

「はりの曲げ」における内部応力を インタラクティブに学習する教材の開発

入江 隆 ・ 内藤 憲二*

材料力学は工学初心者にとって理解が容易な分野であるとは言い難い。例えば、中学校技術科教員を目指す学生で、片持ちはりに力を加えた場合にどのような内部応力が発生するのか正しく理解しているものは少ない。本研究では、仮想空間に呈示された片持ちはりに対して、学習者が三次元力覚呈示装置を介して接触し、自ら力を加えて変形させたときの内部応力分布を視覚的に確認できる教材を開発した。内部応力の算出には有限要素法の弾性二次元解析を用いた。自然な力覚呈示には1ms以下の周期が必要とされるが、有限要素法は要素数(節点数)とともに計算時間が増加する。本研究では要素数(節点数)と計算時間の関係を明らかにした上で、力覚呈示の条件を満たす仕様を決定した。結果として十分な分解能を持つ分割要素を組み込んだ教材においても、要求される計算速度を達成できることが確認された。

Keywords：はりの曲げ, 内部応力, 有限要素法, 教材, 力覚デバイス

1. はじめに

中学校技術・家庭科技術分野の内容「A材料と加工に関する技術」において、材料と加工に関する技術を利用した製作品の設計・製作が行われている¹⁾。丈夫な製作品を作るための材料の使用法や構造の工夫が教科書に取り上げられ、矩形断面部材の幅と高さが曲げ強さに与える影響などが扱われている^{2,3)}。学習内容としては「幅が2倍になると曲げ強さが2倍になる」、「高さが2倍になると曲げ強さが4倍になる」といったものである。それらを指導する教員には科学的理論に裏付けされた知識を基に授業を展開することが求められており、材料力学の知識が不可欠である。材料力学はものづくり(小さなプラスチックモデルから巨大な建造物まで)に携わるものにとって重要な学問分野であり、高等教育において工学系の学生を中心に広く学習されている。

しかし多くの工学初心者(教育学部で技術教育を学ぶ学生, 工業専門学校の学生, 工学部の学生など)にとって、材料力学は理解が容易な分野であるとは

言い難く、例えば片持ちはりに力を加えた場合にどのような内部応力が発生するのか、正しく理解している学生は少ない⁴⁾。特に工学初心者が材料力学を学習する場合には力覚を伴う学習が理想的であり、野崎らはアクリル材を圧縮ばねで連結した材料力学教材を開発している⁵⁾。学習者が教材を手を持ち、自ら力を加えて曲げてみることで「はり理論」の要点を視覚と手ごたえを通じて学習することができる。筆者もバーチャルリアリティ技術を応用した「はりの曲げ」を体感できる教材を開発している⁶⁾。三次元力覚呈示装置⁷⁾(以下、力覚デバイス)を利用することにより、学習者が仮想材料と力覚的接触を持ちながら「はり理論」のエッセンスを学習する教材である。しかしこれらの教材においても文献⁴⁾で調査対象となっている内部応力については扱われていない。局所的に発生する内部応力は数式を見ても把握不可能であり、材料力学の中でも学習が困難な分野である。そこで本研究では力覚デバイスを利用することにより、学習者が仮想材料に触れ、学習

岡山大学大学院教育学研究科 生活・健康スポーツ学系 700-8530 岡山市北区津島中3-1-1

*倉敷市立真備東中学校 710-1312 倉敷市真備町辻田60-1

Development of Interactive Learning Material for Internal Stress of a Bending Beam

Takashi IRIE and Kenji NAITO*

Division of Life, Health, and Sports Education, Graduate School of Education, Okayama University, 3-1-1 Tsushimanaka, Kita-ku, Okayama 700-8530

*Makibi-Higashi Junior High School, 60-1 Tsujita, Makibi-cho, Kurashiki 710-1312

者自身が力を加え、その時の応力分布を視覚的に確認できる教材を開発する。

材料の内部応力を算出するためには有限要素法が適当である。有限要素法はねじの締め付けの問題解明⁸⁾、複雑形状構造物の非線形弾性解析⁹⁾など、様々な分野で利用されている。また、内部応力の可視化を行うソフトウェア（例えば、ANSYS¹⁰⁾など）も多数存在しており、工業高校での使用を想定したシミュレーション教材の開発¹¹⁾も行われている。しかし本研究で開発を目指す教材のように仮想空間に呈示された材料に対して操作を行い、有限要素法をリアルタイム処理するようなものは存在しない。有限要素法は要素数（節点数）とともに計算量と計算時間が増加する。矩形断面形状のはりの曲げを解析する場合には二次元解析と三次元解析があるが、リアルタイム解析を目標とすれば計算量の少ない二次元解析を選択することになる。それでもなお、力覚デバイスを利用した教材においては1ms以下の周期で反力を呈示する必要がある¹²⁾、計算量が大きくなる有限要素法の適用の可否については不明であった。そこで本研究では、どの程度の要素数（節点数）であれば有限要素法を力覚デバイスを利用した教材に適用できるのかを明らかにするため、片持ちはりの一点に強制変位を与えた場合の応力分布と変位を算出する時間について検討を行った。その結果、教材として十分な分解能を持つ要素数の場合にも一般的なPCで十分に処理できることが明らかとなった。最後に中学校の技術科教員を目指す大学生と大学院生による本教材の評価を報告する。

2. 教材の開発

2.1 システム構成

教材はPCとディスプレイと力覚デバイスから構成される。本研究では図1に示すようにノートPCを使用し、力覚デバイスにはForce Dimension社のOmegaを採用した。Omegaはパラレルリンク構造による高い剛性（ $14.5 \times 10^3 \text{N/m}$ ）が特徴であり、正確な力覚呈示が可能である。連続呈示反力は12.0N、分解能は0.009mm以下、ワークスペースは $\phi 160\text{mm} \times \text{D}120\text{mm}$ である。ここで、ワークスペースは力覚デバイスのハンドル部（同図の球状部分、直径50mm）を操作する現実空間の範囲であり、ハンドル部が上下左右に直径160mmの円内を、前後方向（奥行方向）に120mm移動可能であることを意味する。PCと力覚デバイスはUSBケーブルで接続される。

図2に学習者が教材を操作する様子を示す。学習者はディスプレイ（ノートPC）の正面に着座し、

力覚デバイスを利き腕の前方に設置する。学習者は力覚デバイスのハンドル部を把持し、これを前後左右に移動させることにより仮想空間内のポイントを操作する。図3にディスプレイ画面（初期画面）を示す。仮想空間に片壁（左側）に固定された片持ちはりが呈示される。画面の下端中央部に示された白い小球がポイントである。図4にポイントを操作して片持ちはりの上面から下方に押し込んでいる様子を示す。ポイントがはりの内部に侵入すると、はり

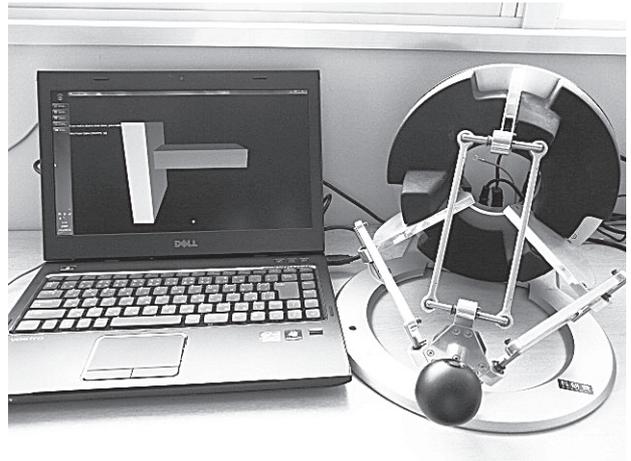


図1 教材の外観

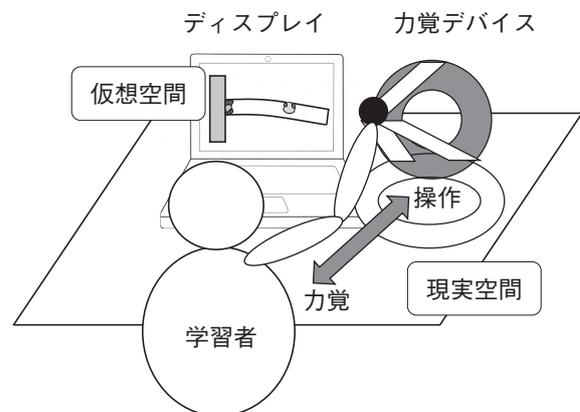


図2 学習者が教材を操作する様子

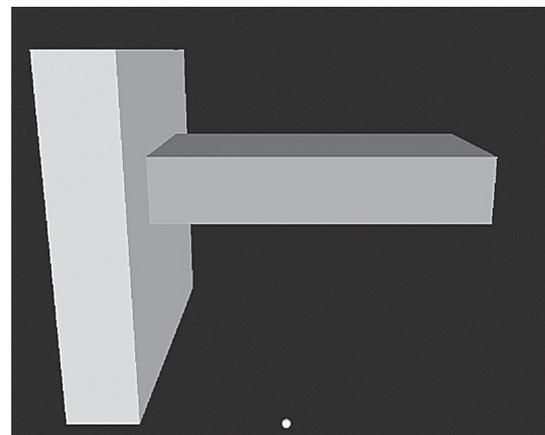


図3 ディスプレイ画面（初期画面）

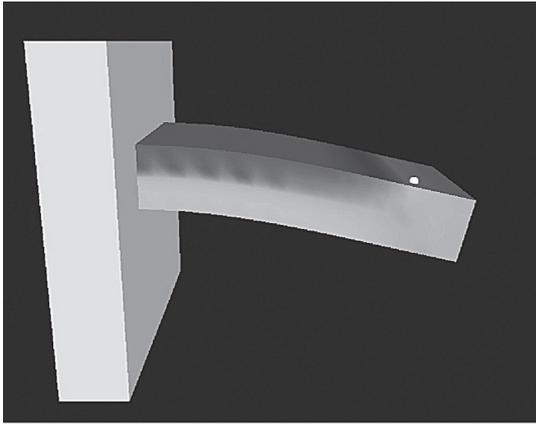


図4 ディスプレイ画面（水平方向の応力表示）

の特性（サイズ、弾性係数、ポアソン比）に基づく有限要素法解析が行われ、はりの変形、内部応力、押し込み点における反力が算出される。はりの変形はディスプレイ画面のグラフィックスに反映され、内部応力ははり表面にカラーグラデーション表示される。同図は水平方向の応力を表示している例であり、はりの上面部分に引張応力（ディスプレイ画面では赤色）、下面部分に圧縮応力（ディスプレイ画面では青色）が発生している。また、ポインタが接触している部分には圧縮応力が発生し、それよりも右側（自由端側）には応力が発生しない。同図はモノクロ画像のために圧縮応力が見えにくくなっている。反力は力覚デバイスのハンドル部を介して学習者に体験される。これらが全てリアルタイムで処理されることにより、学習者は自らが加えた力によって片持ちはりを曲げているように感じられ、同時にはりの内部に発生する応力分布を視覚的に確認できる。加える力の大きさを変化させたり、位置を変えたりといった動作も自由であり、インタラクティブな学習を行うことができる。

2.2 プログラミング

プログラミングの開発環境は、Microsoft Visual C++ 2008をベースにchai3dを利用した。chai3dは米国Stanford大学の研究室が開発した触覚・力覚アプリケーション開発用オープンソースツールキットであり、力覚呈示及び三次元グラフィックスによる仮想空間構築に必要なAPI（Application Programming Interface）を提供する¹³⁾。

力覚デバイスを制御するプログラムでは、グラフィックス表示のためのスレッドと力覚呈示のためのスレッドが独立して処理される。滑らかなグラフィックス表示が1秒間に30回程度の更新で十分であるのに対して、自然な力覚呈示のためには1秒間に1000回以上の更新が必要となる¹²⁾。この二つ

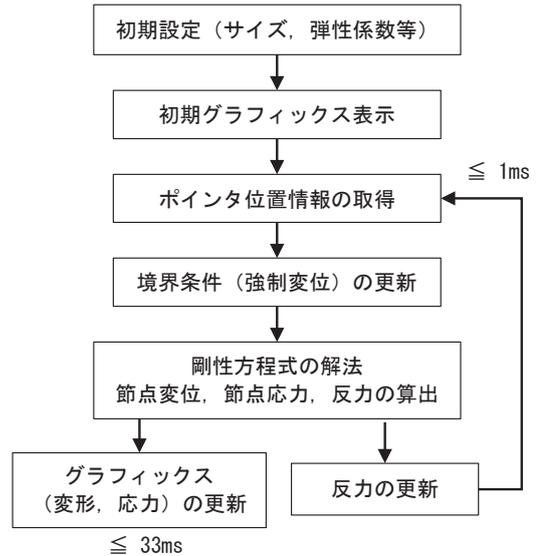


図5 有限要素法の解析手順

のスレッド処理はchai3dが行い、利用者側からはブラックボックス化されている。スレッド処理の基本的な考え方は1秒間に1000回以上の力覚呈示更新を確保した上で、その間にグラフィックス表示を更新するというものである。よって計算量の増加によりスレッド処理が追い付かない場合は、まずグラフィックスの遅延が発生する。

図5に有限要素法の解析手順を示す。まず片持ちはりのサイズ、弾性係数、ポアソン比等の初期設定を行い、仮想空間に片持ちはりのグラフィックスを呈示する。学習者が力覚デバイスを介してポインタを操作する間、ポインタの位置情報を取得する。ポインタが片持ちはり内部に侵入する場合には、要素モデルの境界条件を更新し、剛性方程式を解くことにより節点変位、節点応力、接触点における反力を算出する。グラフィックス（節点変位に基づくはりの変形と節点応力に基づくカラーグラデーション表示）と反力の更新を行った後、再びポインタ位置情報の取得を行い、上記のループを繰り返す。前述の通り、グラフィックスの更新がおよそ33ms以下の周期で十分なのに対して、反力の更新は1ms以下の周期が求められる。

3. 有限要素法解析の計算時間

反力呈示を繰り返すループにおいて計算時間の大部分を占めるのが、剛性方程式を解いて節点変位、節点応力、接触点における反力を算出する部分である。本章では、分割要素数（節点数）と計算時間の関係を明らかにすることで、有限要素法の教材への組み込みの可否を検討する。解析対象は矩形断面の片持ちはりとする。

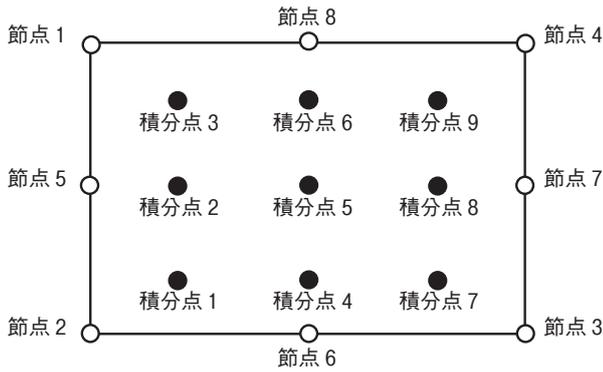


図6 四角形8節点アイソパラメトリック要素

3.1 使用する有限要素法と解析条件

有限要素法を教材へ組み込むためには1ms以下で反力を更新する必要がある。計算量が大きくなる三次元解析は適用が困難であり、二次元弾性有限要素法について検討する。二次元解析には複数のモデルが存在するが、はりの上面から下方に押し込む場合には側面に現れる応力分布が関心の対象となり、平面ひずみモデルが適当である¹⁴⁾。分割要素には図6に示す四角形8節点アイソパラメトリック要素を用いる¹⁵⁾。頂点節点の間に中間節点を持つため、少ない要素数で多くの節点の変位と応力を算出できる。ガウス積分については同図に示すように9点積分を行う。剛性方程式の解法（ソルバー）については計算時間の短縮を目的に複数の解法が提案されている。ここでは行列の対称性を利用して計算量を減少させるハーフバンド・マトリックス（Half Band Matrix, HBM）法とそれを発展させたスカイライン（Skyline）法を用いて両者の比較を行う¹⁶⁾。

解析対象の要素数（縦×横）は、1×5、2×10、3×20、4×20、4×40の5種類とする。解析条件は、片持ちはりの自由端上面の（頂点）節点に強制変位を与えるものとする。該当ループを1000回実行し、その平均計算時間を算出する。なお、実行プログラムは文献¹⁶⁾を参考に計算速度向上を目的に最適化した自作プログラムである。

使用するPCは前述のようにノート型であり、仕様は以下のとおりである。

- ・ PC : DELL Vostro3450
- ・ OS : Windows 7 Professional SP1
- ・ CPU : Intel Core i7-2620M 2.70GHz
- ・ RAM : 4.00GB
- ・ GPU : ADM Radeon HD 6630M
- ・ Display Resolution : 1366 × 768

3.2 解析結果

平均計算時間を表1に示す。要素数とともに節点

表1 有限要素法解析の結果

要素数 (縦×横)	要素数 (総数)	節点数	平均計算時間[ms]	
			HBM法	Skyline法
1×5	5	28	0.034	0.031
2×10	20	85	0.147	0.140
3×20	60	227	0.769	0.405
4×20	80	289	1.549	0.592
4×40	160	568	4.703	1.185

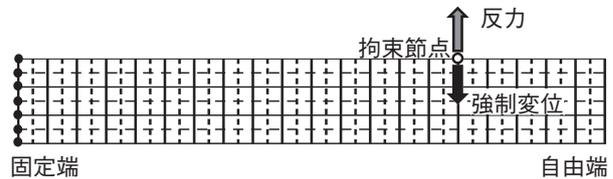


図7 要素数3×20の場合

数が増え、計算時間も増加する。計算時間は節点数によってほぼ決定され、両者の関係は指数関数の形をとる。要素数が増えるとともにハーフバンド・マトリックス法に対するスカイライン法の優位性が明確になる。計算誤差について、四角形8節点アイソパラメトリック要素は三角形要素、四角形4節点アイソパラメトリック要素などと比べて精度が高く、節点数が100に近づく要素数2×10以上であれば十分に実用性がある¹⁷⁾。

本章の検討においては有限要素法解析の計算速度のみを算出しているが、教材に組み込む場合にはグラフィックス処理も同時に行う必要があり、単純に同表の計算時間が1ms以下であれば良いと判断することはできない。しかし、図3、4のように片持ちはりを呈示する程度のグラフィックス処理は有限要素法解析と比べて計算量がごく僅かである。従って今回の教材開発において、スカイライン法を用いるのであれば要素数4×20でも組み込みが可能である。

4. 教材の仕様

実際に有限要素法を教材に組み込む場合に必要な要素数について考える。参考として3×20の分割要素を図7に示す。実線で作られた格子が分割要素であり、この格子点上に各要素の頂点節点が存在する。さらに四角形8節点アイソパラメトリック要素を用いているので、実線と破線との格子点上にも中間節点が存在する。破線同士による格子点上の変位と応力も周辺の変位と応力から補間が可能であり、体験型の教材として十分な分解能が得られる。

水平方向には頂点節点と中間節点を合わせて41節点が存在し、単に応力分布を表示するという観点からは過剰とも思われるが、水平方向の節点数は解析誤差と関係するためある程度の分解能が求められる。力覚デバイスを操作して仮想空間内のポイン

タで片持ちはりの上面から下方に押し込む際に、ポイントから最も近い節点（頂点節点と中間節点のどちらでも可）を選択し、その節点に強制変位を与えて有限要素法解析を行う。水平方向の分解能が低い場合には実際の接触点と強制変位を与える節点のずれが大きくなり解析誤差につながる。同図の場合には最大誤差が1.25%であり、体験型教材であることを考慮すれば、この程度の誤差は問題ない。

以上のような観点から、開発教材においては要素数 3×20 で有限要素法を行い、その解析結果に基づくグラフィックス表示を行う。応力分布表示は水平方向と鉛直方向をキーボード操作で切り替えることができる。図8に鉛直方向の応力分布表示の様子を示す。引張応力（ディスプレイ画面では赤色）と圧縮応力（ディスプレイ画面では青色）の大きさによるカラーグラデーション表示がなされており、固定端上面部分に強い引張応力、固定端下面部分と押し込み部分の強い圧縮応力が確認される。さらに強い応力発生部分の周辺に引張応力と圧縮応力が縞状に現れる様子も観察できる。

問題の力覚提示スレッド（有限要素法解析）とグラフィックス表示スレッドの処理速度については、力覚呈示更新が $0.5 \sim 1\text{ms}$ 、グラフィックス表示更新が 5ms 弱であった。自然な力覚呈示を実現する更新周期 1ms を満たしており、今回の要素数程度であれば十分に有限要素法をリアルタイム処理できることが確認できた。

5. 教材の評価

中学校技術科教員を目指す大学生と大学院生に教材（1台、内部応力表示は水平方向と鉛直方向の2種類）を体験させ、学習調査を行った。対象者は14人で、大学の講義等で「はりの曲げ」特性の学習経験のある既修者が5人、未修者が9人であった。

事前に対象者には片持ちはりに力を加えた時に発生する内部応力を予想させた。力を加えた時にはりが変形するとともに内部応力が発生すること、応力には引張応力と圧縮応力が存在すること、力を加える方向との関係から応力を水平方向と鉛直方向に分けることができることを対象者に説明した上で、引張応力を赤色、圧縮応力を青色の色鉛筆で塗らせた。内部応力の予想図の結果からは、水平方向と鉛直方向ともに内部応力を正確に把握しているものはいなかった。図9に正解に近い予想図の例を示す。同図(a)の水平方向の場合、上面全体を赤色（引張応力）で、下面の固定端から中央部までを青色（圧縮応力）で塗っている。上面に引張応力、下面に圧縮応力が発生するところまでは理解できているが、それらほと

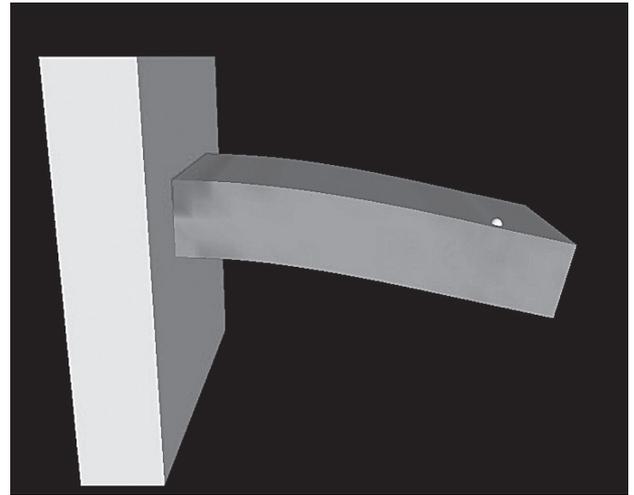
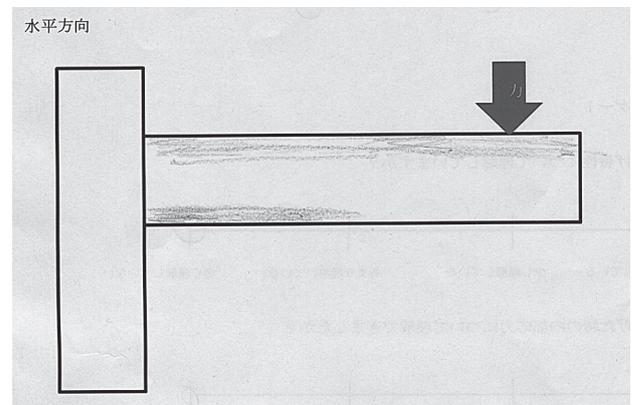
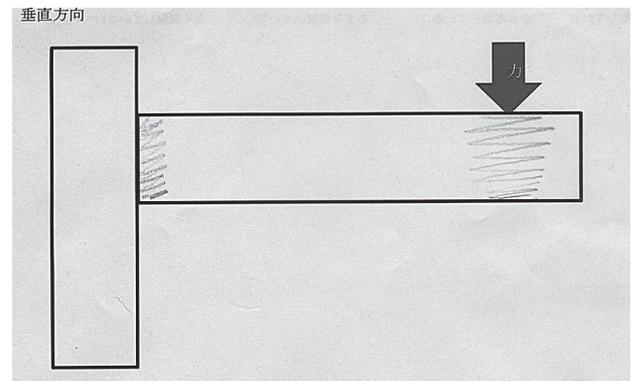


図8 ディスプレイ画面（鉛直方向の応力表示）



(a) 水平方向



(b) 鉛直方向

図9 調査対象者による内部応力の予想図の一例

もに固定端から押し込み点までであり、そこから自由端にかけては応力が発生しないということが理解できていない。同図(b)の鉛直方向の場合、押し込み点に上面から下面にかけて赤色で、固定端付近の上面から下面にかけて青色で塗っている。鉛直方向の応力が押し込み点と固定端付近に集中的に発生するところまでは理解できているが、押し込み点では圧縮応力が発生し、固定端付近では上面と下面で応力

が異なることなど、不十分な点が多い。特に鉛直方向の応力については、全く想像ができず白紙のままのもの、あるいは、色は塗っているが応力分布を全く理解できていないものが多かった。

事前調査後、対象者に仮想空間でポインタを移動させるための力覚デバイスの操作方法と、表示する応力分布を水平方向または鉛直方向に切り替えるためのキーボード操作を説明した。教材を用いた学習は、対象者が片持ちはりに力を加えたときの水平および鉛直方向の内部応力が十分に理解できたと納得するまで自由に行わせた。従って学習時間は対象者によって異なるが、およそ2分弱から4分程度であった。

教材体験後、以下の5項目(①～⑤)に対して強い肯定(4点)から強い否定までの(1点)4件法で回答させた。

- ①「材料力学についての興味・関心が深まりましたか？(材料力学への興味・関心)」
- ②「はりを曲げた時の内部応力について理解できましたか？(内部応力の理解)」
- ③「水平方向と鉛直方向の応力の違いを理解できましたか？(内部応力の理解)」
- ④「この教材は操作しやすかったですか？(教材の操作性)」
- ⑤「この教材による学習は楽しかったですか？(教材への興味・関心)」

選択回答項目の結果を表2に示す。既修者と未修者を区別しているが、項目②のみで有意差が確認された。学習内容に対する興味・関心及び理解(項目①～③)については、未修者の点数が僅かに低くなっている。これは予想された結果であるが、理論的学習を行うことなく教材を体験するよりも、両者を組み合わせることの重要性が示唆されている。教材の操作性(項目④)については、力覚デバイスを利用した教材開発を行った文献6)における結果と同様に高い評価が得られた。また、教材への興味・関心(項目⑤)についても既修者と未修者ともに高い評価が得られた。教材への興味・関心については文献6)の被験者のコメントに「楽しく学習できた」「興味深く感じる」等の言及が見られていたが、定量的に再確認された。

また、以下の2つの質問に対して自由記述で回答させた。

I. 「内部応力について興味深かった点や予想と異なっていた点を記入して下さい。」

II. 「教材の良い点・悪い点を記入して下さい。」

質問I. に対する回答の一部を表3に示す。二つ目の回答も鉛直方向の応力についてのものであり、

表2 教材による学習の評価(選択回答項目)

項目	既修者 (N=5)	未修者 (N=9)
①	3.6 (0.5)	3.2 (0.4)
②*	3.8 (0.4)	3.2 (0.4)
③	3.8 (0.4)	3.3 (0.7)
④	3.8 (0.4)	4.0 (0.0)
⑤	3.8 (0.4)	3.7 (0.5)

数値は平均値であり、括弧内は標準偏差。
項目②の*は $p<0.05$ 。

表3 質問I. に対する回答の一部

水平方向と鉛直方向の応力の違いが面白いと思った。
力が加わる位置にも圧縮が少しかかっているのが驚きでした。
鉛直方向の応力は予想と異なっていた。

表4 質問II. に対する回答の一部

力を加えた感触を実際に感じることができる。
現実(の材料)だと、どの部分が伸張・圧縮したか見ることができないが、この教材だと実際に目に見えて確認することができて良かった。
自分で力を加える位置が変えられるのがとても興味深かったです。

9名の回答から鉛直方向応力に関する記述が見られた。質問II. に対する回答の一部を表4に示す。インタラクティブに自ら力を加えながら(感じながら)操作できる点が評価されており、文献6)と同様に力覚デバイスを使用した効果が表れている。

以上、材料力学への興味・関心及び内部応力の理解について、特に既修者から高い評価が得られた。教材に対する評価は既修者と未修者ともに高く、自由記述回答から力覚デバイスを使用した効果を確認することができた。

6. おわりに

本研究では、力覚デバイスを利用することにより、仮想空間に呈示された片持ちはりに学習者が自ら力を加えて変形させたときの内部応力分布を視覚的に確認できる教材を開発した。力覚デバイスで自然な力覚呈示を行うためには1ms以下で更新する必要がある、有限要素法を教材へ組み込むことの可能性を検討することが主要な課題であった。結果として、矩形断面形状の部材に対して二次元解析を行い、適切な要素数と剛性方程式の解法を用いれば十分に可能であることが明らかとなった。また、中学校技術科教員を目指す大学生と大学院生に教材を体験させ、学習調査を行った結果、材料力学への興味・関心及び内部応力の理解について、特に既修者から高い評価が得られた。教材に対する評価は既修者と未

修者ともに高く、自由記述回答から力覚デバイスを使用した効果を確認することができた。

教材の利用方法としては、次のような手順で学習を進めると工学初心者にとっても内部応力の理解が容易になるのではないかと期待される。

1) 実際のはりに学習者が力を加えて曲げさせ、その内部にどのような力(応力)が発生しているのか想像させる(現実空間での体験)。

2) 内部応力の基礎を学習させる(座学)。

3) 本教材により発生する内部応力を確認させる(仮想空間での体験)。

今後の課題として、部材の断面形状の多様化が挙げられる。中空断面形状および円形断面形状の部材に対しては、三次元の有限要素法解析を行う必要がある。本研究で行った要素数 3×20 、節点数227の二次元解析では、ノートPCを使用しても十分な力覚呈示更新が可能であった。処理能力に優れたデスクトップPCを使用し、要素数と節点数を適切に設定することにより、三次元解析も可能ではないかと考えられる。なお、その場合には部材表面の応力分布のだけでは不十分であり、部材の様々な切断面における応力分布も観察できることが求められる。本研究でプログラミングに使用したchai3dには仮想空間に複数のカメラを設定し、それらの画像を個別のウィンドウに表示することが可能である。教材の有用性向上を目指し、三次元解析の適用に取り組んでいきたい。

謝辞

本研究は、科学研究補助金基盤研究C(課題番号23501018)による補助のもとで行われた。また、評価実験の実施に協力していただいた廣門昌晃君に感謝の意を表す。

参考文献

- 1) 文部科学省：中学校学習指導要領解説 技術・家庭編，教育図書，pp.16-22(2008)
- 2) 間田泰弘：技術・家庭 技術分野，開隆堂，p.36(2016)
- 3) 加藤幸一：新編新しい技術・家庭 技術分野 未来を創る Technology，東京書籍，pp.36-37(2016)
- 4) 腰塚実穂・大谷忠：材料に働く力と変形に対する学習者の力学的なイメージに関する調査，日本産業技術教育学会第53回全国大会講演要旨集，

p.137(2010)

- 5) 野崎英明・本橋諭・上野耕史・竹野英敏：「はりの曲げ」を理解するための教材の開発，日本産業技術教育学会，第53巻，第4号，pp.255-262(2011)
- 6) 入江隆：「はりの曲げ」を体感できるマルチメディア学習教材の開発，日本産業技術教育学会，第56巻，第3号，pp.215-223(2014)
- 7) T. H. Massie, J. K. Salisbury: The PHANTOM Haptic Interface: A Device for Probing Virtual Objects, ASME WAM, Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems, DSC-Vol.55-1, pp.295-300(1994)
- 8) 田中稔・田中道彦・小林光男：ねじの塑性域締付けシミュレーション—3次元応力分布を考慮した有限要素法解析—，日本産業技術教育学会，第52巻，第3号，pp.229-236(2010)
- 9) 宮村倫司・野口裕久・塩谷隆二・吉村忍・矢川元基：階層型領域分割法による超並列弾塑性有限要素法解析，日本機械学会論文集(A編)，第65巻，第634号(1999)
- 10) CAD/CAE研究会編：有限要素法解析ソフト ANSYS 工学解析入門(第2版)，オーム社，pp.1-241(2013)
- 11) 林丈晴・海老原理徳・山本利一：引張試験の学習を支援するシミュレーション教材の開発と指導内容の検討，日本産業技術教育学会，第52巻，第3号，pp.187-194(2010)
- 12) 長谷川晶一・赤羽克仁・岩下克・馬場次郎・小池康晴・佐藤誠：高解像度力覚インターフェースをもつ物理ベースVRシステムの開発，電子情報通信学会論文誌D-II，第J88-D-I巻，第2号，pp.431-438(2003)
- 13) chai3d：<http://www.chai3d.org/>，(2017年3月28日確認)
- 14) 吉野雅彦・天野賢治：Excelによる有限要素法—弾性・弾塑性・ポアソン方程式—，朝倉書店，pp.28-33(2006)
- 15) 三好敏郎・白鳥正樹・坂田信二：有限要素法解析，朝倉書店，pp.11-17(1998)
- 16) 黒田英夫：基礎からの数値計算，工学社，pp.80-94(2010)
- 17) 福森栄次：よくわかる有限要素法，オーム社，pp.247-250(2005)