

Scientific journal  
**PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION**  
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)  
ISSN 2413-1571 (print)

Науковий журнал  
**ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА**  
Видається з 2013.



<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

*Кугай Н.В., Калініченко М.М., Прокопець Т.О. Застосування комп'ютерних математичних засобів для формування методологічних знань і вмінь майбутніх учителів математики // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2017. – Випуск 4(14). – С. 48-52.*

*Kuhai N., Kalinichenko M., Prokopets T. Using Computer Mathematics Tools For Formation Of Methodological Knowledge And Skills Of Future Mathematics Teachers // Physical and Mathematical Education : scientific journal. – 2017. – Issue 4(14). – P. 48-52.*

УДК 378.011.3

**Н.В. Кугай**

*Глухівський національний педагогічний університет імені Олександра Довженка, Україна  
nkuhai@gmail.com*

**М.М. Калініченко**

*Радіоастрономічний інститут НАН України, Україна  
kalinich@rian.kharkov.ua*

**Т.О. Прокопець**

*Глухівський національний педагогічний університет імені Олександра Довженка, Україна  
prokopets4113@gmail.com*

#### **ЗАСТОСУВАННЯ КОМП'ЮТЕРНИХ МАТЕМАТИЧНИХ ЗАСОБІВ ДЛЯ ФОРМУВАННЯ МЕТОДОЛОГІЧНИХ ЗНАНЬ І ВМІНЬ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ**

**Анотація.** У статті розглянуто зміст методологічних знань технологічного рівня майбутнього вчителя математики. З'ясовано, які знання про комп'ютерні засоби математики доцільно віднести до методологічних знань. Наведено приклади застосування комп'ютерних засобів GRAN1, GRAN-2D, Maxima на заняттях з дисциплін математичного циклу: математичний аналіз, методи обчислень, інтегральні рівняння, методи оптимізації. Показано, що під час розв'язування пропонованих прикладів відбувається формування методологічних знань про комп'ютерні засоби математики і вмінь їх застосовувати. Крім того обґрунтовано, що застосування комп'ютерних програм є ефективним засобом формування методологічних знань і вмінь майбутнього вчителя математики. Зокрема, воно сприяє розвитку вміння застосовувати різні способи і методи розв'язування задач, порівнювати їх ефективність і доцільність. Для кожного наведеного прикладу сформульовано дидактичну мету застосування комп'ютерних програм: для самоаналізу, рефлексії; як засіб розв'язання певного етапу задачі; для урізноманітнення методів і способів розв'язання задачі тощо.

**Ключові слова:** методологічні знання і вміння, комп'ютерні засоби математики, майбутній учитель математики.

**Постановка проблеми.** Об'єктивні тенденції загальносвітового розвитку та прагнення України інтегруватися в європейське співтовариство визначають стратегічні напрями модернізації освіти України. Сучасний стан розвитку суспільства характеризується стрімким зростанням потоку відомостей, підвищенням значущості математичного знання в професійній діяльності людства.

Збільшується не тільки кількість наук, які застосовують математику як засіб розв'язання поставлених задач і як мову, але й обсяг математичних знань, використовуваних цими науками [11, с. 5]. У зв'язку з цим на перший план виступає задача підготовки творчої особистості, здатної швидко орієнтуватися в нових соціальних, економічних і виробничих ситуаціях. Іншими словами, потрібен фахівець здатний самостійно організувати діяльність: виявити протиріччя, сформулювати проблему і мету, гіпотезу, виокремити об'єкт, предмет діяльності, визначити завдання, інтерпретувати отримані результати, сформулювати висновки, тобто є потреба у фахівцеві, який володіє методологічними знаннями і вміннями.

Методологічні знання – це знання про знання, про методи пізнання, про способи побудови і фіксації знань, знання про організацію продуктивної діяльності. Методологічні вміння – здатність застосовувати методологічні знання.

**Аналіз актуальних досліджень.** Особливості формування окремих елементів методологічних знань і вмінь під час навчання різних дисциплін у ЗОШ і ВНЗ розглянуто у роботах О. Вегнер, А. Жохова, Л. Зоріної, Т. Іванової, Н. Кадуліної, Н. Кочергіної, О. Сотнікової, М. Шабанової та інших.

Методологічні знання як когнітивний компонент методологічної культури вчителя досліджувалися у роботах П. Кабанова, В. Кирилова, В. Клепикова, В. Кушніра, О. Лаврентьєвої, В. Слатьоніна, Б. Спаського, О. Тупілко, О. Ходусова, С. Шевцової та інших.

Розробка теоретичних і практичних аспектів застосування ІКТ під час навчання математики як у загальноосвітній школі, так і у ВНЗ знайшла своє відображення у роботах Ю. Горошка, М. Жалдака, Т. Крамаренко, С. Ракова, Ю. Рамського, О. Співаковського, Ю. Триуса та інших.

**Мета статті** – розглянути шляхи застосування комп'ютерних математичних засобів для формування методологічних знань і вмінь майбутніх учителів математики.

**Виклад основного матеріалу.** На сьогодні найпоширенішою є структурна модель методологічних знань, в якій виокремлено чотири рівні: філософський; загальнонауковий; конкретно науковий; технологічний. Зміст методологічних знань кожного рівня майбутнього вчителя математики детально розглянуто нами у роботі [6]. Зупинимося на змісті методологічних знань технологічного рівня. До цього рівня відносяться знання про: прийоми та способи дослідження, які вибудовуються у певну послідовність дій – процедуру; методику дослідження (власне реалізація методу: прив'язка одного або комбінація кількох методів та процедур до дослідження, вибір та розробка методичного інструментарію, стратегії); техніку та інструментарії (реалізація методу на основі простих операцій, прийомів, послідовних дій).

До методологічних знань технологічного рівня доцільно, на нашу думку, віднести і знання про використання комп'ютерних засобів математики, а саме знання про:

- 1) наявність таких засобів (їх назви, можливість доступу);
- 2) простоту використання;
- 3) можливості комп'ютерного засобу;
- 4) безпосереднє використання самого засобу;
- 5) необхідність і доцільність використання комп'ютерного засобу.

Формування і розвиток перерахованих методологічних знань і вмінь їх застосовувати має відбуватися під час вивчення практично всіх дисциплін математичного циклу. Це сприяє, крім іншого, реалізації інтегративного підходу до формування методологічних знань і вмінь; розвитку у студентів здатності творчо застосовувати набуті знання, вміння і досвід у майбутній професійній діяльності.

Майбутній учитель математики повинен знати, що застосування комп'ютерних програм під час навчання математики «має передусім сприяти досягненню педагогічних цілей за рахунок використання технологічного підходу до опанування ... математичних методів дослідження розмаїтих процесів і явищ, створення і вивчення їх ... моделей» [2, с. 47].

На сьогодні розроблено значну кількість комп'ютерних засобів, які орієнтовані на користувачів різної підготовки: Derive, GRAN1, GRAN-2D, GRAN-3D, DG, Maple, Mathematika, MathLab, Maxima, Numeri, Reduce, Statgraph та інші.

Серед різноманітних комп'ютерних програм, які можна використовувати під час навчання математики як студентів, так і учнів, варто назвати комплект програм GRAN (GRAN1, GRAN-2D, GRAN-3D) і Maxima. Названі програми розповсюджуються через Інтернет безкоштовно, прості у використанні, оснащені зручним інтерфейсом.

Безпосереднє використання програмного засобу GRAN1 під час вивчення навчальних дисциплін «Математичний аналіз» (інтегральне числення функції однієї дійсної змінної), «Теорія ймовірностей і математична статистика», «Елементарна математика» наведено у роботах [3; 4 та ін.]. Крім того, цей програмний засіб може бути використаний на заняттях з навчальних дисциплін «Диференціальна геометрія і топологія» (за його допомогою можна будувати і досліджувати криві, задані неявно або параметрично); «Методи обчислень» (під час вивчення цього курсу значення похідної функції в точці, визначений інтеграл обчислюють чисельними методами), «Операційне числення» (для розв'язування задач лінійного програмування геометричним методом) та інших. Наведемо приклади задач з різних математичних дисциплін, під час розв'язування яких формуються методологічні знання про комп'ютерні засоби математики та вміння їх застосовувати.

**Приклад 1.** («Методи обчислень»). У посібнику [5, с. 189] пропонується обчислити за формулою середніх прямокутників інтеграл  $\int_0^{1.6} e^{-x^2} dx$  з точністю до  $10^{-4}$ . Аналогічний приклад можна запропонувати студентам для самостійної роботи. Самоаналіз можна здійснити за допомогою програми GRAN1 (рис. 1).

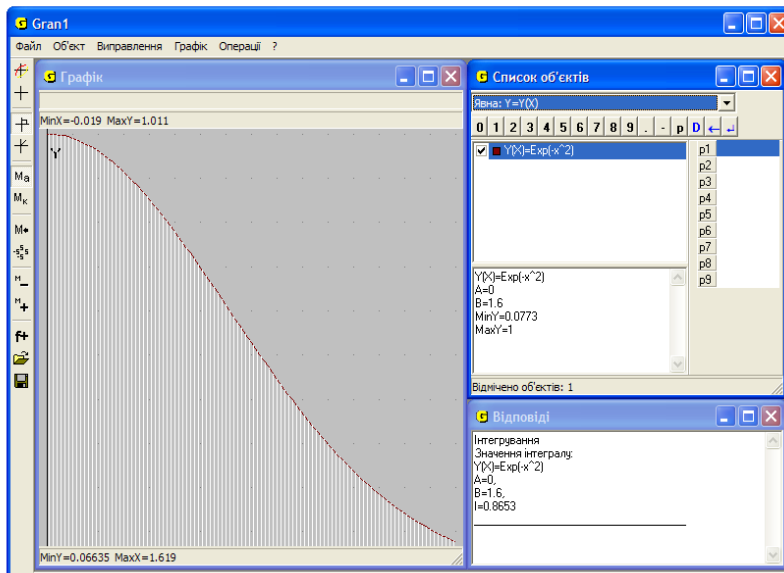


Рис. 1. Обчислення інтеграла

Приклад 2. («Методи оптимізації»). Підприємство виготовляє два види продукції А, В, використовуючи для цього три види ресурсів 1, 2, 3. Норми витрат усіх ресурсів на одиницю продукції та запаси ресурсів наведено в таблиці:

Ресурс	Норми витрат на одиницю продукції за видами		Запас ресурсу
	А	В	
1	1	3	180
2	5	1	250
3	4	2	800

Відомі ціна одиниці продукції кожного виду: А – 9 грн., В – 6 грн. Визначити план виробництва продукції, що забезпечує підприємству найбільший прибуток.

Математична модель даної задачі має вигляд:

$$z = 9x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 180, \\ 5x_1 + x_2 \leq 250, \\ 4x_1 + 2x_2 \leq 800, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

На етапі, коли студенти опанували геометричний метод розв'язування задачі лінійного програмування, а метою є формування саме вмінь застосовувати метод математичного моделювання, варто застосувати програмний засіб GRAN1 (рис. 2).

З аналогічною метою (як допоміжний засіб) доцільно застосувати програмний засіб GRAN1 під час дослідження функції двох змінних  $z = f(x; y)$  на екстремум («Математичний аналіз»), а саме для розв'язування системи  $\begin{cases} f'_x(x; y) = 0, \\ f'_y(x; y) = 0 \end{cases}$ . Наведемо приклад (фрагмент дослідження функції на екстремум – знаходження стаціонарних точок).

Приклад 3. Знайти стаціонарні точки функції  $z = 3x^2y + y^3 - 18x - 30y$ .

Знайдемо частинні похідні першого порядку і прирівняємо їх до нуля. Маємо систему:  $\begin{cases} 6xy - 18 = 0, \\ 3x^2 + 3y^2 - 30 = 0 \end{cases}$ , яка після спрощення має вигляд  $\begin{cases} xy - 3 = 0, \\ x^2 + y^2 - 10 = 0 \end{cases}$ . Для розв'язання системи застосуємо GRAN1. Вибираємо тип залежності – неявний, будуємо графіки вказаних залежностей, встановивши курсор в точки перетину графіків залежностей знаходимо стаціонарні точки  $M_1(1; 3), M_2(3; 1), M_3(-1; -3), M_4(-3; -1)$  (рис. 3).

Зрозуміло, що систему  $\begin{cases} xy - 3 = 0, \\ x^2 + y^2 - 10 = 0 \end{cases}$  студенти можуть (і зобов'язані) розв'язати без комп'ютерної

програми. Але, на нашу думку, саме на таких прикладах, де можна перевірити результат за допомогою іншого методу, і варто продемонструвати можливості комп'ютерного засобу.

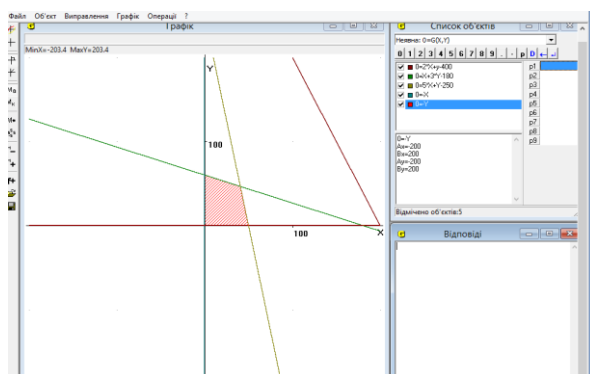


Рис. 2. Допустима область задачі лінійного програмування

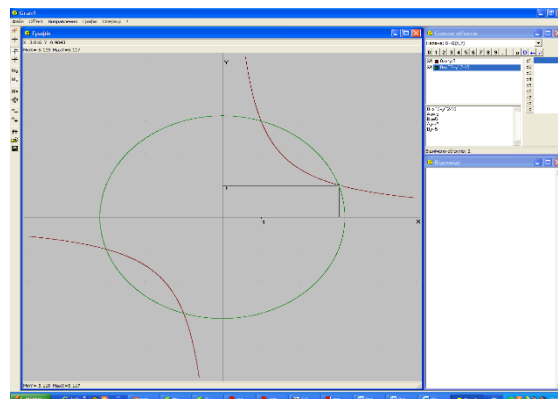


Рис. 3. Графіки залежностей

Варто зауважити, що знання про комп'ютерні засоби математики та вміння їх застосовувати виступають, у свою чергу, ефективним засобом формування інших елементів методологічних знань і вмінь, зокрема відіграють значну роль у розвитку вміння застосовувати різні способи і методи розв'язування задач, порівнювати їх ефективність і доцільність. Наведемо приклади.

*Приклад 4.* («Елементарна математика»). Побудувати коло, яке проходить через три задані точки.

Доцільно запропонувати студентам розв'язати цю задачу трьома способами: 1-ий спосіб - метод координат; 2-ий спосіб - без методу координат, засобами елементарної геометрії; 3-ій спосіб - комп'ютерні засоби математики (наприклад, нами було застосовано GRAN-2D).

*Приклад 5.* («Інтегральні рівняння»). Розв'язати інтегральне рівняння

$$y(x) = \int_0^x (3 - 2x + 2t)y(t)dt + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + 1,$$

звівши його до задачі Коші. Останню розв'язати: а) методами навчальної дисципліни «Диференціальні рівняння»; б) застосувавши операційне числення; в) застосувавши комп'ютерну програму Maxima.

На рисунку 4 наведено розв'язання одержаної задачі Коші операційним методом із застосуванням комп'ютерної програми Maxima.

```
wxMaxima 0.7.3 [untitled.wxmx]
Файл Редагувати Maxima Рівняння Алгебра Аналіз Спростити Графіки Чисельні обчислення Поміти
wxMaxima 0.7.3 http://wxmaxima.sourceforge.net
Maxima 5.13.0 http://maxima.sourceforge.net
Using Lisp GNU Common Lisp (GCL) GCL 2.6.8 (aka GCL)
Distributed under the GNU Public License. See the file COPYING.
Dedicated to the memory of William Schelter.
This is a development version of Maxima. The function bug_report()
provides bug reporting information.

(%i1) ode: 'diff(x(t), t, 2) - 3* 'diff(x(t), t, 1) + 2*x(t) = 2*t+1;
(%o1) d^2 x(t) - 3 d x(t) + 2 x(t) = 2 t + 1

(%i2) atvalue(x(t), t=0, 1);
(%o2) 1

(%i3) atvalue('diff(x(t), t), t=0, 2);
(%o3) 2

(%i4) lap_ode: laplace(ode, t, s);
(%o4) -3(s laplace(x(t), t, s) - 1) + s^2 laplace(x(t), t, s) + 2 laplace(x(t), t, s) - s - 2 = 1/s + 2/s^2

(%i5) sol: solve(% , 'laplace(x(t), t, s));
(%o5) [laplace(x(t), t, s) = (s^3 - s^2 + s + 2) / (s^4 - 3 s^3 + 2 s^2)]

(%i6) map(lambda([eq], ilt(eq, s, t)), sol);
(%o6) [x(t) = 2 %e^t - 3 %e^t + t + 2]
```

Рис. 4. Розв'язання задачі Коші за допомогою програми Maxima

**Висновки.** Таким чином, під час вивчення навчальних дисциплін математичного циклу відкриваються різноманітні шляхи застосування комп'ютерних засобів математики для формування методологічних знань і вмінь майбутніх учителів математики.

**Список використаних джерел**

1. Бевз Г. П. Методика викладання математики : навч. посібник. К. : Радянська школа, 1989. 296 с.
2. Вірченко Н. О. Нариси з методики викладання вищої математики. К., 2006. 396 с
3. Жалдак М. І., Михалін Г. О., Деканов С. Я. Математичний аналіз. Функції багатьох змінних : Навчальний посібник. К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2007. 430 с.
4. Жалдак М. І., Горошко Ю. В., Вінниченко Є. Ф. Комп'ютер на уроках математики : Посібник для вчителів. К. : Техніка, 1997. 303 с.
5. Жалдак М. І., Рамський Ю. С. Чисельні методи математики : посібник для самоосвіти вчителів. К. : Рад. шк., 1984. 206 с.
6. Кугай Н. В. Методологічні знання майбутнього вчителя математики : монографія Харків : ФОП Панов А. М., 2017. 336 с.

**References**

1. Bezv H. P. Metodyka vykladannia matematyky : navch. posibnyk. K. : Radianska shkola, 1989. 296 s.
2. Virchenko N. O. Narysy z metodyky vykladannia vyshchoi matematyky. K., 2006. 396 s
3. Zhaldak M. I., Mykhalin H. O., Dekanov S. Ya. Matematychnyi analiz. Funktsii bahatokh zminnykh : Navchalnyi posibnyk. K. : NPU imeni M. P. Drahomanova, 2007. 430 s.
4. Zhaldak M. I., Horoshko Yu. V., Vynnychenko Ye. F. Kompiuter na urokakh matematyky : Posibnyk dlia vchyteliv. K. : Tekhnika, 1997. 303 s.
5. Zhaldak M. I., Ramskyi Yu. S. Chyselni metody matematyky : posibnyk dlia samoosvity vchyteliv. K. : Rad. shk., 1984. 206 s.
6. Kuhai N. V. Metodolohichni znannia maibutnoho vchytelia matematyky : monohrafiia Kharkiv : FOP Panov A. M., 2017. 336 s.

**USING COMPUTER MATHEMATICS TOOLS FOR FORMATION OF METHODOLOGICAL KNOWLEDGE  
AND SKILLS OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS**

**Nataliia Kuhai**

*Hlukhiv national pedagogical university of Oleksandr Dovzhenko, Ukraine*

**Mykola Kalinichenko**

*Radio astronomy institute of NAS of Ukraine, Ukraine*

**Tetiana Prokopets**

*Hlukhiv national pedagogical university of Oleksandr Dovzhenko, Ukraine*

**Abstract.** *The article describes the content of the methodological knowledge of the technological level of the future teacher of mathematics. Found that the knowledge about computer tools of mathematics would be appropriate for methodological knowledge. Examples of application of computer means GRAN1, GRAN-2D, the Maxima in the classroom for mathematical cycle disciplines: mathematical analysis, methods of computation, integral equations, optimization methods. It is shown that the solution of the proposed examples is the formation of methodological knowledge about computer tools of mathematics and the skills to apply them. In addition it is proved that the use of computer programs is an effective means of formation of methodological knowledge and skills of future teachers of mathematics. In particular, it contributes to the development of the ability to apply various ways and methods of solving tasks, to compare their effectiveness and usefulness. For each example formulated didactic purpose of the application of computer programs: for introspection, reflection; as a means of solving a particular step of the task; for a variety of methods and techniques for problem solving and the like.*

**Key words:** *methodological knowledge and skills, computer mathematics tools, future mathematics teacher.*