

BREVE RECORRIDO POR EL DISCURSO MATEMÁTICO ESCOLAR DE LA SERIE DE FOURIER EN EL CONTEXTO DEL INGENIERO EN ELECTRÓNICA

Jesús Eduardo Hinojos Ramos, Rosa María Farfán Márquez

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN (México)

jesus.hinojos@cinvestav.mx, rfarfan@cinvestav.mx

RESUMEN: La serie de Fourier se presenta en diversas asignaturas durante la formación del ingeniero en electrónica. Dicho conocimiento matemático es una herramienta esencial en su quehacer profesional, pero ¿qué dice la institución universitaria acerca de este conocimiento? Para el presente escrito y con base en el análisis del plan curricular de ingeniería en electrónica de una institución educativa mexicana, se describe brevemente el discurso matemático escolar alrededor de este conocimiento en asignaturas de ciencias de ingeniería e ingeniería aplicada.

Palabras clave: socioepistemología, ingeniería, series de fourier, matemática escolar

ABSTRACT: Fourier's series is used in different subjects during the training of engineers in Electronics. Such mathematical knowledge is an essential tool in their professional work, but what does the university states about such knowledge?. This report briefly describes the school mathematical discourse about mathematical knowledge in subjects of engineering sciences and applied engineering, all of which is based on the analysis of the electronics engineering curriculum in a Mexican educational institution.

Key words: socio-epistemology, engineering, fourier's series, school mathematics

■ Introducción

Desde el marco de la Socioepistemología, es de interés el estudio de las prácticas de una comunidad cuando llevan a cabo tareas propias de su disciplina, dichas prácticas se asocian con objetos matemáticos. Para inferir las prácticas, la teoría hace referencia al discurso Matemático Escolar (dME), el cual puede analizarse a través de los libros de texto, que son referentes escolares que presentan de forma organizada los contenidos curriculares institucionalizados y legitimizados (Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini, 2015a).

El dME es la introducción del saber matemático al aula, a través de adaptaciones y modificaciones que lo estructuran y otorgan una cierta funcionalidad. Este discurso tiene la finalidad de facilitar la comunicación entre el contenido y los actores (profesor y alumno) de los procedimientos y conceptos propios de la matemática, sin embargo, estos procesos de adaptación (intencionales o no), despersonalizan y descontextualizan el saber matemático, otorgándole características propias como lo son: la atomización de los conceptos, la concepción de la matemática como un conocimiento acabado, el carácter utilitario del conocimiento y la falta de marcos de referencia para significar la matemática, provocando la exclusión de los actores de la construcción del conocimiento matemático (Soto y Cantoral, 2014).

En Socioepistemológica, el conocimiento matemático debe problematizarse y situarse en la vida y contexto de aquel que aprende Matemáticas, esto exige un cambio o rediseño del dME con base en las prácticas sociales; buscando la descentración del objeto matemático a través de la simultaneidad y transversalidad del currículo, de manera que las prácticas sociales con fundamentos en la teoría formal y teorías formales comprobables con base en las prácticas sociales de los profesionistas sean enlazadas (Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini, 2015b).

Según Dolores (2000), en el nivel superior, específicamente en ingeniería, las investigaciones en Matemática Educativa han mostrado que la didáctica de los cursos de Matemáticas superiores, utilizan metáforas del aprendizaje, como lo son:

- La abstracción de un fenómeno y su simplificación o idealización.
- La anteposición de las abstracciones al análisis de la realidad física de los fenómenos.
- La imposición de trabajos algorítmicos.

Lo mencionado anteriormente puede observarse en los libros de texto utilizados en las diferentes instituciones educativas. A continuación, se muestra un ejemplo, analizando el dME alrededor de la serie de Fourier en las ciencias de la ingeniería y en ingeniería aplicada en el contexto de la electrónica, en particular en Sistemas Electrónicos de Potencia.

■ El discurso matemático escolar alrededor de la serie de Fourier en ingeniería electrónica

La forma de realizar el análisis del dME, se basa en el método propuesto por Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini (2015a), que consiste en dos fases: 1) una descriptiva donde se contextualiza y sitúa el tema de estudio y 2) un análisis cualitativo de la actividad matemática propuesta en el libro de Hart sobre electrónica de potencia en el apartado de *a manera de ejemplo*.

Analizando el programa curricular de ingeniería en electrónica de una institución universitaria del norte de México, se presenta el dME relacionado con la serie de Fourier, considerando los bloques de asignaturas propias de ciencias de la ingeniería e ingeniería aplicada. En la figura 1 se muestra un diagrama de la seriación curricular del programa analizado. Las asignaturas de ciencias básicas se mencionan, pero no serán consideradas para el análisis en el presente escrito.

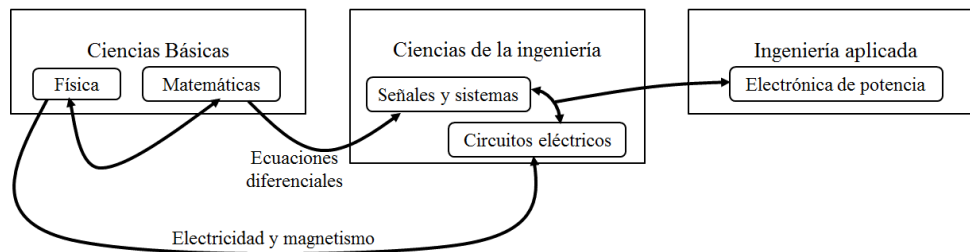


Figura 1. Diagrama de seriación curricular.

Algunas asignaturas donde se presenta la serie de Fourier en forma explícita para los bloques de ciencias de la ingeniería e ingeniería aplicada son: Señales y Sistemas (SS), Circuitos Eléctricos II (CEII) y Sistemas Electrónicos de Potencia (SEP). Dichas asignaturas se toman como base para realizar el análisis del dME alrededor de la serie de Fourier en el contexto de la electrónica de potencia.

La asignatura de SS perteneciente al bloque académico de ciencias de la ingeniería, tiene como único requisito para cursarla el curso de *Ecuaciones Diferenciales*; analizando el programa de curso (Instituto Tecnológico de Sonora, 2010a), la quinta unidad de competencia tiene como objetivo “Representar señales en tiempo continuo mediante la utilización de la serie de Fourier”.

El programa de curso menciona la bibliografía recomendada del curso, donde uno de los principales referentes es el libro *Señales y Sistemas* de Oppenheim, Willsky y Nahab (1998), el cual presenta a la serie de Fourier como una *herramienta* que permite descomponer una señal (o función) en términos de una suma infinita de senos y cosenos o en su defecto a través de una función exponencial compleja. La intención de este texto, según lo mencionado por los autores es “la representación de señales periódicas continuas y discretas conocidas como la Serie de Fourier, pues estas representaciones proporcionan uno de los más poderosos e importantes conjuntos de herramientas, así como las bases para analizar, diseñar y entender señales y sistemas lineales e invariante en el tiempo” (Oppenheim et

al., 1998, p. 177). La serie de Fourier se presenta en el capítulo 3 del libro y se divide en los siguientes apartados (se enlistan los analizados): *Representación en Series de Fourier de Señales Periódicas*, *Convergencia de las Series de Fourier*, *Serie de Fourier y Sistemas LTI y Filtrado*.

El apartado referente a la *Representación en Series de Fourier de Señales Periódicas* describe cómo realizar el desarrollo de las series de Fourier como una suma de exponenciales complejas para representar una función periódica continua, mostrando las fórmulas para calcular los coeficientes, propiedades de la función exponencial y ejemplos. Por otro lado el referente a la *Convergencia de las Series de Fourier* menciona que existe un conjunto de señales que pueden representarse mediante una serie de Fourier, haciendo especial énfasis en que los coeficientes que se encuentran, al ser sustituidos, pueden dar como resultado una representación que no necesariamente converge en la señal original, definiendo entonces criterios de error de aproximación para la expresión obtenida; se enumeran además los criterios de Dirichlet para indicar cuándo existe la convergencia.

En los apartados *Serie de Fourier y Sistemas LTI*, los autores mencionan que es posible representar en serie de Fourier virtualmente cualquier señal y explican cómo encontrar matemáticamente la respuesta de un sistema LTI en términos del desarrollo de una Serie de Fourier, mientras que, en *Filtrado*, se muestra la aplicación de la serie de Fourier para el análisis de frecuencias y diferentes técnicas para filtrado de señales.

Es importante resaltar que lo abordado por el libro de Oppenheim y otros (1998) se enfoca principalmente en el uso de la serie de Fourier en forma exponencial, mostrando el desarrollo matemático formal de la serie, sus propiedades y demostraciones, dedicando un menor interés a sus aplicaciones, aun cuando existen apartados de ejercicios donde su uso se contextualiza mediante una situación problema relacionada con circuitos eléctricos.

La serie trigonométrica, en sus formas completa y compacta, son mostradas en la página 189, sin embargo, los autores mencionan: “aunque las dos últimas son formas comunes para la serie de Fourier, la forma exponencial compleja de la ecuación es en particular conveniente para nuestros propósitos, de modo que usaremos dicha forma casi exclusivamente” (Oppenheim et al., 1998, p. 190).

Continuando con el bloque de ciencias de la ingeniería, se toma como base el programa de curso para CEII (Instituto Tecnológico de Sonora, 2010b). Uno de los principales libros mencionados en el programa de curso es *Fundamentos de Circuitos Eléctricos* de Alexander y Sadiku (2006), este libro contempla el análisis de Fourier como parte de su contenido.

Alexander y Sadiku (2006) exponen a la serie de Fourier en el capítulo 17, enfatizando en la definición de la serie como una *técnica o herramienta* que permite expresar una función periódica en términos de senoides, para posteriormente obtener la respuesta del circuito eléctrico aplicando técnicas de análisis fasorial, principalmente el principio de superposición; los apartados presentes en el libro son los siguientes (se enlistan los analizados): *Series trigonométricas de Fourier*, *Consideraciones de simetría*, *Aplicaciones en circuitos* y *Aplicaciones*.

Los autores comienzan el apartado de *Series Trigonómicas de Fourier*, mencionando el descubrimiento de Fourier sobre la representación de una función periódica no senoidal como una suma infinita de funciones senoidales. Se menciona la propiedad de la periodicidad de una función en términos matemáticos ($f(t) = f(t + nT)$ con n entero y T el periodo) y la relación del *teorema de Fourier* “toda función periódica práctica de frecuencia w_0 puede expresarse como una suma infinita de funciones seno o coseno que son múltiplos enteros de w_0 ” (Alexander y Sadiku, 2006, p. 757), mostrando la ecuación de la serie trigonométrica de Fourier, haciendo la relación de los elementos de la serie con los componentes de corriente directa y alterna de una señal eléctrica y mencionan los criterios de convergencia de Dirichlet para la serie.

Posteriormente se muestra el proceso que denominan *análisis de Fourier*, que consiste en resolver las integrales que permiten determinar los coeficientes a_0 , a_n y b_n de la serie trigonométrica de Fourier. Se muestra la ecuación de la forma compacta de la serie y el concepto de *espectro de frecuencias* como la gráfica de amplitud y fase de cada armónico obtenido de la descomposición de la señal.

En el apartado referente a *Consideraciones de simetría*, se estudian las propiedades de la serie de Fourier, en concreto las referentes a la simetría de las funciones, mencionando que estas propiedades permiten “conocer con anticipación que algunos de los coeficientes de Fourier serían cero y evitar así el trabajo innecesario de calcularlos” (Alexander y Sadiku, 2006, p. 764). Las propiedades que se muestran son: simetría par, simetría impar y simetría de media onda, condensadas en una tabla.

En el apartado de *Aplicaciones en circuitos*, Alexander y Sadiku (2006), mencionan un hecho clave para justificar el uso de las series de Fourier en el análisis de circuitos: “Para determinar la respuesta en estado estable de un circuito a una excitación periódica no senoidal se requiere la aplicación de una serie de Fourier, al análisis fasorial de corriente alterna (CA) y el principio de superposición” (Alexander y Sadiku, 2006, p. 744).

En este apartado, se presentan diversos problemas y ejercicios relacionados con la aplicación de la serie trigonométrica de Fourier para analizar un circuito eléctrico alimentado con una fuente determinada por la serie de Fourier $F(t)$ o bien por una función $f(t)$ para encontrar la respuesta del circuito, donde las funciones $F(t)$ y $f(t)$ pueden representar señales eléctricas de corriente o voltaje.

El apartado de *Aplicaciones* de Alexander y Sadiku (2006), menciona que el análisis de Fourier es utilizado en diversas aplicaciones prácticas, centrandó el desarrollo en dos aplicaciones principales: analizadores de espectro y circuitos de filtrado. El tipo de ejemplos y ejercicios que se presentan en este apartado son relacionados al uso de la serie de Fourier para analizar el comportamiento de un filtro cuando se alimenta con una señal eléctrica determinada.

El programa de curso de SEP (Instituto Tecnológico de Sonora, 2011), no menciona de manera explícita el uso de la serie de Fourier, sin embargo, la bibliografía recomendada por el programa y las prácticas de laboratorio del mismo contemplan el uso de este conocimiento como herramienta para realizar el análisis y diseño de circuitos electrónicos. El uso de este conocimiento, de acuerdo con Rashid (1993), se justifica, puesto que:

“Bajo condiciones de régimen permanente, el voltaje y la salida de los convertidores de frecuencia es una función periódica del tiempo... El teorema de Fourier declara que una función periódica se puede describir mediante un término constante más una suma infinita de términos senoidales y cosenoidales”. (Rashid, 1993, p. 643)

■ **A manera de ejemplo**

Uno de los principales referentes bibliográficos para SEP es *Electrónica de Potencia* de Hart (2001). El autor, en el capítulo 8 presenta un apartado titulado *Análisis mediante series de Fourier* (apartado 8.4, p. 321-323), donde alude que el *análisis de Fourier* aparece al analizar los inversores de corriente y realizar estudios de calidad de la conversión de electricidad, pues deben encontrarse y analizarse los armónicos en la corriente eléctrica que provoca la carga conectada al sistema y sus efectos en la entrada de la red eléctrica.

La serie de Fourier es mostrada en el libro de texto como un *conjunto de fórmulas* que permiten obtener distintos parámetros de un circuito, tales como voltajes, corrientes, impedancias y potencias, expresados para cada armónico de la frecuencia, donde cada uno corresponde a un término de la serie de Fourier para dicho parámetro. Esto se muestra en un ejemplo contenido en el apartado 8.4 de Hart (2001, p. 322), donde se dan valores de parámetros eléctricos y se solicita encontrar los valores correspondientes a cada armónico de la serie de Fourier, dada por el conjunto de fórmulas (ver figuras 2 y 3):

<p>Voltajes</p> $v_o(t) = \sum_{n, \text{ odd}} \frac{4V_{cc}}{n\pi} (\text{sen } n\omega_0 t)$	<p>Corrientes</p> $I_{\text{rms}} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} I_{n, \text{ rms}}^2} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{I_n}{\sqrt{2}}\right)^2}$ $I_n = \frac{V_n}{Z_n} \quad I_{n, \text{ rms}} \text{ es } I_n/\sqrt{2}$	<p>Potencias</p> $P = \sum_{n=1}^{\infty} P_n = \sum_{n=1}^{\infty} I_{n, \text{ rms}}^2 R$ $P_n = I_{n, \text{ rms}}^2 R = \left(\frac{I_n}{\sqrt{2}}\right)^2 R$
<p>Impedancias</p> $Z_n = \sqrt{R^2 + (n\omega_0 L)^2}$		

Figura 2. Fórmulas para el análisis de Fourier, (adaptación de Hart, 2001, pp. 322-323)

Ejemplo 8.2. Solución mediante series de Fourier para un inversor de onda cuadrada

Para el inversor del Ejemplo 8.1 ($V_{cc} = 100 \text{ V}$, $R = 10 \text{ } \Omega$, $L = 25 \text{ mH}$, $f = 60 \text{ Hz}$), calcular las amplitudes de los términos de las series de Fourier tanto para la tensión de onda cuadrada de la carga, como para la corriente de la carga, y la potencia absorbida por la carga.

Solución. La tensión de la carga se representa como serie de Fourier en la Ecuación 8.16.

$$V_n = \frac{4V_{cc}}{n\pi} = \frac{4(100)}{n\pi}$$

La amplitud de cada uno de los términos de la corriente se calcula a partir de la Ecuación 8.14:

$$I_n = \frac{V_n}{Z_n} = \frac{V_n}{\sqrt{R^2 + (n\omega_0 L)^2}} = \frac{4(100)/n\pi}{\sqrt{10^2 + [n(2\pi 60)(0,25)]^2}}$$

La potencia para cada frecuencia se calcula a partir de la Ecuación 8.15:

$$P_n = I_{n,rms}^2 R = \left(\frac{I_n}{\sqrt{2}}\right)^2 R$$

La potencia absorbida por la carga se calcula a partir de la Ecuación 8.15:

$$P = \sum P_n = 429,3 + 10,0 + 1,40 + 0,37 + 0,14 + \dots \approx 441 \text{ W}$$

lo que coincide con el resultado del Ejemplo 8.1.

Figura 3. Ejemplo del uso de series de Fourier en un circuito electrónico, (adaptación de Hart, 2001, p. 322-323)

Posterior a la resolución del problema, el autor muestra una tabla, indicando que ésta corresponde a las magnitudes de los armónicos de la frecuencia fundamental para cada parámetro solicitado (voltaje, impedancia, corriente y potencia), concluyendo que como la magnitud de las componentes de voltaje y corriente disminuyen (y en consecuencia la potencia también lo hace) mientras que la impedancia aumenta, los efectos de los armónicos de orden superior son despreciables por lo que sólo interesan los primeros términos, la tabla mencionada se presenta en la figura 4.

Tabla 8.1. Componentes de las series de Fourier para el Ejemplo 8.2

n	$f_n(\text{Hz})$	$V_n(\text{V})$	$Z_n(\Omega)$	$I_n(\text{A})$	$P_n(\text{W})$
1	60	127,3	13,7	9,27	429,3
3	180	42,4	30,0	1,42	10,0
5	300	25,5	48,2	0,53	1,40
7	420	18,2	66,7	0,27	0,37
9	540	14,1	85,4	0,17	0,14

Figura 4. Tabla de parámetros de potencia en términos de la serie de Fourier (Hart, 2001, p. 323)

Lo anterior muestra que el uso de la serie de Fourier se reduce a aplicar fórmulas y realizar un tratamiento algebraico-numérico para obtener los parámetros solicitados de un circuito. Esto da

evidencia de que el tratamiento que se le da a la serie es despersonalizado y descontextualizado, puesto que no es necesario el uso de las integrales para obtener las expresiones de los parámetros eléctricos, pues las mismas expresiones son dadas como fórmulas por *motivos de simplicidad*, lo cual corresponde a proporcionar un conocimiento acabado e incuestionable, lo que provoca la exclusión de la construcción social del conocimiento. Así mismo, el texto no incentiva a la reflexión acerca del porqué de las fórmulas y expresiones utilizadas.

■ Conclusiones

El breve recorrido por el dME del ingeniero en electrónica descrito, permite observar que la bibliografía recomendada por los programas de curso (SS, CEII y SEP) en los bloques de ciencias de la ingeniería e ingeniería aplicada, coinciden en que el análisis de Fourier es importante para estudios de calidad de la energía eléctrica, análisis de circuitos, desarrollo, verificación de proyectos electrónicos y representación de señales eléctricas. Todas ellas tareas propias del quehacer del ingeniero en electrónica, sin embargo, como se mostró en el ejemplo del libro de Hart, la serie se expone como un conocimiento acabado y reducido a la aplicación de fórmulas para obtener valores numéricos de parámetros eléctricos a través de un procedimiento algorítmico, como lo menciona Dolores (2000). Esto nos permite concluir que el dME en torno a la serie de Fourier provoca la exclusión de la construcción social del conocimiento, como lo indican Soto y Cantoral (2014).

■ Referencias Bibliográficas

- Alexander, C. y Sadiku, M. (2006). *Fundamentos de Circuitos Eléctricos* (3^{era} Ed.). México: McGraw Hill.
- Cantoral, R., Montiel, G. y Reyes-Gasperini, D. (2015a). Análisis del discurso Matemático Escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepistemológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 9-28.
- Cantoral, R., Montiel, G. y Reyes, D. (2015b). El programa Socioepistemológico de Investigación en Matemática Educativa: El caso de Latinoamérica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(1), 5-17.
- Dolores, C. (2000). Una propuesta didáctica para la enseñanza de la derivada. En R. Cantoral (Ed.), *El futuro del Cálculo Infinitesimal. Capítulo V*, 155-181. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Hart, W. (2001). *Electrónica de Potencia. Primera Edición*. España: Prentice Hall.
- Instituto Tecnológico de Sonora (2010a). *Programa de Curso oficial de la asignatura Señales y Sistemas*, plan 2009 de los programas Ingeniero Electromecánico, Ingeniero en Mecatrónica e Ingeniero en Electrónica. ITSON: Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica.

- Instituto Tecnológico de Sonora (2010b). *Programa de Curso oficial de la asignatura Circuitos Eléctricos II c/lab*, plan 2009 de los programas Ingeniero Electromecánico, Ingeniero en Mecatrónica e Ingeniero en Electrónica. ITSON: Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica.
- Instituto Tecnológico de Sonora (2011). Programa de Curso oficial de la asignatura *Sistemas Electrónicos de Potencia*, plan 2009 del programa Ingeniero en Electrónica. ITSON: Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica.
- Oppenheim, A., Willsky, A. y Nawab, S. (1998). *Señales y Sistemas* (2^{da} Ed.). México: Prentice Hall.
- Rashid, M. (1993). *Electrónica de Potencia. Circuitos, dispositivos y aplicaciones. Segunda Edición*. México: Prentice Hall.
- Soto, D. y Cantoral, R. (2014). Discurso Matemático Escolar y Exclusión. Una visión Socioepistemológica. *Boletim de Educação Matemática*, 28(50), 1525-1544.