GÖTEBORGS UNIVERSITET
INST FÖR PEDAGOGIK OCH SPECIALPEDAGOGIK

När det matematiska språket behöver lockas fram igen

Helena Berntsson

Uppsats/Examensarbete:	15 hp
Program och/eller kurs:	Examensarbete med utvecklingsinriktning, PDGX62
Nivå:	Grundnivå
Termin/år:	Vt 2013
Handledare:	Bengt Edström
Examinator:	Mikael Nilsson
Rapport nr:	VT13-IPS-01 PDGX62

Abstract

Uppsats/Examensarbete:	15 hp
Program och/eller kurs:	Examensarbete med utvecklingsinriktning, PDGX62
Nivå:	Grundnivå
Termin/år:	Vt 2013
Handledare:	Bengt Edström
Examinator:	Mikael Nilsson
Rapport nr:	VT13-IPS-01 PDGX62
Nyckelord:	Kommunicera, resonera matematik, veckouppgifter, bedömning, måluppfyllelse

Abstract:

Syftet är att undersöka om ett fokus på kommunikation och resonemang kring matematik genom Veckouppgifter kan öka elevers måluppfyllelse. Veckouppgiften är ett problem eller annan matematisk uppgift som eleven löser hemma gärna med hjälp av någon vuxen eller annan person som hjälp. Veckouppgiften lämnas in och bedöms av läraren mot förmågorna i Lgr-11. Bedömningarna presenteras i försöksklassen och ligger till grund för en diskussion i klassen kring att:

1. Lösningar kan se olika ut men ha samma lösningskvalitet vid bedömning.
2. Uppgifter kan lösas med olika strategier men har samma kvalitet vid bedömning.

Diskussionen visade sig svår att få kontinuitet i, men eleverna lyssnade eftertänksamt på samtliga visningar av hur valda delar av klasskamraternas uppgifter skulle ha bedömts i skarpt läge. Betygsmedelvärdet som bland annat använts som referens mot klasser som inte arbetat med Veckouppgifter men haft all annan undervisning och bedömning upplagd på samma sätt har ökat mer i försöksklassen än i de två referensklasserna. Det är osäkert om det är Veckouppgifternas förtjänst eller möjligen en engagerad lärare som påverkat eleverna till ökad förmåga att kommunicera matematiska förmågor.

Innehållsförteckning

Inledning

Sedan 1990-talet står sig svenska elevers kunskaper i matematik allt sämre i internationella jämförelser som TIMSS och PISA.

I Sveriges grundskolor infördes från och med höstterminen 2011 en reviderad läroplan, nya kursplaner och betygskriterier samt ett nytt betygssystem. Den heter Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet, Lgr-11. Jämfört med föregående läroplan för grundskolan, Lpo-94, verkar kraven för det lägst godkända betyget vara höjt i Lgr-11. Min tolkning är att det har flera orsaker och en av dem är att varken den enskilda skolan eller huvudmannen längre kan göra lokala tolkningar av kunskapskraven och att förmågorna inte längre har olika rang. Det betyder att samtliga förmågor i den nya läroplanen behöver visas på alla betygssteg. Läraren kan inte bortse från någon förmåga genom egna tolkningar av kunskapskraven.

Både Lpo-94 och Lgr-11 har målrelaterade betygskriterier till skillnad från Lgr-80 vars betygssystem var relativt. Eleverna jämförs inte med varandra i ett målrelaterat betygssystem, utan kunskapen mäts mot betygskriterier.

I Lgr-11 står det i ingressen till kursplanen i matematik:

> *Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Matematisk verksamhet är till sin art en kreativ, reflekterande och problemlösande aktivitet som är nära kopplad till den samhälleliga, sociala och tekniska utvecklingen. Kunskaper i matematik ger människor förutsättningar att fatta välgrundade beslut i vardagslivets många valsituationer och ökar möjligheterna att delta i samhällets beslutsprocesser.* (Lgr-11, 2011, s 62)

Det är en kort beskrivning av matematikämnets ursprung och själ. Samtidigt beskriver texten i korta ordalag vad samhällsmedborgaren behöver matematikkunskaper till. För att praktiskt kunna använda kunskaper eller lösa matematiska problem behövs också verktyg som beräkningsmetoder och språk för muntligt och skriftligt resonemang. De förmågorna beskrivs i syftestexten i matematikämnets kursplan. Det är fem förmågor som beskrivs och eleven måste visa kvalitet på samtliga förmågor för att kunna få det lägsta godkända betyget på betygsskalan, betyget E. Eleven ska kunna visa kvalitet på samtliga förmågor för att få betygen E, C och A. För att få något av de mellanliggande betygen, D eller B, ska eleven klara kvalitetskraven på samtliga förmågor för det underliggande betyget och tillövervägande del på det högre betyget.

Förmågorna i matematik i Lgr-11:

> *Genom undervisningen i ämnet matematik ska eleverna sammanfattningsvis ges förutsättningar att utveckla sin förmåga att*
>
> - *formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder,*
> - *använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp,*
> - *välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter,*
> - *föra och följa matematiska resonemang, och*
> - *använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser (Lgr-11, 2011, s 63).*

Förmågorna är inte betygsspecifika (rangordnade). Det betyder att ingen av förmågorna är viktigare på något betygssteg än en annan. I den föregående läroplanen, Lpo-94, var förmågorna betygsspecifika till mycket stor del. För godkänt betyg krävdes till exempel att eleven till allra största del mindes information. För ett väl godkänt betyg behövde eleven dessutom kunna förklara och dra slutsatser ur information. För ett mycket väl godkänt krävdes utöver förmågorna för de lägre betygen, att eleven kunde analysera och värdera information.

Två av förmågorna i Lgr-11 finns beskrivna med vardera två exempel i Skolverkets kommentarmaterial till kunskapskraven i matematik. Av betygskriterierna, det centrala innehållet i Lgr-11 samt det kommentarmaterial skolverket skickat ut, verkar kraven på elevers kunnande i matematik ha ökat. Orsaker är dels den ovan nämnda samt att det centrala innehållet byggts på och en del teoretiska moment har tidigarelagts än vad som tidigare varit brukligt i grundskolan.

De ord som anger nivån på förmågorna kallas värdeord. De anger ingen absolut kunskap utan är referensramar som behöver diskuteras och kommuniceras för likvärdighet. Det centrala innehållet beskriver vilka områden undervisningen ska omfatta. Värdeord är ord och formuleringar som återkommer i betygskriterierna för teoretiska ämnen respektive praktiska ämnen.

För mig blev arbetet som lärare i matematik annorlunda höstterminen 2011. Det finns tre orsaker till det:

- Det är nu nödvändigt att hitta en metod att bedöma och dokumentera alla förmågor på tre betygssteg samtidigt. I matematik blir det 12 variabler att hålla isär och dokumentera. Det tog mig ett år att prova ut ett system att bedöma och dokumentera elevernas skriftliga förmågor så att de finns i ett begripligt format för senare summativ bedömning. Det kräver stor organisation och ordning i det egna arbetet.
- Problemlösning står både som en förmåga och som ett centralt moment i Lgr-11. Eleverna är inte vana att diskutera lösningsmetoder och att jämföra och värdera metoder och resultat. Det är ett arbete som tar tid att implementera och som måste göras omsorgsfullt för att bli meningsfullt och kompetenshöjande. Redan vid införandet av Lpo-94 beskrevs att elever har svårt att arbeta med och att redovisa gruppuppgifter och att komplexa problem är svåra att lösa för eleverna. Här uppges för mycket enskild och tyst räkning i det dagliga arbetet som orsak. (Pettersson, 1997). Nu är det 2012 och problemen kvarstår.
- För att förstå hur eleverna resonerar i problemet och för att kunna lämna feedback för utveckling krävs att eleven kan kommunicera problemet. Endast muntlig redovisning ger inte kunskap och

träning på det mer formella sättet att redovisa. Nu är det nödvändigt att förmedla tankar och resonemang för att alls få ett betyg. Under många år har jag på olika sätt betonat vikten av att beskriva sitt tillvägagångssätt i matematik för eleverna. Jag ser att det inte är nog.

Om måluppfyllelsen i matematik ska öka, behöver eleverna hjälp med vägar att komma vidare i kunskapsutvecklingen i matematik. Att nå framgång kräver alltid ansträngning i någon form och i matematik finns inga genvägar. Eleven måste förstå problemet, kunna använda begrepp, ha metoder att göra beräkningar med, kunna beskriva och motivera tillvägagångssätt och ha en repertoar av problemlösningsstrategier för att kunna bli en god matematiker. Vägen dit är tid, tålamod och engagemang. Lektionstiden är reglerad i skollagen, så mer lektionstid har jag inte. Jag har heller inte tiden att ta ett steg i taget med mina nior. Den nya läroplanen trädde i kraft ht-11 och vt-13 ska de ha slutbetyg enligt Lgr-11. Oavsett om jag skriver den här uppsatsen, måste jag göra mitt allra bästa för att skapa förutsättningar att utveckla framför allt resonemang och kommunikation då de förmågorna inte har visats upp alls eller väldigt bristfälligt tidigare av flera elever. Kommunikations- och resonemangsförmågan bär de andra förmågorna. Det verkar därför lämpligt att arbeta med resonemang och kommunikation med något varierbart uttrycksmedel i matematik. En start skulle kunna vara att elevernas egna lösningar på t ex olika typer av matematiska problem anonymt tas upp till diskussion där olika typer av lösningsmetoder eller olika kvalitet på lösningar visas så att det konkret går att peka på vilken skillnaden är mellan t ex. ett E och ett C på en specifik uppgift. Då finns diskussionsunderlaget ”gratis” och problemlösningsförmågan, som de trycker på både som centralt moment och förmåga i syftestexten i Lgr-11, utvecklas förhoppningsvis också.

Bakgrund

Organisation och genomförande av det dagliga matematikarbetet:

Skolan studien genomförs på är en F-9 enhet. Den har mellan tre och fyra paralleller i årskurserna 7-9. Det är fem lärare, tre heltider och två deltider, som undervisar 10 klasser i årskurs 7-9 i matematik. Jag är en av lärarna i matematik. I bedömning av elevers förmågor är det viktigt att vi, så gott vi kan, försöker bedöma rätt saker och med så hög kvalitet vi kan. Med kvalitet menar jag så likvärdigt vi förmår relativt kursplaner och kunskapskrav i Lgr-11. Sedan många år tillbaka har vi gjort gemensamma grovplaneringar (Bilaga 1) och de sista fyra åren har vi också gjort pedagogiska planeringar tillsammans (Bilaga 2). Det ger oss en gemensam plattform att stå på i planeringen och genomförandet av matematikarbetet med och för eleverna. Vi tycker att det är viktigt att arbeta med samma centrala moment i årskursen eftersom det främjar diskussion kring det pågående arbetet. Att samverka i både planering och konstruktion av prov och mallar till dem tror vi ökar både kvalitet i undervisning och likvärdighet i bedömning. Att ha ämneskollegor att diskutera med, tror jag är en viktig faktor för att undvika att halka utanför det kursplanerna beskriver eller hamna snett i sitt resonemang i bedömningsfrågor.

Grovplanering

Det är viktigt att det finns rutiner för hur vi arbetar så att både jag och eleverna känner till vilka rutiner och regler som gäller för arbetets struktur och ordning. En grovplanering görs av mattelärarna på skolan inför varje läsår där året är indelat i perioder av arbete med olika centrala moment. Grovplaneringen innehåller också en turordning på vem av lärarna som ansvarar för att konstruera prov eller testuppgifter med tillhörande bedömningsmall två gånger per termin och årskurs. Läsåret 2012 -2013 finns att se i Bilaga 1.

Pedagogisk planering

Alla klasser i årskursen arbetar efter samma pedagogiska planering. På den står vilket eller vilka centrala moment som ingår till största del på arbetsområdet. I ingressen till den pedagogiska planeringen finns oftast en kort beskrivning av vad just de här kunskaperna kan vara bra till och både nya och gamla centrala begrepp för arbetsområdet listas. Här står också ett förtydligande av vad de olika förmågorna i matematik på området innehåller för typ av arbete och kunskap. Därefter följer huvuddragen av vad vi kräver att eleven ska kunna göra med sina matematiska kunskaper för att få ett godkänt betyg. Sist beskriver vi under vilka former bedömningarna kommer att ske. Vi brukar planera arbetet i fyra delar över året, vilket medför fyra pedagogiska planeringar per läsår. Ett exempel på hur en pedagogisk planering kan se ut finns i Bilaga 2. Den pedagogiska planeringen är tänkt att användas som en checklista när eleven sedan repeterar t ex inför ett prov.

Veckoplanering

Varje enskild lärare på skolan gör en veckoplanering inför varje start med ny pedagogisk planering och därmed nytt arbetsområde. En veckoplanering är en veckovis plan över vilka begrepp och uppgifter som klassen arbetar med under arbetsområdet. Ett arbetsområde varar i regel 8-10 veckor. Veckoplaneringen är sedan grunden förgörs alltid före start så att allt väsentligt hinns med. Det kan annars vara lätt att tiden rinner iväg till arbete som ligger utanför den pedagogiska planeringen och med den även utanför de centrala momenten. En veckoplanering är . På Veckoplaneringar står vilka begrepp vi främst arbetar med under varje vecka och var i matteboken vi tränar dem. I veckoplaneringarna står provdatum och under projekttiden kommer även inlämningstider för veckouppgifterna att finnas. Ett exempel på hur en Veckoplanering kan se ut finns i Bilaga 3.

Gemensamma matematikprov och bedömningsmallar

De grundläggande kunskaper som ett nytt arbetsområde alltid inleds med, testar vi av i korta och oförberedda tester under arbetets gång. Vår förhoppning med korta och oförberedda tester är att eleverna ska förstå vikten av kontinuitet i arbetet. Om vi arbetar på ett sätt som gör det lättare att motivera kontinuitet i arbetet, hoppas vi att det kan hjälpa eleverna till bättre studievanor. Många elever har uttryckt att de tycker det är bra medan andra inte gillar de krav det ställer på dem. De prov vi har är oftast av traditionell typ. Uppgifterna blir mer omfattande och ökar i svårighetsgrad ju senare i provet de står. Vi gör provuppgifter och en skriftlig bedömningsmall till varje prov. Den lärare som gör utkast till prov och bedömningsmall har provet klart senast två veckor före provdatum för att vi andra ska kunna komma med synpunkter och förslag på ändringar. Vi har ännu inte lyckats hitta ett bättre sätt att försöka garantera eleverna likvärdig bedömning på de skriftliga proven. Vi tror att konstruktionen och diskussionerna kring vilka förmågor vi kan se i uppgiften är viktiga för att vi lärare ska kunna utvecklas och bli duktigare på att se hela elevens kunnande och hitta lämpliga uppgifter. Arbetstiden det tar att göra provuppgifter, göra bedömningsmallar och sedan bedöma elevernas lösningar har ökat till de fyrdubbla med den nya läroplanen.

Problemformulering

Med Lgr-11 följer också ökade krav på elevers kunskapsnivå i matematik. Den nya läroplanen kräver att eleven visar kvalitet på samtliga förmågor i kursplanens syftestext för att klara kunskapskraven för det lägsta betyget E. Kommunikations- och resonemangsfömågorna bär övriga förmågor eftersom de är förutsättningar för att alls kunna uppmärksamma övriga förmågor så som problemlösningsförmåga, begreppsförståelse och metoder att göra beräkningar mm. (Lgr -11, 2011).

Bentley (2012) skriver att matematikundervisningen i större utsträckning måste syfta till förståelse för att ökad måluppfyllelse ska vara möjlig. Bentley skriver också att allsidig träning är mycket viktig så att begrepp och metoder ges förklaringar på olika sätt för att eleven verkligen ska förstå. Läraren måste få feedback av eleven för att kunna veta vad eleven förstått och vad eleven kanske behöver en annan förklaring på för att förstå. Detta förutsätter matematisk kommunikation och matematiska resonemang. Jag ser därför de förmågorna som viktiga både för att eleven ska kunna förmedla vad han/hon behöver hjälp med och vad han/hon kan.

Skolans utveckling har gått från att vara en kunskapsskola där tester på eleven var rena intelligenstester till att lite senare mest vara prov avsedda för att rangordna elever till högre utbildning (Jönsson, 2012 och Skolverket, 2011). Både akademisk forskning, samhällsutveckling och dess syn på vad eleverna i skolan skulle kunna och till vad har gjort att vi i Sverige sedan den första Läroplanen kom, 1878, haft en rad Läroplaner med skiftande innehåll. På senare tid har mycket forskning gjorts på hur elever lär, när de lär och vad det är som gör att elever inte lär osv. Det gör att vi idag borde ha stora möjligheter att skapa goda studiemiljöer i våra skolor (Jaworski, 2006, Jönsson, 2012, Löwing, 2005, Sjöqvist, 2005, Säljö, 2010 och Taflin, 2007).

Jag har ofta svårt att få elever att beskriva hur de tänker, både muntligt och skriftligt i matematik. Jag får då också svårt att veta vilken hjälp jag ska ge för att de ska utvecklas i ämnet. Har de alls förstått begreppen eller var det metoden som inte blev fullständigt tydlig för dem? Kanske var det utformningen av problemet som eleven inte förstod. Om jag ska kunna hjälpa eleverna att bli bättre matematiker, måste jag få eleverna att kommunicera sin matematik eftersom det är kommunikations- och resonemangsförmågan som gör att bedömning av de andra tre förmågorna blir möjlig. Min undersökning motiveras av kommunikations- och resonemangsförmågornas centrala roll vid inlärning och att de nu måste uppvisas även för det lägsta godkända betyget E i grundskolan. Veckouppgifter är det sätt jag tänker testa om de kan få elever att öka och utveckla kommunikations- och resonemangsförmågorna i testklassen 9 C.

Syfte

Syftet är att undersöka om ett fokus på kommunikation och resonemang kring matematik genom Veckouppgifter kan öka elevers måluppfyllelse i matematikämnet.

Definitioner

Kunskap

Jag kommer att använda begreppet grad av kunskap som ett generellt mått på hur väl eleven uppnått förmågorna och i hur stor omfattning förmågorna i matematikämnet är uppnådda i Lgr-11 (i grundskolans syftestext till kursplanen i Lgr-11 har uppnåtts.)

Resonera

Att resonera matematik innebär att presentera en lösning, att kunna tolka data samt att utveckla och utvärdera argument, medan att kommunicera matematik betyder att rita, lyssna, skriva, läsa och diskutera information och idéer (Helenius, 2010) Ibland kan begreppen resonera och kommunicera matematik vara svåra att hålla isär. I Lgr-11 är de här begreppen delade i syftestexten men i kunskapskraven sitter de ihop. Till skillnad från Helenius beskrivs resonera som förmåga att föra och följa resonemang (tolkar jag som diskutera) medan kommunikativ förmåga är att kunna samtala om, argumentera och redogörs för t ex lösningar. Eftersom åsikterna kring vilket begrepp som står för vad skapar förvirring, låter jag för enkelhetens skull definitionen i Lgr-11 vara den som gäller i uppsatsen.

Värdeord

I kunskapskraven i Lgr-11 finns beskrivningar för hur väl och på vilket sätt eleven ska visa förmågorna för betygen E, C och A. Beskrivningarna innehåller ord, värdeord, som återkommer i kunskapskraven för de olika årskurserna. Det är dock olika centralt innehåll som ger värdeorden substans. Nedan finns exempel på värdeord (fet text) som återfinns i Lgr-11

E. *Eleven har **grundläggande** kunskaper om matematiska begrepp och visar det genom att använda dem i **välkända** sammanhang på ett **i huvudsak** fungerande sätt.*

C. *Eleven har **goda** kunskaper om matematiska begrepp och visar det genom att använda dem i **bekanta** sammanhang på ett **relativt väl** fungerande sätt.*

A. *Eleven har **mycket goda** kunskaper om matematiska begrepp och visar det genom att använda dem i **nya** sammanhang på ett **väl** fungerande sätt*

(Lgr-11, 2011)

Kvalitet

Eleven ska visa kvalitet på samtliga förmågor för att ett betyg, t ex, betyget C, ska kunna sättas i matematik med den kursplan som gäller för Lgr-11. Vilken kvalitet eleven visar beskriver är vilka värdeord som beskriver det eleven uppvisar på respektive förmåga.

Att bära förmågor

Eleven måste i Lgr-11 uppvisa kvalitet på samtliga förmågor i syftestexten i kursplanen i matematik för att klara kunskapskraven för det lägsta betyget E. De fem förmågor eleven ska visa kvalitet på i matematik är kortfattat problemlösning, begreppsförståelse, välja och använda metod, kommunikation och resonemang. I studien skriver jag att kommunikations- och resonemangsförmågorna bär övriga förmågor. Med det menar jag att muntlig eller skriftlig kommunikation är en förutsättning för att göra sig förstådd medan resonera är en förutsättning för att kunna utveckla djupare förståelse

Veckouppgifter

I studien används begreppet Veckouppgifter i betydelse av en aktivitet i flera steg. Under de perioder ett arbetsområde repeteras eller fördjupas får eleverna varje vecka med sig två olika uppgifter hem. Uppgifterna är av olika svårighetsgrad eller innehåller olika mängd fakta att sortera. Uppgifterna löses hemma gärna tillsammans med en vuxen. En av uppgifterna lämnar eleven in en lösning på till mig. Det är mycket klart uttryckt att det är lösningen som är viktig och inte svaret. Till dagen efter inlämning har jag, läraren, sorterat elevernas lösningar i två högar. En hög för liknande strategier med olika kvalitet och en med olika strategier av lika kvalitet. Jag, läraren gör en skriftlig bedömning av valda lösningar som diskuteras i klassrummet.

Syftet med veckouppgifterna är att se om en så enkel åtgärd kan räcka för att få elever att öka sin måluppfyllelse genom att resonera och kommunicera matematik i större utsträckning. Målet med arbetet jag skriver om är att få elever att resonera och kommunicera matematik så att de med all säkerhet på något sätt lyckats förmedla allt de kan till läraren som ska bedöma. Orsaken till ett underkänt betyg ska inte vara avsaknad av förmågan att resonera och kommunicera matematik.

Varje arbetsområde inleds med en grundkurs där aktuella gamla begrepp repeteras och utvecklas, Nya begrepp introduceras oftast mot slutet av grundkursen. Under grundkursen testas eleverna oförberett. Efter grundkursen arbetar eleverna med lite olika uppgifter beroende på hur arbetet gått tidigare. Eleverna väljer om de vill arbeta mer med reparation med hjälp av grundläggande uppgifter (blå kurs) eller om de vill fördjupa sig ytterligare i området med fler begrepp och mer avancerade problem (röd kurs). Ibland får jag gå in och styra vad eleven ska göra. Ofta handlar det om att eleven väljer att arbeta med uppgifter som är för svåra. Eleven måste ha förstått de grundläggande begreppen och måste kunna använda dem innan de samma går att bygga på. Det är inte alltid eleven accepterar min rekommendation utan står på sig. Jag brukar inte argumentera just då utan lite senare om jag ser att det går snett. Under de veckor vi arbetar med ”reparation” och fördjupning har eleverna utöver ordinarie veckoplanering att välja på en enklare och en lite svårare Veckouppgift att göra hemma. Det är Veckouppgifterna min studie baseras på. Jag uppmanar eleverna att använda sig av all hjälp de kan finna för att lämna in en så elegant lösning de kan på minst en av Veckouppgifterna. Exempel på elevuppgifter finns i Bilaga 4 och 5 . Veckouppgiften lämnas alltid in på torsdagar. Inför fredagslektionen, som är vår kortaste lektion, (40 min) har jag gått igenom samtliga uppgifter och valt ut ett par stycken. Det är viktigt att klassdiskussionen av lösningar kommer snabbt efter inlämning. Annars riskerar lösningarna att bli väldigt ointressanta och uppgiften bortglömd bland nya arbetsuppgifter i andra ämnen. Jag väljer ut uppgifter som:

- Är liknande men skiljer sig åt i kvalitet på kommunikations- och resonemangsförmågorna.
- Är lösta med olika strategier men samtidigt visar på samma kvalitet.

Lösningar som skiljer sig åt i kvalitet och därmed i betyg, är viktiga att se av tre anledningar. Den första anledningen är att de elever som inte redovisar alls ska se hur andra kamrater gör. Den andra anledningen är att förstå var ens egen lösning befinner sig på betygsskalan. Detta för att också få syn på vad som kan göras eller utvecklas för att nå högre kvalitet. Den tredje anledningen är att få se hur man ofta med enkla förändringar kan höja kvaliteten på sin lösning. Att visa flera lösningsstrategier med likvärdig kvalitet är, tror jag, stimulerande, eftersom det kan lämna idéer till lösningar i ett annat sammanhang. Uppgifterna scannas i kopiatorn och jag förbereder visning av uppgifterna med pc-kanon i klassen. Elevernas namn är bortklippta på lösningarna. Det räcker att eleven känner igen sin lösning. Vi startar med att bara titta på lösningarna och sedan ber jag om kommentarer från eleverna. Kommer inga kommentarer inleder jag med positiva saker följt av förbättringsförslag. Kärnan är att eleverna ska reflektera över den egna och andras lösning samt att börja tala med varandra om olika metoders för- och nackdelar.

Litteraturgenomgång och teorianknytning

Litteraturgenomgången är uppdelad i två delar. Den första delen beskriver teoretiska utgångspunkter och studier liknande min. Den andra delen beskriver hur synen på kunskap, skola, prov och bedömning förändrats över tid framför allt i Sverige men också i världen. Synen på kunskap har påverkat även innehåll i läroplaner som är en av orsakerna till behovet av att gör studien.

Kommunikation och resonemang

Shuell (1996) skriver bland annat om svårigheten att fånga det fruktbara och framgångsrika i den muntliga kommunikationen eftersom den i klassrummet måste konkurrera om uppmärksamhet med andra ”störande” moment. Shuell anser att:

> *“Multidimensionality - Classrooms are crowded settings with a large number of events and tasks occurring and a limited supply of resources for the attention of both the teacher and the students.”*

Shuell beskriver ytterligare fyra faktorer som påverkar eller kan störa undervisandet i klassrummet. De faktorerna är:

- Simultaniteten – mycket händer samtidigt.
- Omedelbarhet – mycket händer utan tid för eftertanke.
- Oförutsägbarhet – Aktiviteter kan slå olika väl ut beroende på dagens historik. Oväntade händelser är vanliga.
- Offentligt rum – det som sker tar många personer del av och det finns inga eller få platser att vara ostörd på.
- Historik – Alla klasser /grupper har efter en tid tillsammans iklätt sig roller som inte förändras så lätt.

Shuell menar att det är svårt att hitta generaliserbara mönster och metoder i ett klassrum där så mycket hela tiden är oförutsägbart. Viktiga faktorer att beakta för framgång med undervisandet i klassrummet är ändå kommunikationens innehåll, tydlighet, variation, entusiasm, ämnesfixering, benägenhet att kritisera, benägenhet att lyssna på eleverna, fokusering av innehåll, strukturerad handledning, mångsidig diskurs (Shuell, 1996).

Kilborn (1979) och Säljö (2000, s 241-250) beskriver det Shuells fem punkter framhåller nämligen att en forskare måste vara medveten om att det inte finns någon metod som per automatik leder till goda resultat och hög måluppfyllelse. Det beror på att det hela tiden finns andra faktorer som påverkar både den enskilda eleven och gruppen. Individens förutsättningar, hur och om kompensatoriska hjälpmedel används, vilka faktorer som påverkat före inlärnings situationen, gruppdynamiken, historiken och det sociala spelet i gruppen på rast och i klassrum är viktiga faktorer som påverkar om ett koncept leder till framgång. (Kilborn, 1979 och Säljö, 2000, s. 241-250)

Kommunikation i klassrummet är viktigt och det är viktigt för att alla barn ska komma till tals och för att de ska lära av varandra. I intervjuer tycker läraren att diskussion och matematisk kommunikation är viktig för att eleverna ska lyssna på varandra och höra andras synpunkter och ta lärdom av det. Det visar sig att de diskussionerna är ovanliga i klassrummet hos tillfrågade lärare. När de förekom var det oftast en given procedur som skulle redovisas, t ex addition. I övrigt var det oftast läraren som ensam höll i gång diskussionen. Författaren skriver att det behövs en argumentation för att det ska bli en diskussion och det verkade svårt bland de yngre barnen undersökningen omfattade (Larsson & Farhani, 2010)

Som en del i sin doktorsavhandling beskriver Riesbeck vad som händer och förhoppningsvis kan utvecklas när lärare och elever för diskussioner i klassrummet. Hon beskriver att språket eleverna använder ofta omedvetet växlar mellan ett mer vardagligt språk och det mer formellt matematiska språket. Däremot beskriver hon miljön som samtalet utspelar sig i som antingen vardagsnära eller rent matematisk under hela samtalet. Riesbeck understryker hur viktigt det matematiska samtalet är för att inlärningen ska baseras på förståelse. Riesbeck poängterar samtidigt vikten av att målet för undervisningen eller den enskilda lektionen är så omsorgsfullt planerat, utifrån ett matematiskt perspektiv, att både ord, begrepp, symboler och situation får integrera med varandra, så att eleven verkligen förstår begreppens och symbolernas innebörd. (Riesbeck, 2008)

För att inlärningen i matematik ska bli roligare, betonar 18 tonåringar i en liten studie att de upplever variation i matematikundervisningen matematik som betydelsefull. De tycker att det är lättare att förstå om stoffet kan konkretiseras. Eleverna hade dessutom mycket svårt att hitta situationer där det fanns matematik i vardagen (Hammarsten & Lindkvist Jensen, 2007)

I en Kanadensisk undersökning har fyra lärare på fyra olika skolor i årskurs två och tre arbetat med en teori om hur bristen på djupare förståelse i matematik kan bero av förmågan att ställa frågor på just det man inte förstått eller vill veta mer om. Många elever nådde inte upp till den Kanadensiska läroplanens förväntningar i de Nationella proven. Man såg bland annat att eleverna hade svårigheter att självständigt tackla problem. Det var en förmåga forskningsteamet ansåg som grundläggande att kunna för att sedan kunna komma till nya och större insikter. Målet för undersökningen var att:

1. Utveckla förståelse för hur <u>bra</u> frågor, ”deeper questions”, kan se ut hos eleverna.
2. Konsekvent använda <u>bra</u> frågor i matematikundervisningen.
3. Fler elever ställer <u>bra</u> frågor till kamrater för vidare utveckling av matematisk förståelse .

Man kategoriserade frågorna i matematiken i två kategorier. De frågor som var analyserande och värderandefrågor kallades ”deeper questions” och de frågor som syftade till att upprepa eller härma mönster kallades ”surface questions”. Målet var att öka antalet ”deeper questions” vid i matematikarbetet. Lärarna talade och diskuterade med barnen om vad de två kategorierna av frågor betydde. Forskarna spelade in elevers och lärares frågor vid problemlösning och kategoriserade frågorna i en tio i topp lista i varje kategori. Frågorna presenterades och man diskuterade med eleverna vilken information som var viktig att få veta för att kunna lösa det aktuella problemet. Man pratade kring hur frågor ser ut som ger svar på det man behöver veta. Antalet ”deeper questions” bland barnen ökade med drygt 300 % medan lärarna blev varse vikten att vara så väl förberedd att de med lätthet går att svänga om mitt uppe i arbetet efter elevernas frågor och behov. Lärarnas ”deeper questions” till eleverna ökade också med drygt 300 % (Di Teodoro, Donders, Kemp-Davidson, Robertson, Schuyler, 2011).

I en annan studie beskriver musikläraren Mats Andersson sina funderingar kring skillnader i hur elever traditionellt får visa sina kunskaper i musik och matematik i skolan och varför läraren inte lyckas hjälpa många elever att utveckla förståelse för de grundläggande begreppen i matematik så att eleven kan klara kraven för ett godkänt betyg. Vid en jämförelse mellan undervisningen i matematik och musik såg Andersson stora skillnader i synen på hur kunskaperna sedan användes. Matematikinlärning i skolan går ofta ut på ensamarbete och användningen av den går sedan också ut på ensamarbete, medan elever i musik ofta lär sig spela ett instrument för att kunna spela tillsammans. Andersson menar att det är viktigt att andra tar del av det man kan och gör i närtid. Närtid är under lektionen. Han såg hur eleverna befäste och vidareutvecklade sina kunskaper i musik med glädje då de fick musicera tillsammans . Ibland skulle musicerandet leda till en föreställning men lika ofta var det bara spelandet ihop som skapade lust och mening. Andersson menar också att det är viktigt att få fortsätta med det man kan en liten tid och inte bara arbeta vidare med det man inte kunde så bra.

Synen på kunskap förändras

I skolan mäts kunskap ofta med prov. Det är en gammal tradition som lever kvar från psykometriska mätningar. Grunden till dem lades av Francis Galton redan på 1800-talet. Han var den förste som sökte samband och förde statistik över om ärftlighet och rasskillnad påverkade intelligensen hos en befolkning. Själv hävdade han att intelligensen hos en befolkning var normalfördelad. Bland annat innebär normalfördelning att det är få personer som motsvarar ytterligheterna i ett test medan de flesta hamnar i testens mitt. Psykometrin kommer av intelligenstesternas införande under första delen av 1900-talet. Psykometri är en metod att utvärdera hur väl tester som säger sig mäta psyket/personligheten fungerar.(NE, 2011). I skolan började liknande prov att användas i syfte att mäta inlärningsförmåga hos skolbarn, så att de i behov av stöd skulle få det. Det första intelligenstestet för barn fick två fransmän, Alfred Binet och Theodore Simon, i uppgift att göra av den franska regeringen. Testet publicerades 1905 och dess syfte var att mäta barnets inlärningsförmåga. Binet som var psykolog utgick från två antaganden om intelligens när intelligenstestet gjordes. Det första var att barnets intelligens ökar med ålder. Det andra antagandet var att barnets intelligens inte påverkas av träning eller utbildning och inte heller av barnets sensoriska utveckling. I Frankrike uppmärksammades under samma tid att lärarnas bedömningar spretade och ansågs av många därför inte tillförlitliga. Binets och Simons tester välkomnades därför av många. Intelligenstester användes för att rekrytera soldater till första världskriget i Amerika. Testerna byggde på att intelligens hos en befolkning är normalfördelad (Jönsson, 2012 och Skolverket, 2011).

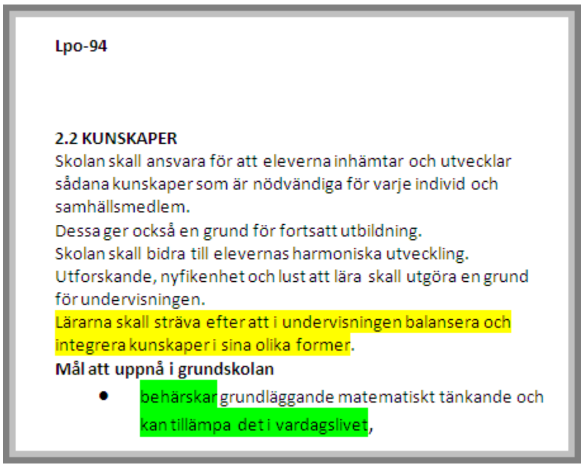
Enligt Catherine Taylor är det vanligt att bedömningsmetoder i skolor i västerländska samhällen har samma grundtanke som intelligenstester. Taylor kallar företeelsen för mätmodellen. En sådan bedömningsmetod bygger på att ett prov som ska mäta elevens intelligens eller då kallad kunskapsnivå har många frågor av olika svårighetsgrad. Den typen av frågor mäter bara minneskunskaper och har endast entydiga svar. Det gör att testen blir enkla att bedöma skriver Taylor. Frågorna utformas så att endast ett fåtal misslyckas eller lyckas mycket bra. Den största andelen av svaranden hamnar mellan ytterligheterna. Taylor menar att eleverna då enkelt kan jämföras med varandra och jämförelsen kan användas som urvalssystem vid intagning till populära utbildningar (Taylor, 1994). En av kritikerna till denna typ av urvalstester är Roy Nash. Han tror till och med att skolans sätt att testa kunskap i sig själv bidrar till att skapa skillnader bland eleverna. Han menar att det beroende av vilka sociala förhållanden eleven lever i och kommer från också påverkar hur denne kan visa sin kunskap. Det är fler forskare än Nash på senare tid som kommit fram till att den sociala faktorn spelar en stor roll för hur intelligens utvecklas (Nash, 2005, Säljö, 2010, Sjöqvist, 2005, Taflin, 2007). Taflin nämner (s 24) att den sociala faktorn vid matematisk problemlösning är viktig och att länder som har väldigt olika social struktur också blir svåra att göra jämförande studier i. Matematiska problem måste situationstolkas och kan eleven inte känna igen sig, blir det ett hinder för hur eleven kan visa sin matematiska förmåga (Taflin, 2007).

Standardprov i matematik infördes redan 1944 i Sverige. Då var betygssystemet relativt och proven var ett sätt att se hur lärare och olika skolor satte betyg jämfört med övriga landet. Betygen i ett relativt betygssystem fungerade främst som ett urvalsinstrument för vidare studier. De sista standardproven gjordes 1997 i Sveriges skolor och efter dem har Nationella prov tagit vid. Skolmatematiken har blivit mer funktionell till skillnad mot tidigare då den var mer formellt styrd. Prov och testuppgifter kan inte längre utformas och följas på ett lika strikt sätt på ett nationellt plan. De nationella proven ska idag stödja läraren i betygsättningen. De bidrar inte i lika stor utsträckning till en likvärdig betygsättning som standardproven gjorde. Det beror på att en specifik uppgift måste bedömas utifrån under vilka undervisningssituationer eleven fått undervisningen på de aktuella centrala momenten. (Ljung, 2000)

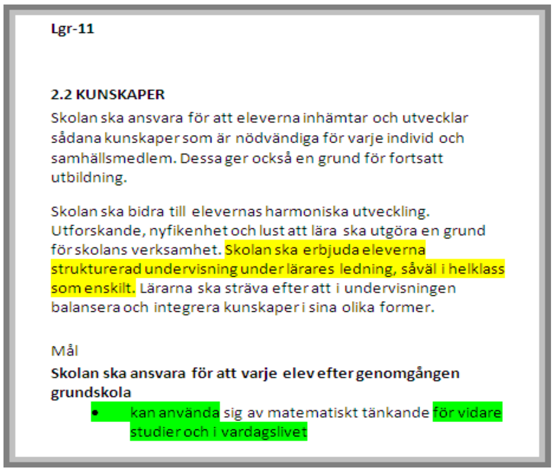
Jaworski talar mer om hur vi lär ”matematiskt vetande” och att den sociala faktorn är mycket viktig med avseende på sammanhang och förkunskaper (Jaworski, 2006).

Att sammanhanget är viktigt och att det vid begreppsbildning är viktigt att kunna relatera till sin verklighet stödjer flera forskare i både språk- och matematikinlärning (Säljö, 2010 och Löwing, 2005 och Sjöqvist, 2005).

I Lpo-94 kapitel 2.2 beskrivs vad utbildning i skolan ska leda till och vad läraren bör sträva efter. Kapitel 2.2 i Lgr-11 beskriver vad utbildning i skolan ska leda till och vad läraren ska göra. ”*Ska”* är ett starkare ord än ”*bör”.* Lite längre ner i texten i Lgr-11 står att skolan ska ”*erbjuda strukturerad undervisning under lärares ledning*” medan motsvarande text i Lpo-94 lyder ”*Lärarna ska sträva efter att i undervisningen balansera och integrera kunskaper i sina olika former.” Orden i Lgr-11 betonar att läraren ska undervisa till skillnad mot Lpo-94 där undervisning i sina olika former kan tolkas vara t ex. arbete under elevens eget ansvar.* Regeringen betonar i Lgr-11 struktur och att det är läraren som leder undervisningen. Skolminister Jan Björklund sa inför lanseringen av Lgr-11 vid upprepade tillfällen i media att det nu var resultat och kunskaper som skulle fokuseras. Att skolan ska erbjuda strukturerad lärarledd undervisning och att det är kunskap som prioriteras får tolkas som en signal till skolan om att skolarbetet måste ha en pedagogisk struktur där elever ska lära teoretisk kunskap i större utsträckning än tidigare. De mjuka värdena som fått ta relativt stor plats i Lpo-94 får fortsättningsvis mindre utrymme. Mjuka värden är t ex hur klassen fungerar socialt tillsammans. Mjuka värden kan också vara arbetet med att skapa trygghet och ett gott arbetsklimat i elevgruppen. Att kunskap är viktig understryks också i Lgr-11 genom att man påpekar att matematik lär man inte bara för vardagslivet utan att alla elever ska kunna använda sig av matematiskt tänkande för vidare studier.


Lpo-94

2.2 KUNSKAPER
Skolan skall ansvara för att eleverna inhämtar och utvecklar sådana kunskaper som är nödvändiga för varje individ och samhällsmedlem.
Dessa ger också en grund för fortsatt utbildning.
Skolan skall bidra till elevernas harmoniska utveckling.
Utforskande, nyfikenhet och lust att lära skall utgöra en grund för undervisningen.
Lärarna skall sträva efter att i undervisningen balansera och integrera kunskaper i sina olika former.
Mål att uppnå i grundskolan
- behärskar grundläggande matematiskt tänkande och kan tillämpa det i vardagslivet,


Lgr-11

2.2 KUNSKAPER
Skolan ska ansvara för att eleverna inhämtar och utvecklar sådana kunskaper som är nödvändiga för varje individ och samhällsmedlem. Dessa ger också en grund för fortsatt utbildning.

Skolan ska bidra till elevernas harmoniska utveckling. Utforskande, nyfikenhet och lust att lära ska utgöra en grund för skolans verksamhet. Skolan ska erbjuda eleverna strukturerad undervisning under lärares ledning, såväl i helklass som enskilt. Lärarna ska sträva efter att i undervisningen balansera och integrera kunskaper i sina olika former.

Mål
Skolan ska ansvara för att varje elev efter genomgången grundskola
- kan använda sig av matematiskt tänkande för vidare studier och i vardagslivet

(Lpo-94, 1 994) (Lgr-11, 2011)

Inför Lpo-94 kom boken *Bildning och kunskap. I den* lanseras teorin om att kunskap är en ”särskild substans” som man kan ta in i olika mängd. Författarna påpekar att *”den särskilda substansen”* det vill säga kunskap inte bara är faktakunskaper. De menar att kunskap består av fyra olika kompetenser. De

nämns som de fyra F:en, fakta, färdighet, förståelse och förtrogenhet. Författarna skriver att den traditionella kunskapen och fortfarande härskande typen av kunskap är fakta. Författarna skriver att faktadelen egentligen kan liknas vid toppen på ett isberg och att förtrogenhet är det sista man kommer till när de andra tre F:en är erövrade (Carlgren & Marton, 1994) och (skolverket, 1997).
När målstyrning infördes 1994 i Sveriges skolor blev läraruppdraget förändrat. Det kan vara många som inte förstod det då. I den egna kommunen nämndes inte den så viktiga skillnaden i läroplanerna utan fokus låg på att göra lokala tolkningar av betygskriterierna på skolan. De två senaste läroplanerna i Sverige Lpo-94 och Lgr-11, är båda målstyrda. De har fastslagna betygskriterier för varje enskilt betygssteg. Det finns dock en viktig skillnad mellan läroplanerna. I den nuvarande läroplanen är det inte längre tillåtet att göra lokala tolkningar varken i respektive kommun eller skola. I och med införandet av Lpo-94 uppmanades alla skolor att skriva sina egna kriterier som skulle vara lokala tolkningar av de nationella betygskriterierna. I den kommun jag själv arbetade i då uppmanades lärarna av utbildningsförvaltningens chef att "*låta blommorna blomma*". Han uppmuntrade olikheten i skolors tolkning av Lpo-94. Det resulterade i väldigt olika tolkningar och därmed blev likvärdigheten i betygen låg. Det visade sig senare vara svårt att reparera skadan även om försök gjordes. Läraryrket ansågs för övrigt inte längre vara centrerat kring undervisning utan kring elevens lärande (Lindberg, 2002 i Att döma eller bedöma) och (Jönsson, 2012). I Lgr-11 betonas däremot lärarledd undervisning som en viktig del i skolan (Lgr-11, 2011).

PISA är en studie som testar elevers sätt att tillämpa och integrera matematiska kunskaper i uppgifter hämtade från realistiska situationer och händelser. Elevers resultat på olika test kategoriseras på en sexgradig skala där både de sämst presterande eleverna ökat från 17 % år 2003 till 21 % år 2009. Samtidigt har de elever som presterat på de två högsta nivåerna sjunkit från 16 % år 2003 till 11 % 2009. Danmark, Nederländerna, Belgien och Island visar liknande resultat som Sverige medan Tyskland, Mexiko och Turkiet gjort ganska stora förbättringar över samma år. Toppresultat visar länder som Finland, Sydkorea och Japan. Sverige visar i PISA 2009 dock på en liten men ändå nu ökande variation mellan olika skolor i landet, vilket visar att den socioekonomiska bakgrunden har liten men ökande betydelse för skolresultaten i Sverige jämfört med i andra länder i PISA 2009. Orsaker till försämringarna tros bland annat vara individualiseringskravet. Det har många skolor tolkat som eget arbete för eleven. En del hävdar att försämringarna beror på mer homogena grupper och att då förväntningarna från lärarna sjunker på redan lågpresterande grupper av elever. Andra menar att det var när de homogena grupperingarna togs bort som skolan fick svårt att individualisera. Läraren fick då lägga undervisningsnivån någonstans i mitten för att kunna tillfredsställa så många som möjligt i gruppen. De centrala moment svenska elever är sämst på är algebra och geometri
(Johnsson, 2012, Brandell, 2005, Pisa, 2009 och Timss, 2007).

För att följa Lgr-11 måste läraren kunna bedöma och dokumentera med vilken kvalitet eleven visar varje enskild förmåga. Det är ett arbete som tar tid och måste utföras både noggrant och omsorgsfullt för att läraren ska kunna göra en rättvis bedömning. Bedömning av uppgifter gör läraren på ett begränsat stoff och då är det viktigt att läraren har gjort ett urval som representerar förmågorna väl (Pettersson, 2005).

De uppgifter eleverna får av sin mattelärare har ofta bara ett enda rätt svar. Pettersson frågar sig vad bedömningen egentligen beskriver då. Petterson svarar att det beror på vilka parametrar uppgiften innehöll från början samt vilka metoder och begrepp eleven väljer att visa och hur de olika parametrarna eventuellt värderas och sorteras. Jönsson betonar vikten av att eleven kan kommunicera och redovisa sina val, beslut och resultat. Petterson menar också att det är av största vikt att läraren ser elevens kunnande och tolkar elevens kunnande korrekt samt att läraren kan dokumentera förmågorna för feedback vid senare betygsättning. Att sätta betyg är en komplicerad process i flera steg där det kan gå fel på många ställen. Det är viktigt med en varierad bedömning för att säkerställa att varje enskild elev får visa det denne kan och inte riskera att bli bedömd för endast för det denne inte kan (Pettersson, 2005, Jönsson, 2012).

Bedömningens utformning och dokumentation kan läraren styra över, så att de passar syfte och sammanhang. Det är inte lika lätt att styra elevens kommunikation. Det gäller att försöka hitta tillfällen för bedömning där elevgruppen känner trygghet. Om det skulle bli fel eller om uppgifterna är utformade så att eleven inte förstår sammanhanget är det viktigt att se till att eleven går ur resonemanget med hedern i behåll. Det kan göras genom t ex. att ställa följdfrågor som gör att eleven får förklara hur denne förstått problemet. Skolan är en institution och har ofta svårt att spegla alla sociokulturella perspektiv i samhället. Elever har idag en betydligt mer mångfacetterad bakgrund än tidigare (Säljö, 2010). Det betyder att referensramar till ord och begrepp är olika och kan vara en källa till mycket stora missförstånd som orsakar svårighet att alls förstå situationen eller abstraktionen i det läraren avsett att exemplifiera och lära ut. Exempel på sådana missförstånd kan vara:

matematisk betydelse	Vardaglig betydelse
Rymmer	flyr
Udda	konstiga
skillnad	olikhet
Bestäm arean	Besluta arean

(Myndigheten för skolutveckling, 2008)

Tabellens ord visar hur en elev som missförstår ett enda litet ord kapitalt kan feltolka sammanhang och vad denne förväntas utföra (Myndigheten för skolutveckling, 2008).

Elever som har kontroll över en situation och sammanhang har också lättare att tolka detaljer och variationer och kan lättare avgöra hur uppgiften ska angripas och förstår rimlighet och relevans i matematikproblemet. Författaren beskriver på vilket sätt barn hanterar huvudräkning vid försäljning på marknaden jämfört med hur likartade beräkningar inte alls får samma struktur i skolan. Uppgiften kan inte tolkas till någon situation och får inte heller någon relevans för eleven i skolan (Säljö, 2010). Det är således viktigt att läraren är medveten om den språkförbistring språket kan utgöra och att centrala begrepp används ofta och konsekvent vid matematikkommunikation i skolan. Det gäller genom hela skoltiden. Läraren använder ofta konkretiseringar som inte klargör begreppen för eleven. Konkretiseringen riskerar att bara bli ett informellt sätt att vardagsanknyta en konkret handling i klassrummet. Man skulle kunna kalla det manipulation eftersom eleven inte med hjälp av vardagsanknytningen förstår begreppets innebörd utan det blir bara ett dåligt talande exempel. Det som istället borde eftersträvas är ett formellt undervisningsspråk (algoritmiskt språk) som begripligt beskriver matematiken och begreppen. Elever riskerar annars att senare hamna i en abstrakt matematik de inte har verktyg att vare sig hantera eller begripa (Löwing, 2005).

För barn med annat hemspråk än svenska är konsekvent begreppsanvändning och att språk och situationer (sociokulturen) är vardagsnära helt avgörande om de ska kunna redogöra för sina kunskaper i ämnet. Risken är annars att barnet ska bedöma och hantera situationer som det inte alls förstår trots att eleven kanske förstår de matematiska begreppen (Sjöqvist, 2005). Skolor med nyanlända elever behöver använda sig av en annan typ av uppgifter än de som eftersträvas för övriga elever. Madelene Löwing visar med två exempel en skolsituation från Sydafrika där läraren vid två tillfällen misslyckas med att få elever att förstå en enkel addition på grund av att eleverna inte förstår talsystemet läraren presenterar. Det är egentligen inte additionen i sig som blir hindret utan formen. Till slut använder sig läraren av bråkräkning som är gemensamt för både elevernas och undervisningens språk. Först då kan eleverna förstå och utveckla matematiken som var målet med lektionen (Löwing, 2005).

I USA har elevers resultat i internationella tester sjunkit under många år. 1987 publicerades *A nation at risk* och *The underachieving curriculum* där man sökte efter orsakerna till de försämrade resultaten. En orsak trodde man kunde vara att de amerikanska övergripande testerna (nationella prov) hade en låg förväntansbild på eleven och till största delen innehöll aritmetik. Prov i andra utvecklade länder som Frankrike och Japan innehöll mer geometri och algebra. (Mc Knight et al, 1987) I USA presenterade man senare en teori om att matematiken måste innehålla problem som eleverna kunde relatera till verkligheten istället för tester som endast verkade testa förmågan att memorera rutiner och fakta. Samtalet och diskussionen kring verkligheten borde få ta plats i framtidens nationella prov ansåg man. Det var betydligt svårare att konstruera sådana prov och samtidigt garantera likvärdigheten i bedömning (Senk & Thompsson, 2003).

Det är teorin som ska ge eleven en förklaring och förståelse till fakta och målet är att eleven nästa gång också ska kunna förutsäga ny fakta med den teorin. När eleven kan det kan eleven också förstå och tolka sin omvärld med begripliga och för eleven hanterbara matematiska modeller. Modellerna måste vara begripliga för eleven men de får absolut inte bygga på felaktig teori (Löwing, 2005).

Sammanfattning

Skolan har förändrats och med den synen på kunskap och vad som är viktigt att kunna. Tidigare belönades i många fall den elev som var bäst (i sin klass) och duktig på minneskunskap. Vad eleven egentligen kunde var inte fullt lika viktigt. 1994 lanserades Lpo-94 i svenska grundskolor, med den som styrdokument mäts alltså kunskaper utifrån kunskapskrav istället för att jämföra elever med varandra. Det ställer krav på vad läraren ska ha kompetens för och hinna med:

> *Att se det som ska ses*
> *Att kommunicera det man ser*
> *Att finna bra sätt att gå vidare på basis av vad man ser*
> Göller både: *Lärare och elever*
> Handlar om*: Bemötande - kommunikation (Ericksson, 2013)*

Gudruns ord beskriver exakt vad jag söker, nämligen metoder att stärka kommunikationen i matematik så att kvaliteten på lärandet blir högre och att måluppfyllelsen för eleven ökar.

I den Kanadensiska studien (Di Teodoro, Donders, Kemp-Davidson, Robertson, Schuyler, 2011) diskuteras och kategoriseras olika typer av frågor på liknande sätt kan jag i min studie sortera elevernas svar/redovisningar av Veckouppgifterna. Jag kan plocka ut uppgifter som håller lika kvalitet men olika lösningsstrategi och uppgifter där kvalitetsskillnader är tydliga. För att få eleverna att resonera och kommunicera mer och med högre kvalitet kan jag visa på olika strategier elever i den egna gruppen använt sig av precis som Anderssons elever tar del av varandras musicerande och lär av det. Jag kan genom olika elevexempel visa vari kvalitetsskillnaderna mellan betygen ligger på ett konkret sätt. Genom att ta upp elevexempel till diskussion lektionen efter inlämning får elevens redovisning en relevans och används i klassrummet(Andersson, 2009).

Metod

Avsnittet inleds med en motivering av metod följt av teoretiska utgångspunkter kring metodvalet. Därefter följer en beskrivning av genomförandet samt av tillförlitlighet och etiska aspekter.

Metodval

När en ny läroplan, Lgr-11, introducerades blev behovet tydligt av förändring av undervisningen för att verka för att alla elevers förmågor ska bli synliga för bedömning men också utvecklas för högre måluppfyllelse. Någon form av kvalitativ aktionsforskning skulle kunde göra det möjligt att studera min idé om Veckouppgifter på ett vetenskapligt sätt (Mattsson, 2001).

För att kunna testa om idén om Veckouppgifter kan fungera i praktiken, måste jag prova. Då lämpar sig aktionsforskning som en lämplig metod. Aktionsforskning kännetecknas av att den utförs av någon som befinner sig i verksamheten, åtminstone under testtillfällena, är verksamhetsnära och att den upprepat testas, utvärderas och förändras för att hitta en hitta en lämplig form för det som testas (Rönnerman, 1998). Eleverna kan varken intervjuas eller svara på någon enkät när de inte har provat något sätt att uttryckligen öka kommunikations- och resonemangsförmågan. En enkät eller intervjustudie skulle kunna följa upp studien. Studien är kvalitativ och bygger på den empiriska metoden aktionsforskning. Jag är matematiklärare i den klass studien genomförs.

Tanken bakom Veckouppgiften som metod är att eleverna haft mycket svårt att förstå det nya betygssystemet som följer Lgr-11. De olika förmågorna som de ska visa kvalitet på i olika ämnen blir en enda röra för många av eleverna. Med Veckouppgifter som bedöms utifrån de förmågor de sedan själva får betyg efter, fyller fyra funktioner. Den första är att eleverna blir bekanta med vilka förmågorna är vid fler tillfällen. Det andra är att de får en bild av vad som krävs för de olika betygsstegen. Det tredje är att de förhoppningsvis blir duktigare på att kommunicera och resonera matematik i diskussion i klassrummet. Det fjärde är att de får se och lära flera metoder med olika kvalitet redovisade skriftligt.

Aktionsforskning som forskningsmetod - teoretiska utgångspunkter

En fördel, i detta fall, med aktionsforskning är att den kan appliceras i den egna verksamheten och att arbete med insamling av data varvas med analys. En kvalitativ studie innebär att man tittar på relativt få personer eller enstaka grupp. Resultatet kan inte generaliseras till andra personer eller grupper, men resultatet kan analyseras och modifieras för att passa gruppen bättre eller kanske utföras som en större studie för att eventuellt kunna avgöra om metoden med Veckouppgifter är generaliserbar. Det finns tre traditioner inom aktionsforskning, aktionsforskning för skolutveckling, aktionsforskning inom ledarskaps- och organisationsutveckling samt aktionsforskning för vuxnas lärande och den lokala samhällsutvecklingen (Rönnerman, 1998). Aktionsforskning kallas ibland ”barfotaforskning” eftersom den ofta genomförs av personer som inte har forskarutbildning (Mattsson, 2001) .

Rönnerman definierar aktionsforskning som ett utvecklingsarbete som systematiskt och metodiskt utnyttjar forskningsresultat, vetenskaplig kunskap och nya idéer för att åstadkomma nya produkter, nya processer, nya system eller väsentliga förbättringar av redan existerande sådana. Aktionsforskning är att vetenskapligt utforska/testa om praktiskt grundat kunskap håller, har effekt eller bör justeras för att få ökad effekt. (Rönnerman, 1998).

Rönnerman refererar också till Noffke som menar att aktionsforskning har en samhällsbetingad funktion och i skolan är ett medel för lärare att både utveckla och förmedla sin verksamhet. Noffke menar också att aktionsforskning är en skolning för demokrati och att den därför inte får ses som en oåterkallelig sanning utan som något som ständigt ska ifrågasättas. Demokratisk skolning innebär, enligt Noffke, att aktionsforskning inte enbart får ses som något teoretiskt utan även som något som berör vardagen i skolan. Aktionsforskning ska ses som ett kretslopp där läraren först planerar och genomför för att sedan studera hur handlingar eller metoder fungerar i vardagsarbetet med klassen. Läraren reflekterar sedan kritiskt över det som sker och eventuellt inte sker i klassen och ställer sig frågan vad som kan förbättras eller helt förändras till nästa gång. En ny planering görs som genomförs och kritiskt …blir till ett kretslopp. **(**Stukàt, 2005, Rönnerman, 1998)

Aktionsforskning beskrivs ofta som forskning för en som inte har så mycket på fötterna. Aktionsforskaren söker sanning och gör det ”inställd på handlingslivet” medan den akademiska forskaren använder sig av gamla vedertagna forskningsmetoder och teorier i sökandet på sanning. Aktionsforskning kritiseras ofta inom universitetsvärlden eftersom den ofta har för avsikt att skapa kunskap för att förändra. Det är samhällspolitik och forskning ska vara värdeneutral i grunden. Svårigheten för aktionsforskaren är att leva i sin forskning i vardagen och att kunna distansera sig från vardagen (Mattsson, 2001).

Genomförande av studien

Studien görs i den skolverksamhet jag arbetar i till vardags. Det är en F-9 enhet med två till fyra paralleller i varje årskurs. Jag arbetar med årskurserna 8 och 9 i år. Jag tänkte mig en praktiknära forskningsstudie, det vill säga någon form av aktionsforskning. Huruvida aktionsforskning anses vara forskning har varit omtvistat. Att hängivna lärare söker möjlighet att reflektera över sitt arbete med att utbilda för framtiden är inte konstigt. Kulturhistorikern Thomas Kuhn menar att den skepsis som uttryckts från både forskare och lärarutbildare kan bero på att man i aktionsforskning vänt på hela forsknings konceptet. Forskningen startar då inne i verksamheten istället för att forskningen startar med en teori som testas (Hansson, 2011). Studien kommer att göras på både åk 8 och 9 i mina egna matematikgrupper. Resultat och analys av mer övergripande form, som mina upplevelser och elevers reaktioner på det nya momentet, gör jag på både åk 8 och 9. Jämförelsen av betyg görs endast på elever i åk 9 eftersom elever i åk 8 ännu inte fått några betyg som kan jämföras med de betyg de får ht-12. I min 9:a finns 28 elever, 16 flickor och 12 pojkar. Två av pojkarna kommer inte att ingå i studien eftersom de inte arbetar med samma material som övriga. I de andra två niorna finns 22 elever (2 flickor och 20 pojkar) och 22 elever.(13 flickor och 9 pojkar). Snedfördelningen mellan könen i en av de jämförande klasserna beror på att en av de jämförande klasserna har inriktningen fotboll.

Undersökningsmaterialet måste passa in i det övriga arbetet vi gör i matematik. Det är viktigt att metoden för undersökningen är utformad så att den sedan går att använda i det dagliga arbetet om den ger gott resultat. Om arbetet blir för omständligt eller omfattande kan varken eleverna eller den lärare som ska använda metoden klara av arbetet i vardagen. Försöket riskerar då att bli ett tillfälligt projekt som sedan inte kan användas i det dagliga arbetet.

Undersökningsmaterialet består av Veckouppgifter elever arbetat med hemma. Det är tillåtet att ta hjälp av vem och vad som helst när uppgifterna ska lösas. Elevernas veckouppgifter är inte betygsgrundande. Det är mycket viktigt att eleverna förstår det. Elever vars föräldrar kan servera eleganta lösningar kanske får briljera någon gång men inte med betyget med anledning av Veckouppgiften. Däremot får hela klassen utnyttja föräldern som kom med den eleganta lösningen och inte bara förälderns egen son eller dotter. Veckouppgifterna ska helst vara av problemlösande karaktär, men när det inte är lämpligt får andra uppgifter ta plats. Med hänsyn till teorin kring hur viktigt sammanhanget är, finns inga uppgifter där eleven inte känner igen eller är bekant i uppgiftens sammanhang (Säljö, 2010, Löwing, 2005 och Senk & Thompsson, 2003). Det finns alltid två problem per vecka, där eleven själv väljer vilken som ska lämnas in. En uppgift är mer komplicerad eller mer omfattande än den andra. Orsaken till att jag valt att ha två svårighetsgrader på uppgifterna är att det annars kan bli meningslöst för en del av eleverna eftersom problemen inte blir någon utmaning medan de för andra blir så svårt att det blir helt oöverstigligt att klara av. Min förhoppning är att det blir mer meningsfullt att se på de egna klasskamraternas lösningar än att se på mina. Klasskamraternas design på lösningar kan vara något som triggar och ger mersmak. Tanken är att jag även tar upp en diskussion kring betyg vid genomgångarna så att jag kan visa att ett rätt svar kan ge olika hög bedömning beroende på hur uppgiften är löst. I övrigt i klassrumsarbetet ska jag försöka att inte vara annorlunda.

I de två andra niorna på skolan kommer arbetet att löpa på precis som det gjort förgående år. Mattelärarna på skolan skriver gemensamt pedagogiska planeringar, Bilaga 2, och Veckoplaneringar där de begrepp som tas upp under veckan finns presenterade samt vilka uppgifter som ska göras under varje vecka, Bilaga 3. Dessa dokument är gemensamma för alla tre niorna på skolan och ligger till grund för vad och hur området i matematik ska studeras. Det är bara raderna om inlämning av Veckouppgifter på 9 c:s Veckoplanering som skiljer dem åt. Proven, Bilaga 6, görs efter ett rullande schema, Bilaga 1, där alla lärare alltid tycker till om både uppgifter och bedömningsmall.

När betygen är satta i december får jag jämföra betyg för vt-12 och ht-12. Jag avser att beräkna variationsvidd, standardavvikelse samt medelvärde och median. Genom att jämföra spridningsmåtten medelvärde och median får jag en indikation på om betygssnittet ökat eller minskat i 9:orna samt om det möjligen kan bero på extremvärden åt något håll. I medelvärdet får jag fram ett medel med hänsyn till alla betyg medan jag i medianen endast får mittenvärdet. I beräkning av medianen påverkar alltså inte extremvärden resultatet. Det kan vara en viktig faktor för att få upplysningar om vilken kategori elever som jag eventuellt har stjälpt respektive hjälpt med projektet. Med variationsvidden får jag ett mått på variationen av betygen i klassen. Om jag nu får ett par extremvärden som påverkar resultatet kan det vara bra att även ha standardavvikelsen som ett mått på om spridningen i klasserna ökat eller minskat. Jag får visserligen inget direkt mått på om kommunikation och resonemangsförmågan ökat med betygen, men de är ett mått på om måluppfyllelsen ökat eller minskat och om betygen i grupperna förändrats. Om betygen i min klass ökar eller minskar mer än betygen i de andra klasserna, kan jag dra en trolig slutsats om att kommunikations- och resonemangsarbetet i min klass har varit av godo. Samtliga tre klasser har lika förutsättningar i undervisningen med ett undantag, Veckouppgifterna. Alla tre klasserna har samma grundtester, samma prov och bedömningsmall. Sedan får utvärderingen av lektionsarbetet med veckouppgifterna och mina upplevelser diskuteras. Om de möjligen kan ha del i försämring eller förbättring av betygen.

Genomgången av elevarbetena beräknas inte bli så betungande. Jag sorterar i två högar för visning i klassrummet. En hög där kvaliteten varierar men lösningsstrategin är lika och en hög där strategierna varierar. Den hög som sedan ger det intressantaste materialet ur elevperspektiv samt där jag anser att skillnader i kvalitet eller strategi är särskilt talande väljer jag ett par exempel att ta med till visningen i klassrummet. I de elevkontakter jag har i mitt vardagliga arbete förväntar jag mig att kunna få en god inblick i om Veckouppgifterna har påverkat elevernas arbete med matematik men även elevernas upplevelse av sitt arbete med matematik.

Studiens tillförlitlighet och generaliserbarhet

Studien med Veckouppgifter är inte svår att upprepa, däremot är det samspel som sker i klassrummet vid presentation av Veckouppgifter och hur eleverna responderar på dem omöjlig att kopiera. Varje grupp av elever är unik i sina reaktioner och hur de responderar på utifrån kommande faktorer (Shuell, 1996). Det är lätt att lägga stor möda på planering och genomförande av klassrumsarbetet under studien då det finns orsak till stor entusiasm vid detta första tillfälle test med Veckouppgifter görs. Både samspelet i klassrummet, hur klassen responderar och min ”första” entusiasm är parametrar som minskar studiens tillförlitlighet, reliabilitet och validitet. Att studien har två kontrollklasser (9 A, 9 B) till testklassen (9 C) ökar studiens reliabilitet eftersom samtliga klasser har samma veckoplanering, pedagogiska planering och bedömningsmaterial i form av prov och bedömningsmallar. Stukát liknar reliabiliteten vid hur skarpt eller trubbigt mätinstrumentet är och för studien om ett fokus på kommunikation och resonemang kring matematik genom Veckouppgifter kan öka elevers måluppfyllelse är mätinstrumentet trubbigt för alla andra klasser utom 9 C, trots kontrollklasser.
Jag kan avgöra om det var en framkomlig väg att arbeta på för att öka kommunikations- och resonemangsförmågan på i 9 C. Det råder osäkerhet kring om orsaken till en eventuell framgång är Veckouppgifternas eller den entusiastiske lärarens förtjänst. När samtliga förmågor är tvingande för att eleven ska kunna få betyg väljer jag ändå att prova om Veckouppgifterna kan vara en metod värd att fortsätta testa för att öka kommunikations- och resonemangsförmågorna och därmed måluppfyllelsen för många elever.
Ett stort antal klasser vid fortsatta test, skulle kunna ge en indikation på om arbete med Veckouppgifter ger högre måluppfyllelse i form av högre betyg.

Etik

Vetenskaprådet har skrivit ett antal forskningsetiska krav som jag försökt att följa **(**Stukát, 2005).

Informationskravet

För att kunna göra en studie på elever som går i 9:e klass ska både elev och vårdnadshavare naturligtvis informeras om studien och vad den innebär.

Samtyckeskravet

Elev och vårdnadshavare ska också ges möjlighet att avböja att delta, samtyckeskravet, utan att det får följder för det fortsatta arbetet i skolan. Samtyckeskravet innebär att elev och vårdnadshavare kan säga nej tack till att ingå i studien och dess dokumentation. De kan inte avböja att delta i klassrumsarbetet som ju är en del av inlärningsprocessen i matematik just nu.

Konfidentialitetskravet

Konfidentialitetskravet finns med i uppgiftens utformning eftersom de uppgifter som studeras är anonymiserade och att det är betygspoäng som inte tillhör någon särskild elev som studeras inför resultatet.

Ett brev skickades ut med posten vid läsårsstarten (Informationskravet) som informerade om att en studie i 9 c skulle göras i matematik, Bilaga 7. Brevet berättade om vad studien medför i skolan och hemma samt vilket syftet med studien är. Jag var noga med att poängtera att namn är borttaget på allt material, konfidentialitetskravet, som visas samt att uppsatsen skrivs vid Göteborgs universitet och blir därmed en offentlig handling. Vårdnadshavare ombads att höra av sig, samtyckeskravet, om elev eller vårdnadshavare inte ville delta. Jag poängterade att det var medverkan i studien och inte klassrumsarbetet som var frivilligt.

Vid läsårsstart informerades eleverna om studien och jag förklarade dess syfte och genomförande. Eleverna informerades om brevet som skickats hem till deras föräldrar och att de kunde prata med mig eller be en förälder att höra av sig om de inte ville delta. Alla elever deltog i studien och det har varit roligt med de nyfikna frågor som både elever och föräldrar kommit med under arbetet.

Ungefär efter halva terminen tog jag upp min studie igen med klassen. Jag påminde om att det var helt i sin ordning att inte vilja delta och att det naturligtvis inte skulle påverka betyget.

Resultat

Resultat av elevernas betyg i studien presenteras i tabellform och i kompletterande text.
Skillnader mellan testklass och kontrollklasser måste dock tolkas försiktigt då en generalisering kring resultatet inte går att göra.

I resultatdiskussionen diskuteras elevernas betygsresultat och studien i sin helhet.

Allmänt

I tabell 1, 2 och 3 nedan finns betygsdata redovisade för Studiens deltagande elever i 9 C samt för kontrollklasserna 9 A och 9 B. I tabell 1 redovisas hur många poäng varje betyg ger samt hur många betyg som är satta av varje sort i de olika klasserna. Medelvärde, median, standardavvikelse och variationsvidd finns redovisade i tabell 2. Tabell 3 innehåller förändringar i betygsmedelvärde i absoluta tal och procentuellt. Förändring för standardavvikelse finns också redovisad i absoluta tal i tabell 3.

Under sommarlovet slutade en elev i 9 A men eftersom elevers betyg inte är knutet till person i studien fick eleven stå kvar under vt-12.

En förutsättning har under terminen förändrats i en av klasserna under ht-12. 9 A har fått två mattelärare på 1/3 av lektionstiden.

Min klass, 9 C har haft en lärarstudent som följt undervisningen veckorna 45-51. Lärarstudenten deltog inte i klassrumsarbetet förrän betygen var satta. Detta var inte känt när studien planerades och startades. Hon har inte haft ansvar för genomgångar utan har mestadels studerat undervisningen.

Mått

Medelvärde

Både klassen som arbetade med Veckouppgift och kontrollklasserna har höjt sina betygsmedelvärden . Betygen får poäng efter sitt relativa värde enligt de regler Riksdagen fastställt. Poängen de olika betygsstegen ger finns redovisade i tabell1. 9C har höjt sitt betygsmedelvärde från 10,09 till 11,83. Det är en höjning med 1,74 poäng. Båda kontrollklasserna höjer sina betygsmedelvärden. 9 A höjer sitt betygsmedelvärde från 8,80 till 9,89 samtidigt höjer 9 B från 9,20 till 10,83. Det ger höjningar på 1,08 respektive 1,14.

Procentuellt blir skillnaden tydligare:

- 9 C höjer sitt betygsmedelvärde med 17,2 %
- 9 A och 9 B höjer båda sina medelvärden med 12,4 %

Det skiljer 4,8 procentenheter mellan klassernas betygsmedelvärdeshöjningar. 9 C höjer sitt betygsmedelvärde med 38,7 % mer än kontrollklasserna.

Median

Medianen ökar ett betygssteg, 10 till 12,5p, i 9 B och 9 C medan den ligger kvar på samma värde, 10p, i 9A.

Antalet F

Om kunskapskraven för betyget E inte nås får eleven betyget F. I 9 A är det en elev mindre som ht-12 har F. Alternativt kan det vara den elev som slutade i 9 A sommaren 2012. I 9 B är antalet F konstant. Tre elever i 9 C fick betyget F ht-12 mot fem under vt-12.

En elev i 9B har under hösten fått anpassad studiegång. Det har inte påverkat undervisningstiden för eleven i matematik.

Standardavvikelse och variationsvidd

9 B har elever med betyget A vilket varken 9 A eller 9 C har. 9 B har fler elever med betyget B båda terminerna än de andra klasserna. Der gör att både standardavvikelse och variationsvidd är större i 9 B än i övriga klasser. Under vt-12 ökar standardavvikelsen ytterligare jämfört med 9 A och 9 C.

Variationsvidden visar inte på förbättringar utan snarare på hur de olika betygen används i klassen.

Tabell 1		**Statistik betyg**					
Betyg	**Poäng per betyg**	**Antal betyg 9 A Vt-12**	**Ht-12**	**Antal betyg 9 B Vt-12**	**Ht-12**	**Antal betyg 9 C Vt-12**	**Ht-12**
F	0	5	4	6	6	5	3
E	10	11	9	8	4	7	6
D	12,5	6	4	3	3	10	5
C	15	0	4	2	5	4	10
B	17,5	1	1	2	2	1	2
A	20	0	0	1	2	0	0
∑ antal lever		23	22	22	22	26	26

Tabell 2	9 A Vt-12	Ht-12	9 B Vt-12	Ht-12	9 C Vt-12	Ht-12
Medelvärde betygspoäng	8,80	9,89	9,20	10,34	10,09	11,83
Median	10	10	10	12,5	10	12.5
Standardavvikels	5,05	5,26	6,10	7,08	5,43	5,96
Variationsvidd	17.5	17,5	20	20	17,5	17,5

KLASS	**Diff. medelv. vt-12- ht-12**	**Ökning av medelv. i procent**	**Ökning standardavvikelse.**
9a	1,09	12,4 %	0,21
9b	1,14	12,4 %	0,98
9c	1,74	17,2 %	0,53

Testklassen (9C) har ökat sin median motsvarande ett betygssteg, vilket främst beror på en höjning av två betyget F och fler C-betyg . I 9B ökar också medianen motsvarande ett betygssteg men här beror det mer på fler C - och A-betyg. I testklassen (9C) ökar betygsmedelvärdet med 4,8 procentenheter mer än i kontrollklasserna. Det gör att 9C ökar sitt betygsmedelvärde med 38,7 % mer än kontrollklasserna.

Medelvärdeshöjningar och höjning av median tyder på att arbetet för att öka kommunikations- och resonemangsförmågorna med Veckouppgifter har påverkat betygen i testklassen 9 C. Samtidigt måste betydelsen av andra faktorer som hur 9 C responderat samt en entusiastisk lärare beaktas.

Upplevd förändring i testklassen, 9 C

Eleverna i 9c har varit frågvisa kring det nya betygssystemet. Frågor som rör bedömning slutar i nästan samtliga fall med att vi är tillbaka på kommunikations- och resonemangsförmågan för att kunna visa en högre total kvalitet eller kvalitet alls på någon av de andra förmågorna i kunskapskravens syftestext i Lgr-11. De andra förmågorna är problemlösning, begreppsförståelse, och val av lösningsmetod.

Varje fredag under ”reparationstid” eller ”tid för fördjupning” har genomgång av valda delar av inlämnade Veckouppgifter ägt rum. Intresset för genomgång av Veckouppgifterna har varit stort. Det har märkts på tystnaden innan PC-kanonen startar och på koncentrationen när jag försökt att visa på skillnader och likheter. Diskussioner har inte varit särskilt långa utan eleverna har snarare svarat på kortare frågor. Intresset för Veckouppgifterna har varit större vid genomgång än elevernas eget arbete med dem hemma. Det är mellan 40-80 % av eleverna som lämnat in Veckouppgift. Andelen inlämnade Veckouppgifter har ökat med tiden. Det är inte fler elever med höga betyg som lämnat in Veckouppgifter utan det är elever som presterar på alla betygsnivåer.

Diskussion

Studiens förutsättningar

Vid konstruktion av matematiska problem och därtill hörande bedömningsmallar uppstår ofta huvudbry. Vilken av förmågorna är det jag bedömer nu? Det är ibland väldigt svårt att särskilja förmågorna i ett problem och det kräver mycket tid att försöka förstå även för läraren (Pettersson, 2011). Det är inte svårt att förstå elevernas svårigheter att ta till sig det här i 16 ämnen i grundskolan. Det klarnar förhoppningsvis lite i matematik när de Nationella proven genomförs i maj 2013. Jag tycker att förmågorna i Lgr-11 är väl valda för att täcka upp helheten kring problemlösning i matematik. Ingen av dem kan stå på egna ben i ett enda matematiskt problem. Den ena förmågan beror av den andra och bildar tillsammans en helhet. Arbetet med Veckouppgifterna har tvingat eleverna att ta del av resonemang kring de olika förmågorna som ska utvecklas och bedömas i matematik. Tanken var att vi skulle diskutera mer men det visade sig svårt att få eleverna att uttrycka tankar i ämnet. En orsak kan ha varit att jag redan gjort en bedömning av de uppgifter vi tittade på. Det kan lätt framstå som kritik att ställa frågor som ”Varför …” eller ”Hur tänkte du när…”. Frågor av det slaget kan vara känsligt när läraren sedan ska sätta betyg. En annan orsak kan också vara ovanan och att testperioden varit så kort, en termin.

När en studie genomförs av en lärare som själv skriver och ansvarar för redovisningen av resultatet, är det lätt att läraren också påverkar resultatet. I det här fallet är det naturligtvis inte bra att yttre förutsättningar andra än Veckouppgifterna ändras i Studien. Det kan naturligtvis vara positivt med en lärare som är extra energisk och engagerad. I det här fallet har jag nog varit en sådan. I övrigt har de yttre faktorer som var tänkta att vara lika i klasserna under studien fått vara lika i teorin under hela terminen med ett undantag. 9 A har haft en extra vuxen i klassrummet under en av tre lektioner per vecka.

Det känns som om alldeles för många elever är fåordiga och redovisar knapphändigt eller i värsta fall inte alls. Matematiken har aldrig någon nystart utan den byggs hela tiden på. Då gäller det att ha en stabil grund att stå på som inte hotar att rasa när grunden ska utvecklas och byggas på. Om den nedåtgående trenden för ungdomars matematikkunskaper ska kunna brytas, måste eleven kunna visa kvalitet på samtliga fem förmågor i kunskapskraven i Lgr-11. Bild 1 illustrerar de fem förmågorna i Lgr-11.

Bild 1

I och med Lgr-11 kan varken skola eller kommun längre göra lokala tolkningar av kunskapskraven och på så sätt mer eller mindre eliminera den eller de förmågor i skrivningarna som besvärar.

Metoddiskussion

Inför studien fanns ett behov av att hitta ett sätt att öka kommunikations och resonemangsförmågorna hos eleverna i 9 C och då var enkät, intervju eller observationer inte aktuella. En enkät eller intervju kan bara undersöka något pågående eller redan avslutat inte något som ska testas som eleven inte vet vad det är. Möjligen skulle försöket med Veckouppgifter ha kunnat följas av en enkätstudie där eleverna i testklassen tillfrågats om upplevelsen av ökad kommunikativ förmåga eller känsla av att de nu skulle höja sina betyg och varför. Den forskningsmetod som framstod som lämplig i sammanhanget var aktionsforskning eftersom den bygger på att utveckla sin egen verksamhet. Aktionsforskning bygger på att testa för att sedan utvärdera, reflektera och korrigera/förbättra för att sedan testa igen. Aktionsforskning beskrivs ofta som en spiral där de fyra delarna återkommande avlöser varandra (Rönnerman, 1998 och Stukát 2005). Veckouppgifterna samlas in torsdagar under perioder av reparations eller fördjupningsarbete. Det betyder tre veckor med Veckouppgifter och fyra veckor utan. Ett viktigt moment i studien blir hur jag väljer att presentera Veckouppgifterna. Jag vill att eleverna ska använda presentationen av elevlösningar som ett exempel på att väldigt olika lösningar kan ha samma kvalitet och vad det är som skiljer en lösning som motsvarar betyget E och C. Förhoppningen är att eleverna ska bidra med kommentarer och frågor så att vi får en diskussion kring hur man kan lösa uppgifter. Det gör eleverna får syn på fler lösningsmetoder och blir varse vad som krävs för redovisning på t ex C-nivå. Analysen av hur presentationen går får göras veckovis och förändras så att den skapar så stort engagemang som möjligt i klassen. Att presentationsmetoden omarbetas och utvecklas utifrån hur testklassen (9 C) responderar på presentationen gör att det blir svårt att upprepa exakt samma studie. Det är inte troligt att andra klasser skulle respondera på samma sätt som testklassen då det beror av så många andra faktorer som påverkar arbetsklimat i klassrummet (Shuell, 1996). Kilborn (1979) och Säljö (2000, s 241-250) beskriver samma sak som Shuell men tillägger att forskaren måste vara medveten om testresultatens osäkerhet när inlärningsmetoder testas, eftersom det är så många andra faktorer som också påverkar resultatet. Det innebär att det blir en osäkerhet runt validiteten eftersom vilka faktorer som är avgörande är svåra att testa på en enda klass. Att generalisera utifrån en enda klassrumsstudie går alltså inte. Studien syftar till att undersöka om metoden med Veckouppgifter kan bidra till ökad måluppfyllelse när fokus ligger på kommunikations- och resonemangsförmågorna. De förmågorna bär övriga förmågor och det är sannolikt att eleverna kan visa upp all sin kunskap om verktygen att visa dem blir bättre. När studien har två kontrollklasser som arbetar utifrån samma grundplanering och har samma test- och bedömningsmallar som testklassen ökar reliabiliteten, tillförlitligheten, ändå något kring om det kan vara Veckouppgifternas förtjänst.

Betygen är målrelaterade och i dem ska elevens hela kunskap vara sammanvägd och därför bör de kunna användas som jämförande instrument. Det kan naturligtvis finnas skäl att fundera över betygens likvärdighet i testklassen och kontrollklasserna, men av förutsättningarna runt studien att döma tycker jag ändå det finns skäl att kunna använda betygen i jämförande syfte. Det fanns ytterligare fyra skäl till att betygen blev det mätinstrument jag valde att studera för att undersöka om arbetet med Veckouppgifter haft effekt. Det första var att det fanns ett betygsunderlag att tillgå från vårterminen. De betygen var satta utan vetskap om att någon studie skulle äga rum och var därför en neutral mätpunkt för studien. Det andra skälet var tiden. Inom ramen för studien hade jag inte hunnit med en enkät eller intervjuserie efter avslutat försök med Veckouppgifter. Det tredje skälet var att det är svårt att hitta en så koncentrerad information om elevers sammanvägda förmåga i matematik som betygen är. Det fjärde skälet var att betygen är det många mäter och jämför kunskap mot till vardags. Jag tänker på stadsförvaltning, politiker och föräldrar. Politiker därför att de sjösatt en ny läroplan, Lgr-11, och förväntar sig betygslyft och att Sverige i framtiden troligen har fler arbetstillfällen där högre kompetens krävs än idag. Stadsförvaltningen därför att svarar mot politikerna och föräldrar därför att vi i skolan slutligen mäter kunskap i betyg för deras barn.

Resultatdiskussion

Betyget är en indikator på elevens kunnande då det är den samlade förmågan som bedöms vid terminsslut. Betygsmedelvärdet är 4,8 procentenheter högre i testklassen än i kontrollklasserna. Skillnaden på klassernas betygsmedelvärde är inte stor men den är tydlig. Det är många faktorer som påverkar hur elever lär i ett klassrum (Shuell, 1996). En viktig faktor som gör att orsaken till det högre betygsmedelvärdet blir osäkert i 9 C är jag själv. När den som planerat, genomfört och utvärderat studien är samma person, är det lätt hänt att läraren lägger både mer tid och möda på att undervisningen ska bli inspirerande och bra än de lärare som arbetat i kontrollklasserna. Det är skäligt att anta att del av det bättre resultatet i testklassen beror på det. En enda elev som inte når eller precis når det lägsta betyget F höjer/sänker klassernas betygsmedelvärde mellan 0,38 – 0,45. Det högre värdet gäller för kontrollklasserna. Att testklassen 9 C är 4 elever fler gör att större förändring måste till i den klassen för att ge utslag på betygsmedelvärdet. Det talar för att skillnaden ändå är att beakta. Standardavvikelsen och median är intressant information för den undervisande läraren att beakta vid planering av undervisningen, eftersom de berättar om spridningen av elevernas behov/kunskap är på. Det är lättare att tillgodose fler när dessa mått är små, samtidigt är starkare elever ofta en resurs för de i behov av stort stöd.

Arbetet med Veckouppgifter har inneburit feedback och diskussion dagen efter inlämning. Det har varit en helt ny uppgift som verkar ha upplevts som lustfylld och som en välkommen variation. Shuell (1996) och Hammarsten & Lindkvist Jensen (2007) framhåller vikten av att eleven känner lust och får variation för optimal inlärning. Det som talar mot *"välkommen variation"* är att fler elever lämnat in lösningar på Veckouppgifter mot slutet av terminen.

Delar av elevernas Veckouppgifter har presenterats avkodade på PC-kanon i klassrummet. Då ska lösningars för- och nackdelar samt med vilken kvalitet Veckouppgifterna är gjorda granskas och diskuteras i klassen. Det var tänkt som ett muntligt samtal kring strategi, kvalitet och begrepp som Riesbeck (2008) framhåller vikten av för att inlärningen ska bygga på förståelse. Eleverna har haft svårt eller varit dåliga på att diskutera i klassen vid presentation. Det har varit ett fåtal som återkommande varit aktiva. Riesbeck (2008) beskriver också betydelsen av situation vid samtal för att inlärningen ska bli meningsfull. Vill man tolka det positivt ur studiens synvinkel kan det trots dålig uppslutning i diskussion ändå ha varit en god inlärningssituation att se, lyssna på kamrater och lära av det. Det negativa för studien är att de kommunikativa förmågorna var i fokus och kunde inte lockas fram muntligt av så många elever.

De första gångerna hade jag inte skrivit ut någon bedömning i uppgifterna. Det gjorde att eleverna frågade flera gånger för att få bedömningen upprepad. Jag försökte då att underlätta och förtydliga presentationerna genom att göra en kommentarruta vid sidan av med min bedömning synlig. Det gav bedömningen en tydligare framtoning och kanske inspirerade fler att lämna in lösningar på Veckouppgifter för bedömning. Det är en av fördelarna med att testa och sedan korrigera efter de behov, fel eller brister som blir synliga i studier med aktionsforskning som grund (Rönnerman, 1998 och Mattsson, 2001)

I ett klassrum finns hela tiden faktorer som stör undervisandet (Shuell, 1996) och vid diskussion i helklass riskerar elever att förlora sig i annat än det lektionen syftat till. Det kan ha varit en nackdel att vara helklass vid presentationen eftersom bara ett fåtal elever uttrycka sina tankar och idéer om lösningars möjligheter muntligt under presentationerna. Arbetet med Veckouppgifter har ändå gett eleverna skriftliga och muntliga kommunikations- och resonemangstillfällen där det muntliga resonemanget underlättats av att uppgiften redan var känd, väl genomtänkt och redovisad på något sätt av eleven. Möjligen kanske en termin har varit väl kort tid att prova för ett rättvist resultat. Elever som inte använt relevanta begrepp eller kommit en bit på väg, exempelvis med en generell lösning har ändå fått hjälp och tips om hur liknande problem kan lösas nästa gång de dyker upp. De elever som inte genomfört den skriftliga inlämningen har ändå haft fördelen av att kunna delta under presentationen och ta lärdom av den. För att kommunikations- och resonemangsförmågan ska öka i matematik måste matematiska begrepp och metoder användas i olika sammanhang så att förståelsen av matematiska metoder och begrepp verkligen befästs (Shuell, 1996). Arbete med Veckouppgifter har gett alla elever möjlighet att dra nytta och lärdom av de kommunikativa förmågornas betydelse för bedömning, oavsett graden av aktivt deltagande på olika sätt. De kommunikativa frågorna har fått betydligt större del av lektionstiden än tidigare. Det kan vara faktorer som talar för det högre betygsmedelvärdet i 9 C. Om det fortsättningsvis ska finnas engagemang och lust kanske Veckouppgifterna måste bytas ut mot någon annan aktivitet. Arbetet med just Veckouppgifter är förmodligen ingen revolutionerande metod men ett sätt att öka kommunikationsförmågorna på som var nytt och inspirerande (Hammarsten & Lindkvist Jensen, 2007). Kilborn (1979) och Säljö (2000) skriver att resultaten i aktionsforskning inte får ses som sanningar eftersom det hela tiden som också Shuells (1996) fem punkter visar är för många andra faktorer som påverkar arbetet och inlärningen i en klass för att säkra resultat ska kunna dras utifrån mindre studier.

Kommunikation i matematiken uppfattas i flera undersökningar jag hittar som den muntliga kommunikationen. Den skriftliga kommunikationen, om den nämns, nämns mest som lösande av rutinuppgifter. (Bentley 2012, Riesbeck, 2008, Kilborn, 1979 och Säljö, 2000, s. 241-250).

Jag inser att den muntliga delen är svårare att se och dokumentera för varje enskild individ än den skriftliga och kanske har eleverna i tesklassen bara fått fler tillfällen att visa kvalitet på förmågor jämfört med kontrollklasserna. Jag har inte fört data på om de är elever som löst Veckouppgifterna hemma, lämnat in dem och varit aktiva under presentation/diskussion som höjt sina betyg under ht-12.

Framtida studier

En liknande studie som den jag redan gjort men i större format vore intressant att ta del av eftersom osäkerheten kring en mindre undersökning blir stor.

I litteraturen har jag inte lyckats hitta studier där förändringar i undervisningen kan öka olika förmågors måluppfyllelse i matematik. Det skulle vara mycket intressant att läsa om och använda olika metoder för att öka måluppfyllelsen för enskilda eller hela klasser, då det finns förmågor som tydligt behöver lyftas fram och utvecklas.

Det skulle vara mycket spännande att se hur en studie är utformad om Veckouppgifterna istället bedöms av elever och presenteras för övriga klasskamrater. En sådan studie kräver ganska omfattande studier av och stor kunskap om betygskriterierna hos eleverna. Det kräver också att betygskriterierna är grundligt bearbetade av eleverna så att de har en referensram att relatera sina bedömningar till. En sådan referensram är det som vi lärare försöker att bygga just nu. En referensram skapas av många bedömningar av elevers lösningar som helst gemensamt kunnat diskuteras. En sådan studie bör nog därför vänta tills vi lärare känner oss bekväma med Lgr-11. Att locka elever att studera bedömning tror jag kan vara en framgångs- och utvecklingsfaktor. Kunskapen om hur bedömning sker ger också kunskap om vad jag själv kan göra för att visa högre kvalitet.

Andra sätt att locka elever att kommunicera och resonera matematik kommer säkert att göras då variationen i arbetssätt känns viktig för att kunna utveckla de förmågorna så rikt som möjligt.

En annan intressant del av bedömning av elevers förmågor i matematik är likvärdigheten. Det vore spännande att studera hur stor likvärdigheten egentligen är på Nationella prov. Att bedömningar skiljer sig åt lärare emellan det har vi redan sett, men att testa rättning av Nationella prov med avkodade prov eller med byte av prov mellan skolor under längre tid vore intressant att se resultatet av. Skulle statistiken då skilja sig från de trender man sett från tidigare år?

Referenser

Andersson, H. (2002). Betygen i backspegeln – beskrivning och reflektioner. I. H, Andersson (Red) Att bedöma eller döma (s.153-169) Stockholm: Liber distribution

Bentley, P-O. (2012*). Utökad undervisningstid i matematik - Hur en ökning av undervisningstiden kan användas för att stärka elevernas matematikkunskaper*. Stockholm: Skolverket. Rapport 378, Bilaga 1 (s. 40-41)

Brandell, L. (2005.) *Hur bra är svenska ungdomar i matematik? Slutsatser av PISA 2003.* Hämtat 20 oktober 2012, från www.lilahe.com/matematikkunskaper.pdf

Carlgren, I. Marton, F. (1994). Bildning och kunskap hämtat 7 oktober 2012, från http://hem.passagen.se/flakmoppe/litteraturlista.htm

Di Teodoro, S., Donders, S., Kemp-Davidson, J., Robertson, P., & Schuyler, L. (2011). *Asking good questions: Promoting greater understanding of mathematics through purposeful teacher and student questioning*. Canadian Journal of Action Research, 12(2), 18-29.

Ericksson, G. *Lärande - undervisning – bedömning* Hämtad 13 mars 2013, från http://www.skolverket.se/prov-och-bedomning/ovrigt-bedomningsstod/filmer-om-bedomning-for-larande-och-likvardighet-1.142557

Hammarsten, H & Lindkvist Jensen, K. (2007) *Attityder till matematik – en studie från 18 grundskoleelevers attityd till ämnet matematikEmanuelsson, Jonas (2001). En fråga om frågor. Hur lärares frågor i klassrummet gör det*. Göteborg: Sociologiska institutionen

Hansson, K. Ekberg, N. Villanen, H (2011) *Skolnära forskning? Javisst, men hur?* Hämtat 23 oktober 2012, från http://skolforskare.blogspot.se/2010/12/skolnara-forskning-javisst-men-hur.html

Helenius, O. (2010). *Kursplaner i matematik och lärares mål med undervisningen.* Hämtat 16 oktober 2012, från www.ncm.gu.se/media/luma/2010/luma_2010_helenius_skolinspektion.pdf

Jaworski, B. (2006). *Theory and Practice in Mathematics Teaching Development: Critical Inquiry as a Mode of Learning in Teaching*. Journal of Mathematics Teacher Education

Johnsson, D. (2012). Isaksson, C. (Red) *Grundskolan 50 år – från folkskola till folkets skola.* Stockholm: Ekerlids förlag

Jönsson, A. (2012). *Lärande bedömning*. Gleerups utbildning AB: Malmö, (s 9-41)

Ljung, P-O. (2000) *Standardproven-53 år i skolans tjänst.* Rapport nr 17 från PRIM-gruppen. Stockholm: Lärarhögskolan i Stockholm.

Kvalitativ metod. http://www.ne.se.ezproxy.ub.gu.se/lang/kvalitativ-metod, Nationalencyklopedin, hämtad 2013-03-02.

Larsson, C. & Farhani, S. (2010) *Elevers möjligheter till kommunikativ matematik i klassrummet "En kvalitativ och kvantitativ studie om elevers möjlighet till matematiska helklassdiskussioner i grundskolans tidigare år"* Göteborg: Sociologiska institutionen Göteborgs universitet.

Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet, (1994) Lpo-94. Stockholm: Skolverket

Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet,(2011). Lgr-11. Stockholm: Skolverket

Löwing, M. (2004). *Matematikundervisningens konkreta gestaltning. En studie av kommunikationen lärare-elev och matematiklektionens didaktiska ramar*. Göteborg: Kompendiet.

Löwing, M. (2005). *Att kommunicera matematik i skolan.* Grevholm, B (ordförande) Årskrönika SMDF 2005 (s 59-80)

Mattsson, M. (2001). *Stenar under vattenytan – forsknings- och utvecklingsarbete problematiserat.* Lund: Studentlitteratur.

Myndigheten för skolutveckling (2008). *Mer än matematik – om språkliga dimensioner I matematikuppgifter*. Stockholm: Liber distribution

Nash, R. (2005). *Cognitive "Habitus" and Collective Intelligence: Concepts for the Explanation of Inequality of Educational Opportunity*. *Journal Of Education Policy*, *20*(1) (s 3-21)

Nationalencyklopedin (NE). (2011). Psykometri. Hämtad 1 november 2012 från http://www.ne.se.ezproxy.ub.gu.se/lang/psykometri/229447

Nationalencyklopedin (NE). (2011). Kvalitativ metod. Hämtat 2 mars 2013 från http://www.ne.se.ezproxy.ub.gu.se/lang/kvalitativ-metod

Pettersson, A. (2005). Bedömning – varför, vad och varthän? I: Lindström, L. & Lindberg, V. (red.) *Pedagogisk bedömning. Om att dokumentera, bedöma och Utveckla kunskap*. (s 29-42) Stockholm; HLS Förlag.

Pettersson, A. (1997). *Matematiken i utvärdering av grundskolan 1995. Analys av elevernas arbeten med mer omfattande matematikuppgifter i åk 9*. Rapport nr 13 från PRIM-gruppen. Stockholm: Lärarhögskolan i Stockholm.

Pettersson, A. (2011). *Likvärdig betygssättning, vad, hur och varför? Kunskapsöversikt.* Skolverket Stockholm: Fritzes (s 13-35)

PISA (2009). PISA 2009 – om *svenska femtonåringars läsförståelse och kunskaper i matematik och naturvetenskap.* Stockholm: Skolverket, Sammanfattning av Rapport 352.

Riesbeck, E. (2008). *På tal om matematik: matematiken, vardagen och den matematikdidaktiska diskursen*. (Doctoral dissertation). Lund: Studentlitteratur

Rönnerman, K. (1998) *Utvecklingsarbete – en grund för lärares lärande.* Lund: Studentlitteratur.

Senk S. L. och Thompson D. R. (2003). Senk S. L. och Thompson D. R. (Red.), Standards-based school mathematics curricula*: What are they? What do students learn?* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Sjöqvist, L. (2005). *När språket inte gör tanken rättvisa – att bedöma flerspråkiga elevers språk- och kunskapsutveckling*. Lindström, L. och Lindberg, V (Red) *Pedagogisk bedömning.* Stockholm: HLS förlag (s 67-89)

Shuell, T. (1996). *Teaching and Learning in a Classroom Contex. In C. Berliner, & R. Calfee (Eds.), Handbook of Educational Psychology.* New York: Macmillan. (s. 729) sekundär källa

SOU (1992:94). Skola för bildning. Stockholm: Utbildningsdepartementet.

SOU (1998:128a) Forskningspolitik. Stockholm: Utbildningsdepartementet.

Stukát, S. (2005). *Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap*. Lund: Studentlitteratur

Säljö, R. (2010) *Lärande i praktiken*. Stockholm: Nordstedts bokförlaget Prisma (s 135-156)

Timss (2007). *Svenska elevers matematikkunskaper i Timss 2007 – en djupanalys av hur elever förstår centrala begrepp och tillämpar beräkningsprocedurer.* Stockholm: Skolverket, Analysrapport 323.

Taflin, E. (2007). *Matematikproblem I skolan – för att skapa tillfällen till lärande*. (Doctoral Dissertation Umeå University, SE-901 87)(s 24) Umeå: Umeå Universitet, Institutionen för Matematik och matematisk statistik.

Taylor, C. (1994). Assessment for Measurement or Standards: The Peril and Promise of Large Scale Assessment Reform. American Educational Research Journal. Vol. 31 No. 2, (s 231-262) sekundär källa

Läsårsplanering i matematik

Bilaga 1

	Åk 7	Centrala moment	Kap	Åk 8	Centrala moment	Kap	Åk 9	Centrala moment	Kap
Prov 1	**V39** **JGT**	• Taluppfattning och tals användning´ • P-lösning	**Kap 1**	V37 GZL	• Taluppfattning och tals användning • P-lösning	**Kap 1**	**V41** **HBN**	• Taluppfattning och tals användning • P-lösning	**Kap 1**
Prov 2	**V48** **TSR**	• Taluppfattning och tals användning • Samband och förändring • P-lösning • Algebra	**Kap** **4 & 2**	V49 KRT	• Samband och förändring • P-lösning • Algebra	**Kap** **3 & 4**	**V47** **HBN**	• Taluppfattning och tals användning • P-lösning • Samband och förändring	**Kap 4**
Prov 3	**V10** **GZL**	• Taluppfattning och tals användning • P-lösning • Samband och förändring	**Kap** **5 & 6**	V10 HBN	Storprov Kör ev den delen från muntl oförberett före 1. Taluppfattning och tals användning 2. Algebra 3. Geometri 4. Sannolikhet och statistik 5. Samband och förändring 6. Problemlösnin	**Kap 5**	**V13** **KRT**	• Samband och förändring • P-lösning • Algebra	**Kap** **2 & 3**
Prov 4	**V18** **KR T**	• Geometri • P-lösning	**Kap 3**	V22 GZL	• Taluppfattning och tals användning • Geometri • Sannolikhet och statistik	**Kap** **2,5, 6**			
		• P-lösning • Sannolikhet och statistik	**Kap 7**		• Taluppfattning och tals användning	**Kap 7**			

Innehåll

Algebra är grunden till ekvationslösning. Att behärska problemlösningsstrategier där metoden är användbar i många olika sammanhang och där förutsättningar kan testas teoretiskt med små justeringar i uttrycket. Det är en av de fantastiska saker du får inblick i under det här området.

Begrepp som återkommer på området är: funktion, variabel, graf, uttryck, tabell, linjär funktion, proportionell, formel, värdetabell, förenkla, Pythagoras sats

Nya begrepp på området är: räta linjens ekvation, aritmetisk talföljd, kvadreringsreglerna, konjugatregeln

Målet är att du under arbetsområdet ska visa dina förmågor genom att:

Problemlösning ***(P)***

- lösa problem där du väljer strategi och metod som är lämplig och förenklar eller förtydligar problemet.
- Värdera kamraters val av strategi och metod genom kamratbedömning.

Begrepp ***(B)***

- beskriva och tolka händelser matematiskt korrekt.
- Skriftligt och muntligt använda begrepp rätt såväl vid val av metod som vid användning.

Metod att lösa problem ***(M)***

- förenkla problemlösningen genom bra metodval.
- Lära och kontinuerligt använda de matematiska metoder vi lär eller annan metod som kan utvecklas när problemen blir mer komplicerade och abstrakta.

Resonemang/Kommunikation ***(K)***

- beskriva tillvägagångssätt och tankesätt med egna ord och med matematiskt symbolspråk
- kommunicera genom att redovisa arbetet med den valda metoden för problemet.
- Resonera kring resultatets rimlighet och eventuella felkällor.

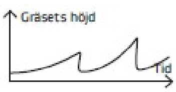
I ditt arbete kommer vi att bedöma din förmåga att:

- Lösa problem (P) där funktioner, samband, uttryck och ekvationer är en del. (B) (M).
- Bedöma svarets rimlighet utifrån uppgiftens förutsättningar och de beräkningar som är gjorda (B)
- Använda de matematiska beräkningsmetoder vi lär. (M)
- Välja & använda lösningsmetod som helst är utvecklingsbar (M).
- Kommunicera hur du går tillväga när du löser uppgifter. (K)
- Redovisa ditt arbete med matematiska uttrycksformer. (K)
- Lösa problem genom att integrera matematik från olika områden, hitta strategier och dra slutsatser (P, B, M)

Arbetsmoment under kursen algebra & samband:

1. **Förstå och tolka funktioner beskrivna som grafer och tabeller**
2. **Analysera funktioner i grafer → →**
3. **Skriva, förenkla, beräkna och tolka olika linjära funktioner och proportionaliteter i olika sammanhang**

Exempel:



4. **Arbeta med och diskutera att formler kan beskrivas med både tabeller, grafer och formler.**
5. **Repetition av linjära funktioner med vardaglig anknytning är repetition från åk 8**
6. **Linjära funktioner utan direkt anknytning till vardagslivet**
7. **Beskriva linjära samband och proportionaliteter med hjälp av diagram och formler där målet är att du kan förstå och använda den generella formen $Y = kx + m$**
8. **Presentation och definition av aritmetiska talföljder**
9. **Talföljder beskrivna med mönster**
10. **Att följa förstå och använda de regler för användning av olika uttryck och bearbetning av uttryck**

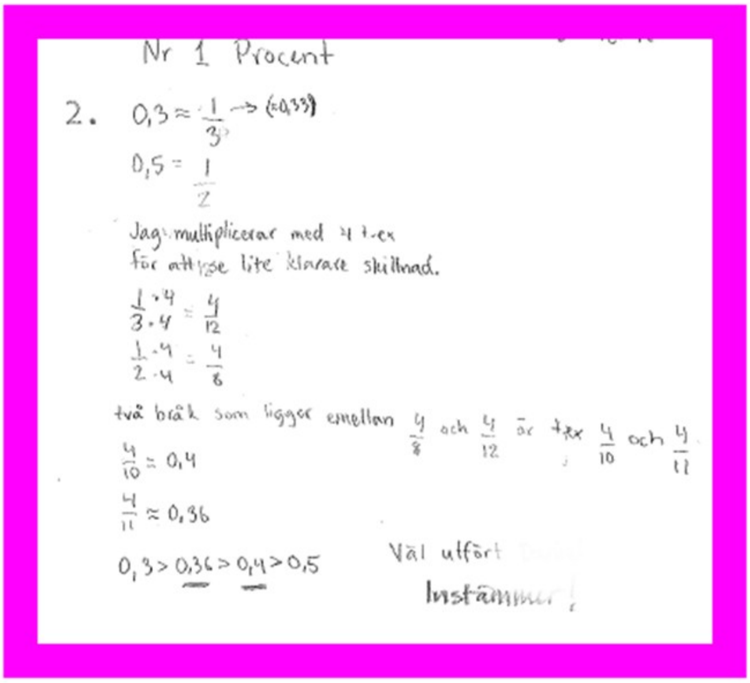
Veckoplanering Åk 9

Bilaga 3

Vecka		Övrigt
40	**Måndag & Torsdag** Ny LPP & planering *Begrepp vecka 40: (B)* **procentform, bråkform, decimalform, det hela** Uppgifter Grön 1-14 s 110-112 Blå: 1-10 12-15 s 120-121 Verktygslådan s 258, 261, 262 Fredag frågor / Problemlösning röd eller blå	
	Centrala moment vecka (40) 41-47: • Taluppfattning och tals användning • P-lösning • Samband och förändring	
41	Matteprov Tal måndag *Begrepp vecka 41: (B)* **procentform, bråkform, decimalform, det hela, delen** To: Rep v 41 + … Uppgifter Grön 15-22 s 112-113 Blå: 11 - 18 s 121-122 Verktygslådan s 258, 261, 262 Fredag / måndag **ev** prov åter **Extra Ab 1-3, 5**	Kap 1
42	*Begrepp vecka 42: (B)* **det hela, delen, förändringsfaktor** Uppgifter Grön 23-32 s 112-113 Blå: 19 – 27 (beräkna delen) s 123 Verktygslådan s 258, 261, 262 Torsdag inlämning veckouppgifter nr 1 som vi följer upp fredag **Extra Ab 1-3, 5**	

2. Procent och bråk ligger varandra nära.

Ange två BRÅK som ligger mellan 0,3 och 0,5 och beskriv samtidigt hur du kommer fram till svaret**.**


Nr 1 Procent

2. $0{,}3 \approx \frac{1}{3} \rightarrow (\approx 0{,}33)$

$0{,}5 = \frac{1}{2}$

Jag multiplicerar med 4 t.ex för att se lite klarare skillnad.

$\frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{4}{12}$

$\frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 4} = \frac{4}{8}$

två bråk som ligger emellan $\frac{4}{8}$ och $\frac{4}{12}$ är t.ex $\frac{4}{10}$ och $\frac{4}{11}$

$\frac{4}{10} = 0{,}4$

$\frac{4}{11} \approx 0{,}36$

$0{,}3 > 0{,}36 > 0{,}4 > 0{,}5$

Väl utfört

Instämmer!

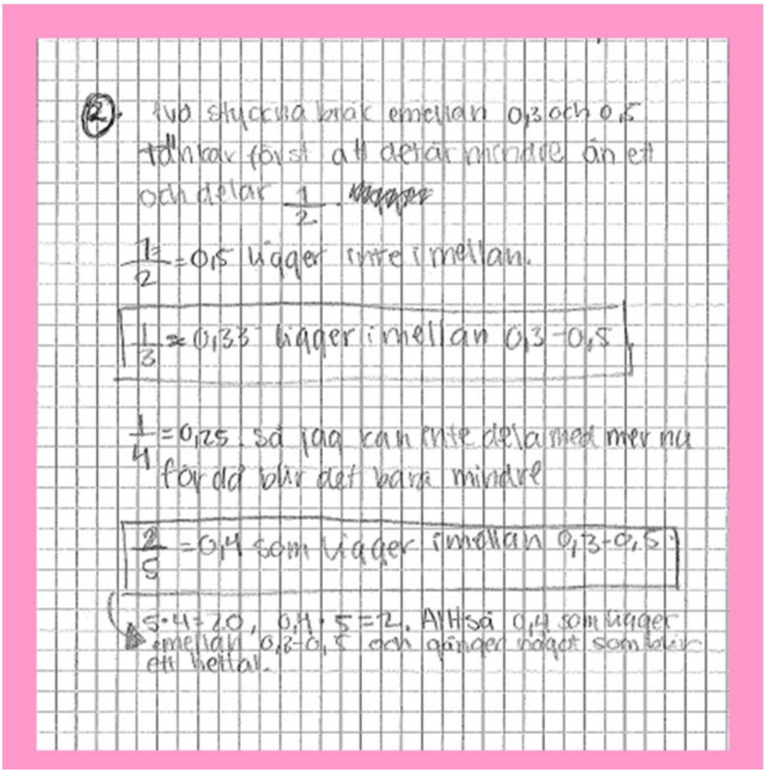
Kommentar [h1]:
P
Eleven förstår problemet och löser det om än med en metod som inte motiveras helt
C-nivå

B
Begrepp som *"multiplicera med"* används felaktigt. Bör vara *"förlängs med"*
> och < har förväxlats Bör Korr.

M

Metoden är användbar och utvecklingsbar. Beräkning/motivering saknas kring hur de två svaren kommer till.
Det framgår hur eleven VET att bråken $\frac{4}{10}$ och $\frac{4}{11}$ ligger mellan 0,3 och 0,5. C-nivå

K
Tydlig. Vad uppgiften går ut på *"Sökt"* eller liknande saknas.
Vänder på < och > E-nivå


② två stycken bråk emellan 0,3 och 0,5
Tänkte först att de är mindre än ett och delar $\frac{1}{2}$ ~~[illegible]~~

$\frac{1}{2} = 0{,}5$ ligger inte i mellan.

$\boxed{\frac{1}{3} \approx 0{,}33 \text{ ligger i mellan } 0{,}3 - 0{,}5}$

$\frac{1}{4} = 0{,}25$ så jag kan inte dela med mer nu för då blir det bara mindre

$\boxed{\frac{2}{5} = 0{,}4 \text{ som ligger emellan } 0{,}3 - 0{,}5}$

$5 \cdot 4 = 20$, $0{,}4 \cdot 5 = 2$. Alltså 0,4 som ligger emellan 0,3-0,5 och gånger något som blir ett heltal.

Kommentar [h2]:
P
Eleven förstår problemet och löser det
C-nivå

B
Har stämbråken fullständigt klart för sig och sambandet dem emellan. Mot slutet använder eleven en ej hållbar metod med multiplikation av decimalformen av bråket …
E-nivå

M
Testar redan kända stambråk, vilket inte framgår av kommunikationen

Metoden är användbar och utvecklingsbar. Beräkning saknas kring varför de två svaren kommer till.
Det framgår hur eleven VET att bråken $\frac{4}{10}$ och $\frac{4}{11}$ ligger mellan 0,3 och 0,5. C-nivå

K
Motivering eller klargörande av metod saknas. Motivering av slutberäkning är svår att hitta i kommunikationen C-nivå

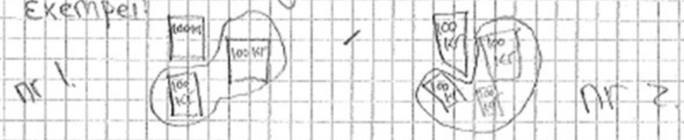
1. Fantastiska erbjudanden!
Visa med beräkningar vilket erbjudande som är förmånligast för köparen

Köp fyra filmer och betala för tre

Bilaga 5

Köp tre filmer och betala för två

1. 3 för 2 eller 4 för 3 ?
Vad blir förmånligast för konsumenten?
Exempel:



I båda fallen sparar du 100 kr.
Men rent teoretiskt sparar du mer i nr 1.
$\frac{1}{3} = 33\%$ istället för $\frac{1}{4} = 25\%$
Så nr 1 är svaret $\left(\frac{100}{3} = 33\%\right)$

Kommentar [h4]:

P
Eleven har förstått problemet och löser det med ett konkret exempel.
E-nivå

B
Eleven ritar korrekta FIGURER de används matematiskt korrekt.
Bråk- och procentform kombineras korrekt. Håller isär vinst i kr och andel man tjänar i exemplet
E-nivå

M
Metoden är utvecklingsbar. Bra med bilder som visar storleken ! E-nivå

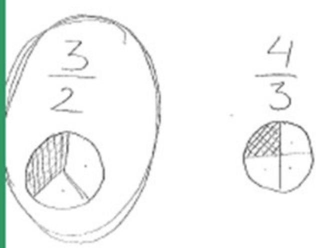
K
Kommunikationen är tydlig och korrekt.
E/C-nivå

1. Svar: Köp tre filmer och betala för två är förmånligast för köparen eftersom man betalar en mindre procentuell summa av originalpriset där än med det andra erbjudandet.
$\frac{2}{3} = 0{,}66 = 66\%$
$\frac{3}{4} = 0{,}75 = 75\%$

Kommentar [h5]:
P
Eleven har förstått problemet och löser det med ett konkret exempel.
E-nivå
B
Andel, bråk-, procent- och decimalform samt procentuell summa används korrekt
Begreppen används i en generell diskussion
C-nivå
M
Metoden är utvecklingsbar och generell.
E/C-nivå
K
Kommunikationen är tydlig och korrekt samt hålls på en mer generell nivå C-nivå

① $\frac{3}{2} < \frac{4}{3}$

köp 3 betala för 2 betalar man en mindre del av.
så köp 3 betala för 2 är förmånligast.



Kommentar [h3]:
P
Eleven har förstått problemet och löser det i sitt resonemang som inte fullföljs med 3 av 4 E-nivå

B
Eleven ritar korrekta FIGURER de används ej matematiskt korrekt.
Bråkens täljare och nämnare förväxlas
> och < har förväxlats bör korr

M
Metoden är utvecklingsbar när den används korrekt. Bra med bilder som visar storleken ! E-nivå

K
Kommunikationen fullföljs inte i resonemanget om 3 för två....och
Bråkens värde motsvarar inte de i uppgiften bör korr

1. Skriv talen på vanligt sätt

a) 10^2 b) $2 \cdot 10^3$ c) $3,6 \cdot 10^3$ d) $4,7 \cdot 10^{-4}$

2. Skriv talen på vanligt sätt

a) 10^2 b) $2 \cdot 10^3$ c) $3,6 \cdot 10^3$ d) $4,7 \cdot 10^{-4}$

3. Rita en pil och markera den med *A* vid 4 på tallinjen ovan

Rita en pil och markera den med B vid -2,5 på tallinjen ovan

Rita en pil och markera den med *C* vid $\sqrt{35}$

4 . Temperaturen sjönk från + 9° till –7°. Hur många grader sjönk temperaturen?

5 Räkna ut

a) 5 + (–8) b) 5 – (–4) c) $\frac{16}{(-2)}$

6 Skriv i grundpotensform

a) 700 000 b) 3 4500 c) 0,042

7 Räkna ut och svara i potensform och grundpotensform när det är möjligt

a) $10^3 \cdot 10^4$ b) $\frac{10^9}{10^6}$ c) $2,5 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^5$

9. Vilket tal ska stå i stället för *x*?

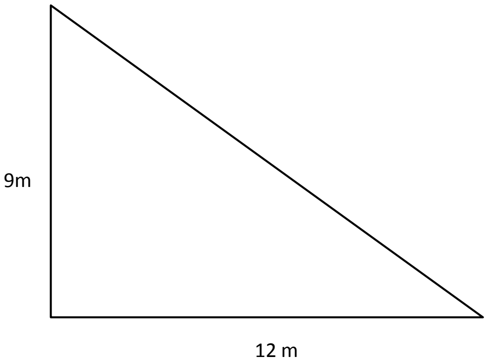
$x + 5 = (-3)$

10. Räkna ut värdet av uttrycket $6x - 4y$ om $x = 4$ och $y = (-5)$

11. Räkna ut och **svara exakt**

a) $3 \cdot (-4) \cdot (-2)^2$ b) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$ c) $\dfrac{\sqrt{21b^3}}{\sqrt{3b}}$

12. **Hur lång är hypotenusan?**

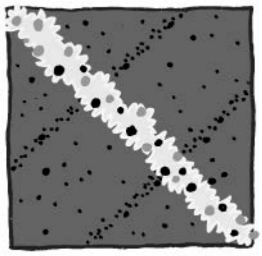


13.

Ett trädgårdsland är kvadratiskt med arean 64 m^2.

Hur lång är raden med blommor över gräsmattan?

Avrunda svaret till hela meter.



14.

Ett vanligt paket jäst är ett riktigt krutpaket. Under det gula omslaget finns 400 miljarder jästceller, alla redo att blåsa liv i den deg de kommer i kontakt med. Bagerijästen som är ett slags svamp, upptäcktes under 1700-talet. Varje paket jäst innehåller 50g. Det finns idag bara en enda fabrik som förser hela Sverige med jäst.

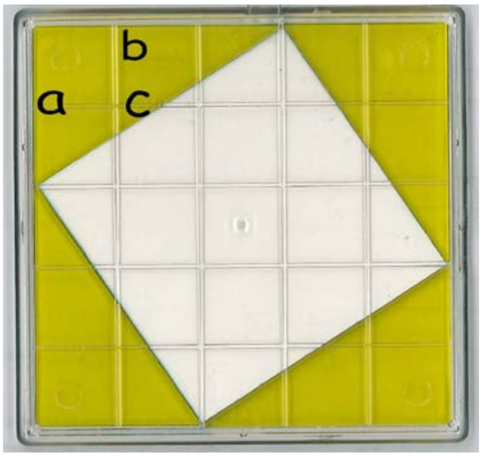
a)Ungefär för hur många år sedan upptäcktes jästcellerna?

b) Skriv antalet jästceller i ett paket jäst i grundpotensform

c) Beräkna hur många paket jäst Helena köpt om hon har $1{,}2 \cdot 10^{14}$ st jästceller

15. Uppskatta

Berätta hur du skulle göra för att ta reda på hur lång tid det kan ta att cykla från Trollhättan till Göteborg och tillbaka.

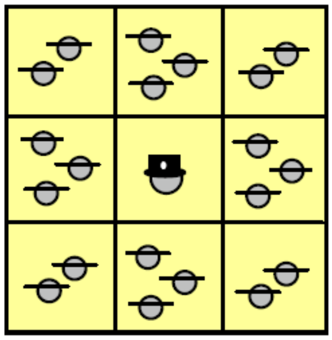


16.

Visa algebraiskt med hjälp av figuren att: $a^2 + b^2 = c^2$

17. **En listig korpral**

Under trettioåriga kriget besatte kaptenen Gustaf Oxensvans en by. Knektarna inkvarterades i ett slott. Han tog själv mittrummet och fördelade soldaterna inkl korpralen Karlsson runt omkring sig i byggnadens övriga åtta rum, så att han hade sju stycken på varje sida. Han var nämligen inte särskilt bevandrad i matematik, men kunde räkna till sju. Emellertid kom ytterligare fyra soldater till slottet. Den listige korpralen placerade dessa nytillkomna så att kaptenens sätt att räkna fortfarande gav sju på varje sida. Efter några dagar sände furiren en natt ut åtta soldater efter mat och vin. En omgruppering gjorde att kapten Oxensvans inte upptäckte något vid den sedvanliga genomräkningen vid sängdags.



Hur fördelade sig soldaterna de olika gångerna?

(*Problemlösning för nyfikna* Emanuelsson, 2010)

18 **Knäck koden**

Peter har ett lås med en tresiffrig kod. Han har glömt den men minns att alla tre siffrorna är olika. Peter minns också att om man dividerar den andra siffran med den tredje och multiplicerar svaret med sig självt, så får man den första siffran. Hur många kombinationer måste Peter prova för att säkert knäcka koden? Det lämpar sig för att pröva laborativt.

(*Problemlösning för nyfikna* Emanuelsson, 2010)

	Bedömningsmall		E	C	A
1.	a) 25	Förstår begreppet genom att svara rätt	$1E^B$		
	b) 49	Förstår begreppet genom att svara rätt	$1E^B$		
	c) 10	Förstår begreppet genom att svara rätt	$1E^B$		
2.	a) 1000	Rätt svar	$1E^M$		
	b) 400	Rätt svar	$1E^M$		
	c) 14 000	Rätt svar	$1E^M$		
	d) 0,035	Rätt svar	$1E^M$		
3.	a)	Visar exempel på förståelse för hela tal inom området -10 ->10	$1E^B$		
	b)	Visar exempel på förståelse för decimal tal inom området -10 ->10	$1E^B$		
	c) godtagbart är …	Visar exempel på förståelse för irrationella tal inom området -10 ->10		$1C^B$	
4.	16^o	Visar ex på förståelse för begreppet negativa tal genom att teckna en riktig beräkning Rätt svar	$1E^B$ $1E^M$		
5.	a) (-3)	Visar ex på förståelse för begreppet negativa tal genom rätt svar	$1E^B$		
	b) 9	Visar ex på förståelse för begreppet negativa tal genom rätt svar	$1E^B$		
	c) (-8)	Visar ex på förståelse för begreppet negativa tal genom rätt svar	$1E^B$		
6.	a) $7 \cdot 10^5$	Visar ex på förståelse för begreppet tal i potensform genom rätt svar	$1E^B$ $1E^M$		
	b) $3,5 \cdot 10^3$	Visar ex på förståelse för begreppet tal i potensform genom rätt svar	$1E^B$ $1E^M$		
	c) $4,2 \cdot 10^{-2}$	Visar ex på förståelse för begreppet tal i potensform genom rätt svar	$1E^B$ $1E^M$		
7.	a) 10^7	Visar ex på förståelse för begreppet tal i potensform genom rätt svar Visar på metod (3+4) eller (skriver ut talen)	$1E^B$ $1E^M$		
	b) 10^3	Visar ex på förståelse för begreppet tal i potensform genom rätt svar Visar på metod (9-6) eller (skriver ut talen)	$1E^B$ $1E^M$		
	c) $1,25 \cdot 10^8$	Visar ex på förståelse för begreppet tal i potensform genom rätt svar Visar på metod (12,5 $\rightarrow$ 1,25) och($10^8 \rightarrow 10^7$ i grundp)		$1C^B$ $1C^M$	
8.	0,008m $8 \cdot 10^{-3}$ m	Visar ex på förståelse för begreppet tal i potensform genom rätt svar			
9.		Visar ex på förståelse för begreppet negativa tal genom rätt svar $1E^K$ Tecknar någon relevant beräkning	$1E^B$ $1E^K$	$1C^K$	

		1C^K Tecknar korrekt beräkning där = hanteras rätt			
10.	44	Byter variabel mot rätt tal Rätt svar 1E^K Tecknar rätt uttryck 1C^K Redovisar beräkningen av uttryckets värde korrekt	1E^B 1E^M 1E^K	1C^K	
11.	a) (-48)	Beräknar (-12) och 4 utan att sedan få fram rätt svar Rätt svar	1E^B	1C^M	
	b) 8	Visar ex på förståelse för begreppet $\sqrt{\ }$ genom att teckna $\sqrt{2}\cdot\sqrt{32}$ som $\sqrt{64}$ Tecknar uppgiften tydligt och korrekt		1C^B 1C^K	
	c) $\sqrt{7b}$ möjligen $\sqrt{21b^2}$ eller $\sqrt{21}$ b	1A^B Visar ex på förståelse för begreppet $\sqrt{\ }$ genom att teckna $\frac{\sqrt{63b^3}}{\sqrt{3b}}$ som $\frac{\sqrt{7b}\cdot\sqrt{3b}\cdot\sqrt{3b}}{\sqrt{3b}}$ 1A^M Rätt svar 1A^K Tecknar uppgiften tydligt och korrekt			1A^B 1A^M 1A^K
		MAX POÄNG	18E^B 11E^M 2E^K	3C^B 2C^M 3C^K	1A^B 1A^M 1A^K
		ELEVENS POÄNG			
12.		Visar ex på förståelse för begreppet *Pythagoras sats* Rätt svar Tecknat uppgiften acceptabelt	1E^B 1E^M 1E^K		
13.	$\sqrt{128}$ = ca 11m	1E^P Det framgår att eleven förstått informationen och att det är sidan och sedan diagonalen som ska beräknas 1E^B Eleven visar kunskaper om roten ur och P-sats 1C^B Eleven visar goda kunskaper om hur begreppen relaterar till varandra 1E^M Rätt svar 1E^K Redovisningen är möjlig att följa 1C^K Redovisningen är matematiskt relevant och korrekt med god ordning	1E^P 1E^B 1E^M 1E^K	1C^B 1C^K	
14.	a) 200-312 år sedan	Sållar information (väljer rätt information i texten) Gör ett rimligt överslag	1E^P 1E^M		

	b) $4 \cdot 10^{11}$ st. jästceller	Rätt svar	$1E^{B}$		
	c) 300 paket (15 kg)	$1C^{P}$ Tecknar $\dfrac{1{,}2 \cdot 10^{14}}{4 \cdot 10^{11}}$ och beräknar kvoten rätt Gör beräkningarna i potensform $1E^{K}$ Tecknar /redogör för uppgiften acceptabelt $1C^{K}$ Tecknar /redogör för uppgiften med god ordning och matematiskt korrekt	$1E^{K}$	$1C^{P}$ $1C^{B}$ $1C^{K}$	
15.	Uppskatta Sträcka:140-160 km Tid: tävlingsfart dryg timma till 6-7 h Fart: ca 12-70 km/h Ev raster	$1E^{P}$, $1E^{M}$ Visar ansats till problemet och har en metod/strategi som som kan leda fram $1C^{P}$ "Tar fram" information som är relevant och är rimlig $1E^{B}$ Använde nästan rätt ord för de begrepp som behövs $1C^{B}$ Begreppen är genomgående riktiga $1C^{M}$ Tydlig strategi som leder ram till ett rimligt svar $1E^{K}$ Kronologisk redovisning som går att följa $1C^{K}$ Tydlig, relevant och nästan korrekt redovisning	$1E^{P}$ $1E^{B}$ $1E^{M}$ $1E^{K}$	$1C^{P}$ $1C^{B}$ $1C^{M}$ $1C^{K}$	
		MAX POÄNG	$3E^{P}$ $3E^{B}$ $4E^{M}$ $4E^{K}$	$2C^{P}$ $3C^{B}$ $1C^{M}$ $3C^{K}$	
		ELEVENS POÄNG			
		TOTAL MAX POÄNG UPPG 1-15	$3E^{P}$ $21E^{B}$ $15E^{M}$ $6E^{K}$	$2C^{P}$ $6C^{B}$ $3C^{M}$ $5C^{K}$	
		TOTALELEVENS POÄNG UPPG 1-15			
16.	Pythagoras: $a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab$ ger: $a^2 + \cancel{2ab} + b^2 = c^2 + \cancel{2ab}$ $a^2 + b^2 = c^2$ jämförs med $(a+b)^2 = c^2 + 2ab$	$1C^{P}$ Väljer information som struktureras så att det leder tillminst ett korrekt sätt att beskriva arean av figuren på samt att sätt två är påbörjat $1A^{P}$ Väljer information ur figuren och strukturerar den så att den representerar två sätt att beskriva arean på $1C^{B}$ Det framgår att det är areor som ska beräknas och jämföras $1A^{B}$ Areor , sträckor och Pythagoras sats hanteras korrekt och för uppgiften relevant $1A^{K}$ Uppgiften redovisas genomgående eller nästan genomgående korrekt $1C^{K}$ Uppgiften redovisas korrekt och effektivt		$1C^{P}$ $1C^{B}$ $1C^{K}$	$1A^{P}$ $1A^{B}$ $1A^{K}$

	$a^2 + ab + ab + b^2 = c^2$ $a^2 + 2ab +$ $b^2 = c^2$ $a^2 + b^2 = c^2$ v.s.b.				
17.	Listig Korporal Nr 1: 1-5-1 Nr 2: 3-1-3	$1E^{P}$, $1E^{M}$ Förstår uppgiftens mening genom tex. påbörjad prövning och summering av rum som visar på 7 vid en av uppgiftens förutsättningar. $1C^{P}$, $1C^{M}$ En tydlig strategi där tex. antal soldater för varje ny förutsättning redovisas och strategi finns för hur antalet soldater ska kunna bli 7. Provar lösningar för att kontrollera att de stämmer (reflekterar över resultatens rimlighet) Samt att minst ett rätt svar redovisas (M) $1A^{P}$; $1A^{M}$ Formulerar och använder en lösningsmodell och refererar till förutsättningarna samt reflekterar över resultatens rimlighet och berör hur soldaterna placeras olika vid de båda förutsättningarna. Samt att två rätta svar redovisas. (M) $1E^{B}$ Ser att det är addition och summa av varje vågrät- och lodrät rad som ska göras och kontrolleras $1E^{K}$ Redogör i kronologisk ordning (*i huvudsak fungerande*) för tillvägagångssätt. där läsaren inte måste leta efter uppgifter och figurer. $1C^{K}$ Redogör med de matematiska ord och begrepp som är relevanta (*ändamålsenligt*) och har god ordning i text och refererar till talet 7 med figur eller tabell e.d. så att resonemanget blir lätt att följa samt reflekterar på något sätt över skillnaden på resultaten (*för resonemang som leder framåt med förhållande vis god anpassning till till syfte och sammanhang*) $1A^{K}$ Redogör sakligt och med mycket god ordning på text, bild eller tabeller (*ändamålsenligt och effektivt)* så att resonemanget blir lätt att följa samt att resonemang kring resultaten skiljer sig åt och varför har samma sakliga och effektiva utformning. (*för resonemang som leder framåt och fördjupar eller breddar det med förhållandevis god anpassning till syfte och sammanhang*)	$1E^{P}$ $1E^{B}$ $1E^{M}$ $1E^{K}$	$1C^{P}$ $1C^{M}$ $1C^{K}$	$1A^{P}$ $1A^{M}$ $1A^{K}$
18.	Knäck koden Eg bara fyra eftersom $6/2 = 3$ & $3^2 = 9$ →962 0/ ~~vad som helst = 0 & 0^2~~ = 0 → 001 -> 009 ~~ger flera lika siffror~~. $6/3 = 2$ & $2^2 = 4$ →463	$1E^{P}$, $1E^{M}$ Visar ansats att lösa problemet och har en metod som skulle kunna fungera (svårare än korporalen att förstå vidden av) $1C^{P}$, $1C^{M}$ Gör och visar en matematisk tolkning av P, tydligt framgår att det är ett begränsat antal kombinationer som behöver göras. Metod: Att med god anpassning till P beskriva ändamålsenligt eller med mindre brister i beräkningar vilka tal som fungerar. Tar med ett par kombinationer som inte fungerar som $1A^{P}$, $1A^{M}$ Gör och visar en matematisk tolkning av P, tydligt framgår vilka kombinationer som behöver göras. Sker genom ändamålsenligt och effektivt matematiskt språk & ev med kompletterande resonemang. $1E^{K}$	$1E^{P}$ $1E^{M}$ $1E^{K}$	$1C^{P}$ $1C^{M}$ $1C^{K}$	$1A^{P}$ $1A^{B}$ $1A^{M}$ $1A^{K}$

	3/1 = 3 & $3^2 = 9$ → 931 2/1 = 2 & $2^2 = 4$ → 421 Vi har siffrorna 0-9 = 10 st. Det är bara fyra av dem som ger en kvadrat som är mindre än 10, dvs. ett ensiffrigt tal som vi behöver få fram. För att få fram den kvoten kan man inte använda talet 0 eftersom division med 0 ej är definierat och 0 som täljare. Ger dock flera lika siffror som inte var tillåtet.	Redovisningen är delvis tydlig & korrekt och leder delvis framåt. $1C^K$ Redovisningen är tydlig men innehåller mindre brister $1A^B$, $1A^K$ Motiverar vilka kombinationer som är möjliga korrekt. Visar med beräkningar vilka tal som är aktuella att prova. Motiverar varför 0 inte kan vara med som siffra 2 och/eller 3 korrekt. *(Kan använda matematiska begrepp i nya sammanhang*). Redovisningen är tydlig och korrekt			
		MAX POÄNG UPPG 1-18	$4E^P$ $22E^B$ $17E^M$ $8E^K$	$4C^P$ $7C^B$ $5C^M$ $8C^K$	$2A^P$ $3A^B$ $3A^M$ $4A^K$
		ELEVENS POÄNG UPPG 1-18			

Hej!

Ni vet redan att vi fått en reviderad läroplan och ett helt nytt betygssystem med nya där till hörande betygskriterier.

Det vi lärare letar efter hos eleverna är kvaliteten eleven visar på de förmågor som finns beskrivna i ämnets syftestext.

För att eleverna ska få direkt återkoppling på det grundläggande arbetet på varje ämnesområde (centralt moment) kommer vi att ha mindre oförberedda tester på framför allt begrepp och metoder. Förhoppningen är att det ska öka elevernas måluppfyllelse samt underlätta arbetet med att få kontinuitet i arbetet.

Efter grundläggande arbete fördjupa sig eller repetera eleverna vissa moment individuellt. Eleverna kommer att ha problem med sig hem som de sedan ska lämna in skriftliga redovisningar på. Det är viktigt att eleverna löser uppgifterna och ni får gärna hjälpa till hemma. Tanken är att vi i skolan sedan diskuterar olika sätt att lösa och redovisa uppgifter på.

Observera att centrala moment varierar under året, men förmågorna är hela tiden de samma.

Vi har haft ett prov i matematik den här veckan som verkar ha gått fint. Nästa förberedda bedömning blir måndag v 47. Det blir det ett muntligt prov där eleverna får beskriva hur de löst uppgifter. Uppgifterna får de ut redan vecka 43.

Jag gör en undersökning kring elevers förmåga att resonera och kommunicera matematik. Eleverna får arbeta hemma med problem (all hjälp i världen är välkommen)som de lämnar in till mig på torsdagar i perioder. Utvalda och anonyma exempel diskuteras och finslipas gemensamt för att på ett konkret och handfast sätt öka elevernas erfarenhet av och förmåga att resonera och kommunicera matematik.

En viktig del av problemlösningen är också att bli medveten om vilka metoder som är möjliga och att formulera sig så att varje person som läser gör samma tolkning av redovisningen. Det betyder att man använder matematiska begrepp rätt och kan kommunicera dem.

Jag kommer att jämföra eventuella framsteg hos eleverna i 9c med de andra niorna. De har inte samma upplägg på arbetet. Resultatet av undersökningen kommer så småningom att mynna ut i en uppsats vid Göteborgs universitet.

Om ni har frågor eller inte vill att ert barn ska vara del av undersökningen, är jag tacksam för om ni hör av er.

Vänligen, elevernas mattelärare Helena Berntsson