



---

# CONCORRÊNCIA EM OLIGOPÓLIOS MISTOS COM DIFERENCIAÇÃO HORIZONTAL E VERTICAL DO PRODUTO

**Flávia Daniela Costa Pinho**

---

Dissertação

Mestrado em Economia

---

Orientado por  
**João Correia da Silva**

**Joana Pinho**

---

2018

## **Nota biográfica**

Natural de Santa Maria da Feira, 1995. Concluiu a licenciatura em Economia na Universidade da Beira Interior (UBI) em 2016. No mesmo ano, iniciou o mestrado em Economia na Faculdade de Economia da Universidade do Porto (FEP). Encontra-se, desde junho, a realizar um estágio na EDP Comercial.

## **Agradecimentos**

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer aos meus orientadores, João Correia da Silva e Joana Pinho, pelo apoio incansável, tempo despendido e todos os ensinamentos que me passaram. Foram bastante decisivos ao longo de todo este tempo.

A todos os meus familiares, especialmente os meus Pais e Irmãos por me proporcionarem esta possibilidade ao longo de todos estes anos.

Ao meu namorado per todo o apoio.

A todos, muito obrigada por terem feiro parte deste percurso.

## Resumo

Esta dissertação tem como objetivo o estudo da concorrência em oligopólios mistos com diferenciação do produto. Um *oligopólio* caracteriza-se pela existência de um número reduzido de empresas e um vasto número de consumidores no mercado. Dizemos que um oligopólio é *misto* se, no mercado, estiverem simultaneamente ativas empresas públicas e privadas. Esta dissertação pretende caracterizar as decisões das empresas públicas e privadas, nomeadamente em termos de preços, num contexto de diferenciação horizontal e vertical do produto. Pretende-se contribuir para a literatura existente através da compreensão do funcionamento dos mercados mistos e da discussão de formas da condução de política de concorrência neste tipo de mercados. Concluiu-se que quanto maior for o peso que a empresa pública atribui ao lucro da privada, mais elevados serão os preços. Tal resultado apenas não se verifica se as empresas produzirem bens complementares. O preço praticado pela empresa privada apresenta valores superiores sempre produtos são complementares e diferenciados verticalmente e o da empresa privada tem qualidade superior ao da pública. O preço praticado pela empresa pública é máximo quando existe diferenciação vertical e não existe diferenciação horizontal, em que os bens são complementares e nos casos em que os bens da empresa privada têm qualidade superior aos da pública. O bem-estar é máximo quando há apenas diferenciação vertical e o bem da empresa pública tem qualidade inferior ao da privada. Do ponto de vista do consumidor, o melhor cenário é aquele em que os produtos são diferenciados horizontal e verticalmente e a empresa pública produz um bem de qualidade inferior.

Códigos JEL: D43; L13; L41; L42

Palavras-chave: Concorrência; Oligopólios Mistos; Diferenciação Horizontal; Diferenciação Vertical.

## **Abstract**

This essay approaches the competition in mixed oligopoly markets with product differentiation. An oligopoly is characterized by the existence of few players and many consumers. It is considered as a mixed oligopoly when there both private and public companies operating. This essay aims to characterize the decisions made by both public and private companies, namely regarding price in a context of horizontal and vertical product differentiation. The objective is to add to the existing literature helping to understand how mixed markets work and possible concurrency policies. It is concluded that the more importance public companies attribute to private companies profits the more they increase price. This does not apply to public firm's complementary goods prices. The price practiced by the private company presents higher values whenever products are complementary and differentiated vertically and the one of the private company has superior quality to the one of the public. The price practiced by the public company is maximum when there is vertical differentiation and there is no horizontal differentiation, where the goods are complementary and in cases where the goods of the private company have higher quality than the public. Well-being is maximum when there is only vertical differentiation and the good of the public firm has inferior quality to the private one. On the other hand, the best scenario for the consumer's is where products are differentiated horizontally and vertically, and the public enterprise produces a good of inferior quality.

***JEL Codes:*** D43; L13; L41; L42

***Keywords:*** Competition; Mixed Oligopoly; Horizontal Differentiation; Vertical Differentiation

# Índice geral

Nota biográfica.....	ii
Agradecimentos.....	iii
Resumo.....	iv
Índice geral.....	vi
Índice de Figuras.....	vii
Índice do Apêndice .....	viii
<b>1. Introdução .....</b>	<b>1</b>
<b>2. Revisão de literatura .....</b>	<b>4</b>
2.1 Concorrência em oligopólios mistos.....	4
2.2 Diferenciação do produto.....	8
<b>Modelo.....</b>	<b>13</b>
3.1 Descrição do Modelo.....	13
3.2 Resolução do modelo .....	14
<b>3. Resultados .....</b>	<b>18</b>
<b>4. Conclusões.....</b>	<b>29</b>
<b>5. Apêndices .....</b>	<b>32</b>
<b>K. Variação de <math>\mu</math> .....</b>	<b>43</b>
<b>6. Referências bibliográficas .....</b>	<b>44</b>

## Índice de Figuras

<b>Figura 1:</b> Impacto do peso do lucro da empresa privada na função bem-estar ( $W$ ) sobre o valor de equilíbrio do bem-estar ( $a=1$ ) .....	18
<b>Figura 2:</b> Impacto do peso do lucro da empresa privada na função do excedente do consumidor ( $EC$ ) sobre o valor de equilíbrio do bem-estar ( $a=1$ ) .....	20
<b>Figura 3:</b> Impacto do peso do lucro da empresa privada na função do lucro da empresa privada ( $\pi_p$ ) sobre o valor de equilíbrio do bem-estar ( $a=1$ ) .....	21
<b>Figura 4:</b> Impacto do peso do lucro da empresa privada na função do lucro da empresa pública ( $\pi_g$ ) sobre o valor de equilíbrio do bem-estar ( $a=1$ ) .....	22
<b>Figura 5:</b> Impacto da diferenciação horizontal no bem-estar ( $W$ ) ( $\mu=0$ ) .....	24
<b>Figura 6:</b> Impacto da diferenciação horizontal no excedente do consumidor ( $EC$ ) ( $\mu=0$ ) .....	25
<b>Figura 7:</b> Impacto da diferenciação horizontal no Lucro de empresa privada ( $\pi_p$ ) ( $\mu=0$ ) .....	26
<b>Figura 8:</b> Impacto da diferenciação horizontal no lucro da empresa pública ( $\pi_g$ ) ( $\mu=0$ ) .....	27

## Índice do Apêndice

A. Quantidades de equilíbrio .....	32
B. Preços de equilíbrio.....	33
C. Lucros .....	34
D. Excedente do consumidor .....	36
E. Bem-estar .....	37
F. Comportamento de $\gamma$ no excedente do consumidor.....	38
G. Variação do preço da empresa privada .....	39
H. Variação do preço da empresa pública.....	40
I. Variação da quantidade da empresa privada .....	41
J. Variação da quantidade da empresa pública.....	42
K. Variação de $\mu$ .....	43



# 1. Introdução

Um *oligopólio* caracteriza-se pela existência de um número reduzido de empresas e um vasto número de consumidores. Apesar de existir concorrência, esta é menor do que em mercados de concorrência perfeita, sendo, por isso, as quantidades oferecidas menores e os preços mais elevados. Contudo, comparando com os resultados num mercado monopolista, os preços em oligopólio são menores e as quantidades oferecidas maiores. Dizemos que um oligopólio é *misto* se, no mercado, estiverem ativas, simultaneamente, empresas públicas e privadas. Exemplos típicos de oligopólios mistos são os relativos à oferta de serviços de saúde ou educação. As empresas públicas e as privadas apresentam habitualmente diferenças notáveis, nomeadamente ao nível do objetivo que perseguem. As empresas privadas têm geralmente como objetivo a maximização do seu lucro, enquanto que, em muitos contextos, as empresas públicas preocupam-se também com o excedente do consumidor.

O tema inerente à presente dissertação prende-se com o estudo da concorrência em oligopólios mistos, nomeadamente em termos de política de preços, num contexto de diferenciação do produto. A *diferenciação do produto* consiste na modificação de um produto de forma a torná-lo mais atrativo para os consumidores e a diferenciá-lo dos produtos oferecidos pelas empresas concorrentes. A diferenciação é uma forma de as empresas se distanciarem das concorrentes e, dessa forma, obterem um maior poder de mercado (Belleflamme e Peitz, 2012). A diferenciação pode ser horizontal ou vertical. Dois bens dizem-se *diferenciados horizontalmente* sempre que a diferença que existe entre eles não altera a qualidade. Com este tipo de diferenciação, as empresas procuram ir de encontro aos diferentes gostos dos consumidores (Di Comite *et al.*, 2014). Ou seja, os bens diferenciados horizontalmente diferem em características que não alterem a sua qualidade. A título ilustrativo, considere-se a venda de camisas vermelhas ou azuis. Suponhamos que as camisas têm a mesma qualidade, sendo iguais em tudo exceto na sua cor. Os consumidores preferirão uma em detrimento da outra com base apenas nos seus gostos pessoais. Por outro lado, existe a *diferenciação vertical* entre dois produtos quando um dos bens é de qualidade superior ao outro. Neste caso, os consumidores chegam a um consenso de que um bem é melhor que o outro, sendo esta diferença na qualidade refletida nos preços de venda (Di Comite *et al.*, 2014). A diferenciação vertical pode ser ilustrada recorrendo de novo ao exemplo das camisas. Desta vez, poderemos estar, por exemplo, num contexto em que as camisas vendidas por diferentes empresas têm diferentes qualidades (e.g., uma delas é fabricada com um tecido de qualidade superior). Neste caso, os consumidores preferirão, tendencialmente,

a camisa com maior qualidade e, conseqüentemente, poderão estar dispostos a pagar mais por essa escolha.

As principais questões de investigação que pretendo responder na presente dissertação são:

- i. Como se caracterizam os preços em mercados onde há concorrência entre empresas públicas e privadas que produzem bens diferenciados?
- ii. Em que medida é que o grau de diferenciação do produto afeta os preços?
- iii. Qual o efeito no bem-estar dos consumidores e no excedente total de variações no grau de diferenciação do produto?

A presente dissertação visa contribuir para uma melhor compreensão do funcionamento dos mercados mistos e das diferentes formas de condução de política de concorrência neste tipo de mercados. Tendo por base o modelo de diferenciação do produto (em oligopólios privados) proposto por Singh e Vives (1984), será analisado um modelo teórico com vista à caracterização da concorrência em oligopólios mistos com diferenciação do produto. Até onde chega o meu conhecimento da literatura, trata-se de uma análise inovadora, visto que a maioria dos modelos teóricos que estudam concorrência em oligopólios mistos assume que as empresas produzem bens homogêneos.

Curiosamente, conclui-se que à medida que empresa pública atribui um maior peso ao lucro da empresa privada, os preços aumentam. Este aumento é verificado tanto nos preços da empresa pública como nos da empresa privada. Isto apenas não se verifica nos preços da empresa pública se os bens vendidos forem complementares. No que respeita o impacto do grau de diferenciação do produto sobre os preços, verificamos que, no caso de bens substitutos, quanto maior o grau da diferenciação horizontal maior são os preços de ambas as empresas. Além disso, o excedente do consumidor é tanto menor quanto menor o grau da diferenciação horizontal do produto. Quanto maior o grau de substituíbilidade dos bens, menores são as quantidades oferecidas quer pela empresa pública quer pela privada. Ao analisarmos o comportamento do preço da empresa privada perante a existência de diferenciação vertical, conclui-se que o preço praticado pela empresa privada é superior sempre que o produto da empresa privada tem uma qualidade superior ao da pública por comparação com o produto da empresa privada com uma qualidade inferior ao da pública ou perante a não existência de diferenciação vertical. Quando o produto oferecido pela empresa privada é de qualidade inferior ao oferecido pela pública, é preferível para a empresa privada a não existência de diferenciação vertical. Este cenário repete-se para os preços da empresa pública sempre que estes apresentam valores positivos. Quando os preços da

empresa pública são negativos, estes são menos negativos sempre que os bens da empresa pública apresentam uma qualidade superior ao da empresa privada. De uma forma geral o preço praticado pela empresa privada é mais elevado perante bens complementares com diferenciação vertical e o produto da empresa privada é de qualidade superior ao da pública. Relativamente à empresa pública, o preço que pratica também é superior quando existe diferenciação vertical, mas não existe horizontal e os bens são complementares além de que os bens da empresa privada têm qualidade superior aos da pública.

Os resultados desta dissertação sugerem que o bem-estar dos consumidores e o excedente total são tanto menores quanto menor for o grau de a diferenciação horizontal. Consta-se também que, na presença de diferenciação vertical, o bem-estar é maior quando o produto da empresa privada é de qualidade superior ao da empresa pública, por comparação com o cenário verificado no qual produto da empresa privada é de qualidade inferior ao da empresa pública e também por comparação com a não existência de diferenciação vertical. Este resultado é válido quer na presença de diferenciação horizontal e vertical em simultâneo, quer na presença de apenas diferenciação vertical. Em todo o caso, na maioria dos cenários analisados, o bem-estar total é superior no caso em que existe apenas diferenciação vertical por comparação com o da existência da diferenciação horizontal e vertical em simultâneo. Tal conclusão verifica-se especialmente no caso de bens complementares em que o produto da empresa privada é de qualidade superior ao da empresa pública. No que diz respeito ao excedente do consumidor, o melhor cenário é aquele em que há simultaneamente diferenciação horizontal e vertical dos produtos, os bens são substitutos e o produto da empresa privada é de qualidade superior ao do da empresa pública.

Esta dissertação está organizada em seis secções. Na secção 2, definirei alguns conceitos chave e, posteriormente, farei uma breve revisão da literatura, focando os aspetos que já foram estudados em relação a este assunto e quais os principais resultados. Na secção 3, apresentarei o modelo teórico que construí com vista à análise da concorrência em oligopólios mistos com diferenciação do produto. Na secção 4, apresentarei os principais resultados recorrendo, sempre que necessário, a uma análise gráfica. Na secção 5, discutirei as conclusões mais relevantes da dissertação e indicarei caminhos naturais no sentido de aprofundar o meu estudo. Por fim, na secção 6, colocarei material de suporte à compreensão e análise do modelo.

## 2. Revisão de literatura

### 2.1 Concorrência em oligopólios mistos

Num dado mercado, existe *concorrência* entre as empresas quando há uma rivalidade na venda de bens, isto é, em que cada unidade vendida tem como objetivo a obtenção da receita líquida<sup>1</sup> máxima (Delp e Mayo, 2017). De acordo com Delp e Mayo (2017), cada vendedor tenta ser o mais atrativo possível, igualando a oferta do rival ou oferecendo mesmo uma proposta mais favorável, de forma a atrair o máximo número de consumidores. Clark (1961) apresenta três características inerentes a um contexto de concorrência: (i) a primeira consiste na existência de rivalidade entre vendedores; (ii) a segunda consiste na possibilidade por parte dos compradores de fazerem escolhas de forma a conseguirem adquirir bens de vendedores diferentes; (iii) e, por fim, a existência de esforços por parte dos vendedores para igualar as ofertas dos outros vendedores ou então apresentar uma oferta superior.

De acordo com Nabin *et al.* (2014), o número de empresas privadas nos países desenvolvidos tem aumentado desde 1980. Gelves e Heywood (2013) e Mukherjee e Sinha (2014) referem que, nos países em desenvolvimento, se tem observado um crescente número de privatizações, o que indicia uma diminuição do número de empresas públicas. De acordo com estes autores, tal fenómeno deve-se ao reconhecimento de que as empresas privadas, por serem mais sensíveis aos sinais do mercado e mais eficientes, apresentam lucros superiores às empresas públicas. Todavia, Gelves e Heywood (2013) concluem que as empresas públicas praticam preços inferiores, com benefícios para o consumidor. No entanto, os autores referem que, para que tal situação se verifique, é necessário que a empresa pública maximize o bem-estar social, produzindo uma quantidade superior à empresa privada. Contudo, Shleifer e Vishny (1994) defendem que o facto de enfrentar uma menor pressão competitiva que a empresa privada, aliado ao facto de ter uma função objetivo diferente, possa fazer com que a produtividade da empresa pública seja menor que a das empresas privadas.

Apesar da tendência decrescente de oligopólios mistos descrita, existem ainda muitos mercados em que observamos a concorrência entre empresas públicas e privadas (Laine e Ma, 2017). De acordo com estes autores, a qualidade dos produtos vendidos não está relacionada com o facto de serem produzidos por empresas públicas ou privadas. Laine e Ma (2017) construíram um modelo de diferenciação vertical do produto com dois estágios. No primeiro estágio, as empresas escolhem simultaneamente a qualidade dos seus bens e, no

---

<sup>1</sup> A receita líquida refere-se à receita bruta de deduções.

segundo estágio, as empresas escolhem simultaneamente preços. Os autores obtiveram múltiplos equilíbrios em termos de qualidade e, conseqüentemente, de preço do produto. Nalguns desses equilíbrios, a qualidade do produto da empresa pública era superior à do produto da empresa privada. Contudo, noutros equilíbrios, ocorria o contrário. Os múltiplos equilíbrios encontrados pelos autores refletem, em certa medida, a diversidade que se observa nos mercados em termos de qualidade. Os autores referem que as universidades são um exemplo típico onde se observam estes dois tipos de configuração do mercado. Nos Estados Unidos da América (EUA), as melhores universidades são, maioritariamente, privadas; porém, no estado da Califórnia ou na Europa, muitas universidades públicas são melhores que as privadas (Deming e Goldin, 2012).

Independentemente do mercado, os consumidores saem beneficiados se a qualidade dos produtos for superior (Laine e Ma, 2017). Laine e Ma (2017) referem que o ótimo social é atingido quando *“a avaliação da qualidade média do consumidor é igual ao custo marginal da qualidade”* (Laine e Ma, 2017, p. 337). Contudo, quando as empresas visam apenas a maximização do seu lucro, apenas se preocupam com o consumidor que é indiferente entre comprar e não comprar. Para se atingir o ótimo social, seria necessário a empresa escolher a qualidade que maximizava o excedente desse consumidor marginal. Segundo Spence (1975), a maximização do excedente desse consumidor levaria a que as qualidades dos produtos fossem ineficientes (o que, segundo o autor, se verifica sempre que o custo do produto é igual ao custo marginal). Laine e Ma (2017) concluem que a existência de um oligopólio misto pode ser uma forma de reduzir esta ineficiência.

De acordo com Matsumura e Kanda (2005), os mercados mistos apenas constituem uma mais-valia (face aos mercados privados) se a empresa pública não tiver prejuízos. Os autores defendem que, perante a perspectiva de prejuízo, as empresas públicas não devem entrar no mercado. De acordo com Matsumura e Kanda (2005), os prejuízos das empresas públicas não são causados pela maximização do bem-estar, mas fruto do seu mau desempenho, nomeadamente através de custos de produção demasiado elevados.

Haraguchi e Matsumura (2016) referem que, num oligopólio misto, a empresa privada tem lucro superior quando enfrenta concorrência pelos preços por comparação à concorrência pelas quantidades. Isto deve-se ao facto de a concorrência pelos preços ser menos agressiva num mercado misto que num mercado onde apenas operam empresas privadas. Num oligopólio privado verifica-se o contrário: neste caso, a concorrência pelos preços conduz a lucros inferiores que a concorrência pelas quantidades, uma vez que a concorrência pelos preços é mais intensa (Haraguchi e Matsumura, 2016). Os autores

concluem que a concorrência em preços num oligopólio misto leva a um aumento do bem-estar, independentemente do número de empresas privadas no mercado. Porém, quanto os autores analisam qual a variável estratégica (preço ou quantidade) que permite à empresa privada obter lucros superiores, verificam que a resposta depende do número de empresas privadas. Quando o número de empresas privadas é suficientemente elevado, o lucro das empresas privadas é superior em concorrência por quantidades comparativamente à concorrência por preços (Haraguchi e Matsumura, 2016).

A existência de mercados mistos poderá ter origem na existência de falhas de mercado, nomeadamente a existência de concorrência imperfeita, que pode levar à intervenção do Estado na economia (Delbono e Lambertini, 2016). A falha de mercado que Delbono e Lambertini (2016) abordam é a colusão<sup>2</sup>. Estes autores consideram que a presença de uma empresa pública no mercado faz com que o dilema do prisioneiro não se verifique, uma vez que o objetivo da empresa pública não é a maximização do lucro. No entanto, os autores adiantam que a existência de uma empresa pode não ser necessária. De acordo com os autores, é suficiente a realização de uma ameaça credível de nacionalização aliada a uma escolha apropriada do peso do lucro da empresa privada na função objetivo da empresa pública resultante da nacionalização, de forma a desencorajar as empresas privadas de realizarem colusão. Os oligopólios mistos podem, portanto, representar uma alternativa à regulação (direta) do mercado, uma vez que a existência de empresas públicas no mesmo é suscetível de alterar o comportamento das empresas privadas (Brandão e Castro, 2007). Uma empresa pública poderá surgir num mercado através da criação de uma nova empresa ou através da nacionalização de uma empresa pública (Delbono e Lambertini, 2016). A ideia de que a existência de uma empresa pública pode permitir corrigir falhas de mercado com vista ao aumento do bem-estar social é também defendida por Stiglitz (1987). Correia-da-Silva e Pinho (2017) estudaram a sustentabilidade da colusão entre empresas privadas quando estas enfrentam a concorrência de empresas públicas. Os autores utilizaram um modelo teórico onde um número arbitrário de empresas privadas e públicas interagem durante um número infinito de períodos. Em cada período, as empresas escolhem simultaneamente quantidades de um bem homogéneo para vender no mercado. Os custos marginais de produção são crescentes com o nível de produção e não há assimetria de custos entre empresas públicas e privadas. Neste modelo, a única distinção entre empresas públicas e privadas diz respeito à função objetivo das empresas, visto que as empresas privadas maximizam lucros, enquanto

---

<sup>2</sup> A colusão ocorre quando duas ou mais empresas concorrentes entre si realizam um acordo que restringe a concorrência.

as empresas públicas maximizam o excedente total. Correia-da-Silva e Pinho (2017) concluíram que a presença de empresas públicas no mercado dificulta a colusão entre empresas privadas. A colusão em oligopólios mistos não é sustentável, mesmo que as empresas sejam pacientes quando o número de empresas privadas é pequeno. Devido à substituíbilidade estratégica, a colusão pode reduzir os lucros, pois uma contração da produção no setor privado conduz a uma expansão no setor público. Merrill e Schneider (1966) também reconhecem que a existência de uma empresa pública pode ser benéfica no curto prazo, através da redução dos preços e do aumento da produção.

Colombo (2018) refere que uma das formas de as empresas privadas conseguirem aumentar os seus preços é através da diminuição da oferta de um determinado produto. Contudo, num mercado misto, a empresa pública poderá expandir a sua produção (para que o preço se aproxime do custo marginal), diminuindo, desta forma, o incentivo para as empresas privadas restringirem a produção. Isto poderá levar à existência de equilíbrios assimétricos em mercados mistos, contrastando com a simetria dos equilíbrios em mercados privados. Todavia, estes equilíbrios assimétricos apenas são possíveis se a empresa pública não for muito ineficiente em relação às privadas.

Na literatura, é habitualmente assumido que as empresas públicas têm como objetivo a maximização do bem-estar social. Contudo, Cremer *et al.* (1991) defendem que nem sempre é socialmente desejável a maximização do excedente total por parte de uma empresa pública (mesmo que esta empresa tenha o mesmo nível de eficiência que as empresas privadas). De acordo com estes autores, a maximização do excedente total pode gerar assimetrias no comportamento das empresas, dando origem a ineficiências. Para ilustrar este fenómeno, os autores construíram um modelo de diferenciação *à la* Hotelling, com custos de transporte quadráticos, e consideraram a existência de três empresas no mercado. Uma das empresas é pública e decide adotar uma política de preços que não é suficientemente agressiva. Esta decisão leva a que as duas empresas rivais, que se encontram no mercado numa posição periférica, se aproximem excessivamente da empresa pública. Estas ineficiências, segundo os mesmos autores, são reduzidas se o número de empresas no mercado aumentar. Cremer *et al.* (1991) defendem também que os oligopólios mistos com apenas uma empresa pública apenas são socialmente preferíveis aos privados se o número de empresas no mercado for igual a dois ou maior ou igual a seis. Assim, os autores referem que, num mercado com apenas empresas privadas, a nacionalização de uma empresa apenas ser socialmente desejável se o número de empresas for igual a dois ou se for suficientemente elevado. Neste caso, as empresas privadas obtêm um lucro maior na presença de uma empresa pública que na sua

ausência. Num mercado com uma única empresa pública, a privatização dessa mesma empresa é socialmente benéfica se o número de empresas no mercado for diferente de dois e não for muito elevado. De Fraja e Delbono (1989) também afirmam que pode ser socialmente preferível que as empresas públicas maximizem os seus lucros em vez de maximizarem o bem-estar social. Os autores concluem ser este o caso em mercados onde o número de empresas é próximo do ótimo, sendo este ótimo obtido através do cálculo do bem-estar para diferentes números de empresas no mercado. Por outro lado, Pal (1998) defende que as empresas públicas não devem comportar-se como uma empresa privada (ou seja, que não devem maximizar os seus lucros), pois conclui que o bem-estar é maior se a empresa pública não produzir nada do que se satisfizer toda a procura de mercado.

## **2.2 Diferenciação do produto**

A diferenciação horizontal não tem como objetivo uma melhoria da qualidade do produto, mas sim o desenvolvimento de diferentes variedades de um determinado bem ou serviço, de forma a ir de encontro à individualidade e gosto dos consumidores (Erhardt e Kotzebue, 2016). Os produtos horizontalmente diferenciados caracterizam-se por serem diferentes, não melhores em termos de qualidade. Este tipo de diferenciação tem um papel importante, pois permite às empresas obterem quotas de mercado adequadas, sem que estas se envolvam numa concorrência prejudicial (Makadok e Ross, 2013). Makadok e Ross (2013) referem que, face à existência de restrições legais ao conluio, uma forma de as empresas obterem poder de mercado é através da diferenciação dos seus produtos. Os autores afirmam que a cooperação ao nível do grau de diferenciação do produto (em que cada empresa comprometer-se-ia a vender uma versão diferente do mesmo produto, com vista à atribuição de um único vendedor a cada comprador) é mais difícil de ser detetada por entidades anti concorrenciais do que a cooperação por preços. Neste caso, a contenção da rivalidade e a vantagem competitiva levam a uma suavização da concorrência entre empresas rivais através da criação de externalidades. A externalidade referida pelos autores ocorre perante o afastamento da empresa concorrente através da diferenciação do produto. A diminuição da rivalidade resulta numa vantagem competitiva sobre a diferenciação, que faz com o lucro aumente.



Thomas e Wilson (2014) estudaram os efeitos da diferenciação horizontal do produto em leilões<sup>3</sup> e negociações multilaterais<sup>4</sup>. Os autores concluíram que a introdução da diferenciação horizontal dos produtos aumenta a intensidade da concorrência de preços entre os vendedores. A diferenciação faz com que o ganho do consumidor seja o mesmo (tanto em leilões como em negociações multilaterais) quando há dois ou quatro vendedores no mercado. Se os produtos forem homogêneos, o ganho esperado do consumidor em leilões é superior ao verificado nas negociações multilaterais. No que se refere ao comportamento dos vendedores, a introdução da diferenciação horizontal torna a concorrência mais intensa.

Belleflamme e Peitz (2012) referem que a diferenciação horizontal dos produtos relaxa a concorrência em preços. Contudo, esta pode levar a uma instabilidade econômica, uma vez que, em modelos de concorrência imperfeita, quando o preço é definido estrategicamente e as empresas podem escolher que tipo de produto produzir, estas decidem diferenciar o produto, oferecendo melhores substitutos, de forma a gerar mais procura. Correia-da-Silva e Pinho (2011) estudaram um modelo *à la* Hotelling com custos de transporte quadráticos, no qual as empresas escolhem simultaneamente o grau de diferenciação do produto mas em que a diferenciação (face a um dado *standard*) implica custos de produção mais elevados. Os autores concluem que as escolhas das empresas, relativamente ao grau de diferenciação, dependem da magnitude dos custos de diferenciação relativamente aos custos de transporte suportados pelos consumidores.

Belleflamme e Peitz (2012) defendem igualmente que o relaxamento na concorrência de preços, verificado na presença de diferenciação horizontal, também pode ocorrer na presença de diferenciação vertical. Quando, no primeiro estágio, as empresas definem sequencialmente a qualidade e, no segundo estágio, os preços de forma simultânea, o incentivo ao relaxamento na concorrência de preços é muito elevado. Isto leva a que ambas as empresas beneficiem da existência da empresa a produzir um bem de qualidade inferior, apresentando também uma qualidade inferior (Belleflamme e Peitz, 2012).

As empresas utilizam a diferenciação vertical para diferenciar os seus produtos através da qualidade (Erhardt e Kotzebue, 2016). Em todo o caso, o aumento na qualidade é acompanhado pelo aumento nos custos de produção (Porter, 1996). Este aumento dos custos leva a que os bens de maior qualidade normalmente sejam vendidos a um preço mais

---

<sup>3</sup> Os leilões consistem na venda de bens em que não há um preço pré-definido. este vai surgir mediante as ofertas existentes.

<sup>4</sup> As negociações multilaterais são negociações que combinam características dos leilões e de negociações bilaterais (Thomas e Wilson, 2014). As negociações bilaterais são negociações que ocorrem entre duas partes. Segundo Thomas e Wilson (2014) nas relações multilaterais o comprador solicita ofertas de vários vendedores diferentes e depois, de forma a obter concessões adicionais, tenta colocar os vendedores uns contra os outros.

elevado que os bens de menor qualidade (Chioveanu, 2012). De acordo com Chen (2017), a discriminação de preços<sup>5</sup>, associada à diferenciação vertical do produto, conduz a uma melhoria de bem-estar social, mesmo que a produção agregada não sofra alterações.

Na literatura, quando se estuda diferenciação vertical do produto, comumente é concluído que o produto de qualidade superior é preferido ao de nível de qualidade mais baixo (Altug, 2016). Porém, Moorthy (1984) (cfr. Altug, 2016, página 35) refere que “*se os produtos de menor qualidade forem suficientemente atraentes, os consumidores finais podem achar que é benéfico comprar o produto de menor qualidade em vez de comprar o produto de melhor qualidade*”. Assim, certos consumidores podem preferir comprar um produto de qualidade alta, enquanto outros podem preferir os produtos de baixa qualidade (Chioveanu, 2012). Quando os consumidores têm que escolher entre dois produtos com diferentes níveis de qualidade, tentam antecipar a sua utilidade esperada, por forma a escolher o produto que lhes dará uma utilidade superior. Contudo, por vezes, esta antecipação pode estar sujeita a erros, e.g., se os consumidores apresentarem um excesso de otimismo relativamente ao uso que darão a um determinado bem ou até mesmo o reconhecimento errado da qualidade de um produto (Bienenstock, 2017).

Zhang e Cao (2014) referem que os diferentes níveis de qualidade que as empresas escolhem para os seus produtos podem servir para que estas consigam servir diferentes tipos de consumidores. De acordo com estes autores, existem duas formas de uma empresa vender produtos com qualidades distintas: (i) a empresa pode vender os dois produtos numa única loja, ou (ii) vender em lojas separadas, sendo que numa loja apenas vende o produto de qualidade alta e na outra loja vende o produto com qualidade inferior. Ao vender os produtos com diferentes qualidades em lojas diferentes, a empresa poderá ser capaz de segmentar melhor os seus consumidores. Zhang e Cao (2014) concluem que, quando os consumidores não estão bem informados acerca da qualidade dos produtos, as empresas devem vender os dois tipos de qualidade dos produtos numa única loja, mesmo que o custo de ter uma loja adicional seja igual a zero, pois torna a sinalização mais eficiente, que, por sua vez, conduz a lucros superiores. Além disso, quando os produtos de alta e baixa qualidade são vendidos numa única loja, torna-se mais fácil para o vendedor promover os produtos de qualidade superior. Por outro lado, quando os consumidores estão informados acerca da qualidade dos produtos e esta é observável, vender os produtos em diferentes lojas (de acordo com a sua qualidade) é mais lucrativo se o benefício da segmentação for superior ao custo da loja adicional.

---

<sup>5</sup> A discriminação de preços consiste na cobrança de diferentes preços ao mesmo tipo de produto.

Wauthy (1996) estudou um duopólio diferenciado verticalmente, construindo um jogo com dois estágios. No primeiro estágio, as empresas escolhem simultaneamente a qualidade do produto; e, no segundo estágio, as empresas escolhem simultaneamente os preços. O autor concluiu que, se os consumidores apresentarem uma vasta distribuição dos seus gostos (ou seja, se os gostos forem muito heterogêneos), o mercado é servido de forma parcial. No entanto, se os gostos dos consumidores forem próximos, existe uma maior competição pelos preços. Para que esta concorrência pelos preços relaxe, é necessário um aumento da diferenciação do produto.

Uma forma de as empresas diferenciarem os seus bens em termos de qualidade é investindo em Investigação e Desenvolvimento (I&D), por forma a melhorarem o seu produto e a torná-lo mais atrativo para os consumidores. Apesar de as empresas se quererem diferenciar umas das outras, podem considerar o investimento em I&D arriscado, uma vez que as suas pesquisas podem falhar e não ocorrerem melhorias efetivas de qualidade (Tse, 2001). Tse (2001) concluiu que, o investimento em projetos seguros que levem a melhorias de qualidade pequenas, devem ser praticados por algumas empresas, de modo a garantir uma melhoria constante. Por outro lado, outras empresas devem procurar melhorias de qualidade mais profundas, de modo a obterem mudanças mais significativas. Tse (2001) refere também que, se os gostos dos consumidores forem pouco heterogêneos, a empresa que fornece um bem a qualidade superior achará lucrativo servir todo o mercado. Por outro lado, se os consumidores tiverem gostos muito heterogêneos, deixa de ser rentável para a empresa de maior qualidade servir todo o mercado. Isto leva ao surgimento de um oligopólio natural, onde existe uma diminuição dos incentivos ao investimento de melhoria de qualidade do produto, devido ao facto de se verificar uma menor relação entre o ganho de uma empresa e a sua melhoria em relação à outra empresa.

Cheng e Peng (2014) estudaram as decisões de diferenciação de qualidade no caso em que as empresas produzem vários produtos, de modo a explicar o aparecimento da diferenciação de qualidade segmentada<sup>6</sup>. Concluem que um monopolista vende sempre uma única qualidade do produto. Em contrapartida, em duopólio, é verificada a diferenciação segmentada da qualidade dos produtos, uma vez que as empresas possuem incentivos para diminuir o número de produtos em que enfrentam concorrência direta, de modo a suavizar a concorrência pelos preços. Os autores concluem ainda que, em duopólio, a empresa que produz um bem de qualidade mais elevada nunca oferece mais produtos que a empresa que

---

<sup>6</sup> Estamos perante qualidade segmentada sempre que os produtos de uma empresa apresentam uma maior qualidade e um preço superior ao da outra empresa.

detêm de uma qualidade do produto inferior, e a diferenciação de qualidade entre produtos próximos pertencentes a empresas diferentes é maior que a diferenciação ocorrida, por esses mesmos produtos, numa mesma empresa.

Kitamura e Shinkai (2015) estudaram um duopólio em que cada uma das empresas fornece dois tipos de produtos diferenciados verticalmente, sendo um de qualidade elevada e outro de qualidade baixa. Os autores chegam à conclusão de que, em equilíbrio, a empresa mais eficiente produz um maior número de bens de qualidade elevada, já a empresa menos eficiente produz um número superior de produtos com uma qualidade baixa. Bienenstock (2017) refere que, num duopólio com diferenciação vertical, existem duas forças opostas. Uma primeira relacionada com um efeito de preço e uma outra com um efeito de poder de mercado. A primeira leva a que as empresas aumentem a qualidade dos seus produtos, já a segunda leva a que as empresas aumentem a diferenciação do mesmo.

Doganoglu e Inceoglu (2015) estudaram os efeitos para o bem-estar da saída do produto com baixa qualidade do mercado. Os autores apuraram que esta saída leva a um aumento da procura do produto com qualidade alta, uma vez que a rentabilidade deste aumenta, sendo por isso esperado que o número de empresas ativas no mercado aumente. Quando o bem de qualidade reduzida é banido do mercado, o aumento do número de empresas a produzirem apenas bens de elevada qualidade leva a uma diminuição do preço desse bem (Doganoglu e Inceoglu, 2015). Além disso, os autores referem que, se o custo marginal do bem de qualidade superior não for muito diferente do preço que era praticado pelo bem inferior, ou se a sensibilidade dos consumidores para o preço do bem de qualidade alta for inferior, o bem-estar dos consumidores aumenta com a saída do bem de qualidade baixa.

Gilbert e Matutes (1993) analisaram um modelo de diferenciação vertical e outro de diferenciação horizontal do produto. Os autores argumentam que, se as empresas são concorrentes próximas, devem apostar na diferenciação vertical, especializando-se em apenas um produto, permitindo assim a entrada de concorrentes. Se as empresas não forem concorrentes próximas, os lucros serão maiores se estas optarem por produzir uma gama completa de produtos empregando apenas a diferenciação horizontal dos mesmos.

Após uma incursão pela literatura existente, será agora apresentando o modelo que servirá de suporte ao estudo que se pretende realizar na presente dissertação.

## Modelo

### 3.1 Descrição do Modelo

Procederei agora à descrição da metodologia utilizada na dissertação, com vista à resposta das questões de investigação previamente identificadas. De forma a analisar a concorrência em oligopólios mistos com diferenciação do produto, construí um modelo teórico que tem como base o modelo proposto por Singh e Vives (1984). Singh e Vives (1984) estudaram concorrência num mercado duopolista em que cada empresa (privada) vende bens diferenciados. Ao contrário destes autores, considerarei um mercado constituído por duas empresas, sendo que uma delas é privada ( $p$ ) e a outra pública ( $g$ ).

No mercado, existe um conjunto de consumidores que maximiza a sua utilidade, dada por:

$$U(q_g, q_p) = \alpha q_p + q_g - \frac{1}{2}(q_g^2 + q_p^2 + 2\gamma q_g q_p)$$

onde  $q_g$  e  $q_p$  denotam a quantidade consumida do produto da empresa pública e a quantidade do produto da empresa privada, respetivamente. O excedente do consumidor é, portanto, dado por:

$$EC(q_g, q_p) = \alpha q_p + q_g - \frac{1}{2}(q_g^2 + q_p^2 + 2\gamma q_g q_p) - P_p q_p - P_g q_g$$

onde  $P_g$  representa o preço do produto da empresa pública e  $P_p$  o preço do produto da empresa privada. O excedente do consumidor representa a diferença entre o que o consumidor representativo estaria disposto a pagar e o que efetivamente paga. Assim, quanto maior o excedente do consumidor maior o benefício para os consumidores. O parâmetro  $\alpha \in ]0, +\infty[$  captura o grau de diferenciação vertical dos produtos vendidos pelas duas empresas:

- se  $\alpha = 1$ , não existe diferenciação vertical do produto;
- se  $\alpha < 1$ , o produto da empresa privada é de qualidade inferior ao da empresa pública;
- se  $\alpha > 1$ , o produto da empresa privada é de qualidade superior ao da empresa pública.

O parâmetro  $\gamma \in [-1, 1]$  representa o grau de diferenciação horizontal dos produtos:

- se  $\gamma = 1$ , os bens vendidos pelas duas empresas são homogêneos e, conseqüentemente, substitutos perfeitos, ou seja, são bens que não apresentam diferença entre si;
- se  $\gamma = 0$ , os bens são independentes. Os bens são independentes, quando, tal como o próprio nome indica, a procura de um não depende da procura do outro, ou seja, uma variação no preço de um determinado bem, não influencia a quantidade procurada do outro bem;
- por fim, se  $\gamma < 0$ , os bens são complementares. Os bens complementares são bens cujo o seu consumo deve ser efetuado em conjunto. Isto significa que o aumento do consumo de um dos bens, leva ao aumento do consumo do outro bem. Um exemplo deste tipo de bens é por exemplo combustível e carros.

As empresas escolhem simultaneamente as quantidades,  $q_g$  e  $q_p$ , para vender no mercado. Assumirei que a empresa privada se distingue da empresa pública apenas na sua função objetivo: a empresa privada tem como objetivo a maximização do seu lucro, enquanto a empresa pública tem como objetivo a maximização do excedente total. Ou seja, assumirei que as funções custos são iguais para as duas empresas. Por simplicidade, assumirei que as empresas têm custos marginais de produção constantes, que normalizarei para zero.

### 3.2 Resolução do modelo

Iniciarei a análise com a obtenção das funções procura das empresas privada ( $p$ ) e pública ( $g$ ). Dados os preços, as quantidades procuradas são aquelas que maximizam o excedente do consumidor:

$$\max_{\{q_p, q_g\}} EC(q_p, q_g)$$

Resolvendo as condições de primeira ordem (CPO) associadas a este problema de maximização, obtemos<sup>7</sup>:

---

<sup>7</sup> As condições de segunda-ordem associadas a este problema de maximização são satisfeitas, uma vez que:  $\frac{\partial^2 EC}{\partial q_p^2} = -1 < 0$ ;  $\frac{\partial^2 EC}{\partial q_g^2} = -1 < 0$ ;  $\left(\frac{\partial^2 EC}{\partial q_p \partial q_g}\right)^2 - \frac{\partial^2 EC}{\partial q_p^2} \frac{\partial^2 EC}{\partial q_g^2} < 0 \Leftrightarrow \gamma > -1$

$$\begin{cases} \frac{\partial EC}{\partial q_p} = 0 \\ \frac{\partial EC}{\partial q_g} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha - q_p - \gamma q_g - P_p = 0 \\ 1 - q_g - \gamma q_p - P_g = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P_p = \alpha - q_p - \gamma q_g \\ P_g = 1 - q_g - \gamma q_p \end{cases}$$

Dadas as funções procura de cada empresa, podemos obter as funções lucro individual. Uma vez que as empresas não têm custos de produção, as funções lucro coincidem com as receitas:

$$\pi_p = P_p q_p = (\alpha - q_p - \gamma q_g)q_p$$

$$\pi_g = P_g q_g = (1 - q_g - \gamma q_p)q_g$$

Assumirei que a empresa pública maximiza uma medida de bem-estar social,  $W$ , que corresponde à soma ponderada do excedente do consumidor, do seu lucro e do lucro da empresa privada:

$$\begin{aligned} W &= EC + \pi_g + \mu \pi_p = \\ &= \alpha q_p + q_g - \frac{1}{2}(q_g^2 + q_p^2 + 2\gamma q_g q_p) - P_p q_p - P_g q_g + P_g q_g + \mu P_p q_p \end{aligned}$$

onde  $\mu \in [0,1]$  representa o peso que a empresa pública atribui ao lucro da empresa privada. Naturalmente, quando maior o valor deste parâmetro, maior é esse mesmo peso. Em particular, se:

- $\mu = 0$ , a empresa pública não atribui nenhum peso ao lucro da empresa privada;
- $\mu = 1$ , a empresa pública atribui tanta importância ao lucro da empresa privada como ao seu próprio lucro.

Como veremos posteriormente, para que as duas empresas estejam ativas no mercado em equilíbrio, é necessário que seja cumprido o seguinte pressuposto.

**Pressuposto 1.**  $\gamma^2 \mu < 2$ ,  $\alpha > \gamma$ ,  $\alpha \gamma \mu < 2$ .

A empresa pública escolhe a quantidade que é solução do seguinte problema de maximização:

$$\max_{q_g} W(q_g, q_p)$$

enquanto a empresa privada escolhe a quantidade que maximiza o seu lucro individual:

$$\max_{q_p} \pi_p(q_p, q_g)$$

Manipulando as condições de primeira ordem associadas aos problemas de maximização das duas empresas, obtemos:

$$\frac{\partial \pi_p}{\partial q_p} = 0 \Leftrightarrow \alpha - 2q_p - q_g\gamma = 0 \Leftrightarrow q_p = \frac{\alpha - q_g\gamma}{2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial q_g} = 0 &\Leftrightarrow 1 - q_g - \gamma q_p + \gamma q_p - 1 + 2q_g + \gamma q_p + 1 - 2q_g - \gamma q_p - \mu\gamma q_p = 0 \\ &\Leftrightarrow q_g = 1 - \mu\gamma q_p \end{aligned}$$

Combinado as funções melhor-resposta, obtém-se:<sup>8</sup>

$$\begin{cases} q_p = \frac{\alpha - q_g\gamma}{2} \\ q_g = 1 - \mu\gamma q_p \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q_p^* = \frac{\alpha - \gamma}{2 - \gamma^2\mu} \\ q_g^* = \frac{2 - \alpha\gamma\mu}{2 - \gamma^2\mu} \end{cases}$$

Uma vez calculadas as quantidades de equilíbrio de Nash, podemos obter as expressões para os preços de equilíbrio de cada empresa:<sup>9</sup>

$$P_p = \alpha - q_p^* - \gamma q_g^* \Leftrightarrow P_p^* = \frac{\alpha - \gamma}{2 - \gamma^2\mu}$$

$$P_g = 1 - q_g^* - \gamma q_p^* \Leftrightarrow P_g^* = -\frac{(\alpha - \gamma)\gamma(1 - \mu)}{2 - \gamma^2\mu}$$

---

<sup>8</sup> No apêndice A, apresento com mais detalhe os cálculos efetuados.

<sup>9</sup> No apêndice B, é possível consultar o detalhe dos cálculos.



Como  $\alpha > \gamma$  e  $\gamma^2\mu < 2$  (Pressuposto 1), verificamos que o preço em equilíbrio da empresa privada é sempre positivo<sup>10</sup>. Por outro lado, o preço de equilíbrio da empresa pública pode ser positivo ou negativo, dependendo do valor tomado pelo parâmetro  $\gamma$ <sup>11</sup>. Se  $\gamma < 0$ , o preço de equilíbrio da empresa pública é positivo. Por outro lado, se  $\gamma > 0$ , o preço de equilíbrio da empresa pública é negativo, ou seja, como o custo é igual a zero, a empresa pública vende o seu bem abaixo do custo, apresentando prejuízo.

Uma vez determinados os valores de equilíbrio para os preços e as quantidades, seguem trivialmente os lucros de equilíbrio:<sup>12</sup>

$$\pi_p = P_p^* q_p^* \Leftrightarrow \pi_p^* = \frac{(\alpha - \gamma)^2}{(2 - \gamma^2\mu)^2}$$

$$\pi_g = P_g^* q_g^* \Leftrightarrow \pi_g^* = -\frac{(\alpha - \gamma)\gamma(1 - \mu)(2 - \alpha\gamma\mu)}{(2 - \gamma^2\mu)^2}$$

Verificamos, portanto, que o lucro da empresa pública é positivo se  $\gamma > 0$  e é negativo se  $\gamma < 0$ .<sup>13</sup> Este resultado decorre, tal como visto acima, do facto da empresa pública poder, por forma a satisfazer as necessidades do consumidor, vender o seu bem abaixo do custo marginal.

Por último, as expressões de equilíbrio para o excedente do consumidor e da medida de bem-estar considerada são, respetivamente:<sup>14</sup>

$$EC^* = \frac{4 - 3\gamma^2 + 2\alpha\gamma[1 - (2 - \gamma^2)\mu] + \alpha^2(1 - \gamma^2(2 - \mu))\mu}{2(2 - \gamma^2\mu)^2}$$

e

$$W^* = \frac{4 + (\alpha - \gamma)^2 + 2\mu(\alpha^2 - 2\alpha\gamma - \gamma^2) - \alpha(\alpha - 2\gamma)\gamma^2\mu^2}{2(2 - \gamma^2\mu)^2}$$

---

<sup>10</sup> No apêndice G, é possível consultar os gráficos que apresentam as variações dos preços da empresa privada de acordo com  $\gamma$  e  $\alpha$ .

<sup>11</sup> No apêndice H, é possível consultar os gráficos que apresentam as variações dos preços da empresa pública de acordo com  $\gamma$  e  $\alpha$ .

<sup>12</sup> Consultar, por favor, o apêndice C para detalhe dos cálculos.

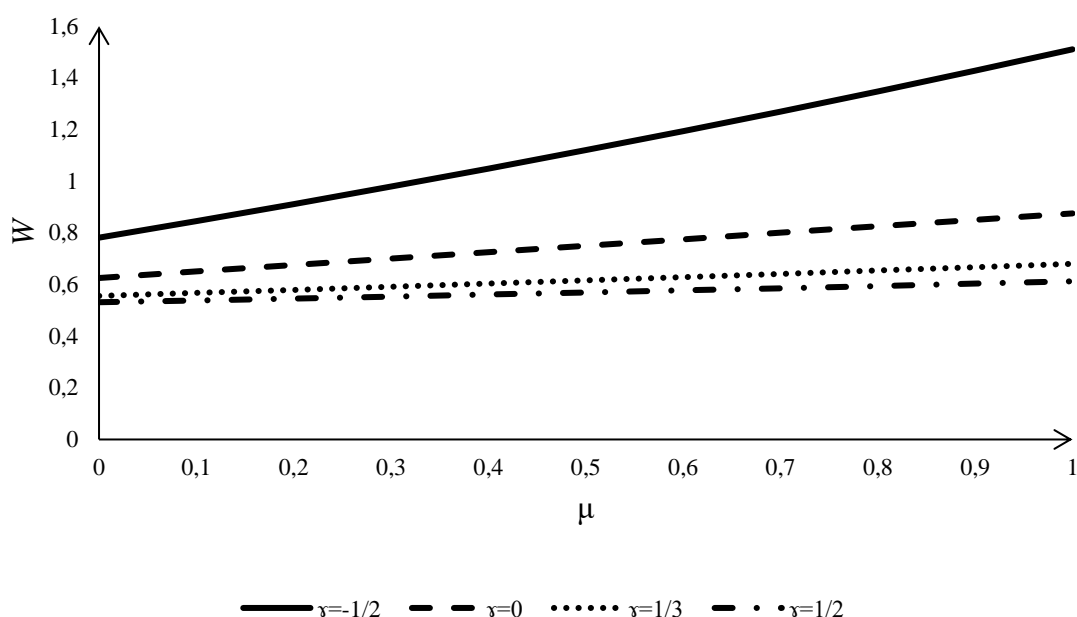
<sup>13</sup> Em Portugal, existem empresas públicas que atuam no mercado e que apresentam lucros negativos, nomeadamente os Comboios de Portugal e o Sistema Nacional de Saúde.

<sup>14</sup> Consultar, por favor, os apêndices D e E para cálculos detalhados.

### 3. Resultados

De forma a ilustrar os principais resultados do modelo, construirei alguns gráficos onde levarei a cabo uma análise de estática comparada. Nesta análise, focar-me-ei nos parâmetros do modelo relativos à diferenciação vertical e horizontal do produto ( $\alpha$  e  $\gamma$ ), bem como do peso que a empresa pública atribui ao lucro da empresa privada na sua função objetivo ( $\mu$ ).

Começarei por analisar o caso em que não há diferenciação vertical do produto, i.e., que  $\alpha = 1$ . Vejamos qual o impacto do peso que a empresa pública atribui ao lucro da empresa privada ( $\mu$ ), para diferentes níveis de diferenciação horizontal.



**Figura 1:** Impacto do peso do lucro da empresa privada na função bem-estar sobre o valor de equilíbrio do bem-estar ( $\alpha=1$ )

A Figura 1 permite apurar que quanto maior é o peso do lucro da empresa privada na função objetivo da empresa pública ( $W = EC + \pi_g + \mu\pi_p$ ), maior é o bem-estar social. Este resultado pode ser explicado com a análise do efeito da variação de  $\mu$  no lucro da empresa privada, que é obtido pela multiplicação do preço pela quantidade. Ao analisarmos o que acontece aos preços<sup>15</sup> da empresa privada com o aumento do peso que a empresa pública atribui ao lucro da privada, verificamos que este aumenta. O mesmo se verifica nas quantidades<sup>16</sup> da empresa privada. Estes aumentos levam a que o lucro da empresa privada

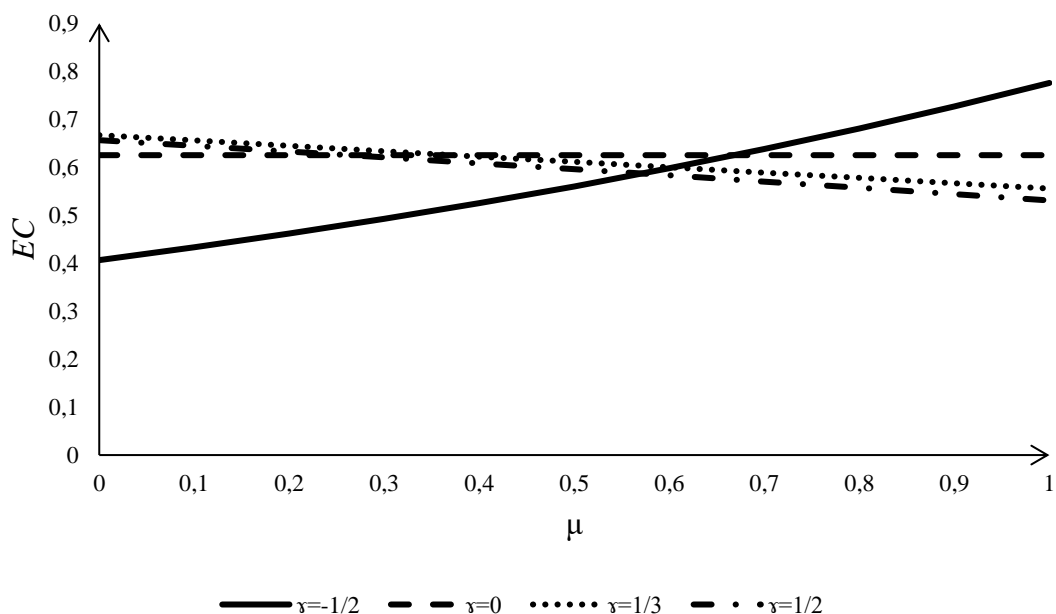
<sup>15</sup> Consulte, por favor, o apêndice G.

<sup>16</sup> A variação das quantidades da empresa privada pode ser consultada no apêndice I.

aumente com o aumento de  $\mu$ . O aumento do lucro da empresa privada com o aumento de  $\mu$  explica o comportamento do bem-estar perante o aumento do peso que a empresa pública atribui ao lucro da privada. Se analisarmos o comportamento da empresa pública<sup>17</sup> verificamos que, perante bens complementares ( $\gamma < 0$ ), o aumento do peso que a empresa pública atribui ao lucro da privada leva a uma diminuição dos preços praticados e a um aumento das quantidades produzidas. Se os bens forem independentes ( $\gamma = 0$ ), tanto os preços como as quantidades se mantêm constantes independentemente da variação de  $\mu$ . Por fim, ao analisarmos os bens substitutos ( $\gamma > 0$ ), verificamos que estes apresentam um comportamento contrário aos complementares. As quantidades destes diminuem com o aumento de  $\mu$  e o seu preço sofre um aumento, apesar de permanecer negativo. Contudo, de um modo geral, e de acordo com o representado graficamente, o bem-estar aumenta perante um aumento de  $\mu$ . Este aumento é mais evidente quando os bens são complementares (i.e.,  $\gamma < 0$ ). Neste caso, o do peso que a empresa pública atribui ao lucro da privada leva a uma diminuição dos preços praticados pela empresa pública e, conseqüentemente, do lucro da mesma, contudo faz com que o excedente do consumidor tenha um aumento mais pronunciado, uma vez que os consumidores conseguem aumentar a sua quantidade produzida. Concluimos ainda que, se os bens são substitutos ( $\gamma > 0$ ), quanto menor o grau de diferenciação horizontal do produto, menor é o valor de equilíbrio da medida de bem-estar total considerada (W).

---

<sup>17</sup> Os apêndices H e J mostram a variação dos preços e das quantidades, respetivamente.

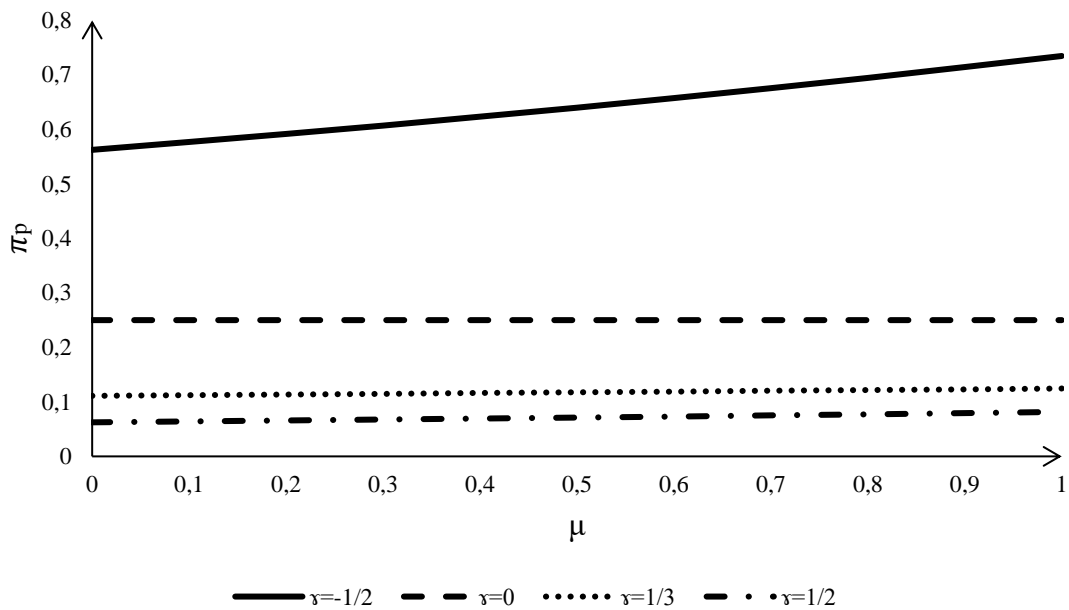


**Figura 2:** Impacto do peso atribuído pela empresa pública ao lucro da empresa privada ( $\mu$ ) no excedente do consumidor ( $a=1$ )

Como se constata pela análise da Figura 2, o impacto de  $\mu$  no excedente do consumidor é distinto dependendo se os bens são substitutos ou complementares. Quando os bens são substitutos ( $\gamma > 0$ ), o excedente do consumidor é tanto menor quanto maior o valor do peso no mercado atribuído pela empresa pública ao lucro da empresa privada. Por outro lado, quando os bens são complementares ( $\gamma < 0$ ), o contrário é verificado, ou seja, o excedente do consumidor, perante bens complementares é tanto maior quanto maior o valor do peso no mercado atribuído pela empresa pública ao lucro da empresa privada. Quando os bens são independentes ( $\gamma = 0$ ), o excedente do consumidor mantém-se sempre igual, independentemente do valor de  $\gamma$ . Na Figura 2, verificamos também que, quando os bens são substitutos, quanto menor o grau da diferenciação horizontal do produto (i.e., maior o valor de  $\gamma$ ), menor o excedente do consumidor em equilíbrio. A variação de  $\gamma$  faz com que as quantidades variem, sendo que quanto maior o seu valor, menor a quantidade, quer da empresa pública, quer da privada.<sup>18</sup> Isto significa que uma diminuição da diferenciação horizontal leva a uma diminuição da quantidade e essa diminuição leva a um aumento dos preços praticados fazendo com que o excedente do consumidor diminua. De forma geral, quando  $\gamma = 0$  o excedente do consumidor apresenta o melhor cenário, quando estamos perante bens substitutos. Por outro lado, quando estamos perante um cenário em que a o

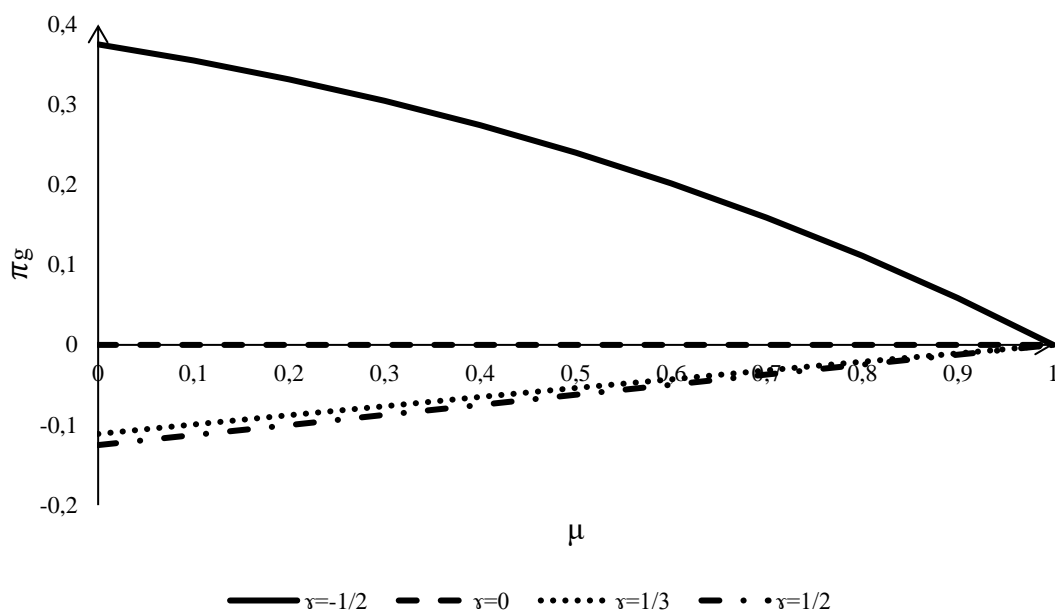
<sup>18</sup> Ver, por favor, a análise da variação das quantidades na função do excedente do consumidor no apêndice F.

peso que a empresa pública atribuí ao lucro da privada é maior, o excedente do consumidor obtém um valor mais elevado na presença de bens complementares, i.e.,  $\gamma < 0$ .



**Figura 3:** Impacto do peso atribuído pela empresa pública ao lucro da empresa privada ( $\mu$ ) no lucro de equilíbrio da empresa privada,  $\pi_p$  ( $\alpha=1$ )

Naturalmente, o lucro da empresa privada é tanto maior quanto mais elevado for o peso que a empresa pública atribui ao lucro da empresa privada. Este resultado pode ser explicado pelo facto de que quanto maior for o valor de  $\mu$  menos agressiva é a empresa pública no mercado. Isto fará com que a concorrência seja menor e conseqüentemente os lucros mais elevados. Este cenário apenas não se verifica quando estamos perante bens independentes, pois neste caso o lucro da empresa privada é constante, independentemente do valor de  $\mu$ . Uma possível explicação para este resultado prende-se com o facto de bens independentes não competirem entre si, uma vez que a variação do preço de um bem não influencia a quantidade procurada do outro bem. Ou seja, o aumento da concorrência não afeta este tipo de bens, fazendo com que o lucro da empresa privada se mantenha constante. Além disso, perante bens substitutos, a diminuição da diferenciação horizontal faz com que os lucros da empresa privada diminuam, uma vez que quando a  $\gamma$  apresenta um valor menor o lucro da empresa privada é superior por comparação a um peso maior de  $\gamma$ . Neste cenário o melhor para a empresa privada é a existência de bens complementares, pois é desta forma que a empresa privada obtém um lucro mais elevado.



**Figura 4:** Impacto do peso atribuído pela empresa pública ao lucro da empresa privada ( $\mu$ ) no lucro de equilíbrio da empresa pública,  $\pi_g$  ( $a=1$ )

Ao analisarmos a Figura 4, verificamos que, para os valores dos parâmetros considerados, o lucro da empresa pública é negativo. Este resultado apenas não se verifica nos bens complementares (i.e.,  $\gamma < 0$ ), tal como foi referido na resolução do modelo, acima. Neste tipo de bens é observado que, à medida que o peso que a empresa pública atribui ao lucro da empresa privada aumenta, o lucro da empresa pública diminui, uma vez que a sua agressividade no mercado diminui. Verificamos também que o lucro da empresa pública tem diferentes comportamentos dependendo no nível de diferenciação horizontal. Perante bens substitutos verificamos que o lucro da empresa pública é sempre negativo. Contudo este, com o aumento do peso atribuído pela empresa pública ao lucro da empresa privada, vai aumentando. Por fim, quando os bens são independentes, o lucro da empresa pública é constante e igual a zero, não sofrendo variações com o aumento do peso atribuído ao lucro da empresa privada. A razão para isto é análoga à referida anteriormente na análise do lucro privado.

Estas quatro primeiras representações gráficas levam-nos a afirmar que a presença de bens complementares no mercado é mais benéfica tanto para os consumidores como para as empresas para a maioria dos cenários analisados. Esta conclusão apenas não se aplica no que refere ao excedente do consumidor, quando  $\mu < 0,7$ . Se os bens forem substitutos, quanto menor a diferenciação horizontal, menores são os lucros das duas empresas, o excedente do consumidor e, conseqüentemente, do bem-estar total. Por fim, verificamos

que, tanto para o bem-estar como para o lucro da empresa privada, quanto maior o peso que a empresa pública atribui ao lucro da empresa privada maior são estes parâmetros. Se os bens são diferenciados horizontalmente, quanto maior o peso que a empresa pública atribui ao lucro da empresa privada, menor é o excedente do consumidor. Assim, uma menor preocupação da empresa pública face ao lucro da privada leva a um menor excedente do consumidor. Relativamente ao lucro da empresa pública, perante bens substitutos, apesar de este ser sempre negativo, quanto maior o peso que a empresa pública atribui ao lucro da empresa privada, menos negativo é o lucro da empresa privada.

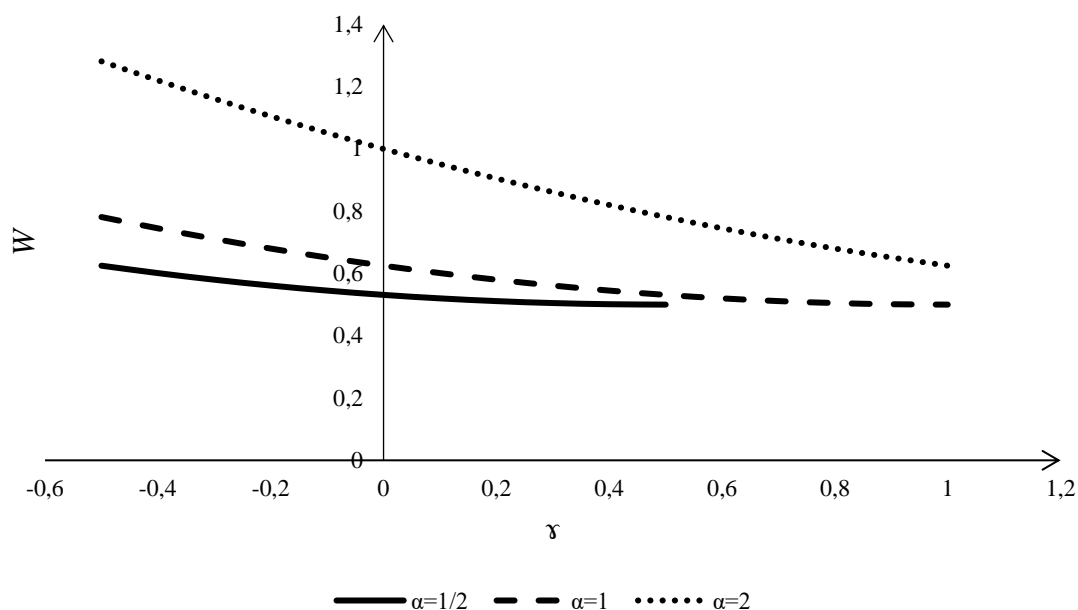
Nos próximos gráficos, irei analisar o impacto da diferenciação horizontal no bem-estar, no excedente do consumidor, no lucro da empresa privada e no lucro da empresa pública perante três diferentes cenários:

- i. sem diferenciação vertical, i.e.,  $\alpha = 1$ ;
- ii. o produto da empresa privada tem qualidade inferior ao da empresa pública, i.e.,  $\alpha < 1$ ;
- iii. o produto da empresa privada é de qualidade superior ao do da empresa pública, i.e.,  $\alpha > 1$ .

Nos gráficos seguintes, assumirei ainda que  $\mu = 0$ , ou seja, que a empresa pública apenas maximiza a soma do seu lucro individual com o excedente do consumidor. Isto representa um cenário onde a empresa pública não valoriza o lucro da empresa privada. De referir que para outros valores de  $\mu$  (nomeadamente  $\mu = 1/2$ ) os gráficos obtidos seriam idênticos.<sup>19</sup> Além disso, para  $\mu = 1$ , i.e., quando o peso atribuído pela empresa pública ao lucro da empresa privada é máximo, a empresa pública obtém lucros iguais a zero, independentemente do tipo de diferenciação.

---

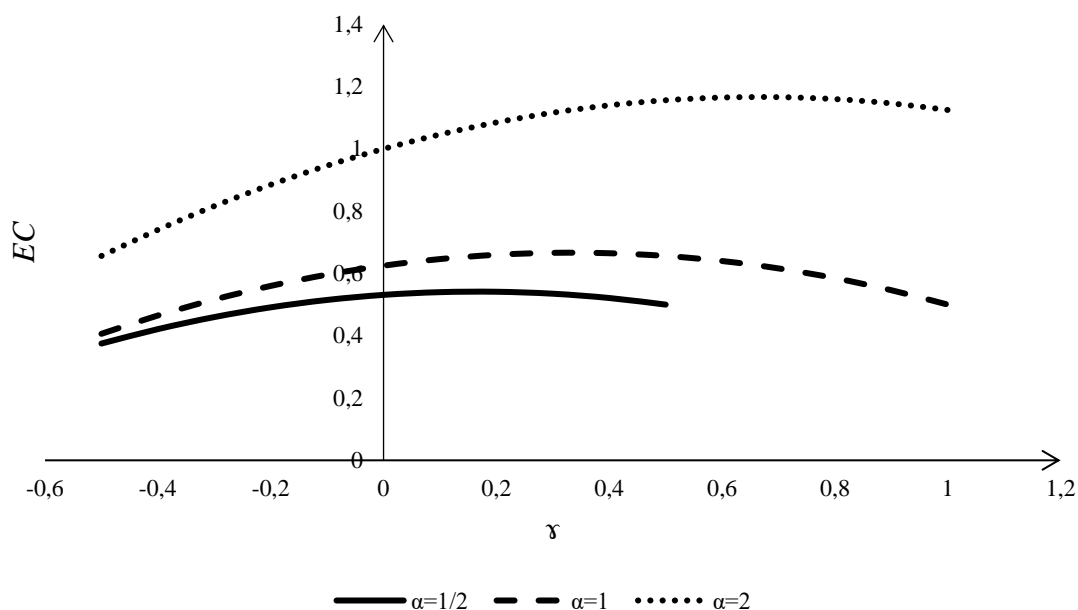
<sup>19</sup> Ver, por favor, apêndice K.



**Figura 5:** Impacto da diferenciação horizontal no bem-estar ( $\mu=0$ ).

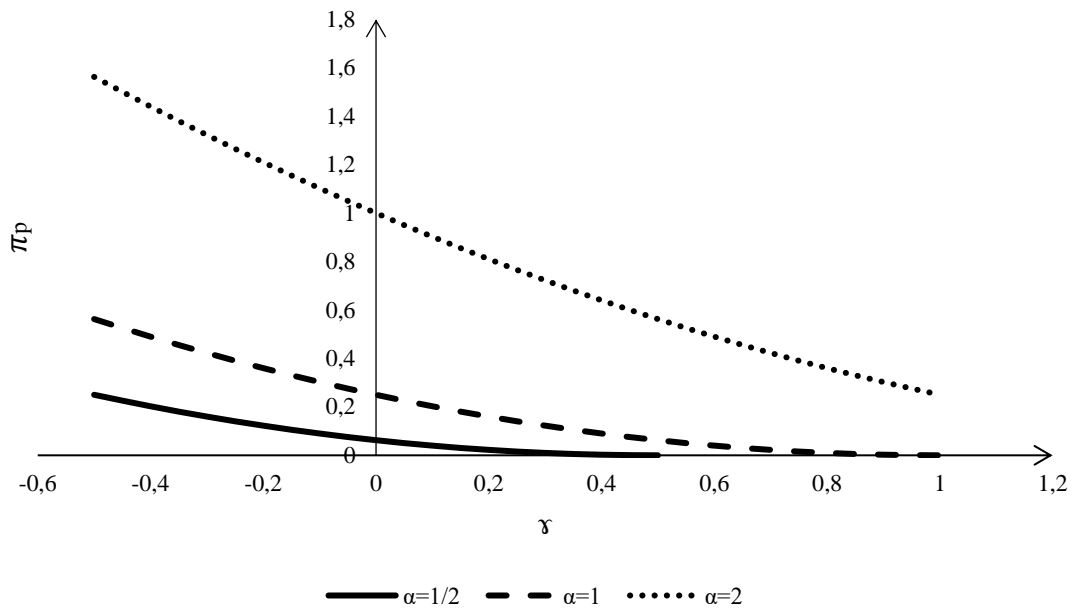
Relativamente ao impacto da diferenciação horizontal no bem-estar (Figura 5), verificamos que: quanto menor for essa mesma diferenciação, menor o valor do bem-estar. Esta análise corrobora a análise acima efetuada. Por outro lado, verificamos também que o valor do bem-estar é maior quando o produto da empresa privada é de qualidade superior ao da empresa pública ( $\alpha < 1$ ). Isto verifica-se quer estejamos perante a presença de diferenciação horizontal e vertical em simultâneo, quer estejamos apenas perante a presença de diferenciação vertical. Contudo, o bem-estar é superior na presença de apenas diferenciação vertical quando o bem da empresa privada é superior ao da empresa pública (i.e.,  $\gamma < 0$  e  $\alpha = 2$ ).





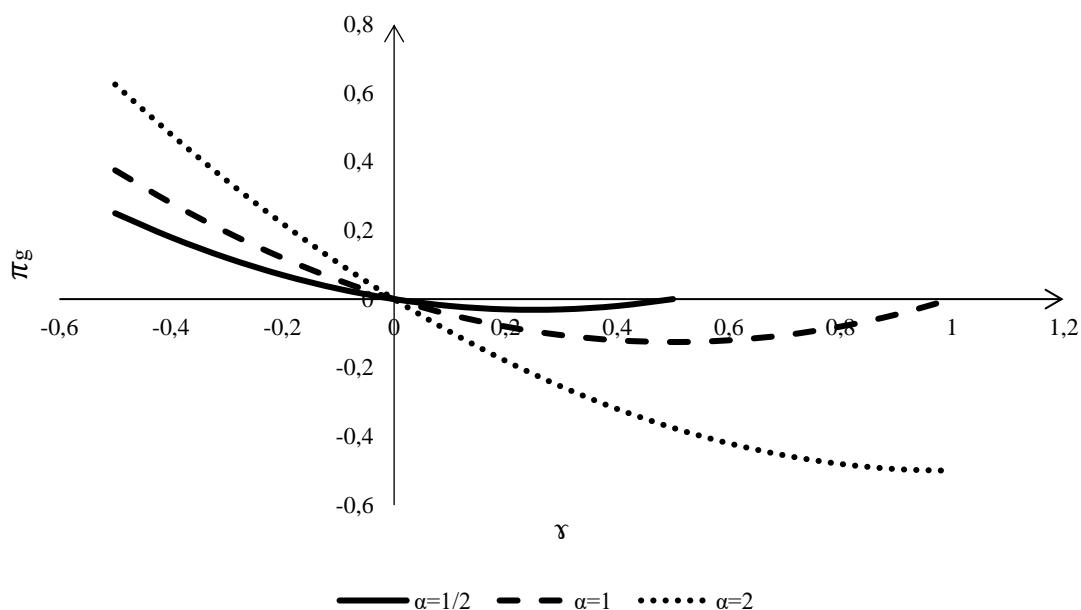
**Figura 6:** Impacto da diferenciação horizontal no excedente do consumidor ( $\mu=0$ )

O valor do excedente do consumidor é maior quando estamos perante diferenciação horizontal e vertical do produto, comparativamente à não existência de diferenciação vertical do mesmo, contudo isto apenas se verifica se o produto da empresa pública for menor que o da privada, pois se se verificar o contrário é preferível a não existência da diferenciação vertical. A Figura 6 sugere que o excedente do consumidor aumenta com o aumento do grau de substituíbilidade do produto, ou seja, com a diminuição da diferenciação horizontal, mas apenas até um certo ponto (para a parametrização considerada,  $\gamma = 0,8$ ). Apesar de existir essa diminuição do excedente a partir de um certo ponto, este continua mais elevado quando, relativamente á diferenciação vertical, o produto da empresa pública é inferior ao da privada. Neste caso o melhor cenário apresentado, de forma a obter um maior excedente do consumidor é através da existência de bens substitutos, em que o bem da empresa pública é inferior em termos de qualidade ao da privada.



**Figura 7:** Impacto da diferenciação horizontal no lucro de empresa privada ( $\pi_p$ ) ( $\mu=0$ )

Da análise da Figura 7, conclui-se que o lucro da empresa privada é tanto menor quanto menor a diferenciação horizontal, sendo verificada uma grande diminuição. Se analisarmos o impacto da diferenciação vertical no lucro, verificamos que este é maior quando esta está presente, contudo apenas se o produto da empresa privada for superior ao da empresa pública. Se o produto da empresa privada for de qualidade inferior ao da pública é preferível a não existência da diferenciação vertical para a empresa privada. A empresa privada apresenta um lucro maior sempre que os bens são complementares e o seu bem apresenta uma qualidade superior ao da empresa pública.



**Figura 8:** Impacto da diferenciação horizontal no lucro da empresa pública ( $\pi_g$ ) ( $\mu=0$ )

Relativamente ao lucro da empresa pública, vários cenários podem surgir. Quando os bens são independentes (i.e.,  $\gamma = 0$ ), o lucro da empresa pública é igual a zero independentemente do nível de diferenciação vertical existente no mercado. Este resultado verifica-se, pois, bens independentes, são bens diferentes e que não se influenciam mutuamente. Perante este tipo de bens a diferenciação vertical por parte da empresa privada não influencia o lucro da pública, uma vez que, perante bens independentes as variações de preço e de procura de um bem não afetem o outro bem. Quando estamos perante bens complementares (i.e.,  $\gamma < 0$ ), o lucro da empresa pública é positivo, sendo este mais elevado quando o bem da empresa privada apresenta uma qualidade superior ao da empresa pública, por comparação com a não existência de diferenciação vertical, ou perante a existência de uma qualidade superior à da empresa privada. Quando estamos perante bens substitutos (i.e.,  $\gamma > 0$ ), independentemente do nível da diferenciação vertical o lucro da empresa pública é negativo. De uma forma geral, a análise da figura 8 retiramos que o melhor cenário para a empresa pública ocorre quando a qualidade do bem público é inferior à do bem privado, e os produtos não são diferenciados horizontalmente (i.e.,  $\gamma < 0$ ). Um outro cenário representado demonstra que perante a existência de diferenciação horizontal o lucro da empresa pública é sempre negativo independentemente do nível da mesma. Por fim, o pior cenário verifica-se quando estamos perante a existência de diferenciação horizontal e vertical no mercado e o bem da empresa privada tem uma qualidade superior ao da empresa pública.

Perante a análise destes gráficos, podemos concluir que a existência de apenas diferenciação vertical no mercado é mais benéfica do que a existência da diferenciação horizontal e vertical em simultâneo, para o bem-estar, para o lucro da empresa privada e para o lucro da empresa pública. Contudo isto apenas se verifica perante bens complementares e apenas quando os bens da empresa privada apresentam uma qualidade superior aos bens da empresa pública. Relativamente ao excedente do consumidor, este apresenta uma conclusão um pouco diferente, uma vez que este é maior perante a existência dos dois tipos de diferenciação no mercado, a horizontal e a vertical. O excedente do consumidor apresenta um melhor resultado perante bens substitutos sempre que o bem da empresa privada possui uma qualidade acima ao da empresa pública.

## 4. Conclusões

A dissertação caracteriza a concorrência em mercados mistos, i.e., em mercados onde há concorrência entre empresas públicas e privadas. É estudado em que medida o grau de diferenciação vertical e horizontal do produto afeta os preços e qual o efeito no bem-estar dos consumidores e no excedente total de variações no grau de diferenciação do produto.

O presente estudo sugere que, à medida que o peso do lucro da empresa privada na função objetivo da pública aumenta ( $\mu$ ), os preços aumentam. Isto apenas não se verifica quando a empresa pública produz bens complementares. Além disso o aumento de  $\mu$  faz com que o excedente do consumidor diminua, uma vez que, apesar da quantidade produzida pela empresa privada aumentar, a quantidade produzida pela empresa pública diminui. Apenas perante bens complementares observamos um aumento no excedente do consumidor face a um aumento de  $\mu$ . Neste caso, o aumento do  $\mu$  também leva a um aumento das quantidades produzidas pela empresa pública. De acordo com o modelo estudado, o aumento do peso do lucro da empresa privada na função objetivo da empresa pública conduz a um aumento do bem-estar social (obtido pela soma do excedente do consumidor com o lucro da empresa pública e o lucro da empresa privada ponderada por  $\mu$ ), principalmente quando estamos perante bens complementares. O lucro das empresas tem o mesmo comportamento que os seus preços, ou seja, o aumento de  $\mu$  leva a um aumento dos lucros de ambas as empresas. Isto apenas não se verifica na empresa pública quando os bens são complementares.

Verificamos ainda que, perante bens substitutos, quanto menor o grau da diferenciação horizontal do produto menor são os preços praticados pelas duas empresas. Além disso, o excedente do consumidor é tanto menor quanto menor o grau de diferenciação horizontal dos produtos. Quanto menor o grau de diferenciação horizontal do produto, menores as quantidades, quer da empresa pública quer da privada. Isto significa que uma diminuição da diferenciação horizontal leva a uma diminuição da quantidade total. Por outro lado, verificamos que, quando as empresas produzem bens diferenciados verticalmente, os preços apresentam valores superiores sempre que o produto da empresa privada tem uma qualidade superior ao da pública. Quando estes têm uma qualidade inferior ao da pública, é preferível para as empresas a não existência de diferenciação vertical. Este cenário repete-se para os preços da empresa privada sempre que estes apresentam valores positivos, ou seja, perante

bens complementares. Mesmo quando a empresa pública tem prejuízo<sup>20</sup>, as perdas são menores se o bem produzido pela empresa pública tiver qualidade superior ao da empresa privada. Portanto, para a empresa pública o pior resultado é apresentado quando os bens da empresa privada têm qualidade superior aos da pública. De uma forma geral, o preço da empresa privada apresenta é máximo sempre que existe diferenciação vertical (i.e.,  $\alpha > 2$ ) e não existe horizontal (i.e.,  $\gamma < 0$ ), em que o bem da empresa privada é de qualidade superior ao da pública e em que o peso atribuído pela empresa pública ao lucro da privada apresenta um valor maior. Em relação ao seu lucro, este também é maior sempre que os bens da empresa privada têm qualidade superior aos da pública (i.e.,  $\alpha > 2$ ) e não existe diferenciação horizontal (i.e.,  $\gamma < 0$ ). Para a empresa pública os preços apresentam valores maiores sempre que existe diferenciação vertical (i.e.,  $\alpha > 2$ ) e não existe horizontal (i.e.,  $\gamma < 0$ ), em que os bens são complementares, o bem da empresa privada tem qualidade superior ao da pública e o peso atribuído pela empresa pública ao lucro da privada apresenta um valor menor.

Como referido, o aumento do peso do lucro da empresa privada na função objetivo da pública leva a um aumento do bem-estar. Contudo, relativamente à diferenciação horizontal, quanto menor esta, menor é o bem-estar, sendo neste caso o bem-estar mais elevado perante bens complementares. Verificamos também que, perante diferenciação vertical, em que o produto da empresa privada é de qualidade superior ao da empresa pública, o valor do bem-estar é maior. Isto verifica-se quer estejamos perante a presença de diferenciação horizontal e vertical em simultâneo, quer estejamos apenas perante a presença de diferenciação vertical. Contudo, o bem-estar é superior se estivermos apenas perante a presença de diferenciação vertical. Relativamente ao excedente do consumidor, quando não estamos perante diferenciação vertical do produto e os bens são independentes, o excedente do consumidor mantém-se sempre igual, independentemente do peso que a empresa pública atribui ao lucro da empresa privada. Quando estamos perante bens substitutos, quanto menor o grau da diferenciação horizontal do produto, menor o excedente do consumidor em equilíbrio. De forma geral, quando estamos perante  $\mu = 0$  obtemos o melhor cenário, para o excedente do consumidor, quando estamos perante bens substitutos ( $\gamma > 0$ ). Por outro lado, quando  $\mu = 1$ , o melhor cenário é alcançado com bens complementares ( $\gamma < 0$ ). Se

---

<sup>20</sup> Os Comboios de Portugal (CP) e o Sistema Nacional de Saúde (SNS) são exemplos de empresas públicas, em Portugal, que apresentam lucros negativos. As opiniões dividem-se no que toca esta matéria. Por um lado, apesar dos lucros negativos, há quem defenda que este tipo de serviços é essencial para os cidadãos, nomeadamente através de empresas públicas. Por outro lado, alguns autores, nomeadamente Matsumura e Kanda (2005), consideram que as empresas públicas que apresentam lucros negativos não devem entrar no mercado. Defendem mesmo que, caso estas se encontrem no mercado e tenham lucros negativos, devem ser eliminadas ao longo do tempo

compararmos o valor do excedente do consumidor quando estamos perante diferenciação horizontal e vertical do produto, comparativamente à não existência de diferenciação vertical do mesmo, verificamos que este é maior. Contudo isto apenas se verifica se o produto da empresa pública for menor que o da privada, pois se se verificar o contrário é preferível a não existência da diferenciação vertical. O melhor cenário para o excedente do consumidor é a existência de bens substitutos em que o bem da empresa pública é inferior em termos de qualidade ao da privada.

Por fim, a análise deste modelo também nos fez concluir que, na maioria dos cenários analisados, é mais benéfica a existência de apenas diferenciação vertical por comparação com a existência da diferenciação horizontal e vertical em paralelo. Isto verifica-se especialmente perante bens complementares em que o produto da empresa privada é de qualidade superior ao da empresa pública. Esta afirmação apenas não se verifica quando analisamos o excedente do consumidor, pois neste caso o melhor cenário apresenta-se perante diferenciação horizontal e vertical em simultâneo perante bens substitutos em que o produto da empresa privada é de qualidade superior ao da empresa pública.

Relativamente ao peso que a empresa pública atribui ao lucro da empresa privada, quanto maior o seu valor, mais elevados são o bem-estar e o lucro da empresa privada. No que respeita o excedente do consumidor e o lucro da empresa pública, este resultado nem sempre se verifica.

## 5. Apêndices

### A. Quantidades de equilíbrio

$$\begin{aligned}
 \begin{cases} q_p = \frac{\alpha - q_g \gamma}{2} \\ q_g = 1 - \mu \gamma q_p \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} q_g = 1 - \mu \gamma * \left( \frac{\alpha - q_g \gamma}{2} \right) \\ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2q_g = 2 - \alpha \gamma \mu + q_g \mu \gamma^2 \\ \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} 2q_g - q_g \mu \gamma^2 = 2 - \alpha \gamma \mu \\ \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} q_g = \frac{2 - \alpha \gamma \mu}{2 - \mu \gamma^2} \\ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q_p = \frac{\alpha - \gamma * \left( \frac{2 - \alpha \gamma \mu}{2 - \mu \gamma^2} \right)}{2} \\ \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} 2q_p = \alpha - \frac{2\gamma + \alpha \gamma^2 \mu}{2 - \gamma^2 \mu} \\ \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} 2 * (2 - \gamma^2 \mu) q_p = \alpha * (2 - \gamma^2 \mu) - 2\gamma + \alpha \gamma^2 \mu \\ \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} (4 - 2\gamma^2 \mu) q_p = 2\alpha - \alpha \gamma^2 \mu - 2\gamma + \alpha \gamma^2 \mu \\ \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} (4 - 2\gamma^2 \mu) q_p = 2\alpha - 2\gamma \\ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q_p = \frac{2\alpha - 2\gamma}{4 - 2\gamma^2 \mu} \\ \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} q_p = \frac{\alpha - \gamma}{2 - \gamma^2 \mu} \\ q_g = \frac{2 - \alpha \gamma \mu}{2 - \gamma^2 \mu} \\ \end{cases}
 \end{aligned}$$



## B. Preços de equilíbrio

$$\begin{aligned}P_p &= \alpha - q_p - \gamma q_g \Leftrightarrow P_p = \alpha - \left(\frac{\alpha - \gamma}{2 - \gamma^2 \mu}\right) - \left(\frac{2 - \alpha \gamma \mu}{2 - \gamma^2 \mu}\right) \gamma \Leftrightarrow (2 - \gamma^2 \mu) P_p \\&= 2\alpha - \alpha \gamma^2 \mu - \alpha + \gamma - 2\gamma + \alpha \gamma^2 \mu \Leftrightarrow (2 - \gamma^2 \mu) P_p = \alpha - \gamma \Leftrightarrow P_p \\&= \frac{\alpha - \gamma}{2 - \gamma^2 \mu}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P_g &= 1 - q_g - \gamma q_p \Leftrightarrow P_g = 1 - \left(\frac{2 - \alpha \gamma \mu}{2 - \gamma^2 \mu}\right) - \left(\frac{\alpha - \gamma}{2 - \gamma^2 \mu}\right) \gamma \Leftrightarrow (2 - \gamma^2 \mu) P_g \\&= 2 - \gamma^2 \mu - 2 + \alpha \gamma \mu - \alpha \gamma + \gamma^2 \Leftrightarrow (2 - \gamma^2 \mu) P_g \\&= -\gamma^2 \mu + \alpha \gamma \mu - \alpha \gamma + \gamma^2 \Leftrightarrow P_g = \frac{-\gamma^2 \mu + \alpha \gamma \mu - \alpha \gamma + \gamma^2}{2 - \gamma^2 \mu} \Leftrightarrow P_g \\&= \frac{(\alpha - \gamma) \gamma (-1 + \mu)}{2 - \gamma^2 \mu}\end{aligned}$$

### C. Lucros

$$\begin{aligned}
\pi_p = P_p * q_p &\Leftrightarrow \pi_p = (\alpha - q_p - \gamma q_g) * q_p \Leftrightarrow \pi_p = \alpha q_p - q_p * q_p - q_g \gamma q_p \\
&\Leftrightarrow \pi_p = \alpha \left( \frac{\alpha - \gamma}{2 - \gamma^2 \mu} \right) - \left( \frac{\alpha - \gamma}{2 - \gamma^2 \mu} \right)^2 - \left( \frac{2 - \alpha \gamma \mu}{2 - \gamma^2 \mu} \right) \gamma \left( \frac{\alpha - \gamma}{2 - \gamma^2 \mu} \right) \Leftrightarrow \pi_p \\
&= \frac{\alpha^2 - \alpha \gamma}{2 - \gamma^2 \mu} - \frac{(\alpha - \gamma)^2}{(2 - \gamma^2 \mu)^2} - \left( \frac{2\gamma - \alpha \gamma^2 \mu}{2 - \gamma^2 \mu} \right) * \left( \frac{\alpha - \gamma}{2 - \gamma^2 \mu} \right) \Leftrightarrow \pi_p \\
&= \frac{\alpha^2 - \alpha \gamma}{2 - \gamma^2 \mu} + \frac{2\alpha \gamma - \alpha^2 - \gamma^2}{4 - 4\gamma^2 \mu + \gamma^4 \mu^2} + \frac{2\gamma^2 - 2\alpha \gamma + \alpha^2 \gamma^2 \mu - \alpha \gamma^3 \mu}{4 - 4\gamma^2 \mu + \gamma^4 \mu^2} \\
&\Leftrightarrow (4 - 4\gamma^2 \mu + \gamma^4 \mu^2) \pi_p \\
&= (\alpha^2 - \alpha \gamma) * (2 - \gamma^2 \mu) - \alpha^2 - \gamma^2 + 2\gamma^2 + \alpha^2 \gamma^2 \mu - \alpha \gamma^3 \mu \\
&\Leftrightarrow (4 - 4\gamma^2 \mu + \gamma^4 \mu^2) \pi_p \\
&= 2\alpha^2 - \alpha^2 \gamma^2 \mu - 2\alpha \gamma + \alpha \gamma^3 \mu - \alpha^2 - \gamma^2 + 2\gamma^2 + \alpha^2 \gamma^2 \mu - \alpha \gamma^3 \mu \\
&\Leftrightarrow (4 - 4\gamma^2 \mu + \gamma^4 \mu^2) \pi_p \\
&= 2\alpha^2 - 2\alpha \gamma + \alpha \gamma^3 \mu - \alpha^2 - \gamma^2 + 2\gamma^2 - \alpha \gamma^3 \mu \\
&\Leftrightarrow (4 - 4\gamma^2 \mu + \gamma^4 \mu^2) \pi_p = \alpha^2 - 2\alpha \gamma + \gamma^2 \Leftrightarrow \pi_p \\
&= \frac{\alpha^2 - 2\alpha \gamma + \gamma^2}{4 - 4\gamma^2 \mu + \gamma^4 \mu^2} \Leftrightarrow \pi_p = \frac{(\alpha - \gamma)^2}{(2 - \gamma^2 \mu)^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\pi_g = P_g * q_g &\Leftrightarrow \pi_g = (1 - q_g - \gamma q_p) * q_g \Leftrightarrow \pi_g = q_g - q_g^2 - q_p \gamma q_g \Leftrightarrow \pi_g \\
&= \left( \frac{2 - \alpha \gamma \mu}{2 - \gamma^2 \mu} \right) - \left( \frac{2 - \alpha \gamma \mu}{2 - \gamma^2 \mu} \right)^2 - \left( \frac{2 - \alpha \gamma \mu}{2 - \gamma^2 \mu} \right) \gamma \left( \frac{\alpha - \gamma}{2 - \gamma^2 \mu} \right) \Leftrightarrow \pi_g \\
&= \frac{2 - \alpha \gamma \mu}{2 - \gamma^2 \mu} - \frac{(2 - \alpha \gamma \mu)^2}{(2 - \gamma^2 \mu)^2} - \left( \frac{2\gamma - \alpha \gamma^2 \mu}{2 - \gamma^2 \mu} \right) * \left( \frac{\alpha - \gamma}{2 - \gamma^2 \mu} \right) \Leftrightarrow \pi_g \\
&= \frac{2 - \alpha \gamma \mu}{2 - \gamma^2 \mu} - \left( \frac{2^2 - 4\alpha \gamma \mu + \alpha^2 \gamma^2 \mu^2}{2^2 - 4\gamma^2 \mu + \gamma^4 \mu^2} \right) \\
&\quad - \left( \frac{2\alpha \gamma - 2\gamma^2 - \alpha^2 \gamma^2 \mu + \alpha \gamma^3 \mu}{4 - 2\gamma^2 \mu - 2\gamma^2 \mu + \gamma^4 \mu^2} \right) \Leftrightarrow \pi_g \\
&= \frac{2 - \alpha \gamma \mu}{2 - \gamma^2 \mu} + \frac{4\alpha \gamma \mu - 4 - \alpha^2 \gamma^2 \mu^2}{4 - 4\gamma^2 \mu + \gamma^4 \mu^2} + \frac{2\gamma^2 - 2\alpha \gamma + \alpha^2 \gamma^2 \mu - \alpha \gamma^3 \mu}{4 - 4\gamma^2 \mu + \gamma^4 \mu^2} \\
&\Leftrightarrow (4 - 4\gamma^2 \mu + \gamma^4 \mu^2) \pi_g \\
&= (2 - \alpha \gamma \mu) * (2 - \gamma^2 \mu) + 4\alpha \gamma \mu - 4 - \alpha^2 \gamma^2 \mu^2 + 2\gamma^2 - 2\alpha \gamma \\
&\quad + \alpha^2 \gamma^2 \mu - \alpha \gamma^3 \mu \Leftrightarrow (4 - 4\gamma^2 \mu + \gamma^4 \mu^2) \pi_g \\
&= 4 - 2\gamma^2 \mu - 2\alpha \gamma \mu + \alpha \gamma^3 \mu^2 + 4\alpha \gamma \mu - 4 - \alpha^2 \gamma^2 \mu^2 + 2\gamma^2 - 2\alpha \gamma \\
&\quad + \alpha^2 \gamma^2 \mu - \alpha \gamma^3 \mu \Leftrightarrow \pi_g \\
&= \frac{2\alpha \gamma \mu - 2\gamma^2 \mu + \alpha \gamma^3 \mu^2 - \alpha^2 \gamma^2 \mu^2 + 2\gamma^2 - 2\alpha \gamma + \alpha^2 \gamma^2 \mu - \alpha \gamma^3 \mu}{4 - 4\gamma \mu^2 + \gamma^4 \mu^2} \\
&\Leftrightarrow \pi_g = \frac{-(\alpha - \gamma) \gamma (-1 + \mu) * (-2 + \alpha \gamma \mu)}{(2 - \gamma^2 \mu)^2}
\end{aligned}$$

#### D. Excedente do consumido

$$\begin{aligned}
EC &= U - P_p q_p - P_g q_g \Leftrightarrow EC = \alpha q_p + q_g + \frac{1}{2}(q_g^2 + q_p^2 + 2\gamma q_g q_p) - P_p q_p - P_g q_g \\
&\Leftrightarrow EC \\
&= \alpha \left( \frac{\alpha - \gamma}{2 - \gamma^2 \mu} \right) + \left( \frac{2 - \alpha \gamma \mu}{2 - \gamma^2 \mu} \right) \\
&\quad - \left( \left( \frac{\alpha - \gamma}{2 - \gamma^2 \mu} \right)^2 + \left( \frac{2 - \alpha \gamma \mu}{2 - \gamma^2 \mu} \right)^2 + 2\gamma \left( \frac{\alpha - \gamma}{2 - \gamma^2 \mu} \right) * \left( \frac{2 - \alpha \gamma \mu}{2 - \gamma^2 \mu} \right) \right) * \frac{1}{2} \\
&\quad - \left( \frac{\alpha - \gamma}{2 - \gamma^2 \mu} \right) * \left( \frac{\alpha - \gamma}{2 - \gamma^2 \mu} \right) - \left( \frac{(\alpha - \gamma)\gamma(-1 + \mu)}{2 - \gamma^2 \mu} \right) * \left( \frac{2 - \alpha \gamma \mu}{2 - \gamma^2 \mu} \right) \Leftrightarrow EC \\
&= \frac{\alpha^2 - \alpha\gamma}{2 - \gamma^2 \mu} + \frac{2 - \alpha\gamma\mu}{2 - \gamma^2 \mu} - \frac{1}{2} \\
&\quad * \left( \frac{\alpha^2 - 2\alpha\gamma + \gamma^2}{4 - 4\gamma^2\mu + \gamma^4\mu^2} + \frac{2^2 - 4\alpha\gamma\mu + \alpha^2\gamma^2\mu^2}{4 - 4\gamma^2\mu + \gamma^4\mu^2} + \frac{2\alpha\gamma - 2\gamma^2}{2 - \gamma^2\mu} * \frac{2 - \alpha\gamma\mu}{2 - \gamma^2\mu} \right) \\
&\quad - \frac{\alpha^2 - \alpha\gamma - \alpha\gamma + \gamma^2}{4 - 4\gamma^2\mu + \gamma^4\mu^2} - \frac{-\alpha\gamma + \alpha\gamma\mu + \gamma^2 - \gamma^2\mu}{2 - \gamma^2\mu} * \frac{2 - \alpha\gamma\mu}{2 - \gamma^2\mu} \Leftrightarrow EC \\
&= \frac{2\alpha^2 - 2\alpha\gamma - \alpha^2\gamma^2\mu + \alpha\gamma^3\mu}{4 - 4\gamma^2\mu + \gamma^4\mu^2} + \frac{4 - 2\alpha\gamma\mu - 2\gamma^2\mu + \alpha\gamma^3\mu^2}{4 - 4\gamma^2\mu + \gamma^4\mu^2} \\
&\quad - \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha^2 - 2\alpha\gamma + \gamma^2}{4 - 4\gamma^2\mu + \gamma^4\mu^2} + \frac{4 - 4\alpha\gamma\mu + \alpha^2\gamma^2\mu^2}{4 - 4\gamma^2\mu + \gamma^4\mu^2} \right. \\
&\quad \left. + \frac{4\alpha\gamma - 2\alpha^2\gamma^2\mu - 4\gamma^2 + 2\alpha\gamma^3\mu}{4 - 4\gamma^2\mu + \gamma^4\mu^2} \right) - \frac{\alpha^2 - \alpha\gamma - \alpha\gamma + \gamma^2}{4 - 4\gamma^2\mu + \gamma^4\mu^2} \\
&\quad - \frac{-2\alpha\gamma + 2\alpha\gamma\mu + 2\gamma^2 - 2\gamma^2\mu + \alpha^2\gamma^2\mu - \alpha^2\gamma^2\mu^2 - \alpha\gamma^3\mu + \alpha\gamma^3\mu^2}{4 - 4\gamma^2\mu + \gamma^4\mu^2} \\
&\Leftrightarrow (8 - 8\gamma^2\mu + 2\gamma^4\mu^2)EC \\
&= 4\alpha^2 - 4\alpha\gamma - 2\alpha^2\gamma^2\mu + 2\alpha\gamma^3\mu + 8 - 4\alpha\gamma\mu - 4\gamma^2\mu + 2\alpha\gamma^3\mu^2 - \alpha^2 \\
&\quad + 2\alpha\gamma - \gamma^2 - 4 + 4\alpha\gamma\mu - \alpha^2\gamma^2\mu^2 - 4\alpha\gamma + 2\alpha^2\gamma^2\mu + 4\gamma^2 - 2\alpha\gamma^3\mu \\
&\quad - 2\alpha^2 + 2\alpha\gamma + 2\alpha\gamma - 2\gamma^2 + 4\alpha\gamma - 4\alpha\gamma\mu - 4\gamma^2 + 4\gamma^2\mu - 2\alpha^2\gamma^2\mu \\
&\quad \mp 2\gamma^2\mu^2 + 2\alpha\gamma^3\mu - 2\alpha\gamma^3\mu^2 \Leftrightarrow EC \\
&= \frac{4 - 3\gamma^2 + 2\alpha\gamma - 4\alpha\gamma\mu + 2\alpha\gamma^3\mu + \alpha^2 - 2\alpha^2\gamma^2\mu + \alpha^2\gamma^2\mu^2}{8 - 8\gamma^2\mu + 2\gamma^4\mu^2} \Leftrightarrow EC \\
&= \frac{4 - 3\gamma^2 + 2\alpha(\gamma + \gamma(-2 + \gamma^2)\mu) + \alpha^2(1 + \gamma^2(-2 + \mu)\mu)}{2(-2 + \gamma^2\mu)^2}
\end{aligned}$$

## E. Bem-estar

$$\begin{aligned}
W &= EC + \pi_g + \mu * \pi_p \Leftrightarrow W \\
&= \alpha q_p + q_g + \frac{1}{2}(q_g^2 + q_p^2 + 2\gamma q_g q_p) - P_p q_p - P_g q_g + P_g * q_g + \mu \\
&\quad * (P_p * q_p) \Leftrightarrow W \\
&= \frac{4 - 3\gamma^2 + 2\alpha(\gamma + \gamma(-2 + \gamma^2)\mu) + \alpha^2(1 + \gamma^2(-2 + \mu)\mu)}{2(-2 + \gamma^2\mu)^2} \\
+ \left( \frac{(\alpha - \gamma)\gamma(-1 + \mu)}{2 - \gamma^2\mu} \right) * \left( \frac{2 - \alpha\gamma\mu}{2 - \gamma^2\mu} \right) + \mu \left( \frac{\alpha - \gamma}{2 - \gamma^2\mu} \right) * \left( \frac{\alpha - \gamma}{2 - \gamma^2\mu} \right) &\Leftrightarrow W \\
&= \frac{4 - 3\gamma^2 + 2\alpha\gamma - 4\alpha\gamma\mu + 2\alpha\gamma^3\mu + \alpha^2 - 2\alpha^2\gamma^2\mu + \alpha^2\gamma^2\mu^2}{8 - 8\gamma^2\mu + 2\gamma^4\mu^2} \\
+ \left( \frac{-\alpha\gamma + \alpha\gamma\mu + \gamma^2 - \gamma^2\mu}{2 - \gamma^2\mu} \right) * \left( \frac{2 - \alpha\gamma\mu}{2 - \gamma^2\mu} \right) + \left( \frac{\alpha\mu - \gamma\mu}{2 - \gamma^2\mu} \right) * \left( \frac{\alpha - \gamma}{2 - \gamma^2\mu} \right) & \\
&\Leftrightarrow W \\
&= \frac{4 - 3\gamma^2 + 2\alpha\gamma - 4\alpha\gamma\mu + 2\alpha\gamma^3\mu + \alpha^2 - 2\alpha^2\gamma^2\mu + \alpha^2\gamma^2\mu^2}{8 - 8\gamma^2\mu + 2\gamma^4\mu^2} \\
+ \frac{-2\alpha\gamma + 2\alpha\gamma\mu + 2\gamma^2 - 2\gamma^2\mu + \alpha^2\gamma^2\mu - \alpha^2\gamma^2\mu^2 - \alpha\gamma^3\mu + \alpha\gamma^3\mu^2}{4 - 4\gamma^2\mu + \gamma^4\mu^2} & \\
+ \frac{\alpha^2\mu - \alpha\gamma\mu - \alpha\gamma + \gamma^2\mu}{4 - 4\gamma^2\mu + \gamma^4\mu^2} &\Leftrightarrow (8 - 8\gamma^2\mu + 2\gamma^4\mu^2)W \\
&= 4 - 3\gamma^2 + 2\alpha\gamma - 4\alpha\gamma\mu + 2\alpha\gamma^3\mu + \alpha^2 - 2\alpha^2\gamma^2\mu + \alpha^2\gamma^2\mu^2 - 4\alpha\gamma \\
+ 4\alpha\gamma\mu + 4\gamma^2 - 4\gamma^2\mu + 2\alpha^2\gamma^2\mu - 2\alpha^2\gamma^2\mu^2 - 2\alpha\gamma^3\mu + 2\alpha\gamma^3\mu^2 & \\
+ 2\alpha^2\mu - 2\alpha\gamma\mu - 2\alpha\gamma\mu + 2\gamma^2\mu &\Leftrightarrow (8 - 8\gamma^2\mu + 2\gamma^4\mu^2)W \\
&= 4 + \gamma^2 - 2\alpha\gamma - 4\alpha\gamma\mu + \alpha^2 - \alpha^2\gamma^2\mu^2 - 2\gamma^2\mu + 2\alpha\gamma^3\mu^2 + 2\alpha^2\mu \\
&\Leftrightarrow W \\
&= \frac{4 - \alpha^2 - 2\alpha\gamma + \gamma^2 + 2\alpha^2\mu - 4\alpha\gamma\mu - 2\gamma^2\mu - \alpha^2\gamma^2\mu^2 + 2\alpha\gamma^3\mu^2}{8 - 8\gamma^2\mu + 2\gamma^4\mu^2} \\
&\Leftrightarrow W \\
&= \frac{4 + (\alpha - \gamma)^2 + 2 * (\alpha^2 - 2\alpha\gamma - \gamma^2) * \mu - \alpha * (\alpha - 2\gamma) * \gamma^2\mu^2}{2(-2 + \gamma^2\mu)^2}
\end{aligned}$$

## F. Comportamento de $\gamma$ no excedente do consumidor

$$EC = U - P_p q_p - P_g q_g \Leftrightarrow EC = \alpha q_p + q_g + \frac{1}{2}(q_g^2 + q_p^2 + 2\gamma q_g q_p) - P_p q_p - P_g q_g$$

De forma a analisar o comportamento das quantidades no excedente do consumidor com a variação de  $\gamma$ , realizamos a seguinte derivada:

$$\frac{dEC}{dq_p} = 0 \Leftrightarrow \alpha + \frac{1}{2}(2q_p + 2\gamma q_g - P_p) = 0 \Leftrightarrow q_p = P_p - \alpha - \gamma q_g$$

Daqui deduzimos que perante um aumento de  $\gamma$  presenciamos uma diminuição da  $q_p$ .

$$\frac{dEC}{dq_g} = 0 \Leftrightarrow 1 + \frac{1}{2}(2q_g + 2\gamma q_p - P_g) = 0 \Leftrightarrow q_g = P_g - 1 - \gamma q_p$$

Daqui deduzimos que perante um aumento de  $\gamma$  presenciamos uma diminuição da  $q_g$ .

### G. Variação do preço da empresa privada

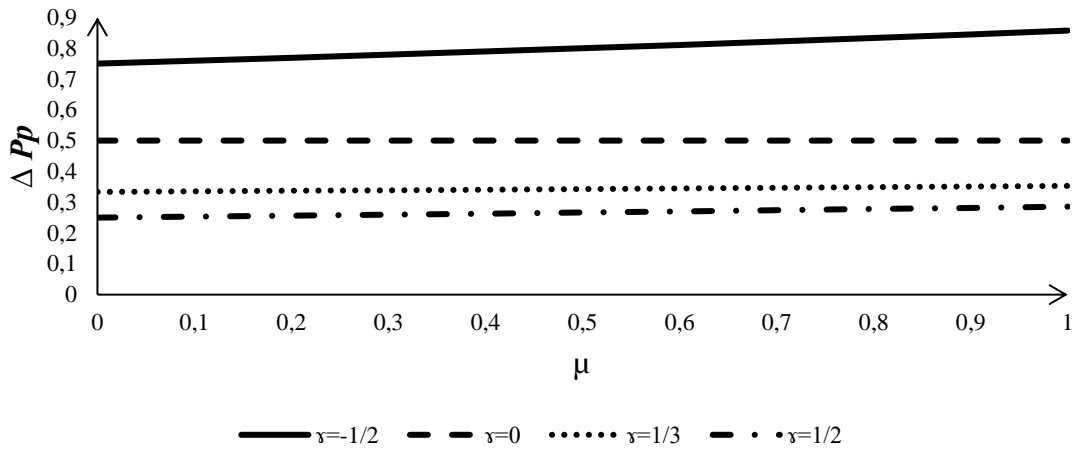


Figura 9: Variação do preço da empresa privada ( $P_p$ ) ( $\alpha=1$ )

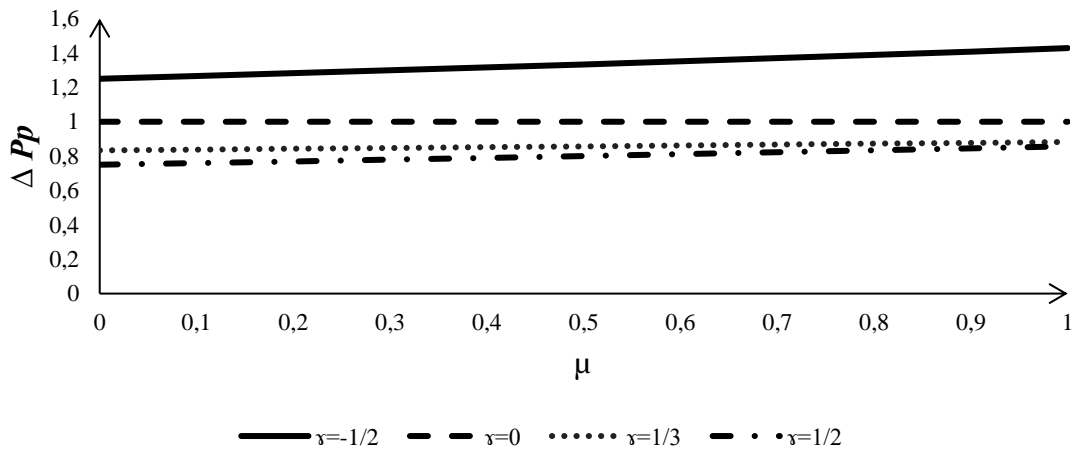


Figura 10: Variação do preço da empresa privada ( $P_p$ ) ( $\alpha=2$ )

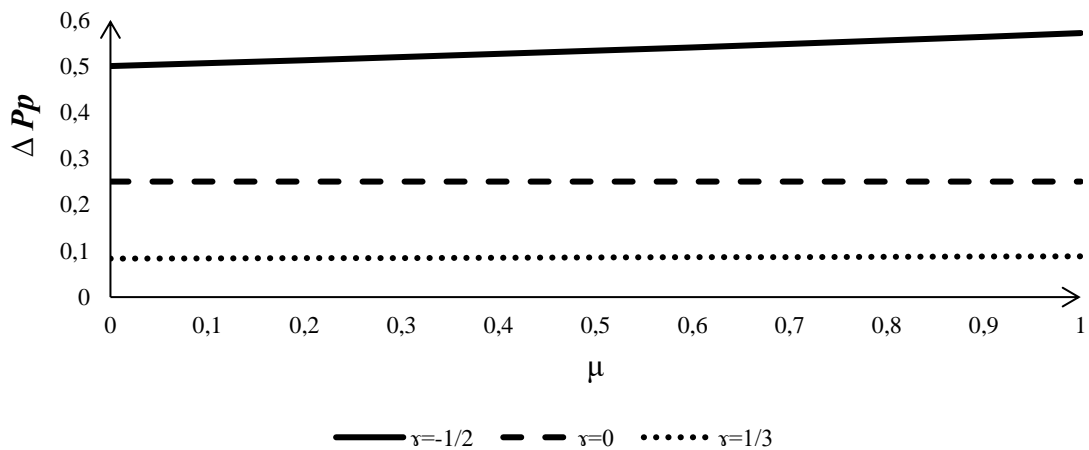


Figura 11: Variação do preço da empresa privada ( $P_p$ ) ( $\alpha=0,5$ )

## H. Variação do preço da empresa pública

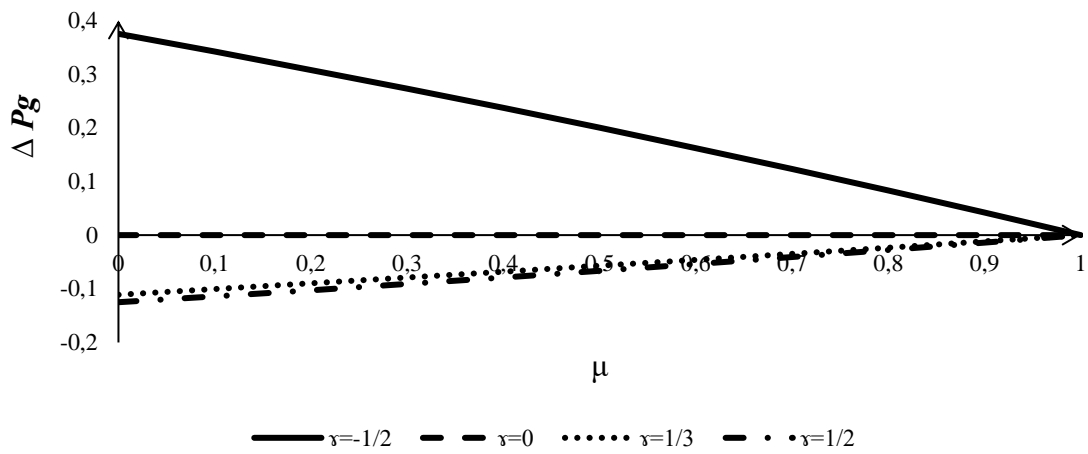


Figura 12: Variação do preço da empresa pública ( $P_g$ ) ( $\alpha=1$ )

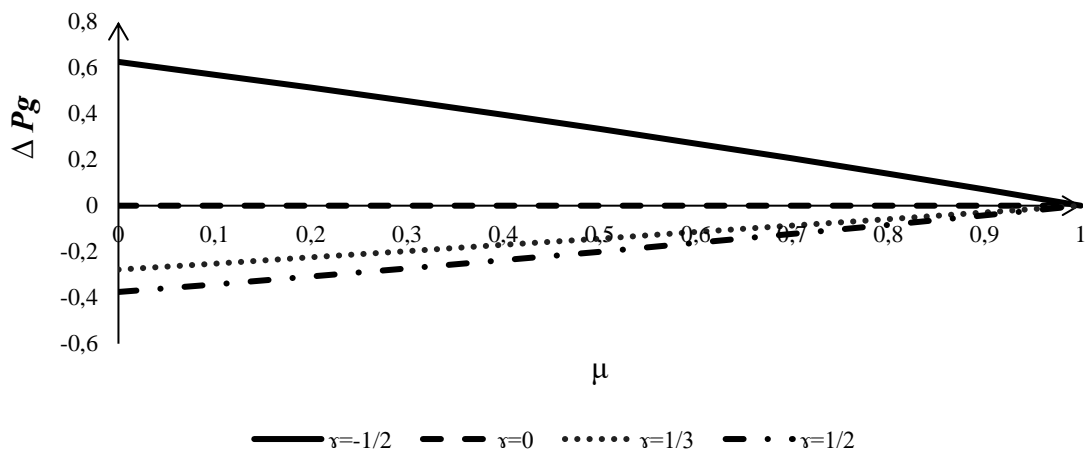


Figura 13: Variação do preço da empresa pública ( $P_g$ ) ( $\alpha=2$ )

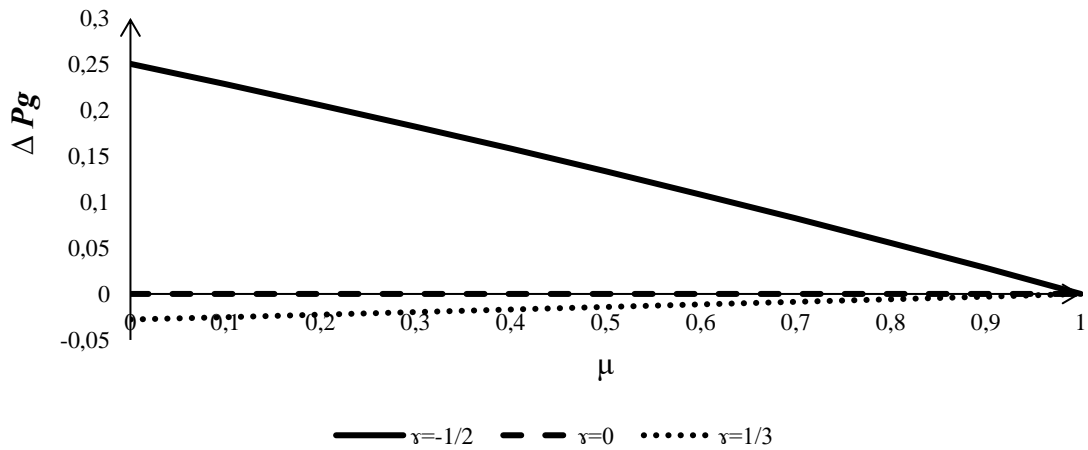


Figura 14: Variação do preço da empresa pública ( $P_g$ ) ( $\alpha=0,5$ )



## I. Variação da quantidade da empresa privada

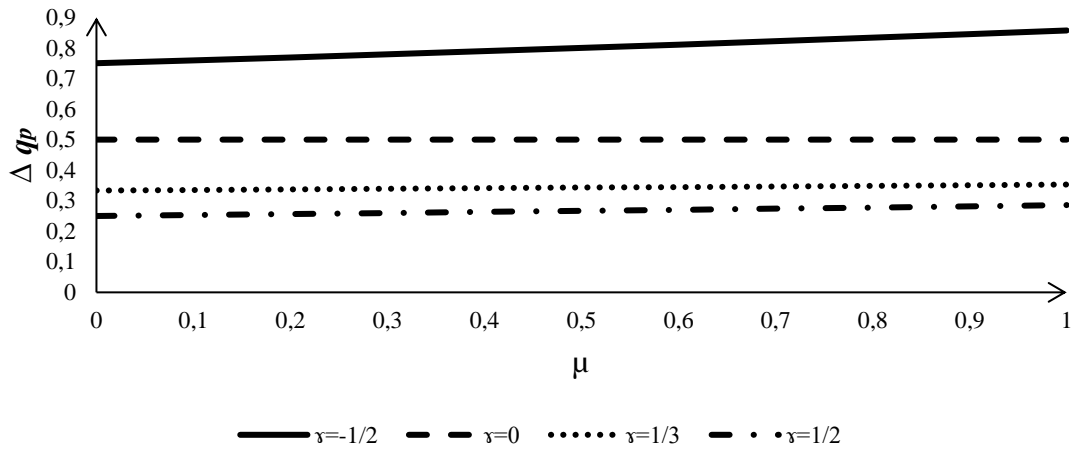


Figura 15: Variação do preço da empresa privada ( $q_p$ ) ( $\alpha=1$ )

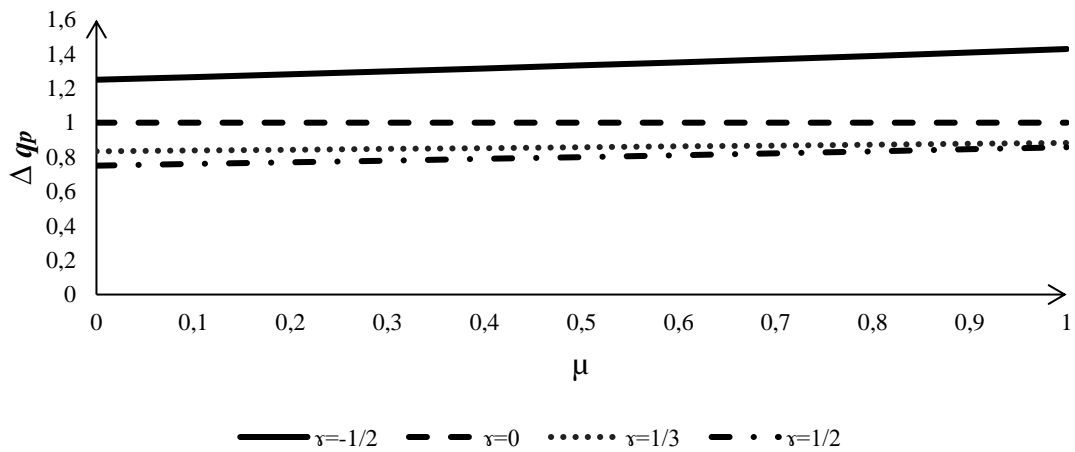


Figura 16: Variação do preço da empresa privada ( $q_p$ ) ( $\alpha=2$ )

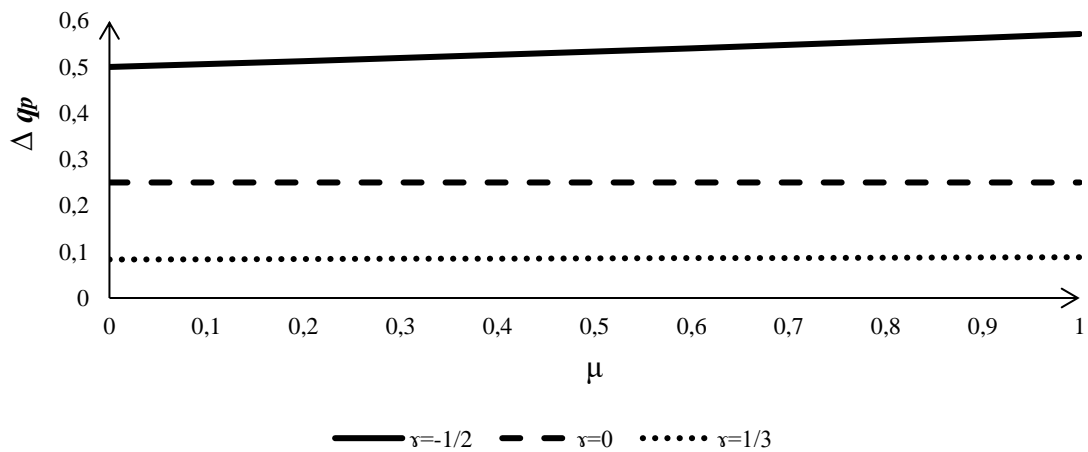


Figura 17: Variação do preço da empresa privada ( $q_p$ ) ( $\alpha=0,5$ )

## J. Variação da quantidade da empresa pública

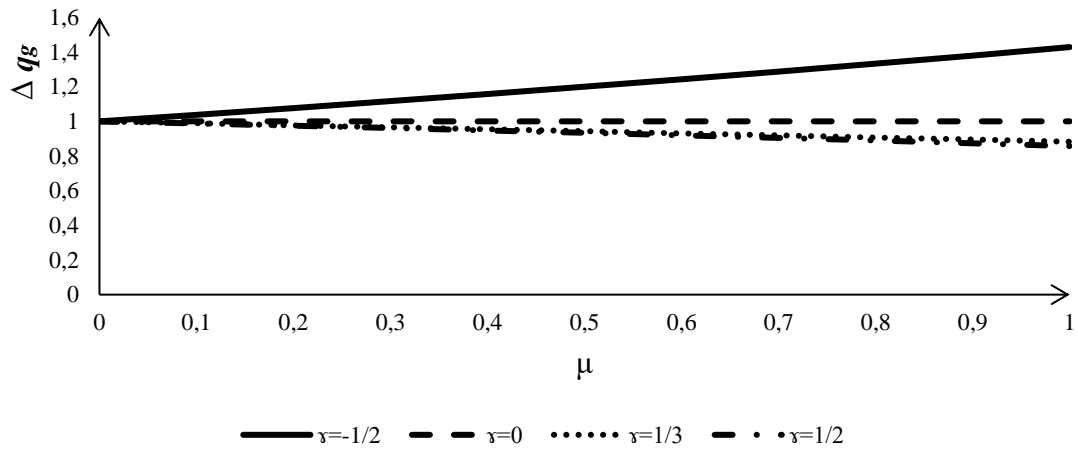


Figura 18: Variação do preço da empresa pública ( $q_g$ ) ( $\alpha=1$ )

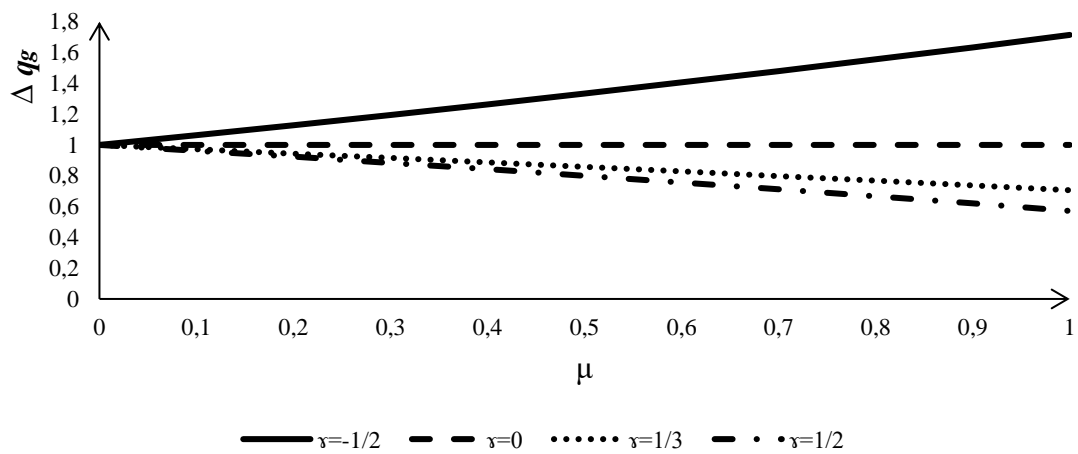


Figura 19: Variação do preço da empresa pública ( $q_g$ ) ( $\alpha=2$ )

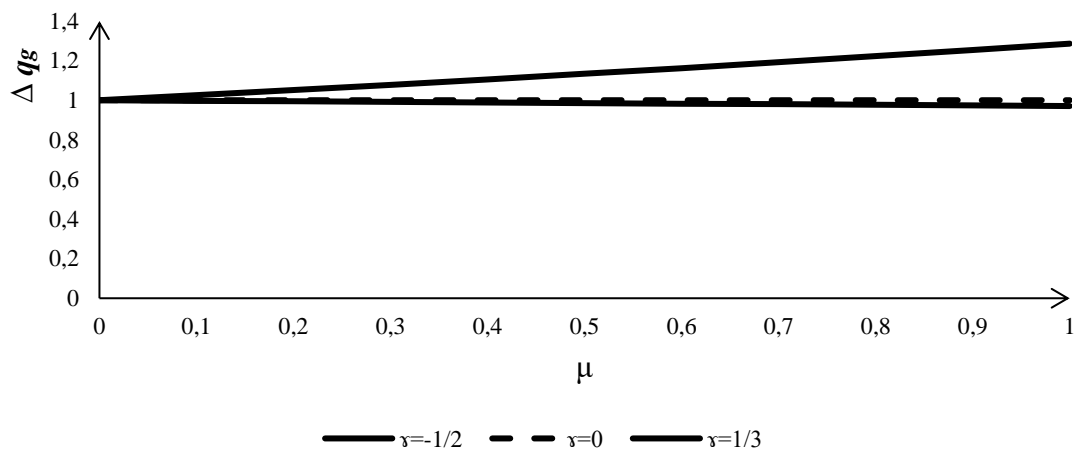
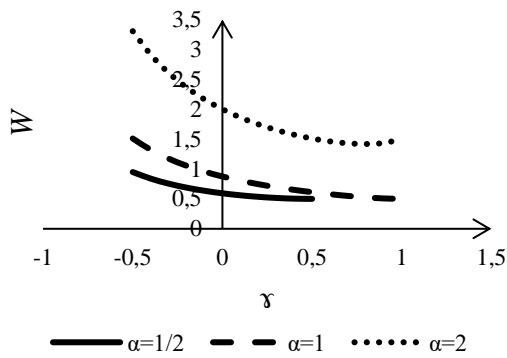
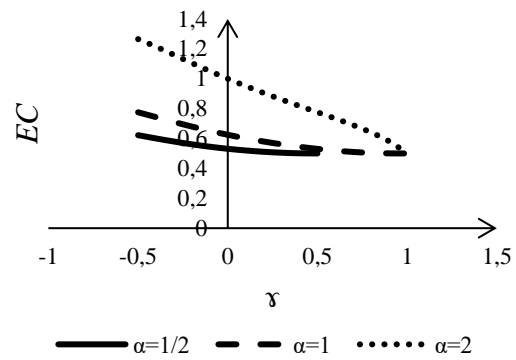


Figura 20: Variação do preço da empresa pública ( $q_g$ ) ( $\alpha=0,5$ )

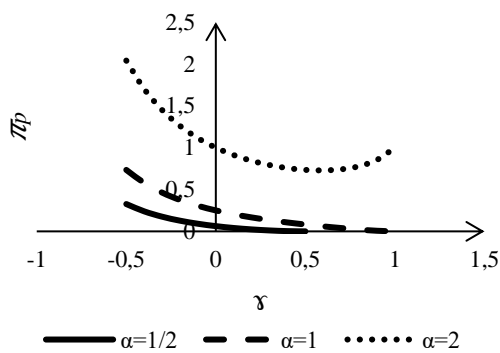
## K. Variação de $\mu$



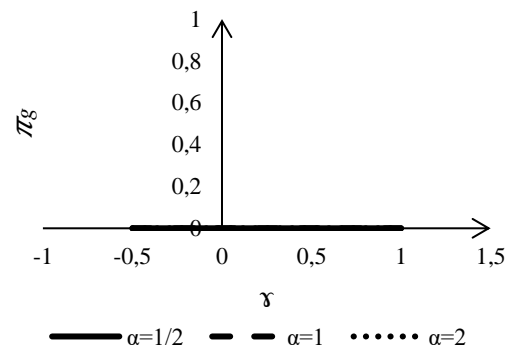
**Figura 21:** Impacto da diferenciação horizontal no bem-estar ( $\mu=1$ )



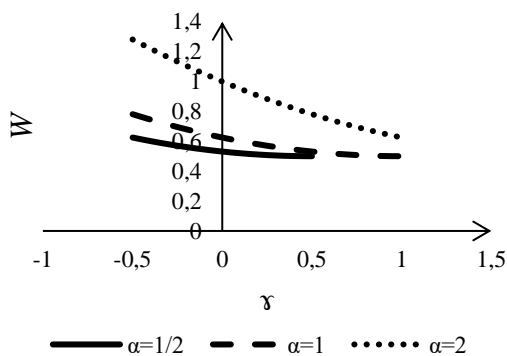
**Figura 22:** Impacto da diferenciação horizontal no excedente do consumidor ( $\mu=1$ )



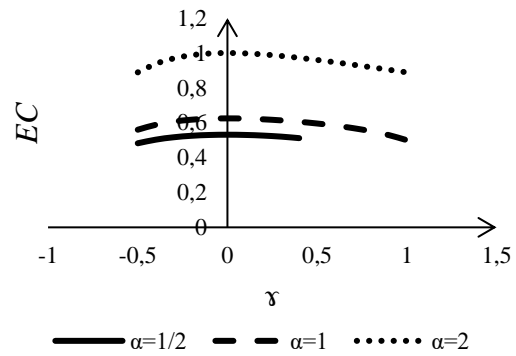
**Figura 23:** Impacto da diferenciação horizontal no lucro da empresa privada ( $\mu=1$ )



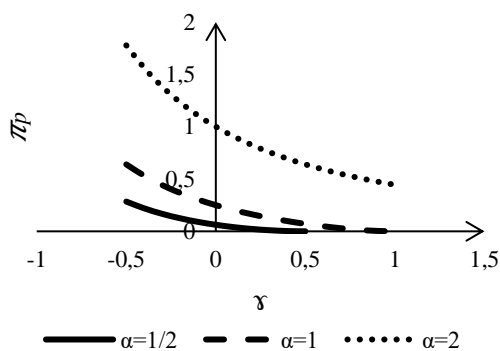
**Figura 24:** Impacto da diferenciação horizontal no lucro da empresa pública ( $\mu=1$ )



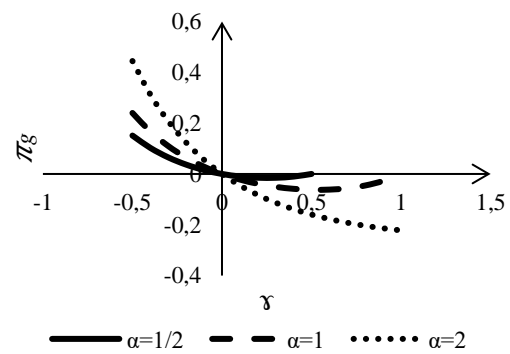
**Figura 25:** Impacto da diferenciação horizontal no bem-estar ( $\mu=0,5$ )



**Figura 26:** Impacto da diferenciação horizontal no excedente do consumidor ( $\mu=0,5$ )



**Figura 27:** Impacto da diferenciação horizontal no lucro da empresa privada ( $\mu=0,5$ )



**Figura 28:** Impacto da diferenciação horizontal no lucro da empresa pública ( $\mu=0,5$ )

## 6. Referências bibliográficas

- Altug, M. S. (2016). Supply chain contracting for vertically differentiated products. *International Journal of Production Economics*, 171, 34-45
- Belleflamme, P e Peitz, M (2012). Industrial organization: markets and strategies. *United States of America by Cambridge University Press, New York*
- Bienenstock, S. (2017). Utility misperception in a vertically differentiated duopoly. *Review of Law and Economics*
- Brandão, A., e Castro, S. (2007). State-owned enterprises as indirect instruments of entry regulation. *Journal of Economics/ Zeitschrift fur Nationalökonomie*, 92(3), 263-274
- Chen, C. S. (2017). Price Discrimination in input markets and quality differentiation. *Review of Industrial Organization*, 50(3), 367-388
- Cheng, Y. L., e Peng, S. K. (2014). Price competition and quality differentiation with multiproduct firms. *Journal of Economics/ Zeitschrift fur Nationalökonomie*, 112(3), 207-223
- Chioveanu, I. (2012). Price and quality competition. *Journal of Economics/Zeitschrift fur Nationalökonomie*, 107(1), 23-44
- Clark, J. M. (1961). Competition as a dynamic process. *Washington, DC: Brookings Institution*
- Colombo, S. (2018). Infinite asymmetric equilibria in mixed oligopolies. *Bulletin of Economic Research*, 70(1), E114-E118
- Correia-da-Silva, J., e Pinho, J. (2011). Costly horizontal differentiation. *Portuguese Economic Journal* 10(3), 165–188
- Correia-da-Silva, J., e Pinho, J. (2017). Collusion in mixed oligopolies and the coordinated effects of privatization. *Journal of Economics/ Zeitschrift fur Nationalökonomie*, 1-37

- Cremer, H., Marchand, M., e Thisse, J. F. (1991). Mixed oligopoly with differentiated products. *International Journal of Industrial Organization*, 9(1), 43-53
- De Fraja, G., e Delbono, F. (1989). Alternative strategies of a public enterprise in oligopoly. *Oxford Economic Papers*, 41(1), 302-311
- Delbono, F., e Lambertini, L. (2016). Nationalization as Credible Threat Against Collusion. *Journal of Industry, Competition and Trade*, 16(1), 127-136
- Delp, A. B., e Mayo, J. W. (2017). The Evolution of "Competition": Lessons for 21st Century Telecommunications Policy. *Review of Industrial Organization*, 50(4), 393-416
- Deming, D. J., Goldin, C., e Katz, L. F. (2012). The For-Profit Postsecondary School Sector: Nimble Critters or Agile Predators?. *Journal of Economic Perspectives*, 26(1), 139-163
- Di Comite, F., Thisse, J. F., e Vandenbussche, H. (2014). Verti-zontal differentiation in export markets. *Journal of International Economics*, 93(1), 50-66
- Doganoglu, T., e Inceoglu, F. (2015). Product Bans May Benefit Consumers: Implications from a New Model of Vertical Product Differentiation. *Journal of Industry, Competition and Trade*, 15(2), 155-180
- Erhardt, D., e von Kotzebue, A. (2016). Competition unleashed: horizontal differentiation in German higher education. *Tertiary Education and Management*, 22(4), 333-358
- Gelves, J. A., e Heywood, J. S. (2013). Privatizing by merger: The case of an inefficient public leader. *International Review of Economics & Finance*, 27, 69-79
- Gilbert, R. J., e Matutes, C. (1993). Product line rivalry with brand differentiation. *Journal of Industrial Economics*, 41(3), 223-240
- Haraguchi, J., e Matsumura, T. (2016). Cournot–Bertrand comparison in a mixed oligopoly. *Journal of Economics/ Zeitschrift für Nationalökonomie*, 117(2), 117-136

- Kitamura, R., e Shinkai, T. (2015). Product line strategy within a vertically differentiated duopoly. *Economics Letters*, 137, 114-117
- Laine, L. T., e Ma, C. T. A. (2017). Quality and competition between public and private firms. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 140, 336-353
- Makadok, R., e Ross, D. G. (2013). Taking industry structuring seriously: A strategic perspective on product differentiation. *Strategic Management Journal*, 34, 509–532
- Matsumura, T., e Kanda, O. (2005). Mixed oligopoly at free entry markets. *Journal of Economics/ Zeitschrift für Nationalökonomie*, 84(1), 27-48
- Merrill, W. C., e Schneider, N. (1966). Government firms in oligopoly industries: A short-run analysis. *Quarterly Journal of Economics*, 80(3), 400-412
- Mukherjee, A., e Sinha, U. B. (2014). Can cost asymmetry be a rationale for privatization? *International Review of Economics and Finance*, 29, 497–503
- Nabin, M. H., Nguyen, X., Sgro, P. M., e Chao, C. C. (2014). Strategic quality competition, mixed oligopoly and privatization. *International Review of Economics and Finance*, 34, 142-150
- Pal, D. (1998). Endogenous timing in a mixed oligopoly. *Economics Letters*, 61(2), 181-185
- Porter, M. E. (1996). What is strategy?. *Harvard Business Review*, 74, 61–78
- Shleifer, A., e Vishny, R. (1994). Politicians and firms. *Quarterly Journal of Economics*, 109, 995–1025
- Singh, N., e Vives, X. (1984). Price and quantity competition in a differentiated duopoly. *RAND Journal of Economics*, 15(4), 546-554
- Spence, A. (1975). Monopoly, quality and regulation. *Bell J. Econ*, 6, 417–429
- Stiglitz, J. (1987) Public Sector Economics, *New York: Norton*

Thomas, C. J., e Wilson, B. J. (2014). Horizontal product differentiation in auctions and multilateral negotiations. *Economica*, 81(324), 768-787

Tse, C. Y. (2001). Risky quality choice. *International Journal of Industrial Organization*, 19(1-2), 185-212

Wauthy, X. (1996). Quality choice in models of vertical differentiation. *Journal of Industrial Economics*, 44(3), 345-353

Zhang, X., e Cao, Y. (2014). Selling vertically differentiated products under one roof or two? A signaling model of a retailer's roof policies. *Journal of Retailing*, 90(4), 538-551