FUTUROS FINANCIEROS

SOBRE TIPOS DE INTERÉS

Autoras:

Carmen Badía Batlle, Merche Galisteo Rodríguez y Teresa Preixens Benedicto

Departamento de Matemática Económica, Financiera y Actuarial

Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Barcelona

Índice

1. Definición y clasificación 1
2. Futuros sobre tipos de interés....................2
3. Futuros sobre tipos de interés a corto plazo....................5
3.1. Características....................5
3.2. Cotización....................7
3.3. Importe de liquidación....................12
3.4. Cobertura....................18
4. Futuros sobre tipos de interés a largo plazo....................30
4.1. Características....................30
4.2. Cotización....................32
4.3. Liquidación del contrato antes del vencimiento....................35
4.4. Liquidación del contrato en el vencimiento....................40
4.5. Cobertura....................57
Anexo 1: Características de los contratos de futuros a corto plazo....................70
Anexo 2: Características de los contratos de futuros a largo plazo....................73
Anexo 3: Relación de valores entregables y precio del *Bono Nocional a 10 años*....................77
Anexo 4: Precios al contado de los valores entregables del *Bono Nocional a 10 años*....................78
Bibliografía....................79

1. Definición y clasificación

En general, un contrato de futuros es un contrato estandarizado de compraventa aplazada en el tiempo en que, en el momento del acuerdo, las partes contratantes pactan el producto, el precio y la fecha de transacción.

En un contrato de futuros, el comprador y el vendedor contraen una obligación:

- El comprador ha de comprar, recibir, en una fecha futura predeterminada, denominada fecha de vencimiento, un activo determinado que es el activo subyacente a un precio pactado en las condiciones del contrato denominado precio del futuro.

- El vendedor ha de vender, entregar, en una fecha futura predeterminada, denominada fecha de vencimiento, un activo determinado que es el activo subyacente y a un precio pactado en las condiciones del contrato llamado precio del futuro.

Los futuros financieros se clasifican, atendiendo al activo financiero subyacente, en:

- Futuros sobre tipos de interés.
  - Futuros a corto plazo.
  - Futuros a largo plazo.
- Futuros sobre divisas
- Futuros sobre acciones.
- Futuros sobre índices bursátiles.

La característica fundamental de los contratos de futuros es la organización del mercado cuyo organismo fundamental es la Cámara de Compensación. En los mercados europeos, la Cámara de Compensación y el mercado de futuros forman una sola sociedad, denominada Sociedad Rectora, que responde de la organización del mercado. Las funciones de la Cámara de Compensación son las siguientes:

- Actúa como contraparte: compra al vendedor y vende al comprador, por lo que elimina el riesgo de crédito.
- Determina diariamente los depósitos de garantía de las posiciones abiertas que exige a cada socio o miembro liquidador. Los operadores que no sean miembros de la Cámara de Compensación, deben ponerse de acuerdo con un miembro de la misma para poder realizar operaciones.
- Liquida diariamente las pérdidas y ganancias para que el depósito de garantía permanezca inalterable.
- Liquida los contratos al vencimiento.

Para garantizar el cumplimiento de las obligaciones los miembros deben efectuar el depósito de unos márgenes, que se reembolsan al vencimiento:

- El margen inicial se exige al abrir una posición en el mercado.

- El margen o garantía de mantenimiento, exigida en función de las pérdidas o ganancias diarias, nunca puede ser inferior a un determinado nivel, generalmente un porcentaje del margen inicial. La Cámara de Compensación, al efectuar la liquidación diaria de pérdidas y ganancias, exigirá las aportaciones a las posiciones que tengan pérdida y permite la retirada para las posiciones que tengan beneficios. El mercado suele invertir estos depósitos en activos líquidos a corto plazo, de esta manera se evita el coste de oportunidad.

2. Futuros sobre tipos de interés

Los futuros sobre tipos de interés nacen para intentar cubrir los riesgos debidos a la variación en el tipo de interés del mercado y tienen como activo subyacente activos financieros de renta fija: obligaciones, bonos, Letras del Tesoro, depósitos interbancarios, cédulas hipotecarias, etc. En la fecha de vencimiento se procede a la entrega del subyacente en el caso de los futuros a largo plazo o se liquida por diferencias entre el precio del futuro en el momento de abrir la posición y el precio en el vencimiento en el caso de los futuros a corto plazo.

El primer mercado de futuros sobre tipos de interés se creó en Chicago en el año 1.975 (Chicago Board of Trade). En el año 1.982 se creó el mercado de Londres (LIFFE). Posteriormente, en el año 1.987 se fundó MATIF en París. En 1.989 se constituye la compañía MEFF Sociedad Holding de Productos Financieros Derivados S.A. que actualmente tiene la sede en Madrid.

Actualmente, en Europa hay dos mercados importantes que contratan futuros sobre tipos de interés:

- EUREX (Mercado de derivados alemán y suizo); www.eurexchange.com.

- EURONEXT (Mercado integrado de acciones, bonos y derivados procedente de la fusión de las bolsas de París, Ámsterdam, Bruselas, Lisboa y Oporto y el mercado de futuros y opciones de Londres, LIFFE); www.euronext.com.

En el mercado español continúa funcionando MEFF (www.meff.es) aunque con un volumen de negociación pequeño. Desde abril de 2.003 los clientes de MEFF pueden acceder también a algunos productos de EUREX.

Los contratos de futuros sobre tipos de interés vigentes en la actualidad en los mercados EUREX y EURONEXT.LIFFE son los siguientes:

Contratos de futuros a corto plazo:

- Desde EUREX se pueden contratar los siguientes futuros sobre tipos de interés a corto plazo (*money market products*):
  - *One-Month EONIA Futures*
  - *Three-Month EURIBOR Futures*
- Desde EURONEXT.LIFFE los futuros sobre tipos de interés a corto plazo que se pueden contratar son los siguientes (*Short Term Interest Rates futures* –STIR *futures*):
  - *One-Month EONIA Indexed Futures*
  - *One-Month SONIA Indexed Futures*
  - *Three-Month EONIA Swap Index Futures*
  - *Three-Month EURIBOR Interest Rate Futures*
  - *Three-Month EURODOLLAR Interest Rate Futures*
  - *Three-Month STERLING (Short Sterling) Interest Rate Futures*
  - *Three-Month EURO SWISS FRANC (Euroswiss) Interest Rate Futures*
  - *Three-Month EUROYEN (TIBOR) Interest Rate Futures*

  Los contratos *One-Month EONIA-Indexed Futures* y *Three-Month EURIBOR Interest Rate Futures* se pueden negociar desde los dos mercados.

A continuación se detallan las características del contrato *Three-Month EURIBOR Futures*[1]:

Three-Month EURIBOR	
ACTIVO SUBYACENTE	Tipo de interés interbancario EURIBOR para depósitos en €
NOMINAL DEPÓSITO	1.000.000€
VENCIMENTO	EURONEXT: Marzo, Junio, Septiembre, Diciembre y cuatro meses consecutivos de manera que estén abiertos a negociación 25 vencimientos. Los 6 primeros vencimientos deben ser meses consecutivos del calendario. EUREX: Marzo, Junio, Septiembre y Diciembre[2].
SISTEMA DE COTITZACIÓN	Índice base 100 con 3 decimales 100,000 – Precio futuro = Tipo de interés implícito
1 tick	0,5 puntos básicos ó 0,005% del valor nominal; 12,5€

[1] Las características del resto de los contratos se pueden consultar en el Anexo 1 y actualizar en la página web del correspondiente mercado.

[2] La fecha de vencimiento, en ambos mercados, es el tercer miércoles del mes de vencimiento.

Contratos de futuros a largo plazo:

- Desde EUREX se pueden contratar los siguientes futuros sobre tipos de interés a largo plazo (*fixed income products*):
    - o *Euro Schatz Future* (deuda pública alemana de plazo entre 1,75 y 2,25 años)
    - o *Euro Bobl Future* (deuda pública alemana de plazo entre 4,5 y 5,5 años)
    - o *Euro Bund Future* (deuda pública alemana de plazo entre 8,5 y 10,5 años)
    - o *Euro Buxl Future* (deuda pública alemana de plazo entre 20 y 30,5 años)
    - o *Conf Future* (deuda pública suiza de plazo entre 8 y 13 años)
- Desde EURONEXT.LIFFE los futuros sobre tipos de interés a largo plazo que se pueden contratar son los siguientes:
    - o *Long Gilt Futures* 10 años
    - o *Japanese Governement Bond Futures (JGB)*

Desde MEFF se pueden contratar algunos de los productos del EUREX a través de EUROMEFF (*Schatz, Bobl, Bund* y *Buxl*) y también un contrato propio: *Bono Nocional a 10 años.*

Les características de este último, según figura en MEFF, son las siguientes[3]:

Bono Nocional a 10 años	
ACTIVO SUBYACENTE	Bono Nocional de deuda pública española con un cupón anual del 4% y vencimiento a 10 años
VALOR NOMINAL	100.000€
VENCIMENTOS NEGOCIADOS	Marzo, Junio, Septiembre y Diciembre
FECHA DE VENCIMIENTO	Tercer miércoles del mes de vencimiento
SISTEMA DE COTITZACIÓN	En porcentaje del nominal
FLUCTUACIÓN MÍNIMA (TICK)	1 punto básico (0,01%); 10€
LIQUIDACIÓN VENCIMIENTO	Entrega Obligatoria
ENTREGABLE	Deuda pública española cuya vida residual esté entre 7,5 y 10,5 años

[3] Las características del resto de los contratos se pueden consultar en el Anexo 2 y actualizar en la página web del correspondiente mercado.

3. Futuros sobre tipos de interés a corto plazo

3.1. Características

El contrato de futuros sobre tipos de interés a corto plazo es un acuerdo sobre el tipo de interés que estará vigente en el futuro para un determinado plazo de tiempo. De esta forma se fija el importe de los intereses de un préstamo o de un depósito, para un plazo futuro determinado, sin que en ningún momento las partes se intercambien el principal o nominal del contrato, dado que es teórico y no existe. La liquidación consiste en el intercambio del diferencial de intereses entre el tipo vigente en el mercado de futuros el día de la liquidación y el tipo vigente el día de la contratación.

Para estudiar, desde el punto de vista financiero, un contrato de futuros a corto plazo deben tenerse en cuenta los siguientes elementos:

- Nominal del futuro: N. Es el nominal teórico del depósito que constituye el subyacente del futuro a corto plazo.

- Divisa del futuro. Es la moneda en la que se expresa el nominal del contrato.

- Fechas y plazos del contrato:

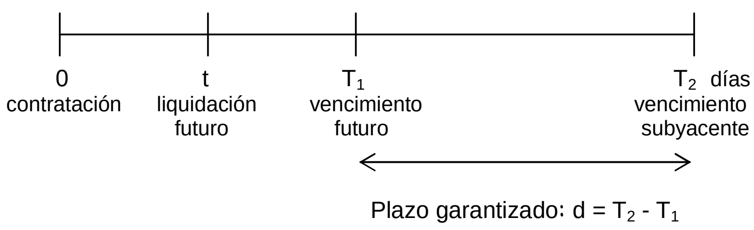
    - Fecha de contratación: 0. Es la fecha en la que se formaliza el contrato.

    - Fecha del vencimiento del futuro: T_1 días. En esta fecha vence el futuro y empieza el depósito subyacente.

    - Fecha de vencimiento del depósito subyacente: T_2 días. En esta fecha vence el depósito hipotético que constituye el subyacente del contrato.

    - Fecha de liquidación del futuro: $t, 0 < t \leq T_1$. Es el momento en que se liquida el futuro en el mercado.

    - Plazo garantizado: $d = T_2 - T_1$ días. Plazo en días del depósito subyacente.



- Precios del contrato:

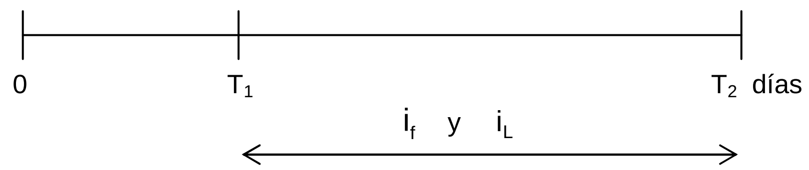
    - Precio del contrato en el momento de abrir la posición en el mercado: P_f %.

    - Precio de liquidación del contrato al cierre de la sesión del día “t”: $P_{L(t)}$ %.

- Tipos de interés simples. Todos los tipos de interés están definidos en régimen financiero de interés simple vencido y se expresan en tanto por ciento anual sobre la base del año comercial de 360 días.

    - Tipo de interés vigente en el mercado de futuros en el momento de abrir la posición, i_f %. Es el tipo de interés vigente en el mercado en el momento de comprar o vender el futuro, y es el tipo de interés que se asegura para operaciones con un plazo d, plazo garantizado.

    - Tipo de interés vigente en el mercado al cierre de la sesión del día “t”: $i_{L(t)}$%. Es el tipo de interés vigente en el mercado de futuros cuando se liquida el contrato, tipo de interés de liquidación. Este tipo de interés se toma como referencia en la fecha de liquidación para calcular el importe de liquidación del futuro.



- **Operadores**

    - **Comprador**: el comprador de un futuro esta comprando, para una fecha futura, un activo financiero. Por este activo recibirá el tipo de interés interbancario que es el asegurado en el contrato para un plazo determinado. Por tanto, el comprador quiere asegurar el tipo de interés interbancario que cobrará por un depósito. Se comprará un futuro cuando las expectativas sobre los tipos de interés sean bajistas.

    - **Vendedor**: el vendedor de un futuro esta vendiendo, para una fecha futura, un activo financiero. Como consecuencia de la venta, el vendedor tendrá que pagar el tipo de interés interbancario asegurado en el contrato para un plazo determinado. Por tanto, el vendedor quiere asegurar el tipo de interés interbancario que pagará por un préstamo. Se venderá un futuro cuando las expectativas sobre los tipos de interés sean alcistas.

El resumen de las previsiones y la actuación en el mercado de futuros es la siguiente:

Previsión	**Actuación en el Mercado de Futuros**
Δ interés ∇ precio	Vender futuros (posición corta)
∇ interés Δ precio	Comprar futuros (posición larga)

El contrato sobre futuros a corto plazo esta especialmente indicado para la gestión del riesgo de interés en operaciones de corta duración, como la gestión de tesorería.

3.2. Cotización

El sistema de cotización de los futuros a corto plazo esta estandarizado y se basa en un índice de base 100. Implícito en dicho precio se halla el tipo de interés que el mercado está cotizando para la fecha de vencimiento del contrato.

- Precio del futuro (en %): $P = 100 - i$
- Tipo de interés implícito (en %): $i = 100 - P$

Teniendo en cuenta esta relación, el tipo de interés vigente en el mercado de futuros en el momento de abrir la posición, i_f %, está implícito en el precio del contrato en dicho momento:

$$i_f = 100 - P_f$$

Igualmente, el tipo de interés de liquidación, $i_{L(t)}$%, se halla implícito en el precio de liquidación del contrato:

$$i_{L(t)} = 100 - P_{L(t)}$$

Ejemplo

Calcular el tipo de interés implícito si, en la fecha 21-12-Año A, el precio de cotización para diferentes vencimientos del *Three-Month EURIBOR* es el que figura en la siguiente tabla:

Vencimiento	**Precio P**	**Tipo de interés implícito i = 100,000 - P**
Mar A+1	94,810	5,190
Jun A+1	95,165	4,835
Sep A+1	95,295	4,705
Dic A+1	95,435	4,565

Si el 21 de diciembre del año A, el precio del *Three-Month EURIBOR* con vencimiento el tercer miércoles de Marzo del año A+1 es de 94,810, el tipo de interés implícito (5,190%) es el que se asegura para un depósito o un préstamo de 3 meses de plazo que se iniciara en esta fecha de vencimiento. Lo mismo ocurre con los otros vencimientos.

Como se puede comprobar los movimientos de los precios y de los tipos de interés son de sentido contrario:

- Si aumenta el precio, $\Delta P \Rightarrow$ Disminuye el tipo de interés, ∇i

- Si disminuye el precio, $\nabla P \Rightarrow$ Aumenta el tipo de interés, Δi

Si se prevé que va a disminuir el precio, deben venderse futuros ahora para comprar más barato en el futuro. Por el contrario, si las expectativas son de que aumente el precio, deben comprase futuros ahora para vender después más caro.

Fluctuación mínima del precio: tick

El precio del futuro tiene una fluctuación mínima permitida que varía en función de los contratos. Esta fluctuación mínima es la unidad de cotización y recibe el nombre de **tick**.

Se define un tick como una variación del precio en un X%:

$$\textbf{1 tick} = \Delta P = X\%$$

Dados

- $P_{L(t_1)}$, precio del futuro al cierre de la sesión del día t_1
- $P_{L(t_2)}$, precio del futuro al cierre de la sesión del día t_2,

el número total de ticks, n, implicados en la variación del precio, y por lo tanto del tipo de interés, se calcula de la siguiente forma:

$$n = \frac{P_{L(t_2)} - P_{L(t_1)}}{X} \quad \text{ticks}$$

Dada la relación entre el precio del futuro y el tipo de interés implícito, el número de ticks, n, resulta de:

$$n = \frac{\left(100 - i_{L(t_2)}\right) - \left(100 - i_{L(t_1)}\right)}{X} = \frac{i_{L(t_1)} - i_{L(t_2)}}{X} \quad \text{ticks}$$

En el caso del contrato *Three-Month EURIBOR* el tick es de 0,5 p.b. y el número de ticks en que varia el precio del futuro se calcula de la siguiente forma:

$$n = \frac{P_{L(t_2)} - P_{L(t_1)}}{0{,}005} \text{ticks} = \left(P_{L(t_2)} - P_{L(t_1)}\right) \cdot 200 \text{ ticks}$$

Ejemplo

Calcular el número de ticks en que ha variado el precio del *Three-Month EURIBOR* con vencimiento junio del año A, Jun A, si hace 5 días cotizaba a 94,910 y la cotización final de hoy es 95,085.

Los datos son los siguientes:

- o $P_{L(t_2)}$ = 95,085
- o $P_{L(t_1)}$ = 94,910

El número de ticks, en el caso del *Three-Month EURIBOR*, se calcula,

$$n = \left(P_{L(t_2)} - P_{L(t_1)}\right) \cdot 200 \text{ ticks} = \left(95{,}085 - 94{,}910\right) \cdot 200 = 0{,}175 \cdot 200 = 35 \text{ ticks}$$

También puede calcularse a partir de los tipos de interés:

- $P_{L(t_2)} = 95{,}085 \Rightarrow \; i_{L(t_2)} = 4{,}915\%$

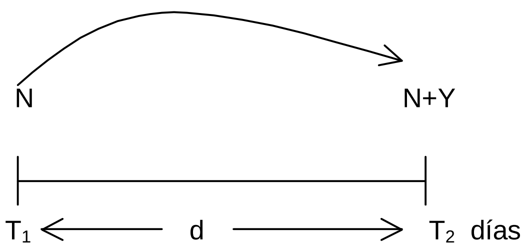
- $P_{L(t_1)} = 94{,}910 \Rightarrow \; i_{L(t_1)} = 5{,}090\%$

$$n = \left(i_{L(t_1)} - i_{L(t_2)}\right)\cdot 200 \ \text{ ticks} = (5{,}090 - 4{,}915)\cdot 200 = 0{,}175\cdot 200 = 35 \ \text{ ticks}$$

Valor del tick

El valor del tick indica la repercusión que tiene un tick sobre el interés total generado por un depósito que constituye el activo subyacente del contrato de futuros.

Si el precio del futuro es P, el tipo de interés implícito en el depósito subyacente del contrato de futuro es $i = 100 - P$. Los intereses que genera el depósito, aplicando interés simple vencido son:



$$Y = \frac{i}{100}\cdot N \cdot \frac{d}{360}$$

Si se supone que el precio del futuro varía en un tick, el nuevo precio es $P' = P + X$, y el nuevo tipo de interés implícito $i' = 100 - P'$ y se cumple que

$$P' - P = (100 - i') - (100 - i) = i - i' = X$$

Según este nuevo tipo de interés la cuantía total de los intereses que genera el depósito subyacente en el futuro es

$$Y' = \frac{i'}{100}\cdot N \cdot \frac{d}{360}$$

El valor del tick, $V(tick)$, es la diferencia entre Y y Y':

$$V(tick) = Y - Y' = \frac{i}{100} \cdot N \cdot \frac{d}{360} - \frac{i'}{100} \cdot N \cdot \frac{d}{360} =$$
$$= \frac{i - i'}{100} \cdot N \cdot \frac{d}{360} = \frac{X}{100} \cdot N \cdot \frac{d}{360}$$

En el caso del contrato *Three-Month EURIBOR* se tiene que:

- $X = 0,005\%$
- $N = 1.000.000€$
- $d = 90$ días

y, por tanto, el valor del tick es:

$$V(tick) = \frac{X}{100} \cdot N \cdot \frac{d}{360} = \frac{0,005}{100} \cdot 1.000.000 \cdot \frac{90}{360} = 12,5€$$

Ejemplo

Calcular el interés total asociado a los siguientes precios del *Three-Month EURIBOR*:

P	i = 100,000 - P	$Y = \frac{i}{100} \cdot 1.000.000 \cdot \frac{90}{360}$ €
95,305	4,695	11.737,50
95,310	4,690	11.725,00

Los precios de cotización del *Three-Month EURIBOR* de la tabla anterior varían en un tick. La variación de un tick en el precio, supone que los intereses totales generados por el depósito varían en 12,5€.

3.3. Importe de liquidación

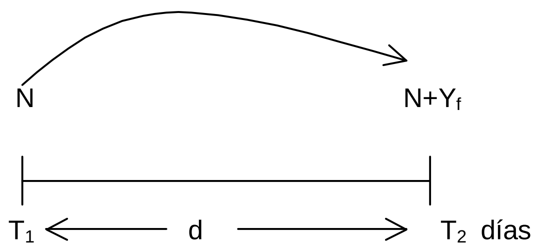
La liquidación del contrato de futuros a corto plazo se puede realizar en cualquier momento posterior al de la contratación y hasta el vencimiento, $\leq$ y se realiza por diferencias y en efectivo.

Supóngase que en la fecha de contratación se compró un contrato de futuro a corto plazo a un precio P_f y que el comprador mantiene este contrato hasta la fecha de su vencimiento, en T_1. El comprador se aseguró el tipo de interés $i_f = 100 - P_f$ asociado al depósito subyacente en el contrato.

De otra forma, la compra del contrato de futuros a corto asegura el cobro, en T_2, de los intereses que genera el depósito subyacente en el contrato en función de i_f.

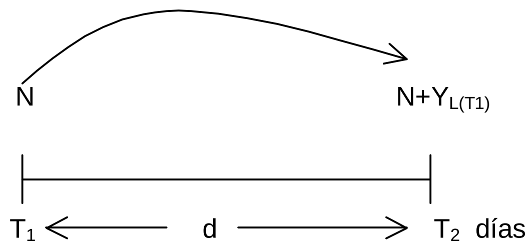
El régimen financiero aplicado es de interés simple vencido y la cuantía asegurada de los intereses es:

$$Y_f = \frac{i_f}{100} \cdot N \cdot \frac{d}{360}$$



El tipo de interés vigente en el mercado de futuros en el momento del vencimiento del futuro, momento en el que se inicia el deposito subyacente, es $i_{L(T_1)}$ implícito en el precio de liquidación, $P_{L(T_1)}$. Esto significa que la cuantía total de los intereses que el depósito genera en T_2 es:

$$Y_{L(T_1)} = \frac{i_{L(T_1)}}{100} \cdot N \cdot \frac{d}{360}$$



El diferencial de intereses valorado en T_2, es:

$$Y_f - Y_{L(T_1)} = \frac{i_f - i_{L(T_1)}}{100} \cdot N \cdot \frac{d}{360} = \frac{(100 - P_f) - \left(100 - P_{L(T_1)}\right)}{100} \cdot N \cdot \frac{d}{360} =$$
$$= \frac{P_{L(T_1)} - P_f}{100} \cdot N \cdot \frac{d}{360}$$

Aunque esta diferencia de intereses esta valorada en el momento T_2, se liquida en T_1 sin hacer ninguna actualización. El importe de liquidación L es, por tanto,

$$L = \frac{i_f - i_{L(T_1)}}{100} \cdot N \cdot \frac{d}{360} = \frac{P_{L(T_1)} - P_f}{100} \cdot N \cdot \frac{d}{360}$$

Generalizando y teniendo en cuenta que la liquidación del contrato se puede realizar en cualquier momento t, con $0 < t \leq T_1$, el importe de liquidación es:

$$L = \frac{i_f - i_{L(t)}}{100} \cdot N \cdot \frac{d}{360} = \frac{P_{L(t)} - P_f}{100} \cdot N \cdot \frac{d}{360}$$

El signo del importe de liquidación total depende de cual haya sido la variación en el precio o lo que es lo mismo, en el tipo de interés, e informa de la posición que ha de hacerse cargo del pago de este importe. El siguiente cuadro recoge las diferentes situaciones que pueden presentarse:

Posición	**Variación precios (interés)**	
	$P_{L(t)} < P_f \Rightarrow i_{L(t)} > i_f$ $L < 0$	$P_{L(t)} > P_f \Rightarrow i_{L(t)} < i_f$ $L > 0$
Comprador Se asegura el tipo de interés a cobrar de un depósito futuro	Paga L	Cobra L
Vendedor Se asegura el tipo de interés a pagar por un préstamo futuro	Cobra L	Paga L

En el momento de liquidación, t pueden ocurrir los dos casos siguientes:

- $P_{L(t)} < P_f$

    - El comprador del futuro debe comprar el activo subyacente a un precio inferior al asegurado, debiendo pagar la diferencia al vendedor del futuro. Puesto que $i_{L(t)} > i_f$, el comprador del futuro puede efectuar su depósito a un tipo de interés superior al asegurado, por ello debe pagar el importe de liquidación al vendedor.

      Su mejor situación en el mercado monetario se compensa con el pago que debe efectuar en el mercado de futuros.

    - El vendedor tendrá que vender el activo subyacente un precio inferior al asegurado, y por tanto cobrará del comprador la diferencia. El prestatario se ve perjudicado ya que $i_{L(t)} > i_f$, teniendo que pagar por el préstamo un tipo superior al asegurado. Para compensar este efecto negativo del tipo de interés sobre el préstamo, cobrará el importe de liquidación del mercado de futuros.

      Su peor situación en el mercado monetario se compensa con el cobro que recibe del mercado de futuros.

- $P_{L(t)} > P_f$

    - El comprador tendrá que comprar el subyacente a un precio superior al asegurado, cobrando la diferencia del vendedor del futuro. De otra forma, como $i_{L(t)} < i_f$, el comprador del futuro se verá perjudicado por una disminución del tipo de interés respecto al asegurado.

      La evolución desfavorable del precio o del tipo de interés se ve compensada en el mercado de futuros, ya que cobrará el importe de liquidación.

    - El vendedor tendrá que vender el subyacente a un precio superior al asegurado, y por tanto, pagará la diferencia al comprador.

      La evolución positiva del tipo de interés en el mercado del dinero se contrarresta en el mercado de futuros con el pago del importe de liquidación.

El importe de liquidación se puede calcular también, y de una forma sencilla, a partir del número de ticks y del valor del tick del siguiente modo:

$$L = \frac{P_{L(t)} - P_f}{100} \cdot N \cdot \frac{d}{360} = \underbrace{\frac{P_{L(t)} - P_f}{X}}_{n} \cdot \underbrace{\frac{X}{100} \cdot N \cdot \frac{d}{360}}_{V(tick)} = n \cdot V(tick)$$

En el caso del contrato *Three-Month EURIBOR* se tiene que:

- o $n = \left(P_{L(t)} - P_f\right) \cdot 200$ ticks
- o $V(tick) = 12{,}5€$

y, por tanto, el importe de liquidación se obtiene de:

$$L = n \cdot V(tick) = \underbrace{\left(P_{L(t)} - P_f\right) \cdot 200}_{n} \cdot \underbrace{12{,}5}_{V(tick)} = \left(P_{L(t)} - P_f\right) \cdot 2.500€$$

Ejemplo

Calcular el importe de liquidación del *Three-Month EURIBOR* si se compró un contrato por 95,425% y el precio de liquidación ha sido del 95,650%.

Datos:

- o $P_f = 95{,}425 \;\Rightarrow\; i_f = 4{,}575$
- o $P_{L(t)} = 95{,}650 \;\Rightarrow\; i_{L(t)} = 4{,}350$

Se ha producido un incremento en el precio o lo que es lo mismo, una disminución en el tipo de interés, por tanto el importe de liquidación será positivo, el comprador lo recibe del vendedor.

- A partir de los intereses intercambiados
  - Intereses asegurados por el futuro

$$Y(i_f) = \frac{i_f}{100} \cdot N \cdot \frac{d}{360} = \frac{4{,}575}{100} \cdot 1.000.000 \cdot \frac{90}{360} = 11.437{,}50€$$

- Intereses a liquidar en el mercado

$$Y\left(i_{L(t)}\right)=\frac{i_{L(t)}}{100}\cdot N\cdot\frac{d}{360}=\frac{4{,}350}{100}\cdot 1.000.000\cdot\frac{90}{360}=10.875€$$

- Importe de liquidación

$$L=Y\left(i_f\right)-Y\left(i_{L(t)}\right)=11.437{,}5-10.875=562{,}50€$$

- A partir de los tipos de interés

$$L=\frac{i_f-i_{L(t)}}{100}\cdot N\cdot\frac{d}{360}=\frac{4{,}575-4{,}350}{100}\cdot 1.000.000\cdot\frac{90}{360}=562{,}50€$$

- A partir de los precios

$$L=\frac{P_{L(t)}-P_f}{100}\cdot N\cdot\frac{d}{360}=\frac{95{,}650-95{,}425}{100}\cdot 1.000.000\cdot\frac{90}{360}=562{,}50€$$

- A partir del número de ticks y del valor del tick

$$L=n\cdot V(tick)=\underbrace{\left(P_{L(t)}-P_f\right)\cdot 200}_{n}\cdot\underbrace{12{,}5}_{V(tick)}=\underbrace{\left(95{,}650-95{,}425\right)\cdot 200}_{n}\cdot 12{,}5=$$
$$=45\cdot 12{,}5=562{,}50€$$

Liquidación diaria de pérdidas y ganancias

En realidad el importe de liquidación no se liquida por medio de un único pago en la fecha de liquidación si no que, al final de cada sesión se procede a la liquidación diaria de pérdidas y ganancias

Así, si $P_{L(s)}$ es el precio del contrato al final de la sesión del día “s”, s = 1,2,...,t, y $P_{L(0)}=P_f$, el importe de la liquidación diaria de pérdidas y ganancias L_s , es

$$L_s=\frac{P_{L(s)}-P_{L(s-1)}}{100}\cdot N\cdot\frac{d}{360}$$

El importe de liquidación total coincide con el saldo de las liquidaciones diarias de pérdidas y ganancias:

$$L=\sum_{s=1}^{t}L_s$$

$$\begin{aligned}\sum_{s=1}^{t}L_s &= \sum_{s=1}^{t}\frac{P_{L(s)}-P_{L(s-1)}}{100}\cdot N\cdot\frac{d}{360}=\frac{1}{100}\cdot N\cdot\frac{d}{360}\cdot\sum_{s=1}^{t}\left[P_{L(s)}-P_{L(s-1)}\right]=\\ &=\frac{1}{100}\cdot N\cdot\frac{d}{360}\cdot\left[\left(P_{L(1)}-P_{L(0)}\right)+\left(P_{L(2)}-P_{L(1)}\right)+\left(P_{L(3)}-P_{L(2)}\right)+\ldots+\left(P_{L(t)}-P_{L(t-1)}\right)\right]=\\ &=\frac{P_{L(t)}-P_{L(0)}}{100}\cdot N\cdot\frac{d}{360}=\left\{P_{L(0)}=P_f\right\}=\frac{P_{L(t)}-P_f}{100}\cdot N\cdot\frac{d}{360}=L\end{aligned}$$

Ejemplo

Hace 4 días se vendieron 10 contratos de futuros *Three-Month EURIBOR*. Calcular el importe de liquidación diaria, teniendo en cuenta la siguiente evolución de la cotización:

Sesión	Precio	$n=\left(P_{L(s)}-P_{L(s-1)}\right)\cdot 200$ ticks	L_{diaria} = n·V(tick)·10
0	95,485	---	
1	95,505	4	4·12,5·10 = 500
2	95,490	-3	-3·12,5·10 = -375
3	95,465	-5	-5·12,5·10 = -625

Si $L_s>0$ el vendedor paga el importe de liquidación, mientras que si $L_s<0$, entonces paga el comprador.

La suma de los importes de liquidación diarias es:

$$L_1+L_2+L_3=500-375-625=-500€$$

cuantía que coincide con el importe de liquidación total:

$$L_{total}=\underbrace{\underbrace{(95,465-95,485)\cdot 200}_{n=-4}\cdot\underbrace{12,5}_{V(tick)}}_{-50}\cdot\underbrace{10}_{\text{nºcontratos}}=-500€$$

3.4. Cobertura

El motivo más generalizado para la contratación de futuros de tipos de interés es la protección, ante variaciones de los tipos de interés, de operaciones que se contratarán en un plazo futuro. Esta variación en el tipo de interés afecta negativamente al pago de los intereses de un préstamo cuando tiene lugar un incremento en el tipo de interés o a la obtención de los intereses de un depósito si se produce una disminución en el tipo de interés. El objetivo de la cobertura mediante la contratación de futuros es compensar la pérdida producida en el mercado de préstamos o depósitos con el beneficio obtenido en el mercado de futuros (cobro del importe de liquidación).

El siguiente ejemplo pone de manifiesto el papel del importe de liquidación para la cobertura de un depósito ante disminuciones en el tipo de interés.

Ejemplo

Hoy una empresa prevé que dentro de un mes ingresará 2.000.000€ y su objetivo es efectuar un depósito por esta cuantía durante un plazo de 3 meses. La empresa supone que se va a producir un descenso de los tipos de interés, por lo que decide cubrirse y compra 2 contratos *Three-Month EURIBOR* que vencen dentro de un mes, al precio de 95,650.

Si el precio de liquidación del *Three-Month EURIBOR* dentro de un mes, fecha que coincide con el vencimiento del futuro, es de 95,900, ¿cuál es el tipo de interés final resultante de la realización del depósito y la compra del futuro?

Datos:

- $P_f = 95{,}650 \;\Rightarrow\; i_f = 100 - P_f = 4{,}350$
- $P_{L(t)} = 95{,}900 \;\Rightarrow\; i_{L(t)} = 100 - P_{L(t)} = 4{,}100$

En principio, la empresa se asegura para su depósito un tipo de interés igual al 4,350% sea cual sea la evolución del tipo de interés. Pero en el momento en que la empresa debe efectuar el depósito, el tipo de interés al que teóricamente podrá colocar los 2.000.000€ es el 4,100%. En este caso, el importe de liquidación de los contratos *Three-Month EURIBOR* que la empresa cobrará le permitirá compensar la pérdida sufrida de manera que el tipo de interés final resultante será igual o muy próximo al asegurado mediante la contratación de futuros.

El importe de liquidación, por contrato, es:

$$L=\frac{P_{L(t)}-P_f}{100}\cdot N\cdot\frac{d}{360}=\frac{95,900-95,650}{100}\cdot 1.000.000\cdot\frac{90}{360}=625€$$

También puede obtenerse a partir de

$$L=n\cdot V\left(\text{Tick}\right)=\underbrace{\left(P_{L(t)}-P_f\right)\cdot 200}_{n}\cdot\underbrace{12,5}_{V(\text{tick})}=\underbrace{50}_{n}\cdot 12,5=625€$$

Como el número de contratos comprados es 2, el importe de liquidación total es:

$$L\cdot 2=625\cdot 2=1.250€$$

El signo positivo del importe de liquidación indica que dicho importe lo cobra el comprador del *Three-Month EURIBOR*.

Este importe de liquidación coincide con la pérdida de intereses que la empresa hubiera padecido en el caso de no haber cubierto la operación de depósito. Esta pérdida puede cuantificarse del siguiente modo:

I) La empresa se asegura mediante la contratación del *Three-Month EURIBOR* un tipo de interés del $i_f=4,350\,\%$. Los intereses que cobraría en el vencimiento del depósito si éste fuera el tipo de interés aplicado se calculan del siguiente modo:

$$Y_f=\frac{4,350}{100}\cdot 2.000.000\cdot\frac{90}{360}=21.750€$$

II) El tipo de interés que teóricamente se aplicará al depósito es del $i_{L(t)}=4,100\,\%$, por lo que los intereses son:

$$Y_{L(t)}=\frac{4,100}{100}\cdot 2.000.000\cdot\frac{90}{360}=20.500€$$

III) La pérdida de intereses es el diferencial entre los intereses asegurados y los que teóricamente recibe del mercado y es:

$$Y_f-Y_{L(t)}=21.750-20.500=1.250€$$

Como puede comprobarse, este diferencial coincide exactamente con el importe de liquidación del contrato de futuros. La empresa en el mercado de futuros gana 1.250€ y pierde la misma cuantía en el mercado de depósitos. De todos modos hay que tener en cuenta que el importe de liquidación del futuro se cobra en el momento de liquidación de dicho contrato mientras que la pérdida de intereses tiene lugar en el vencimiento del depósito, es decir tres meses mas tarde de la liquidación del futuro. Por tanto, existe un desfase de tres meses entre el momento en que la empresa cobra el importe de liquidación y el vencimiento del deposito, momento en que recibe los intereses del mismo.

Para poder deducir el tipo de interés al que finalmente resulta la operación de depósito debe tenerse en cuenta que la empresa podrá efectuar un depósito de:

$$2.000.000 + 1.250 = 2.001.250€$$

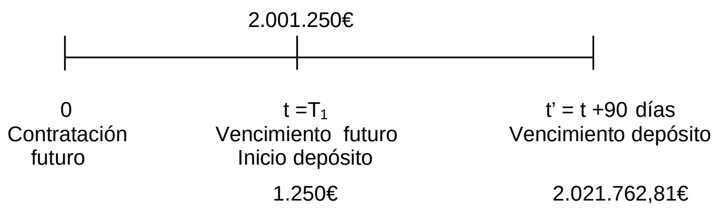
Si la empresa no se hubiera cubierto con futuros hubiera realizado un depósito de 2.000.000€ al 4,100%. Al haber contratado futuros puede compensar la disminución del tipo de interés con el depósito de una cuantía mayor, de 2.001.250€ en este caso.

Así, en el vencimiento del depósito la empresa dispone de:

$$2.001.250 \cdot \left(1 + \frac{4{,}100}{100} \cdot \frac{90}{360}\right) = 2.021.762{,}81€$$

Como puede apreciarse, mediante la contratación del futuro se había asegurado cobrar unos intereses de 21.750€ y en la práctica cobrará 21.762,81€. La diferencia se debe al desfase existente entre el momento en que vence el depósito y el de liquidación del futuro.

Los resultados anteriores pueden resumirse en el siguiente esquema:



La equivalencia que permite obtener el tipo de interés nominal al que ha resultado la operación es la siguiente:

$$\left\{\left(2.000.000, \frac{t}{360}\right)\right\} \sim \left\{\left(2.021.762{,}81, \frac{t+90}{360}\right)\right\}$$

Valorando prestaciones y contraprestaciones en t+90, al tanto nominal se obtiene:

$$2.000.000 \cdot \left(1+\frac{i}{100} \cdot \frac{90}{360}\right) = 2.021.762{,}81$$

$$\Downarrow$$

$$i = \left(\frac{2.021.762{,}81}{2.000.000} - 1\right) \cdot \frac{36.000}{90} = 4{,}353\%$$

El tipo de interés obtenido del 4,353% es ligeramente superior al tipo garantizado 4,350% debido al desfase temporal comentado anteriormente.

Ratio de cobertura

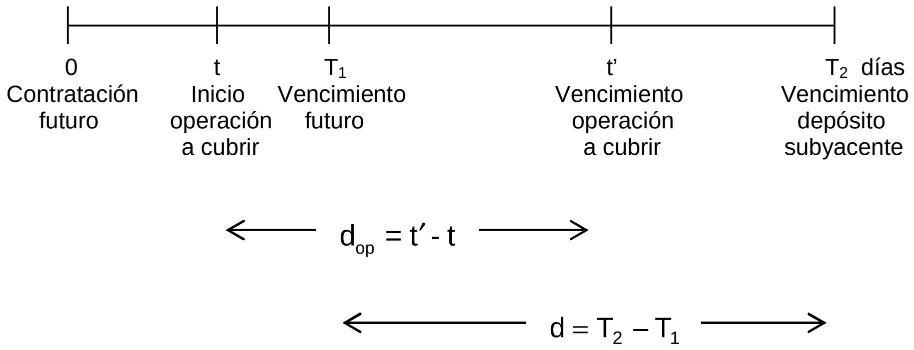
Uno de los objetivos que se persigue al contratar futuros a corto plazo es el de proteger una operación del riesgo provocado por movimientos desfavorables en el tipo de interés. Como el contrato de este activo derivado está estandarizado, el comprador o vendedor solo puede decidir sobre el ratio de cobertura que es el número de contratos que se tendrán que comprar o vender para cubrir una determinada operación.

Para deducir el ratio de cobertura es necesario definir las características de la operación que se quiere cubrir del riesgo de variación del tipo de interés:

- N_{op}: nominal de la operación.
- t: fecha de inicio, $0 < t \leq T_1$.
- t': fecha de vencimiento.
- d_{op}: plazo de la operación expresado en días, $d_{op} = t' - t$.

  En general, el plazo de la operación puede ser mayor, igual o menor que el plazo del contrato de futuros a corto plazo.

El esquema temporal de la operación que se quiere cubrir y del contrato de futuros a corto plazo es el siguiente:

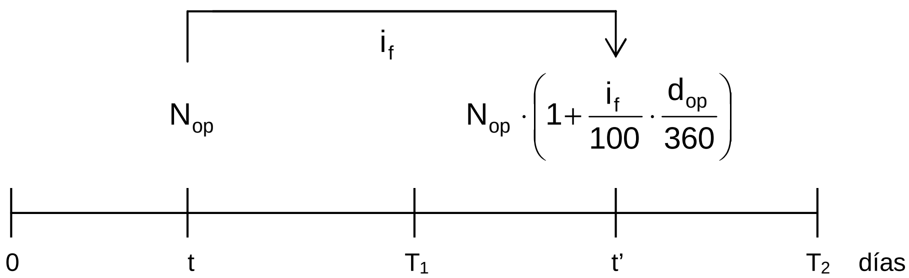


El ratio de cobertura, h, es aquel número de contratos que hace que la pérdida (ganancia) en el mercado al contado se compense con la ganancia (pérdida) en el mercado de futuros y de este modo conseguir que el tipo de interés del préstamo o del depósito contratado sea igual al tipo de interés asegurado por el contrato de futuros.

En el momento de contratar el futuro, el operador se asegura un tipo de interés igual a i_f, de manera que el importe que se asegura recibir o pagar en el vencimiento de la operación es:

$$N_{op} \cdot \left(1 + \frac{i_f}{100} \cdot \frac{d_{op}}{360}\right)$$

Gráficamente, el esquema temporal sería el siguiente:



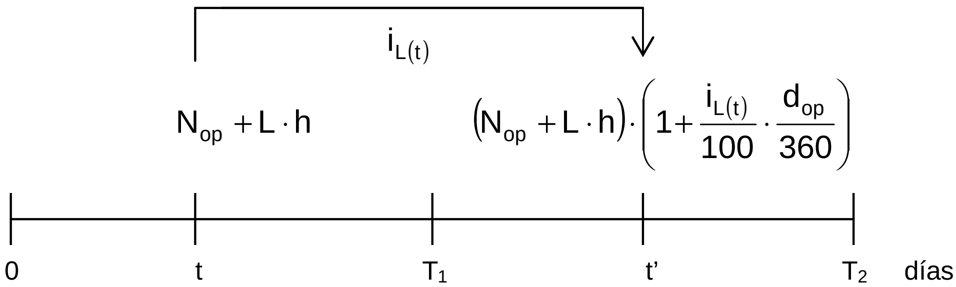
Pero, en la práctica, en el inicio de la operación (t), el operador dispondrá de un importe igual al nominal de la operación mas el importe total de liquidación, resultado de multiplicar el importe de liquidación de un contrato de futuros por el ratio de cobertura:

$$N_{op} + L \cdot h$$

Este importe se podrá colocar (o se pedirá en préstamo) teóricamente, al tipo $i_{L(t)}$ que es el tipo de interés de liquidación en el momento de vencimiento de la operación que se quiere cubrir. En función de este tipo de interés, el importe que se recibirá (o que deberá pagarse) es:

$$\left(N_{op} + L \cdot h\right) \cdot \left(1 + \frac{i_{L(t)}}{100} \cdot \frac{d_{op}}{360}\right)$$

Gráficamente, el esquema temporal sería el siguiente:



La operación estará cubierta del riesgo de tipo de interés si se cumple que:

$$\underbrace{N_{op} \cdot \left(1 + \frac{i_f}{100} \cdot \frac{d_{op}}{360}\right)}_{\text{Importe asegurado}} = \underbrace{\left(N_{op} + L \cdot h\right) \cdot \left(1 + \frac{i_{L(t)}}{100} \cdot \frac{d_{op}}{360}\right)}_{\text{Importe real}}$$

El ratio de cobertura se obtiene aislando h de la anterior igualdad:

$$N_{op} \cdot \left(1 + \frac{i_f}{100} \cdot \frac{d_{op}}{360}\right) - N_{op} \cdot \left(1 + \frac{i_{L(t)}}{100} \cdot \frac{d_{op}}{360}\right) = L \cdot h \cdot \left(1 + \frac{i_{L(t)}}{100} \cdot \frac{d_{op}}{360}\right)$$

$$N_{op} \cdot \frac{i_f - i_{L(t)}}{100} \cdot \frac{d_{op}}{360} = \underbrace{\frac{i_f - i_{L(t)}}{100} \cdot \frac{d}{360} \cdot N}_{L} \cdot h \cdot \left(1 + \frac{i_{L(t)}}{100} \cdot \frac{d_{op}}{360}\right)$$

$$h = \frac{N_{op}}{N} \cdot \frac{d_{op}}{d} \cdot \left(1 + \frac{i_{L(t)}}{100} \cdot \frac{d_{op}}{360}\right)^{-1}$$

En la definición del ratio de cobertura se observa que:

- El cociente $\frac{N_{op}}{N}$ corrige la diferencia existente entre el nominal de la operación a cubrir y el del contrato de futuro.

- El cociente $\frac{d_{op}}{d}$ corrige la diferencia de plazos de la operación a cubrir y del futuro.

- La expresión $\left(1+\frac{i_{L(t)}}{100}\cdot\frac{d_{op}}{360}\right)^{-1}$ es el factor de actualización del que en muchas ocasiones se prescinde ya que el tipo de liquidación no se conoce en el momento de la contratación del futuro. En ocasiones se sustituye $i_{L(t)}$ por i_f.

Ejemplo 1

Una entidad financiera espera que coincidiendo con el vencimiento más próximo del contrato de futuros *Three-Month EURIBOR* recibirá 10 millones de euros de los que podrá disponer durante 90 días. Por este importe piensa hacer un depósito a 90 días y ante la posibilidad de que los tipos de interés disminuyan, compra futuros *Three-Month EURIBOR* con el vencimiento más próximo a un precio de 95,400.

Si en el vencimiento del contrato su precio es de 95,800:

a. Calcular el número de contratos a comprar.

b. Hallar el importe de liquidación del futuro.

c. Comparar la operación de futuros con la operación de mercado.

Datos:

- N_{op} = 10.000.000€

- d_{op} = 90 días

- N = 1.000.000€

- o $d = 90$ días
- o $P_f = 95{,}400$; $i_f = 4{,}600$
- o $P_{L(t)} = P_{L(T_1)} = 95{,}800 \Rightarrow i_{L(t)} = i_{L(T_1)} = 4{,}200$

El esquema temporal de la operación es:

a. El ratio de cobertura se calcula a partir de:

$$h = \frac{N_{op}}{N} \cdot \frac{d_{op}}{d} \cdot \left(1 + \frac{i_{L(t)}}{100} \cdot \frac{d_{op}}{360}\right)^{-1}$$

Sustituyendo en la expresión anterior los datos del ejemplo:

$$h = \frac{10.000.000}{1.000.000} \cdot \frac{90}{90} \cdot \left(1 + \frac{4{,}200}{100} \cdot \frac{90}{360}\right)^{-1} = 9{,}89609$$

Así, para que la cobertura fuese perfecta se tendrían que haber comprado $9{,}89609$ contratos.

Si únicamente se considera $h = \frac{N_{op}}{N} \cdot \frac{d_{op}}{d}$, entonces, el número de contratos que se deben comprar es de 10 que también es la cifra redondeada que resulta del primer cálculo.

b. El importe de liquidación se obtiene de:

$$L_{total} = \underbrace{\left(P_{L(t)} - P_f\right) \cdot 200}_{n} \cdot \underbrace{12{,}5}_{V(tick)} \cdot h$$

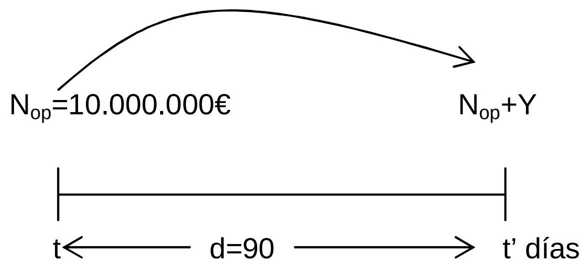
- Si fuese posible comprar $9{,}89609$ contratos, este importe sería:

$$L_{total} = \underbrace{\left(95{,}800 - 95{,}400\right) \cdot 200}_{n=80} \cdot \underbrace{12{,}5}_{V(tick)} \cdot 9{,}89609 = 9.896{,}09€ \text{ (cobra comprador)}$$

- Si h = 10, el importe de liquidación resultará:

$$L_{total} = \underbrace{(95{,}800 - 95{,}400) \cdot 200}_{n=80} \cdot \underbrace{12{,}5}_{V(tick)} \cdot 10 = 10.000€ \text{ (cobra comprador)}$$

c. La entidad se asegura un tipo de interés del 4,600% pero en realidad su depósito se efectuará al 4,200%



El tipo de interés asegurado es $i_f = 4{,}600\%$. En función de este tipo de interés los intereses que tendría que recibir en t' son:

$$Y_f = \frac{4{,}600}{100} \cdot 10.000.000 \cdot \frac{90}{360} = 115.000€$$

Ahora bien, el depósito se contratará en el mercado al tipo $i_{L(t)} = 4{,}200\%$. Los intereses que realmente recibirá son:

$$Y_{L(t)} = \frac{4{,}200}{100} \cdot 10.000.000 \cdot \frac{90}{360} = 105.000€$$

La pérdida de intereses valorada en el vencimiento del depósito es

$$Y_f - Y_{L(t)} = 115.000 - 105.000 = 10.000€$$

mientras que valorada en el momento de realizar el depósito es

$$10.000 \cdot \left(1 + \frac{4{,}200}{100} \cdot \frac{90}{360}\right)^{-1} = 9.896{,}09€$$

Si se pudieran comprar 9,89609 contratos, la cobertura seria perfecta, ya que la pérdida en el depósito quedaría contrarrestada con el cobro del importe de liquidación del contrato de futuro.

La compra de 10 contratos, supone el cobro del importe de liquidación de 10.000€, mientras que la pérdida de intereses valorada en el momento de liquidación del contrato de futuros será de 9.896,09€. Esto representa una ganancia para la entidad financiera de 103,91€.

En el ejemplo que se acaba de desarrollar el plazo de la operación coincide exactamente con el plazo del futuro, pero esto habitualmente no es así. En el ejemplo que se desarrolla a continuación dichos plazos no coinciden.

Ejemplo 2

Una empresa sabe que tendrá que solicitar un préstamo el 20 de Mayo del año A por un nominal de 6.750.000€ amortizable a los 120 días.

Ante un posible incremento de los tipos de interés, la empresa quiere cubrir esta operación con futuros *Three-Month EURIBOR*. El precio de este contrato con vencimiento Junio del año A es 95,865.

El día 20 de Mayo el precio del *Three-Month EURIBOR* con vencimiento Junio es 95,665

Se pide:

a. Tipo de cobertura que se tendría que realizar, compra o venta de futuros.

b. Ratio de cobertura

c. Importe de liquidación del EURIBOR 3 meses

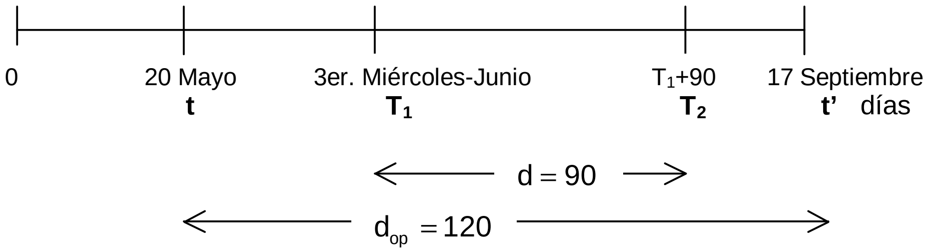
d. Tipo de interés al que resulta de la operación de cobertura.

Datos:

- N_{op} = 6.750.000€
- d_{op} = 120 días
- N = 1.000.000€

- d = 90 días
- $P_f = 95{,}865 \Rightarrow i_f = 4{,}135$
- $P_{L(t)} = 95{,}665 \Rightarrow i_{L(t)} = 4{,}335$

El esquema temporal de la operación es el siguiente:



a. Tipo de cobertura:

Si la expectativa es que aumenten los tipos de interés se tendrán que vender contratos EURIBOR 3 meses. Si se cumplen las previsiones y los tipos de interés aumentan, se obtendrá un beneficio al liquidar la posición en el mercado de futuros, que compensará la pérdida derivada de la obtención del préstamo a un tipo de interés más elevado que el que conseguiría si pidiese el préstamo hoy.

b. El ratio de cobertura se calcula a partir de:

$$h = \frac{N_{op}}{N} \cdot \frac{d_{op}}{d} \cdot \left(1 + \frac{i_{L(t)}}{100} \cdot \frac{d_{op}}{360}\right)^{-1}$$

Sustituyendo los datos del ejemplo en la anterior expresión, se obtiene que

$$h = \frac{6.750.000}{1.000.000} \cdot \frac{120}{90} \cdot \left(1 + \frac{4{,}335}{100} \cdot \frac{120}{360}\right)^{-1} = 8{,}8718 \text{ contratos}$$

Así, para que la cobertura fuese perfecta se tendrían que haber vendido 8,8718 contratos. Redondeando el resultado se obtiene que la ratio de cobertura es de 9 contratos.

c. El importe de liquidación total el 20 de Mayo es:

$$L_{total} = \underbrace{\left(P_{L(t)} - P_f\right) \cdot 200}_{n} \cdot \underbrace{12,5}_{V(tick)} \cdot h$$

$$L_{total} = \underbrace{\underbrace{\left(95,665 - 95,865\right) \cdot 200}_{n=-40} \cdot \underbrace{12,5}_{V(tick)}}_{L=-500€} \cdot 9 = -4.500€$$

El importe de liquidación lo cobra la empresa que ha tomado la posición vendedora, puesto que ha vendido a 95,865 y para liquidar la posición ha comprado a 95,665.

d. Tipo de interés que resulta de la operación de cobertura.

La empresa se asegura pagar el 4,135% por el préstamo. Por tanto, la cuantía que se asegura pagar en el momento de devolución del préstamo es:

$$6.750.000 \cdot \left(1 + \frac{4,135}{100} \cdot \frac{120}{360}\right) = 6.843.037,50€$$

En realidad, la cuantía que tendrá que solicitar la empresa será de

6.750.000-4.500=6.745.500€

La cuantía que amortiza el préstamo al tipo de interés del 4,335%, es:

$$6.745.500 \cdot \left(1 + \frac{4,335}{100} \cdot \frac{120}{360}\right) = 6.842.972,475€$$

Como se comprueba, el resultado del contrato de futuros compensa de la pérdida en el préstamo. Aunque el tipo de interés del préstamo sea superior al asegurado, el importe de liquidación permite reducir el nominal de dicho préstamo de manera que el importe que la empresa debe pagar en el vencimiento del préstamo sea prácticamente igual al asegurado. La diferencia se debe al redondeo en el número de contratos vendidos.

El tipo de interés final del préstamo se obtiene de la equivalencia:

$$\left\{\left(6.750.000,\ \frac{t}{360}\right)\right\} \sim \left\{\left(6.842.972,475,\ \frac{t+120}{360}\right)\right\}$$

El tipo de interés que hace posible esta equivalencia es 4,132% en lugar del asegurado 4,135%.

$$6.750.000 \cdot \left(1+\frac{i}{100}\cdot\frac{120}{360}\right) = 6.842.972,475€ \Leftrightarrow i = 4,132\%$$

La cobertura sería perfecta si se pudieran vender 8,8718 contratos. El importe de liquidación en este caso sería de – 4.435,90€ que cobraría el vendedor, de manera que el nominal del préstamo a solicitar resultaría,

6.750.000-4.435,90 = 6.745.564,10€

En este caso, la cuantía que amortiza el préstamo es:

$$6.745.564,10 \cdot \left(1+\frac{4,335}{100}\cdot\frac{120}{360}\right) = 6.843.037,50€$$

que coincide con la cuantía que le aseguró su posición en futuros. Estos resultados son teóricos, ya que es muy probable que la empresa no consiga para su préstamo el tipo de liquidación $i_{L(t)}$.

4. Futuros sobre tipos de interés a largo plazo

4.1. Características

Un contrato de futuros a largo plazo es un contrato estandarizado de compraventa aplazada en el tiempo de un título de renta fija hipotético denominado Bono Nocional, teóricamente emitido a la par en el momento del vencimiento del contrato con un nominal, vencimiento y tipo de interés prefijado.

Estos contratos están indicados para cubrir el riesgo del tipo de interés de operaciones a largo plazo.

El Bono Nocional, activo subyacente de estos contratos, es un activo ficticio que no existe en el mercado al contado aunque tiene unas características similares a las de los títulos reales con pago periódico de cupones, como son las Obligaciones del Estado de deuda pública.

Si el contrato se liquida antes de la fecha de vencimiento, esta liquidación se hace por diferencias y en efectivo, mientras que si se liquida en la fecha de vencimiento, la liquidación se realiza mediante la entrega física del activo subyacente. Al no existir realmente el Bono Nocional, el mercado establece para cada vencimiento una relación de valores entregables. De esta lista el vendedor escoge el título que desde un punto de vista económico le resulte más favorable.

Para analizar desde el punto de vista financiero un contrato de futuros a largo plazo se deben tener en cuenta las siguientes características:

- Nominal del futuro: N. Es el nominal teórico del Bono Nocional que constituye el activo subyacente del contrato de futuros a largo plazo.

- Divisa del futuro. Es la moneda en la que se expresa el nominal del contrato.

- Fechas del contrato de futuros:

    - Contratación o formalización: 0.

    - Vencimiento: T años.

    - Liquidación: t' años, $0 < t' \leq T$. Es el momento en que se liquida el futuro en el mercado.

- Fechas del Bono Nocional que constituye el subyacente del contrato de futuros:

    - Emisión: T años. Teóricamente, el Bono Nocional se emite por su nominal en el vencimiento del contrato de futuros.

    - Vencimiento: T_n años. En esta fecha se amortiza teóricamente, por su nominal, el Bono Nocional.

    - Fecha teórica de pago del cupón del Bono Nocional: $T_r;\ r = 1,2,...,n$ años. El pago de cupones presenta periodicidad, de manera que se cumple:

$$T_r - T_{r-1} = p \qquad \text{con } r = 1,2,...n; \qquad \text{siendo } T_0 = T$$

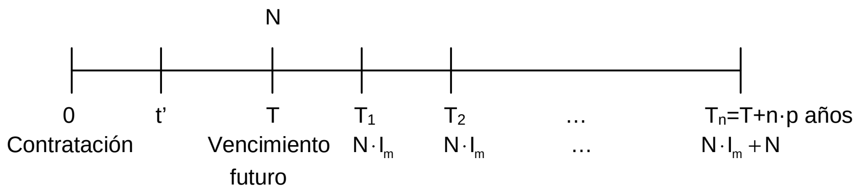
- Tipo de interés efectivo de emisión del Bono Nocional: I_m con $m = \frac{1}{p}$.

  Este tipo de interés está definido en régimen financiero de interés compuesto y es el que determina el cupón asociado al Bono.

- Importe del cupón. En función del nominal del Bono Nocional y su tipo de interés de emisión el importe del cupón se obtiene de

$$N \cdot I_m$$

El esquema temporal que resume las características del contrato de futuros y del Bono Nocional subyacente es:



En un contrato de futuros intervienen dos operadores:

- **Comprador**: el comprador de un futuro a largo plazo esta comprando, para una fecha futura, un activo financiero que es el Bono Nocional que teóricamente se emite el día del vencimiento del contrato. Se asegura el precio que pagará por este título. Se compra un futuro cuando las expectativas sobre la evolución del precio sean alcistas, o expectativas bajistas de los tipos de interés.

- **Vendedor**: el vendedor de un futuro a largo plazo esta vendiendo, para una fecha futura, un activo financiero que es el Bono Nocional y que, teóricamente, se emite el día del vencimiento del contrato. El vendedor se asegura el precio que cobrará por este título. Se venderá un futuro cuando las expectativas sobre el precio sean bajistas, o expectativas alcistas sobre la evolución de los tipos de interés.

4.2. Cotización

El sistema de cotización de los futuros a largo plazo está estandarizado y es un porcentaje del nominal del Bono Nocional. Expresa el importe que debería pagarse si en el vencimiento el comprador recibiera el Bono Nocional.

En general, si $F_{t,T}$ % es la cotización en el momento t del contrato que vence en T $(0 \leq t \leq T)$, el precio total del contrato es

$$\frac{F_{t,T}}{100} \cdot N$$

Ejemplo

La cotización de un contrato de futuros en su vencimiento es $F_{T,T} = 95,98$. Esto significa que el comprador tendrá que pagar el 95,98% del nominal del contrato. Si este contrato fuera el *Bono Nocional a 10 años* de MEFF, tendría que pagar 95.980€ puesto que el nominal de dicho bono es de 100.000€.

Fluctuación mínima de la cotización (tick)

La cotización del futuro tiene una fluctuación mínima permitida que varía en función de los contratos. Esta fluctuación mínima es la unidad de cotización que recibe el nombre de tick**:**

$$\Delta F_{mínima} = X\% = 1 \text{ tick}$$

Dados:

- $F_{t_1,T}$: cotización del futuro en la sesión del día t_1
- $F_{t_2,T}$: cotización del futuro en la sesión del día t_2,

el número total de ticks, n, implicados en la variación de la cotización se obtiene de la siguiente forma:

$$n = \frac{F_{t_2,T} - F_{t_1,T}}{X} \text{ ticks}$$

En el caso del *Bono Nocional a 10 años*, el tick es de 1 p.b. (0,01%) y, por tanto, n se obtiene de:

$$n = \frac{F_{t_2,T} - F_{t_1,T}}{0,01} \text{ ticks} = \left(F_{t_2,T} - F_{t_1,T}\right) \cdot 100 \text{ ticks}$$

Ejemplo

Calcular el número de ticks en que ha variado la cotización del *Bono Nocional 10 años* con vencimiento en T si hace 5 días cotizaba por 95,64 y la cotización final de hoy es 95,98.

Los datos son los siguientes:

o $F_{t_1,T} = 95,64$

o $F_{t_2,T}$ = 95,98

El número de ticks, en el caso de *Bono Nocional 10 años*, se calcula del siguiente modo:

$$n = \frac{F_{t_2,T} - F_{t_1,T}}{0,01} \text{ ticks} = \left(F_{t_2,T} - F_{t_1,T}\right) \cdot 100 \text{ ticks} = \underbrace{(95,98 - 95,64)}_{0,34} \cdot 100 \text{ ticks} = 34 \text{ ticks}$$

Valor del tick

El valor del tick indica la repercusión que tiene un tick sobre el precio del futuro en términos absolutos.

Si la cotización del futuro es $F_{t,T}$ esto indica que el valor o precio total en t de un contrato de futuros que vence en T es:

$$V_{t,T} = \frac{F_{t,T}}{100} \cdot N$$

Si la cotización del futuro tiene una variación de un tick y pasa a ser $F'_{t,T} = F_{t,T} + X$, el valor total del contrato de futuro es:

$$V'_{t,T} = \frac{F'_{t,T}}{100} \cdot N = \frac{F_{t,T} + X}{100} \cdot N$$

El valor del tick, $V(\text{tick})$, es la diferencia entre $V'_{t,T}$ y $V_{t,T}$:

$$V(\text{tick}) = V'_{t,T} - V_{t,T} = \frac{F'_{t,T}}{100} \cdot N - \frac{F_{t,T}}{100} \cdot N = \frac{F'_{t,T} - F_{t,T}}{100} \cdot N = \frac{X}{100} \cdot N$$

El valor del tick para el *Bono Nocional a 10 años,* teniendo en cuenta que el tick es de 1p.b. y que su nominal es de 100.000€ es:

$$V(\text{tick}) = \frac{X}{100} \cdot N = \frac{0,01}{100} \cdot 100.000 = 10€$$

Ejemplo

Calcular el precio total, $V_{t,T}$, asociado a las siguientes cotizaciones, $F_{t,T}$, del *Bono Nocional a 10 años*:

$F_{t,T}$
96,84
96,85
96,86

En la primera columna de la tabla siguiente aparecen las tres cotizaciones del *Bono Nocional a 10 años*. En la segunda columna se ha calculado el precio asociado a cada una de las cotizaciones.

$F_{t,T}$	$V_{t,T} = \frac{F_{t,T}}{100} \cdot N = \frac{F_{t,T}}{100} \cdot 100.000$
96,84	96.840
96,85	96.850
96,86	96.860

Como se comprueba en los resultados anteriores, la repercusión de un tick en la cotización supone una variación en el precio total de 10€.

4.3. Liquidación del contrato antes del vencimiento

Cuando el contrato se liquida antes del vencimiento, en cualquier momento $0 < t' < T$, la liquidación se realiza por diferencias y en efectivo.

Supóngase que en la fecha de contratación se compró un contrato de futuros a largo plazo a un precio $F_{0,T}$. El comprador se aseguró poder comprar el Bono Nocional al precio de $F_{0,T}$ y esto significa que se aseguró el pago, en total, de la siguiente cuantía:

$$V_{0,T} = \frac{F_{0,T}}{100} \cdot N \text{ u.m.}$$

Si el contrato se liquida en t' a un precio $F_{t',T}$, el Bono Nocional se podría adquirir por

$$V_{t',T} = \frac{F_{t',T}}{100} \cdot N \text{ u.m.}$$

- o Si $V_{t',T} > V_{0,T}$, el comprador tendrá que cobrar una cuantía que le compense por este mayor coste.

- o Si $V_{t',T} < V_{0,T}$ el comprador tendrá que pagar una cuantía para compensar el ahorro.

La diferencia entre los dos precios totales es el importe de liquidación del contrato:

$$L = V_{t',T} - V_{0,T} = \frac{\left(F_{t',T} - F_{0,T}\right)}{100} \cdot N \text{ u.m.}$$

En la siguiente tabla se resumen las diferentes situaciones que pueden presentarse:

POSICIÓN	**VARIACIÓN PRECIOS**	
	$F_{t',T} > F_{0,T} \Rightarrow L > 0$	$F_{t',T} < F_{0,T} \Rightarrow L < 0$
COMPRADOR (asegura el precio de compra de un título)	Cobra	Paga
VENDEDOR (asegura el precio de venta de un título)	Paga	Cobra

- Si en t' se cumple que $F_{t',T} > F_{0,T}$, el comprador tendrá que comprar la obligación a un precio superior al asegurado, por tanto, se verá compensado con el cobro del importe de liquidación, L. Dicho de otra forma, el contrato se ha comprado a un precio y para liquidar la posición se venderá a un precio superior, por lo que el comprador obtiene beneficios en el mercado de futuros.

  En cambio el vendedor tendrá que pagar L por que podrá vender la obligación a un precio superior al asegurado. Desde otro punto de vista, para deshacer la posición debe comprar a un precio superior al que había vendido y por tanto tiene pérdidas en el mercado de futuros.

- Si en t', $F_{t',T} < F_{0,T}$ el comprador tendrá que comprar la obligación a un precio inferior al asegurado y, por tanto, tendrá que pagar L. Dicho de otra forma, el contrato se ha comprado a un precio y para liquidar la posición se vende por un precio inferior, por tanto el comprador obtiene pérdidas. En cambio, el vendedor tendrá que cobrar L por que tendrá que vender la obligación a un precio inferior al asegurado. O, lo que es lo mismo, para deshacer la posición ha de comprar a un precio inferior al que había vendido y por tanto tiene beneficios en el mercado de futuros.

El importe de liquidación se puede calcular a partir del número de ticks y del valor del tick de la siguiente forma:

$$L = \frac{F_{t',T} - F_{0,T}}{100} \cdot N = \underbrace{\frac{F_{t',T} - F_{0,T}}{X}}_{n} \cdot \underbrace{\frac{X}{100} \cdot N}_{V(tick)} = n \cdot V(tick)$$

En el caso del *Bono Nocional a 10 años* se tiene que:

- o $n = \left(F_{t_2,T} - F_{t_1,T}\right) \cdot 100$ ticks
- o $V(tick) = 10€$

Y, por tanto, el importe de liquidación resulta de:

$$L = n \cdot V(tick) = \underbrace{\left(F_{t_2,T} - F_{t_1,T}\right) \cdot 100}_{n} \cdot \underbrace{10}_{V(tick)} = \left(F_{t_2,T} - F_{t_1,T}\right) \cdot 1.000€$$

El signo del importe de liquidación total, depende de cual haya sido la variación en el precio e informa de la posición que debe hacerse cargo del pago de este importe.

Ejemplo

Calcular el importe de liquidación si hace 15 días se compró un contrato sobre Bono *Nocional a 10 años* a un precio de 95,64 y hoy se ha liquidado su posición a un precio de 95,98.

Los datos son:

- o $F_{0,T} = 95,64$
- o $F_{t',T} = 95,98$

$$L = \frac{\left(F_{t',T} - F_{0,T}\right)}{100} \cdot N = \frac{95,98 - 95,64}{100} \cdot 100.000 = 340€$$

Si se tiene en cuenta que:

- o $n = \left(F_{t_2,T} - F_{t_1,T}\right) \cdot 100 \text{ ticks} = \underbrace{(95,98 - 95,64)}_{0,34} \cdot 100 \text{ ticks} = 34 \text{ ticks}$
- o $V(\text{tick}) = 10€$

el importe de liquidación se puede deducir también a partir de la siguiente expresión:

$$L = n \cdot V(\text{tick}) = 34 \cdot 10 = 340€$$

Como $F_{t',T} > F_{t,T} \Rightarrow L > 0$, el comprador cobrará del vendedor el importe de liquidación.

Liquidación diaria de pérdidas y ganancias

Igual que en el mercado de futuros a corto plazo, en el de futuros a largo se procede a la liquidación diaria de pérdidas y ganancias. Para efectuar la liquidación diaria se compara el precio de cierre de la sesión de día s (s =1,2,3,..., t') con el precio de cierre de la sesión anterior s-1.

De este modo, el importe de liquidación diaria se obtiene de:

$$L_s = \frac{F_{s,T} - F_{s-1,T}}{100} \cdot N$$

donde

- $F_{s-1,T}$: precio de cierre de la sesión s-1.

- $F_{s,T}$: precio de cierre de la sesión s.

Se puede comprobar que el importe de liquidación total, L, coincide con la suma de los importes de liquidación diarios:

$$L = \sum_{s=1}^{t'} L_s = \sum_{s=1}^{t'} \frac{F_{s,T} - F_{s-1,T}}{100} \cdot N = \frac{N}{100}\left(\underbrace{F_{1,T} - F_{0,T}}_{s=1} + \underbrace{F_{2,T} - F_{1,T}}_{s=2} + \ldots + \underbrace{F_{t'-2,T} - F_{t'-1,T}}_{s=t'-1} + \underbrace{F_{t',T} - F_{t'-1,T}}_{s=t'} \right) =$$
$$= \frac{F_{t',T} - F_{0,T}}{100} \cdot 100$$

De manera alternativa, el importe de liquidación diario también puede obtenerse a partir de la siguiente relación:

$$L_s = n \cdot V(\text{tick})$$

que, en el caso particular del *Bono Nocional a 10 años* es:

$$L = \underbrace{\left(F_{s,T} - F_{s-1,T}\right) \cdot 100}_{n} \cdot \underbrace{10}_{V(\text{tick})} = \left(F_{s,T} - F_{s-1,T}\right) \cdot 1.000€$$

El sistema de liquidación de pérdidas y ganancias implica que cada día la Cámara de Compensación cancela los contratos existentes y crea otros nuevos con precio en el vencimiento igual al de liquidación. Con esto, el precio al que los operadores están obligados a comprar y vender el activo subyacente en la fecha de vencimiento es el de de liquidación de este día y no el pactado inicialmente.

Ejemplo

Calcular el importe de liquidación diario e indicar que operador paga dicho importe si la evolución del precio del *Bono Nocional a 10 años* en el momento de abrir la posición en el mercado de futuros y en las tres siguientes sesiones es, respectivamente, 97,38, 97,34, 97,28 y 97,36:

Para hallar el importe de liquidación se calculará, en primer lugar, el número de ticks en que ha variado la cotización y a continuación se multiplicara dicho número por el valor del tick correspondiente al *Bono Nocional a 10 años.* Los cálculos se resumen en la siguiente tabla:

s	$F_{s,T}$	$n=\left(F_{s,T}-F_{s-1,T}\right)\cdot 100$ ticks	$L_s=n\cdot V\left(\text{tick}\right)$	Paga L_s
0	97,38	---		
1	97,34	-4	-4·10 = -40€	Comprador
2	97,28	-6	-6·10 = -60€	Comprador
3	97,36	8	8·10 = 80€	Vendedor

El importe de liquidación total se puede calcular haciendo:

$$L=\underbrace{\left(97{,}36-97{,}38\right)\cdot 100}_{n=-2}\cdot 10=-20€$$

y puede comprobarse que coincide con la suma de los importes de liquidación diarios.

$$L=-40-60+80=-20€$$

Si el contrato se liquidara en $s=3$ y dicha fecha coincidiera con la del vencimiento del futuro, el comprador tendría que comprar el subyacente por 97.360€ pero como ha pagado $L=20€$, en realidad es como si pagara 97.380€ que es el precio asegurado en la fecha de contratación.

4.4. Liquidación del contrato en el vencimiento

Si el contrato se liquida en la fecha de vencimiento, $t'=T$, entonces el vendedor debe proceder a la entrega obligatoria del activo subyacente al comprador. Ahora bien, el activo subyacente de estos contratos es un instrumento que no existe realmente en el mercado al contado. Es un título teórico, denominado Bono Nocional, con las características respecto a cupones, vencimiento y nominal fijadas por el mercado.

Como el Bono Nocional no existe en el mercado al contado, el mercado de futuros especifica un conjunto de emisiones reales entregables para poder liquidar las posiciones cortas (vendedoras) que están abiertas en la fecha de vencimiento del contrato.

El vendedor puede elegir el título que entregará en sustitución del Bono Nocional. Los problemas que surgen en este punto son los siguientes:

a. Los títulos entregables tienen características, respecto al cupón y al vencimiento, diferentes a las del Bono Nocional.

b. El precio del mercado de futuros que se conoce es el del Bono Nocional que indica el precio que el comprador estaría dispuesto a pagar por este título si existiera realmente. De las referencias reales se conocen los precios en el mercado al contado, pero no sus precios en el mercado de futuros.

Estos problemas, hacen necesario un mecanismo que relacione los títulos reales entre ellos y con el Bono Nocional y que permita obtener el precio de futuros que corresponde a cada uno de los títulos entregables. Este mecanismo es el **factor de conversión**, que establece equivalencias entre los títulos entregables y el Bono Nocional que hace indiferente la entrega de cualquiera de ellos.

Factor de conversión

El factor de conversión (FC) es el precio ex-cupón, en T, por unidad monetaria del entregable que proporciona una rentabilidad igual al tipo de interés de emisión del Bono Nocional. Si en el vencimiento la cotización del futuro fuera del 100% y, por tanto, la rentabilidad igual al tipo de interés de emisión, al comprador le resultaría indiferente pagar una unidad monetaria por el Bono Nocional o FC unidades monetarias por el entregable ya que estaría obteniendo una rentabilidad igual al tipo de interés de emisión del Bono Nocional.

Para deducir el FC hace falta definir las características de título k que forma parte de la lista de entregables proporcionada por el mercado. Estas características son las siguientes:

- Nominal del título entregable k : N^k; k = 1,2,...,z.
- Tipo efectivo de interés de emisión del título entregable k: I_m^k ; k = 1,2,...,z.
- Número de cobros asociados al título entregable k pendientes de realizar a partir de T, fecha de vencimiento del contrato de futuro: n^k.
- Importe de los cobros, cupones y amortización, generados por el título entregable a partir de T: $C_j^k = \begin{cases} N^k \cdot I_m^k; & j \neq n^K \\ N^k \cdot I_m^k + N^k; & j = n^k \end{cases}$; $j = 1,2,3,...,n^k$.
- Plazo comprendido entre T y la fecha de cada cobro que genera el título k a partir de este vencimiento: t_j^k años; $j = 1,2,...,n^k$.

- Plazo comprendido entre la fecha de pago del último cupón del título k antes de la fecha de vencimiento del futuro y esta misma fecha: t_0^k años.

  Para calcular los plazos se aplican los siguientes convenios:

  - $t_1^k = \dfrac{\text{nº días entre T y T+}t_1^k}{\text{nº días entre T-}t_0^k\text{ y T+}t_1^k}$

  - $t_j^k = (j-1) + t_1^k;\ j = 2,3,...,n^k - 1$

  - $t_{n^k}^k = (n^k - 1) + t_1^k + \dfrac{z}{\text{nº días entre T-}t_0^k\text{ y T+}t_1^k}$ siendo $z = \begin{cases} 1 & \text{si T+}t_{n^k}^k\text{ es domingo} \\ 2 & \text{si T+}t_{n^k}^k\text{ es sábado} \end{cases}$

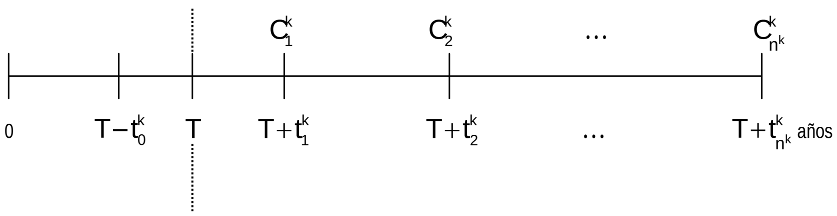
  - $t_0^k = \dfrac{\text{nº días entre T-}t_0^k\text{ y T}}{\text{nº días entre T-}t_0^k\text{ y T+}t_1^k} = 1 - t_1^k$

- Cupón corrido asociado al título k, calculado en la fecha de vencimiento del contrato de futuro, en T: CC_T^k.

  En función de t_0^k puede obtenerse el importe del cupón corrido en la fecha de vencimiento del contrato del futuro:

$$CC_T^k = N^k \cdot I_m^k \cdot t_0^k$$

El esquema temporal de los cobros que genera el título k a partir del vencimiento del contrato, T, es:



Si, en principio, al comprador debe resultarle indiferente recibir cualquier título de la lista de entregables, esto significa que la rentabilidad proporcionada por cualquiera de ellos debe ser la misma y además igual a la del Bono Nocional. Si la rentabilidad proporcionada por este Bono es I_m (tipo de interés de emisión), el precio ex-cupón del entregable k, en T, que proporciona una rentabilidad igual a I_m es:

$$V_T^k(I_m)^{ex-cupón} = \underbrace{\sum_{j=1}^{n^k} C_j^k (1+I_m)^{-m \cdot t_j^k}}_{\text{Precio con cupón}} - CC_T^k$$

En la mayoría de los casos, el cupón del Bono Nocional y de los entregables es anual y, por tanto, puede substituirse I_m por I_1.

$$V_T^k(I_1)^{ex-cupón} = \underbrace{\sum_{j=1}^{n^k} C_j^k (1+I_1)^{-t_j^k}}_{\text{Precio con cupón}} - CC_T^k$$

Este es el precio ex-cupón total, pero el FC es el precio ex-cupón por unidad monetaria de nominal del entregable. Por tanto, el FC se obtendrá del siguiente cociente:

$$FC^k = \frac{V_T^k(I_1)^{ex-cupón}}{N^k}$$

Si por cada unidad monetaria del Bono Nocional el comprador paga FC^k unidades monetarias por el entregable k, obtendrá una rentabilidad igual al tipo de emisión del Bono Nocional, I_1.

El FC no depende de la situación del mercado de futuros ni del mercado al contado. Únicamente depende del cupón y del vencimiento del entregable. Es por esta razón que el mercado de futuros publica cual es el FC para la lista de entregables que debe sustituir al Bono Nocional en caso de que se liquide el contrato de futuros en su vencimiento. Se puede consultar el FC del *Bono Nocional 10 años* de MEFF en www.meff.es: Información MEFF / Normativa / Normativa Renta Fija/ Circulares Vigentes.

Ejemplo

La relación de valores entregables y los correspondientes factores de conversión, publicada por MEF, correspondiente al *Bono Nocional 10 años* con vencimiento 17-12-08[4] es la que figura en la siguiente tabla.

Comprobar que los factores de conversión son los publicados teniendo en cuenta que todos los títulos entregables tienen el mismo nominal, $N^k = 1.000€$ con $k = 1,2,3$ y pagan cupones anuales, $I_m^K = I_1^k$. Además, el tipo de interés de emisión del Bono Nocional es $I_1 = 0,04$.

[4] Ver anexo 3

VALORES ENTREGABLES		
k	**Características**	FC^k
1	Emisión: 5,50/01 Código: ES0000012783 O Vencimiento: 30-07-17	1,1072010
2	Emisión: 3,80/06 Código: ES00000120J8 O Vencimiento: 31-01-17	0,9862780
3	Emisión: 4,10/08 Código: ES00000121A5 O Vencimiento: 30-07-18	1,0076651

- Obtención del Factor de Conversión para el vencimiento del 17-12-08 del *Bono Nocional a 10 años* del título 1 (k=1):

  -Emisión: 5,50/01

  -Código: ES0000012783 O

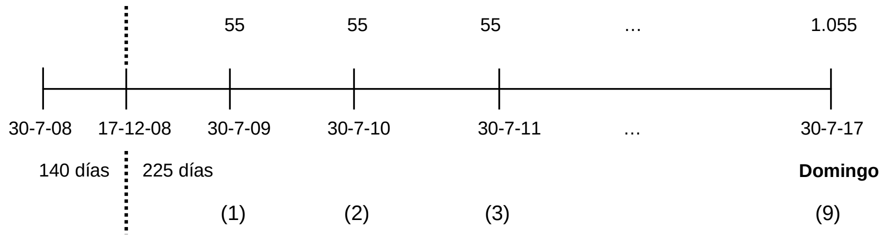
  -Vencimiento: 30-07-17

Las características del título 1 de la lista de entregables son las siguientes:

- Nominal: $N^1 = 1.000€$.
- Tipo de interés de emisión: $I_1^1 = 0,0550$.
- Número de cobros pendientes de realizar a partir de la fecha de vencimiento del contrato de futuro, 17-12-08: $n^1 = 9$.
- Importe de los cobros generados por el título entregable a partir de la fecha de vencimiento del contrato de futuro, 17-12-08:

$$C_j^1 = \begin{cases} N^1 \cdot I_1 = 1.000 \cdot 0,0550 = 55€ & \text{si} \quad j = 1,2,...,8 \\ N^1 \cdot I_1 + N^1 = 55 + 1.000 = 1.055€ & \text{si} \quad j = n^1 = 9 \end{cases}.$$

El esquema temporal de los pagos que genera el título 1 a partir del vencimiento del contrato es:



- Plazo, en años, comprendido entre el vencimiento del futuro (17-12-08) y la fecha de cada cobro que genera el título 1 a partir de este vencimiento: t_j^1; $j = 1,2,...,9$.

$$t_1^1 = \frac{\text{nº días entre 17-12-08 y 30-07-09}}{\text{nº dias entre 30-07-08 y 30-07-09}} = \frac{225}{365} \text{ años}.$$

$$t_2^1 = 1 + \frac{225}{365} \text{ años}.$$

……………………..

$$t_8^1 = 7 + \frac{225}{365} \text{ años}.$$

$$t_9^1 = 8 + \frac{225}{365} + \frac{1}{365} \text{ años}.$$

- Plazo, en años, entre la fecha del último pago de cupón del título 1 antes de la fecha de vencimiento del futuro y esta misma fecha:

$$t_0^k = \frac{\text{nº días entre 30-07-08 y 17-12-08}}{\text{nº dias entre 30-07-08 y 30-07-08}} = \frac{140}{365} \text{años}$$

Este plazo puede hallarse también, del siguiente modo:

$$t_0^1 = 1 - t_1^1 = 1 - \frac{225}{365} = \frac{140}{365} \text{ años}$$

- $CC^{1}_{17-12-08}$: cupón corrido asociado al título 1, calculado en la fecha de vencimiento del contrato de futuro, 17-12-08:

$$CC^{1}_{17-12-08}=\frac{140}{365}\cdot 55=21{,}0958904€$$

Teniendo en cuenta los datos anteriores, el factor de conversión es:

$$FC^{1}=\frac{1}{1.000}\cdot\left[55\cdot 1{,}04^{-\frac{225}{365}}+55\cdot 1{,}04^{-\left(1+\frac{225}{365}\right)}+55\cdot 1{,}04^{-\left(2+\frac{225}{365}\right)}+\ldots+55\cdot 1{,}04^{-\left(7+\frac{225}{365}\right)}+\right.$$

$$\left.+1.055\cdot 1{,}04^{-\left(8+\frac{225}{365}+\frac{1}{365}\right)}-21{,}0958904\right]=\frac{\overbrace{\sum_{j=1}^{8}55\cdot 1{,}04^{-\left((j-1)+\frac{225}{365}\right)}+1.055\cdot 1{,}04^{-\left(8+\frac{225}{365}+\frac{1}{365}\right)}}^{1.128{,}2969000}-21{,}0958904}{1.000}=$$

$$=\frac{1.128{,}2969000-21{,}0958904}{1.000}=1{,}1072010$$

De la misma forma que se ha obtenido el factor de conversión para el título 1, se obtendrá el del título 2 y el del título 3 (k = 1,2,3).

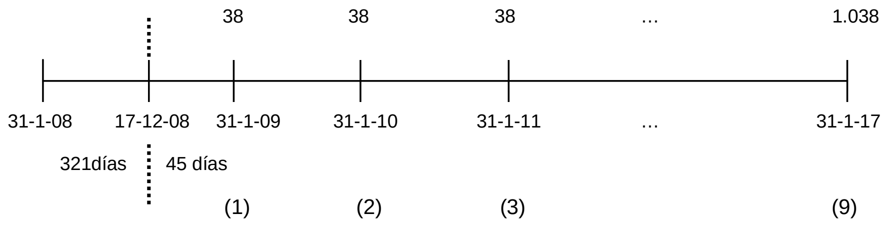
- Obtención del Factor de Conversión para el vencimiento del 17-12-08 del *Bono Nocional* a 10 años del título 2 (k = 2):

  -Emisión: 3,80/06

  -Código: ES00000120J883- O

  -Vencimiento: 31-01-17

El esquema temporal de los pagos que genera el título 2 a partir del vencimiento del contrato es:



$$CC^{2}_{17-12-08} = \frac{321}{366} \cdot 38 = 33,3278689$$

$$FC^{2} = \frac{\overbrace{\sum_{j=1}^{8} 38 \cdot 1,04^{-\left((j-1)+\frac{45}{366}\right)} + 1.038 \cdot 1,04^{-\left(8+\frac{45}{366}\right)}}^{1.019,6058737} - 33,3278689}{1.000} = 0,9862780$$

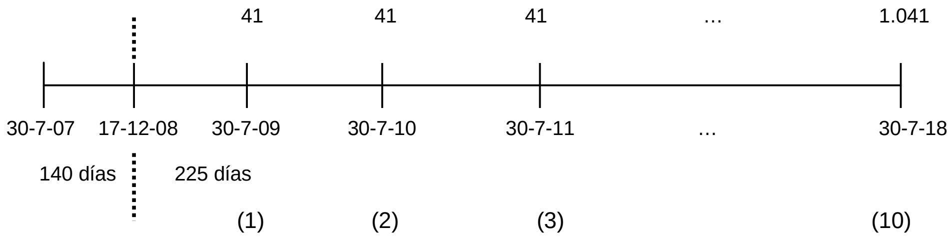
- Obtención del Factor de Conversión para el vencimiento del 17-12-08 del *Bono Nocional a 10 años* del título 3 (k = 3):

  -Emisión: 4,10/08

  -Código: ES00000121A5 O

  -Vencimiento: 30-07-18

El esquema temporal de los pagos que genera el título 3 a partir del vencimiento del contrato es:



$$CC^{3}_{17-12-08} = \frac{140}{366} \cdot 41 = 15,7260274$$

$$FC^{3} = \frac{\overbrace{\sum_{j=1}^{9} 41 \cdot 1,04^{-\left((j-1)+\frac{225}{365}\right)} + 1.041 \cdot 1,04^{-\left(9+\frac{225}{365}\right)}}^{1.023,3911201} - 15,7260274}{1.000} = 1,0076651$$

Importe a pagar por el comprador

El comprador de un contrato de futuros sobre tipos de interés a largo plazo deberá pagar, en el día del vencimiento del contrato (T), A^k unidades monetarias para recibir, en lugar del Bono Nocional, el título k de la lista de entregables. Dicho importe se calcula del siguiente modo:

$$A^k = \underbrace{FC^k \cdot \underbrace{\frac{F_{T,T}}{100} \cdot \underbrace{N}_{\substack{\text{compra un Bono} \\ \text{Nocional de nominal N}}}}_{\substack{\text{importe a pagar si el} \\ \text{Bono Nocional cotiza a } F_{T,T}}}}_{\substack{\text{importe a pagar si en lugar de recibir} \\ \text{el Bono Nocional recibe el entregable k.} \\ \text{Precio total ex-cupón del entregable k}}} + \underbrace{CC_T^{TOTAL\ k}}_{\substack{\text{cupón corrido total} \\ \text{del entregable k}}}$$

Para cubrir el nominal del Bono Nocional deben adquirirse $\frac{N}{N^k}$ títulos del entregable k. Por tanto, el cupón corrido correspondiente al nominal N del Bono Nocional, $CC_T^{TOTAL\ k}$, se obtendrá:

$$CC_T^{TOTAL\ k} = CC_T^k \cdot \frac{N}{N^k}$$

Como se puede comprobar A^k es independiente del precio al contado del entregable y sólo es función del precio del Bono Nocional, $F_{T,T}$.

Ejemplo

Calcular el importe a pagar por el comprador del contrato de futuros por cada uno de los entregables del *Bono Nocional a 10 años* con vencimiento 17-12-08 suponiendo que en dicha fecha su precio es 97,03% (precio de mercado en la fecha 9-10-08)[5].

Para calcular el importe a pagar por el comprador es necesario conocer:

- Factor de conversión, FC^k, de cada entregable (calculado anteriormente).
- Precio del contrato de futuros en el vencimiento: $F_{T,T} = 97,03$.
- Nominal del *Bono Nocional a 10 años*: $N = 100.000€$
- Importe del cupón corrido de cada entregable, calculado en la fecha de vencimiento del futuro y asociado nominal del *Bono Nocional a 10 años*, $CC_T^{TOTAL\ k}$.

[5] Consultar el precio del mercado de futuros en el anexo 3.

Si se tiene en cuenta que $CC_T^{TOTAL\ k} = CC_T^k \cdot \frac{N}{N^k}$ y que, en este caso, $N = 100.000€$ y $N^K = 1.000€$, el importe del cupón corrido total se obtiene de:

$$CC_T^{TOTAL\ k} = CC_T^k \cdot \frac{N}{N^K} = \left\{ \begin{array}{l} N = 100.00€ \\ N^K = 1.000€ \end{array} \right\} = CC_T^k \cdot 100$$

El importe del cupón corrido asociado al nominal del título, CC_T^k, ya se ha calculado previamente.

VALORES ENTREGABLES				
k	**Características**	FC^k	$CC_T^{TOTAL\ k}$	$A^k = FC^k \cdot \frac{F_{T,T}}{100} \cdot N + CC_T^{TOTAL\ k}$
1	Emisión: 5,50/01 Código: ES0000012783 O Vencimiento: 30-07-17	1,1072010	2.109,59	109.541,59
2	Emisión: 3,80/06 Código: ES00000120J8 O Vencimiento: 31-01-17	0,9862780	3.332,79	99.031,79
3	Emisión: 4,10/08 Código: ES00000121A5 O Vencimiento: 30-07-18	1,0076651	1.572,60	99.346,60

Importe a pagar por el vendedor

Cuando llegue el vencimiento, el vendedor del contrato de futuros deberá entregar uno de los k títulos de la lista de entregables que publica el mercado de futuros. Por tanto, si el vendedor debe entregar el título k=1,2,...,z, primero lo debe comprar en el mercado al contado. Y se supone que lo compra en la misma fecha del vencimiento del futro, en T.

Si el entregable k, cotiza en el mercado al contado al precio ex-cupón c_T^k, en el momento T, el importe que pagará el vendedor para comprar en el mercado al contado el entregable k se obtiene del siguiente modo:

$$D^k = \underbrace{\frac{c_T^k}{100} \cdot \underbrace{N}_{\substack{\text{debe comprar el} \\ \text{equivalente a} \\ \text{un nominal de } N}}}_{\substack{\text{importe que deberá pagar al contado} \\ \text{por la compra del entregable k si cotiza a } c_T^k. \\ \text{Precio total ex-cupón del entregable k.}}} + \underbrace{CC_T^{TOTAL\ k}}_{\substack{\text{cupón corrido total} \\ \text{del entregable k}}}$$

Ejemplo

Calcular el importe a pagar por el vendedor del contrato de futuros en el mercado al contado para comprar cada uno de los entregables del *Bono Nocional a 10 años* con vencimiento 17-12-08 suponiendo que en dicha fecha los datos del mercado son los de 9-10-08. Los precios al contado de los entregables se han obtenido del Banco de España, www.bde.es.

Para calcular el importe a pagar por el comprador es necesario conocer:

- Precio ex-cupón al contado, c_T^k, de cada entregable.
- Nominal del *Bono Nocional a 10 años*: $N = 100.000€$
- Importe del cupón corrido de cada entregable, calculado en la fecha de vencimiento del futuro y asociado nominal del *Bono Nocional a 10 años*, $CC_T^{TOTAL\ k}$. Este importe ya se ha calculado anteriormente.

VALORES ENTREGABLES				
k	**Características**	c_T^k	$CC_T^{TOTAL\ k}$	$D^k = \frac{c_T^k}{100} \cdot N + CC_T^{TOTAL\ k}$
1	Emisión: 5,50/01 Código: ES0000012783 O Vencimiento: 30-07-17	107,645	2.109,59	109.754,59
2	Emisión: 3,80/06 Código: ES00000120J8 O Vencimiento: 31-01-17	95,773	3.332,79	99.105,79
3	Emisión: 4,10/08 Código: ES00000121A5 O Vencimiento: 30-07-18	96,817	1.572,60	98.389,60

Bono entregable más económico (*Cheapest to deliver*)

El beneficio (pérdida) que genera cada uno de los títulos que forman la relación de valores entregables al vendedor es igual a la diferencia entre los ingresos obtenidos por la cesión del entregable al comprador y el coste de la compra del título en el mercado al contado. Este beneficio es:

$$B^k = A^k - D^k$$

El vendedor, por un lado, cobra A^k a través del mercado de futuros por la entrega del título k al comprador del contrato de futuros. Y, por otro lado, paga D^k en el mercado al contado para adquirir el mismo título k.

El beneficio puede calcularse, también, del siguiente modo:

$$B^k = A^k - D^k = FC^k \cdot \frac{F_{T,T}}{100} \cdot N + CC_T^{TOTAL\ k} - \left(\frac{c_T^k}{100} \cdot N + CC_T^{TOTAL\ k} \right) = \frac{N}{100} \cdot \left(FC^k \cdot F_{T,T} - c_T^k \right)$$

Teniendo en cuenta que el nominal del Bono Nocional es el mismo para todos los títulos entregables, el beneficio que genera cada entregable depende de la diferencia en el precio de dicho entregable, en el momento T, en dos mercados distintos: precio teórico si cotizara en el mercado de futuros, $FC^k \cdot F_{T,T}$, y el precio en el mercado al contado, c_T^k.

En principio, el método del Factor de Conversión tenía como finalidad el que todos los títulos resultasen equivalentes de manera que al vendedor le resultara indiferente escoger cualquiera de los títulos de la lista de entregables. Es decir, el vendedor debería obtener el mismo beneficio independientemente del entregable escogido para sustituir al Bono Nocional.

Además, bajo hipótesis de ausencia de oportunidades de arbitraje sin riesgo, el beneficio obtenido por el vendedor en el vencimiento del contrato debería ser cero puesto que se supone que utiliza el importe que cobra del comprador en el mercado de futuros para comprar los títulos en el mercado al contado.

En la práctica estas relaciones no se cumplen debido a la hipótesis implícita en el cálculo del Factor de Conversión según la cual se supone que en el vencimiento del contrato de futuros la estructura temporal de tipos de interés es plana y a un tipo de interés que coincide con el tipo de interés de emisión del Bono Nocional.

Así, llegado el vencimiento del contrato de futuro, el beneficio proporcionado por cada uno de los entregables será distinto de cero y distinto al resto de los entregables de la lista. Por este motivo, el vendedor escogerá, de entre todos los entregables, el que se denomina Bono Entregable Más Económico o *Cheapest to Deliver* y que es aquel que hace máximo el beneficio B^k.

$$\text{Max } B^k \Rightarrow \text{Max } \left(FC^k \cdot F_{T,T} - c_T^k \right)$$

Se demuestra que maximizar el beneficio equivale a minimizar el precio al contado del entregable k ajustado por su Factor de Conversión:

$$\text{Max } B^k \Rightarrow \text{Min } \frac{c_T^k}{FC^k}$$

Ejemplo

Deducir cual es el Bono Entregable Más Económico de los entregables del *Bono Nocional a 10 años* con vencimiento 17-12-08, si en la fecha de vencimiento los datos del mercado fueran los vigentes en la fecha 9-10-08.

(I) Una primer planteamiento para deducir cual es el Bono Entregable Más Económico consiste en calcular el beneficio que obtendría el vendedor por cada entregable a partir de $B^k = A^k - D^k$.

El importe a pagar por el comprador en el mercado de futuros, A^k, y el importe a pagar por el vendedor en el mercado al contado, D^k, ya se han calculado anteriormente. Por tanto, bastará con hacer la diferencia entre ambos importes para calcular el beneficio asociado a cada entregable:

VALORES ENTREGABLES				
k	**Características**	$A^k = \frac{F_{T,T}^k}{100} \cdot N + CC_T^{TOTAL\ k}$	$D^k = \frac{c_T^k}{100} \cdot N + CC_T^{TOTAL\ k}$	$B^k = A^k - D^k$
1	Emisión: 5,50/01 Código: ES0000012783 O Vencimiento: 30-07-17	109.541,59	109.754,59	-213
2	Emisión: 3,80/06 Código: ES00000120J8 O Vencimiento: 31-01-17	99.031,79	99.105,79	-74
3	Emisión: 4,10/08 Código: ES00000121A5 O Vencimiento: 30-07-18	99.346,60	98.389,60	**957**

El entregable que maximiza el beneficio obtenido por el vendedor es el tercero y, por tanto, este es el título que escogerá el vendedor para entregar al comprador en sustitución del Bono Nocional.

(II) El mismo resultado se obtiene si se maximiza la diferencia $FC^k \cdot F_{T,T} - c_T^k$, teniendo en cuenta que $F_{T,T} = 97{,}03\%$.

VALORES ENTREGABLES				
k	**Características**	FC^k	c_T^k	$FC^k \cdot F_{T,T} - c_T^k$
1	Emisión: 5,50/01 Código: ES0000012783 O Vencimiento: 30-07-17	1,1072010	107,645	-0,213
2	Emisión: 3,80/06 Código: ES00000120J8 O Vencimiento: 31-01-17	0,9862780	95,773	-0,074
3	Emisión: 4,10/08 Código: ES00000121A5 O Vencimiento: 30-07-18	1,0076651	96,817	**0,957**

(III) Finalmente, el Bono Entregable Más Económico puede obtenerse minimizando el cociente $\frac{c_T^k}{FC^k}$.

VALORES ENTREGABLES				
k	**Características**	FC^k	c_T^k	$\frac{c_T^k}{FC^k}$
1	Emisión: 5,50/01 Código: ES0000012783 O Vencimiento: 30-07-17	1,1072010	107,645	97,223
2	Emisión: 3,80/06 Código: ES00000120J8 O Vencimiento: 31-01-17	0,9862780	95,773	97,105
3	Emisión: 4,10/08 Código: ES00000121A5 O Vencimiento: 30-07-18	1,0076651	96,817	**96,081**

El bono que minimiza $\frac{c_T^k}{FC^k}$ y que, por tanto, maximiza el beneficio obtenido por el vendedor y será el elegido para sustituir la entrega del Bono Nocional es el que corresponde a la emisión 4,10/08.

TIR del contrato de futuros a largo plazo

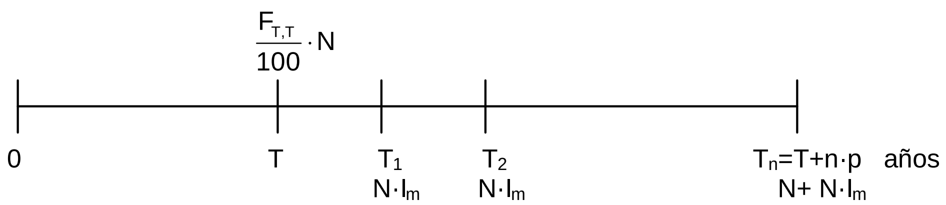
En primer lugar se define la TIR asociada al Bono Nocional que es la que resultaría de comparar el precio del contrato de futuros con los cobros teóricos que tendría un comprador si en el vencimiento, T, recibiera el Bono Nocional.

Si existiera el Bono Nocional, el comprador pagaría en T:

$$\frac{F_{T,T}}{100} \cdot N$$

mientras que el importe de los cobros periódicos sería $N \cdot I_m$ excepto en el vencimiento del Bono en que el importe del cobro sería $N \cdot I_m + N$.

Si se tiene en cuenta el siguiente esquema temporal:



la ecuación de la que se deduciría la TIR asociada al Bono Nocional, I_m^{BN} con $m = \frac{1}{p}$, es:

$$\frac{F_{T,T}}{100} \cdot N = \sum_{r=1}^{n} N \cdot I_m \cdot \left(1 + I_m^{BN}\right)^{-m \cdot (T_r - T)} + N \cdot \left(1 + I_m^{BN}\right)^{-m \cdot (T_n - T)} = \sum_{r=1}^{n} N \cdot I_m \cdot \left(1 + I_m^{BN}\right)^{-r} + N \cdot \left(1 + I_m^{BN}\right)^{-n}$$

En el caso particular del *Bono Nocional a 10 años* de MEFF, esta ecuación es:

$$\frac{F_{T,T}}{100} \cdot 100.000 = \sum_{r=1}^{10} 4.000 \cdot \left(1 + I_1^{BN}\right)^{-r} + 100.000 \cdot \left(1 + I_1^{BN}\right)^{-10}$$

puesto que

- $N = 100.000€$
- $I_1 = 0,04$

Se observa que la TIR sólo depende del precio del contrato de futuros, $F_{T,T}$, puesto que el resto de las magnitudes se mantienen constantes en la fecha de vencimiento del contrato.

Ejemplo

Hallar la TIR asociada al *Bono Nocional 10 años* con vencimiento 17-12-08 si el precio en dicha fecha fuera 97,03% (precio del mercado de futuros en la fecha 9-10-08).

La ecuación de la que se deduce la TIR es:

$$\frac{97,03}{100} \cdot 100.000 = \sum_{r=1}^{10} 4.000 \cdot \left(1+I_1^{BN}\right)^{-r} + 100.000 \cdot \left(1+I_1^{BN}\right)^{-10}$$
$$\Downarrow$$
$$97.030 = \sum_{r=1}^{10} 4.000 \cdot \left(1+I_1^{BN}\right)^{-r} + 100.000 \cdot \left(1+I_1^{BN}\right)^{-10}$$

Utilizando la función “Buscar Objetivo” de Excel se obtiene que $I_1^{BN} = 0{,}043730$ (4,37%).

Ahora bien, esta no es la TIR que realmente interesa a un comprador que llegue al vencimiento del futuro, T, con una posición abierta por que en este caso recibirá el Bono Entregable Más Económico en lugar del Bono Nocional. Así, al comprador le interesa la TIR asociada al Bono Entregable Más Económico.

La TIR asociada al Bono Entregable Más Económico (BEME), I'_m, en el momento t, $0 < t \le T$, es la tasa interna de rentabilidad que obtendría un comprador que en T recibiese el BEME, según las condiciones de mercado vigentes en t. Es decir, se tienen en cuenta los precios del momento t como si fuesen los del vencimiento del futuro, T, y con estos precios se determina el BEME y la TIR.

La TIR es aquel tipo de interés que hace equivalente el importe que paga el comprador en T por el BEME con los cobros que este título le reporta a partir de T.

Para deducir la TIR asociada al BEME deben tenerse en cuenta las siguientes magnitudes:

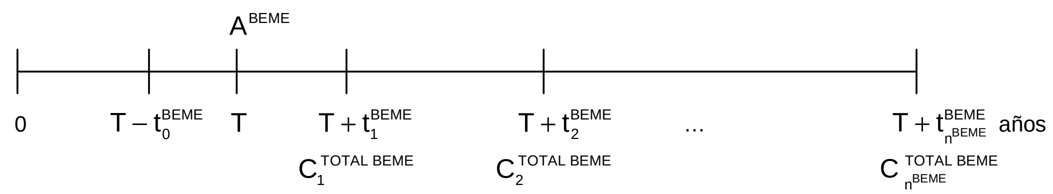
- Importe a pagar por el comprador si en el vencimiento del futuro recibiese el BEME según las condiciones vigentes en t: A^{BEME}.
- Importe de los cobros que realizará el comprador por cada BEME a partir del vencimiento del futuro, T : $C_j^{BEME} = \begin{cases} N^{BEME} \cdot I_m^{BEME};\ j \neq n^{BEME} \\ N^{BEME} \cdot I_m^{BEME} + N^{BEME};\ j = n^{BEME} \end{cases}$.

Como para cubrir el nominal del Bono Nocional se necesitan $\frac{N}{N^{BEME}}$ títulos, el importe total que cobrará el comprador es $C_j^{TOTAL\ BEME} = \begin{cases} N \cdot I_m^{BEME}; & j \neq n^{BEME} \\ N \cdot I_m^{BEME} + N; & j = n^{BEME} \end{cases}$.

- Vencimiento de cada cobro generado por el BEME, a partir de T, expresado en años: t_j^{BEME}.

- Plazo transcurrido entre la fecha de pago del último cupón del BEME antes de la fecha de vencimiento del futuro y esta misma fecha: t_0^{BEME} años.

El esquema asociado es



La ecuación de la que se deduce la TIR es:

$$A^{BEME} = \sum_{j=1}^{n^{BEME}} C_j^{TOTAL\ BEME} \cdot \left(1 + I'_m\right)^{-m \cdot t_j^{BEME}} = \sum_{j=1}^{n^{BEME}} N \cdot I_m^{BEME} \cdot \left(1 + I'_m\right)^{-m \cdot t_j^{BEME}} + N \cdot \left(1 + I'_m\right)^{-m \cdot t_n^{BEME}}$$

donde $A^{BEME} = FC^{BEME} \cdot \frac{F_{T,T}}{100} \cdot N + CC_T^{TOTAL\ BEME}$

Se observa que la TIR sólo depende del precio del contrato de futuros, $F_{T,T}$, puesto que el resto de las magnitudes se mantienen constantes en la fecha de vencimiento del contrato.

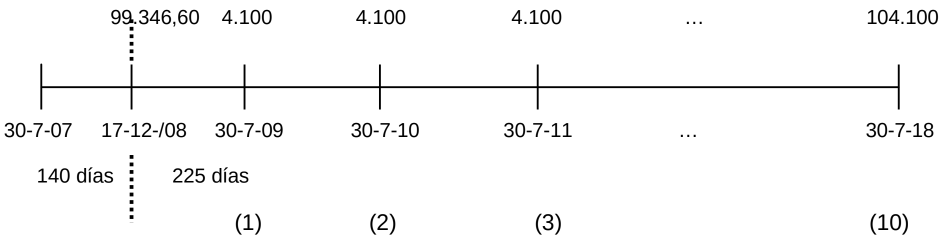
Esta TIR debe ser muy similar a la asociada al Bono Nocional. En realidad, si se cumpliesen las hipótesis asociadas al Factor de Conversión, las dos TIR coincidirán (la rentabilidad resultante del Bono Nocional o la del entregable ha de ser la misma).

Ejemplo

Calcular la TIR asociada al Bono Entregable Mas Económico del *Bono Nocional a 10 años* con vencimiento 17-12-08 si en esta fecha los precios del mercado de futuros y al contado fuesen los vigentes el 09-10-08.

En función de los precios del mercado de futuros y al contado se ha deducido que el Bono Entregable Más Económico es el que tiene las siguientes características:

- o Emisión: 4,10/08
- o Código: ES00000121A5- O
- o Vencimiento: 30-07-18
- o A^{BEME} =99.346,60€



$$99.346,60 = \sum_{j=1}^{9} 4.100 \cdot \left(1+I'_1\right)^{-\left((j-1)+\frac{225}{365}\right)} + 104.100 \cdot \left(1+I'_1\right)^{-\left(9+\frac{225}{365}\right)}$$

De esta ecuación se deduce que la TIR es $I'_1 = 0,043860$ (4,39%). Como puede observarse, la TIR asociada al *Bono Nocional 10 años* y al Bono Entregable Más Económico es prácticamente la misma.

4.5. Cobertura

La cobertura con futuros sobre tipos de interés a largo plazo es una técnica financiera que intenta reducir el riesgo de pérdida debido a movimientos desfavorables de los precios de los títulos de renta fija, provocados por variaciones en el tipo de interés. Esta técnica consiste en tomar una posición en el mercado de futuros contraria a una posición existente en el mercado al contado.

Supongamos que el objetivo es proteger del riesgo de tipo de interés una cartera de renta fija que se acaba de constituir. En este caso, el riesgo es que el tipo de interés aumente puesto que ello provocaría una disminución en el valor de la cartera. En este caso, si se quiere proteger la cartera del aumento de tipo de interés deben venderse futuros porque el aumento del tipo de interés provocará también una disminución en el precio de los contrato de futuros y, por tanto, el vendedor cobrará el importe de liquidación. Si el número de contratos vendidos es el adecuado, dicho importe de liquidación compensará la disminución del valor de la cartera.

Se llama ratio de cobertura, h, al número de contratos que deben venderse para cubrir una cartera de renta fija de un incremento en el tipo de interés. En este caso se dice que la cobertura es corta (short hedge) y se expresa de manera que $h < 0$.

Para deducir el ratio de cobertura deben tenerse en cuenta las siguientes variables:

- Tipo de interés efectivo vigente en el mercado en el momento 0: I_1. Como hipótesis de trabajo se considera que la ETTI es plana.

- Valor, en el momento 0, de una cartera en el mercado al contado en función de I_1: $V_0^C(I_1)$.

  El valor de una cartera es la suma del valor actual de los ingresos que genera dicha cartera a partir del momento de valoración. Si el tipo de interés de valoración es I_1, el valor se obtiene de:

$$V_0^c(I_1) = \sum_{s=1}^{z} C_s \cdot (1+I_1)^{-t_s}$$

  donde:

  - Número de ingresos que genera la cartera a partir de hoy, momento 0: z.

  - Plazo comprendido entre 0 y la fecha de cada ingreso que genera la cartera a partir de hoy: t_s años; $s = 1, 2, ..., z.$.

  - Importe del ingreso, generado por la cartera a los t_s años a partir del momento 0: C_s; $s = 1, 2, ..., z.$

- Valor, en el momento 0, de un contrato de futuros que vence en T según $I_1 : V_{0,T}(I_1)$.

$$V_{0,T}(I_1) = \sum_{r=1}^{n} N \cdot I_m \cdot (1+I_1)^{-(T_r - T)} + N \cdot (1+I_1)^{-(T_n - T)}$$

- Valor, en el momento 0, de la cartera agregada formada por la cartera originaria y los contratos de futuros en función de I_1: $V_0^{CA}(I_1)$.

  Se cumple que

$$V_0^{CA}(I_1) = V_0^{C}(I_1)$$

  puesto que si en el momento 0 se compra una cartera y se venden futuros, el importe que deberá pagarse es $V_0^{C}(I_1)$ por la compra de la cartera pero no se cobrará nada por la venta de los futuros. La venta de un contrato de futuros es, simplemente, un acuerdo de compraventa aplazada en el tiempo.

Si inmediatamente después de abrir la posición en el mercado de futuros el tipo de interés es I_1', el valor de la cartera al contado, del contrato de futuros y de la cartera agregada también variará. La variación en el valor del contrato de futuros implica el cobro o pago del importe de liquidación asociado a dicha variación. Así, se cumplirá que:

$$V_0^{CA}(I_1') = V_0^{C}(I_1') + \underbrace{h \cdot \left[V_{0,T}(I_1') - V_{0,T}(I_1)\right]}_{\substack{\text{Importe de liquidación asociado} \\ \text{a los contratos de futuros vendidos}}}$$

Si tiene en cuenta que:

- $V_0^{C}(I_1') = V_0^{C}(I_1) + \Delta V_0^{C}(I_1)$

- $\Delta V_{0,T}(I_1) = V_{0,T}(I_1') - V_{0,T}(I_1)$

el valor de la cartera agregada en función del tipo de interés I_1' es:

$$V_0^{CA}(I_1') = \underbrace{V_0^{C}(I_1) + \Delta V_0^{C}(I_1)}_{V_0^{C}(I_1')} + h \cdot \Delta V_{0,T}(I_1) = \left\{V_0^{C}(I_1) = V_0^{CA}(I_1)\right\} =$$

$$= V_0^{CA}(I_1) + \Delta V_0^{C}(I_1) + h \cdot \Delta V_{0,T}(I_1)$$

Y, la variación en el valor de la cartera agregada como consecuencia de la variación en el tipo de interés es:

$$V_0^{CA}(I_1') - V_0^{CA}(I_1) = \Delta V_0^{CA}(I_1) = \Delta V_0^{C}(I_1) + h \cdot \Delta V_{0,T}(I_1)$$

A partir de esta última expresión puede analizarse la repercusión de una variación del tipo de interés sobre el valor de la cartera original, del contrato de futuros y de la cartera agregada. El resumen de las distintas situaciones que pueden presentarse figura en la siguiente tabla:

Variación del tipo de interés	**Variación del valor de la cartera**	**Variación del valor del contrato de futuro**	**Variación del valor de la cartera agregada**
$\Delta I_1 > 0$ $\Updownarrow$ $\Delta P < 0$	$\Delta V_0^C(I_1) < 0$	El importe de liquidación lo cobra el vendedor $\Delta V_{0,T}(I_1) < 0 \Rightarrow \underbrace{h}_{<0} \cdot \Delta V_{0,T}(I_1) > 0$	Si el ratio de cobertura es el apropiado se puede compensar la disminución del valor de la cartera con el cobro en el mercado de futuros de manera que $\Delta V_0^{CA}(I_1) = 0$
$\Delta I_1 < 0$ $\Updownarrow$ $\Delta P > 0$	$\Delta V_0^C(I_1) > 0$	El importe de liquidación lo paga el vendedor $\Delta V_{0,T}(I_1) > 0 \Rightarrow \underbrace{h}_{<0} \cdot \Delta V_{0,T}(I_1) < 0$	Si el ratio de cobertura es el apropiado se puede compensar el aumento del valor de la cartera con el pago en el mercado de futuros de manera que $\Delta V_0^{CA}(I_1) = 0$

Una cartera estará protegida del riesgo de tipo de interés si una variación en el tipo de interés no tiene ninguna repercusión sobre su valor. Esto puede conseguirse si el valor de la cartera agregada es el mismo independientemente de cual sea el tipo de interés de valoración. Es decir, la cartera estará cubierta del riesgo del tipo de interés si se cumple que:

$$\Delta V_0^{CA}(I_1) = 0$$

Teniendo en cuenta que

$$\Delta V_0^{CA}(I_1) = \Delta V_0^{C}(I_1) + h \cdot \Delta V_{0,T}(I_1)$$

la cartera estará protegida si

$$\Delta V_0^{C}(I_1) + h \cdot \Delta V_{0,T}(I_1) = 0$$

de donde se deduce que el ratio de cobertura es

$$h = -\frac{\Delta V_0^{C}(I_1)}{\Delta V_{0,T}(I_1)}$$

Para hallar el valor aproximado de la variación en el valor de la cartera se utilizará el **método de la duración** según el cual

$$\Delta V_0^c\left(I_1\right) \simeq -\frac{D_0^c\left(I_1\right)}{1+I_1}\cdot V_0^c\left(I_1\right)\cdot \Delta I_1$$

donde $D_0^c\left(I_1\right)$ es la duración de dicha cartera.

La duración de la cartera es la media de los vencimientos de los ingresos generados por dicha cartera ponderados por el valor actual de dichos ingresos respecto al valor, de la cartera, $V_0^c\left(I_1\right)$. Formalmente, la duración de la cartera es:

$$D_0^c\left(I_1\right)=\sum_{s=1}^{z} t_s\cdot\frac{C_s\cdot\left(1+I_1\right)^{-t_s}}{V_0^c\left(I_1\right)}=\frac{\sum_{s=1}^{z} t_s\cdot C_s\cdot\left(1+I_1\right)^{-t_s}}{V_0^c\left(I_1\right)}$$

Del mismo modo, aplicando el método de la duración, se deduce que el valor aproximado de la variación en el valor del contrato de futuros es:

$$\Delta V_{0,T}\left(I_1\right) \simeq -\frac{D_0\left(I_1\right)}{1+I_1}\cdot V_{0,T}\left(I_1\right)\cdot \Delta I_1$$

siendo $D_0\left(I_1\right)$ la duración del contrato de futuros, que se obtiene de

$$\begin{aligned} D_0^c\left(I_1\right) &= \sum_{r=1}^{n}\left(T_r-T\right)\cdot\frac{N\cdot I_m\cdot\left(1+I_1\right)^{-\left(T_r-T\right)}}{V_0^c\left(I_1\right)}+\left(T_n-T\right)\cdot\frac{N\cdot\left(1+I_1\right)^{-\left(T_n-T\right)}}{V_0^c\left(I_1\right)}= \\ &= \frac{\sum_{r=1}^{n}\left(T_r-T\right)\cdot N\cdot I_m\cdot\left(1+I_1\right)^{-\left(T_r-T\right)}+\left(T_n-T\right)\cdot N\cdot\left(1+I_1\right)^{-\left(T_n-T\right)}}{V_0^c\left(I_1\right)}\end{aligned}$$

Así, a partir del método de la duración se deduce que el ratio de cobertura es:

$$h=-\frac{\Delta V_0^C\left(I_1\right)}{\Delta V_{0,T}\left(I_1\right)}=-\frac{-\frac{D_0^C\left(I_1\right)}{1+I_1}\cdot V_0^C\left(I_1\right)\cdot\Delta I_1}{-\frac{D_0\left(I_1\right)}{1+I_1}\cdot V_{0,T}\left(I_1\right)\cdot\Delta I_1}=-\begin{cases}\dfrac{D_0^C\left(I_1\right)}{D_0\left(I_1\right)}\cdot\dfrac{V_0^C\left(I_1\right)}{V_{0,T}\left(I_1\right)}\\[2ex] \dfrac{D_0^{MC}\left(I_1\right)}{D_0^{M}\left(I_1\right)}\cdot\dfrac{V_0^C\left(I_1\right)}{V_{0,T}\left(I_1\right)}\end{cases}$$

donde $D_0^{MC}\left(I_1\right)$ y $D_0^{M}\left(I_1\right)$ es la duración modificada o sensibilidad de la cartera y del contrato de futuros respectivamente.

Si además se tiene en cuenta que

- $V_0^C(I_1) = \frac{c_0^C}{100} \cdot N^C$ donde c_0^C es el precio (en porcentaje) al contado de la cartera y N^C es el nominal de la cartera que se desea proteger del riesgo de tipo de interés.

- $V_{0,T}(I_1) = \frac{F_{0,T}}{100} \cdot N$

entonces, el ratio de cobertura se puede expresar también del siguiente modo:

$$h = -\begin{cases} \dfrac{D_0^C(I_1)}{D_0(I_1)} \cdot \dfrac{V_0^C(I_1)}{V_{0,T}(I_1)} \\ \dfrac{D_0^{MC}(I_1)}{D_0^M(I_1)} \cdot \dfrac{V_0^C(I_1)}{V_{0,T}(I_1)} \end{cases} = -\begin{cases} \dfrac{D_0^C(I_1)}{D_0(I_1)} \cdot \dfrac{c_0^C}{F_{0,T}} \cdot \dfrac{N^C}{N} \\ \dfrac{D_0^{MC}(I_1)}{D_0^M(I_1)} \cdot \dfrac{c_0^C}{F_{0,T}} \cdot \dfrac{N^C}{N} \end{cases}$$

El signo negativo del ratio de cobertura indica, simplemente, que se están vendiendo futuros, es decir, que se está adoptando una posición corta en el mercado de futuros.

Ejemplo 1

Una cartera está formada por 500 títulos de nominal 1.000€ cada uno de ellos, que pagan cupones anualmente a un tipo de interés del 6% anual y vencen a los 14 años. El primer cupón se cobrará dentro de un año.

¿Cuántos contratos de futuros sobre el *Bono Nocional a 10 años* de MEFF deben venderse para cubrir esta cartera si, hoy, el tipo de interés de mercado es del 5% anual?

Los datos necesarios para determinar el ratio de cobertura, en $t = 0$, son los siguientes:

- Tipo de interés vigente, hoy, en el mercado: $I_1 = 0,05$.

- Valor, hoy, de la cartera en función de $I_1 = 0,05$: $V_0^C(0,05)$.

  Cada título genera un cupón anual y durante 14 años de 1.000·0,06=60€. Por tanto, la cartera de 500 títulos genera un cupón total anual de 60·500=30.000€. Además, al final del año 14 cada título se amortiza por 1.000€, de forma que el importe de amortización total será de 1.000·500=500.000€.

El valor, hoy, de la cartera es la suma del valor actualizado, al 5%, de los cupones totales y del importe de amortización total:

$$V_0^C(0{,}05)=\sum_{s=1}^{14}30.000\cdot 1{,}05^{-s}+500.000\cdot 1{,}05^{-14}=549.493{,}20€$$

- Duración de la cartera.

La duración de la cartera es la media de los vencimientos de los ingresos generados por dicha cartera ponderados por el valor actual de dichos ingresos respecto al valor de la cartera que es de 549.493,20€. De este modo, se obtiene que la duración de la cartera es:

$$D_0^C(0{,}05)=\sum_{s=1}^{14}\frac{s\cdot 30.000\cdot 1{,}05^{-s}}{549.493{,}20}+\frac{14\cdot 500.000\cdot 1{,}05^{-14}}{549.493{,}20}=10{,}06 \text{ años}$$

- Valor del *Bono Nocional*.

El *Bono Nocional* de MEFF tiene, teóricamente, un nominal de 100.000€, vence a los 10 años y paga cupones anualmente al 4% anual. Por tanto, dicho Bono genera un ingreso anual por cupones de 100.000·0,04=4.000€. Además, al final del año 10 el *Bono Nocional* se amortiza por 100.000€.

El valor del *Bono Nocional* en el momento actual es la suma del valor actualizado, al 5%, de los cupones anuales y del importe de amortización:

$$V_{0,T}(0{,}05)=\sum_{r=1}^{10}4.000\cdot 1{,}05^{-r}+100.000\cdot 1{,}05^{-10}=92.278{,}27€$$

- Duración del *Bono Nocional*.

La duración del *Bono Nocional* es la media de los vencimientos de los ingresos generados por dicho *Bono Nocional* ponderados por el valor actual de dichos ingresos respecto al valor del Bono que es de 92.278,27€. De este modo, se obtiene que la duración del *Bono Nocional* es:

$$D_0(0{,}05)=\sum_{r=1}^{10}\frac{r\cdot 4.000\cdot 1{,}05^{-r}}{92.278{,}27}+\frac{10\cdot 100.000\cdot 1{,}05^{-10}}{92.278{,}27}=8{,}36 \text{ años}$$

Con estos resultados se obtiene que el ratio de cobertura es:

$$h=-\frac{D_0^C(0,05)}{D_0(0,05)}\cdot\frac{V_0^C(0,05)}{V_{0,T}(0,05)}=-\frac{10,06}{8,36}\cdot\frac{549.493,20}{92.278,27}=-7,17$$

Por tanto, par cubrir la cartera se tendrían que vender, si fuese posible, 7,17 contratos. En la práctica, el número de contratos vendidos deberá ser un número entero, 7 u 8.

En la siguiente tabla se pone de manifiesto que le habría pasado al valor de la cartera en caso de no haberse cubierto. Y, también se calculará el valor de la cartera agregada, es decir el valor de la cartera formada por los 500 títulos y por los contratos de futuros vendidos (suponiendo que fuera posible vender 7,17 contratos).

Tipo de interés	$V_0^C(I_1')$	$L^{TOTAL}=h\cdot L$	$V_0^{CA}(I_1')$
0,030	669.441,10	-116.526,39	552.914,70
0,035	636.506,50	-85.179,87	551.326,63
0,040	605.631,23	-55.364,84	550.266,39
0,045	576.671,19	-26.997,74	549.673,44
0,050	**549.493,20**	**0,00**	**549.493,20**
0,055	523.974,12	25.702,33	549.676,45
0,060	500.000,00	50.178,81	550.178,81
0,065	477.465,39	73.494,94	550.960,34
0,070	456.272,66	95.712,40	551.985,06
0,075	436.331,35	116.889,27	553.220,62
0,080	417.557,63	137.080,30	554.637,93
0,085	399.873,79	156.337,06	556.210,85

Para interpretar los resultados de la tabla debe tenerse en cuenta que:

- El valor de la cartera formada por los 500 títulos, si el tipo de interés de valoración es I_1', se obtiene de la siguiente expresión:

$$V_0^C(I_1')=\sum_{s=1}^{14}30.000\cdot(1+I_1')^{-s}+500.000\cdot(1+I_1')^{-14}$$

- El importe de liquidación de un contrato de futuros es la diferencia entre el valor del *Bono Nocional* si el tipo de interés de valoración es I_1' y el valor de dicho bono en la fecha de contratación calculado anteriormente y que es de 92.278,27€. Es decir,

$$L = V_{0,T}(I_1') - V_{0,T}(I_1) = \sum_{r=1}^{10} 4.000 \cdot (1+I_1')^{-r} + 100.000 \cdot (1+I_1')^{-10} - 92.278,27$$

  Si el tipo de interés es superior al 5% inicialmente considerado, se cumplirá que $V_{0,T}(I_1') < 92.278,27$. En este caso, $L < 0$.

  El titular de la cartera, ha vendido futuros a 92.278,27€ y en el momento de liquidar la cartera deberá comprarlos por $V_{0,T}(I_1') < 92.278,27$. Por tanto, el titular de la cartera y vendedor del contrato de futuros cobrará el importe de liquidación del mercado de futuros.

  Por el contrario, si el tipo de interés es inferior al 5% inicialmente considerado, se cumplirá que $V_{0,T}(I_1') > 92.278,27$. En este caso, $L > 0$.

  El titular de la cartera, ha vendido futuros a 92.278,27€ y en el momento de liquidar la cartera deberá comprarlos por $V_{0,T}(I_1') > 92.278,27$. Por tanto, el titular de la cartera y vendedor del contrato de futuros pagará el importe de liquidación del mercado de futuros.

  Ahora bien, como el ratio de cobertura es h, el importe de liquidación total que cobrará o pagará el vendedor de los futuros en el mercado de futuros es el resultado de multiplicar el ratio de cobertura por el importe de liquidación de un contrato de futuros:

$$L^{TOTAL} = h \cdot L$$

  En el caso que $L < 0$ y teniendo en cuenta que $h < 0$, entonces $L^{TOTAL} > 0$ y ello significa que el importe de liquidación total lo cobra el titular de la cartera que entró en el mercado de futuros como vendedor.

  Igualmente, cuando $L > 0$, entonces $L^{TOTAL} < 0$ y ello implica que el importe de liquidación total lo paga el titular de la cartera que a su vez mantenía una posición corta en el mercado de futuros.

- El valor de la cartera agregada, si el tipo de interés de valoración es I_1', es la suma del valor de la cartera inicial y el importe de liquidación de los contratos de futuros: $V_0^{CA}(I_1') = V_0^{C}(I_1') + L^{TOTAL}$.

Si el titular de la cartera no contrata futuros y el tipo de interés aumenta por encima del 5% inicial, el valor de su cartera disminuye, tal como era previsible. En cambio, si contrata futuros (vende futuros) la pérdida en la cartera se compensa con el importe que cobrará en el mercado de futuros. Además puede comprobarse que el valor de la cartera agregada es mayor cuanto mayor sea el incremento en el tipo de interés. En este caso, la cartera está protegida frente a incrementos en el tipo de interés puesto que aunque el tipo de interés aumente, el valor de la cartera no estará nunca por debajo de su valor inicial.

En realidad, el valor de la cartera agregada tiene un mínimo justamente cuando el tipo de interés es del 5%. Para cualquier otro tipo de interés (más grande o más pequeño) el valor de la cartera agregada está siempre por encima del valor original de la cartera.

Ejemplo 2

Si la cartera del ejemplo 1 está formada por títulos que vencen dentro de 8 años, ¿Cuántos contratos de futuros sobre el *Bono Nocional a 10 años* de MEFF deben venderse para cubrirla del riesgo de tipo de interés si se mantienen el resto de las características?

- Si el tipo de interés de valoración es $I_1 = 0,05$, el valor de la cartera y su duración es, respectivamente:

$$V_0^C(0,05) = \sum_{s=1}^{8} 30.000 \cdot 1,05^{-s} + 500.000 \cdot 1,05^{-8} = 532.316,06€$$

$$D_0^C(0,05) = \sum_{s=1}^{8} \frac{s \cdot 30.000 \cdot 1,05^{-s}}{549.493,20} + \frac{8 \cdot 500.000 \cdot 1,05^{-8}}{549.493,20} = 6,63 \text{ años}$$

- El valor y la duración del *Bono Nocional* teniendo en cuenta que $I_1 = 0,05$ es, tal como ya se ha obtenido anteriormente:

$$V_{0,T}(0,05) = \sum_{r=1}^{10} 4.000 \cdot 1,05^{-r} + 100.000 \cdot 1,05^{-10} = 92.278,27€$$

$$D_0(0,05) = \sum_{r=1}^{10} \frac{r \cdot 4.000 \cdot 1,05^{-r}}{92.278,27} + \frac{10 \cdot 100.000 \cdot 1,05^{-10}}{92.278,27} = 8,36 \text{ años}$$

Con estos resultados se obtiene que el ratio de cobertura es:

$$h = -\frac{D_0^C(0{,}05)}{D_0(0{,}05)} \cdot \frac{V_0^C(0{,}05)}{V_{0,T}(0{,}05)} = -\frac{6{,}63}{8{,}36} \cdot \frac{532.316{,}06}{92.278{,}27} = -4{,}58$$

Por tanto, par cubrir la cartera se tendrían que vender, si fuese posible, 4,58 contratos. En la práctica, el número de contratos vendidos deberá ser un número entero, 4 o 5.

Los valores que hubiera tomado la cartera en caso de no haberse cubierto y los valores de la cartera agregada suponiendo que se hubieran vendido 4,58 contratos de futuros son los que figuran en la siguiente tabla:

Tipo de interés	$V_0^C(I_1')$	$L^{TOTAL} = h \cdot L$	$V_0^{CA}(I_1')$
0,030	605.295,38	-74.433,87	530.861,51
0,035	585.924,44	-54.410,57	531.513,87
0,040	567.327,45	-35.365,55	531.961,90
0,045	549.469,15	-17.245,42	532.223,72
0,050	**532.316,06**	**0,00**	**532.316,06**
0,055	515.836,41	16.417,94	532.254,36
0,060	500.000,00	32.052,85	532.052,85
0,065	484.778,12	46.946,56	531.724,68
0,070	470.143,51	61.138,46	531.281,97
0,075	456.070,22	74.665,67	530.735,90
0,080	442.533,61	87.563,15	530.096,76
0,085	429.510,21	99.863,84	529.374,05

- En este caso, el valor de la cartera formada por los 500 títulos, si el tipo de interés de valoración es I_1', se obtiene de la siguiente expresión:

$$V_0^C(I_1') = \sum_{s=1}^{8} 30.000 \cdot (1+I_1')^{-s} + 500.000 \cdot (1+I_1')^{-8}$$

Los resultados de la tercera y la cuarta columna de la tabla anterior se han obtenido igual que en el ejemplo 1.

A diferencia de los resultados obtenidos para la cartera descrita en el ejemplo 1, ahora la contratación de futuros no consigue el objetivo de la cobertura puesto que, como puede observarse, a medida que aumenta el tipo de interés con respecto al 5% inicial, el valor de la cartera agregada va disminuyendo, igual que le pasa a la cartera original sin cobertura. Y, cuando el tipo de interés está por debajo del 5% inicial, el valor de la cartera agregada disminuye a medida que disminuye también el tipo de interés. En este caso, el valor de la cartera agregada tiene un máximo y no un mínimo, justo cuando el tipo de interés es del 5%. Para cualquier otro tipo de interés, el valor de la cartera agregada siempre está por debajo del valor original de la cartera.

El resultado obtenido para la cartera descrita en el ejemplo 2 se debe a que la condición de cobertura:

$$\Delta V_0^{CA}(I_1) = 0$$

es una condición necesaria pero no suficiente.

Se demuestra que la condición suficiente es:

$$\frac{\mathrm{Conv}_0^C(I_1)}{\mathrm{Conv}_0(I_1)} \geq \frac{D_0^C(I_1)}{D_0(I_1)}$$

donde $\mathrm{Conv}_0^C(I_1)$ y $\mathrm{Conv}_0(I_1)$ es la convexidad de la cartera y del contrato de futuros respectivamente y se obtiene de:

$$\mathrm{Conv}_0^C(I_1) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{s=1}^{z} t_s \cdot (t_s + 1) \cdot \frac{C_s \cdot (1+I_1)^{-t_s-2}}{V_0^c(I_1)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sum_{s=1}^{z} t_s \cdot (t_s + 1) \cdot C_s \cdot (1+I_1)^{-t_s-2}}{V_0^c(I_1)}$$

$$\mathrm{Conv}_0(I_1) = \frac{1}{2} \cdot \left[\sum_{r=1}^{n} (T_r - T) \cdot (T_r + 1 - T) \cdot \frac{N \cdot I_m \cdot (1+I_1)^{-(T_r - T)-2}}{V_0^c(I_1)} + (T_n - T) \cdot (T_n + 1 - T) \cdot \frac{N \cdot (1+I_1)^{-(T_n - T)-2}}{V_0^c(I_1)} \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sum_{r=1}^{n} (T_r - T) \cdot (T_r + 1 - T) \cdot N \cdot I_m \cdot (1+I_1)^{-(T_r - T)-2} + (T_n - T) \cdot (T_n + 1 - T) \cdot N \cdot (1+I_1)^{-(T_n - T)-2}}{V_0^c(I_1)}$$

Se comprueba que la cartera descrita en el ejemplo 1 cumple la condición suficiente y, por ello, el valor de la cartera agregada alcanza su mínimo para $I_1 = 0,05$.

- La convexidad de la cartera y del *Bono Nocional* teniendo en cuenta que $I_1 = 0,05$ son:

$$\mathrm{Conv}_0^C(0,05) = \frac{1}{2} \cdot \left[\sum_{s=1}^{14} \frac{s \cdot (s+1) \cdot 30.000 \cdot 1,05^{-s-2}}{549.493,20} + \frac{14 \cdot 15 \cdot 500.000 \cdot 1,05^{-14-2}}{549.493,20} \right] = 60,35$$

$$\text{Conv}_0\left(0,05\right)=\frac{1}{2}\cdot\left[\sum_{r=1}^{10}\frac{r\cdot\left(r+1\right)\cdot 4.000\cdot 1,05^{-r-2}}{92.278,27}+\frac{10\cdot 11\cdot 100.000\cdot 1,05^{-10-2}}{92.278,27}\right]=39,15$$

- Además, como ya se calculado anteriormente:

$$D_0^C\left(0,05\right)=10,06$$

$$D_0\left(0,05\right)=8,36$$

Por tanto, se cumple que

$$\frac{60,35}{39,15}=1,54>\frac{10,06}{8,36}=1,20$$

- En cambio, si calculamos la convexidad de la cartera descrita en el ejemplo 2:

$$\text{Conv}_0^C\left(0,05\right)=\frac{1}{2}\cdot\left[\sum_{s=1}^{8}\frac{s\cdot\left(s+1\right)\cdot 30.000\cdot 1,05^{-s}}{532.316,6}+\frac{8\cdot 9\cdot 500.000\cdot 1,05^{-8}}{532.316,6}\right]=25,30$$

y teniendo en cuenta que

$$\text{Conv}_0\left(0,05\right)=39,15$$

$$D_0^C\left(0,05\right)=6,63$$

$$D_0\left(0,05\right)=8,36$$

la condición suficiente no se cumple puesto que

$$\frac{25,30}{39,15}=0,65<\frac{6,63}{8,36}=0,79$$

De todos modos, aunque no se consiga el objetivo de cobertura, la oscilación del valor de la cartera agregada en función del tipo de interés es mucho menor que la oscilación del valor de la cartera original.

Anexo 1: Características de los contratos de futuros a corto plazo

One-Month EONIA	
ACTIVO SUBYACENTE	Tipo de interés a 1 mes resultante del EONIA[6]
NOMINAL DEPÓSITO	3.000.000€
VENCIMENTO	Último día de calendario de cada mes
SISTEMA DE COTITZACIÓN	Índice base 100 con 3 decimales 100,000 – Precio futuro = Tipo de interés implícito
1 tick	0,5 puntos básicos ó 0,005% del valor nominal; 12,5€

One-Month SONIA	
ACTIVO SUBYACENTE	Tipo de interés a 1 mes resultante del SONIA[7]
NOMINAL DEPÓSITO	1.500.000£
VENCIMENTO	Mensual
SISTEMA DE COTITZACIÓN	Índice base 100 con 3 decimales 100,000 – Precio futuro = Tipo de interés implícito
1 tick	0,5 puntos básicos ó 0,005% del valor nominal; 6,25£

Three-Month EONIA Swap	
ACTIVO SUBYACENTE	Tipo de interés a 3 meses resultante del EONIA Swap Index Rate
NOMINAL DEPÓSITO	1.000.000€
VENCIMENTO	Marzo, Junio, Septiembre, Diciembre y cuatro meses consecutivos de manera que estén abiertos a negociación 8 vencimientos. Los 6 primeros vencimientos deben ser meses consecutivos del calendario.
SISTEMA DE COTITZACIÓN	Índice base 100 con 3 decimales 100,000 – Precio futuro = Tipo de interés implícito

[6] EONIA: Euro OverNight Index Average

[7] SONIA: Sterling OverNight Index Average

1 tick	0,5 puntos básicos ó 0,005% del valor nominal; 12,5€

Three-Month EURODOLLAR	
ACTIVO SUBYACENTE	Tipo de interés interbancario LIBOR a 3 meses para depósitos en $
NOMINAL DEPÓSITO	1.000.000$
VENCIMENTO	Marzo, Junio, Septiembre, Diciembre y cuatro meses consecutivos de manera que estén abiertos a negociación 24 vencimientos. Los 6 primeros vencimientos deben ser meses consecutivos del calendario.
SISTEMA DE COTITZACIÓN	Índice base 100 con 3 decimales 100,000 – Precio futuro = Tipo de interés implícito
1 tick	0,5 puntos básicos ó 0,005% del valor nominal; 12,5$

Three-Month STERLING	
ACTIVO SUBYACENTE	Tipo de interés interbancario LIBOR a 3 meses para depósitos en £
NOMINAL DEPÓSITO	500.000£
VENCIMENTO	Marzo, Junio, Septiembre, Diciembre y dos meses consecutivos de manera que estén abiertos a negociación 23 vencimientos. Los 3 primeros vencimientos deben ser meses consecutivos del calendario.
SISTEMA DE COTITZACIÓN	Índice base 100 con 2 decimales 100,00 – Precio futuro = Tipo de interés implícito
1 tick	1 punto básico ó 0,01% del valor nominal; 12,5£

Three-Month EURO SWISS FRANC (Euroswiss)	
ACTIVO SUBYACENTE	Tipo de interés interbancario LIBOR a 3 meses para depósitos en SFr
NOMINAL DEPÓSITO	1.000.000SFr
VENCIMENTO	Marzo, Junio, Septiembre, Diciembre de manera que estén abiertos a negociación 8 vencimientos.
SISTEMA DE COTITZACIÓN	Índice base 100 con 2 decimales 100,00 – Precio futuro = Tipo de interés implícito

1 tick	1 punto básico ó 0,01% del valor nominal; 25SFr

Three-Month EUROYEN (TIBOR)	
ACTIVO SUBYACENTE	Tipo de interés interbancario (TIBOR) a 3 meses para depósitos en ¥
NOMINAL DEPÓSITO	100.000.000¥
VENCIMENTO	Marzo, Junio, Septiembre, Diciembre de manera que estén abiertos a negociación 12 vencimientos.
SISTEMA DE COTITZACIÓN	Índice base 100 con 3 decimales 100,000 – Precio futuro = Tipo de interés implícito
1 tick	0,5 puntos básicos ó 0,005% del valor nominal; 1.250¥

Existe un LIBOR diferente para 15 monedas diferentes, entre ellas, $, £ y SFr.

Anexo 2: Características de los contratos de futuros a largo plazo

Euro Schatz Future	
ACTIVO SUBYACENTE	Bono Nocional de deuda pública alemana con un cupón anual del 6%
VALOR NOMINAL	100.000€
VENCIMENTOS NEGOCIADOS	Marzo, Junio, Septiembre y Diciembre. Deben estar abiertos a negociación los 3 próximos vencimientos
FECHA DE VENCIMIENTO	Día 10 del mes de vencimiento
SISTEMA DE COTITZACIÓN	En porcentaje del nominal
FLUCTUACIÓN MÍNIMA (TICK)	0,5 puntos básicos (0,005%); 5€
LIQUIDACIÓN VENCIMIENTO	Entrega Obligatoria
ENTREGABLE	Deuda pública alemana cuya vida residual esté entre 1,75 y 2,25 años

Euro Bobl Future	
ACTIVO SUBYACENTE	Bono Nocional de deuda pública alemana con un cupón anual del 6%
VALOR NOMINAL	100.000€
VENCIMENTOS NEGOCIADOS	Marzo, Junio, Septiembre y Diciembre. Deben estar abiertos a negociación los 3 próximos vencimientos
FECHA DE VENCIMIENTO	Día 10 del mes de vencimiento
SISTEMA DE COTITZACIÓN	En porcentaje del nominal
FLUCTUACIÓN MÍNIMA (TICK)	0,5 puntos básicos (0,005%); 5€
LIQUIDACIÓN VENCIMIENTO	Entrega Obligatoria
ENTREGABLE	Deuda pública alemana cuya vida residual esté entre 4,5 y 5,5 años

Euro Bund Future	
ACTIVO SUBYACENTE	Bono Nocional de deuda pública alemana con un cupón anual del 6%
VALOR NOMINAL	100.000€
VENCIMENTOS NEGOCIADOS	Marzo, Junio, Septiembre y Diciembre. Deben estar abiertos a negociación los 3 próximos vencimientos
FECHA DE VENCIMIENTO	Día 10 del mes de vencimiento
SISTEMA DE COTITZACIÓN	En porcentaje del nominal
FLUCTUACIÓN MÍNIMA (TICK)	1 punto básico (0,01%); 10€
LIQUIDACIÓN VENCIMIENTO	Entrega Obligatoria
ENTREGABLE	Deuda pública alemana cuya vida residual esté entre 8,5 y 10,5 años

Euro Buxl Future	
ACTIVO SUBYACENTE	Bono Nocional de deuda pública alemana con un cupón anual del 4%
VALOR NOMINAL	100.000€
VENCIMENTOS NEGOCIADOS	Marzo, Junio, Septiembre y Diciembre. Deben estar abiertos a negociación los 3 próximos vencimientos
FECHA DE VENCIMIENTO	Día 10 del mes de vencimiento
SISTEMA DE COTITZACIÓN	En porcentaje del nominal
FLUCTUACIÓN MÍNIMA (TICK)	2 puntos básicos (0,02%); 20€
LIQUIDACIÓN VENCIMIENTO	Entrega Obligatoria
ENTREGABLE	Deuda pública alemana cuya vida residual esté entre 24 y 35 años

Euro Conf Future	
ACTIVO SUBYACENTE	Bono Nocional de deuda pública suiza con un cupón anual del 6%
VALOR NOMINAL	100.000SFr
VENCIMENTOS NEGOCIADOS	Marzo, Junio, Septiembre y Diciembre. Deben estar abiertos a negociación los 3 próximos vencimientos
FECHA DE VENCIMIENTO	Día 10 del mes de vencimiento
SISTEMA DE COTITZACIÓN	En porcentaje del nominal
FLUCTUACIÓN MÍNIMA (TICK)	1 punto básico (0,01%); 10SFr
LIQUIDACIÓN VENCIMIENTO	Entrega Obligatoria
ENTREGABLE	Deuda pública suiza cuya vida residual esté entre 8 y 13 años

Long Gilt Futures	
ACTIVO SUBYACENTE	Bono Nocional de deuda pública inglesa con un cupón anual del 6%
VALOR NOMINAL	100.000£
VENCIMENTOS NEGOCIADOS	Marzo, Junio, Septiembre y Diciembre. Deben estar abiertos a negociación los 3 próximos vencimientos
FECHA DE VENCIMIENTO	Cualquier día del mes de vencimiento, a escoger por el vendedor
SISTEMA DE COTITZACIÓN	En porcentaje del nominal
FLUCTUACIÓN MÍNIMA (TICK)	1 punto básico (0,01%); 10£
LIQUIDACIÓN VENCIMIENTO	Entrega Obligatoria
ENTREGABLE	Deuda pública inglesa cuya vida residual esté entre 8,75 y 13 años

Japanese Governement Bond Futures	
ACTIVO SUBYACENTE	Bono Nocional de deuda pública japonesa con un cupón anual del 6%
VALOR NOMINAL	100.000.000¥
VENCIMENTOS NEGOCIADOS	Marzo, Junio, Septiembre y Diciembre. Deben estar abiertos a negociación los 2 próximos vencimientos
FECHA DE VENCIMIENTO	Un día antes del último día de negociación de la Bolsa de Tokio
SISTEMA DE COTITZACIÓN	En porcentaje del nominal
FLUCTUACIÓN MÍNIMA (TICK)	1 punto básico (0,01%); 10.000¥
LIQUIDACIÓN VENCIMIENTO	Entrega Obligatoria
ENTREGABLE	Deuda pública japonesa cuya vida residual esté entre 7 y 11 años

Anexo 3: Relación de valores entregables y precio del *Bono Nocional a 10 años* (www.meff.es)

CIRCULAR nº DD 03/08

Fecha: 10 de septiembre de 2008

Asunto: Relación de valores entregables y factores de conversión del Bono Nocional a diez años.

(Sustituye a la circular nº 02/08)

Fecha de entrada en vigor: 15 de septiembre de 2008

RELACION DE VALORES ENTREGABLES Y FACTORES DE CONVERSION

PARA LOS VENCIMIENTOS DEL BONO A 10 AÑOS

CONTRATO FECHA VTO.		EZ08 (17.12.08)	EH09 (18.03.09)	EM09 (17.06.09)	EU09 (16.09.09)
EMISION CODIGO VTO.	5,50/01 ES0000012783 O 30.07.17	1,1072010	1,1045756	1,1020592	1,0993684
EMISION CODIGO VTO.	3,80/06 ES00000120J8 O 31.01.17	0,9862780	0,9866339	0,9869019	N.E.
EMISION CODIGO VTO.	4,10/08 ES00000121A5 O 30.07.18	1,0076651	1,0074993	1,0074323	1,0072531

BOLETÍN DIARIO RENTA FIJA 09/10/08

Resumen

VOLUMEN

PRODUCTO	FUTUROS
BONO 10	-

OPEN INTEREST

PRODUCTO	FUTUROS
BONO 10	-

BONO 10

BOLETINES ANTERIORES

- Lunes
- Martes
- Miercoles
- Jueves
- Viernes

FUTUROS BONO 10

	COTIZACIONES			TIR	VOLUMEN	
VENCIMIENTO	ALTO	BAJO	CIERRE	CIERRE %	NEGOCIADO	ABIERTO
Dic-08	0,00	0,00	97,03	2,86	0	0
Mar-09	0,00	0,00	0,00	2,86	0	0

Anexo 4: Precios al contado de los valores entregables del *Bono Nocional a 10 años* (www.bde.es)

BOLETIN DE DEUDA PUBLICA / 9 de octubre de 2008
I. OPERACIONES DE COMPRAVENTA SIMPLE AL CONTADO
1. DEUDA DEL ESTADO

EMISION	NUMERO OPERACS	IMPORTE CONTRATADO	PRECIO (EX-CUPON) MEDIO	MAXIMO	MINIMO	RENDTO. INTERNO MEDIO	ANTERIOR PRECIO MEDIO (FECHA)
ES0000012882 B EST 3.60 31.01.09	2	3,05	100,250	100,250	100,250	2,66	100,124 (08/10/2008)
ES0000011470 O EST 8.20 28.02.09	1	20,00	101,750	101,750	101,750	3,31	101,885 (07/10/2008)
ES0000012064 O EST 5.15 30.07.09	2	0,03	101,407	101,454	101,219	3,30	101,402 (07/10/2008)
ES0000012239 O EST 4.00 31.01.10	1	0,04	100,897	100,897	100,897	3,27	101,060 (08/10/2008)
ES00000120E9 B EST 3.25 30.07.10	1	10,00	99,906	99,906	99,906	3,30	100,060 (08/10/2008)
ES00000120Z4 B EST 4.10 30.04.11	3	30,97	101,086	101,089	101,040	3,63	101,254 (08/10/2008)
ES0000012452 O EST 5.35 31.10.11	3	85,50	104,525	104,530	104,450	3,75	104,338 (07/10/2008)
ES0000012791 O EST 5.00 30.07.12	2	10,00	103,719	103,720	103,719	3,92	103,695 (06/10/2008)
ES0000011660 O EST 6.15 31.01.13	3	30,00	107,968	107,985	107,955	4,08	108,403 (08/10/2008)
ES00000121H0 B EST 4.25 31.01.14	6	38,75	100,190	100,350	100,105	4,21	101,125 (08/10/2008)
ES0000012098 O EST 4.75 30.07.14	2	0,01	102,001	102,102	101,900	4,35	103,000 (08/10/2008)
ES00000120G4 O EST 3.15 31.01.16	1	0,01	92,250	92,250	92,250	4,41	93,113 (03/10/2008)
ES00000120J8 O EST 3.80 31.01.17	1	1,00	95,773	95,773	95,773	4,42	97,197 (08/10/2008)
ES0000012783 O EST 5.50 30.07.17	4	40,00	107,645	107,646	107,645	4,43	108,603 (08/10/2008)
ES00000121A5 O EST 4.10 30.07.18	3	19,67	96,817	97,367	96,722	4,51	98,388 (08/10/2008)
ES0000012411 O EST 5.75 30.07.32	2	10,00	113,900	113,900	113,900	4,76	120,500 (08/10/2008)
ES0000012932 O EST 4.20 31.01.37	2	10,00	92,115	92,360	91,870	4,71	94,544 (07/10/2008)
ES00000120N0 O EST 4.90 30.07.40	9	45,00	102,595	104,710	102,000	4,74	108,875 (08/10/2008)
ES0L00903200 L EST CUP-0 20.03.09	2	12,20	98,700	98,700	98,700	3,00	98,589 (08/10/2008)
ES0L00904174 L EST CUP-0 17.04.09	4	1,08	98,806	98,826	98,800	2,34	98,224 (06/10/2008)
ES0L00909181 L EST CUP-0 18.09.09	5	14,00	97,142	97,156	97,129	3,10	97,086 (07/10/2008)
TOTALES	59	381,28					

Bibliografía

Avilés García, F., & Centro de Estudios Financieros. (2000). *Operaciones con valores y productos derivados*. Madrid; Barcelona etc.: Centro de Estudios Financieros.

Ayela, R. M., & Universitat d'Alacant. (1997). *Futuros financieros: Características, valoración y evidencia empírica*. Alicante: Universidad de Alicante.

Bacchini, R. D. (2005). *Ingeniería financiera: Futuros y opciones utilizando microsoft excel*. Buenos Aires: Omicron System.

Banco de España. www.bde.es

Bierwag, G. O. (1991). *Análisis de la duración: La gestión del riesgo de tipo de interés.* Madrid: Alianza.

Dalton, B. (2008). *Financial products: An introduction using mathematics and excel*. Cambridge etc.: Cambridge University Press.

EUREX. www.eurexchange.com.

EURONEXT. www.euronext.com.

Fernández Izquierdo, M. Á. (1996). *Gestión de riesgos con activos derivados*. Castelló de la Plana: Publicacions de la Universitat Jaume I.

Fernández, P. (1996). *Opciones, futuros e instrumentos derivados*. Bilbao: Deusto.

Galitz, L. (1994). *Ingeniería financiera*. Barcelona: Folio.

Hull, J. (2006). *Options, futures, and other derivatives, sixth edition: Student solutions manual*. Upper Saddle River N.J.: Pearson/Prentice Hall.

Martín López, M. Á. (2001). *La operativa en los mercados financieros: Casos prácticos* (2a ed.). Barcelona: Ariel.

Martín Marín, J. L., & Trujillo Ponce, A. (2004). *Manual de mercados financieros*. Madrid etc.: Thomson.

MEFF. www.meff.com.

Meneu Ferrer, V., Barreira, M. T., & Navarro, E. (1992). *Análisis y gestión del riesgo de interés*. Barcelona: Ariel.