

Monografía

La formación
del profesorado
de matemáticas

Competencias docentes del maestro en la docencia en matemáticas y el diseño de programas de formación*

Salvador Llinares
Universidad de Alicante

Enseñar matemáticas en la educación primaria e infantil requiere unas competencias docentes que deberían ser consideradas en el diseño de los programas de formación de maestros. En este artículo apoyamos la necesidad de inferir las competencias docentes para enseñar matemáticas del análisis de lo que significa enseñar matemáticas. Estas competencias docentes específicas se insertan en las competencias profesionales que se requieren para ser un maestro generalista para estos niveles educativos. Finalmente, se justifica la necesidad de considerar este planteamiento cuando se piensa en el diseño de los programas de formación de los maestros.

Palabras clave: *competencia docente, enseñar matemáticas, formación de maestros, diseño de programas, aprender a ser maestro.*

Teaching competences for teaching mathematics and designing training programmes

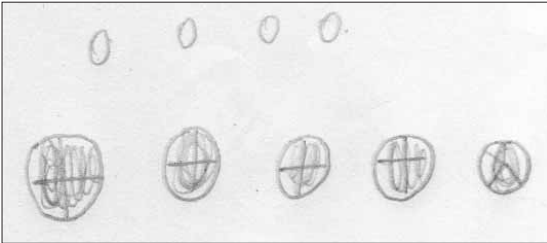
Teaching mathematics at primary and pre-school level calls for teaching competences that should be taken account of when designing teacher-training programmes. In this article we support the need to deduce the teaching competences for mathematics by analysing what it means to teach mathematics. These specific teaching competences form part of the professional competences required to be a general teacher at these levels. Finally we justify the need to consider this approach when designing teacher-training programmes.

Keywords: *teaching competence, teaching mathematics, teacher training, designing programmes, learning how to be a teacher.*

Una situación de enseñanza: Pepa y la introducción de las fracciones en 4.º de educación primaria

Pepa es profesora de 4.º de educación primaria. Ella ha estado con parte de sus alumnos desde el curso pasado y otros se incorporaron con posterioridad. En lo relativo a las matemáticas, sigue un libro de texto que introduce los conceptos y procedimientos con indicación de algunas situaciones de aplicación. Este curso empezó recordando el valor de las cifras de un número en el contexto de los algoritmos de las operaciones con números grandes. Recordaron también la propiedad de la división entera y exacta, y cómo afecta al cociente y al resto las modificaciones del dividendo y el divisor cuando se multiplican por un mismo número. Al final del primer trimestre, empezó a introducir las fracciones como parte-todo, centrándose en cómo nombrar diferentes fracciones unitarias como no unitarias. Empezó a introducir también fracciones mayores que la unidad y las relacionó con la notación mixta (por ejemplo, $5/4 = 1 + 1/4$) relacionando los símbolos con representaciones gráficas de las fracciones. En

Imagen 1



la próxima lección pensaba introducir la idea de fracción como operador (por ejemplo, $1/3$ de 6). Sin embargo, para ver lo que sus alumnos estaban comprendiendo de la idea de fracción y cómo lo representaban decidió plantear un problema de reparto equitativo que no venía en el libro de texto. Pepa pensaba que las situaciones de repartos equitativos podían proporcionarle información sobre la comprensión inicial

de sus estudiantes de las fracciones y el uso que podían hacer de las representaciones para comunicar lo que estaban haciendo. Aunque este tipo de actividades no aparecían en este momento en el libro de texto, ella consideraba que eran matemáticamente desafiantes para los objetivos que pretendía. La actividad que les propuso a sus alumnos era:

Repartir 5 pizzas entre 4 niños, de manera que todos obtengan lo mismo.
¿Cuánto le toca a cada niño?

Sus alumnos empezaron a trabajar por parejas en el problema, al mismo tiempo que Pepa se trasladaba de mesa en mesa para ver lo que estaban haciendo. Ellos sabían que luego habría un tiempo en el que algunas de las parejas debían explicar a sus compañeros cómo habían resuelto el problema o que es lo que no habían sabido hacer.

Una de las parejas estaba formada por Xavi e Inés. En ese momento, Xavi le estaba contando a Inés cómo resolver el problema. Xavi había dibujado cinco círculos para representar las pizzas y los había dividido en cuartos (aunque una de ellas de forma diferente), y además había dibujado otros cuatro círculos pequeños para representar a los niños (véase imagen 1).

Cuando Xavi escribe $4/5$, Pepa le pregunta: «¿Qué estás haciendo?»

XAVI: He repartido a los 4 niños las 5 pizzas.

PEPA: Entonces, ¿cuánta pizza le corresponde a cada niño?

XAVI: Cuatro trozos Cuatro niños por cuatro trozos [*escribiendo ahora $4/4$*]. Primero he repartido cuatro niños por 4 pizzas, y después 4 niños por cuatro trozos que había.

PEPA: ¿Que le tocará a cada niño?

XAVI: Cuatro trozos.

PEPA: ¿Está todo repartido?

XAVI: Sí.

Y empieza a escribir al lado del $4/4$ «trozos li toquen a cada xiquet» [trozos que corresponden a cada niño] (véase imagen 2).

PEPA: ¿Cómo sabes que están todas las pizzas repartidas?

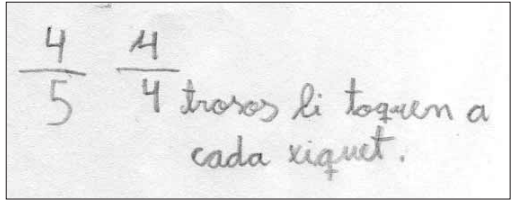
XAVI: Porque primero hemos repartido los cuatro niños que hay por una, dos, tres, cuatro y cinco pizzas que hay [va señalando las representaciones de las pizzas que tiene en el papel], y después he repartido para los

cuatro niños que hay una pizza que tiene cuatro trozos.

PEPA: Entonces, ¿a cada niño qué le toca comer?

XAVI: Cuatro trozos de pizza.

Imagen 2



Pepa se dio cuenta que había algo que no se correspondía entre lo Xavi decía, lo que escribía durante la resolución y lo que él consideraba como resultado. Las representaciones que Xavi estaba usando para comunicar el reparto que estaba haciendo y su resultado no parecían ser eficaces. Ella apreciaba que Xavi estaba intentando comunicar que él había repartido cuatro pizzas y «luego otra más que tenía cuatro trozos»; sin embargo, ni su discurso ni los símbolos usados parecían corresponder a lo que él pensaba que estaba haciendo.

Pepa comienza a plantearse qué debería hacer para aprovechar la situación de comunicación matemática que se estaba generando con Xavi para ayudarle a construir el significado matemático de las fracciones que estaban involucradas en esta situación. En particular, ¿qué nuevas cuestiones debería proponer?, ¿cómo hacer intervenir a Inés? En relación con la tarea usada, ¿debía seguir con la situación de reparto pero cambiando las fracciones? (por ejemplo planteando una situación de reparto de 4 pizzas entre 5 niños), ¿debía modificar la tarea? (por ejemplo con tareas de «medida» y no de reparto, como «si tengo 4 pizzas y quiero darle a cada niño un tercio de pizza, ¿a cuántos niños puedo dar?»). Además, ¿cómo aprovechar esta situación cuando estuvieran en el tiempo de comunicar a toda la clase? ¿Sería conveniente pedir a Xavi que saliera a la pizarra para aprovechar su conocimiento informal para empezar a dotar de significado a las representaciones que estaba usando?

Estas y algunas cuestiones más se pueden generar durante la enseñanza de las matemáticas al intentar que los alumnos «aprendan matemáticas» y no sólo reproduzcan procedimientos. Evidentemente, las cuestiones están vinculadas a una situación de enseñanza específica y se apoyan en un conocimiento específico sobre el significado de las fracciones, las

fracciones como contenido curricular en la educación primaria, el tipo de tareas que es posible proponer, el conocimiento sobre cómo las fracciones se aprenden, y cómo es posible ayudar a que se genere un discurso matemático en el aula que potencie la construcción de los significados matemáticos. Ser competente en la enseñanza de las matemáticas significa ser competente en estos diferentes ámbitos, es decir, en «conocer y saber usar el conocimiento» en las situaciones de enseñanza en las que es pertinente. Desde esta perspectiva, llegar a ser maestro en las situaciones de la enseñanza de las matemáticas significa aprender a desarrollar estas competencias (conocimiento y su uso) (Llinares, 2004).

Las competencias docentes para gestionar una situación de enseñanza de las matemáticas: conocer y saber usar el conocimiento en situaciones específicas

La situación de enseñanza anterior describe cómo Pepa decide introducir una nueva actividad matemática en su clase de cuarto cuando estaba introduciendo las fracciones siguiendo el libro de texto. La decisión de la maestra de introducir un nuevo tipo de actividades crea una situación que permite enriquecer los significados de las ideas matemáticas. Complementar los significados de las fracciones como parte-todo en las situaciones de repartos equitativos, en los que las acciones-procesos de repartir y los productos de estas acciones se convierten en sí mismos en generadores de significados, implica un conocimiento del contenido matemático que es específico de la tarea de enseñar matemáticas. Conocer las fracciones desde la perspectiva de la enseñanza-aprendizaje es un conocimiento diferente de simplemente representar $\frac{4}{5}$ sombreando 4 partes de las cinco en las que se puede dividir un rectángulo, o el de saber realizar sumas de fracciones en el nivel de los símbolos. De qué manera es posible relacionar los diferentes significados de las fracciones (como parte-todo, como operador, como razón...) y cuándo es necesario enfatizar unos significados frente a otros y por qué, cómo relacionar los diferentes significados de las fracciones entre otros aspectos y cuáles son las situaciones que son pertinentes para ello, forman parte del conocimiento sobre las fracciones necesario para enseñarlas. Conocer el contenido matemático escolar de esta manera es lo que permite tomar decisiones sobre la idoneidad de las actividades que se puede plantear a los alumnos y las relaciones que es posible establecer entre los diferentes contenidos matemáticos de la educación primaria.

Por otra parte, otra de las actividades de Pepa vinculadas a la situación de enseñanza descrita consiste en interpretar lo que Xavi estaba diciendo y haciendo. Interpretar significa dotar de significado a lo que los alumnos estaban haciendo desde la perspectiva de los objetivos pretendidos por Pepa de ampliar los significados de las fracciones de sus alumnos, y cómo sus alumnos los representaban y los comunicaban

a los demás. Para ello, Pepa usaba su conocimiento sobre cómo se construyen los significados de las fracciones, y cual era el papel de la unidad, y las fracciones unitarias ($1/n$) en las situaciones de los repartos equitativos. El conocimiento sobre el proceso recursivo de construcción del conocimiento matemático permite a Pepa ser capaz de identificar de qué manera el proceso de resolución de Xavi (lo que dice y hace) es una manifestación de las representaciones construidas y del uso informal del lenguaje como mecanismos constructivos en el desarrollo del significado de las fracciones. Reconocer el papel primordial que desempeña el conocimiento de los símbolos y cómo se generan las conexiones entre los símbolos y los significados de las fracciones le permite estar en mejores condiciones de tomar decisiones docentes eficaces para seguir la secuencia de enseñanza desde la perspectiva de la generación de significados vinculados a los símbolos como parte del desarrollo de la competencia matemática de sus alumnos. De esta manera, conocer que las representaciones no deben ser enseñadas como un fin en sí mismo, sino como instrumentos para generar competencia matemática en los alumnos desde la perspectiva de la comunicación y de la resolución de actividades como las de reparto equitativo, forma parte del conocimiento específico necesario para gestionar esta situación de enseñanza.

Finalmente, la manera en que Pepa gestiona la comunicación con Xavi, y posiblemente la manera en que piensa hacer intervenir a Inés en sus intentos de desarrollar los significados para las fracciones en el contexto de repartos equitativos se apoya en su conocimiento de las características dialógicas de la comunicación intentando colocar los énfasis en las relaciones entre la simbolización de los productos de las acciones y los significados. En este sentido, Pepa sabe que las representaciones deben ser usadas como instrumentos para desarrollar la comunicación matemática como una forma de desarrollar la competencia matemática en sus alumnos. Por ello, aunque inicialmente puede no comprender la manera en la que Xavi está intentando comunicarse con ella, plantea cuestiones dirigidas a ayudarlo a aprender a usar los símbolos. De esta manera, Pepa intenta transmitir la idea de que las representaciones (símbolos y dibujos) se construyen para propósitos específicos durante la resolución de las actividades y para comunicar a otros los intentos de resolución. Así, a través de las preguntas planteadas, intenta que Xavi pueda tener la posibilidad de expresar el significado que le atribuye a lo que ha dibujado o ha escrito. De esta manera, a través de la interacción que establece con Xavi, Pepa intenta conseguir niveles de comprensión cada vez más sofisticados, en los que el uso de símbolos específicos y un lenguaje adecuado permite manejar objetos mentales cada vez más abstractos y, de esta manera, poder juzgar la idoneidad de las represen-

taciones usadas. Pepa apoya sus cuestiones sobre lo que inicialmente ha dicho Xavi, de cómo había iniciado la resolución de la tarea, y no considerando cómo ella misma pensaba que podía ser la solución.

Esta forma de actuar se apoya en el conocimiento de Pepa de que el desarrollo de la competencia matemática por parte de sus alumnos implica aprender a participar en «prácticas» de comunicar la manera en la que se ha resuelto la actividad y en las que se utilizan diferentes representaciones. Posiblemente un itinerario de enseñanza alternativo que se genere en la situación descrita conllevaría la posibilidad de plantear situaciones en las que la discusión entre el maestro y los alumnos, o entre los propios alumnos, se centre en las ventajas e inconvenientes de cada una de las representaciones usadas para el fin pretendido. Así, ser competente como maestro en estas situaciones implica poseer un conocimiento específico de cómo gestionar las situaciones comunicativas en la clase de matemáticas, con el fin de potenciar el desarrollo de la competencia matemática en los alumnos (Llinares, 2003), centrando la atención en cómo se comunican los procesos matemáticos usados y en qué medida las representaciones usadas ayudan a transmitir lo que se pretende.

Desde esta perspectiva, y para ser maestro en situaciones de enseñanza de las matemáticas (de las que la viñeta de Pepa descrita al principio es sólo un ejemplo) hay que desarrollar una serie de competencias docentes que están vinculadas a la actividad de «enseñar matemáticas» (algunas descritas en la viñeta de Pepa, no así otras) y, por tanto, con conocer el conocimiento específico vinculado a dichas actividades. Para la caracterización que estamos realizando podemos suponer que la actividad de enseñar matemáticas está integrada por los tres «sistemas de actividad» siguientes:

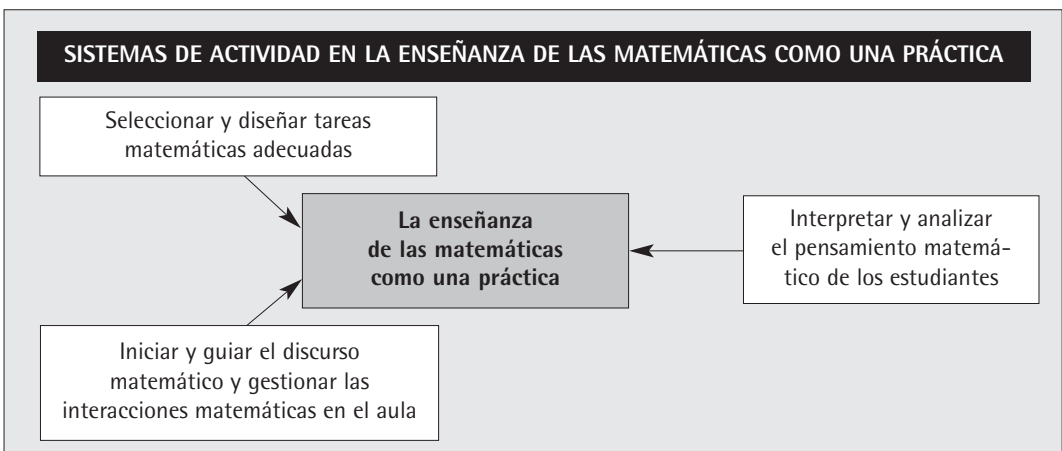
- *Organizar el contenido matemático para enseñarlo.* Conocer los contenidos matemáticos como objeto de enseñanza-aprendizaje, utilizar la información sobre los contenidos matemáticos para diseñar, seleccionar y analizar los problemas (actividades, ejercicios) como instrumentos de aprendizaje matemático (por ejemplo, estableciendo rangos de demandas cognitivas. Usar el conocimiento sobre el contenido matemático como objeto de enseñanza-aprendizaje, sobre los problemas como instrumentos de aprendizaje y sobre el aprendizaje para diseñar, seleccionar, analizar y modificar secuencias de enseñanza previamente establecidas.
- *Analizar e interpretar las producciones matemáticas de los alumnos.* Conocer el conocimiento de didáctica de la matemática sobre teorías del aprendizaje y construcción del conocimiento matemático, conocer las características del aprendizaje de los conceptos y procedimientos matemáticos, utilizar el conocimiento anterior

para observar las producciones de los alumnos (oral, escritas, en problemas puntuales o en proyectos...) y utilizar los conocimientos de didáctica de la matemática sobre el aprendizaje matemático para diagnosticar —dotar de significado a las producciones de los alumnos identificando posibles causas que las justifiquen— y proponer justificaciones y procesos de intervención.

- *Gestionar el contenido matemático en el aula.* Conocer e identificar las fases y tipos de lecciones de matemáticas, conocer e identificar las características que puede adoptar la interacción en el aula en relación al aprendizaje matemático (por ejemplo, las diferentes normas socio matemáticas, el contrato didáctico...), conocer e identificar características del discurso matemático en el aula y su relación con el aprendizaje matemático, conocer e identificar características de la gestión debates como instrumentos de aprendizaje matemático, formular preguntas que permitan vincular concepciones previas con lo nuevo y saber subrayar las diferentes aportaciones apoyando el desarrollo de metacognición en los alumnos y proponer cuestiones matemáticamente desafiantes, para apoyar el progreso de los alumnos a lo largo de la realización de los problemas matemáticos.

Para desarrollar cada uno de estos «sistemas de actividad», el maestro debe llegar a ser competente en los diferentes aspectos que definen cada uno de estos sistemas, y por tanto «conocer y saber usar» lo que fundamenta dicha competencia (véase figura 1).

Figura 1. Sistemas de actividad que articulan la enseñanza de las matemáticas como una práctica



Los programas de formación inicial: el contexto institucional para empezar a aprender a ser maestro

Los programas de formación inicial de maestros tienen como objetivo que los estudiantes para maestro empiecen a desarrollar las competencias docentes necesarias para la enseñanza (ANECA, 2004). En otras palabras, el objetivo es que aprendan el conocimiento específico para ser usado en las situaciones de enseñanza de tópicos particulares, parte del cual ha sido ejemplificado en la viñeta descrita al principio (Castro, 2002; Chamorro, 2003). Además, los programas de formación se desarrollan en contextos institucionales como son las universidades y responden a directrices emanadas de las administraciones educativas (Resolución 17/12/2007; BOE, 2007). Esta configuración hace que algunas veces los procesos de toma de decisiones para configurarlos sean largos y complejos, interviniendo muchos colectivos y llegándose algunas veces a desvirtuar los objetivos inicialmente pretendidos. Esto suele suceder cuando se olvida que el maestro generalista debe planificar, gestionar e interpretar situaciones de enseñanza-aprendizaje de tópicos específicos vinculadas al desarrollo de ciudadanos competentes. Olvidar en la toma de decisiones que articulan los programas de formación de maestros que estos profesionales deben enseñar las materias del currículo (matemáticas, lenguas, ciencias sociales y experimentales...) (por ejemplo, Orden ECI/2211/2007) y que, por tanto, dichos programas deben ayudar a desarrollar las competencias docentes específicas para estas situaciones puede conducir a diseñar programas de formación que no respondan a sus objetivos.

Ser competente en las situaciones de enseñanza implica manejar una situación que tiene como objetivo conseguir el desarrollo de la competencia como ciudadanos de los alumnos, y eso implica necesariamente hacer el análisis de la situación desde el conocimiento que los alumnos de educación infantil y primaria deben llegar a conocer y usar. Esto conlleva que no deberían tomarse decisiones sobre el diseño de los programas de formación de maestros sin tener en cuenta las situaciones que los maestros deben llegar a manejar. Si un maestro debe manejar situaciones de enseñanza-aprendizaje de tópicos particulares a grupos de alumnos diversos y en contextos escolares particulares, es necesario analizar estas situaciones para inferir el conocimiento necesario y las maneras de usarlo que pueden ser más pertinentes para tomar las mejores decisiones, y luego pensar, además, en los entornos de aprendizaje que es necesario diseñar para el desarrollo de las competencias docentes (Contreras y Blanco, 2002; Corral y Zurbano, 2000; Penalva, Escudero y Barba, 2006). Eso significa, en primer lugar, pensar en las competencias docentes necesarias para ser maestro (conocimiento específico y aprender a usarlo) y, en segundo lugar, pensar en cómo se desarrollan dichas competencias docentes. Además, algunos de estos

ámbitos ya forma parte de la investigación educativa (García, Sánchez, Escudero y Llinares, 2006).

Por otra parte, la identificación de competencias profesionales transversales a las situaciones de enseñanza de las materias disciplinares, así como la existencia de conocimiento general, nunca debería dejar de lado el fin primordial de lo que significa que el maestro posea las «herramientas conceptuales» necesarias para manejar las situaciones de enseñanza de los contenidos curriculares. Posiblemente existan otras profesiones vinculadas a la escuela (psicología, pedagogía, sociología) en las que estos otros conocimientos transversales a todos los contenidos curriculares puedan tener su relevancia primordial, pero el perfil profesional del maestro debería estar vinculado prioritariamente a las situaciones de enseñanza de las materias específicas del currículo que les permita poder ayudar a sus alumnos a ser ciudadanos competentes en la sociedad del conocimiento.

Nota

* Este trabajo se ha realizado en parte con el apoyo del proyecto I+D+i EDU2008-04583. Agradezco los comentarios realizados a los borradores previos a J. M. Fortuny (UAB), V. Sánchez (US) y M. García (US).

Referencias bibliográficas

- AGENCIA NACIONAL DE EVALUACIÓN DE LA CALIDAD Y ACREDITACIÓN (2004): *Libro blanco. Título del Grado en Magisterio*. Vol. 1. Madrid. ANECA.
- CASTRO, E. (2002): *Didáctica de las matemáticas en la educación primaria*. Madrid. Síntesis.
- CHAMORRO, M.C. (2003): *Didáctica de las matemáticas*. Madrid. Pearson-Prentice Hall.
- CONTRERAS, L.C.; BLANCO, L. (eds.) (2002): *Aportaciones a la formación inicial de maestros en el área de matemáticas: Una mirada a la práctica docente*. Cáceres. Universidad de Extremadura.
- CORRAL, C.; ZURBANO, E. (eds.) (2000): *Actas del IV Simposio sobre propuestas metodológicas y de evaluación en la formación inicial de los profesores del área de didáctica de la matemática*. Oviedo. Universidad de Oviedo.
- GARCÍA, M.; SÁNCHEZ, V.; ESCUDERO, I.; LLINARES, S. (2006): «The Dialectic Relationship Between Research and Practice in Mathematics Teacher Education». *Journal of Mathematics Teacher Education*, núm. 9(2), pp. 109-128.
- LLINARES, S. (2003): «Matemáticas escolares y competencia matemática», en CHAMORRO, C. (ed.): *Didáctica de las matemáticas*. Madrid. Pearson-Prentice Hall, pp. 3-30.
- (2004): «La generación y uso de instrumentos para la práctica de enseñar matemáticas». *Uno. Revista de Didáctica de la Matemática*, núm. 36, pp. 93-115.
- «Orden ECI/2211/2007, de 12 de julio, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación Primaria» *Boletín Oficial del Estado*, núm. 173 (20 de julio de 2007).
- PENALVA, M. C.; ESCUDERO, I.; BARBA, P. (eds.) (2006): *Conocimiento, entornos de aprendizaje y tutorización para la formación del profesorado de matemáticas. Construyendo comunidades de práctica*. Granada. Proyecto Sur.

*Referencias
del autor*

«Resolución de 17 de diciembre de 2007, por la que se establecen las condiciones que deberán adecuarse los planes de estudios conducentes a la obtención de títulos que habiliten para el ejercicio de la profesión regulada de Maestro en Educación Infantil» *Boletín Oficial del Estado*, núm. 305.

«Resolución de 17 de diciembre de 2007, por la que se establecen las condiciones que deberán adecuarse los planes de estudios conducentes a la obtención de títulos que habiliten para el ejercicio de la profesión regulada de Maestro en Educación Primaria» *Boletín Oficial del Estado*, núm. 305.

Salvador Llinares

Universidad de Alicante

sllinares@ua.es

Líneas de trabajo: formación de maestros y profesores de matemáticas e investigación sobre el aprendizaje del maestro y profesor de matemáticas.

Este artículo fue solicitado por *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas* en noviembre de 2008 y aceptado para su publicación en enero de 2009.