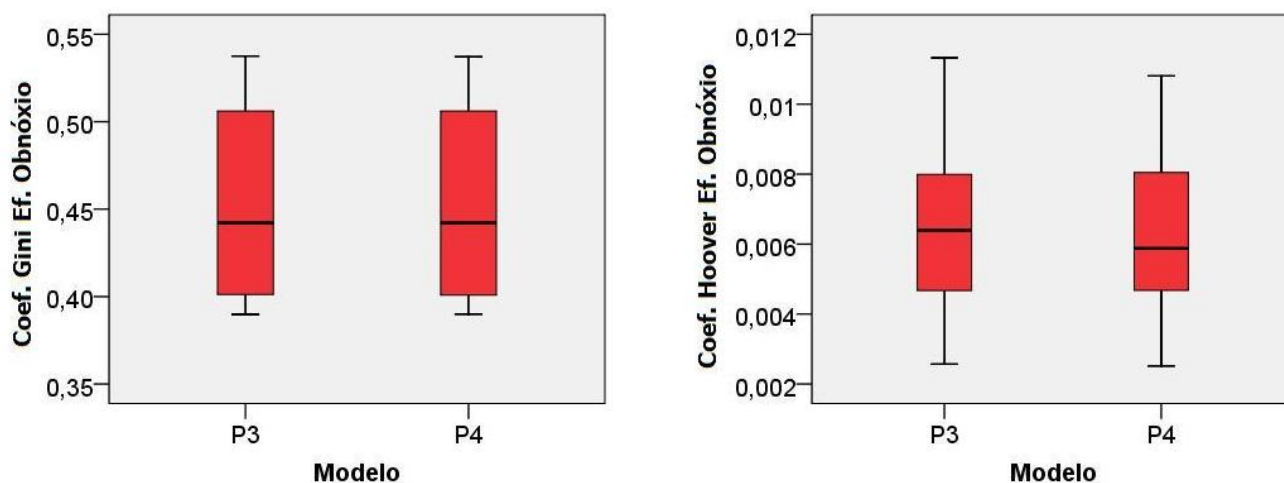


Figura 28: Coeficientes de Gini e de Hoover referentes ao efeito obnócio total considerando os modelos P3 e P4

Observando a Figura 27 e Figura 28, onde se apresentam os valores obtidos para os coeficientes de Gini e de Hoover para os modelos P3 e P4, verifica-se que as soluções obtidas são muito equitativas quer em termos de acessibilidade quer em termos de efeito obnócio total. Quanto à acessibilidade o máximo valor obtido para o coeficiente de Gini é de 0,68 para o modelo P3 e 0,67 para o modelo P4 e em 75 % dos casos é inferior 0,57 para ambos os modelos. No caso do coeficiente de Hoover as conclusões são semelhantes, sendo o máximo valor obtido para o modelo P3 0,60 e para o modelo P4 0,55.

No que diz respeito ao efeito obnócio há uma maior dispersão no caso do coeficiente de Gini comparativamente ao coeficiente de Hoover. Os valores obtidos para o coeficiente de Gini são muito semelhantes para ambos os modelos, o mesmo acontecendo com o coeficiente de Hoover. Este coeficiente apresenta valores bastante pequenos.

Observando os gráficos relativos às medidas de equidade obtidas para o modelo P3 e P4 (Figura 27 e Figura 28) não se pode inferir que haja diferenças significativas entre os dois modelos. Tal conclusão é também obtida através de uma análise comparativa usando o teste t de Student do SPSS (ver anexo B).

Compararam-se também entre si os modelos P1 e P3 e os modelos P2 e P4. Nos modelos P1 e P3 os dois objectivos são minimizar os custos totais e o efeito obnócio total. A diferença entre eles é a função usada para calcular o efeito obnócio. No modelo P1 o efeito obnócio é inversamente proporcional ao cubo da distância euclidiana e no modelo P3 é uma função da distância euclidiana linear por partes. Do mesmo modo nos modelos P2 e P4 as duas funções objectivo são as mesmas (minimizar custos totais e máximo efeito obnócio sobre um individuo) só diferem na função usada para calcular o efeito obnócio. No modelo P2 o efeito obnócio é inversamente proporcional ao cubo da distância euclidiana e no modelo P4 é uma função da distância euclidiana linear por partes. Pretende-se, deste modo, estudar a influência da escolha da função usada para calcular o efeito obnócio na equidade das soluções obtidas.

Na Figura 29 apresentam-se os coeficientes de Gini e de Hoover referentes à acessibilidade e aos modelos P1 e P3 e na Figura 31 os mesmos coeficientes relativos aos modelos P2 e P4.

Observando estas figuras conclui-se que, quando a equidade é medida usando a acessibilidade das populações aos serviços instalados, o comportamento dos modelos P1 e P3 por um lado e P2 e P4 por outro, é muito semelhante.

Fazendo uma análise comparativa usando o teste t de Student do SPSS, chega-se a idêntica conclusão (ver anexos C e D).

Este resultado era esperado, uma vez que, a função que mede a acessibilidade é a mesma para todos os modelos.

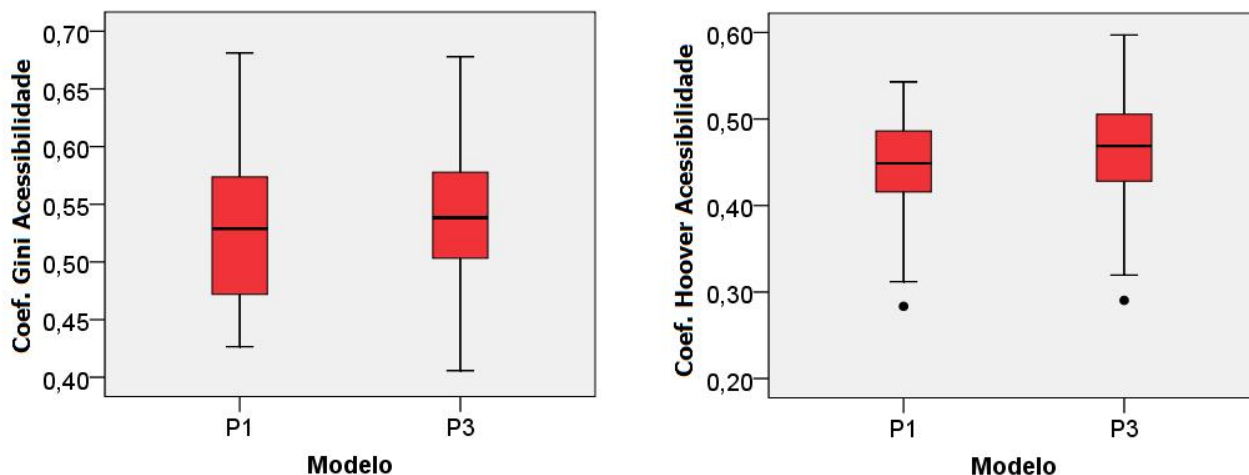


Figura 29: Coeficientes de Gini e de Hoover referentes à acessibilidade considerando os modelos P1 e P3

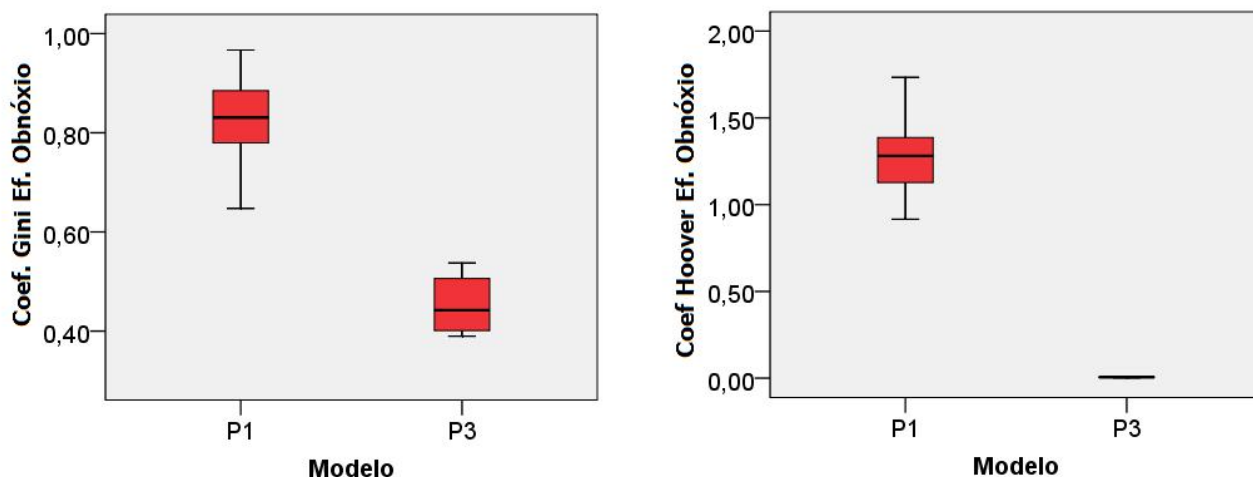


Figura 30: Coeficientes de Gini e de Hoover referentes ao efeito obnóxico total considerando os modelos P1 e P3.

Na Figura 30 apresentam-se os coeficientes de Gini e de Hoover referentes ao efeito obnóxico total considerando os modelos P1 e P3. Verifica-se que em termos de equidade considerando o efeito obnóxico total o modelo P3 origina soluções mais equitativas que o modelo P1. Na Figura 32 apresentam-se os coeficientes de Gini e de Hoover referentes ao efeito obnóxico total considerando os modelos P2 e P4, verifica-se também neste caso que o modelo P4 origina soluções mais equitativas que o modelo P2 em termos de efeito obnóxico total.

Tal conclusão é também inferida dos resultados obtidos pela análise comparativa usando o teste t de Student do SPSS (ver anexos C e D)

Tanto no modelo P3 como no modelo P4 o efeito obnócio é calculado usando uma função da distância euclidiana linear por partes, enquanto que, no modelo P1 e P2 o efeito obnócio é inversamente proporcional ao cubo da distância euclidiana.

Dos resultados obtidos conclui-se que a função usada para calcular o efeito obnócio tem uma forte influência na equidade das soluções obtidas.

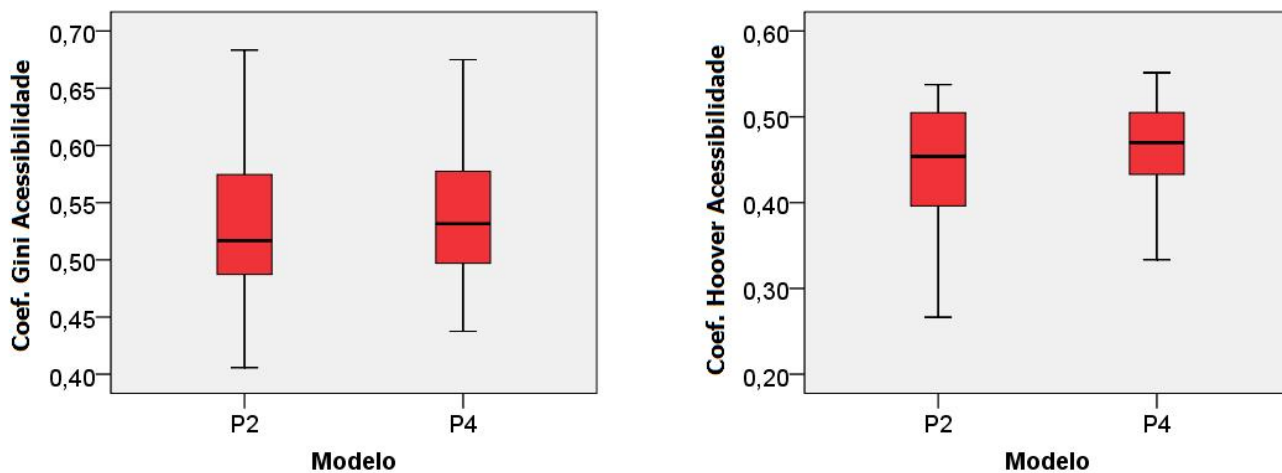


Figura 31: Coeficientes de Gini e de Hoover referentes à acessibilidade considerando os modelos P2 e P4

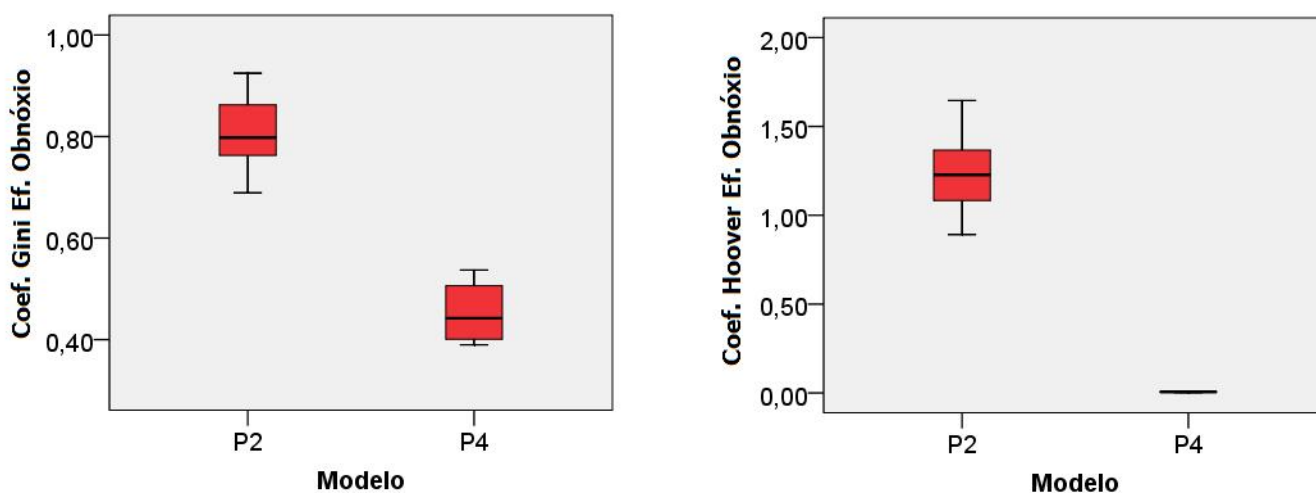


Figura 32: Coeficientes de Gini e de Hoover referentes ao efeito obnócio total considerando os modelos P2 e P4.

CAPÍTULO V: CONCLUSÕES

O estudo do problema de localização de serviços é um dos aspectos mais importantes no planeamento estratégico aplicado a diversos tipos de áreas, tanto públicas como privadas. É particularmente importante quando se trata de serviços de utilidade pública com um impacto negativo no ambiente, como é o caso, por exemplo, de estações de tratamento de águas ou resíduos sólidos. Este tipo de serviços que são simultaneamente úteis e prejudiciais para as populações, designam-se por semiobnóxios.

Neste trabalho apresentaram-se quatro modelos para o problema de localização de serviços semiobnóxios com restrições de capacidade por níveis. Em cada potencial local de instalação de serviços pode construir-se um serviço escolhido de entre um conjunto de serviços que variam na sua capacidade e no efeito obnócio produzido. É suposto que, um aumento da capacidade dos serviços seja acompanhado por um maior investimento em equipamento mais sofisticado e moderno, originando uma diminuição no efeito obnócio produzido.

Os modelos diferem nos objectivos considerados e na função usada para medir o efeito obnócio. Em dois dos modelos (P1 e P3) considerou-se a minimização dos custos totais e do efeito obnócio total. Nos outros dois modelos (P2 e P4) considerou-se a minimização dos custos totais e do máximo efeito obnócio sofrido por um indivíduo. Nos modelos P1 e P2 o efeito obnócio é calculado pelo inverso do cubo da distância euclidiana. Nos modelos P3 e P4 o efeito obnócio foi calculado através de uma função da distância euclidiana linear por partes. A dificuldade na utilização desta função para medir o efeito obnócio está na determinação dos valores dos parâmetros que definem as secções onde o efeito obnócio é medido pela mesma função e no declive da recta usado para medir o efeito obnócio em cada secção. O declive da recta que mede o efeito obnócio varia em cada uma das secções.

Nestes modelos considerou-se que o serviço requerido por cada comunidade é realizado por apenas um serviço.

As soluções não dominadas foram obtidas usando um método interactivo descrito na secção 3.2. Este método consiste essencialmente em resolver um problema de

localização com um só objectivo, que é combinação convexa dos dois objectivos originais em sub-regiões do conjunto de soluções não dominadas.

Para ilustrar os quatro modelos foram construídos quatro exemplos, cada um correspondente a uma zona escolhida no território nacional português. Tentou-se diversificar as características de cada um dos exemplos escolhidos. Nestes exemplos as coordenadas geográficas dos municípios considerados, as distâncias quilométricas entre os municípios e os potenciais locais de instalação de serviços e a população dos municípios correspondem a dados reais. Para dois dos exemplos apresentaram-se as soluções correspondentes aos mínimos lexicográficos e uma outra solução não dominada. Para os outros dois exemplos os resultados obtidos foram semelhantes.

Os modelos foram comparados em termos de tempos médios de execução e de equidade das soluções obtidas. A equidade das soluções obtidas foi calculada utilizando duas medidas bastante usuais neste tipo de problemas: Coeficiente de Gini e Coeficiente de Hoover. Considerou-se para medir o efeito sobre as comunidades a acessibilidade e o efeito obnócio total uma vez que são duas características importantes neste tipo de serviços (componente de utilidade pública e o efeito nocivo).

Os resultados computacionais foram obtidos para exemplos diferentes dos quatro acima referidos e com maiores dimensões. Consideraram-se 30, 50 e 100 municípios e para cada um destes valores 5, 10 e 15 potenciais locais de instalação de serviços. Cada serviço pode ter três níveis de capacidade. Estes exemplos foram gerados com base em alguns dados reais correspondentes aos municípios do território nacional português. As coordenadas geográficas e a população dos municípios correspondem a dados reais, todos os outros valores foram gerados aleatoriamente.

Compararam-se entre si os modelos P1 e P2 que são modelos em que o efeito obnócio é calculado da mesma maneira, inversamente proporcional ao cubo da distância euclidiana. Estes modelos variam na função objectivo considerada para o efeito obnócio. Em P1 minimiza-se o efeito obnócio total e em P2 o máximo efeito obnócio sofrido por um individuo.

Relativamente aos tempos médios de execução verificou-se que estes aumentam sempre que o número de municípios aumenta e são semelhantes para os dois modelos P1 e P2 no caso de regiões com 30 e 50 municípios. Para qualquer um dos modelos há um grande aumento nos tempos médios de execução, existindo tempos médios de execução anormalmente elevados, para os exemplos gerados com 100 municípios

Quanto à equidade das soluções obtidas para os modelos P1 e P2 concluiu-se que estes modelos originam soluções equitativas no que diz respeito à acessibilidade. Quando a equidade das soluções é medida considerando o efeito obnócio total, as soluções obtidas para ambos os modelos não são tão homogêneas. Comparando os modelos P1 e P2 em termos de equidade verifica-se que em termos médios não existe diferença entre eles.

De seguida compararam-se entre si, em termos de tempos médios de execução e de equidade os modelos P3 e P4. Nestes modelos o efeito obnócio é calculado usando uma função da distância euclidiana linear por partes. Tal como para os modelos P1 e P2 os tempos médios de execução aumentam com o número de municípios escolhidos. A distribuição dos tempos médios de execução é semelhante para ambos os modelos. Em termos de equidade verificou-se que as soluções obtidas são muito equitativas quer em termos de acessibilidade quer em termos de efeito obnócio total. Tal como para os modelos P1 e P2 também não se pode inferir que haja diferenças significativas entre os modelos P3 e P4 no que diz respeito à equidade.

Compararam-se entre si os modelos P1 e P3 e os modelos P2 e P4. Pretendeu-se desta forma verificar se a função usada para calcular o efeito obnócio influenciava a equidade das soluções obtidas. Os modelos P1 e P3 têm em comum os dois objectivos, minimizar os custos totais e o efeito obnócio total e diferem na função usada para calcular o efeito obnócio. No modelo P1 o efeito obnócio é inversamente proporcional ao cubo da distância euclidiana e no modelo P3 é dado por uma função da distância euclidiana linear por partes. Do mesmo modo os modelos P2 e P4 têm em comum os dois objectivos minimizar os custos totais e o máximo efeito obnócio sofrido por um indivíduo e diferem na função usada para calcular o efeito obnócio. No modelo P2 o efeito obnócio é inversamente proporcional ao cubo da distância

euclidiana e no modelo P4 é dado por uma função da distância euclidiana linear por partes.

Quando a equidade é medida usando a acessibilidade das populações aos serviços instalados o comportamento dos modelos P1 e P3, por um lado, e P2 e P4 por outro é muito semelhante tal como seria expectável. Quando a equidade é medida usando o efeito obnócio total verificou-se que o modelo P3 origina soluções mais equitativas que o modelo P1. Do mesmo modo o modelo P4 origina soluções mais equitativas que o modelo P2.

Concluiu-se deste modo que a função usada para calcular o efeito obnócio tem forte influência na equidade das soluções obtidas quando esta é medida considerando o efeito obnócio total. Concluiu-se ainda que, quando o objectivo é minimizar o efeito obnócio total ou minimizar o máximo efeito obnócio sobre um indivíduo as soluções obtidas em termos de equidade são semelhantes. A escolha de uma ou de outra função objectivo parece não interferir na equidade das soluções obtidas referente ao efeito obnócio total.

As conclusões que derivam da análise destes resultados levam-nos a inferir que a escolha da função que mede o efeito obnócio é muito importante para obter soluções equitativas. O maior impacto nas diferenças de equidade das soluções obtidas advém da função usada para calcular o efeito obnócio.

Seria também importante estudar e comparar a equidade das soluções não dominadas obtidas em zonas com diferentes densidades populacionais.

REFERÊNCIAS

- Alçada-Almeida, L., Coutinho-Rodrigues, J., & Current, J. (2009). A multiobjective modeling approach to locating incinerators. *Socio-Economic Planning Sciences*, 43, 111-120.
- Brimberg, J., & Juel, H. (1998). A Bicriteria Model for Locating a Semi-desirable Facility in the Plane. *European Journal of Operational Research*, 106, 144-151.
- Chalmet, L. G., Lemonidis, L., & Elzinga, D. J. (1986). An algorithm for the bi-criterion integer programming problem. *European Journal of Operational Research*, 25, 292-300.
- Church, R. L., & Garfinkel, R. S. (1978). Locating an Obnoxious Facility on a Network. *Transportation Science*, 12(2), 107-118.
- Cohon, J. (1985). Multicriteria programming: Brief review and application. *Design optimization*, 163-191.
- Correia, I. (2001). *Problema de Localização com Capacidades por Níveis: Modelos e Algoritmos*. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, Tese de Doutoramento.
- Erkut, E. (1993). Inequality Measures For Location Problems. *Location Science*, 1(3), 199-217.
- Erkut, E., Karagiannidis, A., Perkoulidis, G., & Tjandra, S. A. (2008). A multicriteria facility location model for municipal solid waste management in North Greece. *European Journal of Operational Research*, 187.
- Farahani, R. Z., SteadieSeifi, M., & Asgari, N. (2010). Multiple Criteria Facility Location Problems: A Survey. *Applied Mathematical Modelling*, 34, 1689-1709.
- Ferreira, C., Clímaco, J., & Paixão, J. (1994). The Location-Covering Problem: A Bicriterion Interactive Approach. *Investigación Operativa*, 4(3), 119-139.
- Ferreira, C., Santos, B. S., Fonseca, M. C., Captivo, M. E., & Clímaco, J. (1996). On Enhancing Location Models: A Case Study Concerning Single Criteria Models for the Location of Semiobnoxious Facilities. *Working paper no 9/96, Centro de Investigação Operacional, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa*.
- Fonseca, M. C., García-Sánchez, Á., & Saldanha-da-Gama, F. (2009). A stochastic bi-objective location model for strategic reverse logistics.

- Galante, G., Aiello, G., Enea, M., & Panascia, E. (2010). A multi-objective approach to solid waste management. *Elsevier*.
- Haastrup, P., Maniezzo, V., Mattarelli, M., & Mazzeo, F. (1998). A decision support system for urban waste management. *European Journal of Operational Research*, 109(2), 330-341.
- Halpern, P. (1978). Finding Minimal Center-Median Convex Combination (Cent-Dian) of a Graph. *Management Science*, 24(5), 535-544.
- Kennedy, J., & Eberhart, R. (1995). *Particle swarm optimization*.
- Krarup, J., Pisinger, D., & Plastria, F. (2002). Discrete Location Problems with Push-Pull Objectives. *Discrete Applied Mathematics*, 123, 363-378.
- Liu, G., He, B., & Yang, C. (2007). A Multi-objective Genetic Algorithm for Determining Facility Location of Solid Wastes. *Computer Society*.
- Marsh, M. T., & Schilling, D. A. (1994). Equity Measurement in Facility Location Analysis: A Review and Framework. *European Journal of Operational Research*, 74, 1-17.
- Neema, M. N., & Ohgai, A. (2010). Multi-objective location modeling of urban parks and open spaces: Continuous optimization. *Computers, Environment and Urban Systems*, 34, 359-376.
- Pizzolato, N., Barcelos, F., & Nogueira Lorena, L. (2004). School location methodology in urban areas of developing countries. *International Transactions in Operational Research*, 11(6), 667-681.
- Revelle, C. S., & Eiselt, H. A. (2005). Location Analysis: A Synthesis and Survey. *European Journal of Operational Research*, 165(1), 1-19.
- Ross, T., & Soland, R. (1980). A Multicriteria Approach to the Location of Public Facilities. *European Journal of Operational Research*, 4, 307-321.
- Skriver, A. J. V., & Andersen, K. A. (2003). The bicriterion semi-obnoxious location (BSL) problem solved by an ϵ -approximation. *European Journal of Operational Research*, 146, 517-528.
- Skriver, A. J. V., Andersen, K. A., & Holmberg, K. (2004). Bicriteria network location (BNL) problems with criteria dependent lengths and minimum objectives. *European Journal of Operational Research*, 156, 541-549.
- Tuzkaya, G., Onut, S., Tuzkaya, U. R., & Gulsun, B. (2007). An analytic network process approach for locating undesirable facilities: An example from Istanbul, Turkey. *Journal of Environmental Management*, 88(970-983).
- Yapicioglu, H., Smith, A. E., & Dozier, G. (2007). Solving the semi-desirable facility location problem using bi-objective particle swarm. *European Journal of Operational Research*, 177, 733-749.

ANEXO A – Tabelas comparativas dos modelos P1 e P2

Coeficiente de Gini para a Acessibilidade (modelos P1 e P2)

Independent Samples Test

Dimensão da amostra=34		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means					95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
CoefGiniAcess	Equal variances assumed	,091	,764	,091	66	,928	,00136	,01494	-,02847	,03119
	Equal variances not assumed			,091	65,862	,928	,00136	,01494	-,02848	,03119

Percentiles

Modelo			Percentiles						
			5	10	25	50	75	90	95
Weighted Average(Definition 1)	CoefGiniAcess	P1	,4291	,4474	,4714	,5288	,5738	,6025	,6381
		P2	,4223	,4310	,4853	,5167	,5753	,5970	,6385
Tukey's Hinges	CoefGiniAcess	P1			,4719	,5288	,5738		
		P2			,4873	,5167	,5746		

Descriptives

			Modelo			
			P1		P2	
			Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error
CoefGiniAcess	Mean	,5278	,01032	,5264	,01080	
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	,5068	,5044		
		Upper Bound	,5488	,5484		
	5% Trimmed Mean	,5261		,5252		
	Median	,5288		,5167		
	Variance	,004		,004		
	Std. Deviation	,06018		,06300		
	Minimum	,43		,41		
	Maximum	,68		,68		
	Range	,25		,28		
	Interquartile Range	,10		,09		
	Skewness	,268	,403	,138	,403	
	Kurtosis	-,199	,788	-,161	,788	

Coeficiente de Gini para o Efeito Obnócio (modelos P1 e P2)

Independent Samples Test

Dimensão da amostra=34		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
CoefGiniEF	Equal variances assumed	,306	,582	1,339	66	,185	,02209	,01650	-,01084	,05502
	Equal variances not assumed			1,339	65,383	,185	,02209	,01650	-,01085	,05503

Percentiles

			Percentiles						
			5	10	25	50	75	90	95
Weighted Average(Definition 1)	CoefGiniEF	P1	,6843	,7474	,7794	,8308	,8854	,9273	,9487
		P2	,7055	,7170	,7624	,7981	,8640	,9084	,9150
Tukey's Hinges	CoefGiniEF	P1			,7797	,8308	,8849		
		P2			,7629	,7981	,8625		

Descriptives

			Modelo				
			P1		P2		
			Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error	
CoefGiniEF	Mean		,8286	,01222	,8065	,01108	
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound		,8037		,7839	
		Upper Bound		,8534		,8290	
	5% Trimmed Mean		,8304		,8062		
	Median		,8308		,7981		
	Variance		,005		,004		
	Std. Deviation		,07124		,06463		
	Minimum		,65		,69		
	Maximum		,97		,92		
	Range		,32		,24		
	Interquartile Range		,11		,10		
	Skewness		-,248	,403	,174	,403	
	Kurtosis		,037	,788	-,916	,788	

Coeficiente de Hoover para a Acessibilidade (modelos P1 e P2)

Independent Samples Test

Dimensão da amostra=34		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
								95% Confidence Interval of the Difference		
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
CoefHooverAcess	Equal variances assumed	1,230	,271	,401	66	,690	,00650	,01622	-,02588	,03888
	Equal variances not assumed			,401	64,927	,690	,00650	,01622	-,02589	,03889

Percentiles

			Percentiles						
			5	10	25	50	75	90	95
Weighted Average(Definition 1)	CoefHooverAcess	P1	,3049	,3528	,4157	,4489	,4895	,5261	,5358
		P2	,2970	,3287	,3893	,4538	,5050	,5183	,5247
Tukey's Hinges	CoefHooverAcess	P1			,4157	,4489	,4862		
		P2			,3962	,4538	,5048		

Descriptives

				Modelo			
				P1		P2	
				Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error
CoefHooverAcess	Mean	,4447	,01071	,4382	,01218		
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound		,4134			
		Upper Bound	,4665		,4630		
	5% Trimmed Mean	,4478		,4417			
	Median	,4489		,4538			
	Variance	,004		,005			
	Std. Deviation	,06242		,07104			
	Minimum	,28		,27			
	Maximum	,54		,54			
	Range	,26		,27			
	Interquartile Range	,07		,12			
	Skewness	-,630	,403	-,671	,403		
	Kurtosis	,344	,788	-,409	,788		

Coeficiente de Hoover para o Efeito Obnócio (modelos P1 e P2)

Independent Samples Test

Dimensão da amostra=34		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means					95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
CoefHooverEF	Equal variances assumed	,084	,773	,756	66	,452	,03499	,04628	-,05741	,12739
	Equal variances not assumed			,756	65,997	,452	,03499	,04628	-,05741	,12739

Percentiles

Modelo			Percentiles						
			5	10	25	50	75	90	95
Weighted Average(Definition 1)	CoefHooverEF	P1	,9435	1,0406	1,1194	1,2809	1,3932	1,5352	1,6581
		P2	,9400	1,0117	1,0778	1,2281	1,3709	1,5400	1,5829
Tukey's Hinges	CoefHooverEF	P1			1,1270	1,2809	1,3864		
		P2			1,0831	1,2281	1,3671		

Descriptives

				Modelo			
				P1		P2	
				Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error
CoefHooverEF	Mean	1,2674	,03284	1,2324	,03261		
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	1,2005	1,1660			
		Upper Bound	1,3342	1,2987			
	5% Trimmed Mean	1,2624		1,2288			
	Median	1,2809		1,2281			
	Variance	,037		,036			
	Std. Deviation	,19150		,19015			
	Minimum	,92		,89			
	Maximum	1,73		1,65			
	Range	,82		,75			
	Interquartile Range	,27		,29			
	Skewness	,373	,403	,356	,403		
	Kurtosis	-,073	,788	-,647	,788		

Tempos de execução (modelos P1 e P2)

Descriptives

Dimensão da amostra=34			Municipios					
			30		50		100	
			Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error
P1	Mean		2,765278	1,7555172	27,079853	16,4205992	912,455188	752,8988896
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	-1,098589		-9,061642		-790,720428	
		Upper Bound	6,629145		63,221348		2615,630804	
	5% Trimmed Mean		1,882716		19,181318		588,603648	
	Median		,325000		1,121212		58,935897	
	Variance		36,982		3235,633		5668567,380	
	Std. Deviation		6,0812898		56,8826241		2,3808753E3	
	Minimum		,0000		,0000		,6667	
	Maximum		21,4167		196,3333		7653,5714	
	Range		21,4167		196,3333		7652,9048	
	Interquartile Range		2,3820		35,4375		588,5679	
	Skewness		3,090	,637	2,809	,637	3,103	,687
	Kurtosis		9,953	1,232	8,398	1,232	9,716	1,334
	P2	Mean		8,529125	4,2274677	88,391504	51,4236586	1500,691667
95% Confidence Interval for Mean		Lower Bound	-,775469		-24,791205		-284,035257	
		Upper Bound	17,833718		201,574214		3285,418591	
5% Trimmed Mean			7,427422		66,712783		1333,296296	
Median			,625000		2,000000		111,375000	
Variance			214,458		31732,712		6224407,287	
Std. Deviation			14,6443778		178,1367790		2,4948762E3	
Minimum			,0000		,0000		1,0000	
Maximum			36,8889		567,0000		6013,5000	
Range			36,8889		567,0000		6012,5000	
Interquartile Range			20,5167		121,4700		3372,2917	
Skewness			1,405	,637	2,223	,637	1,462	,687
Kurtosis			,092	1,232	4,635	1,232	,486	1,334

Percentiles

			Percentiles						
			5	10	25	50	75	90	95
Weighted Average(Definition 1)	P1	Municipios 30	,000000	,000000	,189935	,325000	2,571970	16,577381	.
		50	,000000	,000000	,000000	1,121212	35,437500	155,733333	.
		100	,666667	,733334	1,533333	58,935897	590,101191	6952,697619	.
	P2	Municipios 30	,000000	,000000	,083333	,625000	20,600000	35,940404	.
		50	,000000	,000000	,062500	2,000000	121,532468	489,900000	.
		100	1,000000	1,033333	3,708333	111,375000	3376,000000	6012,450000	.
Tukey's Hinges	P1	Municipios 30			,198052	,325000	2,325758		
		50			,000000	1,121212	31,652778		
		100			1,600000	58,935897	571,857143		
	P2	Municipios 30			,166667	,625000	14,200000		
		50			,125000	2,000000	84,974026		
		100			4,500000	111,375000	2500,333333		

ANEXO B – Tabelas comparativas dos modelos P3 e P4

Coefficiente de Gini para a Acessibilidade (modelos P3 e P4)

Independent Samples Test

Dimensão da amostra=34		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means					95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
GiniAcess	Equal variances assumed	,058	,811	-,040	66	,968	-,00053	,01316	-,02681	,02575
	Equal variances not assumed			-,040	66,000	,968	-,00053	,01316	-,02681	,02575

Percentiles

			Percentiles						
			5	10	25	50	75	90	95
Weighted Average(Definition 1)	GiniAcess	P3	,4408	,4620	,5015	,5383	,5781	,5934	,6339
		P4	,4432	,4582	,4965	,5316	,5781	,6033	,6264
Tukey's Hinges	GiniAcess	P3			,5032	,5383	,5778		
		P4			,4970	,5316	,5774		

Descriptives

			Modelo			
			P3		P4	
			Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error
GiniAcess	Mean	,5380	,00930	,5374	,00931	
	95% Confidence Interval for Mean					
		Lower Bound	,5191		,5185	
	Upper Bound	,5569		,5564		
	5% Trimmed Mean	,5378		,5367		
	Median	,5383		,5316		
	Variance	,003		,003		
	Std. Deviation	,05423		,05431		
	Minimum	,41		,44		
	Maximum	,68		,67		
	Range	,27		,24		
	Interquartile Range	,08		,08		
	Skewness	-,037	,403	,150	,403	
	Kurtosis	,626	,788	-,111	,788	

Coeficiente de Gini para o Efeito Obnócio (modelos P3 e P4)

Independent Samples Test

Dimensão da amostra=34		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means					95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
GiniObx	Equal variances assumed	,000	1,000	-,003	66	,998	-,00004	,01278	-,02554	,02547
	Equal variances not assumed			-,003	66,000	,998	-,00004	,01278	-,02554	,02547

Percentiles

Modelo			Percentiles						
			5	10	25	50	75	90	95
Weighted Average(Definition 1)	GiniObx	P3	,3899	,3903	,4012	,4421	,5063	,5247	,5372
		P4	,3900	,3902	,4008	,4421	,5062	,5247	,5371
Tukey's Hinges	GiniObx	P3			,4012	,4421	,5061		
		P4			,4009	,4421	,5061		

Descriptives

			Modelo			
			P3		P4	
			Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error
GiniObx	Mean	,4518	,00903	,4518	,00903	
95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	,4335		,4334		
	Upper Bound	,4702		,4702		
	5% Trimmed Mean	,4505		,4505		
	Median	,4421		,4421		
	Variance	,003		,003		
	Std. Deviation	,05268		,05267		
	Minimum	,39		,39		
	Maximum	,54		,54		
	Range	,15		,15		
	Interquartile Range	,11		,11		
	Skewness	,207	,403	,207	,403	
	Kurtosis	-1,586	,788	-1,588	,788	

Coefficiente de Hoover para a Acessibilidade (modelos P3 e P4)

Independent Samples Test

Dimensão da amostra=34		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means					95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
HooverAcess	Equal variances assumed	,123	,727	-,039	66	,969	-,00065	,01651	-,03362	,03232
	Equal variances not assumed			-,039	64,299	,969	-,00065	,01651	-,03363	,03233

Percentiles

			Percentiles						
			5	10	25	50	75	90	95
Weighted Average(Definition 1)	HooverAcess	P3	,3123	,3254	,4257	,4688	,5057	,5541	,5721
		P4	,3355	,3502	,4257	,4700	,5068	,5401	,5493
Tukey's Hinges	HooverAcess	P3			,4281	,4688	,5056		
		P4			,4329	,4700	,5050		

Descriptives

		Modelo			
		P3		P4	
		Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error
HooverAcess	Mean	,4599	,01259	,4592	,01068
	95% Confidence Interval for Mean				
		Lower Bound	,4343		,4375
	Upper Bound	,4855		,4810	
	5% Trimmed Mean	,4618		,4611	
	Median	,4688		,4700	
	Variance	,005		,004	
	Std. Deviation	,07341		,06230	
	Minimum	,29		,33	
	Maximum	,60		,55	
	Range	,31		,22	
	Interquartile Range	,08		,08	
	Skewness	-,627	,403	-,543	,403
	Kurtosis	,192	,788	-,519	,788

Coeficiente de Hoover para o Efeito Obnócio (modelos P3 e P4)

Independent Samples Test

Dimensão da amostra=34		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
HooverObnx	Equal variances assumed	,015	,903	-,190	66	,850	-,00011	,00058	-,00126	,00104
	Equal variances not assumed			-,190	65,989	,850	-,00011	,00058	-,00126	,00104

Percentiles

			Percentiles						
			5	10	25	50	75	90	95
Weighted Average(Definition 1)	HooverObnx	P3	,0027	,0034	,0047	,0064	,0081	,0101	,0107
		P4	,0027	,0031	,0047	,0059	,0082	,0100	,0108
Tukey's Hinges	HooverObnx	P3			,0047	,0064	,0080		
		P4			,0047	,0059	,0080		

Descriptives

				Modelo					
				P3		P4			
				Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error		
HooverObnx	Mean	,0065	,00040	,0064	,00041				
	95% Confidence Interval for Mean					Lower Bound	,0057		
						Upper Bound	,0073		
	5% Trimmed Mean	,0065		,0064					
	Median	,0064		,0059					
	Variance	,000		,000					
	Std. Deviation	,00236		,00239					
	Minimum	,00		,00					
	Maximum	,01		,01					
	Range	,01		,01					
	Interquartile Range	,00		,00					
	Skewness	,262	,403	,317	,403				
	Kurtosis	-,841	,788	-,901	,788				

Tempos de execução (modelos P3 e P4)

Descriptives

Dimensão da amostra=34			Municipios					
			30		50		100	
			Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error
P4	Mean		7,26	5,727	26,91	13,957	430,62	210,457
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	-5,34		-3,81		-45,47	
		Upper Bound	19,87		57,63		906,70	
	5% Trimmed Mean		4,20		21,41		367,90	
	Median		,92		6,51		123,81	
	Variance		393,602		2337,526		442920,230	
	Std. Deviation		19,839		48,348		665,523	
	Minimum		0		0		1	
	Maximum		70		153		1989	
	Range		70		153		1988	
	Interquartile Range		2		25		785	
	Skewness		3,350	,637	2,171	,637	1,809	,687
	Kurtosis		11,382	1,232	4,054	1,232	2,728	1,334
P3	Mean		9,14	6,212	38,55	22,282	918,27	472,843
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	-4,54		-10,49		-151,38	
		Upper Bound	22,81		87,59		1987,91	
	5% Trimmed Mean		6,13		28,30		786,59	
	Median		,72		6,33		93,83	
	Variance		463,110		5957,928		2235804,334	
	Std. Deviation		21,520		77,188		1495,261	
	Minimum		0		0		1	
	Maximum		72		262		4206	
	Range		72		262		4205	
	Interquartile Range		2		35		2064	
	Skewness		2,785	,637	2,640	,637	1,561	,687
	Kurtosis		7,840	1,232	7,141	1,232	1,424	1,334

Percentiles

			Percentiles						
			5	10	25	50	75	90	95
Weighted Average(Definition 1)	P4	Municipios 30	,00	,00	,17	,92	1,67	51,80	.
		50	,00	,00	,31	6,51	25,34	136,57	.
		100	1,00	1,43	6,96	123,81	791,56	1907,51	.
	P3	Municipios 30	,00	,00	,19	,72	2,62	59,38	.
		50	,00	,08	,50	6,33	35,28	216,84	.
		100	,67	,95	3,88	93,83	2068,33	4056,73	.
Tukey's Hinges	P4	Municipios 30			,20	,92	1,61		
		50			,38	6,51	21,78		
		100			7,50	123,81	664,67		
	P3	Municipios 30			,21	,72	2,42		
		50			,50	6,33	31,56		
		100			4,00	93,83	1853,33		

ANEXO C – Tabelas comparativas dos modelos P1 e P3

Coefficiente de Gini para a Acessibilidade (modelos P1 e P3)

Independent Samples Test

Dimensão da amostra=34		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
								95% Confidence Interval of the Difference		
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
GiniAcess	Equal variances assumed	,669	,416	-,736	66	,464	-,01023	,01389	-,03797	,01751
	Equal variances not assumed			-,736	65,298	,464	-,01023	,01389	-,03797	,01752

Percentiles

			Percentiles						
			5	10	25	50	75	90	95
Weighted Average(Definition 1)	GiniAcess	P1	,4291	,4474	,4714	,5288	,5738	,6025	,6381
		P3	,4408	,4620	,5015	,5383	,5781	,5934	,6339
Tukey's Hinges	GiniAcess	P1			,4719	,5288	,5738		
		P3			,5032	,5383	,5778		

Descriptives

			Modelo				
			P1		P3		
			Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error	
GiniAcess	Mean		,5278	,01032	,5380	,00930	
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound		,5068		,5191	
		Upper Bound		,5488		,5569	
	5% Trimmed Mean		,5261		,5378		
	Median		,5288		,5383		
	Variance		,004		,003		
	Std. Deviation		,06018		,05423		
	Minimum		,43		,41		
	Maximum		,68		,68		
	Range		,25		,27		
	Interquartile Range		,10		,08		
	Skewness		,268	,403	-,037	,403	
	Kurtosis		-,199	,788	,626	,788	

Coeficiente de Gini para o Efeito Obnócio (modelos P1 e P3)

Independent Samples Test

Dimensão da amostra=34		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means					95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
GiniObnx	Equal variances assumed	2,206	,142	24,793	66	,000	,37672	,01520	,34639	,40706
	Equal variances not assumed			24,793	60,784	,000	,37672	,01520	,34634	,40711

Percentiles

			Percentiles						
			5	10	25	50	75	90	95
Weighted Average(Definition 1)	GiniObnx	P1	,6843	,7474	,7794	,8308	,8854	,9273	,9487
		P3	,3899	,3903	,4012	,4421	,5063	,5247	,5372
Tukey's Hinges	GiniObnx	P1			,7797	,8308	,8849		
		P3			,4012	,4421	,5061		

Descriptives

			Modelo				
			P1		P3		
			Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error	
GiniObnx	Mean		,8286	,01222	,4518	,00903	
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound		,8037		,4335	
		Upper Bound		,8534		,4702	
	5% Trimmed Mean		,8304		,4505		
	Median		,8308		,4421		
	Variance		,005		,003		
	Std. Deviation		,07124		,05268		
	Minimum		,65		,39		
	Maximum		,97		,54		
	Range		,32		,15		
	Interquartile Range		,11		,11		
	Skewness		-,248	,403	,207	,403	
	Kurtosis		,037	,788	-1,586	,788	

Coeficiente de Hoover para a Acessibilidade (modelos P1 e P3)

Independent Samples Test

Dimensão da amostra=34		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
								95% Confidence Interval of the Difference		
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
HooverAcess	Equal variances assumed	,418	,520	-,920	66	,361	-,01520	,01653	-,04819	,01780
	Equal variances not assumed			-,920	64,339	,361	-,01520	,01653	-,04821	,01782

Percentiles

			Percentiles						
			5	10	25	50	75	90	95
Weighted Average(Definition 1)	HooverAcess	P1	,3049	,3528	,4157	,4489	,4895	,5261	,5358
		P3	,3123	,3254	,4257	,4688	,5057	,5541	,5721
Tukey's Hinges	HooverAcess	P1			,4157	,4489	,4862		
		P3			,4281	,4688	,5056		

Descriptives

				Modelo			
				P1		P3	
				Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error
HooverAcess	Mean	,4447	,01071	,4599	,01259		
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	,4229		,4343		
		Upper Bound	,4665		,4855		
	5% Trimmed Mean	,4478		,4618			
	Median	,4489		,4688			
	Variance	,004		,005			
	Std. Deviation	,06242		,07341			
	Minimum	,28		,29			
	Maximum	,54		,60			
	Range	,26		,31			
	Interquartile Range	,07		,08			
	Skewness	-,630	,403	-,627	,403		
	Kurtosis	,344	,788	,192	,788		

Coeficiente de Hoover para o Efeito Obnóxico (modelos P1 e P3)

Independent Samples Test

Dimensão da amostra=34		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means					95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
HooverObnx	Equal variances assumed	57,469	,000	38,389	66	,000	1,26084	,03284	1,19526	1,32641
	Equal variances not assumed			38,389	33,010	,000	1,26084	,03284	1,19402	1,32766

Percentiles

			Percentiles						
			5	10	25	50	75	90	95
Weighted Average(Definition 1)	HooverObnx	P1	,9435	1,0406	1,1194	1,2809	1,3932	1,5352	1,6581
		P3	,0027	,0034	,0047	,0064	,0081	,0101	,0107
Tukey's Hinges	HooverObnx	P1			1,1270	1,2809	1,3864		
		P3			,0047	,0064	,0080		

Descriptives

			Modelo			
			P1		P3	
			Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error
HooverObnx	Mean	1,2674	,03284	,0065	,00040	
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	1,2005		,0057	
		Upper Bound	1,3342		,0073	
	5% Trimmed Mean	1,2624		,0065		
	Median	1,2809		,0064		
	Variance	,037		,000		
	Std. Deviation	,19150		,00236		
	Minimum	,92		,00		
	Maximum	1,73		,01		
	Range	,82		,01		
	Interquartile Range	,27		,00		
	Skewness	,373	,403	,262	,403	
	Kurtosis	-,073	,788	-,841	,788	

ANEXO D – Tabelas comparativas dos modelos P2 e P4

Coefficiente de Gini para a Acessibilidade (modelos P2 e P4)

Independent Samples Test

Dimensão da amostra=34		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
								95% Confidence Interval of the Difference		
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
GiniAcess	Equal variances assumed	,837	,364	-,775	66	,441	-,01105	,01426	-,03953	,01743
	Equal variances not assumed			-,775	64,596	,441	-,01105	,01426	-,03955	,01744

Percentiles

			Percentiles						
			5	10	25	50	75	90	95
Weighted Average(Definition 1)	GiniAcess	P2	,4223	,4310	,4853	,5167	,5753	,5970	,6385
		P4	,4432	,4582	,4965	,5316	,5781	,6033	,6264
Tukey's Hinges	GiniAcess	P2			,4873	,5167	,5746		
		P4			,4970	,5316	,5774		

Descriptives

			Modelo			
			P2		P4	
			Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error
GiniAcess	Mean	,5264	,01080	,5374	,00931	
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	,5044		,5185	
		Upper Bound	,5484		,5564	
	5% Trimmed Mean	,5252		,5367		
	Median	,5167		,5316		
	Variance	,004		,003		
	Std. Deviation	,06300		,05431		
	Minimum	,41		,44		
	Maximum	,68		,67		
	Range	,28		,24		
	Interquartile Range	,09		,08		
	Skewness	,138	,403	,150	,403	
	Kurtosis	-,161	,788	-,111	,788	

Coeficiente de Gini para o Efeito Obnóxio (modelos P2 e P4)

Independent Samples Test

Dimensão da amostra=34		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means					95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
GiniObnx	Equal variances assumed	,837	,363	24,805	66	,000	,35467	,01430	,32612	,38322
	Equal variances not assumed			24,805	63,421	,000	,35467	,01430	,32610	,38324

Percentiles

			Percentiles						
			5	10	25	50	75	90	95
Weighted Average(Definition 1)	GiniObnx	P2	,7055	,7170	,7624	,7981	,8640	,9084	,9150
		P4	,3900	,3902	,4008	,4421	,5062	,5247	,5371
Tukey's Hinges	GiniObnx	P2			,7629	,7981	,8625		
		P4			,4009	,4421	,5061		

Descriptives

			Modelo			
			P2		P4	
			Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error
GiniObnx	Mean	,8065	,01108	,4518	,00903	
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	,7839	,4334		
		Upper Bound	,8290	,4702		
	5% Trimmed Mean	,8062		,4505		
	Median	,7981		,4421		
	Variance	,004		,003		
	Std. Deviation	,06463		,05267		
	Minimum	,69		,39		
	Maximum	,92		,54		
	Range	,24		,15		
	Interquartile Range	,10		,11		
	Skewness	,174	,403	,207	,403	
	Kurtosis	-,916	,788	-1,588	,788	

Coeficiente de Hoover para a Acessibilidade (modelos P2 e P4)

Independent Samples Test

Dimensão da amostra=34		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
								95% Confidence Interval of the Difference		
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
HooverAcess	Equal variances assumed	,651	,423	-1,299	66	,199	-,02104	,01620	-,05340	,01131
	Equal variances not assumed			-1,299	64,895	,199	-,02104	,01620	-,05341	,01132

Percentiles

			Percentiles						
			5	10	25	50	75	90	95
Weighted Average(Definition 1)	HooverAcess	P2	,2970	,3287	,3893	,4538	,5050	,5183	,5247
		P4	,3355	,3502	,4257	,4700	,5068	,5401	,5493
Tukey's Hinges	HooverAcess	P2			,3962	,4538	,5048		
		P4			,4329	,4700	,5050		

Descriptives

				Modelo			
				P2		P4	
				Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error
HooverAcess	Mean	,4382	,01218	,4592	,01068		
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	,4134	,4375			
		Upper Bound	,4630	,4810			
	5% Trimmed Mean	,4417		,4611			
	Median	,4538		,4700			
	Variance	,005		,004			
	Std. Deviation	,07104		,06230			
	Minimum	,27		,33			
	Maximum	,54		,55			
	Range	,27		,22			
	Interquartile Range	,12		,08			
	Skewness	-,671	,403	-,543	,403		
	Kurtosis	-,409	,788	-,519	,788		

Coeficiente de Hoover para o Efeito Obnóxico (modelos P2 e P4)

Independent Samples Test

Dimensão da amostra=34		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means					95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
HooverObnx	Equal variances assumed	81,741	,000	37,592	66	,000	1,22596	,03261	1,16085	1,29107
	Equal variances not assumed			37,592	33,010	,000	1,22596	,03261	1,15961	1,29231

Percentiles

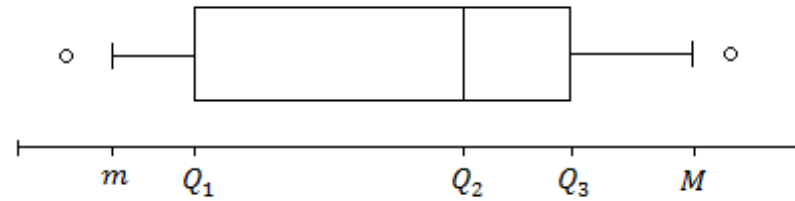
			Percentiles						
			5	10	25	50	75	90	95
Weighted Average(Definition 1)	HooverObnx	P2	,9400	1,0117	1,0778	1,2281	1,3709	1,5400	1,5829
		P4	,0027	,0031	,0047	,0059	,0082	,0100	,0108
Tukey's Hinges	HooverObnx	P2			1,0831	1,2281	1,3671		
		P4			,0047	,0059	,0080		

Descriptives

			Modelo			
			P2		P4	
			Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error
HooverObnx	Mean	1,2324	,03261	,0064	,00041	
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	1,1660	,0056		
		Upper Bound	1,2987	,0072		
	5% Trimmed Mean	1,2288		,0064		
	Median	1,2281		,0059		
	Variance	,036		,000		
	Std. Deviation	,19015		,00239		
	Minimum	,89		,00		
	Maximum	1,65		,01		
	Range	,75		,01		
	Interquartile Range	,29		,00		
	Skewness	,356	,403	,317	,403	
	Kurtosis	-,647	,788	-,901	,788	

ANEXO E – Boxplot (Legenda) e Testes de Hipóteses

Boxplot:



m = menor valor

M = maior valor

Q_1 = 1º Quartil

Q_2 = mediana

Q_3 = 3º Quartil

o = Outlier

$$\text{Outlier} < Q_1 + 1.5 (Q_3 - Q_1) \text{ ou } \text{Outlier} > Q_3 + 1.5 (Q_3 - Q_1)$$

Testes de Hipoteses:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \text{ vs } H_1: \mu_1 > \mu_2$$

Exemplo:

Coeficiente de Gini para a Acessibilidade (modelos P1 e P2)

Independent Samples Test

Dimensão da amostra=34		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means					95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
CoefGiniAcess	Equal variances assumed	,091	,764	,091	66	,928	,00136	,01494	-,02847	,03119
	Equal variances not assumed			,091	65,862	,928	,00136	,01494	-,02848	,03119

p-value = $0.928/2 = 0.464$

Se $\alpha \geq$ p-value rejeita-se H_0

Para os níveis usuais de significância $\alpha = 0.01$ e $\alpha = 0.05$ não rejeitamos H_0

