



## Open Archive Toulouse Archive Ouverte

OATAO is an open access repository that collects the work of Toulouse researchers and makes it freely available over the web where possible

This is an author's version published in: <http://oatao.univ-toulouse.fr/20690>

### Official URL:

[https://doi.org/10.1016/0017-9310\(89\)90173-7](https://doi.org/10.1016/0017-9310(89)90173-7)

### To cite this version:

Ouazzani, M. T. and Caltagirone, Jean-Paul and Meyer, Gilles and Mojtabi, Abdelkader Étude numérique et expérimentale de la convection mixte entre deux plans horizontaux à températures différentes. (1989) International Journal of Heat and Mass Transfer, 32 (2). 261-269. ISSN 0017-9310

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository administrator: [tech-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr](mailto:tech-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr)

# Etude numérique et expérimentale de la convection mixte entre deux plans horizontaux à températures différentes

M. T. OUAZZANI,† J. P. CALTAGIRONE,‡ G. MEYER† et A. MOJTABI†

† Ecole Mohammadia d'Ingénieurs, B.P. 765, Agdal-Rabat-Maroc

‡ LEPT ENSAM de Bordeaux, 33405 Talence Cedex, France

**Résumé**—On présente une approche numérique et expérimentale du problème de la convection mixte entre deux plans horizontaux à températures différentes. L'approche numérique consiste en une simulation par différences finies des équations de la convection, elle est réalisée pour  $2000 < Ra < 12\,000$ ,  $1 < Re < 9$ , et pour  $Pr = 0,7$ . Cette étude a permis de mettre en évidence un écoulement sous la forme de rouleaux transversaux se déplaçant dans le sens du mouvement d'ensemble de l'écoulement. Les résultats expérimentaux obtenus avec l'air montrent une structuration de l'écoulement sous forme de rouleaux transversaux pour les faibles valeurs du nombre de Reynolds. Des rouleaux longitudinaux apparaissent pour des nombres de  $Re$  plus élevés.

## 1. INTRODUCTION

LA PRÉSENCE simultanée d'un gradient de température vertical et d'un gradient de pression horizontal, dans une couche fluide horizontale conduisent à un écoulement en rouleaux transversaux ou longitudinaux suivant l'importance du nombre de Reynolds. Avsec [1] attribuait l'alignement des bandes nuageuses sous l'action du vent au phénomène de convection mixte. L'écoulement de convection mixte avec rouleaux longitudinaux a été étudié par Mori et Uchida [2], Fukui *et al.* [3], Ostrach et Kamotani [4], et Akiyama *et al.* [5]. Il ressort de ces études que cet écoulement est stable et devient fluctuant au delà d'une valeur du nombre de Rayleigh de 8000 et pour des valeurs du nombre de Reynolds comprises entre 10 et 100. En fait lorsque la vitesse de l'écoulement de Poiseuille est suffisamment petite ( $Re < Re^*$ ), les rouleaux sont alignés perpendiculairement à la direction de l'écoulement. Quand  $Re$  dépasse une valeur critique  $Re^*$ , une structure en rouleaux longitudinaux apparaît. Ainsi  $Re^*$  est un nombre de Reynolds particulier à partir duquel les rouleaux transversaux deviennent moins stables que les rouleaux longitudinaux [5]. L'existence de cet écoulement en rouleaux transversaux a été montrée expérimentalement par des essais de visualisation sur une huile au silicone et pour des nombres de Reynolds assez faibles [6, 8], une structure en rouleaux longitudinaux se substitue à l'écoulement en rouleaux transversaux qui devient instable pour des nombres de Reynolds élevés.

La modélisation numérique des structures transversales spatialement périodiques n'a fait l'objet d'aucune étude jusqu'à ce jour. Elle a constitué le premier objectif de ce travail. La résolution des équations de la convection mixte en milieu fluide a été réalisée à

l'aide d'un modèle numérique bidimensionnel basé sur une méthode aux différences finies (ADI). Cette étude nous a permis de déterminer les champs de vitesse et de température, ainsi que les flux de chaleur pour cet écoulement.

Nous avons ainsi mis en évidence l'existence d'une structure cellulaire sous la forme de rouleaux transversaux, mobiles dans la direction de l'écoulement d'ensemble. Une installation expérimentale de visualisation nous a permis de vérifier et de compléter la connaissance de ces structures ainsi que de mesurer la vitesse d'écoulement d'ensemble. Elle a aussi permis de mieux connaître la transition entre les deux structures (transversale et longitudinale) de l'écoulement observé.

## 2. MODELISATION NUMERIQUE

On considère l'écoulement de convection mixte d'un fluide incompressible obéissant à l'hypothèse de Boussinesq, entre deux plans horizontaux, de longueur  $L$  et distants de  $H$ . Le plan inférieur est maintenu à la température  $T_1$ , le plan supérieur à la température  $T_2$  avec  $T_1 > T_2$ . Nous supposons de plus que l'écoulement est bidimensionnel (Fig. 1). Nous noterons  $A = L/H$  le rapport de forme longitudinal.

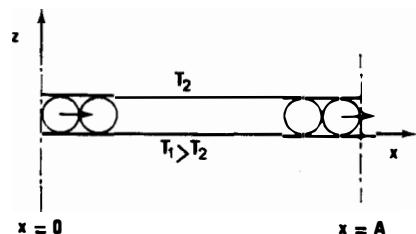


FIG. 1. Schéma de définition.

## NOTATIONS

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><math>\alpha</math> diffusivité thermique</p> <p><i>f.e.</i> facteur d'échelle</p> <p><math>g</math> accélération de la pesanteur</p> <p><math>H</math> distance entre les plans horizontaux</p> <p><math>L</math> longueur de la cellule</p> <p><math>t</math> temps adimensionnel, <i>f.e.</i> <math>H/U_0</math></p> <p><math>T</math> température adimensionnelle, <i>f.e.</i> <math>(T_1 - T_2)</math></p> <p><math>T</math> différence de température <math>(T_1 - T_2)</math></p> <p><math>T_1</math> température adimensionnelle du plan chaud, <i>f.e.</i> <math>(T_1 - T_2)</math></p> <p><math>T_2</math> température adimensionnelle du plan froid, <i>f.e.</i> <math>(T_1 - T_2)</math></p> <p><math>T_1'</math> température de la paroi inférieure</p> <p><math>T_2'</math> température de la paroi supérieure</p> <p><math>U_0</math> vitesse débitante du fluide</p> <p><math>U_r</math> vitesse de déplacement des rouleaux transversaux</p> <p><math>V</math> vecteur vitesse adimensionnelle, <math>U_x + V_y + W_z</math>, <i>f.e.</i> <math>U_0</math></p> | <p><math>x, y, z</math> coordonnées adimensionnelles spatiales, <i>f.e.</i> <math>H</math>.</p> <p style="text-align: center;">Lettres grecques</p> <p><math>\beta</math> coefficient d'expansion thermique</p> <p><math>\mu</math> viscosité dynamique</p> <p><math>\rho</math> masse volumique</p> <p><math>\rho_0</math> masse volumique moyenne</p> <p><math>\psi</math> fonction de courant</p> <p><math>\Omega</math> rotationnel.</p> <p style="text-align: center;">Nombres sans dimension</p> <p><math>A</math> rapport de forme <math>L/H</math> du domaine d'étude</p> <p><math>Ar</math> <math>A/(\text{nombre de rouleaux}) = \text{rapport de forme d'un rouleau}</math></p> <p><math>Nu_g</math> nombre de Nusselt global</p> <p><math>Pe</math> nombre de Peclet, <math>Ra Pr</math></p> <p><math>Pr</math> nombre de Prandtl, <math>\mu/\rho_0 \alpha</math></p> <p><math>Ra</math> nombre de Rayleigh, <math>\rho_0 g \beta (T_1 - T_2) H^3 / \nu \alpha</math></p> <p><math>Re</math> nombre de Reynolds, <math>\rho_0 H U_0 / \mu</math>.</p> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Les équations adimensionnelles, régissant ce problème, s'écrivent sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + U \frac{\partial \Omega}{\partial x} + W \frac{\partial \Omega}{\partial z} = - \frac{Ra}{Re^2 Pr} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial x} + W \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{Pe} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\Omega \quad (3)$$

où  $\psi$  désigne la fonction de courant définie par  $U = -\partial\psi/\partial z$  et  $W = \partial\psi/\partial x$ .  $U$  et  $W$  sont les composantes de la vitesse suivant  $Ox$  et  $Oz$ . L'équation de transport de la quantité de mouvement est exprimée à l'aide de la vorticité.

Les conditions aux limites thermiques et dynamiques associées au système (1)–(3) sont :

(a) parois horizontales isothermes

$$T = 1 \text{ en } z = 0 \text{ et } T = 0 \text{ en } z = 1; \quad (4)$$

(b) parois horizontales imperméables

$$\psi = 0; \quad \Omega = - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \text{ en } z = 0 \quad (5)$$

$$\psi = -1; \quad \Omega = - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \text{ en } z = 1. \quad (6)$$

2.1. Conditions aux limites en  $x = 0$  et  $x = A$

La résolution numérique des problèmes de convection n'échappe pas aux difficultés posées par une formulation précise des conditions aux limites. Pour des structures périodiques en mouvement, il est difficile d'inclure dans le même problème l'étude des longueurs d'établissement et de sortie, aussi on renonce à la description de l'écoulement à partir de l'entrée dans le problème réel et on se contente de déterminer les structures périodiques qui se développent en supposant que le conduit est suffisamment long pour ne pas prendre en compte la perturbation due à la sortie. L'écoulement en rouleaux transversaux observé ici conduit à des conditions en  $x = 0$  et  $A$  périodiques en temps dont la période ne peut être connue a priori : les rouleaux transversaux n'occupent pas totalement les sections longitudinales et la vitesse de déplacement de ces rouleaux, différente de la vitesse de débit, est inconnue. Pour cela nous avons considéré que le mouvement du fluide s'effectuait dans un tore, les conditions de sortie étant alors réinjectées à l'entrée du domaine.

La résolution numérique est effectuée par un schéma aux différences finies du type ADI (méthode implicite aux directions alternées). La discrétisation des équations dans le temps est effectuée avec des différences centrées précises au second ordre. Le rotationnel aux parois est approximé au premier ordre.

A partir d'un état initial comportant un nombre donné de rouleaux, on laisse évoluer le problème jusqu'à la stabilisation d'un nouvel état périodique.

Pour des valeurs de  $Ra$ ,  $Re$ ,  $Pr$  et  $A$  données, le calcul est mené de la manière suivante : après avoir calculé le rotationnel aux parois, on obtient à chaque instant, les valeurs du rotationnel dans tout le domaine en résolvant l'équation (1). Les valeurs de la fonction de courant sont ensuite calculées à l'aide de (3). On en déduit le champ des vitesses dont l'introduction dans l'équation de l'énergie (2) permet de déterminer le champ de température.

Un maillage ( $17 \times 65$ ) a été adopté pour des raisons de coût de calcul. L'étude des variations du nombre de Nusselt en fonction du maillage montre que le Nusselt global atteint sa limite asymptotique pour le maillage ( $17 \times 97$ ) et que l'écart avec le maillage ( $17 \times 65$ ) est alors de  $7 \times 10^{-3}$ , la structure dans les deux cas reste inchangée

$$\left( Nu_g = \frac{1}{A} \int_0^A - \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} dx \right).$$

### 3. MONTAGE EXPERIMENTAL ET PROCEDURE

Le montage expérimental est constitué d'un caisson de section rectangulaire de longueur, largeur et hauteur égales respectivement à 580, 390 et 20 mm. La plaque inférieure (la plus chaude) et la plaque supérieure délimitent verticalement le canal d'écoulement ; deux barres, une en plexiglass, l'autre en bakélite le délimitent horizontalement (Fig. 2).

Le dispositif d'obtention de l'écoulement doit permettre d'avoir une vitesse dont le profil est parabolique à l'entrée de la cellule d'essai.

L'air arrive dans une chambre de tranquillisation à l'aide d'un ventilateur. Il passe dans une zone d'établissement formée par deux plans horizontaux à températures identiques. Cette zone, de longueur 400 mm, largeur 390 et hauteur 20 mm, permet d'obtenir, à l'entrée de la cellule d'essai, un écoulement d'air parfaitement établi du point de vue dynam-

ique. La valeur de 400 mm est calculée à partir de l'ouvrage de Kays [9]. Elle vérifie les mesures expérimentales d'Ostrach et Kamotani [4], et majore les valeurs trouvées pour des Reynolds allant jusqu'à 50.

Les perturbations extérieures aval sont atténuées par l'adjonction d'un convergent à la sortie du canal. La vitesse de Poiseuille est obtenue à l'entrée de la cellule d'essai pour l'air s'écoulant initialement entre les deux plaques horizontales maintenues à la température de la plaque froide  $T_2$ . Le plan supérieur de la cellule est donc constitué d'une seule plaque à  $T_2$  par contre le plan inférieur est constitué de la juxtaposition de deux plaques, la première à la température  $T_2$  au niveau de la zone d'établissement la seconde à  $T_1$  au niveau de la zone d'essai. Ces deux plaques sont séparées par une barre isolante d'ertacétal d'épaisseur 10 mm. L'équilibre thermique de la cellule expérimentale est atteint au bout d'une heure et demi voir deux heures. Après quoi, on met en marche le ventilateur induisant l'écoulement d'air. La structure de l'écoulement de convection mixte à l'intérieur du milieu est matérialisée à l'aide de filets de fumée. Ceux-ci sont produits par la combustion lente de bâtonnets d'encens placés en amont de la cellule à l'intérieur de la chambre de tranquillisation. La visualisation est réalisée grâce à une source laser de faible puissance. Une tige en verre cylindrique éclairée par le faisceau laser permet d'obtenir un éclairage selon un plan vertical de la cellule qui peut-être soit transversal soit longitudinal. L'observation de cet écoulement est alors rendu possible grâce à la plaque de plexiglass qui délimite longitudinalement le milieu d'étude.

### 4. RESULTATS ET DISCUSSION

#### 4.1. Résultats numériques

Les calculs, limités au cas de l'air ( $Pr = 0,7$ ), sont menés pour un allongement longitudinal du domaine égal à 8, pour un nombre de Rayleigh variant de 2000 à 12 000 et un nombre de Reynolds variant de 1 à 9. Les résultats mettent en évidence des structures périodiques correspondant à des rouleaux contrarotatifs entraînés par l'écoulement de convection for-

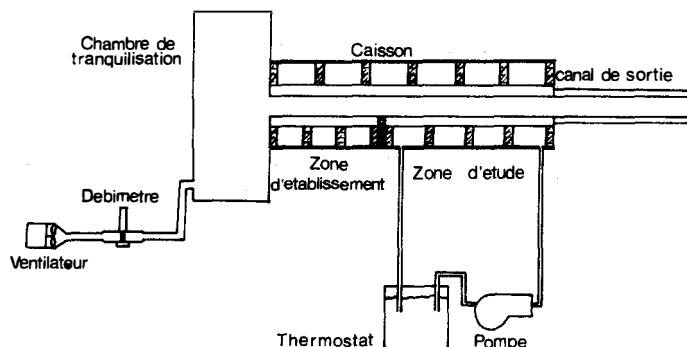


FIG. 2. Schéma du montage expérimental.

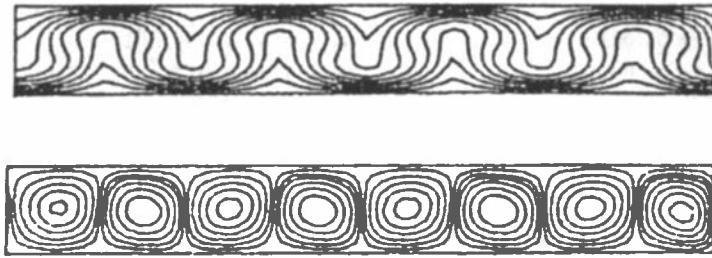


FIG. 3. Isothermes et lignes de courant pour  $Ra = 6000$  et  $Re = 1$ .

cée. La Fig. 3 montre les champs de température et de fonction de courant pour un nombre de Rayleigh égal à 6000 et un nombre de Reynolds égal à 1. Des rouleaux transversaux se développent dans l'ensemble de la cellule. Une comparaison avec une étude expérimentale effectuée avec de l'huile par Luijckx *et al.* [8] montre une distribution analogue. Sur la Fig. 4 est représenté un exemple de résultat correspondant à l'évolution, au cours du temps, de la fonction de courant pour une valeur donnée des paramètres  $Ra$ ,  $Re$  et  $A$ . Cette figure montre ainsi l'évolution des rouleaux transversaux dans le temps. Ces rouleaux sont entraînés par l'écoulement d'ensemble et disparaissent à la sortie de la cellule au fur et à mesure que d'autres rouleaux naissent à l'entrée.

4.1.1. *Allongement et vitesse de déplacement des rouleaux transversaux.* La méthode numérique

adoptée permet de traiter correctement les conditions aux limites périodiques aux extrémités du domaine, mais elle impose nécessairement le nombre de rouleaux pour un allongement donné du domaine. Aussi est-il nécessaire de faire varier cet allongement pour déterminer les valeurs maximum et minimum d'allongement de chaque rouleau.

Désignons par  $Ar$  l'allongement des rouleaux élémentaires ( $Ar = A/N$ ) où  $N$  désigne le nombre de rouleaux occupant la totalité de la cellule d'extension longitudinale  $A$ . Quand on augmente progressivement  $A$  jusqu'à l'apparition d'un couple de rouleaux supplémentaires (les conditions aux limites imposées conduisent à un nombre pair de rouleaux), on constate que  $Ar$  peut avoir une valeur comprise entre 0,76 et 1,1.

La vitesse de déplacement des rouleaux décroît

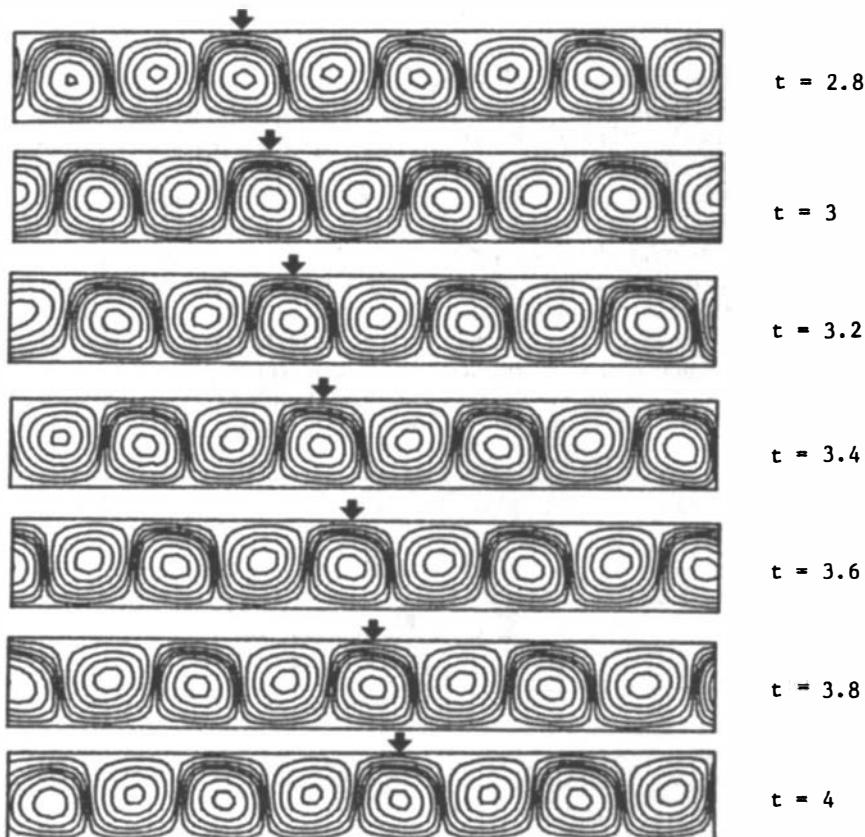


FIG. 4. Evolution en fonction du temps de la fonction de courant pour  $Ra = 10\,000$ ;  $Re = 3$ .

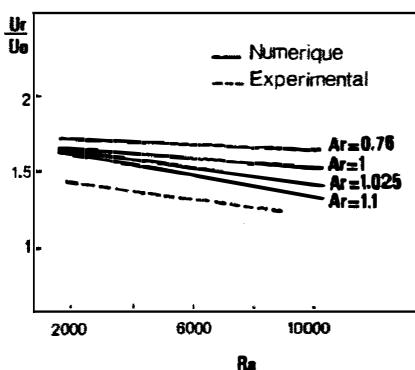


FIG. 5. Variation de la vitesse adimensionnelle de déplacement des rouleaux en fonction du nombre de Rayleigh : numérique,  $1 < Re < 10$ ; expérimental,  $4,2 < Re < 7,4$ .

notablement entre ces deux limites (Fig. 5). Le calcul numérique seul ne permet pas de conclure à partir du moment où on choisit une méthode qui fait abstraction des conditions d'entrée.

Cependant on remarque que c'est pour  $Ar = 1$  que l'on obtient le nombre de Nusselt le plus élevé. D'autres auteurs ont utilisé ce critère pour déterminer la structure qui apparaît réellement et nos expériences ainsi que celles de Platten montrent que  $Ar$  est voisin de 1.

Les rouleaux transversaux se déplacent avec une vitesse supérieure à la vitesse débitante  $U_0$ . Le calcul

de la vitesse adimensionnelle à laquelle les rouleaux sont convectés, montre que celle-ci ne dépend pas du nombre de Reynolds (Tableau 1); par contre, elle diminue quand le nombre de Rayleigh augmente. Cette vitesse adimensionnelle diminue de 1,68 à 1,49 lorsque le nombre de Rayleigh croît de 2000 à 12 000. Nous avons représenté sur la Fig. 5 la courbe donnant le rapport  $U_r/U_0$  en fonction du nombre de Rayleigh. On en déduit donc la relation suivante :

$$\frac{U_r}{U_0} = -1,9 \times 10^{-5} Ra + 1,70 \quad (\text{pour } Ar = 1).$$

L'augmentation de la vitesse débitante influence d'une manière appréciable l'allure de l'écoulement. En effet, les cellules de convection transversales prennent leur place à l'intérieur de lignes de courant ouvertes. Ces lignes de courant ouvertes, qui se déplacent autour des cellules de convection et avec elles dans le sens de l'écoulement d'ensemble, voient l'épaisseur de leur couche augmenter au fur et à mesure que le nombre de Reynolds augmente (Fig. 6).

Lorsque la vitesse de l'écoulement moyen est faible, la température au sein du milieu présente un net caractère oscillant. La Fig. 7 représente, en fonction du temps, l'évolution de la température en différents points du milieu fluide, on en déduit donc que les cellules convectives se présentent sous la forme de rouleaux mobiles perpendiculaires à la direction de l'écoulement d'ensemble.

Re = 1



Re = 3



Re = 6



Re = 9

FIG. 6. Lignes de courant pour différents nombre de Reynolds :  $Ra = 8000$ .

Tableau 1

| $Ra$   | $Re$ | $A = 8$<br>$Pr = 0,71$<br>$U_c/U_0$ | $(U_c/U_0)_{moy}$ |
|--------|------|-------------------------------------|-------------------|
| 2000   | 1    | 1,68                                | 1,68              |
| 4000   | 1    | 1,65                                | 1,64              |
|        | 3    | 1,64                                |                   |
| 6000   | 6    | 1,64                                | 1,60              |
|        | 1    | 1,60                                |                   |
|        | 3    | 1,60                                |                   |
|        | 6    | 1,60                                |                   |
| 8000   | 9    | 1,62                                | 1,57              |
|        | 1    | 1,58                                |                   |
|        | 3    | 1,57                                |                   |
| 10 000 | 6    | 1,57                                | 1,54              |
|        | 9    | 1,57                                |                   |
|        | 1    | 1,55                                |                   |
|        | 3    | 1,54                                |                   |
| 12 000 | 6    | 1,53                                | 1,49              |
|        | 9    | 1,56                                |                   |
|        | 3    | 1,50                                |                   |
|        | 9    | 1,49                                |                   |

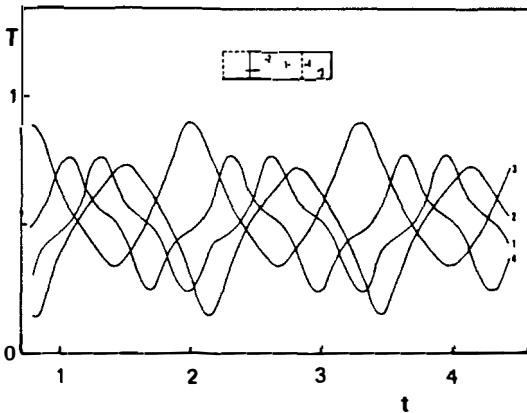


FIG. 7. Température en différents points de la zone d'écoulement pour  $Ra = 10000$ ;  $Re = 6$ .

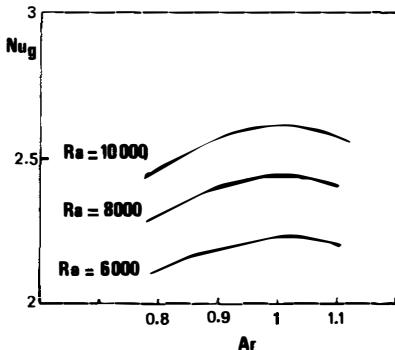


FIG. 8. Représentation du nombre de Nusselt global en fonction de l'allongement  $Ar$  des rouleaux pour trois nombres de Rayleigh.

4.1.2. *Nombre de Nusselt.* Le calcul du nombre de Nusselt a été effectué pour l'air,  $Pr = 0,71$ . La Fig. 8 montre l'évolution du nombre de Nusselt global en fonction de  $Ar$ , pour plusieurs valeurs du nombre de Rayleigh. On constate que  $Nu_g$  est maximum pour

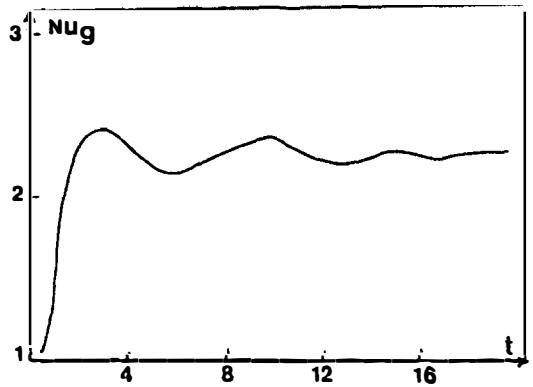


FIG. 9. Evolution du nombre de Nusselt global en fonction du temps pour  $Ra = 10000$  et  $Re = 5$ .

$Ar$  voisin de 1. On remarquera que compte tenu du caractère périodique de l'écoulement, le nombre de Nusselt global stationnaire est obtenu après l'amortissement d'une série d'oscillations (Fig. 9). De plus le nombre de Nusselt global est indépendant du nombre de Reynolds, et prend des valeurs voisines de celles trouvées par Mori et Uchida [2], Fukui *et al.* [3], et Ostrach et Kamotani [4] dans le cas de rouleaux longitudinaux (Fig. 10). Notons que pour ces auteurs aussi, le nombre de Nusselt ne dépend pas de la vitesse de l'écoulement.

#### 4.2. Résultats expérimentaux

La visualisation de la structure d'écoulement, par des filets de fumée, a d'abord été effectuée pour des faibles valeurs du nombre de Reynolds. A l'entrée de la zone d'étude où règne le gradient thermique, on observe dans ce cas, la naissance d'un premier rouleau transversal. Au fur et à mesure que celui-ci avance tout en tournant autour de son centre, un deuxième rouleau se forme en tournant dans le sens contraire du premier. Ainsi, on observe, de proche en proche, la formation d'une série de rouleaux transversaux, deux à deux contra-rotatifs, se déplaçant avec une vitesse uniforme. La Fig. 11 ( $Ra = 5150$ ,  $Re = 4,2$ ) illustre bien le mécanisme de formation des rouleaux.

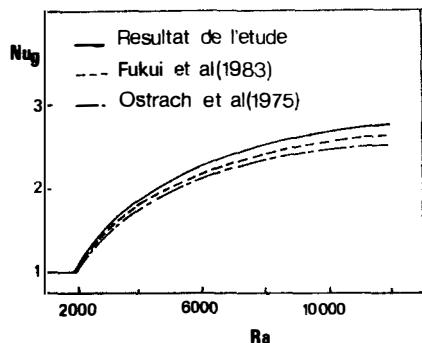


FIG. 10. Nombre de Nusselt global en fonction du nombre de Rayleigh.

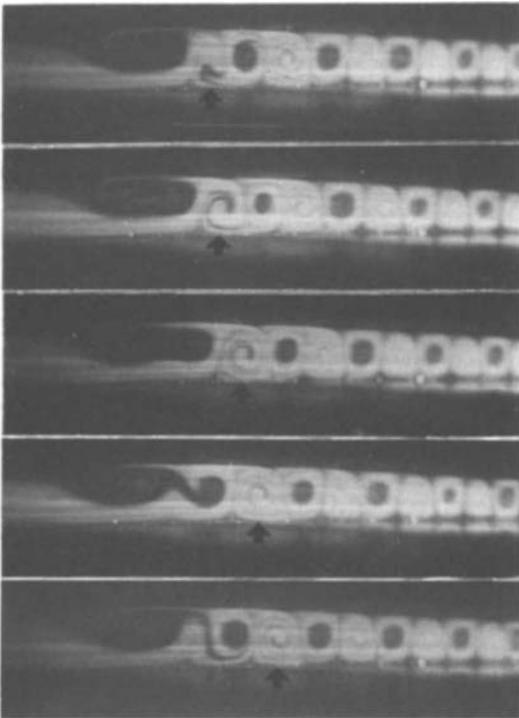


FIG. 11. Ecoulement sous la forme de rouleaux transversaux avec  $Ra = 5150$  et  $Re = 4,2$ . Mécanisme de formation de rouleaux transversaux tournant en sens inverse l'un de l'autre.

Une série de mesures nous a permis d'évaluer la vitesse de déplacement des rouleaux. Le rapport, vitesse de déplacement sur la vitesse débitante, reste indépendant du nombre de Reynolds. Ce rapport varie linéairement avec le nombre de Rayleigh (Fig. 5) selon la relation suivante

$$\frac{U_r}{U_0} = -2,7 \times 10^{-5} Ra + 1,50.$$

On remarque donc que les résultats expérimentaux et numériques concordent quant à l'indépendance de  $U_r/U_0$  en fonction du nombre de Reynolds, également quant à la dépendance en fonction du nombre de Rayleigh, mais les valeurs expérimentales sont infé-

eures aux valeurs numériques. L'étude numérique montre que plus l'allongement des rouleaux est faible plus la structure avance vite, tout se passe comme si les rouleaux tournaient sous l'influence du gradient de température à la manière d'un cylindre rigide roulant sans glisser sur l'une des parois et la vitesse de déplacement de cette structure ne semble pas devoir être limitée par la vitesse maximale de Poiseuille, les phénomènes physiques étant totalement différents.

Après l'observation des rouleaux transversaux, nous nous sommes intéressés à l'observation des rouleaux longitudinaux. L'éclairage d'un plan vertical transversal nous a permis de les observer. Ces rouleaux, obtenus pour des valeurs du nombre de Reynolds relativement grandes ne se déplacent pas mais tournent autour de leur centre deux à deux contrarotatifs (Fig. 12). Leur trace, suivant des sections normales à la direction de l'écoulement, est périodique en raison du mouvement hélicoïdal du fluide. Le dispositif expérimental ne permet pas de visualiser cet écoulement alors tridimensionnel.

A l'aide de deux sources de lumière éclairant simultanément deux sections, l'une transversale et l'autre longitudinale de la cellule d'écoulement nous avons entrepris de suivre l'évolution des rouleaux transversaux et de déterminer les conditions d'apparition des cellules de convection sous la forme de rouleaux longitudinaux.

Pour une valeur fixée du nombre de Rayleigh, lorsque le nombre de Reynolds est faible, il y a présence de rouleaux transversaux en déplacement. Quand le nombre de Reynolds augmente, on observe dans le plan transversal éclairé des traces ovales de rouleaux qui progressent vers le fond. Dans le plan parallèle au sens de l'écoulement, l'image observée reste toujours celle de rouleaux devenus plus allongés. Une interprétation possible de ces observations est que les rouleaux transversaux deviennent longitudinaux par rotation progressive autour d'un axe vertical. Pour une valeur du nombre de Reynolds plus élevée, que nous appelons Reynolds critique, il y a apparition sur toute la section latérale, de rouleaux longitudinaux parallèles à l'écoulement d'ensemble. Nous avons représenté sur la Fig. 13 la courbe de transition entre les rouleaux longitudinaux et rouleaux transversaux donnant

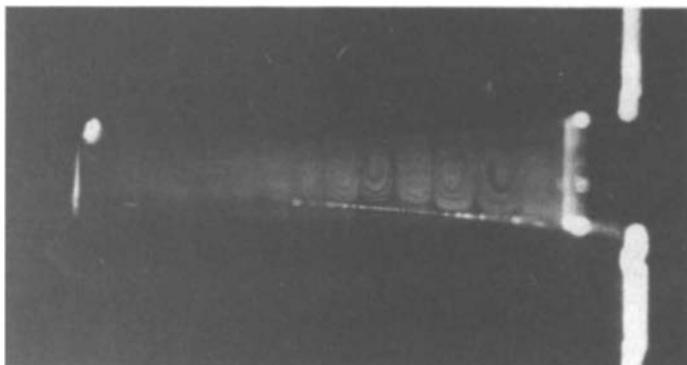


FIG. 12. Ecoulement sous forme de rouleaux longitudinaux pour  $Ra = 5500$  et  $Re = 12$ .

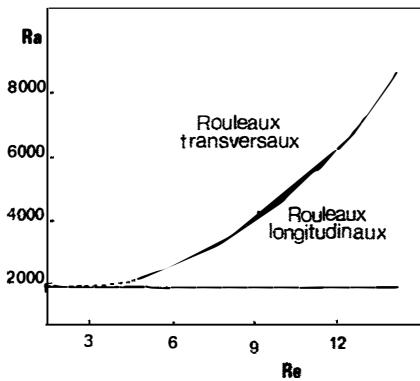


FIG. 13. Courbe expérimentale de transition : rouleaux transversaux, rouleaux longitudinaux.

le nombre de Reynolds critique  $Re_c$  en fonction du nombre de Rayleigh. Pour le rapport de forme transversal utilisé (18,5) cette courbe montre que  $Re_c$  est une fonction croissante de  $Ra$ .

## 5. CONCLUSION

L'étude numérique que nous avons développée dans le cadre de ce travail nous a permis de mettre en évidence et de caractériser l'écoulement d'air sous forme de rouleaux transversaux obtenus pour les faibles valeurs de Reynolds ( $Re < 9$ ) et pour une large gamme de valeurs de Rayleigh ( $2000 < Ra < 12000$ ). Elle nous a permis, de calculer le rapport de la vitesse de déplacement de ces rouleaux par rapport à la vitesse de débit et d'étudier l'influence de la variation du nombre de Rayleigh sur ce rapport.

La visualisation de l'écoulement confirme l'existence du régime cellulaire en rouleaux transversaux

dans le cas d'un écoulement d'air à faible vitesse. Elle a permis aussi de mesurer la vitesse de déplacement des rouleaux qui, comme le prévoit le calcul numérique, reste indépendante de  $Re$  et décroît quand  $Ra$  augmente.

L'existence des rouleaux longitudinaux, pour des valeurs élevées du nombre de Reynolds, a été montrée expérimentalement. Dans le cadre de ce travail, nous avons pu observer le mécanisme d'apparition de ces rouleaux. Le nombre de Reynolds critique, caractérisant cette transition, a aussi été déterminé.

## REFERENCES

1. D. Avsec, Tourbillons thermoconvectifs dans l'air, Application à la météorologie. Thèse de doctorat d'état, Paris (1939).
2. Y. Mori and Y. Uchida, Forced convective heat transfer between horizontal flat plates, *Int. J. Heat Mass Transfer* **9**, 803-817 (1966).
3. K. Fukui, N. Nakajima and H. Ueda, The longitudinal vortex and its effects on the transport processes in combined free and forced laminar convection between horizontal and inclined parallel plates, *Int. J. Heat Mass Transfer* **26**, 109-120 (1983).
4. S. Ostrach and Y. Kamotani, Heat transfer augmentation in laminar fully developed channel flow by means of heating from below, *J. Heat Transfer* **220-225** (May 1975).
5. M. Akiyama, G. J. Hwang and K. C. Chang, Experiments on the onset of longitudinal vortices in laminar forced convection between horizontal plates, *J. Heat Transfer* **335-341** (November 1971).
6. J. K. Platten and J. C. Legros, *Convection in Liquids*. Springer, Berlin (1983).
7. J. M. Luijkx and J. K. Platten, On the onset of free convection in a rectangular channel, *J. Non-equilib. Thermodyn.* **6**, 141-158 (1981).
8. J. L. Luijkx, J. K. Platten and J. C. Legros, Precise measurements of the wavelength at the onset of Rayleigh-Bénard convection in a long rectangular duct, *Int. J. Heat Mass Transfer* **25**, 1252-1254 (1982).
9. W. M. Kays, *Convective Heat and Mass Transfer*. McGraw-Hill, New York (1966).

## NUMERICAL AND EXPERIMENTAL STUDY OF MIXED CONVECTION BETWEEN TWO HORIZONTAL PLATES AT DIFFERENT TEMPERATURES

**Abstract**—A combined numerical and experimental study of mixed laminar convection between horizontal parallel plates is reported. Numerical results by the finite difference method are presented for Rayleigh numbers between 2000 and 12000, Reynolds numbers between 1 and 9 and a Prandtl number of 0.7. Results of this numerical study show a movement with transversal rolls moving in the flow direction. Experimental results obtained with air show transversal rolls for low Reynolds numbers and longitudinal vortices for higher Reynolds numbers.

## NUMERISCHE UND EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNG DER MISCHKONVEKTION ZWISCHEN ZWEI HORIZONTAL EN PLATTEN MIT UNTERSCHIEDLICHER TEMPERATUR

**Zusammenfassung**—Eine kombinierte numerische und experimentelle Untersuchung der laminaren Mischkonvektion zwischen horizontalen parallelen Platten wird vorgestellt. Für Rayleigh-Zahlen zwischen 2000 und 12000, Reynolds-Zahlen zwischen 1 und 9 und einer Prandtl-Zahl von 0,7 werden numerische Ergebnisse (Differenzenverfahren) vorgelegt. Die Ergebnisse dieser numerischen Untersuchung zeigen eine Bewegung mit querlaufenden Walzen, die sich in Strömungsrichtung fortbewegen. Experimentelle Ergebnisse zeigen querlaufende Walzen bei kleinen Reynolds-Zahlen und längs laufende Wirbel bei höheren Reynolds-Zahlen.

## ЧИСЛЕННОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СМЕШАННОЙ КОНВЕКЦИИ МЕЖДУ ДВУМЯ ГОРИЗОНТАЛЬНЫМИ ПЛАСТИНАМИ ПРИ РАЗЛИЧНОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

**Аннотация**—Проведено комплексное численное и экспериментальное исследование смешанной ламинарной конвекции между горизонтальными параллельными пластинами. Конечно-разностным методом получены решения для диапазонов чисел Рэлея от 2000 до 12000, чисел Рейнольдса от 1 до 9 и числа Прандтля 0,7. Из численных результатов следует, что поперечные вали перемещаются в направлении течения, а из экспериментальных исследований для воздуха установлено существование поперечных валов при низких числах Рейнольдса и продольного вихря при высоких числах Рейнольдса.