



Open Archive Toulouse Archive Ouverte

OATAO is an open access repository that collects the work of Toulouse researchers and makes it freely available over the web where possible

This is an author's version published in: <http://oatao.univ-toulouse.fr/20678>

Official URL:

[https://doi.org/10.1016/S1620-7742\(01\)01329-0](https://doi.org/10.1016/S1620-7742(01)01329-0)

To cite this version:

Sovran, Olivier and Charrier-Mojtabi, Marie-Catherine and Mojtabi, Abdelkader Naissance de la convection thermo-solutale en couche poreuse infinie avec effet Soret. (2001) Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IIB - Mechanics, 329 (4). 287-293. ISSN 1620-7742

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository administrator: tech-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr

Naissance de la convection thermo-solutale en couche poreuse infinie avec effet Soret

Olivier SOVRAN^a, Marie-Catherine CHARRIER-MOJTABI^b, Abdelkader MOJTABI^a

^a Institut de mécanique des fluides de Toulouse, UMR 5502 CNRS/INP-UPS, UFR MIG,
Université Paul Sabatier, 118 route de Narbonne, 31062 Toulouse cedex, France

^b L.E.S.E.T.H., EA 810, UFR PCA, Université Paul Sabatier, 118 route de Narbonne, 31062 Toulouse, France

Résumé.

Nous étudions la naissance de la convection dans une couche poreuse infinie, saturée par un fluide binaire, en présence d'effet Soret. Les parois horizontales, imperméables à la matière, sont maintenues à des températures constantes et différentes. Pour une cellule chauffée par le bas, la solution d'équilibre perd sa stabilité via une bifurcation stationnaire lorsque le facteur de séparation ψ est supérieur à ψ_0 , fonction du nombre de Lewis et de la porosité normalisée ; pour $\psi < \psi_0$, elle perd sa stabilité via une bifurcation de Hopf. Dans le cas d'une cellule chauffée par le haut, la solution d'équilibre est infiniment linéairement stable pour $\psi > 0$, alors qu'elle perd sa stabilité via une bifurcation stationnaire pour $\psi < 0$. Ces résultats sont corroborés par une simulation numérique directe.

**convection thermosolutale / effet Soret / milieu poreux / stabilité linéaire /
bifurcation / méthode spectrale**

Onset on Soret-driven convection in an infinite porous layer

Abstract.

The onset of Soret-driven convection in an infinite cell filled with a porous medium saturated by a binary fluid is studied. The impermeable horizontal walls are maintained at different and uniform temperatures. For a cell heated from below, the motionless solution loses its stability via a stationary bifurcation when the separation ratio ψ is higher than a Lewis and normalized porosity dependent value ψ_0 ; for $\psi < \psi_0$, it loses its stability via a Hopf bifurcation. For a cell heated from above, the motionless solution is infinitely linearly stable if $\psi > 0$, while a stationary bifurcation occurs if $\psi < 0$. These results are widely corroborated by direct numerical simulations.

***double-diffusive convection / Soret effect / porous media / linear stability /
bifurcation / spectral method***

Abridged English version

Little research work has been reported concerning the double-diffusive convection in porous medium whereas natural convection has been widely studied. Nield et al. [1] have conducted a review on both natural convection and double-diffusive convection. Most of the studies about the double-diffusive convection did not take into account the Soret effect. There are few studies about Soret-driven convection and one can refer to Brand and Steinberg [2,3], Ouarzazi and Bois [4], Marcoux et al. [5]. The aim of the present work is the linear stability analysis of the motionless solution in an infinite horizontal porous

layer saturated by a binary fluid when the Soret effect is taken into account. The layer is heated from below or from above. The problem of Soret-driven convection in an infinite horizontal porous layer, depends on four non-dimensional parameters (the thermal Rayleigh number Ra , the Lewis number Le , the normalized porosity ϵ_* and the separation ratio ψ). The problem is formulated using the Darcy's law and the Boussinesq approximation for the binary fluid whose density depends linearly on both local temperature and concentration. The dimensionless $2D$ equations for the conservation of mass, momentum, energy and chemical species where the Soret effect is not neglected and the boundaries conditions are given by equations (1) and (2), respectively. We consider the linear stability analysis of the equilibrium solution. We assume that perturbation quantities (v_p, θ_p, c_p) are small and then we obtain the linearized equations (3)–(4). A new function η_p is introduced in order to simplify the study, thus the new boundaries conditions are given by equations (5). In the first part, we seek instability via stationary convection. In the previous works [2–4] idealized boundaries conditions have been considered for the concentration perturbation ($c_p = 0$ instead of $\partial c_p / \partial y - \partial \theta_p / \partial y = 0$ at $y = 0, 1$). With these non-realistic boundaries conditions the critical Rayleigh number and the wavenumber are $Ra_{cs} = 4\pi^2 / (1 + \psi(1 + Le))$, $k_c = \pi$, respectively. If we now consider the physical boundaries conditions, the linear stability analysis is more complicated and leads to a sixth-order differential problem transformed after a first integration into equations (6)–(7). The homogeneous linear algebraic system obtained from these equations has non-trivial solution if the associated matrix determinant is equal to zero. Thus we obtain a relation between the Rayleigh number, the wavenumber, the Lewis number and the separation ratio. *Figure 1* gives, in solid lines, the stationary critical Rayleigh number and the corresponding critical wavenumber versus the separation ratio for $Le = 2$. For $Ra_{cs} > 0$, we find the analytical expression $Ra_{cs} = 12 / (\psi Le)$ and $k_c = 0$, for $\psi \geq 1 / ((40/51)Le - 1)$. For $\psi < 0$ and $Ra_{cs} < 0$, we show that $Ra_{cs} = 12 / (\psi Le)$ and $k_c = 0$. These results are in good agreement with those obtained by the Galerkin method using Fourier series expansion for the perturbation quantities ($\hat{v}_p, \hat{\theta}_p, \hat{\eta}_p$) (equations (9)). In a second part, we study the onset of oscillatory convection. For a cell heated from below and $\psi < 0$, the denser component migrates towards the lower hot plate, which corresponds to a stabilizing effect. In that case if ψ is lower than a Lewis and normalized porosity dependent value ψ_0 , the first primary bifurcation is almost ever a Hopf one. One can notice that ψ_0 tends to zero as Le increases. Using the Galerkin method at order 4, we have found the critical parameters of the Hopf bifurcation for different values of ϵ_* , Le and ψ . In *figure 1*, we have reported, in dotted line, the results for $\epsilon_* = 1/2$ and $Le = 2$.

A numerical model has been performed using a spectral method [7,8]. The time scheme used to solve the equations (1) with boundaries conditions (2) is a second order Adams–Bashforth–Euler backward scheme. The influence of ϵ_* , Le and ψ has been investigated for a cell of aspect ratio equal to 10 to simulate the convective regimes in an infinite layer. *Table 1*, relative to the onset of stationary convection, shows a good agreement between analytical and numerical results for $Le = 2$ and different values of ψ . To study the onset of oscillatory convection we have plotted (*figure 2*) the evolution in time of the velocity in one point of the domain for $(\epsilon_*, Le, \psi) = (1/2, 2, -0.2)$. The Fourier transform of the corresponding velocity at the onset of convection gives us the Hopf bifurcation frequency with a good accuracy.

1. Introduction

Les études théoriques et numériques relatives à la convection thermosolutale en milieu poreux sont peu nombreuses, comparées à celles développées en convection naturelle. La plupart des études en convection thermosolutale [1] ne prennent pas en compte l'effet Soret (gradient de concentration induit par un gradient de température dans un mélange binaire). Parmi les quelques études prenant en compte cet effet, en milieu poreux, on peut se référer aux travaux de Brand et Steinberg [2,3], Ouarzazi et Bois [4] et Marcoux et al. [5]. Dans cette note, on présente l'étude de la stabilité linéaire de la solution de double diffusion pure dans le cas d'une couche poreuse infinie et horizontale, saturée par un fluide binaire avec prise en compte de l'effet

Soret. L'influence des paramètres physiques du problème, sur la perte de stabilité linéaire de la solution de repos, est analysée et des simulations numériques ont été effectuées en vue de corroborer les résultats de l'analyse théorique.

2. Formulation mathématique

Il s'agit de l'étude des écoulements [2D] de convection thermosolutale se développant dans une cellule horizontale remplie d'un milieu poreux, saturé par un mélange binaire homogène, avec prise en compte de l'effet Soret. Les parois horizontales de la cellule, imperméables à la matière, sont maintenues à des températures constantes T_1 et T_2 avec $T_1 > T_2$. Le rapport d'aspect A ($= \text{largeur}/\text{hauteur} = L/H$) sera supposé infini pour l'étude théorique. Les équations mathématiques régissant ces écoulements sont basées sur la loi de Darcy et l'hypothèse de Boussinesq pour le fluide saturant. Les variations de masse volumique ρ du fluide binaire, en fonction de la température et de la concentration, sont prises en compte dans le terme générateur de la convection sous la forme :

$$\rho(T, C) = \rho_{\text{ref}} [1 - \beta_T(T - T_{\text{ref}}) - \beta_C(C - C_{\text{ref}})]$$

Les équations de bilan sont adimensionnées avec les grandeurs de références suivantes : H et $(\rho c)_* H^2 / \lambda_*$ pour la longueur et le temps où λ_* et $(\rho c)_*$ représentent respectivement la conductivité thermique et la capacité calorifique volumique du fluide fictif représentant le milieu poreux :

$$\frac{\lambda_*}{H(\rho c)_f}, \quad \frac{\lambda_* \mu}{K(\rho c)_f}, \quad T_1 - T_2, \quad \Delta C = -\Delta T C_i (1 - C_i) \frac{D_T}{D_*}$$

pour la vitesse, la pression, la température et la concentration respectivement, où C_i , D_* et D_T sont respectivement la concentration initiale, les coefficients de diffusion moléculaire et de thermodiffusion du composant le plus dense. On obtient alors le système :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \\ \nabla p + \mathbf{u} = Ra(T + \psi C) \mathbf{j} \\ \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) T = \nabla^2 T \\ \epsilon_* \frac{\partial C}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) C = \frac{1}{Le} \nabla^2 (C - T) \end{cases} \quad (1)$$

$Ra = H\beta_T \Delta T g K / (\nu a_*)$ désigne le nombre de Rayleigh thermique, $\psi = -(\beta_C / \beta_T) S_T C_i (1 - C_i)$ le facteur de séparation avec $S_T = D_T / D_*$, $Le = a_* / D_*$ le nombre de Lewis, où K est la perméabilité du milieu poreux, a_* la diffusivité thermique, ν la viscosité cinématique et $\mathbf{g} = -g\mathbf{j}$. Les conditions aux limites sont données par :

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{j}(x, y = 0; 1) = \left[\frac{\partial C}{\partial y} - \frac{\partial T}{\partial y} \right] (x, y = 0; 1) = T(x, y = 0) - 1 = T(x, y = 1) = 0 \quad \forall x \quad (2)$$

Ainsi ce problème dépend de quatre paramètres adimensionnels qui sont Ra , ψ , Le et la porosité normalisée $\epsilon_* = \epsilon(\rho c)_f / (\rho c)_*$ (ϵ est la porosité réelle du milieu). Dans ces conditions $(T_0, C_0, \mathbf{u}) = (1 - y, \text{cste} - y, \mathbf{0})$ constitue une solution des équations (1) vérifiant les conditions aux limites (2). On se propose d'étudier la stabilité linéaire de cette solution d'équilibre.

3. Analyse de stabilité linéaire

On désigne par v_p , θ_p et c_p les perturbations respectives de la composante verticale de la vitesse, de la température et de la concentration, on obtient les équations de perturbations :

$$\begin{cases} \nabla^2 v_p - Ra \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\theta_p + \psi c_p) = 0 \\ \frac{\partial \theta_p}{\partial t} - \nabla^2 \theta_p = v_p \\ Le \epsilon_* \frac{\partial c_p}{\partial t} - \nabla^2 (c_p - \theta_p) = Le v_p \end{cases} \quad (3)$$

auxquelles sont associées les conditions aux limites (4) :

$$v_p = 0, \quad \theta_p = 0, \quad \frac{\partial c_p}{\partial y} - \frac{\partial \theta_p}{\partial y} = 0, \quad \text{pour } y = 0, 1, \quad \forall x \quad (4)$$

Afin de faciliter l'étude, nous introduisons la fonction $\eta_p = c_p - \theta_p$, en remplacement de c_p pour avoir des conditions aux limites homogènes, soit :

$$v_p = 0, \quad \theta_p = 0, \quad \frac{\partial \eta_p}{\partial y} = 0, \quad \text{pour } y = 0, 1, \quad \forall x \quad (5)$$

Les perturbations sont cherchées sous la forme $(v_p, \theta_p, \eta_p) = (\widehat{v}_p, \widehat{\theta}_p, \widehat{\eta}_p) e^{(ikx + \sigma t)}$, k désignant le nombre d'onde dans la direction infinie x .

3.1. Naissance de la convection stationnaire

Dans ce paragraphe, on étudie la bifurcation primaire donnant naissance à une solution stationnaire (i.e. le principe d'échange de stabilité est supposé satisfait).

Les études précédemment réalisées par [2–4] dans la même configuration que la nôtre sont restreintes à des conditions aux limites non physiques, en terme de flux de matière au niveau des parois horizontales ($\theta_p = c_p = 0$ au lieu de $(\nabla c_p - \nabla \theta_p) \cdot \mathbf{j} = 0$, en $y = 0, 1$). La prise en compte de ces conditions aux limites non physiques conduit à l'expression des paramètres critiques : $Ra_{cs} = 4\pi^2 / (1 + \psi(1 + Le))$ et $k_c = \pi$. Par contre, la prise en compte des conditions aux limites physiques ne permet pas le découplage entre les perturbations de la température et de la concentration. Le problème de stabilité linéaire se ramène à un problème différentiel du 6^e ordre, transformé en un problème du 4^e ordre, après intégration intermédiaire, soit :

$$(D^2 - k^2)^2 \widehat{\theta}_p - Ra k^2 (1 + \psi(1 + Le)) \widehat{\theta}_p = Ra k^2 \psi (\alpha_1 \sinh(ky) + \alpha_2 \cosh(ky)) \quad (6)$$

où α_1 et α_2 sont deux constantes d'intégration. Les conditions aux limites associées sont :

$$\begin{cases} \widehat{\theta}_p = \widehat{\theta}_p'' = Le \widehat{\theta}_p'(0) + k\alpha_1 = 0, & \text{en } y = 0 \\ \widehat{\theta}_p = \widehat{\theta}_p'' = Le \widehat{\theta}_p'(1) + k\alpha_1 \cosh(k) + k\alpha_2 \sinh(k) = 0, & \text{en } y = 1 \end{cases} \quad (7)$$

L'équation (6) a été résolue analytiquement de la façon suivante : on détermine d'abord les racines de l'équation caractéristique associée à (6) :

$$(r^2 - k^2)^2 = Ra k^2 (1 + \psi + \psi Le) \quad (8)$$

L'intégrale générale de l'équation du 4^e ordre sans second membre associée à l'équation (6), est une combinaison de 4 intégrales particulières indépendantes dont les formes dépendent du signe du produit

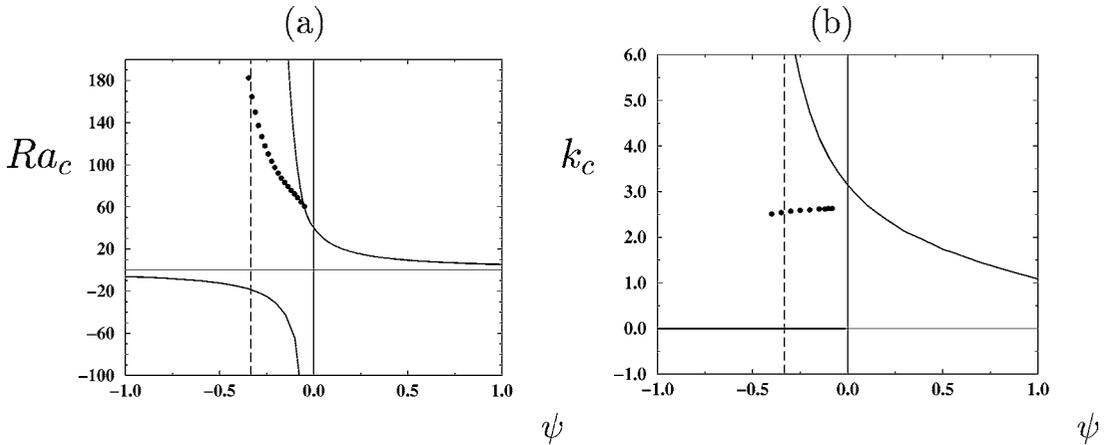


Figure 1. Courbes de stabilité marginale pour $Le = 2$, (a) $Ra_c(\psi)$ et (b) $k_c(\psi)$. En traits continus : bifurcation stationnaire. En pointillés : bifurcation de Hopf pour $\epsilon_* = 1/2$. En traits discontinus : $\psi = -(Le + 1)^{-1}$.

Figure 1. Marginal stability curves for $Le = 2$, (a) $Ra_c(\psi)$ and (b) $k_c(\psi)$. Solid line: stationary bifurcation. Dotted line: Hopf bifurcation for $\epsilon_* = 1/2$. Dashed line: $\psi = -(Le + 1)^{-1}$.

$Ra(1 + \psi + \psi Le)$. La solution générale de l'équation (6) dépend de 6 constantes arbitraires. En écrivant qu'elle vérifie les conditions aux limites (7), on obtient un système algébrique linéaire homogène de 6 équations à 6 inconnues. Celui-ci possède une solution non triviale si le déterminant de la matrice associée est nul. On obtient alors la relation liant le nombre de Rayleigh au nombre d'onde, à Le et à ψ . Le seuil critique est obtenu par optimisation en fonction de k . On vérifie que le nombre de Rayleigh critique satisfait la relation $Ra_{cs} = 12/(\psi Le)$ pour $\psi \geq 1/((40/51)Le - 1)$ et $Ra > 0$ lorsque k tend vers 0. Pour $\psi < 0$ et $Ra < 0$, on obtient également $Ra_{cs} = 12/(\psi Le)$ avec $k_c = 0$.

Les résultats analytiques obtenus, présentés sur la *figure 1* pour un nombre de Lewis égal à 2, sont en très bon accord avec l'interprétation physique suivante : pour $\psi > 0$, le composant le plus dense migre vers la paroi froide, la solution de double diffusion pure sera infiniment linéairement stable pour un chauffage par le haut ($Ra < 0$), alors qu'elle sera destabilisée pour un nombre de Rayleigh critique inférieur au nombre de Rayleigh critique $4\pi^2$ correspondant au cas thermique pur pour un chauffage par le bas ($Ra > 0$).

Pour $\psi < 0$, le composant le plus dense migre vers la paroi chaude ; pour $Ra < 0$, la solution d'équilibre n'est plus infiniment linéairement stable (contrairement au cas thermique pur) et on doit s'attendre à $Ra_{cs} \rightarrow -\infty$ lorsque $\psi \rightarrow 0^-$, ce qui est confirmé par les calculs. Pour $Ra > 0$ et $1 + \psi + \psi Le > 0$, la migration du composant le plus dense vers le bas conduit à une augmentation du nombre de Rayleigh critique par rapport à la valeur $4\pi^2$. Pour $Ra > 0$ et $1 + \psi + \psi Le < 0$, on n'obtient plus de transition vers un régime convectif stationnaire. Ces résultats analytiques sont en parfait accord avec ceux obtenus en utilisant la méthode de Galerkin à l'ordre $N = 4$ et en développant \hat{v}_p , $\hat{\theta}_p$ et $\hat{\eta}_p$ en séries de Fourier, soit :

$$\hat{v}_p = \sum_{n=1}^N v_n \sin(n\pi y), \quad \hat{\theta}_p = \sum_{n=1}^N t_n \sin(n\pi y), \quad \hat{\eta}_p = \sum_{n=0}^{N-1} \eta_n \cos(n\pi y) \quad (9)$$

3.2. Naissance de la convection oscillante

Dans le cas d'une cellule chauffée par le bas, pour $\psi < 0$, le composant le plus dense migre vers la paroi chaude, il s'ensuit un effet stabilisant. On montre que pour des valeurs de ψ inférieures à une valeur ψ_0 fonction de Le et ϵ_* , la bifurcation primaire est presque toujours une bifurcation de Hopf. La valeur $\psi_0 \rightarrow 0^-$ lorsque le nombre de Lewis augmente ($\psi_0 = -0,12$; $-5,7 \times 10^{-3}$ et $-5,8 \times 10^{-5}$ pour

$Le = 2, 10$ et 100 respectivement avec $\epsilon_* = 1/2$). Nous avons déterminé par la méthode de Galerkin à l'ordre 4, en utilisant les fonctions de base données par (9), pour différentes valeurs de ϵ_* , de ψ et de Le , le nombre de Rayleigh critique Ra_{co} , la fréquence de Hopf et le nombre d'onde critique associé. On présente sur la *figure 1* (en pointillés) l'évolution du nombre de Rayleigh critique de Hopf en fonction du facteur de séparation pour $(\epsilon_*, Le) = (1/2, 2)$. Le diagramme de bifurcation présenté sur la *figure 1* est qualitativement analogue à celui obtenu en milieu fluide (problème de Rayleigh–Bénard avec prise en compte de l'effet Soret, Platten et Legros [6]). On constate que les paramètres critiques diffèrent de manière significative de ceux obtenus par [2] en milieu poreux lorsqu'on tient compte des conditions aux limites physiques sur la perturbation de concentration, en particulier $k_c = f(\psi)$ et k_c devient nul dans certains domaines.

4. Approche numérique

Les équations (1)–(2) ont été résolues en utilisant un code basé sur une méthode spectrale [7,8]. L'intégration temporelle est faite avec un schéma aux différences finies Adams–Bashforth–Euler semi-implicite et d'ordre 2 (afin de simuler les écoulements dans une cellule de grande extension, les calculs ont été effectués pour une cellule de rapport d'aspect $A = 10$, une résolution 63×27 , une précision sur les résultats numériques comprise entre 0,5% et 1%).

Dans le cas de la naissance de la convection stationnaire, pour différents facteurs de séparation et $Le = 2$, nous avons retrouvé avec une très bonne précision le nombre de Rayleigh critique déterminé par l'analyse théorique (écarts $< 1,5\%$, cf. *tableau 1*). A partir de la valeur théorique du nombre d'onde, on en déduit le nombre de rouleaux que l'on doit obtenir à la naissance de la convection dans la cellule de rapport d'aspect de 10. On observe une bonne concordance entre résultats théoriques et numériques. Nous avons également vérifié numériquement pour $(Le, \psi, Ra_{cs_{num}}) = (12; 0,4; 2,55)$ et pour $(Le, \psi, Ra_{cs_{num}}) = (2; -0,2; -32)$, qu'un régime monocellulaire apparaît à la naissance de la convection, résultats en accord avec $k_{c_{th}} = 0$.

En ce qui concerne la naissance de la convection oscillante, en étudiant l'évolution de la vitesse en fonction du temps, en un point du domaine (cf. *figure 2*), on a déterminé numériquement le nombre de Rayleigh critique et la fréquence de la bifurcation de Hopf pour $(Le, \epsilon_*, \psi) = (2; 1/2; -0,2)$, soit : $(Ra_{co}, \omega_c)_{num} = (96,0; 10,68)$. Ces résultats sont très proches des résultats théoriques $(Ra_{co}, \omega_c)_{th} = (95,4; 10,81)$. Pour le cas étudié, la solution issue de la bifurcation est instable et le système évolue vers un écoulement stationnaire caractérisé par des vitesses importantes et un nombre de Nusselt très supérieur à l'unité, montrant que l'on est en présence d'une bifurcation de Hopf sous-critique.

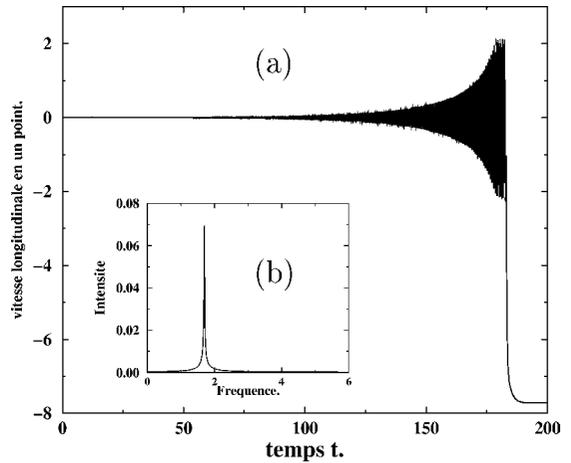
Tableau 1. Résultats pour $(Le, A) = (2, 10)$, résolution 63×27 pour $Ra_{c_{num}}$ et $N = 4$ pour $Ra_{c_{th}}$. r_c désigne le nombre de rouleaux obtenus à la naissance de la convection stationnaire.

Table 1. Results with $(Le, A) = (2, 10)$, 63×27 resolution for $Ra_{c_{num}}$ and $N = 4$ for $Ra_{c_{th}}$. r_c is the number of rolls at the onset of stationary convection.

ψ	$Ra_{c_{num}}$	$Ra_{c_{th}}$	k_c	$r_{c_{num}}$	$r_{c_{th}}$
0	40	39.478	3.146	10	10
0.4	13	12.95	1.94	6	6.18
0.7	8.3	8.201	1.448	4	4.61
1	6	5.918	1.086	4	3.46

Figure 2. Naissance de la convection instationnaire pour $(Le, \psi, \epsilon_*, Ra_{c_{num}}) = (2; -0,2; 1/2; 96,0)$, (a) Composante horizontale de la vitesse en un point en fonction du temps et (b) Transformée de Fourier pour $t \in [0, 150]$.

Figure 2. Onset of oscillatory convection for $(Le, \psi, \epsilon_*, Ra_{c_{num}}) = (2, -0.2, 1/2, 96.0)$, (a) Horizontal component of the velocity at one point versus time and (b) Fourier transform for $t \in [0, 150]$.



5. Conclusion

Nous avons calculé analytiquement, en fonction du nombre de Lewis, du facteur de séparation et de la porosité normalisée, les paramètres critiques caractérisant les bifurcations stationnaires et les bifurcations de Hopf en couche infinie. Ces résultats ont été confirmés numériquement à l'aide d'un code utilisant une méthode spectrale. D'autres calculs restent encore à faire en milieu confiné.

Remerciements. Les auteurs remercient le CINES de Montpellier pour les heures de calcul allouées.

Références bibliographiques

- [1] Nield D.A., Bejan A., Convection in Porous Media, Springer-Verlag, New York, 1998.
- [2] Brand H.R., Steinberg V., Convective instabilities in binary mixture in a porous medium, Physica A 119 (1983) 327–338.
- [3] Brand H.R., Steinberg V., Non-linear effects in the convection instability of a binary mixture in a porous medium near threshold, Phys. Lett. 93 (1983) 333–336.
- [4] Ouarzazi M.N., Bois P.A., Convective instability of a fluid mixture in a porous medium with time-dependent temperature gradient, Eur. J. Mech. B/Fluids 13 (3) (1994) 275–278.
- [5] Marcoux M., Charrier-Mojtabi M.C., Etude paramétrique de la thermogravitation en milieu poreux, C. R. Acad. Sci. Paris, Série Iib 326 (1998) 539–546.
- [6] Platten J.K., Legros J.C., Convection in Liquids, Springer-Verlag, Paris, 1984.
- [7] Azaïez M., Bernardi C., Grundmann M., Spectral method applied to porous media, East-West J. Numer. Math. 2 (1994) 91–105.
- [8] Canuto C., Hussaini M.Y., Quartaroni A., Zang T.A., Spectral Methods in Fluid Dynamics, Springer-Verlag, New York, 1987.