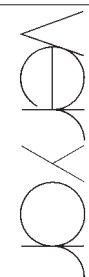




Determinación de la aberración cromática longitudinal en ojos humanos



J. Espinosa, D. Mas, J. Pérez, C. Hernández,
C. Vázquez, J. J. Miret y C. Illueca

Grupo de Óptica y Ciencias de la Visión
Departamento Interuniversitario de Óptica
Universidad de Alicante

En este trabajo, el Grupo de Óptica y Ciencias de la Visión de la Universidad de Alicante muestra los últimos resultados obtenidos en su línea de trabajo. Los autores calculan la aberración cromática longitudinal mediante el cálculo de patrones de luz propagados a través del ojo encontrando dichas distribuciones, tanto en amplitud como en fase, en un plano cualquiera del interior del ojo humano del cual se conocen su topografía corneal y sus medidas biométricas. Se ha modelado la dependencia de todos los medios oculares con la longitud de onda siguiendo la ecuación de Cauchy. Los autores han realizado el estudio de diez sujetos y han comparado los resultados con medidas reales de aberración cromática, mostrando la concordancia del cálculo numérico. Como muestra de la capacidad de la técnica utilizada, se ha aplicado el método al estudio de la aberración cromática de un queratocono.

In this communication the authors have determined the longitudinal chromatic aberration using an algorithm for free space propagated pattern calculation. From topographical and biometric data, the algorithm is capable of provide amplitude and phase distribution of the field at any distance inside the eye. The wavelength dependence of all ocular media has been modelled through the Cauchy formula. Results from the study of ten subjects are compared with real measures of the chromatic aberration, showing a good agreement with numerical calculations. The capabilities of the technique have been demonstrated by applying the method to the study of the chromatic aberration of a keratoconus.

Introducción

Los defectos en los sistemas ópticos se dividen clásicamente en aberraciones monocromáticas y aberraciones cromáticas. Las aberraciones del ojo humano han sido intensamente estudiadas en las últimas décadas debido al desarrollo de procesos para medir y eliminar potencialmente las aberraciones oculares monocromáticas. La forma y la posición de las superficies ópticas en las que incide la luz son las responsables de las aberraciones monocromáticas. Las aberraciones cromáticas aparecen cuando la dispersión

Correspondencia

C. Illueca
Grupo de Óptica y Ciencias de la Visión
Departamento Interuniversitario de Óptica
Universidad de Alicante
P.O. Box 99, E-03080 Alicante
Illueca@ua.es

óptica de los medios oculares separa la luz policromática incidente en sus diferentes longitudes de onda. Los dos principales contribuyentes a la aberración monocromática en el ojo humano son la córnea y el cristalino; y su influencia sobre la aberración cromática longitudinal (LCA) y la aberración cromática transversal (TCA) ha sido medida por diversos autores. Si se elimina la aberración monocromática, la calidad de la imagen retiniana vendrá controlada por las aberraciones cromáticas debidas a la difracción, *scattering* y variación del índice de refracción de los medios oculares.

Históricamente, la LCA ha sido modelada mediante un modelo de ojo en agua relativamente simple. La aberración cromática del ojo reducido se atribuye únicamente a las variaciones del índice de refracción del agua con la longitud de onda¹. Las medidas de aberración cromática publicadas²⁻¹² muestran que este modelo simplificado no concuerda con los datos medidos para longitudes de onda bajas. En un ojo real, en cambio, la forma y el índice de refracción de la córnea y del cristalino afectan a la aberración cromática. Desafortunadamente, un modelo que tenga en cuenta las diferentes superficies del ojo tiene una gran aberración esférica. Además, las aberraciones se miden utilizando métodos psicofísicos de determinación del plano de mejor foco.

Thibos et al⁹, con el fin de mejorar el modelo de ojo reducido, midieron experimentalmente la variación cromática del error refractivo en ojos humanos utilizando el método de Vernier¹³. Un objeto de Vernier, consistente en una barra superior fija verticalmente orientada, iluminada por luz de una longitud de onda de referencia de 555 nm y una barra inferior verticalmente orientada, que puede ser desplazada por el observador horizontalmente y que es iluminada con una luz de longitud de onda variable. Los rayos de luz de longitudes de onda baja convergerán más que los de longitudes de onda alta, ya que los medios oculares tienen un índice de refracción mayor para longitudes de onda bajas. El observador debe igualar la imagen de dos longitudes de onda diferentes desplazando la barra inferior. Este desplazamiento es proporcional a la diferencia cromática de refracción en el ojo. Aunque este método también proporciona medidas psicofísicas, es más fiable¹⁴, tiene menor error de medida, mayor precisión y es menos vulnerable a diferencias de criterio¹⁵ que un método basado en la determinación de la posición del mejor foco.

La aberración cromática longitudinal también ha sido medida objetivamente por Charman et al⁴ y Rynders et al¹⁰, que usaron métodos retinoscópicos. Charman et al⁴ compararon resultados subjetivos con los resultados que obtuvieron proyectando la imagen de doble paso de un objeto lineal, con lo que sólo obtenían información en una dimensión, (aerial Line Spread Function) encontrando una concordancia razonable. Rynders et al, mejoraron estos resultados proyectando la imagen de una fuente puntual y grabando la función respuesta impulsional (PSF). Fernández et al¹⁶ midieron la aberración ocular en el espectro infrarrojo con un sensor de frente de ondas Hartmann-Shack.

El método aquí propuesto es independiente de medidas psicofísicas y evita diferencias de criterio. Además, los métodos anteriores estaban limitados a un número discreto de longitudes de onda mientras que nosotros podemos utilizar las que creamos necesarias. Nos basamos en el hecho de que a partir del análisis de la calidad óptica del ojo humano para diferentes longitudes de onda podemos medir el valor de la aberración cromática longitudinal. Una estrategia para el estudio de la calidad óptica de un sistema formador de imágenes es la utilización de la integral de difracción para la simulación de la propagación de la luz a través de los diferentes elementos y medios que lo componen. Teóricamente cuando un haz paralelo de luz incide sobre un sistema, se considera la función respuesta impulsional (PSF) como la distribución de luz localizada en el plano focal del sistema¹⁷. Idealmente, el plano focal del ojo humano emétopo coincidirá con el plano donde esté situada la retina. El análisis numérico y la simulación de la imagen retiniana es una herramienta importante para comprender el funcionamiento del ojo humano.

La óptica ondulatoria aplicada al estudio del ojo humano conduce a algoritmos complejos pero robustos. Entre todos los algoritmos disponibles hemos centrado nuestra atención en los algoritmos de propagación de Fresnel basados en la integral de Fourier¹⁸⁻²⁰. Combinar datos reales de córneas y longitudes axiales en el ojo junto con modelos de cristalino y algoritmos de propagación de Fresnel permite simulaciones realistas de la propagación de la luz dentro del ojo²¹⁻²³.

Comenzaremos estudiando el principal elemento refractivo del ojo, la córnea. Es imprescindible conocer su geometría, en particular la curvatura en cada uno de sus puntos, para ello tomamos topografías corneales de los sujetos bajo estudio.

Seguidamente se realizan las medidas de la longitud axial (z_{AL}) y de la cámara anterior del ojo (z_{AC}) utilizando un biómetro óptico de no contacto Zeiss IOL Master[®] cuya sensibilidad es de 0,01 mm. Se ha elegido este tipo de aparato, basado en interferometría parcialmente coherente, por su facilidad de manejo y rapidez, ya que no obliga a la aplicación de anestesia local, evita el riesgo de infección y lesiones corneales y permite, si fuese el caso, mediciones en ojos con ametropías elevadas. Medimos también el grosor del cristalino mediante ultrasonidos. Con estos datos, junto con un modelo de cristalino, podemos calcular patrones de luz a diferentes distancias dentro del ojo y realizar un análisis completo del proceso de formación de la imagen en tiempo real^{22,24,25}. A partir del patrón de salida, buscamos determinar la posición del plano de mejor imagen utilizando una métrica de calidad de imagen.

Estudios recientes^{23,26-28} sugieren que las métricas de calidad de imagen para las que hay una mejor correlación con las preferencias subjetivas son aquellas basadas en el plano imagen (i.e., razón de Strehl, entropía)⁰ y no aquellas basadas en el plano pupilar (rms). Utilizamos la razón de Strehl, que puede obtenerse como el cociente entre el máximo de la función respuesta impulsional (PSF), producido por un sistema con aberraciones, en el plano deseado y el máximo de la PSF de un sistema limitado por difracción. Como utilizamos haces de luz que vienen desde el infinito, la PSF es igual a la distribución de intensidades obtenida con el método descrito.

Una vez determinada la posición del plano de mejor imagen podemos obtener la diferencia cromática de refracción en dicho plano. Utilizando este método, somos capaces de analizar la aberración cromática en distintos sujetos y comparar con resultados experimentales de la bibliografía.

Métodos experimentales

Partimos del dato básico que proporciona el topógrafo Zeiss Humphrey Atlas[®], es decir, el radio axial para cada punto de la córnea. Obtenida la matriz adecuada de radios axiales, el siguiente paso es caracterizar la superficie corneal como un elemento de fase mediante el cálculo del mapa de alturas.

Con esto, calculamos la propagación de la luz entre la córnea y el plano principal objeto del cristalino²⁹. De los métodos numéricos utilizados para el cálculo de la integral de

difracción, cuando la luz se propaga en el espacio libre, el basado en la propagación angular del espectro permite obtener patrones cuya amplitud y fase se encuentran bien calculadas pero sólo en regiones cercanas del campo¹⁸. Los autores de este trabajo han mostrado¹⁹ que si se introduce en la propagación un elemento convergente es conveniente utilizar el método de propagación del espectro angular si se desea obtener patrones de luz sin *aliasing*, tanto en amplitud como en fase, desde el elemento hasta su distancia de convergencia. Una mejora de dicho estudio nos proporciona que el patrón propagado a una distancia z viene dado por:

$$u_{\mu} = DFT^{-1} \left\{ \exp \left[i \frac{2\pi n_a(\lambda)}{\lambda} (z_{AC} - z_{ref}) \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{n_a(\lambda)} \right)^2 \frac{m^2}{\Delta x_0^2}} \right] \times \right. \\ \left. DFT \left[\exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda} \left[z \left(\frac{m\Delta x_0}{N} \right) + n_a(\lambda) \left(z_{ref} - z \left(\frac{m\Delta x_0}{N} \right) \right) \right] \right] \right] \right\} \quad [1]$$

donde m , $m\%$ y μ son índices discretos en el espacio, dominio de Fourier y Fresnel respectivamente, $n_a(\lambda)$ es el índice del acuoso, z_{ref} es la distancia entre el ápex corneal y el plano de salida, z_{AC} es la distancia entre el ápex corneal y la primera superficie del cristalino, N es el número de muestras, Δx_0 es el tamaño de la ventana objeto; *DFT* es el acrónimo de transformada discreta de Fourier y la variable x ha sido discretizada como $x = m\Delta x_0/N$.

El cálculo numérico de la expresión [1] obliga a la aplicación del criterio de Nyquist. Esto proporciona una correcta evaluación del patrón propagado, tanto en amplitud como en fase, en el plano principal objeto del cristalino para un número de muestras

$$N \geq \frac{\Delta x_0^2 n_a(\lambda)}{\lambda z_c} \quad [2]$$

siendo z_c la distancia focal paraxial del elemento convergente considerado.

Consideremos, por ejemplo, una córnea con una distancia focal paraxial $z_c = 32 \text{ mm}$. Para una pupila de entrada de 4 mm de diámetro, seleccionamos una ventana de entrada de $\Delta x_0 = 5 \text{ mm}$. Analizaremos el espectro comprendido entre 400 nm y 900 nm . Nótese que N depende explícitamente de λ por tanto el número de muestras necesario variará entre 2609 y 1160 . Tomaremos $N = 2609$ que corresponde a $\lambda = 400 \text{ nm}$ asegurando un número suficiente de muestras para las demás longitudes de onda.

Llegados a este punto debe incorporarse el cristalino como elemento que afecta a la fase de la onda propagada. El cristalino presenta una estructura muy compleja que no ha permitido todavía encontrar un único modelo que determine su forma ni su índice de refracción. Se asume que ambas superficies del cristalino pueden modelarse matemáticamente como una cónica de revolución descrita por la ecuación^{30,31}.

$$x^2 + y^2 + (1+Q)z^2 - 2Rz = 0 \quad [3]$$

donde R y Q dependen de la edad y son el radio de curvatura y la asfericidad respectivamente; x , y , y z son coordenadas espaciales, siendo el eje z el eje óptico.

Los parámetros utilizados en el estudio son los estimados por Dubbelman et al³² mediante imágenes de fotografía Scheimpflug.

$$\begin{aligned} Q_{ant} &= -6.4 + 0.03 \times age \\ Q_{post} &= -6 + 0.07 \times age \\ R_{ant} &= 12.9 - 0.057 \times age \\ R_{post} &= -6.2 + 0.012 \times age \end{aligned} \quad [4]$$

donde age es la edad del sujeto en años.

La dependencia para todos los índices de refracción dentro del ojo con la longitud de onda que hemos utilizado está de acuerdo con la ecuación aproximada de Cauchy³³ ya que además de ser teóricamente sostenible, tiene la ventaja de ser lineal en los coeficientes.

$$n(\lambda); A + B/\lambda^2 + C/\lambda^4 + D/\lambda^6 \quad [5]$$

La distribución del índice de refracción del cristalino es, además de su forma, un parámetro crítico. Siedlecki et al³⁴ proponen un modelo radial de cristalino en el que el índice de refracción cambia sólo con la distancia al eje óptico. Los autores del modelo, lo comparan con los modelos de Emsley³⁵, Gullstrand no. 1 y no. 2³⁶, Le Grand y Hage³⁷, y Kooijman³⁸ mostrando que el modelo propuesto proporciona una mejor calidad de la imagen retiniana y una aberración esférica más baja que todos los demás modelos de ojo utilizados. La variación del índice de refracción del modelo mencionado puede ser expresada por

$$n(X, \lambda) = n_1(\lambda) - (n_1(\lambda) - n_2(\lambda)) \left[\frac{1 - \exp(-\beta X)}{1 - \exp(-\beta X_{max})} \right] \quad [6]$$

donde $n_1(\lambda)$ y $n_2(\lambda)$ son los índices del núcleo y la periferia del cristalino respectivamente, β es el

coeficiente exponencial, X es la distancia desde el eje óptico y X_{max} es el radio ecuatorial del cristalino. El coeficiente exponencial β ha sido fijado por Siedlecki et al, a $\beta = -0,91 mm^{-1}$. Con todos estos parámetros calculamos el camino óptico recorrido por la luz al pasar a través del cristalino. De nuevo, considerando el cristalino como un elemento de fase, determinaremos la distribución de luz en el plano de salida.

El siguiente paso es la propagación entre el plano principal imagen del cristalino y el plano de final deseado. Para el cálculo del patrón de luz en este plano, utilizamos un algoritmo de propagación basado en un método directo de determinación de la integral de Fresnel¹⁹. El método determina correctamente el campo de luz difractado alrededor de la distancia de convergencia. La distribución de luz en el plano de salida a una distancia z será:

$$u_m(z, \lambda) = \left\{ \exp\left(i\pi \frac{\lambda(z - Th - z_{ac})}{n_v(\lambda)\Delta x_0^2} \right) \times \left[DFT \left[u_2 \left(\frac{m\Delta x_0}{N} \right) \exp\left(i \frac{2\pi n_u(\lambda)}{\lambda} Opc \left(\lambda, \frac{m\Delta x_0}{N} \right) \right) \exp\left(i\pi \frac{n_v(\lambda)\Delta x_0^2}{\lambda(z - Th - z_{ac})N^2} m^2 \right) \right] \right\} \quad [7]$$

donde Opc es el camino óptico del cristalino y Th es el grosor del cristalino, que ha sido medido mediante ultrasonidos. A partir del patrón de luz de salida, hemos utilizado una métrica basada en la variación de la razón del Strehl con la distancia propagada para encontrar el plano de mejor calidad de imagen.

Diferencia cromática de refracción

La diferencia cromática de refracción para un ojo reducido emétrepe y un objeto distante viene dada por la expresión³⁹

$$R_E(\lambda) = \frac{[n_v(\lambda) - n_v(\bar{\lambda})]F(\bar{\lambda})}{n_v(\bar{\lambda})} - \Delta F(\lambda) \quad [8]$$

con

$$F(\bar{\lambda}) = \frac{n_v}{z_m(\bar{\lambda})} \quad [9]$$

donde $z_m(\bar{\lambda})$ es el plano de mejor imagen para una longitud de onda de referencia $\bar{\lambda} = 590 nm$ y $DF(\lambda) = F(\lambda) - F(\bar{\lambda})$ es la diferencia cromática de potencia.

A partir de esta ecuación y teniendo en cuenta que para un ojo reducido con radio de curvatura r , la potencia es $F(\lambda) = [n(\lambda) - 1/r]$, puede deducirse que⁴⁰

$$R_E(\lambda) = -\frac{[n_v(\lambda) - n_v(\bar{\lambda})]F(\bar{\lambda})}{n_v(\bar{\lambda})[n_v(\bar{\lambda}) - 1]} \quad [10]$$

con lo que sólo necesitamos conocer el plano de mejor imagen para $\bar{\lambda} = 590 \text{ nm}$.

Atchison et al⁴⁰ suponen que la diferencia cromática en el error refractivo $R_x(\lambda)$, al menos para un ojo reducido, tendrá la misma forma que la ecuación de dispersión para el índice de refracción. Entonces, si la ecuación de Cauchy es un buen ajuste para el índice de refracción, también lo será para la diferencia cromática de refracción.

$$R_x(\lambda) = 1.60911 - 6.70941 \times 10^{+5} / \lambda^2 + 5.55334 \times 10^{+10} / \lambda^4 - 5.59998 \times 10^{+15} / \lambda^6 \quad [11]$$

Thibos et al⁹ utilizan una expresión alternativa con sus datos obteniendo la ecuación

$$R_x(\lambda) = 1.68524 - 633.46 / (\lambda - 214.102) \quad [12]$$

Resultados

Con el método difractivo hemos analizado la aberración cromática longitudinal de diez ojos emétopes jóvenes. En la figura 1 presentamos la media de la diferencia cromática de refracción en el rango visible e infrarrojo cercano del espectro de diez sujetos obtenida con el método difractivo. Podemos observar la similitud de los datos obtenidos con los resultados de la bibliografía. El ajuste realizado de una ecuación de Cauchy de cuatro términos a la media de todos los ojos obedece la ecuación

$$R_x(\lambda) = 1.6905 - 7.6009 \times 10^{+5} / \lambda^2 + 7.9524 \times 10^{+10} / \lambda^4 - 6.8854 \times 10^{+15} / \lambda^6 \quad [13]$$

Esta expresión es comparable con las obtenidas por Atchison et al. y Thibos et al.

La figura 2 presenta el desenfoque medio de diez sujetos en función de la longitud de onda para la región del infrarrojo cercano del espectro. Antes de promediar los datos se han movido a lo largo del eje vertical para cancelar el desenfoque en la longitud de onda más baja (700 nm). La variación de la diferencia cromática de refracción con la longitud de onda en el rango del infrarrojo cercano se ajusta mediante una regresión lineal. La línea continua representa el ajuste lineal, cuya ecuación es

$$R(\lambda) = 0.0022(\lambda - 700) - 1.5345 \quad [14]$$

$$r^2 = 0.9930$$

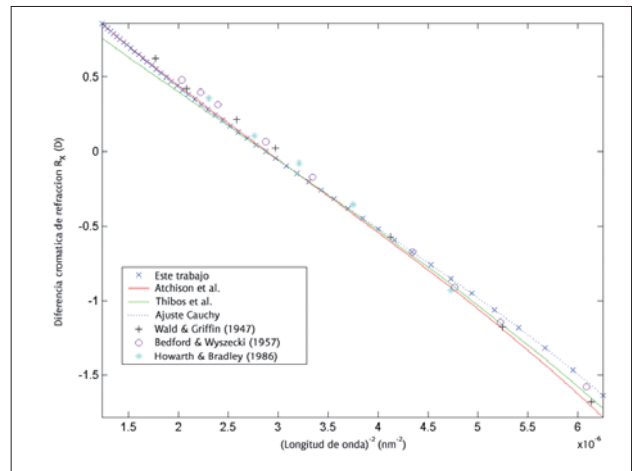


Fig. 1. Diferencia cromática de refracción de tres estudios experimentales en el rango visible del espectro, en azul aparecen los datos obtenidos en este trabajo y su ajuste a la ecuación de Cauchy de cuatro términos, la línea de verde corresponde al mejor ajuste utilizado por Thibos et al.; y la línea roja representa la ecuación de Cauchy utilizada por Atchison et al. Todos los datos se fijan a cero en 590 nm.

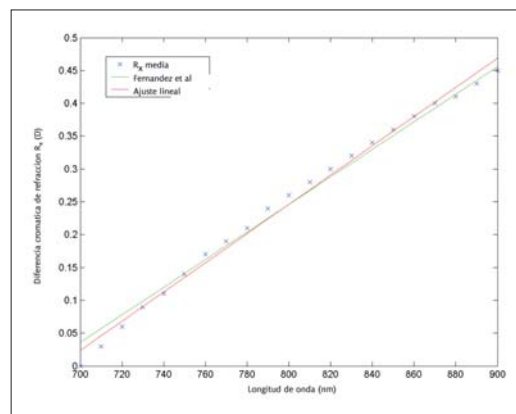


Fig. 2. Desenfoque medio de diez sujetos en función de la longitud de onda. La línea continua representa el ajuste lineal de los datos y la línea de puntos representa el ajuste realizado por Fernández et al.

Este resultado concuerda con el ajuste lineal realizado obtenido por Fernández et al¹⁶

$$R(\lambda) = 0.0021(\lambda - 700) - 1.4341 \quad [15]$$

$$r^2 = 0.9937$$

Así queda claro que con este método somos capaces de caracterizar la dependencia de las aberraciones con la longitud de onda en el rango visible e infrarrojo cercano del espectro. Asimismo, hemos mostrado que nuestros resultados están de acuerdo con otros de la bibliografía y con la ventaja de utilizar un método objetivo.

Este método permite no sólo el estudio de los planos de mejor imagen, sino que permite comparar la calidad de la imagen en un rango

de distancias. En la figura 3 se representa un ejemplo de la variación de la razón de Strehl con la distancia de propagación en la cámara posterior. El máximo de la distribución indica el plano de mejor imagen. Hemos representado la evolución de la razón de Strehl para tres longitudes de onda diferentes ($\lambda = 450 \text{ nm}$, $\lambda = 550 \text{ nm}$ y $\lambda = 650 \text{ nm}$) con una pupila natural de 4 mm de diámetro. Nótese que mientras el efecto de la aberración cromática consiste en un desplazamiento de toda la curva, la evolución de la curva con z no se ve muy afectada. Esto indica que el cambio de longitud de onda tiene poco efecto sobre otras aberraciones aparte del desenfoque. Si consideramos que el plano retiniano se encuentra en $z = 24,1 \text{ mm}$ podemos observar que la razón de Strehl para longitudes de onda diferentes a $\lambda = 550 \text{ nm}$ decrece notablemente. Además, el efecto de la longitud de onda será también atenuado por la curva de sensibilidad espectral de la retina, por lo que los desplazamientos espectrales tendrán poca contribución a la calidad total de la imagen.

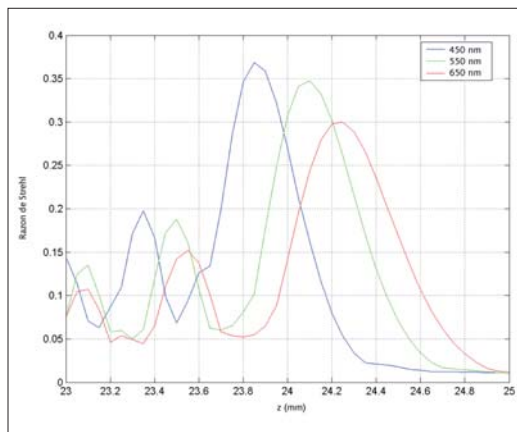


Fig. 3. Variación de la razón de Strehl con la distancia de propagación z para tres longitudes de onda diferentes en un ojo normal para un diámetro pupilar de 4 mm .

Como posible aplicación del método, hemos analizado la aberración cromática de un ojo altamente deformado, es decir un queratocono. Esta malformación produce astigmatismo irregular además de otras aberraciones de mayor orden, por lo que calidad de visión es mala. Además, su irregularidad hace que este tipo de ojo sea especialmente difícil de analizar con otros métodos (trazado de rayos). En la figura 4, mostramos la evolución de la razón de Strehl con la distancia de propagación z , para dos longitudes de onda diferentes y para un tamaño pupilar de 4 mm de diámetro. Los valores de la razón de Strehl son extremadamente bajos, no pudiéndose detectar un pico indicativo de plano de mejor imagen.

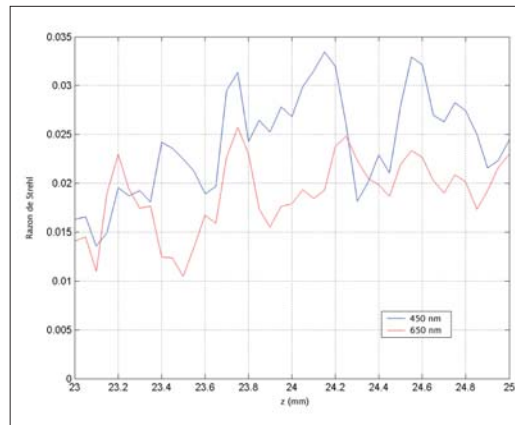


Fig. 4. Variación de la razón de Strehl con la distancia de propagación z para dos longitudes de onda diferentes de un ojo afectado de queratocono con diámetro pupilar de 4 mm .

Nótese que ahora las curvas cambian con la longitud de onda, lo que significa que este parámetro afecta al resto de aberraciones. La longitud de onda afecta al índice de refracción y éste a la longitud focal del elemento. Un cambio en la focal de este ojo puede introducir variaciones desacopladas en todos los términos.

Conclusiones

Utilizando un método que combina datos reales de la morfología corneal, grosor central del cristalino y medidas biométricas de longitud axial junto con cálculos numéricos del proceso de propagación se ha determinado la aberración cromática longitudinal en ojos reales y se ha comprobado que concuerda con estudios de la bibliografía. Se ha analizado la aberración cromática de varios ojos reales a partir de su calidad óptica. Una vez establecida la viabilidad y potencia del método somos capaces de analizar las características de la imagen proporcionada por la parte óptica del ojo. Tiene especial interés un ojo afectado de queratocono por su singularidad y dificultad de estudio mediante otros métodos. Los resultados muestran que mientras que en un ojo emélope la longitud de onda sólo afecta al desenfoque, en un ojo afectado de queratocono todos los términos de aberración dependen de la longitud de onda.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por la Conselleria de Cultura, Educació i Esport de la Generalitat Valenciana, a través del proyecto GV04A/578.

Bibliografía

1. Thibos LN. Calculation of the influence of lateral chromatic aberration on image quality across the visual field 1987;8:1673-1680.
2. Wald G, Griffin DT. The change in refractive power of the human eye in dim and bright light. *J Opt Soc Am* 1947;37:321-329.
3. Bedford RE, Wyszecki G. Axial chromatic aberration of the human eye. *J Opt Soc Am* 1957;47:564-565.
4. Charman WN, Jennings JAM. Objective measurements of the longitudinal chromatic aberration of the human eye. *Vision Res* 1976;16:999-1005.
5. Howarth PA, Bradley A. The longitudinal chromatic aberration across the retina of the human eye. *Vision Res* 1986;16:361-366.
6. Howarth PA, Zhang XX, Bradley A, Still DL, Thibos LN. Does the chromatic aberration of the eye vary with age? *J Opt Soc Am A* 1988;12:2087-2092.
7. Ivanoff A. *Les aberrations de l'oeil*. Masson, Paris, 1953.
8. Thibos, L. N., Bradley, A., Still, D. L., Zhang, X. and Howarth, P. A., "Theory and measurement of ocular chromatic aberration", *Vision Res.* 1990; 30: 33-49.
9. Thibos LN, Ye M, Zhang X, Bradley A. The chromatic eye: a new reduced-eye model of ocular chromatic aberration in humans. *Appl Opt* 1992;31:3594-3600.
10. Rynders MC, Navarro R, Losada MA. Objective measurement of the off-axis longitudinal chromatic aberration in the human eye. *Vision Research* 1994;38:513-522.
11. Marcos S, Burns SA, Moreno-Barriusop E, Navarro R. A new approach to the study of ocular chromatic aberrations. *Vision Res* 1999;39:4309-4323.
12. McLellan JS, Marcos S, Prieto PM, Burns SA. Imperfect optics may be the eye's defense against chromatic blur. *Nature* 2002;417:174-176.
13. Ivanoff A. Sur une methode de mesure des aberrations chromatiques et spheriques de l'oeil en lumiere dirigee. *C R Acad Sci* 1946 ;223:170-172.
14. Simonet P, Campbell MCW. Accuracy and reliability of the chromatic aberration of the human eye. *Optom Vis Sci* 1990;67:55.
15. Thibos LN, Bradley A, Zhang X. The effect of ocular chromatic aberration on monocular visual performance. *Optom Vis Sci* 1991;68:599-607.
16. Fernández EJ, Unterhuber A, Prieto PM, Hermann B, Drexler W, Artal P. Ocular aberrations as a function of wavelength in the near infrared measured with a femtosecond laser. *Opt Express* 2005;13:400-409.
17. Hopkins HH, Yzuel MJ. The computation of diffractions patterns in the presence of the aberrations. *Optica Acta* 1970;17:157-182.
18. Mas D, García J, Ferreira C, Bernardo LM, Marinho FJ. Fast algorithms for free-space diffraction pattern calculation. *Opt Comun* 1999;164:233-245.
19. Mas D, Pérez J, Hernández C, Vázquez C, Miret JJ, Illueca C. Fast numerical calculation of Fresnel patterns in convergent systems. *Opt Comun* 2003;227:245-258.
20. Illueca C, Mas D, Vázquez C, Pérez J, Miret JJ, Hernández C. Caracterización personalizada del ojo humano por medio de un método híbrido. *Ver y Oír* 2004;190:548-556.
21. Pons AM, Lorente A, Illueca C, Mas D, Artigas JM. Fresnel diffraction in a theoretical eye: a fractional Fourier transform approach. *J Mod Opt* 1999;46:1043-1050.
22. Illueca C, Mas D, Pérez J, Pons AM, Artigas JM. Refractive analysis of the human cornea through propagated fields. *J Mod Opt* 2001;48:811-829.
23. Mas D, Pérez J, Vázquez C, Hernández C, Illueca C. Near-field light distributions propagated from human corneas: determination of relevant patterns. *J Mod Opt* 2003;50:1335-1352.
24. Pérez J, Mas D, Miret JJ, Vázquez C, Hernández C, Illueca C. Fresnel based analysis of Kasprzak's crystalline model: statistical results and individual predictions. *Optik* 2005;116:49-57.
25. Illueca C, Hernández C, Vázquez C, Mas D, Pérez J. Image formation inside the eye through diffractive algorithms. *Ophthalmic Res* 2002;34:S1:66.
26. Guirao A, Williams DR. A method to predict refractive errors from wave aberration data. *Optom Vis Sci* 2003;80:36-42.
27. Thibos L, Hong X, Bradley A, Applegate R. Metrics of optical quality of the eye. *J Vision* 2003.
28. Thibos L, Hong X, Bradley A, Applegate R. Accuracy and precision for objective refraction from wavefront aberrations. *J Vision* 2004.
29. Pérez J, Mas D, Illueca C, Miret JJ, Vázquez C, Hernández C. Complete algorithm for the calculation light patterns inside the ocular media. *J Modern Optics* 2005;52:1161-1176.
30. Howcroft MJ, Parker JA. Aspheric curvatures for the human lens. *Vis Res* 1977;17:1217-1223.
31. Malacara D. *Geometrical and instrumental optics*. Boston: Academic Press, 1988.
32. Dubbelman M, Van der Heijde GL. The shape of the aging human lens: curvature, equivalent refractive index and the lens paradox. *Vision Res* 2001;41:1867-1877.
33. Cauchy AL. *Mémoire sur la dispersion de la lumière*. *Nouveaux Exercices de Mathématiques*. En *Oeuvres Complètes d'Agustin Cauchy*, 2nd Series, Vol. 10, Gauthier-Villars et Fils, Paris, 1895.
34. Siedlecki D, Kasprzak H, Pierscionek BK. Schematic eye with a gradient-index lens and aspheric surfaces. *Opt Lett* 2004;29:1197-1199.
35. Emsley HH. *Visual Optics*, vol. 1, Butterworth, London, 1924.
36. Gullstrand A. Appendix II. Optical imagery. En H. von Helmholtz, *Handbuch der Physiologischen Optik*, 3rd ed., Leopold Voss, Hamburg, 1909, (english translation). *Helmholtz's Treatise on Physiological Optics*, JPC Southall, ed, vol. 1 *Optical Society of America*, Washington, DC, 1924.
37. Le Grand Y, Hage SG. *Physiological Optics*, Springer-Verlag, Berlin, 1981.
38. Koojiman AC. Light distribution on the retina of a wide-angle theoretical eye. *J Opt Soc Am* 1983;73:1544.
39. Atchison DA, Smith G. *Optics of the Human Eye*. Butterworth-Heinemann, Oxford, UK, 2000.
40. Atchison DA, Smith G. Chromatic dispersions of the ocular media of human eyes. *J Opt Soc Am* 2005;22:29-37.