

*Revista de la Facultad de Agronomía, La Plata 101 (2), Año 1996: 159-167*

## **Funciones locales de volumen de madera comercial para *Pinus ponderosa* Dougl. ex Laws. en la precordillera de la provincia del Neuquén, Argentina**

JE ARCE, RA BRATOVICH, E WABO Y J MARQUINA\*

Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales, UNLP CC 31, 1900 La Plata, Argentina  
\* Comisión de Investigaciones Científicas de la Provincia de Buenos Aires, Argentina

### **RESUMEN**

El objetivo de este trabajo fue evaluar el comportamiento de una serie de modelos locales para estimar el volumen de madera rolliza de *Pinus ponderosa*, en plantaciones situadas en la precordillera de la provincia del Neuquén.

Se definieron 10 modelos matemáticos, capaces de predecir el volumen a partir del diámetro del árbol, de alguna función de este diámetro o de una combinación de ambos.

Los elementos de decisión tomados en cuenta para evaluar los modelos comprendieron: precisión, sesgo y sencillez.

En un grupo de 4 modelos destacados,  $V = a + b \cdot D^2$ ;  $V = a \cdot D^2$ ;  $V = a + b \cdot D + c \cdot D^2$ ;  $V = a \cdot D^b$ , no se encontraron elementos de juicio que permitieran definir la superioridad de un modelo sobre otro.

Los modelos de una variable predictora mostraron un comportamiento eficiente, con buena exactitud.

**Palabras clave:** *Pinus ponderosa*, modelo local, volumen.

## **Local functions of commercial wood volume for *Pinus ponderosa* Dougl. ex Laws. plantations on the Andean foothills in Neuquén province, Argentina**

### **SUMMARY**

The objective of this work was to evaluate the behavior of a series of local models to estimate the commercial wood volume of *Pinus ponderosa*, in plantations situated on the Andean foothills in Neuquén province.

Ten functions, which are capable of predicting the volume from the diameter of the tree, from some function of this diameter or from a combination of both have been proposed.

Recibido el 3 de octubre de 1995. Aceptado el 13 de diciembre de 1996.

The elements taken into account in order to evaluate the functions include: accuracy, bias and simplicity.

Within a group of four outstanding models,  $V = a + b \cdot D^2$ ;  $V = a \cdot D^2$ ;  $V = a + b \cdot D + c \cdot D^2$ ;  $V = a \cdot D^b$ , there were no elements to define the superiority of one over the others.

The models of one predicting variable showed an efficient behavior, with a good accuracy.

**Key words:** *Pinus ponderosa*, local model, volume.

## INTRODUCCIÓN

Una herramienta precisa y de uso práctico para la estimación de volúmenes individuales de madera en pie, son las ecuaciones de volumen ajustadas por regresión. Las de más sencilla aplicación, son las funciones de una sola variable predictora (Cailliez, 1980), llamadas funciones locales. Su comportamiento es aceptable en aquellos casos en que el diámetro está altamente correlacionado con la altura y la forma, o cuando estas dos últimas presentan poca variación.

En la Argentina se han ajustado funciones de volumen individual para varias especies en distintas regiones. Para la región continental (Marquina *et al.*, 1995) y del Delta Bonaerense (Suárez y García Volonté, 1993) se han desarrollado funciones de volumen para álamos. En la región andina se han ajustado funciones para lenga (Chauchard, 1991; Martínez Pastur *et al.*, 1993; Wabo, 1993) y ciprés de la cordillera (Chauchard *et al.*, 1991). Para la provincia de Misiones se han desarrollado tablas de volumen para pino paraná (Friedl *et al.*, 1991). No existen antecedentes sobre funciones o tablas de volumen para *Pinus ponderosa* en la precordillera de la provincia del Neuquén.

El objetivo de este trabajo fue evaluar el comportamiento de una serie de modelos locales para estimar el volumen de madera rolliza de *P. ponderosa*, en plantaciones situadas en la precordillera de la provincia del Neuquén.

## MATERIALES Y MÉTODOS

### Obtención de datos

Las plantaciones de las cuales se extrajeron "los árboles muestra" cubren casi 1.400 ha y están ubicadas en el Departamento de Aluminé, provincia del Neuquén, a 39°3'S y 70°25'W, entre los 1.000 y 1.600 m snm. Las plantaciones fueron realizadas en el año 1976, a un distanciamiento de 2,0 por 2,3 m (2.174 plantas.ha<sup>-1</sup>), con plantines obtenidos de semillas provenientes del estado de California, USA. En el año 1979 los rodales fueron repletos en un 46%. De este modo, la edad de los individuos muestreados fue de 15 - 18 años.

Se trabajó con dos muestras aleatorias de volúmenes, una para el ajuste de los modelos y otra para pruebas de validación. Con cada "árbol muestra" seleccionado se determinó el volumen comercial con corteza y se registró su diámetro normal y su altura comercial<sup>(1)</sup>. Las mediciones para el cálculo del volumen se efectuaron sobre el árbol apeado, su determinación se hizo mediante la aplicación de la fórmula de Newton sobre trozas de 2,0 m de largo y de la fórmula de Smalian en la troza final (de longitud variable). El criterio de conformación de las muestras, consistió en respetar la amplitud diamétrica real del área en estudio y obtener datos de toda la superficie involucrada.

La muestra para el desarrollo estadístico de los modelos estuvo conformada por 205

<sup>(1)</sup> El límite para la altura y el volumen comerciales fue un diámetro con corteza de 5 cm en punta fina.

árboles, con una amplitud de diámetros entre 5,3 y 30,2 cm y una amplitud de alturas comerciales entre 0,9 y 10,4 metros. La muestra de validación estuvo conformada por 51 árboles, con una amplitud de diámetros entre 5,6 y 32,0 cm y una amplitud de alturas comerciales entre 1,4 y 10,3 m.

### Modelos

Se evaluaron inicialmente 10 modelos matemáticos capaces de predecir el volumen a partir del diámetro del árbol, de alguna función de este diámetro o de una combinación de ambos (Tabla 1).

### Estimación de coeficientes

Los modelos seleccionados para el análisis estadístico comprendieron formas lineales y no lineales en referencia a los parámetros.

En los lineales, la estimación se llevó a cabo mediante el método de mínimos cuadrados con ponderación, definiendo al factor de la misma en función de la relación existente entre diámetros al cuadrado y las respectivas varianzas del volumen. En los no lineales se efectuó una estimación preliminar de coeficientes, mediante el método de mínimos cuadrados sobre la forma linealizada del modelo; los valores así obtenidos fueron luego

**Tabla 1.** Funciones de volumen (los modelos no lineales están expresados en su forma original y en su versión linealizada).

Volume functions (the nonlinear models are expressed in their linear and nonlinear form).

| Modelo original                        | Forma lineal                        |
|--|-------------------------------------|
| a. $V = a + b \times D$                | -                                   |
| b. $V = a \times D$                    | -                                   |
| c. $V = a + b \times D^2$              | (Kopezky-Gehrhardt)*                |
| d. $V = a \times D^2$                  | (Berkhout)*                         |
| e. $V = a + b \times D + c \times D^2$ | (Hohenadl-Krenn)*                   |
| f. $V = a \times D + b \times D^2$     | (Dissescu-Meyer)*                   |
| g. $V = e^{(a + b \times D)}$          | $\ln(V) = a + b \times D$           |
| h. $V = e^{(a + b \times D^2)}$        | $\ln(V) = a + b \times D^2$         |
| i. $V = e^{(a + b \times \ln^2(D))}$   | $\ln(V) = a + b \times \ln^2(D)$    |
| j. $V = a \times D^b$                  | $\ln(V) = \ln(a) + b \times \ln(D)$ |

Referencias: V = volumen de madera rolliza con corteza [m<sup>3</sup>], D = diámetro normal [cm], \* = autores extraídos de Loetsch *et al.* (1973)

Previo al análisis estadístico se llevó a cabo una preselección de modelos, mediante la comparación del comportamiento geométrico de cada modelo y el de las variables contenidas en el mismo. Este análisis se llevó a cabo mediante la representación gráfica de esas variables. Los modelos que desde el punto de vista geométrico conformaron una mala representación de las variables fueron descartados.

utilizados en la estimación definitiva, llevada a cabo mediante el método iterativo que utiliza el algoritmo desarrollado por Marquardt (Moser y Beers, 1969).

Para cada coeficiente estimado se determinó su error estándar y su intervalo de confianza al 95%. Para que las estimaciones fuesen directamente comparables, todos los modelos fueron resueltos con el volumen sin transformar.

## Análisis estadístico

El análisis estadístico comprendió la evaluación de la precisión de los coeficientes estimados y de la regresión y, la presencia de sesgos en los modelos. La precisión de los coeficientes se evaluó a través del intervalo de confianza al 95%, expresado como porcentaje del valor estimado. La precisión de cada regresión se evaluó a través del coeficiente de determinación ( $R^2$ ). Se llevó a cabo un "test" de significancia ( $P < 0,05$ ) para los valores estimados de los coeficientes a través del estadístico  $t$  de Student.

Se llevó a cabo la prueba de falta de ajuste en todos los modelos ("lack of fit"), a través de la partición de la suma de cuadrados del error en una componente asociada con el error puro de la variable respuesta y una componente asociada a la falta de ajuste. El cociente entre sus cuadrados medios se evaluó a través de la variable  $F$  para un 95% de confianza.

Se analizó el comportamiento de los residuos en función de los valores predichos.

Los modelos se compararon entre sí a través de sus predicciones para el rango diamétrico en estudio.

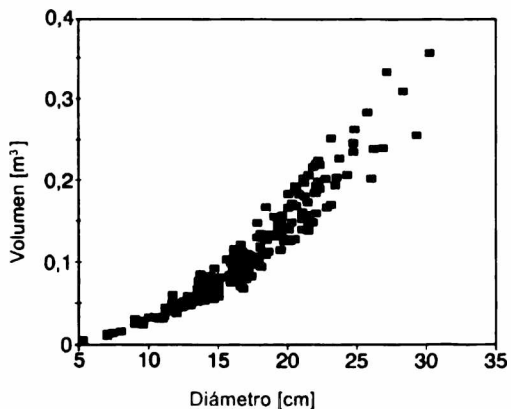
## Validación

Los modelos fueron aplicados sobre una segunda muestra independiente. Para cada modelo se determinó la diferencia, en porcentaje, entre el volumen total observado y el estimado en la muestra y, se llevó a cabo un test de  $t$  apareado para evaluar las diferencias entre los volúmenes predichos y los observados. Se calcularon las desviaciones estándar de las medias de las diferencias. Los elementos de decisión tomados en cuenta para evaluar los modelos comprendieron: su precisión, su sesgo y su sencillez.

## RESULTADOS Y DISCUSION

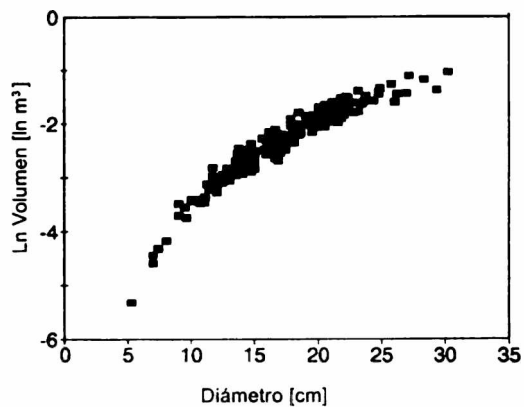
### Preselección de modelos

Los cinco modelos descartados, por no representar adecuadamente la relación entre las variables involucradas, fueron (a), (b), (g), (h) e (i) (Tabla 1). Los modelos (a) y (b) implican una relación lineal entre el volumen y el diámetro, que no se corresponde con la establecido gráficamente (Fig. 1a). Lo mismo sucede con los modelos (g) y (h) respecto al



**Figura 1a.** Relación volumen diámetro.

Relation between volume and diameter



**Figura 1b.** Relación entre el logaritmo del volumen y el diámetro.

Relation between logarithm and diameter.

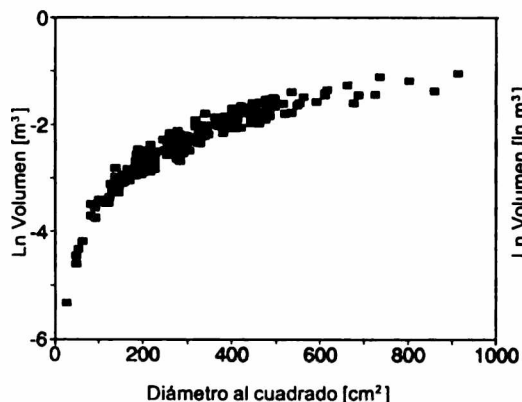


Figura 1c. Relación entre el logaritmo del volumen y el cuadrado del diámetro.

Relation between volume logarithm and square diameter.

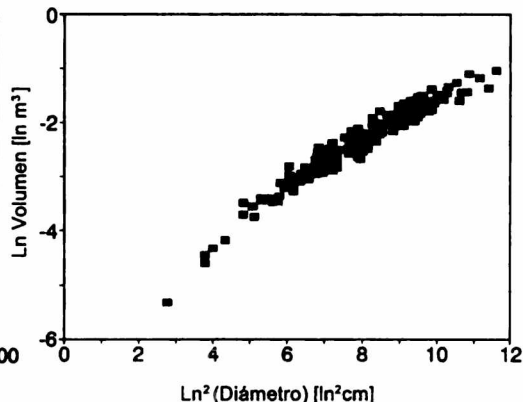


Figura 1d. Relación entre el logaritmo del volumen y el cuadrado del logaritmo del diámetro.

Relation between volume logarithm and square logarithm of the diameter.

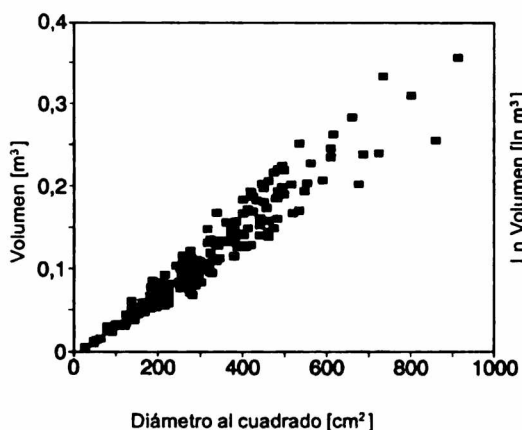


Figura 1e. Relación entre el volumen y el cuadrado del diámetro.

Relation between volume and square diameter.

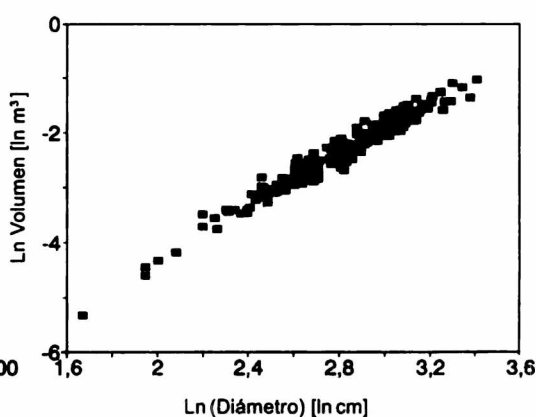


Figura 1f. Relación entre el logaritmo del volumen y el logaritmo del diámetro.

Relation between volume logarithm and diameter logarithm.

logaritmo del volumen con  $D$  y  $D^2$  (Figs. 1b y 1c), y con el modelo (i) respecto al logaritmo de  $D$  con el logaritmo del volumen (Fig. 1d). Los cinco modelos restantes (c), (d), (e), (f), (j) presentan una relación entre las variables similar a la representada gráficamente (Figs. 1e y 1f).

A través de este análisis no usual, se desestimaron *a priori* modelos sesgados.

### Estimación del factor de ponderación

Se ha observado que la varianza del volumen del árbol se incrementa con su tama-

ño, de allí que se recomienda el uso sistemático de la regresión ponderada, consistente en aplicar un factor de ponderación sobre el modelo (Cailliez, 1980). En la construcción de ecuaciones de volumen es difícil definir con exactitud el factor de ponderación.

Cailliez (1980) y Wabo (1993) representaron a la varianza del volumen en función de una potencia del cuadrado del diámetro:  $a(D^2)^b$ , donde  $b$  define el factor de ponderación. Sin embargo, en función de los resultados observados en la Figura 2, en donde el logaritmo de la varianza del volumen es aproximadamente proporcional al cuadrado del diámetro, se optó por una variante del modelo exponencial propuesto por Moser y Beers (1969).

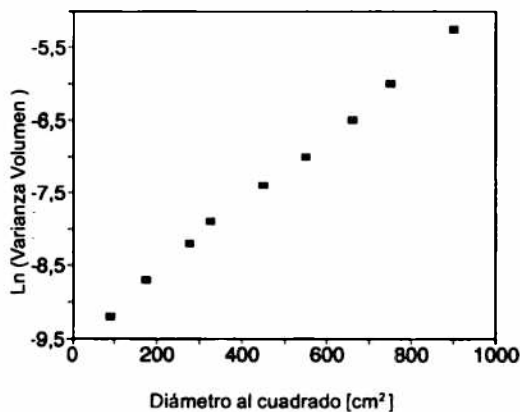


Figura 2. Logaritmo de la varianza del volumen ( $V$ ) en función del cuadrado del diámetro ( $D^2$ ).

Volume variance logarithm ( $V$ ) vs square diameter ( $D^2$ ).

El modelo ajustado fue el siguiente:

$$\text{VAR}_{(Vol)} = e^{[a + b \cdot (D^2)]}$$

Donde:  $\text{VAR}_{(Vol)}$  = varianza del volumen.

$D^2$  = diámetro normal cuadrático.

La regresión mostró un coeficiente de determinación  $R^2$  de 0,995. Los valores estimados de los coeficientes  $a$  y de  $b$  fueron 9,826 y 0,005 con errores estándar respectivos de 0,1798 y 0,0002. El factor de ponderación de la suma de cuadrados quedó definido por la inversa de la varianza estimada por el modelo, de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$w = \frac{1}{\text{VAR}_{(Vol)}}$$

### Estimación de coeficientes e indicadores

En la Tabla 2 se puede observar que los valores estimados de los coeficientes mostraron mayor confiabilidad en los modelos de una variable predictora. El modelo (e) presenta valores estimados no significativos para dos de sus coeficientes, al suprimir estos coeficientes el modelo (e) se transforma en el modelo (d), por consiguiente el modelo (e) se descarta.

Los coeficientes de determinación  $R^2$  fueron superiores para los modelos (d) y (f); todos los  $R^2$  superaron el 92 %.

### Prueba de falta de ajuste

Siempre que sea posible descomponer la suma de cuadrados del error en falta de ajuste y error puro, debe ser probada la significancia de la falta de ajuste ("lack of fit"). El error puro se presenta cuando se observan distintos valores de la variable dependiente para un mismo valor de la variable independiente, y no puede ser explicado por el modelo. Si el resultado del test indica falta de ajuste significativo el modelo es inadecuado (Draper y Smith, 1981).

En los cuatro modelos preseleccionados la falta de ajuste fue no significativa, por lo que se considera como bajo al posible error puro existente.

Tabla 2. Coeficientes e indicadores de los modelos.

Model coefficients and indicators.

| Modelo | Coefficiente | Valor estimado          | Error estandar | Intervalo de Confianza | R <sup>2</sup> |
|--------|--------------|-------------------------|----------------|------------------------|----------------|
| (c)    | a            | -0,010678*              | 0,001825       | -                      | 0,9331         |
|        | b            | 0,000396*               | 0,000001       | 10,0 %                 |                |
| (d)    | a            | 0,000357*               | 0,000004       | 5,6 %                  | 0,9784         |
| (e)    | a            | 0,005083 <sup>ns</sup>  | 0,008491       | -                      | 0,9339         |
|        | b            | -0,002253 <sup>ns</sup> | 0,001192       | 208,1 %                |                |
|        | c            | 0,000471*               | 0,000039       | 34,0 %                 |                |
| (f)    | a            | -0,001559*              | 0,000253       | 64,1 %                 | 0,9817         |
|        | b            | 0,000449*               | 0,000015       | 13,3 %                 |                |
| (j)    | a            | 0,000233*               | 0,000032       | 54,0 %                 | 0,9264         |
|        | b            | 2,151751*               | 0,043073       | 8,0 %                  |                |

\* Significativo para un Intervalo de Confianza de 95 %

<sup>ns</sup> No significativo para un intervalo de Confianza de 95 %.

### Comportamiento de residuos

La representación gráfica mostró un comportamiento equilibrado en los modelos (c), (f) y (j); la Figura 3, correspondiente al modelo (c) se indica como representativa de los tres modelos. En el modelo (d) se observó un leve predominio de residuos positivos.

### Comportamiento comparativo de los modelos

Las Figuras 4a y 4b muestran el comportamiento de los volúmenes calculados con los modelos, expresado en función del cuadrado de D.

Los cuatro modelos mostraron una tendencia rectilínea cuando se los expresó en función del cuadrado del diámetro normal. El modelo (d) mostró una leve tendencia a dar valores por encima del modelo (c) para diámetros pequeños y por debajo de ese modelo para diámetros mayores (Fig 4a). Ello se de-

bería a que los valores del modelo (d) pasan por el origen de los ejes coordenados y que la constante del modelo (c) es de signo negativo. Por su parte, los modelos (f) y (j) muestra-

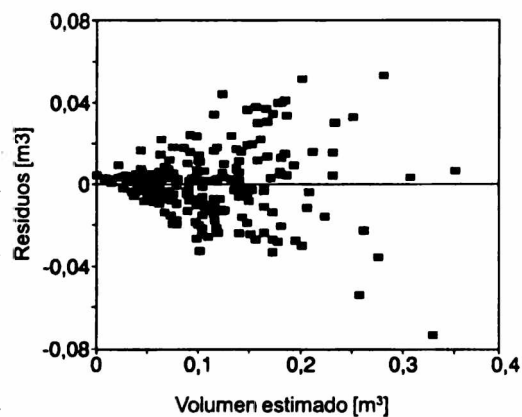
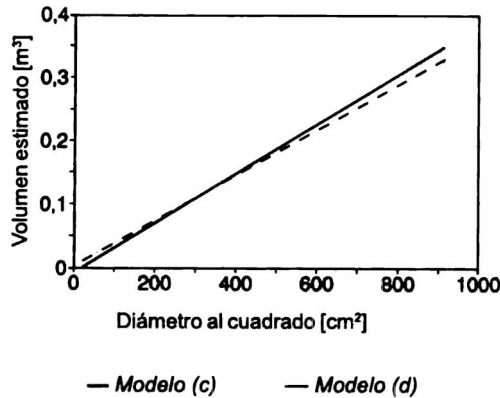


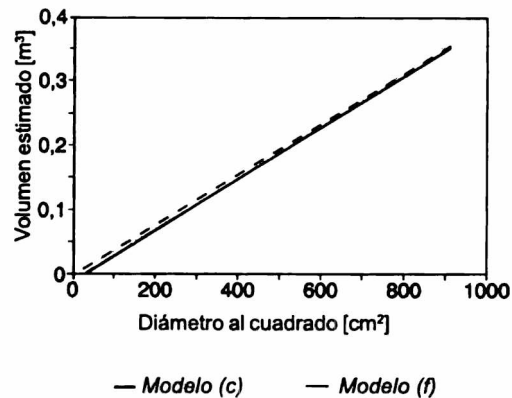
Figura 3. Comportamiento de residuos: modelo (c).

Residual behavior: model (c).



**Figura 4a.** Comportamiento de modelos: modelos (c) y (d).

*Models behavior: models (c) and (d)*



**Figura 4b.** Comportamiento de modelos: modelos (c) y (f).

*Models behavior: models (c) and (f)*

ron una tendencia a dar volúmenes mayores que el modelo (c) para diámetros altos, diferencia que crece a medida que se incrementa el diámetro (Figura 4b).

### Muestra independiente

La validación no es una alternativa incluida en todos los trabajos de generación de funciones de volumen. Es una etapa indispensable en la puesta a punto de modelos, pudiendo mostrar debilidades en los mismos, o indicando la necesidad de recolectar mayor número de datos (Aider, 1980). Aceptando este concepto y en concordancia con los trabajos de Martínez Pastur (1993) y Marquina *et al.* (1995), la validación se tuvo en cuenta como una etapa definitoria al momento de analizar resultados.

La Tabla 3 muestra los resultados obtenidos al aplicar los modelos a la muestra independiente.

Los cuatro modelos mostraron diferencias no significativas (95% de intervalo de Confianza) para las diferencias calculadas, por lo que no puede ser rechazada la hipótesis de

que el promedio de las diferencias en la población sea igual a cero. Se valida el muestreo para el ajuste de las funciones, y la preselección de modelos efectuada.

Se debe recordar que la similitud en la bondad del comportamiento de estos modelos, según la metodología utilizada y el criterio de los autores, está referida a edades y sitios representativos de los del área involucrada.

Al no existir antecedentes regionales, los estimadores de precisión sólo tienen valor comparativo entre los modelos seleccionados. Sin embargo, se pueden citar niveles de precisión obtenidos en otras especies y regiones, con indicadores similares. Así, Suárez y García Voionté (1993) presentan diferencias en sus modelos ajustados de 7,53 % y 10,36 %, así mismo, Friedl *et al.* (1991) destacan una precisión menor al 15%, mientras que Martínez Pastur *et al.* (1993) mencionan un valor de 2,26%. La presentación de estos valores es importante, además, por constituirse en un antecedente válido para futuros trabajos que compartan especies.



Tabla 3. Indicadores de la muestra de validación.

Validation of sample indicators.

| Modelo | Volumen Total [m <sup>3</sup> ] | Diferencia (%) | d [m <sup>3</sup> ]        | Sd [m <sup>3</sup> ] |
|--------|---------------------------------|----------------|----------------------------|----------------------|
| (c)    | 6,0156                          | -0,32 %        | - 3,71 10 <sup>-4</sup> ns | 0,026                |
| (d)    | 5,9325                          | 1,06 %         | 12,26 10 <sup>-4</sup> ns  | 0,025                |
| (f)    | 6,0516                          | -0,92 %        | -10,63 10 <sup>-4</sup> ns | 0,028                |
| (j)    | 6,0635                          | -1,12 %        | -12,92 10 <sup>-4</sup> ns | 0,027                |

V Total [m<sup>3</sup>] = Volumen total estimado para la muestra independiente (Volumen observado = 5,9963 m<sup>3</sup>)

Diferencia (%) = diferencia entre el volumen total observado y estimado en la muestra, respecto del observado[%]

d [m<sup>3</sup>] = diferencia media entre valores estimados y observados, tomados de a pares

Sd [m<sup>3</sup>] = desviación standard de los valores d

ns = no significativo para un intervalo de Confianza de 95 % para el test de t apareado ( Ho: d=0 y H1: d≠0)

## CONCLUSIONES

Los modelos de predicción de volumen individual de una variable generadora, aplicados a *P. ponderosa* en la precordillera del Neuquén, mostraron ser herramientas eficientes, de gran practicidad y exactitud

En el grupo de los 4 modelos seleccionados no se encontraron elementos que permitieran definir la superioridad de uno sobre otro. Por ello, deberían practicarse nuevos análisis cuando se disponga de una gama más variada de situaciones por edades y sitios. Esta condición podría hacer variar la alta relación implícita existente en el material estudiado, entre diámetro normal, altura total y forma.

## BIBLIOGRAFÍA

- Alder D** (1980) Predicción del rendimiento forestal. ESTUDIO FAO: Montes, Roma. 118pp.
- Calliez F** (1980) Estimación del volumen forestal. ESTUDIO FAO: Montes, Roma. 92pp.
- Chauchard L** (1991) Familia de funciones de volumen de lenga *Nothofagus pumilio* (Poepp. et Endl.) Krasser. VI Jornadas Técnicas: Inventarios - Modelos de Producción y Crecimiento Forestales. Eldorado, Misiones, Argentina: 26-39.
- Chauchard L, M Rey y M González P.** (1991) Funciones de volumen para ciprés de la cordillera

*Austrocedrus chilensis* (Don) Flor. VI Jornadas Técnicas: Inventarios - Modelos de Producción y Crecimiento Forestales. Eldorado, Misiones, Argentina: 40-48.

**Draper N y H Smith** (1981) Applied Regression Analysis. John Wiley and Sons, New York. 709 pp.

**Friedl RA, RA Costas, DC Malocco, LA Grance y JA Palavecino** (1991) Construcción de tablas de volúmenes estándares para *Araucaria angustifolia* (Bert) O.Ktze. VI Jornadas Técnicas: Modelos de Producción y Crecimiento Forestales. Eldorado, Misiones, Argentina: 59-72.

**Loetsch F, F Zöhrer y KE Haller** (1973) Forest Inventory. BLV Verlagsgesellschaft München Bern Wien, Alemania. 469 pp.

**Martínez Pastur G, C Fernández, P Perl y F Boyeras** (1993) Ecuaciones estándar de volumen total para la lenga (*Nothofagus pumilio*) de la margen sur del lago General Winter y Cerro Colorado, provincia del Chubut, Argentina. Revista Facultad de Agronomía, La Plata 69: 5-12.

**Marquina J, R Bratovich y R Marlats** (1995) Funciones de volumen útil con corteza para *Populus deltoides*. Cátedra de Silvicultura Ii, Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales, Universidad Nacional de La Plata, Argentina. (Inédito).

**Moser JW J y TW Beers** (1969) Parameter Estimation in Nonlinear Volume Equations. Journal of Forestry, New York 67: 878-879.

**Wabo E** (1993) Ecuaciones de volumen mediante regresión ponderada: factor de ponderación para dos variables predictoras en *Nothofagus pumilio*. VII Jornadas Técnicas, Inventarios - Modelos de Producción y Crecimiento Forestales. Eldorado, Misiones, Argentina: 156-160.