

A linear additive model for ranking road alternatives and for revealing the relative importance of the variables that describe each of them

Paz Díaz Castillo

BASF Chile S.A., paz.diaz@basf.com

Abstract. The selection of the best alternative within a plausible set has traditionally been a controversial issue in road engineering, particularly cause of the cryptic trait of the relative weights of the variables that explain each of them. Given this common situation, this paper proposes a simple and intuitive model through a linear programming, which not only ranks the alternatives according to their final attractive; but also reveals the relative importance of each variable that describes them. One advantage of this method is that it works regardless of the measurement units of the variables, no matter how different they are. Another advantage is that each alternative gets a number that represents its convenience as the final result.

Keywords: road alternatives, ranking, model, relative weights, linear programming, selection.

1.- Problema

La selección de la mejor alternativa dentro de un amplio espectro de ellas donde cada una está representada por distintas variables; constituye uno de los frecuentes desafíos de los proyectos camineros. Las respuestas generalmente se encuentran en los Métodos Multicriterios los cuáles intuitivos, no siempre exponen un modelado matemático comprensible y aceptable.

Otro tipo de respuesta está en las clásicas evaluaciones económicas donde se recurre al Valor Actualizado Neto y a la Tasa Interna de Retorno, lo que obliga a la siempre discutible tarea de develar en unidades monetarias ciertos flujos de difícil cuantificación en tales unidades.

Ante este escenario se requiere de un método de bajo costo y asimilable por la

ciudadanía cuando se requiere de ella en los procesos decisionales.

2.- Objetivos

El presente artículo tiene el propósito de mostrar un método simple e intuitivo para jerarquizar diferentes alternativas viales que son explicadas por variables cuantificadas en diferentes unidades, donde la importancia relativa de ellas es también develada.

3.- Estado del Arte

Los humanos diariamente se enfrentan a disyuntivas donde deben ordenar determinados elementos del universo de acuerdo a alguna jerarquía. Los niveles de pobreza para recibir algún tipo de subsidio, la calificación de los huracanas para indicar su potencial destructivo o el nivel de gravedad de una persona que ingresa por

atención médica a un servicio de urgencia son algunos ejemplos [1].

En este contexto, con frecuencia los elementos ordenados son alternativas para seleccionar aquella de mayor conveniencia en perjuicio de otras.

En los proyectos viales la elaboración de dicho ranking para identificar aquella que lo encabeza se torna compleja no sólo por la cantidad de alternativas que compiten; sino además por la diversidad de variables que las describen. En efecto, muchas de estas variables se cuantifican en diferentes unidades y la transformación de ellas a una única medida universal tales como las monetarias o energéticas, puede implicar a errores.

Para encarar estos desafíos, diferentes respuestas se han desarrollado durante los últimos años tales como la lógica difusa en los métodos multicriterio [2] y la elaboración de índices compuestos [3], notándose que una de las actividades críticas es la cuantificación de los pesos o importancias relativas de las variables que explican las alternativas [4].

Sin embargo, las evaluaciones costo-beneficio no han perdido vigencia mostrando ventajas cuando los fenómenos involucrados pueden modelarse en unidades monetarias [5]; notándose además la utilización de la Programación Lineal en la solución de varios problemas [6].

Por otra parte, considerando las directrices de algunos Estados en cuanto a que los procesos decisionales respecto a obras públicas deben considerar la participación de la ciudadanía, emerge la demanda que todas estas tecnologías sean asimiladas por la población directamente involucrada en la selección de la mejor alternativa vial. Así, para que dicha población tenga una participación tanto activa como consciente,

se requiere de un método intuitivo y de fácil aplicación.



4.- Método

El método que ahora se presenta resulta de un estudio bibliográfico sobre los tópicos de Programación Lineal y Evaluación de Proyectos y afines más las entrevistas a profesionales que tienen experiencia en procesos de participación ciudadana en iniciativas viales encargadas por el Ministerio de Obras Públicas de Chile.

5.- Resultados

Se presenta ahora un modelo sencillo, rápido y conceptualmente asimilable de aplicación universal no sólo para identificar la mejor alternativa dentro de un conjunto plausible; sino además para cuantificar la importancia relativa que cada variable tuvo dentro del proceso de identificación de la selección. Este método supone que cada alternativa tiene una atracción neta que junto a las demás permite ordenarlas según una jerarquía, donde en definitiva se selecciona aquella que ocupa la cima. Entonces, si se tienen n alternativas, se tendrá a lo más igual cantidad niveles de preferencias que se simbolizarán como P . Es decir, cada alternativa tendrá una identidad dada por un y sólo un número que indicará que tan preferible es.

Si por otra parte m es la calidad de variables que son relevantes para la elección de la mejor alternativa (volumen de corte en roca, masa de desechos, localidades conectadas, tiempo de construcción, costos de mantención, velocidad de diseño, longitud, superficie a expropiar, superficie de bosque nativo a cortar, volumen de gaviones a construir, cantidad de obreros a contratar...), las preferencias recién descritas puede representarse matemáticamente de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} P_1 &= f(X_{11}, X_{12} \dots X_{1m}) \\ P_2 &= f(X_{21}, X_{22} \dots X_{2m}) \\ &\vdots \\ P_n &= f(X_{n1}, X_{n2} \dots X_{nm}) \end{aligned}$$

La función es la misma en cada una de las ecuaciones y tal como se estableció previamente, los diferentes valores que adquiere **P** dependerán de los valores que toma cada variable en su respectiva alternativa. Así **P_i** será el nivel de preferencia de la alternativa *i* dado por sus **X_{ij}** entendidas como la cuantías de las variables que la explican (con *i* = 1,2,3...n y con *j* = 1,2,3...m)

Por simplicidad se supondrá que la función es una sumatoria lineal donde cada variable tendrá una importancia relativa siempre constante **W_j** (con *j* = 1,2,3...m). Por lo tanto, el conjunto de niveles de preferencia será un modelo aditivo lineal de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} P_1 &= W_1X_{11} + W_2X_{12} \dots W_mX_{1m} \\ P_2 &= W_1X_{21} + W_2X_{22} \dots W_mX_{2m} \\ &\vdots \\ P_n &= W_1X_{n1} + W_2X_{n2} \dots W_mX_{nm} \end{aligned}$$

Ecuaciones 1

Puesto que la cuantía **X_{ij}** se mide en cada alternativa, basta con determinar los **W_j** y

Tabla 1: ejemplo de comparación de pares de alternativas

V/S	Alternativa 1	Alternativa 2	Alternativa 3	Alternativa 4
Alternativa 1	-	Alternativa 1	Alternativa 3	Alternativa 1
Alternativa 2		-	Alternativa 3	Alternativa 4
Alternativa 3			-	Alternativa 3
Alternativa 4				-

En este ejemplo el grueso de los encuestados prefiere la Alternativa 1 por sobre la 2, como también prefieren la 4 por

así determinar también cuantitativamente cada **P_i**. El método para determinar tales pesos y por ende conocer cuantitativamente el nivel de preferencia de cada alternativa, es conocido como Mapeo Lineal de Preferencias [7]. Este método bastante robusto está compuesto de cuatro etapas secuenciales que a continuación se describen.

La primera etapa consiste en medir cada variable en cada alternativa en cuestión, lográndose así números para cada una de ellas sin importar en las unidades en que ellas se expresan para cada **X_{ij}**. Esta etapa es propia del proyecto de ingeniería cuyos números como resultados resultarán de los estudios de tránsito, ambientales, hidrológicos y de otros tópicos clásicos.

La segunda parte es la novedosa y consiste en abordar a los actores clave, aprovechando las reuniones plenarias de la Participación Ciudadana. En esencia se les pide que comparen todas las alternativas únicamente de a pares, pidiéndole cuál de las dos prefieren. Se tendrá de este modo una matriz simétrica donde todos los elementos sobre la diagonal muestran la alternativa de mayor preferencia en cada par comparado. El resultado de esta etapa puede mostrarse tabularmente usando la moda de las respuestas como se ejemplifica en la Tabla 1 frente a cuatro alternativas en "competencia".

sobre la 2. Entonces, pese a que en esta etapa el valor numérico de cada P (lado derecho de las ecuaciones 1) sigue siendo

mayor que otro:

$$\begin{aligned} P_1 &> P_2 \\ P_1 &< P_3 \\ P_1 &> P_4 \\ P_2 &< P_3 \\ P_2 &< P_4 \\ P_3 &> P_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_1 &\geq 0 \\ W_2 &\geq 0 \\ &\vdots \\ W_m &\geq 0 \end{aligned}$$

En efecto, si en el ejemplo se prefirió la Alternativa 1 por sobre la 2 fue porque la respectiva preferencia (P_1) es mayor que la respectiva Alternativa 2 (P_2), como también $P_2 < P_4$.

$$\begin{aligned} P_1 &\geq 0 \\ P_2 &\geq 0 \\ &\vdots \\ P_4 &\geq 0 \end{aligned}$$

Sin embargo, en todo proceso de Participación Ciudadana se acepta la presencia de errores en los resultados de las comparaciones, los cuales se asumen deben ser mínimos. Retomando el ejemplo precedente: si la Alternativa 1 fue preferida a la Alternativa 2 fue porque $P_1 > P_2$, o lo que es lo mismo $P_1 - P_2 > 0$, incluso si existió un error en la comparación que denominaremos como E_1 , la desigualdad se mantiene introduciendo dicho error: $P_1 - P_2 + E_1 > 0$. Por lo tanto, la tercera etapa del método consiste en minimizar la suma de todos esos errores. Así en este ejemplo se realizan seis comparaciones por lo tanto, existen seis errores: E_1, E_2, E_3, E_4, E_5 y E_6 . Por consiguiente se arma el siguiente modelo de Programación Lineal

$$\begin{aligned} E_1 &\geq 0 \\ E_2 &\geq 0 \\ &\vdots \\ E_6 &\geq 0 \end{aligned}$$

$$W_1 + W_2 + \dots + W_m = 1$$

Finalmente la cuarta etapa consiste en insertar las Ecuaciones 1 en el primer grupo de restricciones configurando el modelo definitivo. Se resuelve la minimización y como resultado se obtienen los pesos relativos de cada variable (W_j) y cada uno de los niveles de preferencia P_i .

Minimizar

$$R = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + E_5 + E_6$$

Sujeto a cinco conjuntos de restricciones

$$\begin{aligned} P_1 - P_2 + E_1 &> 0 \\ P_1 - P_3 + E_2 &< 0 \\ &\vdots \\ P_3 - P_4 + E_6 &> 0 \end{aligned}$$

6.- Conclusiones Generales

Este método tiene la ventaja que la Participación Ciudadana como tal contribuye a alimentar el modelo el cual en virtud al apoyo computacional, es de fácil resolución. Sin embargo, la mayor riqueza radica en que para cierta geografía donde se emplazan las alternativas viales en competencia, se devela la importancia relativa que cada variable tiene para la comunidad consultada.

Es decir, se conoce el peso en unidades adimensionales que tiene el volumen de corte en roca, masa de desechos, localidades conectadas, tiempo de construcción, costos de mantención, velocidad de diseño, longitud, superficie a expropiar, superficie de bosque nativo a cortar, volumen de gaviones a construir, cantidad de obreros a contratar...

Referencias

[1] Alessio Ishizaka y Philippe Nemery "Multi-Criteria Decision Analysis: Methods and Software". 2013. John Wiley & Sons.

[2] Alejandro Ruiz-Padillo, Diego P. Ruiz, Antonio J. Torija y Ángel Ramos-Ridao. "Selection of suitable alternatives to reduce the environmental impact of road traffic noise using a fuzzy multi-criteria decision model" Environmental Impact Assessment Review, Volume 61, Noviembre 2016, páginas 8-18

[3] Bronagh Coll, Salissou Moutari y Adele H Marshall. "Hotspots identification and ranking for road safety improvement: An alternative approach" Accident Analysis & Prevention, Volume 59, Octubre 2013, páginas 604-617.

[4] Katerina G. Tsita y Petros A. Pilavachi. "Evaluation of alternative fuels for the Greek road transport sector using the analytic hierarchy process" Energy Policy, Volume 48, Septiembre 2012, páginas 677-686.

[5] K.G Willis, G.D Garrod y D.R Harve. "A review of cost-benefit analysis as applied to the evaluation of new road proposals in the U.K." Transportation Research Part D: Transport and Environment, Volume 3, Issue 3, Mayo 1998, páginas 141-156.

[6] Said M. Easa. "Selection of roadway grades that minimize earthwork cost using

linear programming".
Transportation Research Part A: General, Volume 22, Issue 2, Marzo 1988, páginas 121-136.



[7] Shu-Ping Wan y Deng-Feng Li. "Fuzzy LINMAP approach to heterogeneous MADM considering comparisons of alternatives with hesitation degrees" Omega, Volume 41, Issue 6, Diciembre 2013, páginas 925-940.

Paper Info

Fecha de recepción: marzo 2016.

Fecha de aceptación: mayo 2016.

Revisores: 3.

Cantidad de revisiones consolidadas: 2.

Total de observaciones: 7.

Índice de Novedad: 0,54.

Índice de Utilidad: 0,89.